

Digitale lijntransmissie : leergang aan de Technische Hogeschool Eindhoven, 24 en 25 mei 1973

Citation for published version (APA):

Schalkwijk, J. P. M., Harmsen, G. C. A., & Graaf, van der, B. V. (1974). *Digitale lijntransmissie : leergang aan de Technische Hogeschool Eindhoven, 24 en 25 mei 1973*. Technische Hogeschool Eindhoven.

Document status and date:

Gepubliceerd: 01/01/1974

Document Version:

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

www.tue.nl/taverne

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

openaccess@tue.nl

providing details and we will investigate your claim.

KONINKLIJK INSTITUUT VAN INGENIEURS

AFDELING ELEKTROTECHNIEK

DIGITALE LIJNTRANSMISSIE

LEERGANG AAN DE TECHNISCHE HOGESCHOOL EINDHOVEN

24 en 25 mei 1973

- I. Prof.Dr.Ir. J.P.M. Schalkwijk
Het digitale communicatieprobleem
- II. Ir. G.C.A. Harmsen
Stand standaardisatie en ontwikkeling van PCM-systemen
- III. Ir. B.V. van der Graaf
Modems met digitale modulatie
- IV. Ir. P. van der Wurf
*Een automatische frequentiedomein egalisator,
uitgevoerd met analoge code-filters*
- V. Prof.Dr.Ir. J.P.M. Schalkwijk
Data reductie
- VI. Ir. J. van der Plaats
*De pulsresponsie van kabels en enkele daaruit volgende
consequenties voor de digitale lijntransmissie*
- VII. Dr.Ir. D. van der Houwen
Bit voor bit detectie met intersymboolinterferentie en ruis
- VIII. Ir. J.B. Buchner
Lijnsignaalcodes
- IX. Ir. E. Roza
Synchronisatie voor een lijn met repeaters
- X. L. van de Meeberg
Het Viterbi algoritme

HET DIGITALE COMMUNICATIE PROBLEEM

door J.P.M.Schalkwijk

T.H. Eindhoven

De informatietheorie heeft betrekking op het digitale communicatie probleem, zie Fig. 1. Ingewikkelder problemen, zoals communicatiesystemen met een analoge informatiebron (b.v. spraak) en/of een continu (waveform) kanaal, worden tot het digitale basis probleem teruggebracht. In deze voordracht worden de voornaamste

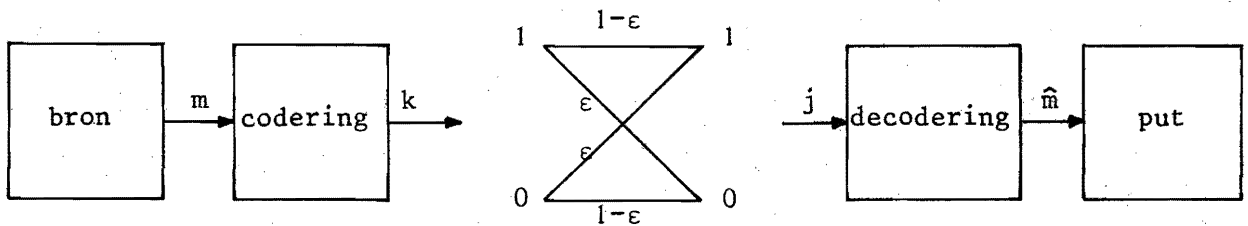


Fig. 1. Het klassieke basis model voor informatietheorie, een digitaal communicatiesysteem.

resultaten, namelijk Shannon's beide theorema's, betreffende het basismodel van Fig. 1 besproken. Ook geven we aan hoe ingewikkelder problemen tot het basis model van Fig. 1 kunnen worden teruggebracht.

Een fundamentele splitsing

In het basis model van Fig. 1 kunnen we twee grootheden onderscheiden, waarvan het gedrag op stochastische wijze kan (er zijn ook andere mogelijkheden, b.v. een combinatorische beschrijving) worden beschreven, namelijk de bron output m en de transmissie fouten op het kanaal. Het fundamentele idee van Shannon is, dat deze twee facetten van het basis model van Fig. 1, d.w.z. het stochastische proces van de berichten en het stochastische proces van de transmissie fouten, onafhankelijk kunnen worden behandeld door het coderingsprobleem te splitsen in een broncoderingsprobleem en een kanaalcoderingsprobleem met een interface van b.v. onafhankelijke, even waarschijnlijke binaire digits, zie Fig. 2. Shannon's eerste theorema heeft nu te doen met de broncodering en Shannon's tweede theorema met de kanaalcodering.

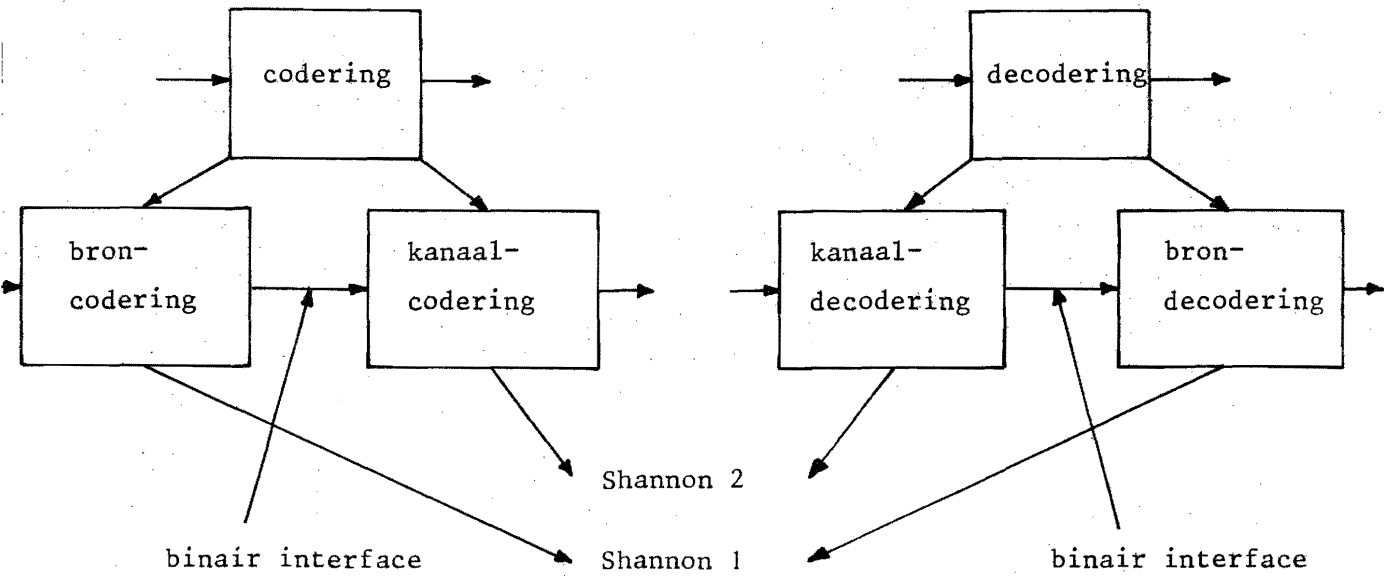


Fig. 2. Shannon's fundamentele splitsing.

Shannon's eerste theorema

De informatiebron in Fig. 1 is discreet. In het geval van een ternaire bron zonder geheugen kunnen we ons deze informatie bron voorstellen als een herhaald gebruikte roulette met drie sectoren, zie Fig. 3. De hoeken van de sectoren 0, 1

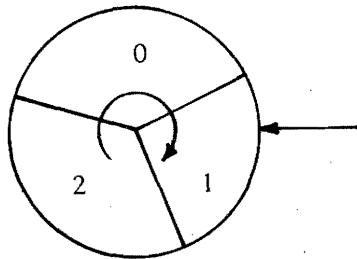


Fig. 3. Een ternaire informatie bron zonder geheugen als een roulette met drie sectoren.

en 2 zijn respectievelijk evenredig met de kansen $\text{Pr}(0)=p_0$ van een output digit 0, $\text{Pr}(1)=p_1$ van een output digit 1 en $\text{Pr}(2)=p_2$ van een output digit 2. Als we deze roulette L maal gebruiken is het verwachte aantal nullen, enen, en tweeën respectievelijk gelijk aan p_0L , p_1L en p_2L . Het aantal mogelijke "typische" bron outputs $M(L)$ met p_0L nullen, p_1L enen en p_2L tweeën is

$$M(L) = L! / [(p_0L)! (p_1L)! (p_2L)!] \quad (1)$$

Het t.o.v. $L \rightarrow \infty$ genormaliseerde aantal (binair) digits dat nodig is om deze $M(L)$ bron outputs af te tellen wordt de entropie $H(p)$ - p is de waarschijnlijkheidsvector $p=(p_0, p_1, p_2)$ - van de bron genoemd, m.a.w.

$$H(p) \triangleq \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{\log_2 M(L)}{L} = \sum_{m=0}^2 -p_m \log_2 p_m \text{ bits/bron digit} \quad (2)$$

Vergelijking (2) volgt gemakkelijk van (1) m.b.v. Stirling's formule

$$n! \approx \sqrt{2\pi n} n^n e^{-n}, \quad n \rightarrow \infty.$$

N.B. Bereken $H(p)$ volgens (2) voor verschillende configuraties van de roulette van Fig. 3.

Shannon's eerste theorema zegt nu dat we gemiddeld $H(p)$ bits/bron digit nodig hebben om de bron output eenduidig te specificeren. Voor minder dan $H(p)$ bits/bron digit is een eenduidige specificatie niet mogelijk. In grote lijnen komt Shannon's eerste theorema dus hierop neer, dat we ons slechts over de typische bron outputs hoeven te bekommeren! In een latere lezing wordt een data reductie algoritme besproken, dat de door Shannon beloofde reductie van $H(p)$ bits/bron digit bereikt.

Shannon's tweede theorema

Een bewijs voor Shannon's tweede theorema zou ons te ver voeren. We beperken ons dus tot een beschrijving van de resultaten.

In Fig. 1 hebben we het eenvoudigste (en belangrijkste) discrete kanaal, d.w.z. het binair symmetrische kanaal (BSC, binary symmetric channel) aangegeven. De kans op een transmissie fout is ϵ . In Fig. 4 is dit zelfde BSC aangegeven als een

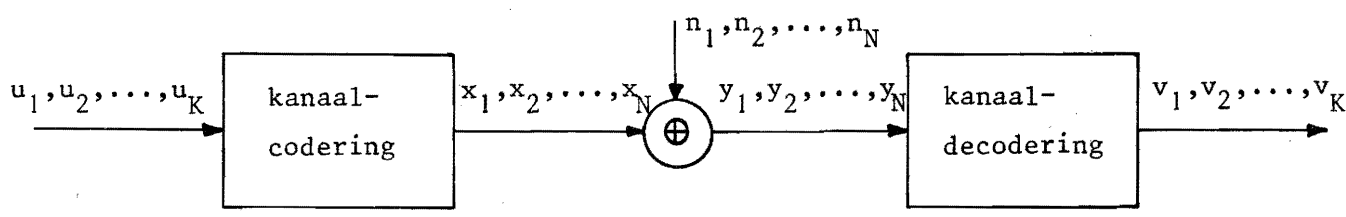


Fig. 4. Blokcodering.

kanaal met additieve ruis. Het symbool \oplus geeft optelling modulo-2 en de kans $\Pr(n_n=1)=\epsilon, n=1, 2, \dots, N$. De kanaal constante

$$C = 1-H(\epsilon) \text{ bits/transmissie,} \quad (3)$$

waar $H(\epsilon)=H(p)$ van (2) met $p=(\epsilon, 1-\epsilon, 0)$, wordt de kanaal capaciteit genoemd. De betekenis van de capaciteit C zal hieronder duidelijk worden.

Een blok coder krijgt als input K digits u_1, u_2, \dots, u_K van het binaire interface. De output van de blok coder zijn N input digits x_1, x_2, \dots, x_N voor het BSC. De efficiëntie (rate) R van de blokcode wordt gedefinieerd als

$$R = \frac{K}{N} \text{ bits/codewoord digit} \tag{4}$$

Shannon's tweede theorema zegt nu dat er blokcodes bestaan, zodat

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{-\log_2 P_e}{N} = E(R) \tag{5}$$

M.a.w. voor die waarden van de efficiëntie R , waarvoor de foutenexponent $E(R)$ positief is, daalt de foutenkans P_e exponentieel met toenemende bloklengte N . Het gedrag van de foutenexponent $E(R)$ is weergegeven in Fig. 5. $E(R)$ is positief

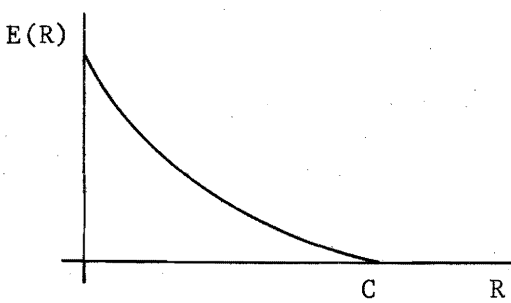


Fig. 5. Foutenexponent voor blokcodering.

voor $R < C$, m.a.w. zolang de efficiëntie R van de code kleiner is dan de kanaal capaciteit C kunnen we foutloos communiceren in de limiet voor $N \rightarrow \infty$. Voor efficiënties $R > C$ is geen foutloze transmissie mogelijk.

Het binair symmetrische kanaal

Het BSC van Fig. 1 kan b.v. worden gebruikt als model voor AK (amplitude keying), FSK (frequency shift keying), en PSK (phase shift keying).

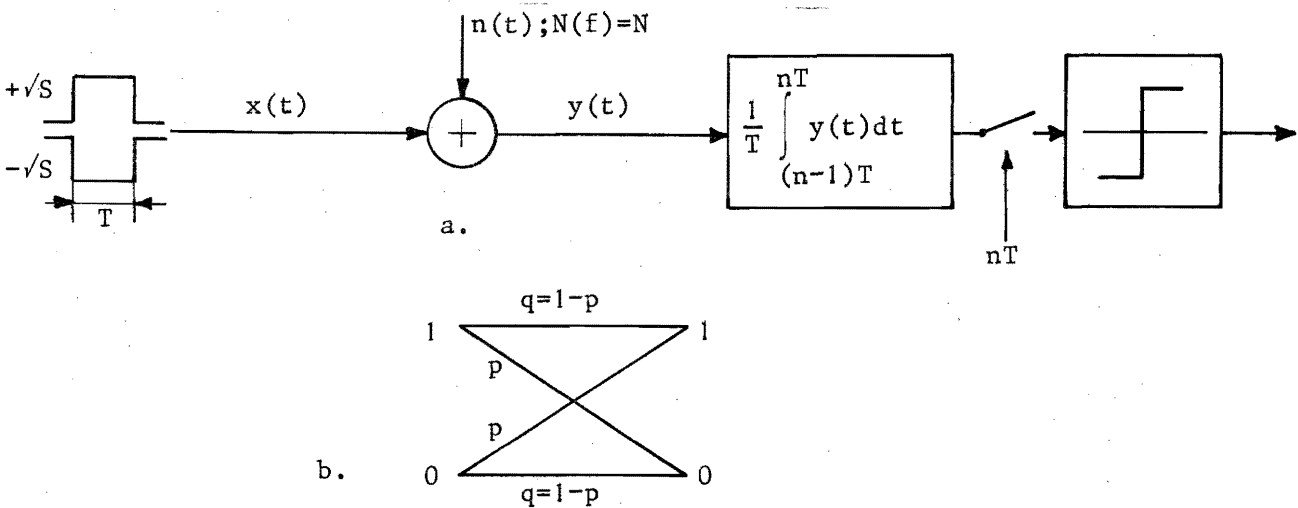


Fig. 6. Gaussische kanaal met binaire signalering en equivalent BSC.

In fig. 6a is een Gaussisch kanaal met binaire signalering afgebeeld. De ruis heeft een constant eenzijdig spectrum ter grootte N . De energie per puls is $E=ST$.

Fig. 6b geeft de bijbehorende BSC voor $E/N \rightarrow 0$. Een eenvoudige berekening geeft

$$p = \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{E}{\pi N}} \quad (6)$$

Substitueren we p van (6) in (3) voor de capaciteit van het BSC, dan vinden we

$$C = \frac{2E}{\pi N} \text{ nats/transmissie,} \quad (7)$$

in natuurlijke eenheden voor kleine $E/N \rightarrow 0$.

N.B. De capaciteit van het oorspronkelijke Gaussische kanaal is $C=E/N$ nats/transmissie. De prijs die voor de eenvoud van het binaire signaleringssysteem betaald moet worden is dus een factor $2/\pi$ in energie.

Terecht kan men opmerken dat het Gaussische model van Fig. 6a voor telefoonnetten dikwijls niet van toepassing is. Dit betekent echter geenszins dat dan ook het BSC niet als een model kan worden gebruikt.

Intersymbool interferentie

Voor Gaussische kanalen met intersymbool interferentie en ruis wordt vaak het model van Fig. 7 gebruikt. Dit kanaal heeft dezelfde capaciteit als het Gaussische

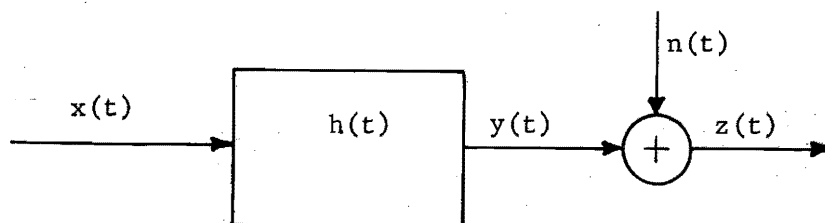


Fig. 7. Model met intersymbool interferentie en ruis.

kanaal zonder intersymbool interferentie. Ook blijkt het dat met een optimaal (m.b.t. de foutenkans) signaleringssysteem de foutenkans zonder en met intersymbool interferentie van dezelfde grootte orde is. De optimale (minimum foutenkans) ontvanger voor kanalen met intersymbool interferentie is echter veel gecompliceerder. Een dergelijke ontvanger kan b.v. worden gerealiseerd m.b.v. het Viterbi algoritme.

Broncodering met een vervormingscriterium

Niet alle informatiebronnen zijn zo eenvoudig, dat ze door een roulette als in Fig. 3 kunnen worden beschreven. Continue bronnen (b.v. spraak) hebben in het algemeen een oneindige entropie. M.b.v. quantisatie (broncodering met een vervormingscriterium) krijgen we een effectieve bron, die weer discreet is en zodoende in het basis model van Fig. 1 past. De "rate-distortion" functie $R(d)$ geeft de minimum entropie van de effectieve bron, zodat we de output van onze oorspronkelijke continue bron kunnen reconstrueren met een vervorming niet groter dan d . Fig. 8 geeft de rate-distortion functie voor een Gaussische bron met variantie A en een gemiddeld quadratisch vervormingscriterium.

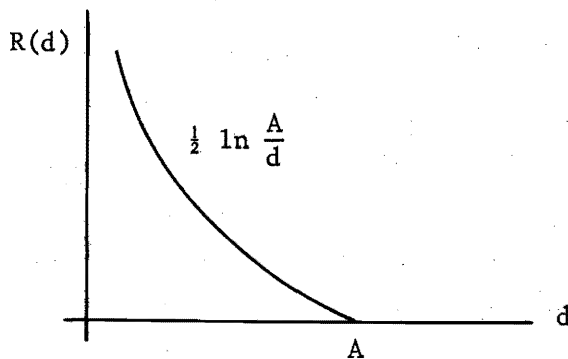


Fig. 8. Rate-distortion function.

Inleiding.

In het volgende zal de nadruk liggen op de onlangs door CCITT¹⁾ gestandaardiseerde primaire en secundaire multiplex. Geschetst zullen worden de ontwikkelingen op het gebied van lijnsystemen voor hogere snelheden.

Telefonie zal voorlopig waarschijnlijk de belangrijkste verkeersproducent blijven, zodat het telecommunicatienet in eerste instantie op telefonie gericht moet worden. Is zonder veel extra kosten de transmissie en/of het schakelen van andere verkeerssoorten mogelijk, dan lijkt het zinvol deze verkeerssoorten over hetzelfde net te voeren.

Primaire PCM-multiplex.

Een telefoniesignaal met een bandbreedte van 300-3400 Hz kan door bemonstering en codering omgezet worden in een bitstroom van 64 kbit/s. Indien men de CCITT aanbeveling G 711 volgt wordt het analoge telefoniesignaal bemonsterd met een frequentie van 8 kHz en worden de monsters gecodeerd in woorden van 8 bits waarbij gebruik wordt gemaakt van momentane compressie zoals aangegeven in fig. 1.

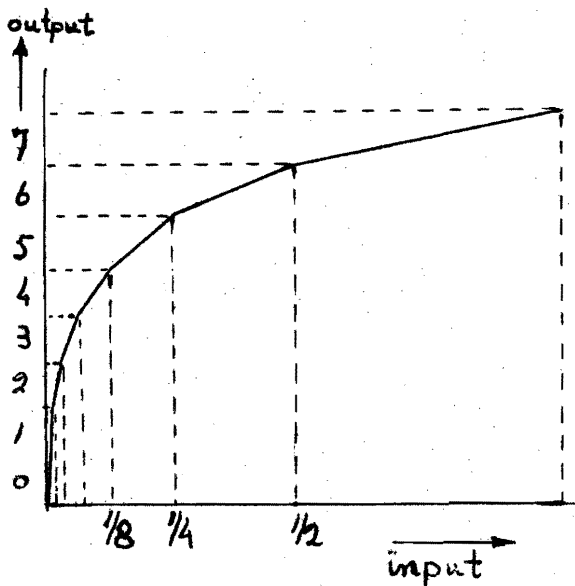


Fig. 1

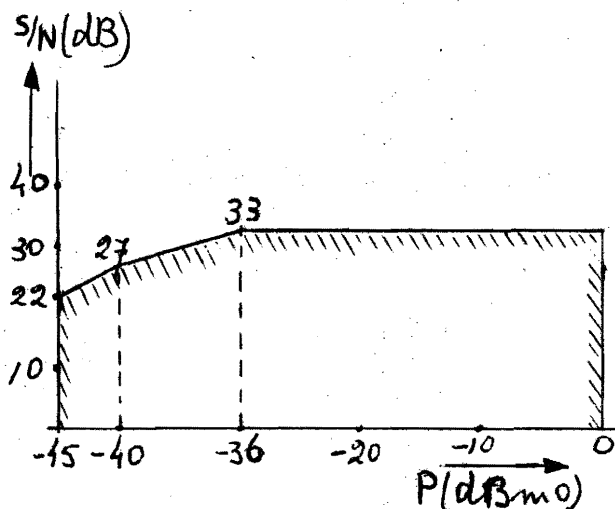


Fig. 2

1) CCITT = Comité Consultatif International Télégraphique et Téléphonique.

voor positieve spanningen. De compressiekromme is opgebouwd uit segmenten, in dit geval 13 voor de gehele kromme. Ieder volgend segment heeft een helling die een factor 2 kleiner is. De signaalquantiseringsvervorming ten gevolge van deze codering moet voldoen aan het masker in fig. 2 indien de meting uitgevoerd wordt met een sinusvormig signaal.

Om een transmissiemiddel efficiënt te gebruiken is het veelal gewenst een aantal telefoonkanalen op een of andere wijze te stapelen tot een geschikt signaal. In het geval van PCM is het het meest voor de hand liggend te stapelen volgens een tijdverdeling. Dit houdt in dat aan ieder telefoonkanaal op regelmatige afstanden een gedeelte van de tijd wordt toegewezen, zie fig. 3. Het gedeelte van de tijd

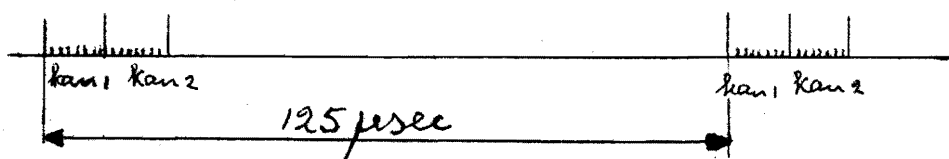


Fig. 3

nodig voor de 8 bits van één telefoonkanaal wordt een tijdsleuf genoemd. In verband met de bemonsteringsfrequentie van 8 kHz moet iedere 125 μ s één tijdsleuf aan ieder telefoonkanaal worden toegewezen. De door CCITT gestandaardiseerde primaire multiplex die in Europa gebruikt zal worden, heeft de volgende framestructuur. Ieder frame van 125 μ s bevat 32 tijdsleuven. De eerste tijdsleuf wordt afwisselend wel en niet gebruikt voor een synchronisatiewoord, de 16e tijdsleuf wordt gebruikt voor het overbrengen van signaleringsinformatie van de 30 telefoonkanalen die in de overblijvende 30 tijdsleuven worden ondergebracht. Deze framestructuur levert een bitstroom op van 2,048 Mb/s.

Op de huidige laagfrequent-kabels zou 2,048 Mb/s als lijnsnelheid kunnen worden toegepast, de regeneratorafstand bedraagt dan ongeveer 3 km. Deze laagfrequent-kabels vinden we tussen eindcentrale en knooppuntcentrale. De gemiddelde afstand tussen deze centrales bedraagt 8 km. Het installeren van 2,048 Mb/s op deze kabels wordt goedkoper dan het leggen van een nieuwe kabel bij lengten groter dan 15 km, zodat het niet erg aantrekkelijk lijkt PCM in te voeren. Dit beeld verandert indien we digitale centrales in het verhaal betrekken doordat de eindapparatuur aan het kabeleind bij de digitale centrale aanzienlijk wijzigt.

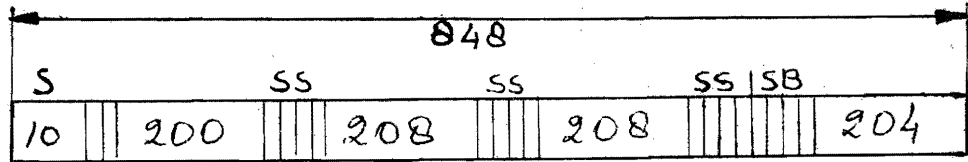
Als lijncode zal vermoedelijk de HDB-3 code gebruikt worden. Dit is een AMI (alternate mark inversion) code waarin nooit meer dan 3 nullen achtereen kunnen voorkomen, zodat de klokcircuits van de regeneratoren niet van streek kunnen raken door het ontbreken van voldoende signaalovergangen in de over te brengen signalen.

Door CCITT is ook een multiplex gestandaardiseerd die 24 kanalen stapelt tot een bitstroom van 1,544 Mb/s. Bij deze multiplex wordt een andere compressie toegepast terwijl tevens de signaleringsinformatie anders verpakt wordt.

Secundaire multiplex.

Bij secundaire multiplexers krijgen we te maken met twee typen nl. PCM multiplexers en digitale multiplexers. Een PCM multiplexer is een multiplexer waarbij de signalen aan de ene zijde analoog zijn en aan de andere zijde digitaal. Een digitale multiplexer stapelt een aantal b.v. 4 bitstromen tot één bitstroom met een hogere snelheid. Bij een primaire multiplex van 1,544 Mb/s hoort volgens CCITT-afspraken een secundaire van 6,312 Mb/s, terwijl bij een primaire van 2,048 Mb/s een secundaire hoort met een afgegeven bitsnelheid van 8,448 Mb/s.

Indien de 4 bitstromen afkomstig zijn van ruimtelijk gescheiden bronnen ontstaan problemen bij het stapelen wanneer de 4 bronnen niet precies dezelfde frequentie hebben. Wanneer geen informatie verloren mag gaan, moeten de bitstromen aangepast worden. Dit aanpassen kan gebeuren door extra bits toe te voegen en/of bits weg te laten. Wel moet aan de demultiplexer gesignaleerd worden welke bits toegevoegd of weggelaten zijn om bij het demultiplexen de oorspronkelijke bitstromen te kunnen herstellen. Deze techniek wordt "stuffen" of ook wel "justification" genoemd. Door CCITT is voor 8,448 Mb/s een multiplex gestandaardiseerd die werkt volgens het principe van "positive justification", zie CCITT aanbeveling G 742. In deze multiplex worden indien nodig extra bits toegevoegd. In fig. 4 is de frame-structuur van deze multiplex weergegeven. Een frame is in dit geval



- S : synchronisatiewoord
- SS : stuffing signalering
- SB : bits die gestuffed kunnen worden

Fig. 4

848 bits lang. De multiplexer stapelt de bitstromen bit voor bit, terwijl op bepaalde plaatsen synchronisatie, stuffing signalering en gestuffte bits worden ingevoegd. Als de vier te stapelen bitstromen gesynchroniseerd zijn, blijft deze multiplexer stuffen. Dit is in te zien door rekening te houden met de gestelde toleranties van 50 ppm en 30 ppm voor resp. 2,048 Mb/s en 8,448 Mb/s en de in fig. 4 weergegeven framestructuur. Deze multiplex zal dan ook niet compatibel zijn met een synchrone multiplexer.

Er is nog een andere mogelijkheid om de vier bitstromen ter plaatse van de multiplexer te synchroniseren. Door gehele frames op te slaan in buffers die ingelezen worden met de verre klok en uitgelezen worden met de klok van de secundaire multiplexer. Bij snelheidsverschillen tussen de verre en de lokale klok zal dit tot gevolg hebben dat af en toe een frame wordt overgeslagen of herhaald, z.g. slip treedt dan op. De secundaire multiplexer kan nu een synchrone multiplexer zijn hetgeen voordelen kan opleveren. Wanneer het gehele net gesynchroniseerd wordt, kan dezelfde multiplexer gebruikt worden, er treedt dan geen slip meer op terwijl de buffers kleiner kunnen worden aangezien nu alléén looptijdvariaties ten gevolge van kabeltemperatuurschommelingen opgevangen moeten worden. Bij toepassing van de synchrone multiplex-structuur tussen digitale

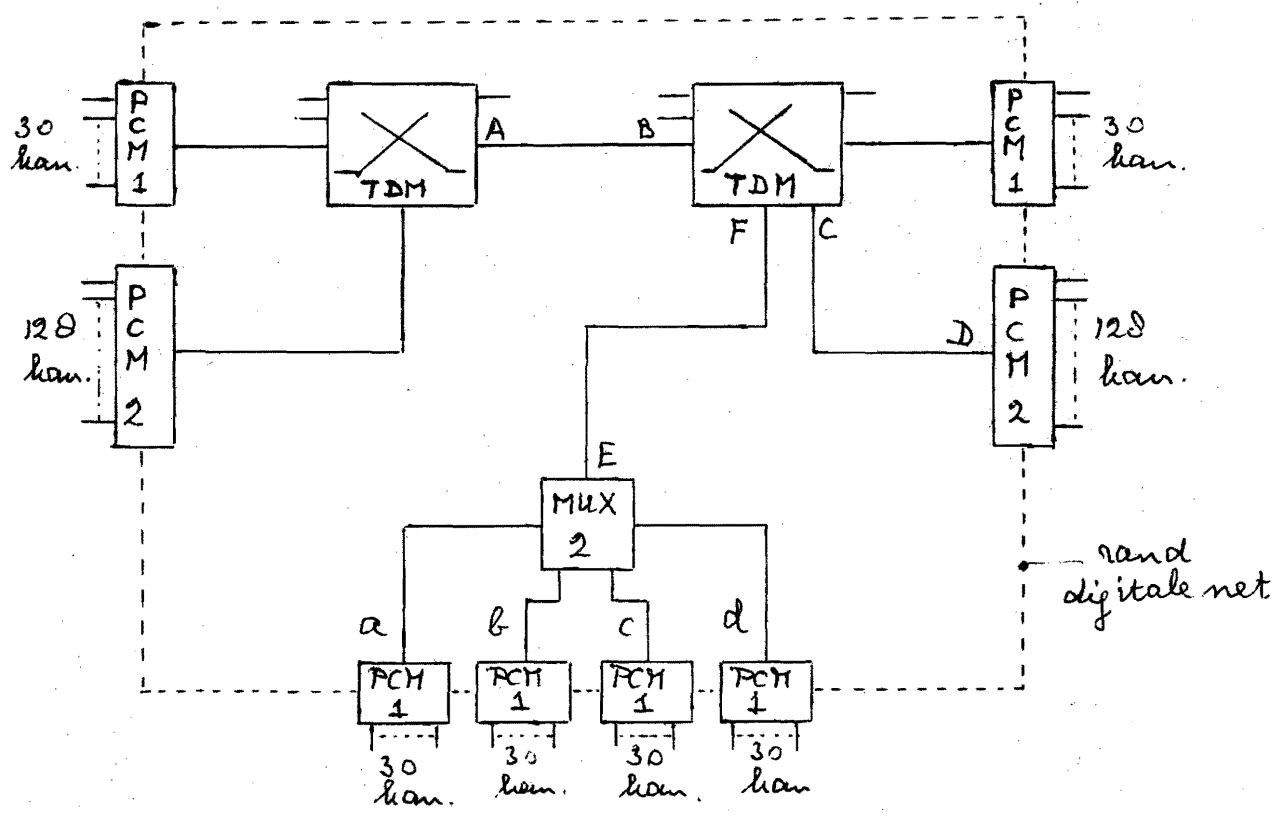


Fig. 5

centrales, fig. 5, traject AB, kunnen meer telefoonkanalen in dezelfde bitstroom van 8,448 Mb/s worden ondergebracht nl. 128 in plaats van 120 kanalen, zie fig. 6.

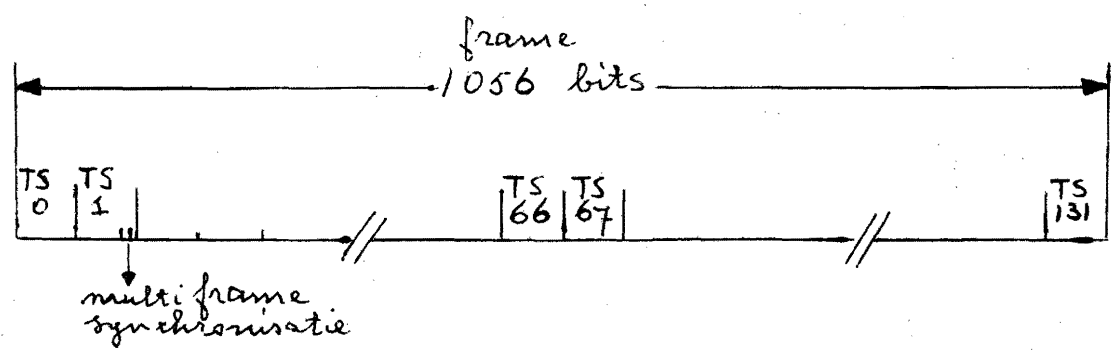


Fig. 6

- TS tijdsleuf
- TS 0 en 1 frame-synchronisatie
- TS 2 tot 66 en 68 t/m 131 telefoonkanalen
- TS 66 en 67 signalering

In dit geval is per telefoonkanaal wel minder ruimte beschikbaar voor de signaleringsinformatie. Tevens kan compatibiliteit verkregen worden met de PCM multiplexer van 8,448 Mb/s door woord voor woord te stapelen zodat ook op traject CD de framestructuur van fig. 6 toegepast kan worden. Voor toepassing op traject EF is de structuur ook bruikbaar hoewel de tijdsleuven 66 en 67 in dat geval leeg zijn, fig. 7.

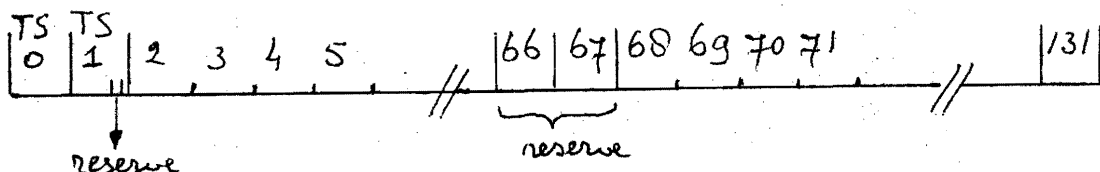


Fig. 7

TS 2,3,4,5 resp. synchr.woorden bitstromen a, b, c, d
 TS 66, 67 reserve
 TS 68, 69, 70, 71 resp. signaleringskan. bitstromen a,b,c,d.

Het optreden van slip bij deze multiplexer lijkt een zeer onaantrekkelijk gevolg, maar niet vergeten moet worden dat in een niet gesynchroniseerd digitaal net in ieder geval slip optreedt ten gevolge van de digitale TDM-centrales. De te schakelen bitstromen moeten namelijk aangepast worden aan de klok van de centrale.

De reeds eerder vermelde huidige laagfrequent-kabels kunnen gebruikt worden voor transmissie van 8,448 Mb/s, waarbij gedacht wordt aan het benutten hiervoor van schijnfantomen. De regeneratorsafstand wordt dan ongeveer 1500 m, de afstandsbeperking wordt hier bepaald door het nabij-overspreken.

Hogere-orde-multiplexers.

De eerste twee trappen van een PCM-TDM-hiërarchie liggen nu vrijwel vast. Over de volgende stappen is nog niet veel concreets te zeggen. Als derde stap wordt gedacht aan ongeveer 34 Mb/s, de vierde stap zou kunnen zijn 140 Mb/s. Amerika en Canada staan de reeks 1,544-6,312-44,736-274,176 Mb/s voor als multiplex-hiërarchie. Bij de keuze van een multiplex-hiërarchie moet op verschillende zaken gelet worden zoals mogelijke lijnsnelheden, bitsnelheden behorend bij verschillende bronnen (telefonie, data, videofonie, TV) en de flexibiliteit van het net.

Als transmissiemiddel voor 34 Mb/s kan gedacht worden aan straalverbindingen en μ coax (0,6/2,8) of een nieuw te ontwikkelen symmetrische kabel. De ontwikkeling van 120 Mb/s transmissiesystemen verkeert in een vergevorderd stadium. Als transmissiemiddel kan hier gedacht worden aan de kleine en grote coax met respectieve afmetingen 1,2/4,4 en 2,6/9,5 mm. Tevens wordt op verschillende plaatsen aandacht geschonken aan hybride transmissiesystemen²⁾. Met een hybridesysteem wordt bedoeld een systeem waarin een reeks analoge versterkers afgewisseld wordt door een regenerator. Het lijnsignaal bestaat dan uit een meer-niveau signaal. Bestudeerd wordt nu de mogelijkheid om 120/240 Mb/s te transporteren over een 60 MHz-lijnsysteem waarbij alleen de eindapparatuur gewijzigd moet worden. Redenen om hybridesystemen te bestuderen zijn de goede signaal-ruisverhouding op coax

2) R.W. Chang, S.L. Freeny. Hybrid digital transmission systems.
 Part 1: Joint optimization of analog and digital repeaters.
 Part 2: Information rate of hybrid coaxial cable systems.
 Bell System Technical Journal, October 1968, pp.1663-1687-1711.

kabel, de grote vermogensconsumptie van regeneratoren en betrouwbaarheidsproblemen. In Zweden³⁾ heeft men voor 1980 de stand van de economie en technologie geschat en vervolgens berekend welk systeem de geringste kosten per kanaal-kilometer opleverde, uitgaande van de grote coax kabel. Dit resulteerde in een systeem met de volgende parameters:

lijnsnelheid	:	800 Mbaud	transmissiesnelheid	3,2 Gb/s
aantalniveaus	:	16		
versterkerafstand	:	1,1 km		
regeneratorafstand	:	210 km		

13-3-73

G.C.A. Harmsen

3) T. Ericsson, U. Johansson. Digital transmission over coaxial cables. Ericssons Technics. Vol. 27(1971) nr 4, pp. 191-272.

MODEMS MET DIGITALE MODULATIE

Wanneer we de bestaande transmissiemedia voor digitale transmissie willen gaan gebruiken, worden we geconfronteerd met een aantal beperkingen. De huidige media zijn ontworpen voor analoge spraaktransmissie en eigenschappen die hiervoor geen beperking vormen, kunnen dit wel door voor digitale transmissie. Allereerst kan de demping van een kanaal een willekeurige functie van de frequentie zijn, zodat sommige delen van het spectrum naar verhouding zwakker ontvangen worden. Verder zal de fase draaiing meestal geen lineaire functie van de frequentie zijn. Dit houdt in dat de looptijd over het kanaal voor de diverse frequenties van het gezonden spectrum verschillend zal zijn. Als regel wordt gewerkt met de groeplooptijd, d.i. de afgeleide van de fase draaiing als functie van de frequentie, naar de tijd. De groeplooptijd is in het ideale geval onafhankelijk van de frequentie.

Wanneer de verbinding gebruik maakt van het versterkte net, het draaggolfnet, kan een verschuiving van een paar Hz optreden. Bij digitale transmissie moet het demodulatieproces in staat zijn een dergelijke verschuiving teniet te doen, omdat anders niet volledig gedemoduleerd wordt. Verder kan de signaalkwaliteit door overspraak achteruigaan. Hierbij moeten we onderscheid maken tussen veraf- en nabij-overspraak. Het eerste is overspraak tussen twee circuits met dezelfde transmissierichting, waarbij aan de ontvangzijde zowel het gewenste signaal als het van overspraak afkomstige signaal worden ontvangen. Het tweede is overspraak tussen twee circuits met tegengestelde transmissierichting, waarbij naast het gewenste signaal de overspraak aan het op de zendweg aanwezige signaal wordt ontvangen. Overspraak wordt veroorzaakt door capacatieve koppelingen tussen de kabeladers en neemt dus toe met de frequentie.

Digitale lijntransmissie moet voorts rekening houden met de aanwezigheid van filters in FDM-systemen. Demping en groeplooptijd van deze filters bepalen de bandbreedte van het kanaal dat voor digitale transmissie bruikbaar is. Ook transformators hebben een bandbegrenzende werking daar deze geen gelijkstroomcomponent doorlaten.

Om de gegeven transmissiekkanalen met succes, d.i. met een aanvaardbare foutenkans, voor digitale transmissie te kunnen gebruiken, kunnen we allereerst streven naar verbetering van het kanaal.

De overspraak kan gering gehouden worden door een goed kabelontwerp. De overspraak-eigenschappen van draaggolfverbindingen worden verbeterd door balancering aan de eindpunten.

De amplitude- en de groeplooptijdkarakteristiek van een willekeurig 4 kHz-kanaal kunnen met effenaars en met versterkers worden veranderd, zodat zij aan bepaalde minimumeisen voldoen. We spreken dan van M 102-kwaliteit.

Daarnaast kan ook het datasignaal beter worden aangepast aan de nu eenmaal gegeven eigenschappen van het transmissiekanaal. Hiertoe wordt tussen de databron of de data-ontvanger en de transmissielijn een modem geplaatst. De modem zorgt er middels modulatie voor dat het door de terminal aangeboden frequentiespectrum, al of niet geïjzigd, wordt overgebracht naar een aan het kanaal aangepaste ligging. De breedte van het na modulatie verkregen spectrum wordt o.a. bepaald door de gekozen modulatie-methode.

Bij synchrone transmissie moet het ontvangdeel van de modem over een klokfrequentie kunnen beschikken, die exact gelijk is aan de seinsnelheid van de zendende terminal. Dit kan op verschillende manieren worden gerealiseerd: er kan een piloottoon worden meegezonden die deze informatie bevat; wanneer gebruik wordt gemaakt van draaggolfnet kunnen twee piloten noodzakelijk zijn om de draaggolfverschuiving uit de detectiefrequentie te elimineren; in beide gevallen kan dan ook een juiste demodulatiefrequentie worden afgeleid; een andere mogelijkheid om de detectiefrequentie af te leiden is uit de niveau-overgangen in het gedemoduleerde datasignaal, wanneer deze tenminste in voldoende mate aanwezig zijn. Voor dit laatste kan gezorgd worden door een geschikte lijncode te gebruiken, of door toepassing van een scrambler.

De amplitude- en de groeplooptijdkarakteristiek van een kanaal kunnen verder verbeterd worden door het gebruik van effenaars, zowel bij gebruik van kanalen met M 102-kwaliteit als op normale kanalen. De eenvoudigste vorm is een vaste effenaar die is berekend op de gemiddeld voorkomende kanaalkarakteristieken. Op vaste verbindingen, dus verbindingen zonder schakelmogelijkheden, kan een met de hand instel-

bare effenaar gebruikt worden, die afgeregeld wordt bij installatie van de verbinding. Wanneer dit onvoldoende is, kan een automatische effenaar gebruikt worden. Dan wordt bij de aanvang van elk informatietransport de effenaar automatisch zo goed mogelijk ingesteld en tijdens het transport niet meer gewijzigd. Wanneer de veranderingen van de kanaalkarakteristieken tijdens dit transport groter zijn dan kan worden toegestaan, is een automatische adaptieve effenaar nodig. Ook deze stelt zich voor de aanvang van het informatietransport automatisch in, maar regelt zich bovendien bij tijdens dit transport, indien noodzakelijk.

Voor verschillende transmissiesnelheden zijn modems gestandaardiseerd door CCITT. Hierdoor is het mogelijk op die snelheden te werken zonder dat men er precies mee op de hoogte is welke apparatuur de andere partij heeft staan; de modemspecificaties zijn identiek.

Voor synchrone transmissie tot 200 baud is in aanbeveling V 21, een gestandaardiseerde modem die over één aderpaar full duplex kan werken. De modulatiemethode van beide kanalen is FSK. De modem is bedoeld voor gebruik op geschakelde verbindingen.

Eveneens voor asynchrone transmissie is de modem beschreven in V 23 en bedoeld voor geschakelde verbindingen. De transmissiesnelheid in één richting is 1200 baud, en in de andere richting is het 75 baud. Dit kanaal kan gebruikt worden voor foutdetectie. Wanneer de geschakelde verbinding niet voldoende kwaliteit heeft om op 200 baud te kunnen werken, biedt de modem de mogelijkheid terug te gaan naar 600 baud. De modulatiemethode in beide richtingen is FSK.

Voor synchrone transmissie op vaste verbindingen is de V 26-modem gestandaardiseerd, die met een transmissiesnelheid van 2400 b/s werkt in één richting. In de andere richting is een asynchroon, 75 baud retourkanaal aanwezig, identiek aan het retourkanaal van de V 23-modem. Als modulatiemethode zijn twee typen 4-fase-modulatie in gebruik nl. type A dat fasesprongen van 0° , $+90^\circ$, $+180^\circ$ en $+270^\circ$ kent en type B dat met fasesprongen van $+45^\circ$, $+135^\circ$, $+225^\circ$ en $+315^\circ$ werkt. Over enige jaren zal slechts nog de type B-modulatie gestandaardiseerd zijn.

In V 26-bis is een 2400 b/s modem gestandaardiseerd, die grotendeels overeenkomt met de V 26-modem met type B-modulatie, en die bedoeld is voor gebruik op geschakelde verbindingen. Bij onvoldoende kwaliteit van de verbinding kan nu teruggegaan worden naar 1200 b/s, 2-fase-modulatie. Voorts zal deze modem worden uitgerust met een vaste effenaar die berekend is op de gemiddelde kanaalkarakteristieken.

Voor datatransmissie met 4800 b/s is in V 27 een modem met 8-fase-modulatie vastgelegd. De fasesprongen bedragen $n \times 45^\circ$ ($n = 0, 1, \dots, 6$). Het retourkanaal is gelijk aan dat van de V 23-modem. Gebruik van een scrambler is noodzakelijk. Vooralsnog zal de ontvanger worden uitgerust met een met de hand instelbare effenaar. De modem is bedoeld voor gebruik op vaste verbindingen.

Voor de snelheid van 48 kb/s over primaire groep circuits is voorlopig een modem gestandaardiseerd in V 35. Deze aanbeveling staat echter nadrukkelijk nog open voor veranderingen. Daarom zijn 48 kb/s modems ontworpen met een andere modulatiemethode dan die in V 35 wordt genoemd. In V 35 is sprake van VSB-modulatie met een piloottoon op 100 kHz. De onderzochte, alternatieve modulatiemethode wordt aangeduid als digitale echo-modulatie. Hierop zal nu eerst breder worden ingegaan.

Bij deze methode wordt in principe als volgt te werk gegaan: het gewenste frequentiespectrum $S(f)$ wordt gekozen. Met de Fourier-transformatie kan de bijbehorende tijdsfunctie $s(t)$ worden berekend. Een redelijke benadering van de gewenste $s(t)$ wordt gerealiseerd en hiermee is ook een benadering van het gezochte frequentiespectrum $\{f\}$ verkregen.

$s(t)$ wordt gegenereerd met een schuifregister. De binaire datastroom $d_i(t)$ wordt met frequentie $\frac{1}{T}$ in het register geschoven. Alle uitgangen van het register worden gewogen met een factor c_n . Na sommatie onder besturing van een klok $g(t - nT)$ krijgen

$$e: s'_i(t) = d_i \sum_{n=-N_1}^{+N_2} c_n \cdot g(t - nT) \text{ waaruit met } s'_i(t) = d_i \cdot s'(t) \text{ volgt:}$$

$$s'(t) = \sum_{n=-N_1}^{N_2} c_n \cdot g(t - n\tau). \text{ Dit geeft na Fourier-transformatie}$$

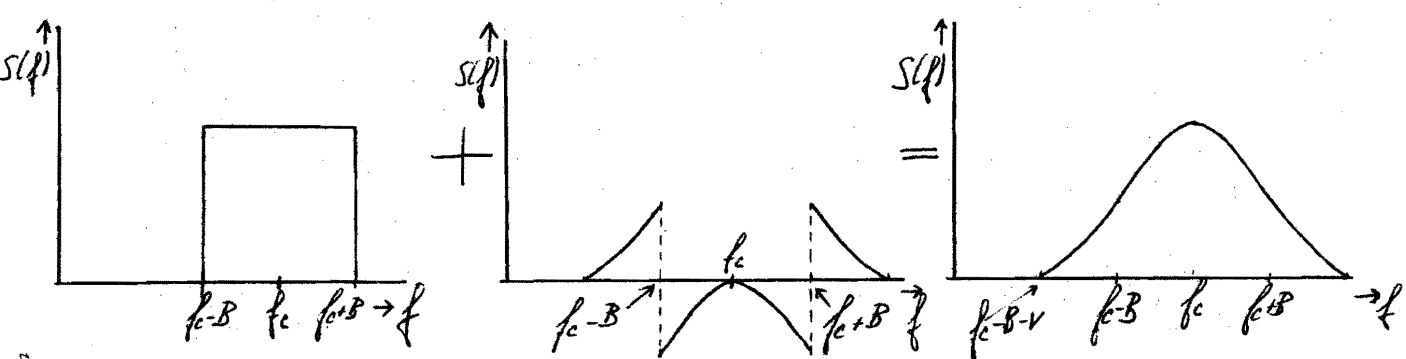
$$S'(f) = G(f) \sum_{n=-N_1}^{N_2} c_n \cdot e^{-2\pi j f n \tau} = G(f) \cdot S'_0(f)$$

Hierin blijkt $S'_0(f)$ een periodiek spectrum met periode $\frac{1}{\tau}$ te zijn. Deze periodiciteit ontstaat door de schuiffrequentie van het register. Nu voeren we de volgende veronderstellingen in: het aantal positieve weegfactoren is gelijk aan het aantal negatieve en alle weegfactoren zijn reëel. Voorts nemen we aan dat de weegfactoren even zijn, d.w.z. $c_n = a_n = a_{-n}$. Dit houdt in dat het spectrum dat gerealiseerd wordt een lineaire fasekarakteristiek heeft. Voor $S'_0(f)$ kan nu geschreven worden:

$$S'_0(f) = \sum_{n=-N}^{+N} a_n \cdot e^{-2\pi j f n \tau} \text{ met } a_n = \tau \int_{-\frac{1}{2}\tau}^{+\frac{1}{2}\tau} S'_0(f) \cdot e^{+2\pi j f n \tau} df. \text{ Hieruit kan voor } a_n$$

worden gevonden: $a_n = \tau \int_{-\infty}^{\infty} S(f) \cdot e^{+2\pi j f n \tau} df = \tau \cdot s(n\tau)$. De grootte van de weegfactoren, na normalisatie op $a_0 = 1$, bedraagt dan $a_n = \frac{s(n\tau)}{s(0)}$. Op deze wijze kan elk gewenst spectrum $S(f)$ worden gerealiseerd, zij het dat de nauwkeurigheid aan beperkingen onderhevig is.

Wanneer de datasnelheid f b/s bedraagt, kan volgens Nyquist volstaan worden met de realisatie van een rechthoekig spectrum ter breedte van $\frac{1}{2}f$ Hz. Op de uitleesmomenten van de datastroom komt dan geen intersymbool-interferentie voor. Echter de tijd-functie beh. bij het rechthoekig spectrum strekt zich uit over een vrij lange tijd. Eveneens volgens Nyquist, zal ook geen intersymbool-interferentie op de uitleesmomenten optreden als het rechthoekige spectrum een symmetrische roll-off gegeven wordt, zie onderstaande figuur.



Op deze wijze kunnen naast een rechthoekig spectrum, spectra in de vorm van een driehoek, een trapezium, een Gaussse-kromme, een raised-cosine functie worden gerealiseerd. Ook de frequentiebreedte van de roll-off functie kan willekeurig worden gekozen: de vier delen van de roll-off functie hebben elk een breedte van V Hz. Al deze mogelijke spectra hebben gemeen dat zij een lineaire fasekarakteristiek hebben, dat zij even-symmetrisch zijn rond $f = 0$, en dat elk van de beide spectrumdelen even-symmetrisch is rond $|f| = f_c$. De tijd-functie $s(t)$ kan dan geschreven worden als $h(t) \cos 2\pi f_c t$. $S(f)$ kan dus gedacht worden te zijn ontstaan door modulatie met f_c

van een basisbandspectrum $M(f)$. We gaan nu eerst zien welk verband er bestaat tussen de breedte van het rechthoekige spectrum $2B$ en de centrale frequentie f_c . Dit verband wordt uitgedrukt door de positiefactor r ; $f_c = rB$. Als de datasnelheid wordt gegeven als $\frac{1}{T}$ b/s, dan geldt: $B = \frac{1}{4T}$. Terugkerend naar de uitdrukking $s(t) = h(t) \cos 2\pi f_c t$, kunnen uitdrukkingen afgeleid worden voor de nulpunten van $s(t)$. $h(t)$, de tijdfunctie van het basisbandspectrum heeft nulpunten voor $t = \frac{i}{2B}$ ($|i| = 1, 2, \dots$) d.i. voor $t = 2iT$ met $|i| = 1, 2, \dots$. $\cos 2\pi f_c t$, de modulatiefrequentie, heeft nulpunten voor $t = \frac{2\ell - 1}{4f_c}$ ($|\ell| = 1, 2, 3, \dots$) d.i. voor $t = \left(\frac{2\ell - 1}{r}\right) \cdot T$ ($|\ell| = 1, 2, \dots$)

Als we beide uitdrukkingen voor de nulpunten met elkaar vergelijken, dan zien we dat tussen twee opeenvolgende nulpunten van $h(t)$, r nulpunten van $\cos 2\pi f_c t$ liggen. Verder zien we dat de tijd tussen twee opeenvolgende nulpunten van $h(t)$, $2T$ is, terwijl de datasnelheid $\frac{1}{T}$ b/s bedraagt. Door de modulatie met $\cos 2\pi f_c t$ ontstaan nulpunten tussen de nulpunten van $h(t)$ en deze kunnen nu benut worden om de gemiddelde afstand tussen twee nulpunten in $s(t)$ gelijk te maken aan T , wat overeenkomt met een datasnelheid van $\frac{1}{T}$ b/s. Dus door de modulatie van het basisbandsignaal, ontstaan in het gemoduleerde signaal, voldoende nulpunten om $\frac{1}{T}$ b/s te kunnen verzenden, zó dat zij aan de ontvangzijde zonder intersymbool-interferentie gedetecteerd kunnen worden. Als r geen geheel getal is, dan, zo blijkt uit het voorgaande, zou uitgelezen moeten worden met twee uitleesklokken van verschillende frequentie. Dit is geen aanvaardbare oplossing. Als r een oneven getal is, introduceert de modulatiefrequentie een nulpunt dat precies tussen twee opeenvolgende nulpunten van $h(t)$ is gelegen. In dat geval kan de data uitgelezen worden met één klok met frequentie $\frac{1}{T}$ Hz. Als r een even getal is, moet de datastroom uitgelezen worden met twee klokken met frequentie $\frac{1}{2T}$ Hz en een zeker onderling faseverschil. De gunstigste positie voor het spectrum is dus die waarbij $r = f_c/B$ oneven is. De waarden $r = 3$ en $r = 7$ hebben praktische toepassing gevonden.

Een andere belangrijke parameter van deze modulatiemethode is de factor m ;

$m = \frac{1}{f_c T}$ met f_c = centrale frequentie van $S(f)$ en $\frac{1}{T}$ is de schuiffrequentie van het register. Door de eindige schuiffrequentie ontstaat het spectrum $S(f)$ niet alleen rond $f = 0$, maar ook rond $f = \frac{n}{T}$ ($|n| = 1, 2, \dots$). $f = \frac{n}{T} = nmf_c$ ($|n| = 1, 2, \dots$). Bij een gegeven f_c bepaalt de factor m dus bij welke frequenties, de eerste en de volgende herhalingen van $S(f)$ vallen. m heet de periodiciteitsfactor. De gebruikelijke keuze is $m = 4$. Alle oneven weegfactoren blijken nu gelijk aan nul te worden, terwijl de even weegfactoren samenvallen met de maxima en de minima van $s(t)$.

We willen nu terugkeren tot het frequentiespectrum dat aan de uitgang van het schuifregister met zijn weegfactoren en sommatie werd verkregen nl.:

$$S'(f) = G(f) \sum_{n=-N_1}^{+N_2} c_n \cdot e^{-2\pi j f n T} = G(f) \cdot S'_0(f). \quad \text{We veronderstellen weer dat het aantal}$$

positieve weegfactoren gelijk is aan het aantal negatieve en dat alle factoren reëel zijn. Zij zijn echter niet meer even. Elke weegfactor c_n bestaat nu uit een even deel a_n en een oneven deel b_n . $S'_0(f)$ kan nu geschreven worden als:

$$a_0 + 2 \sum_{n=-N}^N a_n \cos 2\pi f n T + 2j \sum_{n=-N}^{+N} b_n \sin 2\pi f n T. \quad \text{Ook } S'_0(f) \text{ kan in een even reëel deel}$$

en een oneven imaginair deel gesplitst worden:

$S'_0(f) = |S'_0(f)| e^{-j\phi(f)} = |S'_0(f)| \cos \phi(f) - j |S'_0(f)| \sin \phi(f)$. Voor a_n en b_n kan nu worden afgeleid:

$$a_n = \tau \int_{-\infty}^{\infty} |S(f)| \cos \phi(f) \cos 2\pi f n \tau \, df \quad \text{en} \quad b_n = -\tau \int_{-\infty}^{\infty} |S(f)| \sin \phi(f) \sin 2\pi f n \tau \, df$$

a_n en b_n worden weer genormaliseerd met $a_0 = 1$. De grootte van de weegfactoren is nu

$$c_n = a_n + b_n \quad \text{en} \quad \underline{c}_n = a_n - b_n, \quad c_0 = a_0 = 1.$$

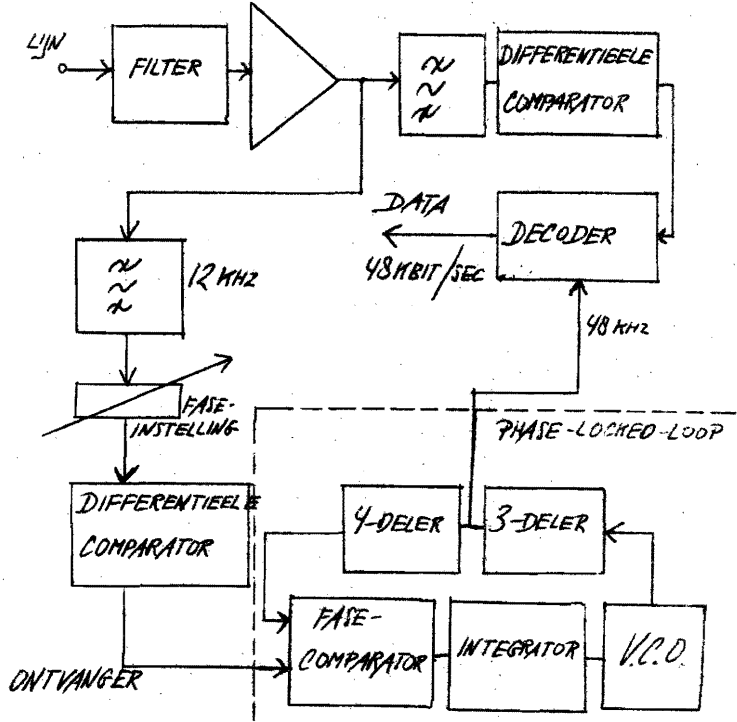
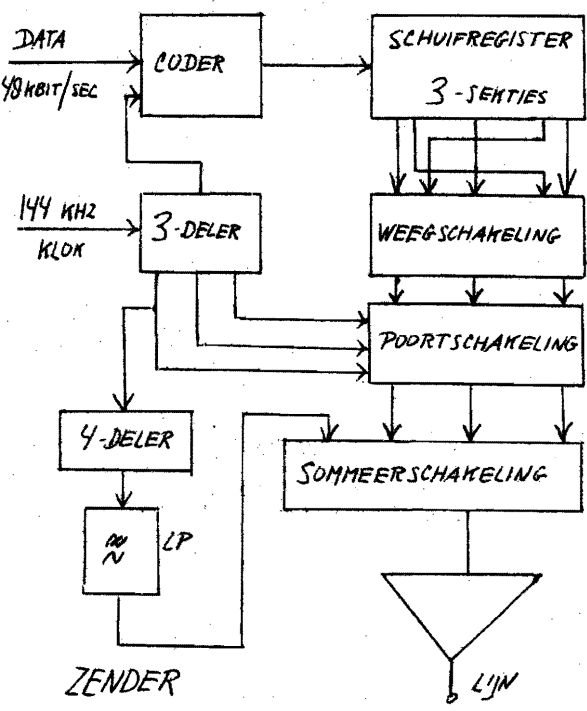
Het aantal weegfactoren dat verschillend is, is nu wel groter geworden. De positieve en de negatieve weegfactoren zijn nu niet meer aan elkaar gelijk, omdat zij samengesteld zijn uit een even en een oneven deel. Verder zullen de weegfactoren met oneven volgnummer, die in het geval van een lineaire fasekarakteristiek steeds nul waren, hier in het algemeen ongelijk aan nul zijn. Door overgang op een spectrum $S(f)$ met een niet-lineaire fasekarakteristiek wordt dus in het algemeen het aantal verschillende weegfactoren vier maal zo groot. Bewezen kan worden dat hierop één uitzondering is: als de te realiseren frequentiekarakteristiek even-symmetrisch en de gewenste fasekarakteristiek oneven-symmetrisch is ten opzichte van f_c wordt het aantal verschillende weegfactoren slechts tweemaal zo groot. De weegfactoren met oneven volgnummer blijven dan gelijk aan nul. Deze technieken kunnen gebruikt worden om modems aan de zenzijde van een vaste effenaar te voorzien. Een voordeel van deze modulatietechniek in het algemeen is dat de modulator bijna geheel met digitale bouwstenen en met weerstanden opgebouwd kan worden.

Deze modulatiemethode is toegepast in een tweetal modems voor 48 kb/s. De eerste modem is bedoeld voor gebruik op verbindingen waarin geen draaggolfsecties voorkomen; gedacht moet worden aan lokale verbindingen of verbindingen binnen één sector. De modem kan voor full-duplex verkeer gebruikt worden op een vaste vierdraadsverbinding. Selectie van aderpennen in verband met overspraak-eigenschappen is niet nodig. Op verbindingen tussen abonnee en centrale kan een afstand van maximaal ≈ 8 km overbrugd worden zonder van versterking onderweg gebruik te maken. Op verbindingen tussen centrales bedraagt deze afstand ≈ 16 km dank zij de dikkere aders die daar gebruikt worden.

Het spectrum van deze modem ligt rond de centrale frequentie $f_c = 36$ kHz en heeft in de rechthoekige vorm een breedte van 24 kHz. Door de raised-cosine tijd functie krijgt de hoofdlob van het spectrum een totale breedte van 48 kHz, nl. van 12 tot 60 kHz. Als 24 kHz gelijk moet zijn aan $2B$ volgt hieruit dat $B = 12$ kHz. f_c is 36 kHz dus $\tau = f_c/B = 3$. De schuifrequentie van het register is 144 kHz, dus $m = i/f_c \tau = 4$; het spectrum rond $f = 0$, herhaalt zich dus rond $f = 144$ kHz en zijn veelvouden. Alleen de weegfactoren a_0 , a_{+1} en a_{+2} zijn uitgevoerd. Aan een spectrum wordt een 12 kHz piloottoon toegevoegd om detectie aan de ontvangzijde mogelijk te maken. De foutenkans op een sectie met de maximaal toegestane lengte is gemiddeld 10^{-7} . De modem is verder zeer eenvoudig om tot een andere datasnelheid te komen zoals b.v. 56 kb/s, 60 kb/s, 64 kb/s of 72 kb/s.

De ontvanger leest direct de data uit zonder een vorm van demodulatie toe te passen. De hiertoe benodigde klok wordt met een phase-locked-loop uit de 12 kHz piloottoon afgeleid. De blokschema's van de zender en van de ontvanger zijn op de volgende pagina getekend.

De genoemde modulatiemethode is ook toegepast in een modem met een snelheid van 48 kb/s en bedoeld voor gebruik op draaggolfverbindingen. De modem gebruikt een primaire groep als transmissiekanaal en moet dus een spectrum afgeven dat begrensd is tussen 60 en 108 kHz. Buiten deze band wordt een hoge onderdrukking van eventuele spectrumcomponenten geëist. Deze modulatiemethode heeft hier het voordeel dat



aan deze eisen voldaan kan worden zonder gebruik te maken van scherpe filters die veel groeplooptijdvervorming introduceren; een vrij scherp begrensd spectrum kan gerealiseerd worden met tegelijkertijd een lineaire fasekarakteristiek. Daarenboven geeft deze methode nog de mogelijkheid groeplooptijdvervorming die veroorzaakt wordt door in het draaggolfsysteem reeds aanwezige filters, indien nodig te compenseren door een vooreffening van de karakteristiek in de modulator.

Versterking onderweg gebeurt in dit geval door de analoge versterkers die op regelmatige afstanden in het draaggolfnet aanwezig zijn; er worden dus nu geen regeneratieve repeaters gebruikt.

De datasnelheid bedraagt 48 kb/s, dus vereist is een rechthoekig frequentiespectrum dat 24 kHz breed is; dus $B = 12 \text{ kHz}$. Met $f_c = 84 \text{ kHz}$ volgt hieruit dat $r = 7$. De schuiffrequentie van het register is 336 kHz, dus $m = 4$. Voor het rechthoekig spectrum is een roll-off gekozen (zg. roll-trap) met $V = 1$ die de spectrumprodukten buiten de 60 tot 108 kHz-band zo gering mogelijk maakt; het totale spectrum wordt hierdoor juist 48 kHz breed. Gerealiseerd worden de weegfactoren $a_0, a_{+1}, a_{+2}, \dots, a_{+13}$.

Beide modems zijn uitgebreid beproefd op diverse trajecten en hebben bewezen een bruikbare oplossing te zijn.

EEN AUTOMATISCHE FREKWENTIE-DOMEIN EGALISATOR UITGEVOERD
MET ANALOGE CODE-FILTERS

door

P. van der Wurf

Natuurkundig Laboratorium

N.V. Philips' Gloeilampenfabrieken

Eindhoven - Nederland

1. Inleiding

Een egalisator corrigeert de amplitude- en faze-karakteristieken van een transmissieweg opdat deze aan een bepaald criterium voldoen. Voor pulstransmissie is dit veelal een vlakke amplitude-karakteristiek en een lineaire fazekarakteristiek.

We onderscheiden "preset equalizers" en "adaptive equalizers".

Bij het eerste type wordt, voordat het informatiesignaal wordt aangeboden, een speciaal testsignaal uitgezonden waarop de egalisator zich instelt. Tijdens de transmissie van het informatiesignaal blijft de instelling van de egalisator ongewijzigd. Het is van belang om de insteltijd kort te houden t.o.v. de duur van het informatiesignaal. Het adaptieve type is in staat zich tijdens de informatie overdracht aan te passen aan eventuele veranderingen van de transmissieweg. Deze veranderingen worden waargenomen door een met het informatiesignaal meegezonden testsignaal, of het informatiesignaal zelf, voortdurend te analyseren.

De hier beschreven egalisator onderscheidt zich van vele andere in de literatuur beschreven egalisatoren, omdat het algoritme waarmee de juiste instelling gevonden wordt gebruik maakt van frekwentiedomein beschrijvingen van signalen en netwerken. Dit principe leidt tot een bijzonder snelle en nagenoeg optimale, egalisatie.

2. Een sinus-vormig testsignaal

We veronderstellen dat een sinus-vormig testsignaal, met bekende amplitude en fase wordt gebruikt:

$$S_1(t) = a_k \cos(\omega_k t + \alpha_k)$$

Ten gevolge van de amplitude- en fase-distorsie van het kanaal wordt dit testsignaal ontvangen als:

$$S_2(t) = b_k \cos(\omega_k t + \beta_k)$$

Aannemende dat we aan de ontvangkant beschikken over de twee regelspanningen $e_1 = b_k \cos(\alpha_k - \beta_k)$

$$\text{en } e_2 = -b_k \sin(\alpha_k - \beta_k)$$

(1)

dan is het mogelijk de fazedistorsie ongedaan te maken door de vorming van het signaal:

$$S_3(t) = e_1 \cdot b_k \cos(\omega_k t + \beta_k) + e_2 \cdot b_k \sin(\omega_k t + \beta_k) \quad (2)$$

waarbij het signaal $b_k \sin(\omega_k t + \beta_k)$ uit het ontvangen testsignaal verkregen wordt door dit over 90° in fase te verschuiven (fig. 1a). Uit (1) en (2) volgt:

$$S_3(t) = b_k^2 \cos(\omega_k t + \alpha_k)$$

waaruit blijkt dat de fazedistorsie gecorrigeerd is. De regelspanningen worden gevonden als de gelijkstroomterm van de produkten:

$$b_k \cos(\omega_k t + \beta_k) \cdot \cos(\omega_k t + \alpha_k)$$

$$\text{en } b_k \sin(\omega_k t + \beta_k) \cdot \cos(\omega_k t + \alpha_k)$$

(3)

die worden gevormd als aangegeven is in de onderste helft van figuur 1a.

De aanwezigheid van een referentiesignaal $r(t) = \cos(\omega_k t + \alpha_k)$ houdt in dat een synchronisatie tussen zender en ontvanger noodzakelijk is.

De resulterende amplitudedistorsie kan op eenvoudige wijze gecorrigeerd worden met een soort AVR-schakeling waarvan de versterkingsfactor ingesteld wordt op a_k/b_k^2 . De factor a_k is de amplitude van het uitgezonden testsignaal, waarvan de grootte aan de ontvangzijde bekend is.

b_k^2 wordt gevonden als de som van de kwadraten van het ontvangen testsignaal en de over 90° in fase verschoven versie daarvan. (Soms is het handiger de faktor a_k/b_k^2 op te nemen in de regelspanningen e_1 en e_2 , zoals bijv. in figuur 3).

Figuur 1b geeft een variant op figuur 1a. Hier worden e_1 en e_2 gevormd door de signalen $b_k \cos(\omega_k t + \beta_k)$ en $b_k \sin(\omega_k t + \beta_k)$ op het juiste tijdstip te bemonsteren. Het circuit is sneller d.w.z. de spanningen e_1 en e_2 worden sneller gevonden dan in het circuit van figuur 1a, dat trager is t.g.v. de RC-tijd van het filter waarmee e_1 en e_2 uit de produkten (3) en (4) worden gevonden. Daartegenover staat dat het circuit van figuur 1a zich leent voor toepassing in een adaptieve egalisator (zie par. 7).

3. De synthese van het correctienetwerk $E(\omega)$

Rekening houdend met het feit dat de overdrachtsfunctie van het 90° fazedraaiend netwerk geschreven kan worden als $-j \operatorname{sgn}(\omega)$ vinden we voor $\omega = \omega_k$; $\omega_k > 0$ dat het netwerk van figuur 1a gekarakteriseerd wordt door een complex getal $E(\omega_k) = a_k/b_k^2 (e_1 - j e_2)$ (4) of, gebruik makend van uitdrukking (1): $E(\omega_k) = a_k/b_k \exp[j(\alpha_k - \beta_k)]$ (5) Voor de frekwentie ω_k is de gewenste correctiefactor het complexe getal $E(\omega_k)$. Op dezelfde wijze als voor $\omega = \omega_k$ kunnen we nu voor een aantal discrete frekwenties $\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_k, \dots$ de gewenste correctiefactor $E(\omega_0), E(\omega_1), \dots, E(\omega_k), \dots$ bepalen. We nemen voorlopig aan dat de frekwenties $\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_k, \dots$ equidistant over de gehele transmissieband van het kanaal verdeeld zijn. De vraag is nu hoe we een correctienetwerk vinden met een continue frekwentiekarakteristiek $E(\omega)$, die op de frekwenties van de testsignalen de gewenste correctiefactor vertoont.

We maken gebruik van het sample-theorema in het frekwentiedomein. Dit theorema zegt dat de frekwentiefunctie $F(\omega)$ geheel bepaald kan worden uit de waarden $F(\frac{k\pi}{T})$ op equidistante frekwenties met behulp van de relatie:

$$F(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} F\left(\frac{k\pi}{T}\right) \cdot \frac{\sin(\omega T - k\pi)}{(\omega T - k\pi)} \quad (6)$$

aangenomen dat $f(t)$, de inverse-fouriergetransformeerde van $F(\omega)$, van eindige duur is volgens: $f(t) = 0$ voor $|t| > T$

Uit (6) concluderen wij dat de gezochte overdrachtsfunctie $E(\omega)$ gevonden wordt uit:

$$E(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} E(\omega_k) \cdot \frac{\sin(\omega - \omega_k)T}{(\omega - \omega_k)T} ; \omega_k = \frac{k\pi}{T}$$

of

$$\operatorname{Re}\{E(\omega)\} = \operatorname{Re}\{E(0)\} \frac{\sin \omega T}{\omega T} + \sum_{k=1}^{\infty} \operatorname{Re}\{E(\omega_k)\} \left\{ \frac{\sin(\omega - \omega_k)T}{(\omega - \omega_k)T} + \frac{\sin(\omega + \omega_k)T}{(\omega + \omega_k)T} \right\}$$

$$\text{en } \operatorname{Im}\{E(\omega)\} = \sum_{k=1}^{\infty} \operatorname{Im}\{E(\omega_k)\} \left\{ \frac{\sin(\omega + \omega_k)T}{(\omega + \omega_k)T} - \frac{\sin(\omega - \omega_k)T}{(\omega - \omega_k)T} \right\} \quad (7)$$

Uit (7) blijkt dat $E(\omega)$ opgebouwd kan worden met behulp van een aantal elementaire filtereenheden R_k en I_k waarvoor geldt:

$$R_k = \frac{\sin(\omega - \omega_k)T}{(\omega - \omega_k)T} + \frac{\sin(\omega + \omega_k)T}{(\omega + \omega_k)T}$$

en

$$I_k = \frac{\sin(\omega + \omega_k)T}{(\omega + \omega_k)T} - \frac{\sin(\omega - \omega_k)T}{(\omega - \omega_k)T}$$

Bedenk dat

$$\operatorname{Re}\{E(\omega_k)\} = \frac{a_k}{b_k} \cos(\alpha_k - \beta_k)$$

en

$$\operatorname{Im}\{E(\omega_k)\} = \frac{a_k}{b_k} \sin(\alpha_k - \beta_k)$$

Een deel van het aldus opgebouwde correctienetwerk $E(\omega)$ is weergegeven in figuur 2.

4. Parallel transmissie van testsignalen.

Uit het voorgaande bleek reeds dat het noodzakelijk is op diverse frekwenties een testsignaal uit te zenden om de gewenste correctiefactor voor deze frekwenties te kunnen bepalen. Om de tijd die het zal nemen om de egalisator in te stellen te bekorten, passen we paralleltransmissie van testsignalen toe. Indien daarbij voor de frekwenties een harmonische relatie gekozen wordt, kan het uit te zenden testsignaal bestaan uit een eenvoudig periodiek signaal, bijvoorbeeld een periodiek uitgezonden enkele puls.

Wanneer we ons nu realiseren dat:

- a) het elementaire filter R_k geen damping geeft voor $\omega = \pm \omega_k$ en een oneindig grote damping voor $\omega = \pm \omega_l ; l \neq k$
- b) het filter I_k dezelfde eigenschap heeft, maar bovendien een fazedraaiing van 90° over de gehele transmissieband geeft, dan is duidelijk dat de filters R_k en I_k tevens gebruikt kunnen worden als filterbank om de diverse sinus-vormige testsignalen van elkaar te scheiden en afzonderlijk te behandelen, waarbij de filters I_k voor de gewenste 90° fase draaiing van het ontvangen testsignaal zorgen.

We komen dan tot een opbouw van de egalisator als in figuur 3, waarin één van de paralleltakken is weergegeven.

5. Transversale filters en analoge codefilters

Het is niet realistisch te veronderstellen dat de elementaire filters R_k en I_k in conventionele techniek met spoelen en condensatoren uitgevoerd kunnen worden. De eigenaardige karakteristieken van R_k en I_k blijken zich echter bijzonder elegant te laten realiseren als we voor R_k en I_k transversale filters kiezen.

In een transversaal filter wordt het uitgangssignaal gevormd door een lineaire combinatie van vertraagde versies van het ingangssignaal (zie figuur 4a)

De overdrachtsfunctie is $H(\omega) = \sum_{k=0}^{2M} c_{k-M} e^{-j\omega k\tau}$

$$\text{of } H(\omega) = \left[\sum_{m=-M}^M c_m e^{-j\omega m\tau} \right] e^{-j\omega M\tau} \quad (8)$$

waarin τ de tijdsvertraging tussen twee naburige aftakkingen is en $2M+1$ het aantal aftakkingen aan de vertraginglijn.

De factor $\exp(-j\omega M\tau)$ is een gevolg van de frekwentieonafhankelijke vertraging van het filter en kan veelal zonder bezwaar buiten beschouwing gelaten worden. Met $c_{-k} = c_k$ kunnen we voor het gedeelte binnen de haken schrijven:

$$H_r(\omega) = c_0 + \sum_{m=1}^M 2c_m \cos \omega m\tau$$

Dit is een reële overdrachtsfunctie, zoals verlangd wordt voor de filter R_k .

Met $c_{-k} = -c_k$ ontstaat binnen de haken de overdrachtsfunctie:

$$H_i(\omega) = \sum_{m=1}^M -2j \sin \omega m \tau$$

Dit is een imaginaire overdrachtsfunctie (fazedraaiing van 90°) zoals verlangd wordt voor de filters I_k .

De overdrachtsfunctie van een transversaal filter is periodiek. De periode $\Omega = 2\pi/\tau$ waarin τ de elementaire vertragingstijd is. (Alle voorkomende vertragingen kunnen geschreven worden als een geheel veelvoud van τ .)

Voor vele filtertoepassingen zal het noodzakelijk zijn om Ω zo groot mogelijk te kiezen. Indien we ons echter beperken tot egalisatie van z.g. synchrone datasignalen (signalen waarbij de signaalelementen slechts op commando van een periodiek kloksignaal worden uitgezonden), dan blijkt de periode beperkt te kunnen blijven tot $\Omega_s = 2\pi/T_s$ waarin T_s de periode van het kloksignaal voorstelt.

Op het eerste gezicht lijkt het onjuist om aan te nemen dat het voldoende is het correctienetwerk te definiëren op een interval $\{-\pi/T_s, \pi/T_s\}$ en verder periodiek voort te zetten, als bekend is dat het pulsspectrum van het te corrigeren datasignaal zich over een groter interval uitstrekt. Toch is deze aanname correct zoals uit het volgende moge blijken:

Van een datasignaal met een pulsspectrum $N(\omega)$, dat aan het eerste Nyquist criterium voor onvervormde pulstransmissie voldoet geldt:

$$N(\omega_N - \gamma) + N(\omega_N + \gamma) = 1 \quad ; \quad |\gamma| \leq \omega_N \quad ; \quad \omega_N = \pi/T_s \quad (9)$$

(Deze formule beschrijft de typische oneven-symmetrische Nyquist-flank.) Voldoet een pulsspectrum $S(\omega)$ niet aan (9) dan kan een correctienetwerk $E(\omega)$ gevonden worden, zodanig dat:

$$S(\omega_N - \gamma) \cdot E(\omega_N - \gamma) + S(\omega_N + \gamma) \cdot E(\omega_N + \gamma) = 1$$

Deze vergelijking is ook oplosbaar als $E(\omega_N - \gamma) = E(\omega_N + \gamma)$ d.w.z. $E(\omega)$ mag periodiek zijn met periode $\Omega = 2\pi/T_s = 2\omega_N$

De transversale filters kunnen economisch en elegant uitgevoerd worden als z.g. analoge codefilters. In dit type filter wordt hetingangssignaal gecodeerd m.b.v. een analoog-digitaal omzetter (bijv. een deltamodulator). In gecodeerde vorm is het signaal binair en synchroon en kan vertraagd worden d.m.v. eenvoudige schuifregisters. In theorie zou aan iedere aftakking van de schuifregistervertraginglijn een decodeerschakeling nodig zijn, maar voor deltamodulatie bijvoorbeeld is deze decodeerschakeling een simpel lineair netwerk waardoor het mogelijk wordt te volstaan met slechts één decodeerinrichting na het vormen van de lineaire combinatie van de signalen aan de aftakkingen (fig. 4b). Een nadelig bijeffect van dit type filter is dat aan het signaal een zekere hoeveelheid kwantiseringsruis wordt toegevoegd, die echter bij juiste dimensionering altijd voldoende klein gehouden kan worden.

De D.F.T.-matrix.

Op betrekkelijk eenvoudige wijze kan berekend worden dat de elementaire filtereenheid R_k met een periodieke overdrachtsfunctie met periode $\Omega_s = 2\pi/\tau_s$ gevormd kan worden door een transversaal filter, waarbij voor de coëfficiënten $c_{k,n}$ geldt:

$$c_{k,n} = \cos 2\pi kn/N \quad (10)$$

waarbij N het aantal aftakkingen is en n loopt van $-N/2$ tot $N/2$. Gemakshalve is hier verondersteld dat het aantal aftakkingen oneven is.

Evenzo vinden we voor de filtereenheid I_k dat de coëfficiënten $s_{k,n}$ gegeven zijn door:

$$s_{k,n} = \sin 2\pi kn/N \quad (11)$$

De vertraginglijn met daaraan gekoppeld de coëfficiëntenmatrices van de diverse filters R_k en I_k zijn weergegeven in figuur 5. Uit deze figuur blijkt dat, wanneer in de vertraginglijn de signaalsamples $f(nT_s)$ zijn opgeslagen, we aan de uitgang van het filter R_k een spanning vinden die gegeven wordt door:

$$u_{R_k} = \sum_{n=-N/2}^{N/2} f(nT_s) \cos(2\pi kn/N) \quad (12)$$

en aan de uitgang van het filter I_k :

$$u_{I_k} = \sum_{n=-N/2}^{N/2} f(nT_s) \sin(2\pi kn/N) \quad (13)$$

Vergelijken we dit met de uitdrukkingen van de Discrete Fourier Transformatie (DFT):

$$F\left(\frac{k\pi}{T_s}\right) = \sum_{n=0}^{N-1} f(nT_s) \exp(-j 2\pi kn/N) \quad (14)$$

waaruit volgt:

$$\operatorname{Re}\left\{F\left(\frac{k\pi}{T_s}\right)\right\} = \sum_{n=0}^{N-1} f(nT_s) \cos(2\pi kn/N) \quad (15)$$

$$\operatorname{Im}\left\{F\left(\frac{k\pi}{T_s}\right)\right\} = -\sum_{n=0}^{N-1} f(nT_s) \sin(2\pi kn/N) \quad (16)$$

dan blijkt dat de uitdrukkingen (12), (13) en (15), (16) veel op elkaar lijken. Met een kleine modificatie in de coëfficiëntenmatrix van figuur 5 wordt het mogelijk deze "filterbank" volkomen te beschrijven met de formules (15) en (16) van de Discrete Fourier Transformatie.

Bij nadere beschouwing blijkt de modificatie daaruit te bestaan dat elk filter R_k met een factor $(-1)^k$ wordt vermenigvuldigd en elk filter I_k met een factor $(-1)^{k+1}$. Deze ingreep heeft geen invloed op de juiste werking van de totale egalisator.

Enige conclusies en opmerkingen

De beschrijving van de egalisator als een filterbank, ingeregeld met een periodiek testsignaal, kan goede diensten bewijzen om een eerste inzicht in de werking van de egalisator te krijgen.

De beschrijving met de DFT is echter het hulpmiddel bij uitstek om het gedrag van deze egalisator nader te bestuderen en vereenvoudigt aanzienlijk de diverse computersimulaties, waarbij de DFT met het snelle FFT algoritme kan worden uitgevoerd.

De beschrijving met de Discrete Fourier Transformatie leert ons dat de egalisator met een DFT uit het ontvangen signaal een analyse maakt van het frekwentiegedrag van het kanaal en daarmee een correctienetwerk $E(\omega)$ berekent.

Bestaat het testsignaal uit één enkele impuls en is de vertraginglijn voldoende lang om de impulsresponsie van het kanaal geheel op te nemen, dan is de egalisatie perfect. Is de impulsresponsie te lang voor de vertraginglijn, dan is de egalisatie niet perfect en zelfs iets minder dan met een optimale egalisator, die beschikt over hetzelfde aantal aftakkingen, bereikt kan worden.

Tegenover dit geringe nadeel staat het voordeel van een zeer snelle insteltijd. In principe behoeft men slechts te wachten tot de impulsresponsie is opgenomen in de verdragingslijn, waarna zeer snel de juist instelling van de egalisator bekend is.

De egalisator leent zich ook voor een adaptieve uitvoering. Daarbij is het noodzakelijk een periodiek testsignaal met het informatiesignaal mee te zenden. De egalisator maakt dan gebruik van een op dit testsignaal gesynchroniseerd referentiesignaal om de frekwentiekarakteristiek van het kanaal te bepalen voor een aantal discrete frekwenties. Omdat alle produkten van het informatiesignaal en het referentiesignaal als storingen op de regelspanningen e_1 en \bar{e}_2 (figuur 1) verschijnen moeten deze met een grote RC-tijd uitgemiddeld worden, hetgeen de egalisator in zijn adaptieve faze aanzienlijk minder snel maakt.

Eindhoven, 21 maart 1973

Voor het samenstellen van deze bijdrage werd gebruik gemaakt van resultaten van het werk van H.C. van den Elzen, P.J. van Gerwen, F. de Jager, R.J. Sluyter en W.A.M. Snijders, allen werkzaam op het Philips' Natuurkundig Laboratorium.

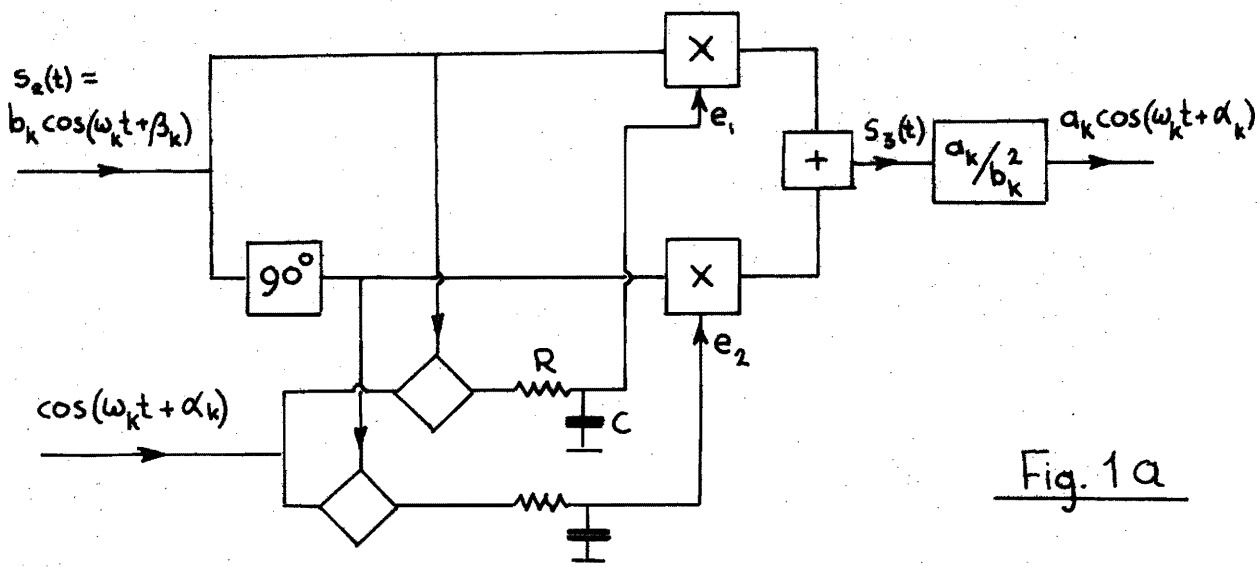


Fig. 1a

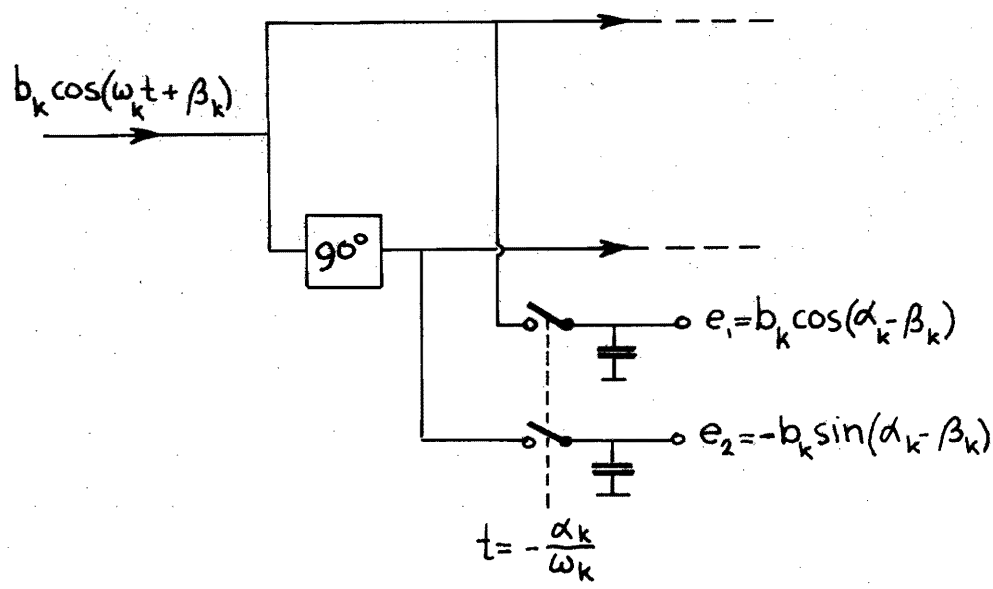


Fig. 1b

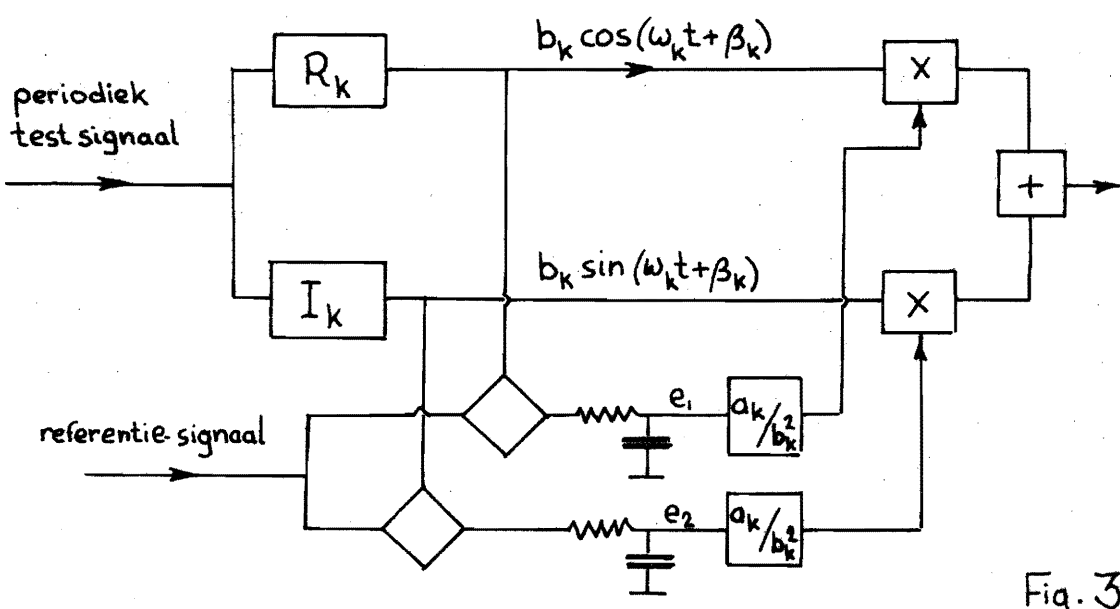


Fig. 3

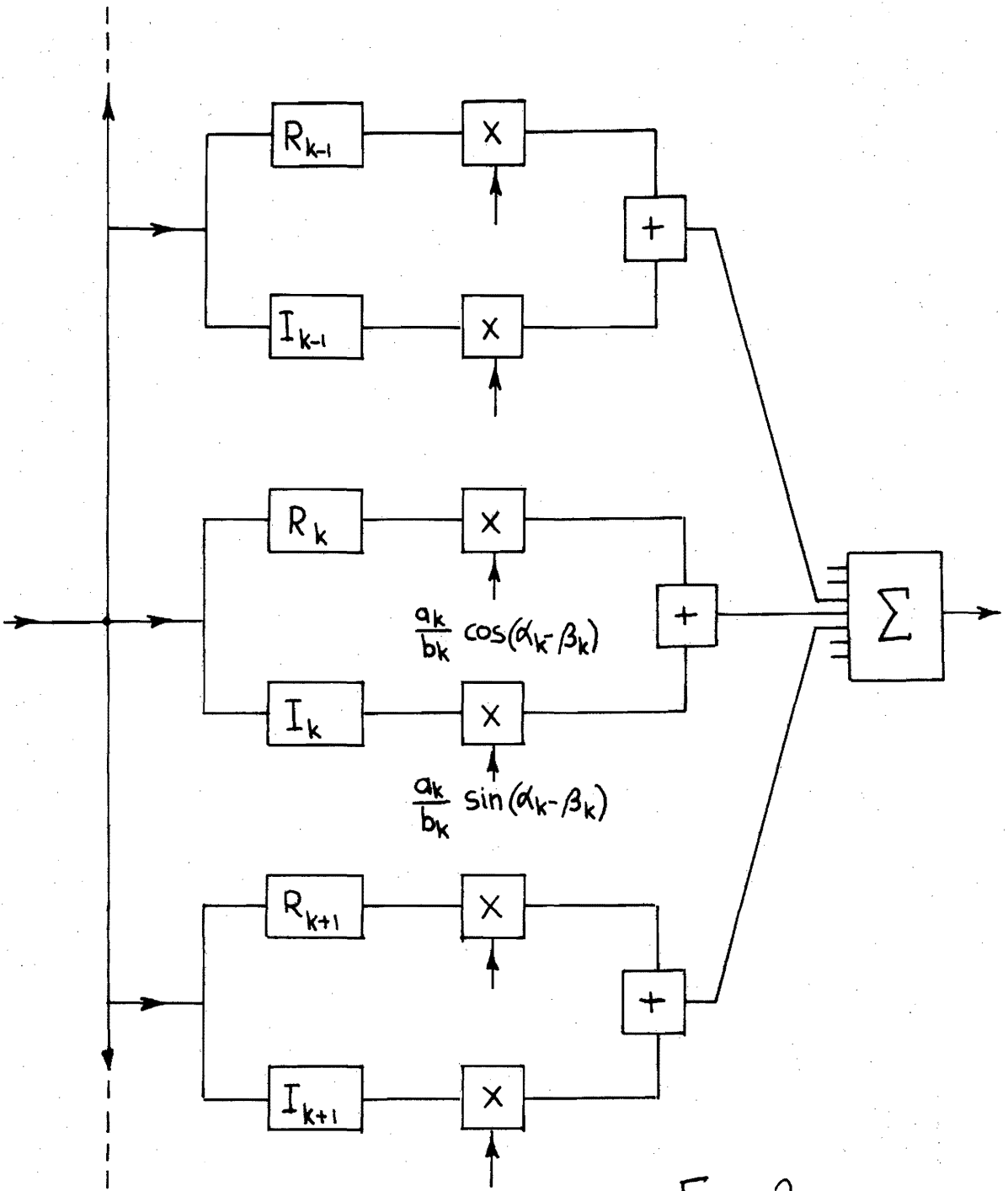
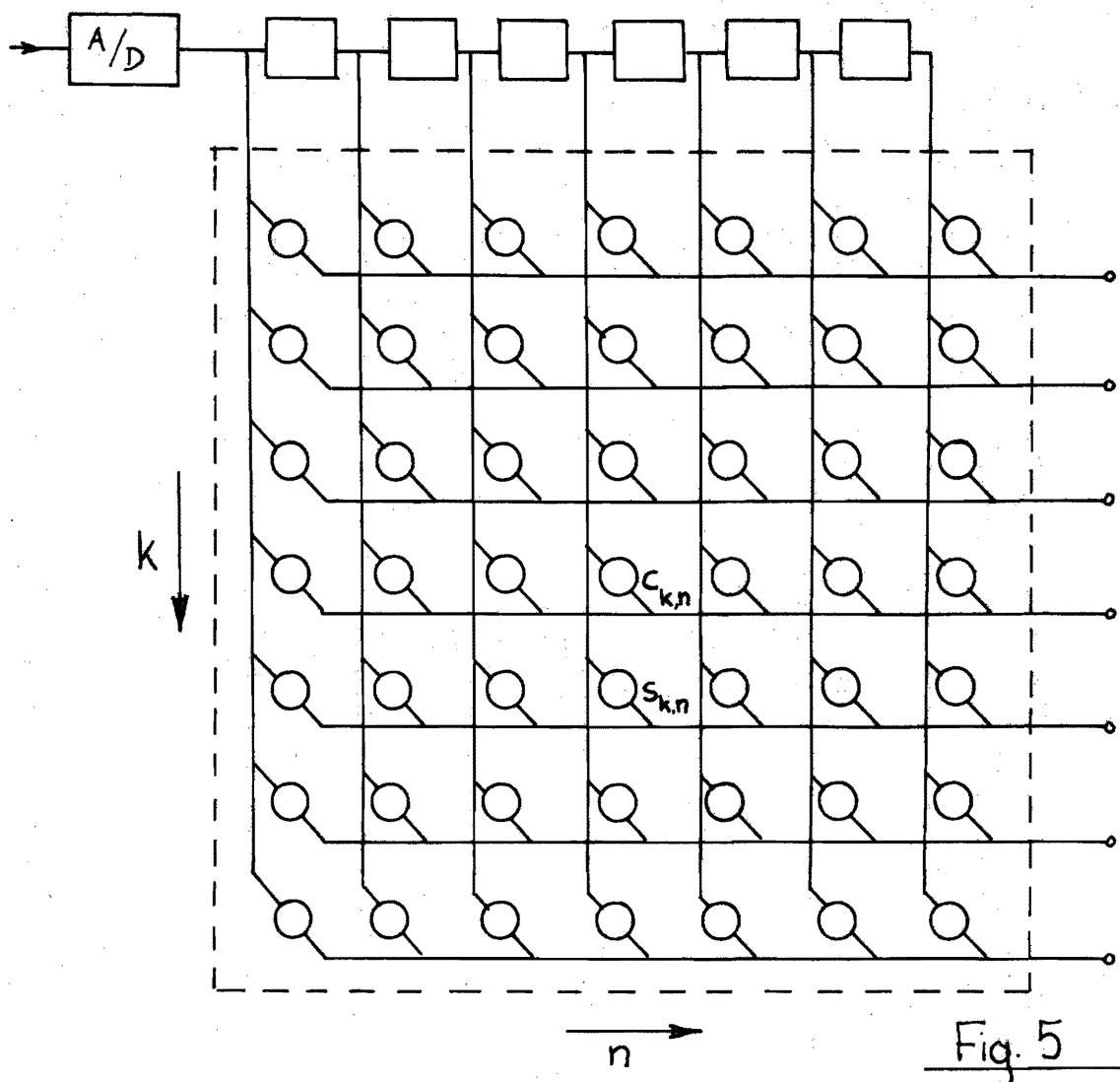
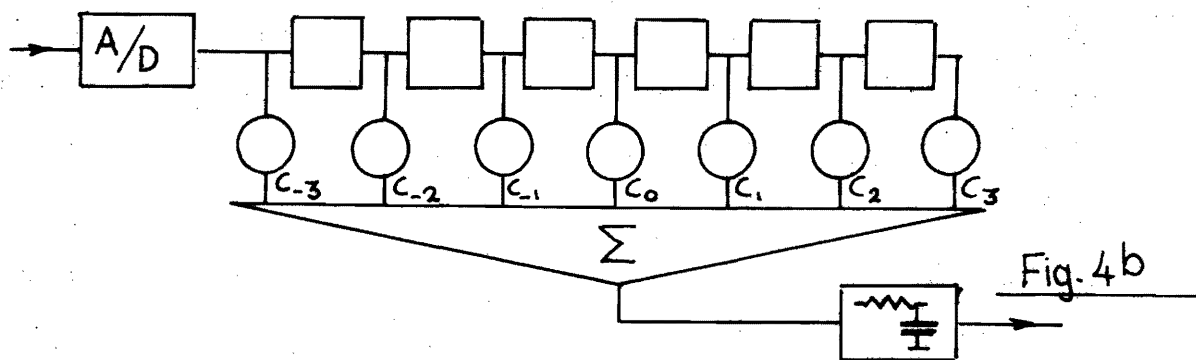
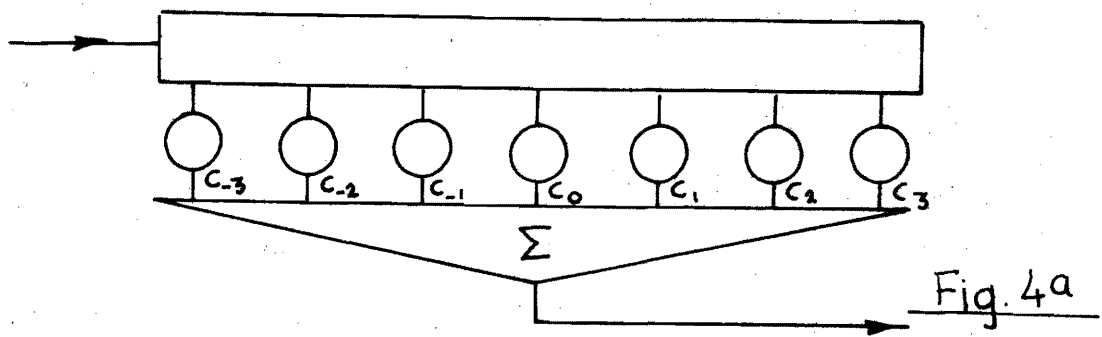


Fig. 2



An Algorithm for Source Coding

J. PIETER M. SCHALKWIJK, MEMBER, IEEE

Abstract—We derive a simple algorithm for the ranking of binary sequences of length n and weight w . This algorithm is then used for source encoding a memoryless binary source that generates 0's with probability q and 1's with probability $p = 1 - q$.

I. INTRODUCTION

ASSUME a memoryless binary information source that generates 0's with probability q and 1's with probability $p = 1 - q$. According to Shannon's noiseless coding theorem [1], the source information can be encoded using on the average $H(p)$ bits per source digit. The quantity $H(p) = -p \log_2 p - (1 - p) \log_2 (1 - p)$ is called the entropy of the information source.

The first answer to the question as to how to optimally source encode M messages with probabilities p_1, p_2, \dots, p_M into a sequence of bits was given by Huffman [2]. (See also Abramson [3].) In Huffman coding the longest sequence of bits is used to encode the least probable message, while shorter sequences are used for more probable messages, thus minimizing the average number of bits per source symbol. Huffman coding could be applied to our memoryless binary information source. Treating the source digits one at a time, the Huffman procedure would assign one bit to each source digit. By encoding n source digits at a time, i.e., $M = 2^n$ possible messages, and letting $n \rightarrow \infty$, the average number of bits per source digit approaches $H(p)$. Although the Huffman procedure is optimum for each n , it does require a relatively large amount of computation for this particular application.

The Elias block-to-variable-length source coding algorithm [4] has been analyzed in detail by Jelinek [5]. A sequence of source digits is represented by a subinterval of the interval $(0,1)$. This subinterval, the length of which is equal to the probability of the corresponding source sequence, is constructed as follows. Start with the complete $(0,1)$ interval. If the source generates a 0, the lower q th fraction of the current subinterval is retained; alternatively, if the source generates a 1, the upper p th fraction of the current subinterval is retained. The source encoding proceeds as follows. As soon as the remaining subinterval defining the source sequence lies in either $(0, \frac{1}{2})$ or $(\frac{1}{2}, 1)$, a 0 or a 1 is generated, respectively. Suppose the subinterval defining the source sequence is in $(0, \frac{1}{2})$, i.e., the first source encoded digit is a 0, then if the subinterval defining the source sequence lies in either $(0, \frac{1}{4})$ or $(\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$,

a 0 or a 1 is generated, respectively, etc. If the source sequence is n digits long, then for $n \rightarrow \infty$ the average number of bits per source digit approaches $H(p)$. For large n we expect roughly qn zeros and pn ones. The length of the remaining subinterval will then be equal to

$$q^{qn} p^{pn} = 2^{-nH(p)}. \quad (1)$$

Note that size of the subinterval decreases exponentially with n . Hence we will have to divide the source sequence into relatively short blocks to prevent errors resulting from limited accuracy when implementing this algorithm on a digital computer. When we restrict the block length n , the data reduction will fall short of $H(p)$ bits per source digit.

The algorithm to be discussed in this paper is basically a variable-length-to-block source coding algorithm.¹ The algorithm is asymptotically optimum in the sense that now we have on the average $[H(p)]^{-1}$ source digits per bit put out as the size k of the output block approaches infinity. The amount of computation required by our algorithm is comparable to the amount of computation required by the Elias algorithm. The implementation of our algorithm seems slightly more transparent. Later in the paper more will be said as to the comparison of the latter two algorithms. The source-encoding algorithm discussed here is based on a theorem concerning the ranking of binary sequences of length n having a weight w , i.e., sequences with w 1's. This theorem will be derived in the next section.

II. RANKING OF FIXED WEIGHT SEQUENCES

Consider the set $T(n, w)$ of binary sequences $t = (t_1, t_2, \dots, t_n)$ of length n and weight w , where $0 \leq w \leq n$. Let the weight w_k of the sequence $(t_k, t_{k+1}, \dots, t_n)$ be

$$w_k = \sum_{i=k}^n t_i, \quad (2)$$

where $t_i \in \{0, 1\}$, $i = 1, 2, \dots, n$. Note that $w_1 = w$ is the weight of t . Then we have the following theorem.²

Theorem 1: The binary sequences $t \in T(n, w)$ of length n and weight w can be ranked according to

$$i(t) = \sum_{k=1}^n t_k \binom{n-k}{w_k}, \quad (3)$$

where $\binom{n}{w} = 0$ for $w > n$ and $0 \leq i(t) \leq \binom{n}{w} - 1$.

Proof: The proof is by induction on the length n of

¹ One of the reviewers pointed out that with a slight modification our algorithm can be used for block-to-variable-length source coding, like Elias' algorithm.

² It was pointed out by the same reviewer that ranking of this type is known to researchers working in the areas of sorting and searching. See, for example [6].

the sequence t . For $n = 1$ we can have either $w = 0$ or $w = 1$. If $w = 0$ the only allowed sequence is $t = 0$ and (3) gives $i(0) = 0$. For $w = 1$ the only allowed sequence is $t = 1$ and (3) gives $i(1) = \binom{0}{1} = 0$. Assume that the theorem holds for each $T(n, w)$, $0 \leq w \leq n$, with $n \leq N$. We will then prove that the theorem holds for $T(N + 1, w)$, $0 \leq w \leq N + 1$. Consider the set $T_0(N + 1, w) = \{t \in T(N + 1, w); t_1 = 0\}$ of all $t \in T(N + 1, w)$ that have $t_1 = 0$. By the inductive hypothesis we can order $T_0(N + 1, w)$ according to

$$i_0(t) = \sum_{k=1}^N t_{k+1} \binom{N-k}{w_{k+1}} = \sum_{k=2}^{N+1} t_k \binom{N+1-k}{w_k}.$$

Now consider the set $T_1(N + 1, w) = \{t \in T(N + 1, w); t_1 = 1\}$ of all $t \in T(N + 1, w)$ that have $t_1 = 1$. By the inductive hypothesis we can order $T_1(N + 1, w)$ according to

$$i_1(t) = \sum_{k=1}^N t_{k+1} \binom{N-k}{w_{k+1}} = \sum_{k=2}^{N+1} t_k \binom{N+1-k}{w_k}.$$

Finally, the number of elements of $T_0(N + 1, w)$ is $\binom{N}{w}$ and $0 \leq i_0(t) \leq \binom{N}{w} - 1$. So, the total set $T(N + 1, w)$ can be ordered according to

$$i(t) = (1 - t_1)i_0(t) + t_1 \left[\binom{N}{w} + i_1(t) \right] = \sum_{k=1}^{N+1} t_k \binom{N+1-k}{w_k}. \quad \text{Q.E.D.}$$

As an example, consider the sequence $t = (010100)$ with four 0's and two 1's in the set $T(6,2)$. According to Theorem 1 we can find the rank $i(t)$ of this sequence t using the blocked array of binomial coefficients from Pascal's triangle (see Fig. 1). Start at the lower left-hand corner of the array, i.e., at $\binom{6}{2} = 15$ in Fig. 1. The leftmost digit of the sequence $t = (010100)$ is a 0. Move one step in the X direction, i.e., toward 10. The next digit is a 1. Move one step in the Y direction, i.e., toward 4, and record the number at a single step in the X direction from the current starting point 10, i.e., record 6. The next digit is a 0. Move one step in the X direction, i.e., toward 3. The next digit is a 1. Move one step in the Y direction, i.e., toward 1, and add the number at a single step in the X direction from the current starting point 3, giving $6 + 2 = 8$. The last two digits are 0's leading to no more additions. So, the result is $i(010100) = 8$.

Given the rank $i(t) = 8$, the sequence t can be found using the following reconstruction algorithm. Start again at the lower left-hand corner of the coding array, i.e., at $\binom{6}{2} = 15$ in Fig. 1. The rank 8 of the sequence t is less than the number 10, at a single step in the X direction from the current starting point 15. Move one step in the X direction, i.e., toward 10, and record a 0. The rank 8 of the sequence t is not less than the number 6, at a single step in the X direction from the current starting point 10. Move one step in the Y direction, i.e., toward 4, subtract

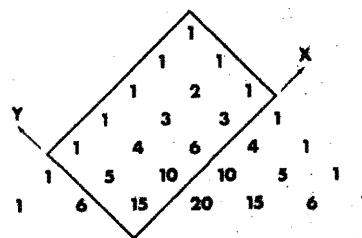


Fig. 1. Pascal's triangle gives an ordering of source sequences.

the number 6 used in the comparison from the rank 8 of the sequence t giving a new rank $8 - 6 = 2$ and record a 1 giving 01. The current rank 2 of the sequence t is less than the number 3, at a single step in the X direction from the current starting point 4. Move one step in the X direction i.e., toward 3, and record a 0 giving 010. The current rank 2 of the sequence t is not less than the number 2, at a single step in the X direction from the current starting point 3. Move one step in the Y direction, i.e., toward 1, subtract the number 2 used in the comparison from the current rank 2 of the sequence t giving a new rank $2 - 2 = 0$ and record a 1 giving 0101. The current rank of the sequence t is now 0. Thus, the last two steps are taken in the X direction, resulting in the desired sequence 010100.

The following table gives the complete set $T(6,2)$ with the sequences ranked according to (3).

0.	000011
1.	000101
2.	000110
3.	001001
4.	001010
5.	001100
6.	010001
7.	010010
8.	010100
9.	011000
10.	100001
11.	100010
12.	100100
13.	101000
14.	110000

The result $i(t)$ produced by the ranking algorithm can be expressed in any desired number system. The binary number system would be used for an output in 0's and 1's. Any arbitrary member $t \in T(n, w)$ would then be expressed as a sequence of $k = \lceil \log_2 \binom{n}{w} \rceil$ bits, i.e., the smallest integer equal to or greater than $\log_2 \binom{n}{w}$. In this example 010100 would be encoded as 1000. The number of input digits per bit output, i.e., $r = n / \lceil \log_2 \binom{n}{w} \rceil$, approaches $[H(w/n)]^{-1}$ as $n \rightarrow \infty$. This can easily be shown by substituting Stirling's asymptotic result, i.e., $n! \approx (2\pi n)^{1/2} n^n e^{-n}$, for the factorials in the binomial coefficient $\binom{n}{w}$.

Fixed weight sequences with an alphabet size q can be ranked according to a generalization of Theorem 1. Let $T(n, w^0, w^1, \dots, w^{q-1})$, be the set of sequences $t = (t_1, t_2, \dots, t_n)$ of length n , where w^d components of t are equal to d , $d = 0, 1, \dots, q - 1$. Let

$$w_k^d = \sum_{i=k}^n \delta(t_i, d), \quad (4)$$

where $d = 0, 1, \dots, q - 1$, and

$$\delta(x, y) = \begin{cases} 0, & x \neq y \\ 1, & x = y. \end{cases}$$

Note again that $w_1^d = w^d$, $d = 0, 1, \dots, q - 1$. Now Theorem 1 generalizes as follows.

Theorem 2: The q -ary sequences $t \in T(n, w^0, w^1, \dots, w^{q-1})$ of length n and with a weight distribution w^0, w^1, \dots, w^{q-1} can be ranked according to

$$i(t) = \sum_{k=1}^n \sum_{d=0}^{q-1} \left\{ (n-k)! / \left[(w_k^d - 1)! \prod_{\substack{i=0 \\ i \neq d}}^{q-1} (w_k^i!) \right] \right\}, \quad (5)$$

where $\sum_{d=0}^{-1} = 0$, and $(-1)! = \infty$.

The proof of Theorem 2 is identical to the proof of Theorem 1 and will hence not be given. An implementation similar to the ranking algorithm for Theorem 1 would use a q -dimensional array of multinomial coefficients $n! / (w^0! w^1! \dots w^{q-1}!)$, where $w^0 + w^1 + \dots + w^{q-1} = n$.

In this section we considered the ranking of fixed weight sequences of n digits. In the next section these results will be applied to the encoding of memoryless binary (discrete) information sources.

III. VARIABLE-LENGTH-TO-BLOCK CODING

Consider a binary source generating independent digits. The probability of a 0 being generated is q and, hence, the probability of a 1 being generated is $p = 1 - q$. We proceed as before taking an array of size $(qn + 1) \times (pn + 1)$ from Pascal's triangle (Fig. 2). When the source generates a 0 we take a unit step in the X direction, otherwise, when the source generates a 1 we take a unit step in the Y direction. If each source block of length n has exactly pn 1's, as in the previous section, the source digits would specify a two-dimensional random walk in Fig. 2 that always terminates in point A . So we would always be able to encode each of our $\binom{n}{pn}$ possible source blocks of length n . However, in the present case pn is only the expected number of 1's. So, suppose that our source sequence has many 1's in its initial part. Then the array boundary may be reached early, for example, at point B in Fig. 2. At this point no new source digits can be introduced as another 1 would take us outside of the coding array. So, if point B has coordinates (x, pn) , then only $k = x + pn$ source digits have been introduced. We can now add $qn - x$ dummy 0's to the source sequence. The resulting sequence has exactly qn 0's and pn 1's and is encoded as before. Suppose, instead, that our source sequence has many 0's in its initial part. Then the boundary may be reached early too, for example, at point C in Fig. 2. At this point no new source digits can be introduced as another 0 would take us outside of the coding array. So, if point C has coordinates (qn, y) then only $k = qn + y$ source digits could have been introduced. We can now add $pn - y$ dummy 1's to the source sequence. The resulting sequence has again qn 0's and pn 1's and is encoded as before. Note that point A (Fig. 2) can never be reached before the boundary is encountered. Hence the longest

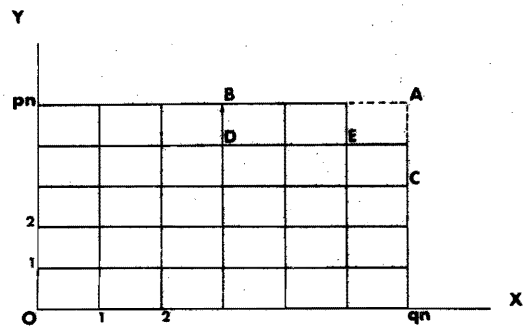


Fig. 2. Random walk in coding array.

source sequence that can be encoded as one unit is $n - 1$ binary digits long. In general, for a q -ary source, the longest sequence is $n - q + 1$ digits long.

For binary source blocks, as in the previous section, with exactly pn 1's we obtain

$$r = n / \left\lceil \log_2 \binom{n}{pn} \right\rceil \quad (6)$$

source digits per bit output, which is asymptotically equal to $[H(p)]^{-1}$. We have seen before that with independently generated binary source digits there is a finite probability of the source sequence specifying a two-dimensional random walk that hits the coding array boundary early. This results in a number k of encoded source digits that can be smaller than n and, thus, the number of source digits per bit output falls short of $[H(p)]^{-1}$. So far we only know that $pn \leq k \leq n - 1$ for $0 < p < \frac{1}{2}$. The lower bound on k results if the source sequence starts with pn 1's. The upper bound for k results if the first $n - 2$ source digits contain exactly $qn - 1$ 0's and $pn - 1$ 1's, i.e., if the random walk passes through point E in Fig. 2. The array boundary will then be reached on either of the two boundary points adjacent to A .

We will now consider the statistical behavior of the number of source digits k corresponding to an encoded block that can take on $\binom{n}{pn}$ different possible values. What is the probability of the source sequence specifying a random walk that gets absorbed at the top boundary point B of the coding array (Fig. 2)? First observe that if the random walk gets absorbed at point B , it has to come from point D , otherwise it would have been previously absorbed. Let point B have coordinates (x, pn) . The number of paths from the origin to point D is the number of ways of choosing x objects out of $x + pn - 1$ objects, i.e., $\binom{x+pn-1}{x}$. The chosen objects here are the locations of the x steps in the X direction. Each path terminating in B has x steps in the X direction and pn steps in the Y direction. Hence each such path has a probability $q^x p^{pn}$. So the total probability of the two-dimensional random walk being absorbed at point B is

$$\Pr(B) = \binom{x + pn - 1}{x} q^x p^{pn}. \quad (7)$$

Similarly, for a point $C = (qn, y)$ on the right-hand boundary of the array (Fig. 2) we get

$$\Pr(C) = \binom{qn-1+y}{y} q^{qn} p^y. \tag{8}$$

For point *B* we have $k = x + pn$ and for point *C* we have $k = qn + y$. Hence,

$$\begin{aligned} \Pr(K \leq k) &= \sum_{x=0}^{k-pn} \Pr(B) + \sum_{y=0}^{k-qn} \Pr(C) \\ &= p^{pn} \sum_{x=0}^{k-pn} \binom{x+pn-1}{x} q^x \\ &\quad + q^{qn} \sum_{y=0}^{k-qn} \binom{qn-1+y}{y} p^y, \end{aligned} \tag{9}$$

where $0 \leq k \leq n-1$, and the summations are zero if the upper limit is negative. The distribution function (9) for the number of source digits k has been plotted in Figs. 3 and 4. From Fig. 3 we see that as the parameter n increases, the probability weight shifts toward $k/n = 1$. Fig. 4 shows that an increase in the parameter $p < \frac{1}{2}$ also causes a shift of the probability weight toward $k/n = 1$.

An important statistic that follows easily from (7) and (8) is the average number of source digits \bar{k} per encoded block. We have

$$\begin{aligned} \bar{k} &= \sum_{x=0}^{qn-1} (x+pn) \Pr(B) + \sum_{y=0}^{pn-1} (qn+y) \Pr(C) \\ &= n \left[p^{pn+1} \sum_{x=0}^{qn-1} \binom{x+pn}{x} q^x \right. \\ &\quad \left. + q^{qn+1} \sum_{y=0}^{pn-1} \binom{qn+y}{y} p^y \right] \\ &= n \left[1 - \binom{n}{pn} p^{pn} q^{qn} \right]. \end{aligned} \tag{10}$$

The last equality in (10) follows easily if we realize that the terms $\binom{x+pn}{x} q^x p^{pn+1}$ and $\binom{qn+y}{y} q^{qn+1} p^y$, within the first pair of square brackets, represent the probability of a two-dimensional random walk in a rectangle of size $(qn+1) \times (pn+1)$ reaching points on the boundaries $y = pn+1$ and $x = qn+1$, respectively. Hence the total expression within the first pair of square brackets is the probability of the random walk not going through the point (qn, pn) , i.e., $1 - \binom{n}{pn} p^{pn} q^{qn}$. Using Stirling's result in (10) we get the following asymptotic equation for the average number \bar{k} of source digits:

$$\bar{k} \approx n[1 - (2\pi pqn)^{-1/2}]. \tag{11}$$

In other words, \bar{k} is asymptotically equal to n and, hence, the data reduction $r = \bar{k}/[\log_2 \binom{n}{pn}]$ approaches $[H(p)]^{-1}$ for large n .

Finally, note that for $q \gg p$ the coding array in Fig. 2

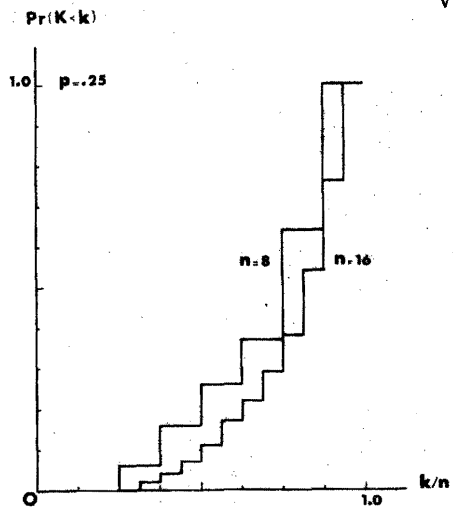


Fig. 3. Distribution function of the length of the source sequence, n being the parameter.

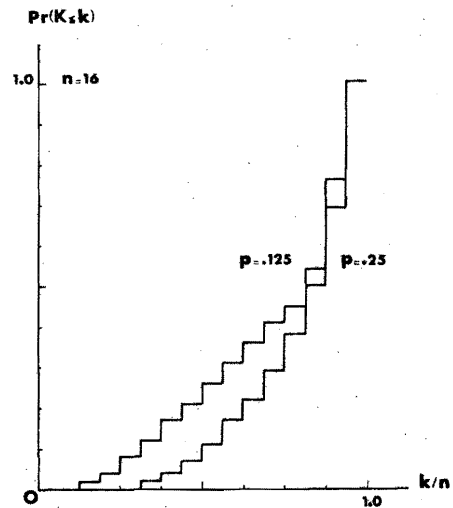


Fig. 4. Distribution function of the length of the source sequence, p being the parameter.

becomes an $(n-1) \times 1$ rectangle and our coding scheme is then equivalent to run-length encoding. It is a well-known fact that run-length coding is quite efficient for $q \gg p$.

IV. CONCLUSIONS

In the Introduction our variable-length-to-block source coding algorithm was compared to Elias' block-to-variable-length source coding algorithm. We want to point out that with a slight modification¹ our algorithm can also be used for block-to-variable-length source coding. A code-word prefix could state the number of 1's, w , in the source block, and the suffix could be the encoding of the block in terms of the Pascal triangle appropriate to the relative frequency w/n .

Finally, also in the Introduction, we alluded to a comparison of Elias' algorithm and our algorithm as far as computational complexity is concerned. It was discovered that Elias' algorithm can be implemented using the follow-

ing triangle, that in a sense is dual to Pascal's triangle:

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & & & 1 & & & & & \\
 & & & & & & & & & \\
 & & & p & & q & & & & \\
 & p^2 & & & pq & & & q^2 & & \\
 p^3 & & p^2q & & & pq^2 & & & q^3 & \\
 & & & & & & & & &
 \end{array}$$

A detailed comparison of the two algorithms is presently being made at the University of California, San Diego.

REFERENCES

- [1] C. E. Shannon, "A mathematical theory of communication," *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 27, pp. 379-423, 623-656, 1948.
- [2] D. A. Huffman, "A method for the construction of minimum-redundancy codes," *Proc. IRE*, vol. 40, pp. 1098-1101, Sept. 1952.
- [3] N. Abramson, *Information Theory and Coding*. New York: McGraw-Hill, 1963.
- [4] P. Elias, unpublished result.
- [5] F. Jelinek, "Buffer overflow in variable length coding of fixed rate sources," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-14, pp. 490-501, May 1968.
- [6] E. F. Beckenbach, *Applied Combinatorial Mathematics*. New York: Wiley, 1964, sect. 1.10.

DE PULSRESPONSIE VAN KABELS EN DE HIERUIT VOLGENDE CONSEQUENTIES VOOR

DE DIGITALE LIJNTRANSMISSIE

door J. van der Plaats T.H. Eindhoven

Het ter sprake komende systeem

De in deze voordracht ter sprake komende afleidingen en conclusies hebben alle betrekking op een systeem dat is opgebouwd uit een zender en een ontvanger, die met elkaar zijn verbonden door een keten van afwisselend stukken kabel en repeaters (fig. 1).

We denken daarbij aan nieuw te maken systemen. We zijn niet gebonden aan bestaande systemen en hebben niet te maken met bij voorbaat gegeven frequentiebeperkingen.

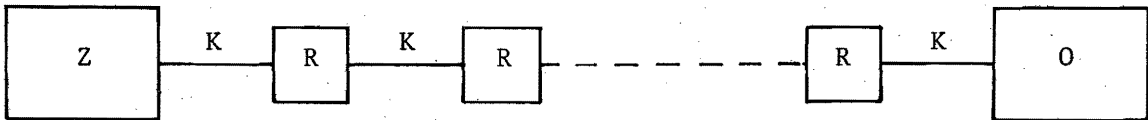


fig. 1. Zender (Z) en ontvanger (O) verbonden door een keten van afwisselend stukken kabel (K) en repeaters (R).

De zender

In het algemeen wordt door de zender aan elk bronssymbool dat door de bron wordt gegenereerd een signaal toegevoegd in de vorm van een puls die karakteristiek is voor het betreffende symbool. Deze pulsen worden door de zender toegevoerd aan de eerste kabelsectie.

In het te bespreken systeem kiezen we alles zo eenvoudig mogelijk. We veronderstellen daarom de zender gevoed uit een binaire bron die elke T seconden een bronssymbool produceert. De zender voegt aan beide mogelijke symbolen een eenvoudige puls toe, gelijk van vorm, maar tegengesteld van teken.

De kabel

Door de verliezen en de dispersie, die inherent zijn aan de kabel, worden de pulsen verzwakt en vervormd.

De repeater

Een repeater bestaat in principe uit een ontvanger met daaraan gekoppeld een zender.

Het is de taak van een repeater aan de volgende kabelsectie een signaal toe te voeren, dat een goede copie is van het oorspronkelijke, door de zender uitgezonden signaal.

Het ontvangergedeelte voegt daartoe aan elke ontvangen puls het meest waarschijnlijke bronssymbool toe. Het zendergedeelte voert vervolgens de bijbehorende karakteristieke puls toe aan de volgende kabelsectie.

Het behoort tevens tot de taak van de repeater een stabiele klok te onttrekken uit het ontvangen signaal, daar deze klok benodigd is om de pulsen met onderling juiste tijdsrelatie uit te zenden.

De ontvanger

De ontvanger aan het einde van de keten voegt aan elke puls het meest waarschijnlijke bronssymbool toe.

Kabeleigenschappen

Daar de kabel een gegeven element van het systeem is, bestuderen we eerst hiervan het principiële gedrag. We beperken ons daarbij, zonder wezenlijke concessies aan de algemeenheid van het probleem, tot de coaxiale kabel. Voor ons doel wordt deze kabel voldoende beschreven door de volgende dimensies en elektrische materiaalconstanten.

r_1 = de straal van de binnengeleider.

r_2 = de binnenstraal van de buitengeleider.

σ = de specifieke geleiding van het geleidermateriaal.

$\epsilon = \epsilon' - j\epsilon''$ = de permittiviteit van het diëlectricum.

$\delta \approx \frac{\epsilon''}{\epsilon'} = \tan \delta$ = verlieshoek van het diëlectricum.

Gebruik makend van de wetten van Maxwell volgen hieruit de primaire kabelparameters:

R = de weerstand per eenheid van lengte.

$L = L_e + L_i$ = de zelfinductie per eenheid van lengte.

$L_e = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{r_2}{r_1}$ = het deel van L dat samenhangt met het veld in het diëlectricum.

L_i = het deel van L dat samenhangt met het veld in de geleiders.

G = de geleiding per eenheid van lengte.

$C = \frac{2\pi\epsilon'}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$ = de capaciteit per eenheid van lengte.

Als de bitfrequentie van de orde van grootte van 100 Mbit/s is, kunnen we de volgende benaderingen hanteren :

$$R = \omega L_i = k\sqrt{\omega} \quad \text{met } k = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \sqrt{\frac{\mu}{2\sigma}}$$

$$G = \delta C$$

Uit de primaire kabelparameters volgen de karakteristieke impedantie Z_k en de voortplantingsconstante γ :

$$Z_k = \sqrt{\frac{R+j\omega L}{G+j\omega C}} \quad \lim_{\omega \rightarrow \infty} Z_k = Z = \sqrt{\frac{L_e}{C}}$$

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{(R+j\omega L)(G+j\omega C)}$$

α = de demping per eenheid van lengte

β = de fasedraaiing per eenheid van lengte.

Substitutie van de benaderde waarden van de primaire parameters levert :

$$\alpha = \frac{k\sqrt{\omega}}{2Z} + \frac{\delta\omega}{2v} \quad \text{met } v = \sqrt{\frac{1}{L_e C}} = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} = \text{de fasesnelheid in het diëlectricum}$$

$$\beta = \frac{\omega}{v} + \frac{k\sqrt{\omega}}{2Z}$$

Het gedrag van een kabelsectie in het frequentie- en in het tijdsdomein.

We nemen van de beschreven kabel een stuk met lengte ℓ (de afstand tussen twee naburige repeaters) en sluiten het einde karakteristiek af.

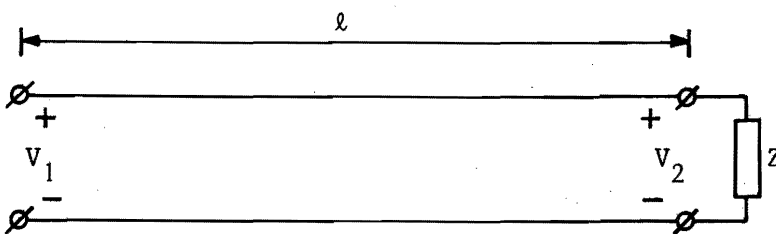


fig. 2

Het potentiaalverschil V_1 aan het begin van de kabel beschouwen we als de input en het potentiaalverschil V_2 aan het eind van de kabel als de output van het aldus verkregen lineaire tijdinvariante systeem. Daar een sinusvormig signaal aan de ingang resulteert in een dito signaal aan de uitgang, wordt het systeem in het frequentiedomein eenvoudig beschreven door de overdrachtsverhouding :

$$H(\omega) = \frac{V_2}{V_1} = e^{-\gamma\ell}$$

De vermelde uitdrukkingen voor α en β suggereren een beschrijving van de kabelsectie door een cascadeschakeling van drie tweepoorten. Zie fig. 2a.

De eerste tweepoort met de overdrachtsfunctie

$H_0(\omega) = e^{-j\omega \frac{\ell}{v}} = e^{-j\omega\tau_0}$ vertegenwoordigt de verliesvrije kabel met alleen een looptijd $\tau_0 = \frac{\ell}{v}$. De Fouriergetransformeerde van $H_0(\omega)$ levert de impulsresponsie van deze tweepoort :

$$h_0(t) = \delta(t - \tau_0)$$

De tweede tweepoort brengt de verliezen in de geleiders in rekening. De betreffende overdrachtsfunctie en impulsresponsie hiervan zijn :

$$H_1(\omega) = e^{-(1+j)\frac{k\ell}{2Z}\sqrt{\omega}} = e^{-\sqrt{j\omega\tau_1}} \quad \text{met } \tau_1 = \frac{k^2\ell^2}{2Z^2}$$

$$h_1(t) = \frac{\sqrt{\tau_1}}{2t\sqrt{\pi t}} e^{-\frac{\tau_1}{4t}} \quad \text{voor } t > 0$$

De derde tweepoort representeert de diëlectrische verliezen. De overdrachtsfunctie en impulsresponsie zijn :

$$H_2(\omega) = e^{-\frac{\delta\ell}{2v}\omega} = e^{-\omega\tau_2} \quad \text{met } \tau_2 = \frac{\delta\ell}{2v}$$

$$h_2(t) = \frac{1}{\pi} \frac{\tau_2}{\tau_2^2 + t^2}$$

Afgezien van de verder niet interessante looptijd τ_0 wordt de impulsresponsie van de kabelsectie gevonden door de convolutie van $h_1(t)$ en $h_2(t)$.

$$h(t) = h_1(t) * h_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h_1(\tau)h_2(t-\tau)d\tau.$$

Voor langere kabels geldt echter $\tau_1 \gg \tau_2$. Dit betekent dat we bij benadering voor de impulsresponsie mogen rekenen met :

$$h(t) = \frac{\sqrt{\tau_1}}{2t\sqrt{t}} e^{-\frac{\tau_1}{4t}} = \frac{1}{\tau_1} \cdot \frac{4}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x\sqrt{x}} \quad \text{met } x = \frac{t}{4\tau_1}$$

voor $t > 0$

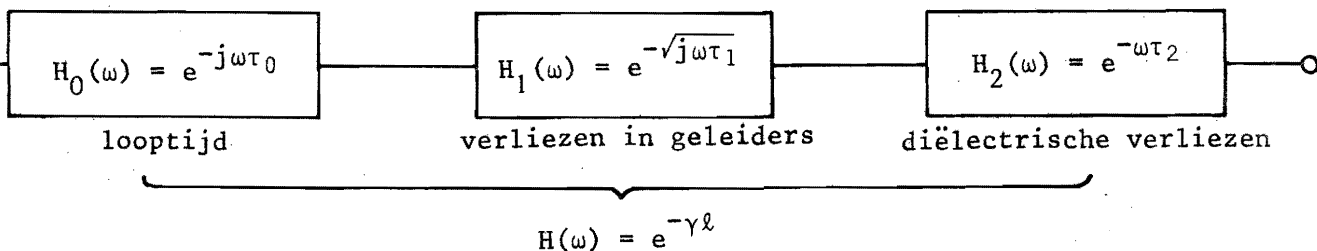


Fig. 2a

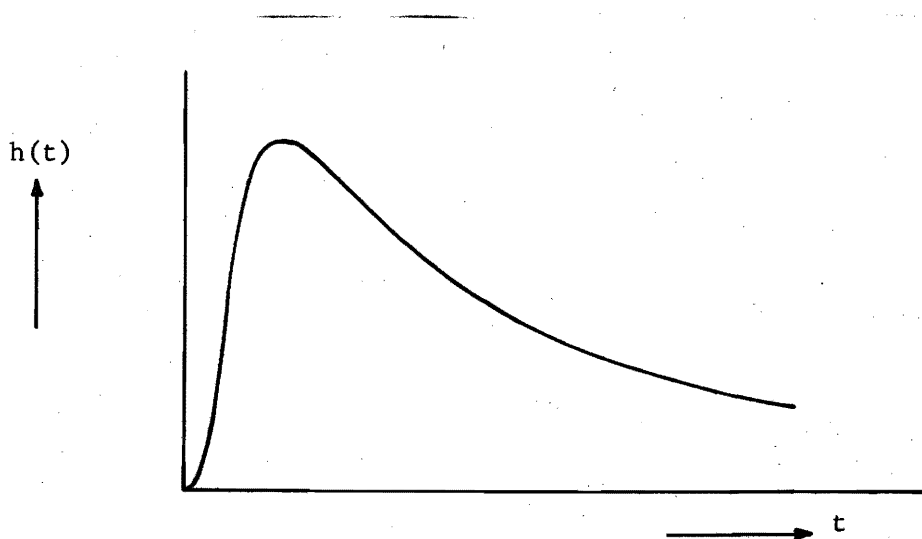


fig. 3. De impulsresponsie van het systeem uit fig. 2.

Gevolgen van de kabeldispersie

a) Intersymbool interferentie

Over het algemeen bestaat het digitale zendsignaal uit een lange reeks opeenvolgende pulsen, ieder met een constante duur T .

Daar elke puls zich door de dispersie van de kabel aan de ontvangzijde over een tijd manifesteert die veel groter is dan T , zullen de individuele pulsresponsies elkaar overlappen en het detecteren bemoeilijken.

Deze zg. intersymbool interferentie kan op diverse manieren tegemoet worden getreden, waarvan de belangrijkste :

1. Door correctie van de overdrachtsfunctie aan het einde en/of aan het begin van de lijn, analoog of digitaal, kan de intersymbool interferentie worden opgeheven, zoals beschreven door Nyquist.
2. Door zg. decision feedback kan de "staart" van een responsie worden gecompenseerd, zoals reeds beschreven in een patent van Mc-Coll.
3. Een recent beschreven methode is die waarbij uit een aantal signaalmonsters de meest waarschijnlijke opeenvolging van bronssymbolen wordt geschat. [Forney]

b) Klokjitter

Om de faserelatie te kunnen herstellen is een betrekkelijk jittervrije klok nodig. De belangrijkste oorzaak van de bij klokextractie optredende jitter is de intersymbool interferentie.

Een ondergrens voor de foutkans per sectie.

Hoewel de intersymbool interferentie een belangrijke rol speelt bij het detecteren van het signaal, kunnen we toch wel rekenen met een enkele puls om een ondergrens voor de foutkans te vinden.

Veronderstel dat de informatiebron waaruit de zender wordt gevoed een binaire bron is, waarvan de output m de waarde 0 of de waarde 1 kan hebben, beide mogelijkheden met gelijke kans. Op $m=1$ reageert de zender met het uitzenden van een positieve rechthoekpuls met amplitude V en duur T . Als $m=0$ wordt een identieke maar negatieve puls uitgezonden.

Als $T \ll \tau_1$ geldt bij benadering voor de responsie van de kabel op een enkele positieve puls :

$$s_i(t) = \frac{VT}{\tau_1} \cdot \frac{4}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{t^2}{\tau_1^2}}$$

met de oorsprong $t=0$ een tijd τ_0 na het verzenden van de puls.

Veronderstel dat het signaal wordt gestoord door additieve, witte, Gaussische ruis $n_i(t)$ met vermogensdichtheid $N/2$.

De som van signaal en ruis $s_i(t)+n_i(t)$ wordt toegevoerd aan een lineair filter en de output $s_0(t)+n_0(t)$ wordt op een geschikt moment t_s bemonsterd.

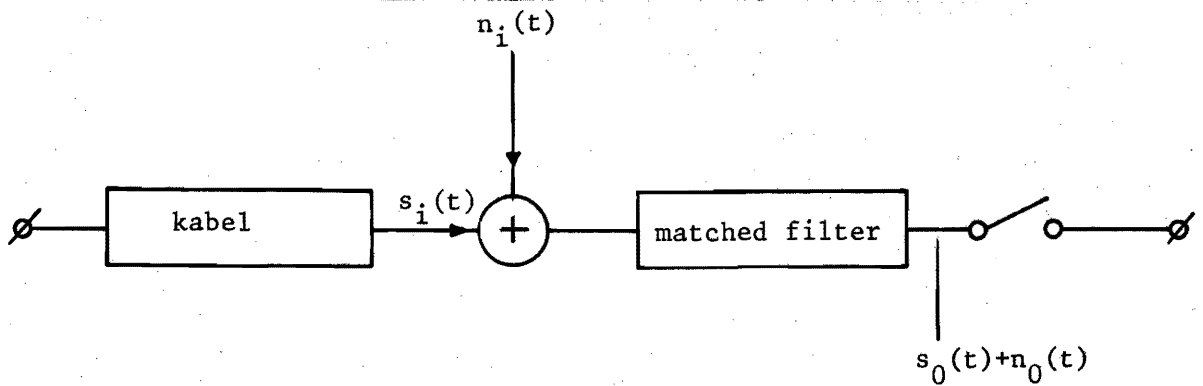


fig. 4

Als $s_0(t_s)+n_0(t_s) \geq 0$ dan is $\hat{m}=1$ anders is $\hat{m}=0$
 \hat{m} is de geschatte waarde van m .

De kans op een foutieve schatting is minimaal als het filter een matched filter is, d.w.z. zodanig dat de impulsresponsie $h_f(t)$ van het filter wordt gegeven door :

$$h_f(t) = \lambda s_i(t_s - t) \quad \text{met } \lambda \text{ een constante.}$$

Dan geldt $s_0(t_s) = \lambda \int_0^\infty s_i^2(t) dt$

De kansverdeling van de ruis aan de uitgang van het filter is :

$$p_n(\alpha) = \frac{1}{b\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\alpha^2}{2b^2}} \quad \text{met } b \text{ de standaard deviatie}$$

$$b^2 = \frac{\lambda^2 N}{2} \int_0^{\infty} s_i^2(t) dt$$

De kans op een fout wordt dan :

$$P_e = \frac{1}{b\sqrt{2\pi}} \int_{s_0(t_s)}^{\infty} e^{-\frac{\alpha^2}{2b^2}} d\alpha = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{s_0(t_s)}{b\sqrt{2}}\right)$$

Of:

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{aT}{\ell}\right) \quad \text{met}$$

$$a = \frac{8VZ}{k\sqrt{N}} \left[\frac{2}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-\frac{2}{x}}}{x^3} dx \right]^{\frac{1}{2}}$$

Consequenties van de kabelresponsie bij het optimaliseren van een digitaal lijntransmissiesysteem.

De wezenlijke problemen bij het optimaliseren schuilen in het vaststellen van de criteria en het bepalen van de constant te houden nevenvoorwaarden.

Bij het ontwerpen van een digitaal lijntransmissiesysteem kan als criterium worden genomen de grootheid :

$$A = \frac{\text{de kosten per eenheid van lengte}}{\text{transmissiesnelheid}}$$

Met als nevenvoorwaarde een bepaalde foutenkans per repeater.

We kunnen bijvoorbeeld vragen naar de gunstigste waarde van ℓ bij een bepaald kabeltype en een constante uitgangsspanning V .

Voor de transmissiesnelheid R vinden we : $R = \frac{1}{T} = \frac{1}{c\ell}$ met c een constante.

Hierbij is verondersteld dat het uitgangssignaal van de repeater een stijgtijd nul heeft. De werkelijkheid wordt beter benaderd door een trapeziumvormige puls te nemen met stijg- en afvaltijd τ_r . In plaats van de factor VT dient dan de factor $V(T - \tau_r)$ te worden genomen voor de kabelresponsie waarbij $T \gg 2\tau_r$.

Dit leidt dan tot :

$$R = \frac{1}{T} = \frac{1}{\tau_r + c\ell}$$

De belangrijkste kosten zijn de volgende :

K = de kosten van de kabel per eenheid van lengte.

g = de legkosten van de kabel per eenheid van lengte.

r = de kosten van een repeater.

Dan volgt :

$$A = (K+g + \frac{r}{\ell}) (\tau_r + c\ell)$$

$$A = \frac{r\tau_r}{\ell} + (K+g)\tau_r + cr + (K+g)c\ell \quad \text{zie fig. 5.}$$

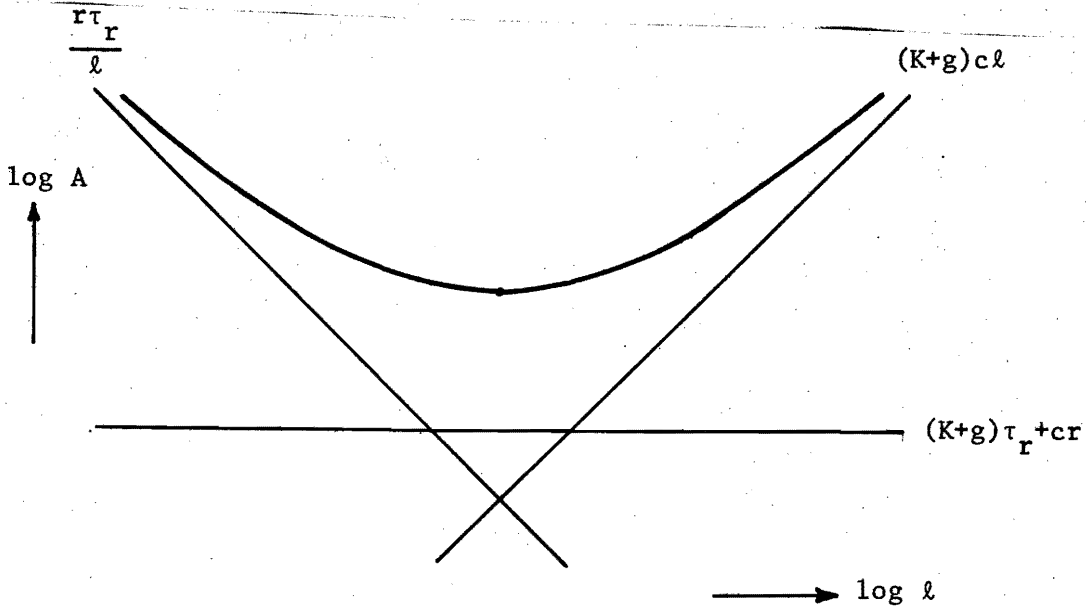


fig. 5

Als de foutkans P_t voor de totale verbinding is gegeven, dan moeten we rekenen met $P_e = \text{constant} \cdot \ell$. Het minimum uit fig. 5 verschuift dan enigszins naar rechts. De berekening is gebaseerd op een ondergrens voor de foutkans en daaruit volgend een bovengrens voor de transmissiesnelheid R .

In werkelijkheid hebben we te maken met de intersymbool interferentie.

Als deze wordt opgeheven door een "bank of matched filters", dan is c niet langer constant, maar wordt c groter naarmate ℓ kleiner wordt.

Gevolg : het minimum van fig. 5 gaat naar boven en naar rechts.

Als een Viterbi decoder wordt gebruikt zoals aangegeven door Forney, dan kan de ondergrens van de foutkans in principe willekeurig dicht worden benaderd, dit brengt echter hoge kosten voor de repeater mee, daar deze uiterst gecompliceerd wordt. De linker lijn gaat omhoog, ook hier schuift het minimum (fig. 5) naar rechts en omhoog.

De methode van de decision feedback ligt tussen beide methoden in, hier is ook het resultaat verschuiven van het minimum (fig. 5) naar boven en naar rechts, daar hier beide genoemde effecten een rol spelen, maar in mindere mate.

Literatuur

Voor de beschrijving van het gedrag van een coaxiale kabel in het frequentiedomein:

S.A. Schelkunoff.

The electromagnetic theory of coaxial transmissie lines and cylindrical shields.

B.S.T.J. oktober 1934.

Voor de impuls- en stapresponsie van kabels:

N.S. Nahman en D.R. Holt.

Transient analysis of coaxial cables using the skin effect approximation

$A+B\sqrt{s}$.

I.E.E.E. Trans. Circuit Theory, vol. CT-19 pp. 443-451, Sept. 1972.

Voor matched filter en foutenkans:

G.L. Turin,

An introduction to matched filters.

IRE. Trans. on Information Theory, Vol. IT-6 pp. 311-29 (June, 1960).

G.D. Forney,

Maximum-Likelihood Sequence Estimation of Digital Sequences in the Presence of Intersymbol Interference.

I.E.E.E. Trans. on Information Theory, Vol. IT-18, no. 3, May 1972.

BIT BIJ BIT-DETECTIE MET INTERSYMBOOL-INTERFERENTIE EN RUIS

1. Inleiding.

Bij de transmissie van synchrone digitale signalen worden we geconfronteerd met de detectie van de discrete waarden a_n van de pulsreeks

$$\sum_n a_n S(t - nT)$$

Hierin is $S(t)$ een bekende functie van de tijd en T de pulsherhalings-tijd.

In het algemeen is de pulsreeks gestoord door een additieve stationaire ruis $n(t)$ waarvan de autocorrelatie $R(t)$ bekend is. Een andere vorm van storing is de zogenaamde intersymbool-interferentie, die veroorzaakt wordt door het feit dat $S(t)$ vaak niet beperkt is tot een tijdsinterval ter grootte van T . Deze interferentie is te splitsen in een voorspelbaar en onvoorspelbaar deel. Aangetoond zal worden hoe door middel van een lineair filter de gezamenlijke invloed van ruis en onvoorspelbare intersymbool-interferentie geminimaliseerd kan worden.

2. De detector.

In figuur 1 is het basisprincipe van de detector gegeven.

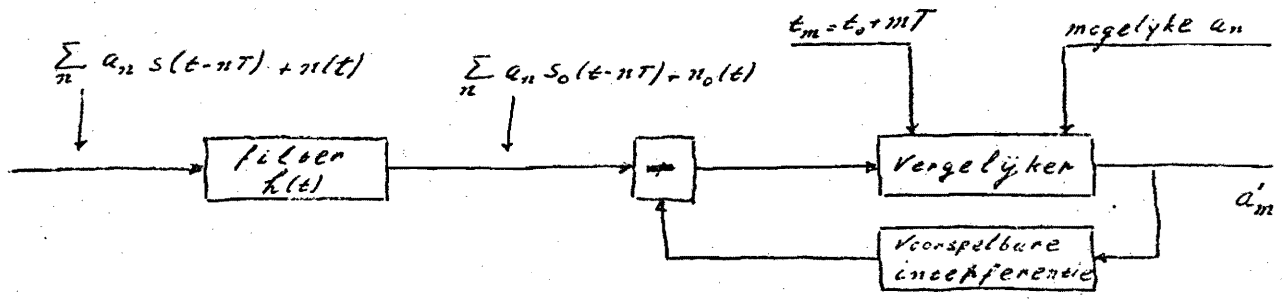


Fig. 1. Blokschema van de detector.

De door de ruis $n(t)$ gestoorde pulsreeks passeert een filter met impulsresponsie $h(t)$. Het gefilterde signaal

$$\sum_n a_n S_o(t - nT) + n_o(t)$$

wordt gecompenseerd met de voorspelbare interferentie die afgeleid is uit voorafgaande beslissingen. Het gecompenseerde signaal wordt vergeleken met de mogelijke waarden van a_n . Op het beslissingstijdstip $t_m = t_o + mT$ wordt een a'_m geselecteerd, die volgens het een of ander criterium zo goed mogelijk overeenkomt met de werkelijke waarde a_m .

Voor een nadere analyse van het beslissingsproces beschouwen we de uitgangswaarde U_m van het filter op het tijdstip $t_m = t_o + mT$:

$$U_m = \sum_n a_n S_o(t_o + mT - nT) + n_o(t_o + mT)$$

Daar we op dit tijdstip een beslissing betreffende a_m willen nemen, schrijven we U_m als:

$$U_m = a_m S_o(t_o) + \sum_{n=-\infty}^{m-1} a_n S_o(t_o + mT - nT) + \sum_{n=m+1}^{\infty} a_n S_o(t_o + mT - nT) + n_o(t_o + mT) \dots (1)$$

De 4 termen waaruit U_m is opgebouwd, kunnen we beschouwen als resp. het gewenste signaal, voorspelbare interferentie van eerder uitgezonden symbolen, onvoorspelbare interferentie van nog uit te zenden pulsen en ruis. De storende invloed van de tweede term kan geëlimineerd worden indien de waarden a_n , $n < m$, bekend zijn. Voorlopig wordt aangenomen dat er geen beslissingsfouten zijn geweest, zodat a_n , en daarmee de tweede term, bekend is.

Na compensatie van de tweede term gaat U_m over in:

$$V_m = a_m S_o(t_o) + \sum_{n=m+1}^{\infty} a_n S_o(t_o + mT - nT) + n_o(t_o + mT) \dots (2)$$

Indien nu de statistische eigenschappen van a_n en $n_o(t)$ bekend zijn, kan de voorwaardelijke kans $P(a_m | V_m, a_{m-1}, \dots)$ opgesteld worden. Het is nu uit [A, blz. 146] bekend dat minimalisering van de foutenkans overeenkomt met het selecteren van die a'_m waarvoor de bovengenoemde voorwaardelijke kans maximaal is. We zullen hier anders te werk gaan, enerzijds omdat het in vele gevallen op hetzelfde neerkomt¹⁾ en anderzijds omdat hiermee een eenvoudige praktische realisatie mogelijk wordt.

De hier gevolgde methode bestaat uit het kiezen van die a'_m waarvoor $V_m - a'_m S_o(t_o)$ het kleinst is²⁾.

Het zal duidelijk zijn dat met dit criterium een eenvoudig beslissingscircuit is te realiseren.

3. Het filter $h(t)$.

Het filter $h(t)$ zal zo worden gekozen dat de variantie σ^2 van de storingstermen in (2) minimaal wordt waarbij de gewenste component $a_m S_o(t_o)$ constant wordt gehouden. In feite komt dit neer op het maximaliseren van een signaal-ruisverhouding:

$$\{a_m S_o(t_o)\}^2 / \sigma^2 \quad \dots(3)$$

Ter wille van de eenvoud zullen we veronderstellen:

$$\left. \begin{aligned} E[a_n] &= E[n_o(t)] = 0 \\ E[a_n a_m] &= 0 \quad n \neq m \end{aligned} \right\} \quad \dots(4)$$

Verder wordt aangenomen dat de ingangsruiis $n(t)$ wit is, d.w.z.:

$$R(t) = \phi \delta(t) \quad \dots(5)$$

In situaties waar dit niet het geval is kan $h(t)$ worden voorafgegaan door een zogenaamd "noise whitening filter". De gedaante van $S(t)$ verandert hierdoor, maar dit kan als een sub-probleem worden behandeld.

Ten slotte kiezen we de tijdas zo dat $t = 0$ samenvaalt met het "begin" van $S(t)$. Dit houdt onder meer in:
 $S(t) = S_o(t) = 0$ voor $t < 0$ (waarbij $h(t) = 0$, $t < 0$ is verondersteld)

1) Indien a_n stat. onafh., $p(a_n) = \text{constant}$ en $P(V_m | a_m)$ symmetrisch t.o.v. a_m en dalend als functie van $V_m - a_m$ met $V_m > a_m$.

2) Verondersteld is $E(a_n) = E(n_o) = 0$.

Met behulp van de hiervoor gemaakte veronderstellingen vinden we:

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= E\left[\left\{\sum_{n=m+1}^{\infty} a_n S_o(t_o+mT-nT)+n_o(t_o+mT)\right\}^2\right] \\ &= E\left[a_n^2\right] \sum_{k=1}^{-M} \{S_o(t_o-kT)\}^2 + \sigma_o^2 \quad \text{met } M = \text{int } [t_o/T] \quad \dots(6)\end{aligned}$$

$$\sigma_o^2 = \phi \int_0^{\infty} h^2(t) dt \quad \dots(7)$$

$$S_o(t) = \int_0^t h(\tau) S(t-\tau) d\tau \quad \dots(8)$$

Door (3), (6), (7) en (8) is het optimaliseringsprobleem geformuleerd. De oplossing is behandeld in [B, blz. 15]. We geven hier slechts de resultaten.

De functie $h(t)$ die (3) maximaliseert, is gegeven door:

$$h(t) = \sum_{k=-M}^0 \lambda_k S(t_o + kT - t), \quad t > 0$$

waarin de coëfficiënten $\{\lambda_k\}$ bepaald kunnen worden door middel van het lineaire stelsel

$$\sum_{k=-M}^0 \lambda_k \{\phi \beta_{i,k} + E[a_n^2] \sum_{n=-M}^{-1} \beta_{n,i} \beta_{nk}\} = \beta_{o,i} \quad i = -M \dots 0$$

$$\text{met } \beta_{n,m} = \int_0^{\infty} S(t_o+nT-\tau) S(t_o+mT-\tau) d\tau$$

Merk op dat t_o voorkomt in de oplossing voor $h(t)$. In het algemeen zal de signaal-ruisverhouding toenemen bij toenemende t_o en asymptotisch naderen tot een vaste waarde.

4. Compensatie van de voorspelbare interferentie.

In paragraaf 2 betrekking (1) bleek dat op het tijdstip $t = t_o + mT$ de voorspelbare interferentie gegeven was door

$$\sum_{n=-\infty}^{m-1} a_n S_o(t_o + mT - nT) \quad \dots(9)$$

Deze grootheid kan door middel van een lineaire filter worden afgeleid uit het uitgangssignaal van de detector, nog steeds aannemende dat de detector geen fouten maakt.

Veronderstel dat dit uitgangssignaal geschreven kan worden als:

$$\sum_n a_n r(t - nT)$$

Wordt dit signaal naar de ingang van een filter $c(t)$ geleid dan verschijnt op $t = t_0 + mT$ aan de uitgang:

$$\begin{aligned} & \sum_n a_n \int_0^{\infty} c(\tau) r(t_0 + mT - nT - \tau) d\tau \\ &= \sum_{n=-\infty}^{m-1} a_n \int_0^{\infty} c(\tau) r(t_0 + mT - nT - \tau) d\tau + \sum_{n=m}^{\infty} a_n \int_0^{\infty} c(\tau) r(t_0 + mT - nT - \tau) d\tau \end{aligned}$$

Deze grootheid is gelijk aan (9) indien $r(t)$ en $c(t)$ voldoen aan:

$$\int_0^{\infty} c(\tau) r(t_0 + mT - nT - \tau) d\tau = 0 \quad n \geq m \quad \dots(10)$$

$$\int_0^{\infty} c(\tau) r(t_0 + mT - nT - \tau) d\tau = S_0(t_0 + mT - nT) \quad n < m \quad \dots(11)$$

Aan (10) kan worden voldaan als $r(t) = 0$ voor $t \leq t_0$. Voor (11) zijn vele oplossingen mogelijk. Een van de meest praktische is wel die waar $r(t) = \text{constant} = r$ voor $t_0 < t < t_0 + T$ en daarbuiten gelijk aan 0. De impulsresponsie $c(t)$ kan dan worden opgelost uit

$$r \int_{(k-1)T}^{kT} c(\tau) d\tau = S_0(t_0 + kT) \quad k = 1, 2, \dots$$

5. Instabiliteit.

Tot zover is aangenomen dat de detector foutloos werkt, zodat de voorspelbare interferentie gecompenseerd kan worden. Veronderstel

nu dat op $t_m = t_0 + mT$ een beslissingsfout optreedt. Dit heeft invloed op q volgende beslissingen, waarbij q afhangt van de geheugentijd van $c(t)$. Anders gezegd, q wordt bepaald door het aantal herhalingsstijden T waarover $S_0(t)$ zich na t_0 uitstrekt.

De kans dat op t_{m+1} een juiste beslissing wordt gemaakt, is met goede benadering gelijk aan de kans dat op dit tijdstip a_{m+1} dezelfde polariteit heeft als het foutsignaal vermenigvuldigt met de kans dat $|a_{m+1}|$ maximaal is. Dus de kans P_q dat q correcte beslissingen, na een fout, worden gemaakt is:

$$P_q = \{ \frac{1}{2} P(|a_n| = \max) \}^q \quad (\text{met } E[a_n a_m] = 0 \text{ n} \neq m)$$

Dit is tevens de kans dat de detector weer stabiel is, immers na q correcte beslissingen is de invloed van een fout verdwenen.

Indien P_q een te kleine waarde heeft voor een praktisch systeem dan kan deze kans vergroot worden door q te verkleinen. Dit laatste wordt bereikt door niet alle voorspelbare interferenties te compenseren [B, blz. 65].

Ten slotte is het ook mogelijk op regelmatige tijden een bepaald pulspatroon uit te zenden waardoor de detector zeker stabiel wordt.

Referenties.

- [A] A.P. Sage and J.L. Melsa. Estimation theory with applications to communications and control.
Mc Graw - Hill Book Company - New York 1971.
- [B] D. v.d. Houwen. Transmission of synchronous digital signals.
Staatsbedrijf der PTT - 's-Gravenhage 1971.

EK7106

lijnsignaalcodes door ir. J.B. Buchner

Inleiding

Vrijwel alle gedigitaliseerde informatie (b.v. data- en PCM-spraaksignalen) wordt in binaire vorm aangeboden. Voor het transport van deze informatie kan men gebruik maken van een transmissiesysteem bestaande uit kabel en op regelmatige afstand van elkaar geplaatste regeneratieve pulsversterkers (repeaters).

Voor een zo economisch mogelijk gebruik van een dergelijk systeem dient het lijnsignaal zodanig gecodeerd te zijn, dat de signaaleigenschappen optimaal corresponderen met de systeemeigenschappen.

Met de systeemeigenschappen worden niet alleen de eigenschappen bedoeld welke voortvloeien uit de vanuit het oogpunt van de transmissie opgestelde specificaties, maar ook die welke het gevolg zijn van de door de administraties opgestelde bedrijfsspecificaties (inzake b.v. bediening, beveiliging, controle enz.).

Als transmissiemedium wordt de coaxiale kabel gekozen. De keuze van deze relatief dure en kwalitatief goede transmissieweg kan slechts gerechtvaardigd worden door het transport van grote hoeveelheden informatie. In de volgende hoofdstukken zullen de karakteristieke grootheden van lijncodes en de hieraan door het transmissiesysteem gestelde eisen worden besproken.

Tenslotte zullen enkele lijncodes behandeld en met elkaar vergeleken worden aan de hand van de besproken systeemeigenschappen.

Codering en karakteristieke grootheden van lijncodes

Codering is het proces waarbij digitale informatie getransformeerd wordt in een verzameling van digitale symbolenreeksen met een zodanige structuur, dat ze bepaalde gewenste eigenschappen bezitten.

Deze structuur kan worden beschreven door een verzameling van toestanden, waarin de symbolenreeksen zich kunnen bevinden. De toestanden worden bepaald door de voorgeschiedenis van het lijnsignaal zelf.

Het biedt voordelen om naast deze verzameling van toestanden nog een verzameling van kleine groepen van symbolen (woorden) te definiëren, waaruit de symbolenreeks opgebouwd gedacht kan worden en die de symbolenreeks langs een opeenvolging van toegestane toestanden voeren, één voor elk symbool in een woord.

Twee belangrijke grootheden bij de beschrijving van de eigenschappen van lijncodes zijn de lopende digitale som (Eng.: running digital sum, RDS) en de variatie hiervan (Eng.: digital sum variation, DSV).

Zij $s_1, s_2, \dots, s_k, \dots$ de reeks van symbolen in het lijnsignaal.

De lopende digitale som op het tijdstip k is gedefinieerd als

$$\text{RDS}(k) = \sum_{i=1}^k \sigma_i,$$

waarin σ_i het aan symbool s_i toegekende gewicht is.

Voorbeeld. In de ternaire codering kunnen de symbolen s_i drie verschillende waarden aannemen: +, 0 of -. De bijbehorende gewichten zijn 1, 0, resp. -1. Van de ternaire reeks

+ 0 + - + + 0 - - + - 0 - 0 0 - + - - 0 - + ...
neemt de RDS dus achtereenvolgens de waarden
1 1 2 1 2 3 3 2 1 2 1 1 0 0 0 -1 0 -1 -2 -2 -3 -2 ...
aan.

De variatie van de digitale som is gedefinieerd als het verschil tussen de maximale en de minimale waarde van de RDS. In het bovenstaande voorbeeld is de waarde van de DSV dus 6.

Codes waarvan de RDS (en dus ook de DSV) begrensd is, worden gebalanceerde codes genoemd.

Daar de waarde van de RDS afhankelijk is van alle voordien uitgezonden symbolen, ligt het voor de hand om - met name bij gebalanceerde codes - de RDS-waarde als maatstaf bij het bepalen van de toestand te hanteren.

De meest eenvoudige coderingen zijn die van constante lengte (z.g. blok-codes), die gedefinieerd kunnen worden als een transformatie van uit N symbolen bestaande woorden uit een verzameling (b_i) in uit M symbolen bestaande woorden uit een verzameling (m_j). De toestand waarin het gecodeerde signaal zich aan het eind van een woord bevindt, wordt eindtoestand genoemd. In het algemeen vormen alle eindtoestanden een deelverzameling van de verzameling van toestanden.

De transformatie is in het algemeen toestandsafhankelijk, dat wil zeggen dat de vertaling van een aantal woorden afhangt van de toestand waarin de symbolenreeks zich bevindt.

De codeerinrichting volgt daartoe de toestanden die de symbolenreeks doorloopt en transformeert aan het eind van elk woord het volgende woord b_i in een codewoord m_j , dat gekozen wordt uit die verzameling van codewoorden, die behoort bij de toestand waarin het lijnsignaal zich dan bevindt.

Daar het lijnsignaal in de regel speciale eigenschappen moet hebben, zal het een zekere redundantie bezitten. Deze redundantie kan worden verkregen door de pulsherhalingsfrequentie van het lijnsignaal groter te maken dan die van de aangeboden informatie ($M > N$) of door het toepassen van meer niveaus. Deze laatste mogelijkheid biedt tevens het voordeel dat zelfs een lagere pulsherhalingsfrequentie kan worden gebruikt, hetgeen in de praktijk voordelig kan zijn. Een aan het begrip redundantie nauw verwante grootte is de efficiency van een code, die gedefinieerd is als de verhouding van het gemiddeld aantal informatiebits dat een codesymbool bevat en het theoretisch mogelijke aantal informatiebits dat dit symbool kan bevatten. Bij transformatie van een twee-niveau signaal in een m-niveau signaal is de efficiency te definiëren als

$$\eta = \frac{N}{M \log m} \times 100 \%$$

Systeemeigenschappen en de consequenties hiervan voor het lijnsignaal

De aanwezigheid van hoogdoorlatende netwerkelementen, zoals transformatoren en koppelcondensatoren, in het transmissiesysteem maakt de overdracht van lage frequenties onmogelijk. De top-top-waarde van de hierdoor optredende laag-frequent distorsie is bijna evenredig aan de DSV van het lijnsignaal. Het is dus gewenst dat de DSV zo klein mogelijk is.

Bij de regeneratie van het lijnsignaal wordt gebruik gemaakt van het kloksignaal, dat door een niet-lineaire bewerking uit het lijnsignaal wordt gegenereerd. Van belang bij dit proces is het minimum aantal niveau-overgangen per tijdseenheid in het lijnsignaal. De voor klok-regeneratie meest ongunstige situatie treedt op indien een groot aantal gelijke symbolen achter elkaar optreedt. Bij de van nul verschillende symbolen geeft de DSV een theoretische bovengrens van dit aantal aan, terwijl het maximum aantal opeenvolgende nullen wordt bepaald door het aantal tijdseenheden dat de RDS constant kan blijven.

Het lijnsignaal dient een zodanige structuur te bezitten, dat foutbewaking in het systeem mogelijk is zonder de verbinding hiervoor te behoeven onderbreken. Foutbewaking kan plaats vinden door het signalen van verboden symboolcombinaties en/of door observatie van het gedrag van de RDS in de buurt van zijn grenswaarden. Het optreden van een lijnfout kan nl. het ontstaan van verboden woorden veroorzaken. Tevens maakt een lijnfout het mogelijk dat de RDS zijn grenswaarden overschrijdt. Foutdetectie geschiedt zo snel mogelijk indien de RDS zich vaak bevindt in de buurt van zijn grenswaarden en indien vele mogelijke woorden niet voorkomen in het codeboek.

voor een economisch gebruik van het transmissiesysteem dient de informatiecapaciteit ervan zo groot mogelijk te zijn. Behalve theoretische spelen hierbij ook praktische en economische factoren een voorname rol. Een theoretische beschouwing leidt nl. tot een zeer groot aantal mogelijke puls niveaus. Veel niveaus brengen echter zeer zware eisen met zich mee met betrekking tot de egalisatie (intersymbool interferentie), automatische spanningsregeling en de spanningsdrempels in het beslissingscircuit. Dit leidt tot zeer complexe en dure repeaters.

De coaxiale kabel bezit behalve zeer goede transmissie-eigenschappen ook een met de frequentie sterk toenemende demping. Een lage pulsherhalingsfrequentie van het lijnsignaal en een groot aantal niveaus zijn dus gewenst.

Het lijnsignaal dient mogelijkheden te bieden voor een automatische spanningsregeling in verband met de spanningsdrempels in het beslissingscircuit. De meest eenvoudige methode is die, welke gebruik maakt van het hoogste in de code voorkomende puls niveau in verband met topdetectie. Dit puls niveau dient dus in het lijnsignaal veel voor te komen, dit wordt onder meer bereikt door een klein aantal niveaus.

Hoewel de codering in het algemeen afhankelijk is van de toestand van het lijnsignaal (waarde van de RDS), dient de decodering hiervan onafhankelijk te zijn, omdat anders een enkele lijnfout aanleiding kan geven tot een onbegrensde reeks fouten in het gedecodeerde signaal.

De code dient transparant te zijn, dat wil zeggen dat het lijnsignaal de gewenste eigenschappen moet bezitten ongeacht de statistiek van de aangeboden informatie.

Bij toepassing van de z.g. blok-codes komen nog twee speciale aspecten naar voren:

Bij het decoderen moet het lijnsignaal in de juiste groepen van symbolen (woorden) worden verdeeld. Het is gewenst dat deze verdeling tot stand gebracht wordt met behulp van de eigenschappen van het lijnsignaal zelf. Mogelijkheden hiertoe worden o.a. geboden door het optreden van in het codeboek niet voorkomende woorden bij foutieve woordsynchronisatie en door het aantal mogelijke eindtoestanden kleiner te maken dan dat der toestanden.

De keuze van de transformatie dient zodanig te zijn, dat fouten in het lijnsignaal een zo klein mogelijk aantal fouten in het gedecodeerde signaal veroorzaken (z.g. foutvermenigvuldigingsfactor).

Uit bovenstaande systeemeigenschappen blijkt duidelijk dat de code aan verschillende tegenstrijdige wensen moet voldoen.

Gezien de onmogelijkheid hiervan zal de ideale code niet alleen een compromis betekenen, maar kan dit compromis - afhankelijk van het transmissiesysteem - ook nog verschillend worden gekozen.

Tabel I: efficiency van binaire, ternaire en quaternaire gebalanceerde blokcodes als functie van de woordlengte M.

M	m=2		m=3		m=4	
	N	η (%)	N	η (%)	N	η (%)
1	0	0	1	63.09	1	50
2	1	50	2	63.09	3	75
3	2	66.67	4	84.12	5	83.33
4	3	75	5	78.87	7	87.5
5	4	80	7	88.33	9	90
6	5	83.33	8	84.12	11	91.67
7	6	85.71	10	90.13	13	92.86
8	7	87.5	11	86.75	15	93.75
9	8	88.89	13	91.13	17	94.44
10	9	90	14	88.33	19	95

Enkele lijncodes

In de vorige paragraaf is uiteengezet dat een verhoging van de puls-herhalingsfrequentie een grotere kabeldemping en dus kortere repeater-afstanden met zich meebrengt. Onder meer om deze reden zijn gebalanceerde binaire blok-codes minder aantrekkelijk. Door de grotere complexiteit van de repeaters en de minder goede transmissie-eigenschappen van de gebruikte kabels hebben codes met vier of meer niveaus ook geen toepassing gevonden in de lagere orde PCM-systemen. De komst van de breedband PCM-systemen, die gebruik maken van de coaxiale kabel, heeft echter de belangstelling voor meer-niveau lijncodes doen opleven.

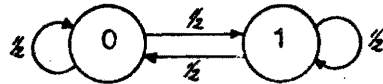
Veel meer bekendheid hebben de ternaire codes gekregen en hiervan slechts de meest eenvoudige, gezien de snel toenemende complexiteit van codeer- en decodeerschakeling bij vergroting van de woordlengte. Dit aspect speelt met name bij de korte verbindingen, waar de eenvoud van de schakelingen zwaar weegt, een grote rol. Bij de breedband PCM-systemen met grote transmissielengte is deze noodzaak minder groot, omdat de codeschakelingen slechts aan begin en eind van de transmissieweg voorkomen.

De meest eenvoudige ternaire codering is - zoals uit tabel I blijkt - de omzetting van 1 binair symbool in 1 ternair symbool. Tot deze groep behoren alle pseudoternaire codes. De meest bekende exponent hiervan is de z.g. bipolaire code. De codering vindt plaats door de binaire enen alternerend in positieve en negatieve symbolen te vertalen en de binaire nullen onveranderd te laten. De RDS neemt de waarden 0 en 1 aan (DSV = 1).

Codetabel

binair	ternair	
	+ modus	- modus
0	0	0
1	+	-

$$\Pr(S = 0) = \Pr(S = 1) = \frac{1}{2}$$



Omdat de woordlengte 1 is, zijn de eindtoestanden gelijk aan de toestanden. In de toestanden 0 en 1 wordt gecodeerd volgens de positieve resp. negatieve modus. Het optreden van een binaire 1 veroorzaakt een moduswisseling.

Eigenschappen:

De bipolaire code is zeer goed gebalanceerd.

Een lange reeks binaire nullen wordt in het ternaire signaal als een even lange reeks nullen weergegeven; dit kan moeilijkheden bij de regeneratie van het kloksignaal veroorzaken.

Foutbewaking kan op zeer eenvoudige wijze geschieden door het signaleren van overtredingen van de bipolaire regel.

De efficiency van de code is laag (63.09 %).

Wordsynchronisatie is niet nodig, terwijl de codeerschakeling vrij eenvoudig is. Decodering kan plaatsvinden door middel van dubbelzijdige gelijkrichting.

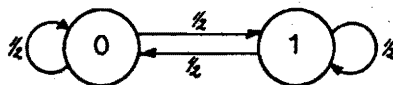
De bipolaire code wordt voornamelijk toegepast in lagere orde PCM-systemen.

e volgende groep van ternaire codes is die, waarbij woorden van 2 binaire symbolen worden omgezet in woorden van 2 ternaire symbolen. De enige bekende code uit deze groep is de PST-code (Paired Selected Ternary), die door de AT&T is toegepast in het 224 Mb/s PCM systeem.

Codetabel

binair	ternair	
	+ modus	- modus
00	-+	-+
01	0+	0-
10	+0	-0
11	+-	+-

Eindtoestandsdiagram



Gelijke kans van optreden van de binaire woorden verondersteld.

$$\Pr (S = 0) = \Pr (S = 1) = \frac{1}{2}$$

De RDS kan de waarden -1 t/m 2 aannemen (DSV = 3), terwijl er slechts twee eindtoestanden mogelijk zijn (0 en 1).

In de eindtoestanden 0 en 1 wordt gecodeerd volgens de positieve resp. negatieve modus.

De binaire woorden 00 en 11 worden gerepresenteerd door de gebalanceerde ternaire woorden -+ en +- en veroorzaken geen moduswisseling. Moduswisseling treedt wel op bij de woorden 01 en 10 die worden vertaald in de ongebalanceerde woorden 0+/0- resp. +0/-0.

Eigenschappen:

De PST-code is minder goed gebalanceerd dan de bipolaire code.

Het lijnsignaal bevat zeer veel klokinformatie: er treden gemiddeld twee pulsen per 4 symbolen op (met een minimum van 2), terwijl ten hoogste twee gelijke symbolen achter elkaar kunnen voorkomen.

Foutbewaking kan geschieden door het signaleren van een overschrijding voor de RDS van zijn grenswaarden -1 en +2.

De efficiency van de code is even slecht als die van bipolair (63.09%).

Woordsynchronisatie is mogelijk door middel van de niet gebruikte ternaire woorden ++, 00 en --, die bij een foutieve woordsynchronisatie kunnen optreden, en/of signalering van de RDS-waarden -1 en 2 in de eerderonderstelde eindtoestanden.

De codeer- en decodeerschakeling zijn iets gecompliceerder.

as bij een ternaire woordlengte van 3 blijkt het mogelijk om een grotere efficiency te verkrijgen. Per ternair woord worden 4 bits overgeragen: de efficiency bedraagt 84.12 %.

In deze groep zijn verschillende coderingen mogelijk. Om deze te onderzoeken worden eerst de mogelijke ternaire woorden geïnventariseerd. De woorden kunnen worden onderverdeeld in 4 groepen en wel:

-) 7 gebalanceerde woorden : +0-, +0, 0+-, -+0, 0-+, -0+ en 000
-) 12 woorden met som 1 resp. -1 : +00, 0+0, 00+, ++-, +-+ en -++ resp. -00, 0-0, 00-, ---+, --+ en +--
-) 6 woorden met som 2 resp. -2 : ++0, +0+ en 0++ resp. --0, -0- en 0--
-) 2 woorden met som 3 resp. -3 : +++ resp. ---.

Met deze woorden kunnen ten hoogste $7 + \frac{1}{2} (27-7) = 17$ binaire woorden gebalanceerd worden weergegeven welk aantal zeer goed overeenstemt met de 16 mogelijke binaire woorden van 4 symbolen. Zoals blijkt is er één woord "over".

Welk ternair woord of paar van woorden komt het meest in aanmerking voor weglaten?

Met het paar +++ en --- veroorzaakt de grootste onbalans en lijkt een onredelijke keus. Weglating van dit paar levert een vrij goed gebalanceerde code op, die echter een reeds eerder ontmoet nadeel heeft:

Met het gebalanceerde ternaire woord 000 veroorzaakt geen moduswisseling en kan dus lange tijd achtereen voorkomen.

Met is dus noodzakelijk het woord 000 uit het codeboek te schrappen.

De engelse 4B/3T-code.

De meest eenvoudige codering ontstaat door invoering van 2 codeermodi: een positieve, die alle woorden met som ≥ 0 bevat, en een negatieve, die alle woorden met een som ≤ 0 bevat. Volgens de positieve modus wordt gecodeerd indien de RDS-waarde ≤ 0 is en volgens de negatieve modus indien de RDS-waarde > 0 is.

Mogelijke RDS-waarden: -3 t/m 4: DSV = 7. Eindtoestanden: -2 t/m 3.

Codetabel

binair	ternair	
	+ modus	- modus
0000	0-+	0-+
0001	-+0	-+0
0010	-0+	-0+
0011	+-+	+-+
0100	0++	0--
0101	0+0	0-0
0110	00+	00-
0111	-++	+--

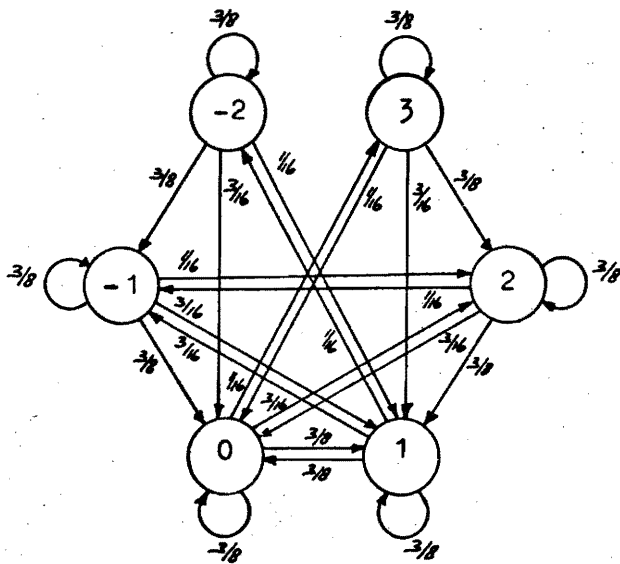
binair	ternair	
	+ modus	- modus
1000	0+-	0+-
1001	+0-	+0-
1010	+0-	+0-
1011	+00	-00
1100	+0+	-0-
1101	++0	--0
1110	++-	---+
1111	+++	---

Eindtoestandsdiagram

$$\Pr(S = -2) = \Pr(S = 3) = 1/30$$

$$\Pr(S = -1) = \Pr(S = 2) = 4/30$$

$$\Pr(S = 0) = \Pr(S = 1) = 10/30$$

Eigenschappen:

Het maximum aantal achtereenvolgende nullen bedraagt 4 en het maximum aantal achtereenvolgende positieve of negatieve symbolen is 6.

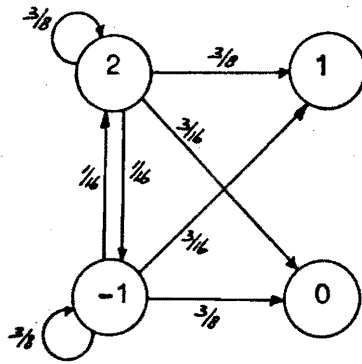
De code is matig gebalanceerd ($DSV = 7$), heeft een redelijke klokinhoud en een goede efficiency.

De structuur van deze code is echter zodanig, dat woordsynchronisatie en foutbewaking niet betrouwbaar genoeg m.b.v. de signaaleigenschappen zelf kunnen geschieden. De rede hiervan is dat van de 27 woorden slechts het woord 000 verboden is, zodat de kans op detectie van een verboden woord zeer gering is. Ook de mogelijkheid om deze functies m.b.v. de RDS-waarde te verrichten faalt, omdat de waarschijnlijkheid dat de RDS zijn grenswaarden aanneemt zeer klein is (zie eindtoestandsdiagram).

De MS 43-code

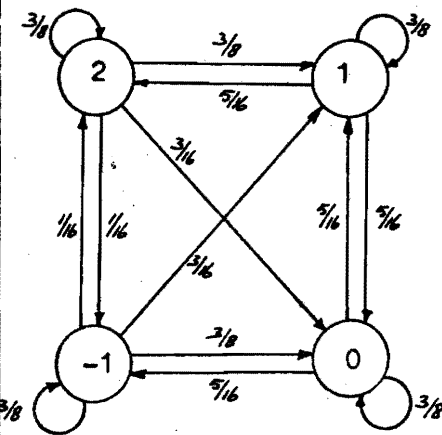
Een verbetering van de 4B/3T-code is de z.g. MS 43, gevonden door Franaszek. De redenering die hij hierbij gevolgd kan hebben luidt als volgt: in de laagste eindtoestand wordt gecodeerd volgens de positieve modus. Deze bevat woorden waarvan de som 0, 1, 2 of 3 is. Er zijn dus tenminste 4 eindtoestanden. Is het mogelijk om met dit aantal te volstaan?

Om op deze vragen een antwoord te krijgen wordt een voorlopig eindtoestandsdiagram getekend, waarin behalve de 4 eindtoestanden -1 t/m 2 ook de bij -1 en 2 behorende positieve resp. negatieve modus zijn opgenomen.



In de bij toestand 1 behorende codeermodus mogen slechts woorden gebruikt worden waarvoor geldt: $-2 \leq \text{som} \leq 1$. Voor de woorden uit de bij de toestand 0 behorende modus geldt: $-1 \leq \text{som} \leq 2$. Terwille van de eenvoud en de balancering is voor de toestanden 0 en 1 een zelfde codeermodus gekozen, die 6 gebalanceerde woorden en 5 woorden met een som van 1 resp. -1 bevat (zie volledige toestandsdiagram).

Eindtoestandsdiagram



$$\begin{aligned} \Pr(S = 1) &= \Pr(S = 0) = 9/28 \\ \Pr(S = -1) &= \Pr(S = 2) = 5/28 \end{aligned}$$

Codetabel

binair	ternair		
	M ₋₁	M _{0,1}	M ₂
0000	+++	--+	--+
0001	++0	00-	00-
0010	+0+	0-0	0-0
0011	0-+	0-+	0-+
0100	0++	-00	-00
0101	-0+	-0+	-0+
0110	--0	--0	--0
0111	--+	--+	--+
1000	++-	++-	++-
1001	00+	00+	--0
1010	0+0	0+0	-0-
1011	0+-	0+-	0+-
1100	+00	+00	0--
1101	+0-	+0-	+0-
1110	+ -0	+ -0	+ -0
1111	++-	++-	++-

Mogelijke RDS-waarden: -2 t/m 3; DSV = 5. Eindtoestanden: -1 t/m 2.

Eigenschappen:

De code is beter gebalanceerd. Ook de klokinhoud is toegenomen: het maximum aantal opeenvolgende nullen bedraagt 4 en er kunnen ten hoogste 5 positieve en negatieve symbolen achter elkaar voorkomen. Omdat de kans van optreden van de eindtoestanden -1 en 2 nu groter is en de RDS z'n grenswaarden vaker aanneemt, zijn woordsynchronisatie en foutdetectie mogelijk geworden met behulp van de signaaleigenschappen zelf, hoewel de tijdsduur hiervoor nog aanzienlijk is. De codeer- en decodeerschakeling zijn uitgebreider.

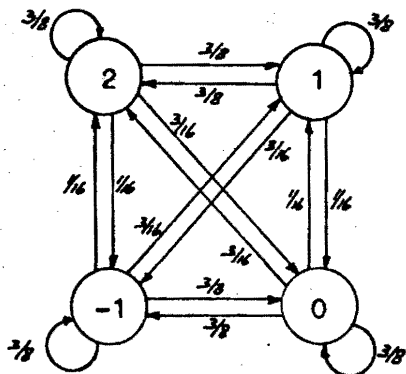
Een verbetering van de MS 43-code op het punt van woordsynchronisatie en foutbewaking leidt tot de FOMOT-code (FOur MOde Ternary).

Bij de afleiding hiervan is uitgegaan van het incomplete eindtoestandsdiagram van de MS 43-code.

De waarschijnlijkheid van optreden van de eindtoestanden -1 en 2 wordt maximaal door de overgangskansen vanuit de toestanden 0 en 1 naar de toestanden -1 en 2 zo groot mogelijk te maken.

Dit leidt tot 4 verschillende codeermodi.

Eindtoestandsdiagram



$$\Pr(S = -1) = \Pr(S = 0) =$$

$$\Pr(S = 1) = \Pr(S = 2) = 1/4$$

Mogelijke RDS-waarden: -2 t/m 3; DSV = 5. Eindtoestanden -1 t/m 2.

Eigenschappen:

Het maximum aantal opeenvolgende nullen bedraagt 4, terwijl ten hoogste 5 positieve of negatieve symbolen achter elkaar kunnen voorkomen; de klokinhoud is iets minder dan in de MS 43-code. Ook de balancering is iets verslechterd, hoewel de top-top-waarde van de lf-distorsie gelijk is gebleven. De foutvermenigvuldigingsfactor is kleiner (1.28 tegenover 1.77 bij de MS 43-code).

Codetabel

binair	ternair			
	M ₋₁	M ₀	M ₁	M ₂
0000	---	---	---	---
0001	0+-	0+-	0+-	0+-
0010	0-+	0-+	0-+	0-+
0011	0++	0++	0--	0--
0100	-+0	-+0	-+0	-+0
0101	0+0	-+-	0+0	-+-
0110	+--	0-0	+--	0-0
0111	+0-	+0-	+0-	+0-
1000	-0+	-0+	-0+	-0+
1001	++-	00-	++-	00-
1010	00+	---	00+	---
1011	+0-	+0-	+0-	+0-
1100	+00	-00	+00	-00
1101	++0	++0	-0-	-0-
1110	+0+	+0+	--0	--0
1111	+++	+-	+-	+-

De grote voordelen van de FOMOT-code ten opzichte van de MS 43-code zijn de veel betere mogelijkheden voor wordsynchronisatie en foutbewaking. Indien de decodeerschakeling uit synchronisatie is, dan is bij de FOMOT-code de synchronisatie bijna twee maal zo snel teruggevonden als bij de MS 43-code.

Ook de foutdetectie is veel sneller geworden: met 99 % waarschijnlijkheid is een fout na 48 (gem. 10.6) woorden gedetecteerd (MS 43: 71 (15.6)).

Referenties

J.M. Sipress A new class of selected ternary pulse transmission plans for digital transmission lines
IEEE Trans. Comm. Techn. 1965, blz. 366 t/m 372

P.A. Franaszek Sequence state coding for digital transmission
BSTJ 47, blz. 143 t/m 157 (1967)

K.W. Cattermole Principles of pulse code modulation
Iliffe Books Ltd - Londen 1969

J.B. Buchner
T.H. Delft
Afd. der Elektrotechniek
Lab. voor Transmissie van Informatie

SYNCHRONISATIE VOOR EEN LIJN MET REPEATERS

door

Ir. E. Roza

Natuurkundig Laboratorium
N.V. Philips' Gloeilampenfabrieken
Eindhoven-Nederland

0. Inleiding

Een lijntransmissiesysteem voor digitale signalen kan bestaan uit een kabel waarin op bepaalde afstand van elkaar regeneratieve pulsversterkers zijn aangebracht, die repeaters genoemd worden. In zo'n repeater, waarvan in fig. 1 een blokschema is weergegeven, worden de volgende functies verricht :

- a. lineaire : de ontvangen symbolen worden versterkt en in de egalisator ontdaan van lineaire vervorming.
- b. niet-lineaire : de ontvangen symbolen worden in de regenerator hersteld naar amplitude en faze.

Om dit laatste proces te kunnen uitvoeren moet een klok-sig-naal ter beschikking staan, dat uit de ontvangen informatie moet worden afgeleid. In het volgende wordt een overzicht gegeven van de methoden , waarop deze klokwinning kan plaatsvinden.

1. Vermogensspektrum van het signaal

Het transmissiemodel bestaat uit een signaalbron die dirac stoten stuurt in een ekwivalent transmissiekanaal, waarin alle lineaire signaalbewerkingen zijn opgenomen. In het algemeen zal men er naar streven om de bandbreedte van dit

transmissiekanaal zodanig te beperken dat juist nog een goede overdracht van de informatie mogelijk is, hetzij op economische overwegingen, hetzij om een optimale signaal-ruis verhouding te verkrijgen. Het eerste criterium van Nyquist geeft aan dat men kan volstaan met een bandbreedte die begrensd is bij een frekwentie die ligt tussen de digit frekwentie en de helft daarvan.

De reeks synchrone dirac pulsen uit de signaalbron kan worden beschreven als een superpositie van een deterministische reeks met pulsen van gelijke amplitude en een stochastische reeks met pulsen waarvan de grootte van de amplitude random verdeeld is.

De eerste reeks is verantwoordelijk voor lijnen in het vermogensspektrum op de digitfrekwentie en veelvoud daarvan. De tweede reeks levert het continue gedeelte in dit spectrum op.

Vanwege de bandbreedtebegrenzing van het transmissiekanaal kan echter geen energie op de digitfrekwentie of veelvoud daarvan worden overgedragen. Er zijn dus niet-lineaire signaalbewerkingen vereist om een kloksignaal uit het ontvangen signaal op te wekken.

2. Niet-lineaire signaalbehandeling

Er zijn twee methodes in gebruik, waarbij tijdens de signaalbehandeling principieel symbool interferentie wordt vermeden.

- a. Bij de eerste methode wordt het transmissiekanaal zodanig veranderd dat het voldoet aan het tweede criterium van Nyquist. Zo'n kanaal heeft de eigenschap dat halverwege de digit centra van twee opeenvolgende digits de bijdrage van de overige digits aan het totale signaal nul is. Het signaal wordt vervolgens door een schakeling gestuurd die pulsen van korte duur (korter dan één digit interval) genereert op de tijdstippen dat het signaal drempels overschrijdt die overeenkomen met de signaalwaarde van een enkele digit halverwege twee digitcentra. Op deze wijze ontstaat een reeks ekwidistante pulsen waarvan het vermogensspektrum lijnen heeft op de digitfrekwentie en veelvoud daarvan, zodat een filtering kan

- worden toegepast om hieruit een kloksignaal te verkrijgen.
- b. Bij de tweede methode wordt het transmissiekanaal zodanig gewijzigd dat een symmetrische overdracht rondom de Nyquist frekwentie ontstaat. Vervolgens wordt het signaal gekwadraterd. Het resultaat is, dat een signaal ontstaat met frekwentie gelijk aan de digitfrekwentie, dat weliswaar in amplitude is gemoduleerd, maar waarvan de faze niet verandert. Alle componenten in het oorspronkelijke continue spektrum rondom de Nyquist frekwentie dragen bij aan het vermogen van dit signaal. Ook op dit signaal moet dan nog een nafiltering worden toegepast.

De eerste methode wordt gebruikt in systemen waarin de digit frekwentie relatief laag is ten opzichte van het frekwentiebereik van de toepasbare elektronische componenten. Bij hogere frekwenties wordt dan ook de tweede methode gevolgd, die echter als zodanig niet of nauwelijks wordt herkend. Zo moet het gelijkrichten van de symbolen van een pseudo ternair signaal opgevat worden als een niet ideale uitvoeringsvorm van het beschreven principe. De pseudo ternaire codering is immers een lineaire bewerking die men in het transmissiekanaal als een differentiator operatie kan beschrijven. Het ekwivalente transmissiekanaal verkrijgt daardoor een (gebrekkige) symmetrie rondom de Nyquist frekwentie. De gelijkrichting vervangt de kwadraterbewerking. Het dan verkregen en nog te filteren signaal zal echter door deze onvolmaakte uitvoeringsvorm fazefouten ten gevolge van symbool interferentie bezitten.

3. Filtering

Voor de beschrijving van het filterproces dat op de niet-lineaire signaalbehandeling volgt, gaan we uit van een signaalvorm, zoals dit bij de eerste methode verkregen wordt. Dit signaal kan worden beschreven als :

$$s(t) = \sum a_n \delta(t - nT - \tau_n)$$

hierin is de koëfficient a_n bepaald door de statistische eigenschappen van het signaal en heeft de waarde 0 of 1. De grootheid τ_n geeft aan dat de positie van de pulsen verschoven kan zijn ten opzichte van hun nominale waarde.

Daar kunnen drie oorzaken voor zijn :

- a. ruis
- b. symbool interferentie doordat de kanaalkarakteristiek niet aan de beoogde vorm voldoet.
- c. de binnenkomende symbolen vertonen reeds fazefouten die geïntroduceerd zijn door voorgaande repeaters.

3.1. Resonantiekring

Indien het signaal $s(t)$ in de vorm van stroompulsen een resonantiekring, met resonantiefrekwentie zoveel mogelijk gelijk aan de bitfrequentie aanstoot, zal over de kring een in amplitude en fase variërende spanning met nominale frekwentie gelijk aan de bitfrequentie ontstaan. De amplitude variatie kan door een begrenzer schakeling worden geëlimineerd. De fase variatie bepaalt de kwaliteit van het opgewekte kloksignaal. Na analyse blijkt dat men de volgende bijdragen aan de totale fazefout kan onderscheiden :

- a. een kwasi statische fazefout, die bepaald wordt door de relatieve verstemming β van de kring ten opzichte van de bitfrequentie en de kwaliteitsfaktor Q .

Bij benadering geldt :

$$\theta_{e0} = \beta Q$$

- b. een dynamische fazefout, veroorzaakt door de relatieve verstemming en de variërende energiedichtheid. De grootte van de effectieve waarde kan met een eenvoudige uitdrukking worden weergegeven als men mag aannemen dat de kansen op het optreden van nullen of enen in de opeenvolgende symbolen statistisch onafhankelijk zijn :

$$\sqrt{\Delta \theta_e^2} = \frac{\theta_{e0}}{2} \sqrt{\frac{\pi}{Q}} \sqrt{\frac{1-p_1}{p_1}}$$

- c. een dynamische fazefout ten gevolge van de pulsverplaatsingen van de symbolen ten opzichte van hun nominale positie. Indien deze pulsverplaatsingen statistisch onafhankelijk van elkaar zijn, kan ook voor deze fazefout een eenvoudige uitdrukking worden gegeven :

$$\sqrt{\Delta \theta_e^2} = \omega_b \sqrt{\tau_n^2} \sqrt{\frac{\pi}{Q}}$$

In het algemeen zal aan de eis van statistische onafhankelijkheid van τ_n niet zijn voldaan. Indien de spektrale dichtheid van τ_n , $\tau^2(\omega)$ bekend is, kan voor deze fazefout ook geschreven worden :

$$\overline{\Delta\theta_e^2} = \frac{1}{2\pi} \frac{4\pi^2}{T^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \tau^2(\omega) |F(j\omega)|^2 d\omega$$

Hierin is $F(j\omega)$ de fazeoverdrachtsfunctie van de resonantiekering, gedefinieerd als :

$$F(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega \frac{2Q}{\omega_0}}$$

Uit deze uitdrukkingen kan men afleiden dat aan een optimaal filter de volgende eisen gesteld moeten worden :

- a. hoge kwaliteitsfaktor
- b. grote stabiliteit van de resonantiekering.

De beperkingen bij het opvoeren van de kwaliteitsfaktor zijn :

1. de kwaliteitsfaktor kan slechts opgevoerd worden voor zover de stabiliteit van de resonantiekering dit ten aanzien van de kwasi statische fazefout toelaat.
2. een hoge kwaliteitsfaktor leidt tot lange acquisitie-tijden.

In fig. 2 is een variant weergegeven die dit laatste bezwaar ondervangt : de geschakelde resonantiekering. Indien er énen aangeboden worden werkt de kring in de lage Q toestand, bij nullen in de hoge Q toestand.

De stabiliteit van de resonantiekering wordt bepaald door de eigenschappen van de componenten en is derhalve niet willekeurig groot te maken. Het gebruik van kristallen is in dit opzicht te prefereren boven LC kringen, mits de kwaliteitsfaktor in verband met het voorgaande voldoende laag gehouden kan worden, hetgeen bij hogere frekwenties niet altijd mogelijk is. In fig. 3 is een variant aangegeven, waarbij de stabiliteit op elektronische wijze vergroot wordt : de bijgestemde resonantiekering. Met een fazevergelijker wordt het fazeverschil tussen gefilterd en ongefilterd signaal gemeten. Het teken van de resulterende spanning geeft aan in welke richting de resonantiekering bijgestemd moet worden. De statische fazefout wordt daardoor met een faktor die samenhangt met de lusversterking gereduceerd. De mate waarin deze bijstemming kan plaatsvinden

hangt af van de off-set spanningen in de terugkoppellus.

3.2. Phase locked loop

Met het digitale signaal $s(t)$ kan ook de oscillator van een phase locked loop worden gesynchroniseerd. Het blokschema van deze methode is weergegeven in fig. 4. De eigenschappen van de phase locked loop worden bij een lusfilter van de eerste orde- waardoor het totale systeem van de tweede orde is-, bepaald door drie parameters, nl. de natuurlijke frekwentie ω_n , de dempingsfaktor ζ en de lusversterking bij frekwentie nul : K . Deze parameters vindt men terug in de overdrachtsfunctie van de gesloten lus :

$$\Theta_o = H(j\omega) \Theta_i = \frac{j\omega(2\zeta - \frac{\omega_n}{K}) + \omega_n^2}{(j\omega)^2 + j\omega 2\zeta\omega_n + \omega_n^2} \Theta_i$$

Bij analyse blijkt dat de faze van de op deze wijze gesynchroniseerde oscillator overeenkomstige fluktuaties vertoont als de faze van het opgewekte signaal bij de resonantiekring.

a. Er is een kwasi statische fazefout :

$$\theta_{eo} = \frac{\Delta\omega_b}{K}$$

hierin is $\Delta\omega_b/2\pi$ het verschil tussen de bitfrekwentie en de rustfrekwentie van de V.C.O.

b. Er is een dynamische fazefout ten gevolge van de variërende energiedichtheid van het aangeboden signaal en de verstemming $\Delta\omega_b$.

Bij statistisch onafhankelijke symbolen geldt :

$$\sqrt{\Delta\theta_e^2} = \frac{\theta_{eo}}{2} \sqrt{\frac{\pi}{Q_{eff}}} \sqrt{\frac{1-p_i}{p_i}}$$

De effectieve kwaliteitsfaktor Q_{eff} van de phase locked loop is hier ingevoerd naar analogie van de kwaliteitsfaktor van de resonantiekring, volgens :

$$Q_{eff} = \frac{\pi f_b}{4 f_{NN}}$$

Hierin is f_{NN} de ruisbandbreedte van het systeem die gedefinieerd is als

$$f_{NN} = \int_0^{\infty} |H(j\omega)|^2 df$$

N.B. Indien bij de resonantiekering dezelfde begrippen worden gehanteerd en men in plaats van de overdrachtsfunctie $H(j\omega)$ de in 3.1. gedefinieerde fazeoverdrachtsfunctie $F(j\omega)$ substitueert, verkrijgt men identieke uitdrukkingen.

- c. Er is een dynamische fazefout ten gevolge van de faze fluktuaties van het ingangssignaal. Bij statistisch onafhankelijke τ_n geldt :

$$\sqrt{\Delta\theta_e^2} = \omega_b \sqrt{\tau_n^2} \sqrt{\frac{\pi}{Q_{eff}}}$$

In termen van spektrale dichtheid :

$$\overline{\Delta\theta_e^2} = \frac{1}{2\pi} \frac{4\pi^2}{T^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \tau^2(\omega) |H(j\omega)|^2 d\omega$$

Voor optimale filtering zal men streven naar :

- a. kleine ruisbandbreedte, hetgeen ekwivalent is met een hoge effectieve kwaliteitsfaktor.
- b. een relatief grote lusversterking.

Daarbij spelen als beperkende factoren een rol :

1. de ruisbandbreedte kan slechts verkleind worden voor zover het vangbereik niet ontoelaatbaar klein wordt. Het vangbereik mag klein zijn indien de frekwentiestabiliteit van de V.C.O. groot is. Ten aanzien van de effectieve kwaliteitsfaktor van de phase locked loop kan dus in dit opzicht in feite hetzelfde gesteld worden als ten aanzien van de kwaliteitsfaktor van de resonantiekering.
2. een kleine ruisbandbreedte leidt tot lange acquisitietijden.

Het opvoeren van de lusversterking wordt begrensd door off-set spanningen in fazedetector en versterkers.

Er zijn uitvoeringsvormen met kristaloscillatoren, LC oscillatoren en multivibratoren. In deze volgorde bezitten zij een afnemende frekwentiestabiliteit, maar behoeven voor eenzelfde verstemming een afnemende spanning.

Dit houdt in dat men met betrekking tot de kwasi statische fazefout niet aan een bepaalde keuze gebonden is. Het kiezen van een VCXO zal wel tot een kleine ruisbandbreedte dwingen, wat naast de voordelen van geringe dynamische fazefout de nadelen van lange acquisitietijd en moeilijk-

bij de verkrijging van de juiste lusversterking met zich mee zal brengen.

Bij het dimensioneren op een bepaalde ruisbandbreedte bezit men nog twee vrijheidsgraden, nl. ω_n en ζ . In hoofdstuk 5 zal blijken dat men deze vrijheid in feite niet heeft en dat de keuze van ζ door een nog niet beschouwde effect wordt bepaald.

3.3. Phase locked loop versus resonantiekring

Vergelijken we de eigenschappen van de beide filtermethoden dan stellen we vast :

1. het verkleinen van zowel kwasi statische als dynamische fazefout is bij de resonantiekring niet zonder meer mogelijk : de fouten zijn afhankelijk van elkaar, er moet noodzakelijkerwijs een kompromis getroffen worden. Bij de phase locked loop is deze afhankelijkheid niet aanwezig. De bijgestemde resonantiekring is in dit opzicht vergelijkbaar met de phase locked loop.
2. Het opgewekte kloksignaal is bij de resonantiekring in tegenstelling met het signaal uit de phase locked loop nog in amplitude gemoduleerd. Deze amplitudemodulatie moet geëlimineerd worden met een begrenzerschakeling, hetgeen nieuwe fazefouten kan introduceren. Dit is des te ernstiger naarmate de frekwentie hoger is en naarmate de energiedichtheid van het patroon tussen wijdere grenzen varieert.
3. De fazeoverdrachtsfunctie van de resonantiekring is van de eerste orde. Die van de beschreven phase locked loop is van tweede orde. Van deze extra vrijheidsgraad kan met voordeel gebruik worden gemaakt, zoals in hoofdstuk 5 zal blijken.

4. Achterwaartse en voorwaartse methode

Bij het tot nu toe beschreven proces van voorfilteren, niet-lineaire signaalbehandeling en nafilteren vindt de

klokwekking in de voorwaartse weg van het signaal plaats. Het is mogelijk om de regeneratiebewerking zelf als niet-lineaire behandeling voor de klokwekking te gebruiken. Het regeneratieproces moet dan zelfstartend zijn en de geregenereerde symbolen moeten een "return to zero" karakter hebben. Het geregenereerde signaal wordt volgens één der beschreven methoden gefilterd. Het verkregen kloksignaal wordt bij hetingangssignaal opgeteld, waardoor het regeneratiemoment naar een nominale waarde verschoven wordt. De kwaliteit van het kloksignaal van deze achterwaartse methode is wat slechter, de implementatie van het systeem kan eenvoudig zijn.

5. Propagatie van fazefouten

Indien de fazeafwijkingen in hetingangssignaal spektraal min of meer uniform verdeeld zijn over het frekwentiegebied dat door de fazeoverdrachtsfunctie van het filter bestreken wordt en als de door symboolinterferentie geïntroduceerde fluktuaties eveneens geen uitgesproken spektrale componenten in dit frekwentiegebied bezitten, mag voor de fluktuaties van de faze van het opgewekte kloksignaal gesteld worden :

$$\theta(j\omega) = \text{const. } H(j\omega)$$

Deze betrekking zal echter alleen kunnen gelden voor de eerste repeater in de keten. De tweede repeater zal namelijk aan zijn uitgangssignaal niet alleen een identieke eigen bijdrage meegeven, maar ook een responsie op de spektrale componenten die door de eerste repeater zijn geïntroduceerd. Voor zover de eigen bijdrage het gevolg is van de structuur van het patroon van digits in hetingangssignaal zullen de fluktuaties koherent optellen bij de fluktuaties van de voorgaande repeater, zodat :

$$\theta(j\omega) = c \cdot H(j\omega) + c \cdot H(j\omega) \cdot H(j\omega)$$

Hierin stelt de eerste term de eigen bijdrage voor en de tweede term de responsie op de spektrale componenten die uit de eerste repeater zijn ontstaan. Na M repeaters vinden we dus :

$$\theta(j\omega) = c H(j\omega) + c H(j\omega)^2 + \dots + c H(j\omega)^M$$

De effectieve waarde van de fluktuatie na M repeaters kan dan berekend worden uit :

$$\theta^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |\Theta(j\omega)|^2 d\omega$$

Deze fluktuatie wordt absolute jitter genoemd en heeft de nominale positie van de digits van het oorspronkelijke uitgezonden signaal als referentie. Zij is van belang omdat bij te grote waarde hiervan bij het dekoderen van het digitale signaal vouwvervorming ontstaat.

In fig. 5 is deze absolute jitter weergegeven als functie van het aantal repeaters, genormeerd op de jitter die in de eerste repeater ontstaat. Het is duidelijk dat de dempingsfaktor ζ van de phase locked loop niet te klein mag worden gekozen. Deze krommen gelden voor een phase locked loop met relatief grote lusversterking, nl. als

$$2\zeta \gg \frac{\omega_n}{K}$$

Bij het regenereren in de repeaters zelf is de fluktuatie tussen de faze van het binnenkomende signaal en de faze van opgewekte kloksignaal van belang, de z.g. relatieve jitter. Deze jitter kan worden berekend uit het verschil van de spektra van de faze fluktuaties in twee opeenvolgende repeaters :

$$\Theta_r(j\omega) = \Theta(j\omega)_M - \Theta(j\omega)_{M-1} = c \cdot H(j\omega)^M$$

5.1. Reduktie van absolute jitter

Het is mogelijk om een zeer langzame toeneming van de absolute jitter te verwezenlijken.

Zoals is duidelijk gemaakt volgt de absolute jitter een lineaire optelwet, vanwege de koherentie van de signalen in de opeenvolgende repeaters. Men kan deze koherentie verbreken door per repeater een eenvoudige scrambler op te nemen, waardoor de accumulatie van de jitter geschiedt, als bij ruis, volgens een kwadratische optelwet.

Fig. 6 illustreert wat met deze methode bereikt kan worden.

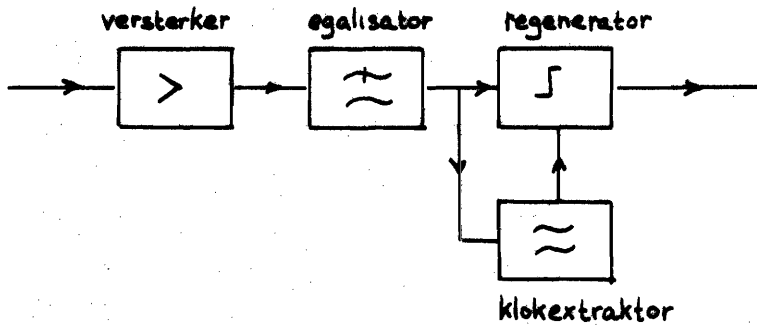


fig. 1

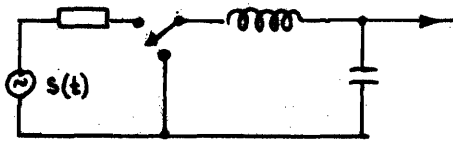


fig. 2

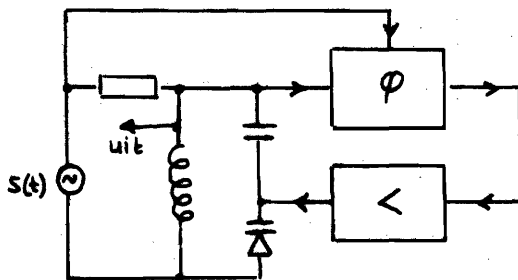


fig. 3

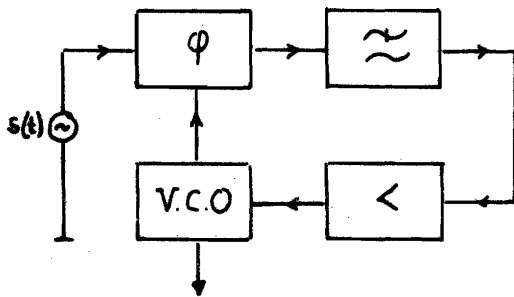


fig. 4

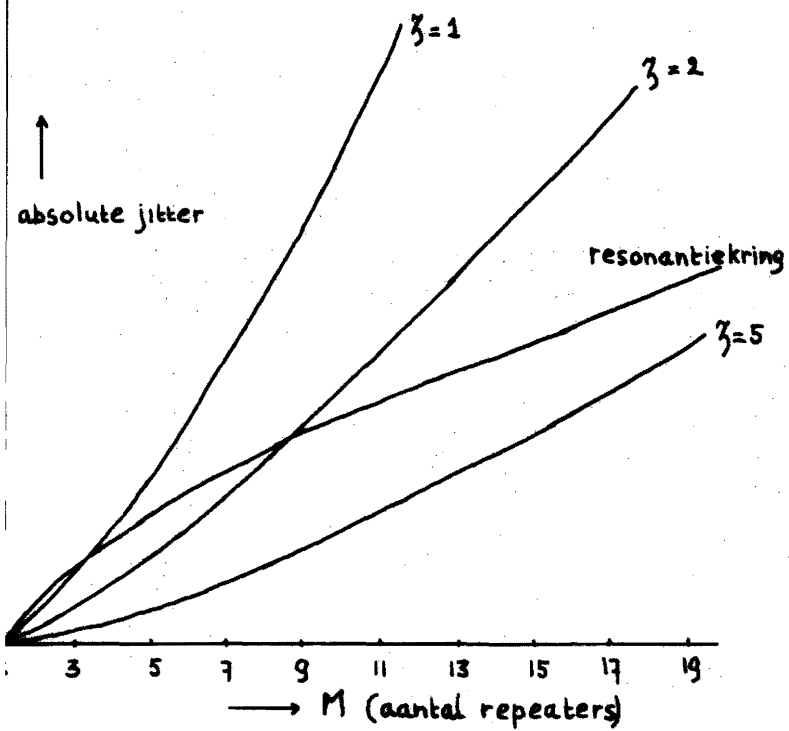


fig. 5

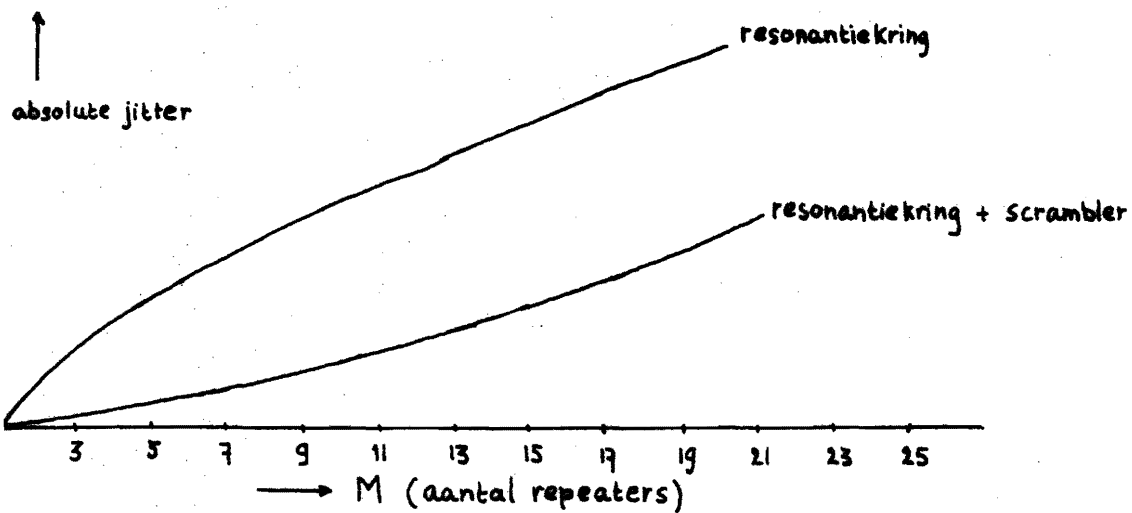


fig. 6

Het Viterbi algoritme

Inleiding

Met het Viterbi algoritme kunnen convolutiecodes optimaal worden gedecodeerd (maximum likelihood decoding). In dit artikel zal een eenvoudige convolutiecode worden beschouwd met het bijbehorende decodeer-algoritme.

Daarna volgt een beschouwing over de foutencorrigerende werking van het algoritme.

De coder

De convolutiecode, waarmee het decodeer-algoritme zal worden beschouwd, wordt als volgt gegenereerd :

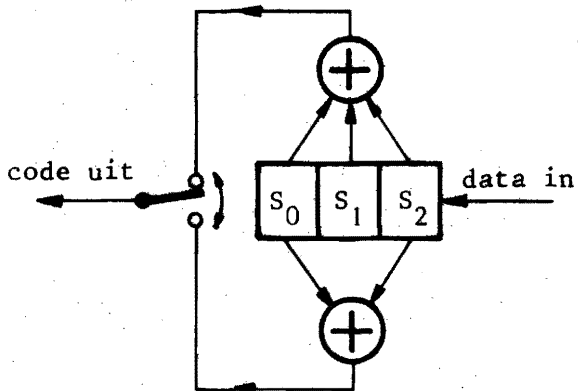


fig. 1. De coder

We zullen nu aan de hand van deze tabel de toestandsovergangen beschouwen. De posities S_1 en S_2 kunnen zich in 4 toestanden bevinden die we a, b, c en d zullen noemen, zoals in de waarheidstabel is aangegeven.

Nu zijn de volgende toestandsovergangen eenvoudig in te zien :

Zijn S_1 en S_2 in de toestand :
 en er wordt ingeschoven een :
 dan komen S_1 en S_2 in toestand :
 en U_1 en U_2 worden resp. :

Aan een 3-traps schuifregister zijn twee modulo-twee optellers verbonden, zoals aangegeven in fig. 1. De uitgangen daarvan worden beurtelings met de coder-uitgang verbonden.

Als we de drie posities in het schuifregister resp. S_0 , S_1 en S_2 noemen en de uitgangen van de modulo-twee optellers resp. U_1 en U_2 kunnen we voor de coder de volgende waarheidstabel opstellen :

S_0	S_1	S_2	toest	U_1	U_2
0	0	0	a	0	0
0	0	1	b	1	1
0	1	0	c	1	0
0	1	1	d	0	1
1	0	0	a	1	1
1	0	1	b	0	0
1	1	0	c	0	1
1	1	1	d	1	0

a	a	b	b	c	c	d	d
0	1	0	1	0	1	0	1
a	b	c	d	a	b	c	d
00	11	10	01	11	00	01	10

We zullen een en ander nagaan met behulp van een voorbeeld. Stel, we hebben een datareeks 11010 en het schuifregister is aanvankelijk met drie nullen gevuld (toestand a). Nu wordt de eerste bit ingeschoven : een 1. Er staat nu in de drie posities : 001, (toestand b) zodat : $U_1 = 0 \oplus 0 \oplus 1 = 1$, $U_2 = 0 \oplus 1 = 1$. Aan de uitgang verschijnt 11. De volgende bit wordt nu ingeschoven : een 1. Er komt te staan : 011, zodat nu $U_1=0$ en $U_2=1$. Bij de volgende stap staat er : 110, dus $U_1=0$ en $U_2=1$. Zo voortgaand vinden we de code : 1101010010.

Elke databit wordt dus omgezet in twee codebits, die het kanaal ingaan. De informatiesnelheid of "rate" is dus $\frac{1}{2}$.

Dat dit systeem lineair is, is eenvoudig in te zien door de responsie op twee verschillende datareeksen en de responsie op de som daarvan te beschouwen

```

100000...  →  111011000000....
001000...  →  000011101100....
----- + ----- +
101000...  →  111000101100....
    
```

Aan deze eigenschap heeft deze code de naam convolutiecode te danken. De hier beschreven code is een van de eenvoudigste convolutiecodes. Meer ingewikkelde codes worden verkregen door een langer schuifregister te nemen en daar op een bepaalde manier een aantal modulo-twee optellers aan te verbinden.

We zullen nu de toestandsovergangen uit de laatste tabel nader bezien. Deze overgangen kunnen worden weergegeven in een z.g. trellis-diagram. De toestanden a, b, c en d zullen we voorstellen door 4 niveau's, een toegevoerde databit door een getrokken lijn of een stippellijn voor een 0, resp. een 1. Langs deze lijnen zullen we de bijbehorende twee codebits schrijven. Voorts veronderstellen we, dat het schuifregister aanvankelijk drie nullen bevat. Het trellis-diagram komt er dan als volgt uit te zien (fig. 2).

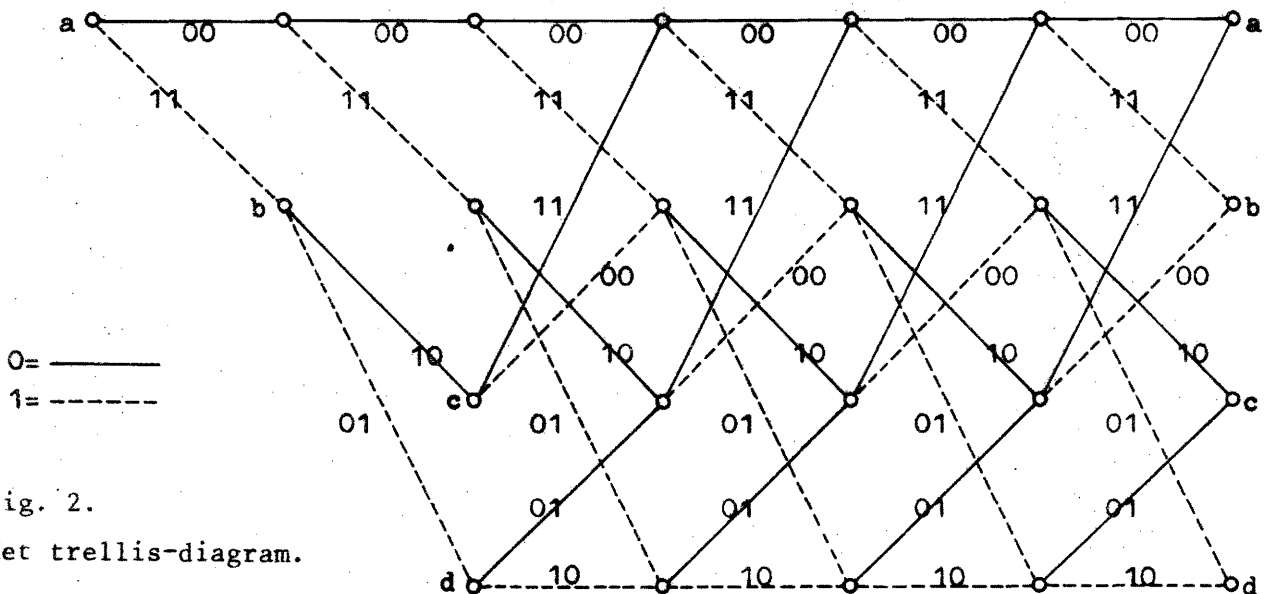


fig. 2.
Het trellis-diagram.

De datareeks wordt dus voorgesteld als een pad door dit diagram. Dit pad begint links boven in toestand a en loopt telkens van links naar rechts naar een nieuwe toestand. De bijbehorende codereeks wordt dan gevormd door het bitpatroon, dat langs dit pad geschreven staat.

Het decodeer-algoritme

Het Viterbi algoritme berust op het principe van minimum-distance-decoding. Bij een ontvangen bitreeks wordt dat pad door het trellis-diagram gezocht, dat de kleinste Hamming-afstand heeft tot die ontvangen bitreeks. Om te zien hoe dit in zijn werk gaat zullen we een voorbeeld beschouwen :

We hebben in het vorige voorbeeld gezien dat bij een datareeks 11010, de code-reeks 1101010010 behoort. Stel nu, dat aan de ontvangzijde van het kanaal deze reeks verminkt is tot 1001110010. De tweede en de vijfde bit worden verkeerd ontvangen. Hoe wordt nu deze ontvangen reeks gedecodeerd ?

We beschouwen de eerste twee bits : 10. We weten, dat we in de linker-bovenhoek moeten starten. We zien nu, dat er slechts twee paden vanuit dat punt vertrekken, n.l. pad a-a (00) en pad a-b (11). Beide paden liggen op Hamming-afstand 1 van de eerste twee ontvangen bits (10). We onthouden deze afstanden en we onthouden beide paden. Vervolgens beschouwen we de tweede twee ontvangen bits (01). Vanuit a is er een pad (00) naar a op afstand 1, maar we hadden al een afstand 1 tot punt a na de eerste stap, dus de totale afstand van de eerste vier ontvangen bits (1001) tot dit pad a-a-a (0000) is 2.

Vanuit a is er ook een pad (11) naar b, eveneens op afstand 1, dus de totale afstand van de eerste vier ontvangen bits (1001) tot dit pad (0011) is ook 2.

Vanuit b is er een pad (10) naar c met afstand 2 tot 01. Totaal dus 1+2=3.

M.a.w. het pad a-b-c (1110) ligt op Hamming-afstand 3 van 1001.

Tenslotte is er een pad b-d (01) op afstand 0 van 01. Totaal dus 1+0=1. Het pad a-b-d (1101) ligt dus op afstand 1 van de eerste vier ontvangen bits (1001).

Samenvattend is het resultaat tot dusver :

- er is een pad op afstand 2, dat in a uitkomt,
- er is een pad op afstand 2, dat in b uitkomt,
- er is een pad op afstand 3, dat in c uitkomt en
- er is een pad op afstand 1, dat in d uitkomt.

Nu wordt de zaak gecompliceerder. Bij de volgende stap komen er twee paden in elk punt a, b, c en d samen. We dienen dan alleen het pad te onthouden met de kleinste totale afstand tot de ontvangen reeks. Het andere pad kan vervallen omdat het op grotere afstand ligt, en dus onwaarschijnlijker is. Zijn de beide totale afstanden gelijk, dan maken we een willekeurige keus. We laten dan b.v. telkens het onderste pad vervallen.

De derde twee ontvangen bits zijn 11. We beschouwen fig. 3.

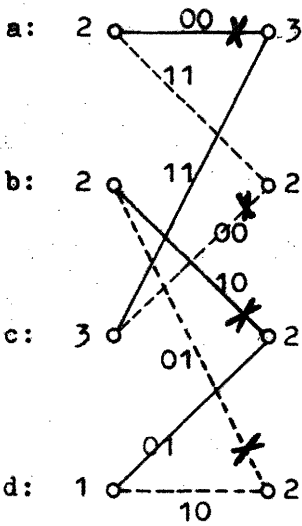


fig. 3.

De derde stap.

Het pad a-a ligt op afstand 2, totaal dus $2+2=4$.
 Het pad c-a ligt op afstand 0, totaal dus $3+0=3$.
 Pad a-a kan dus vervallen en we onthouden pad c-a en de nieuwe afstand (metric) 3.
 Het pad a-b ligt op afstand 0, totaal dus $2+0=2$.
 Het pad c-b ligt op afstand 2, totaal dus $3+2=5$.
 Pad c-b vervalt, a-b onthouden met metric 2.
 Het pad b-c ligt op afstand 1, totaal dus $2+1=3$.
 Het pad d-c ligt op afstand 1, totaal dus $1+1=2$.
 Pad b-c vervalt, d-c onthouden met metric 2.
 Het pad b-d ligt op afstand 1, totaal dus $2+1=3$.
 Het pad d-d ligt op afstand 1, totaal dus $1+1=2$.
 Pad b-d vervalt, d-d onthouden met metric 2.

De nieuwe metric-waarden zijn nu dus resp. 3, 2, 2, 2.

De volgende twee stappen worden op dezelfde manier uitgevoerd en we vinden na de vierde stap de metric-waarden 3, 2, 3, 3 en na de vijfde en laatste stap de waarden 4, 4, 2, 3.

We tekenen nu het trellis-diagram met weglating van de vervallen paden en met vermelding van de metric-waarden na elke stap (fig. 4).

data-reeks:	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0
gezonden code:	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0
ontvangen reeks:	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0

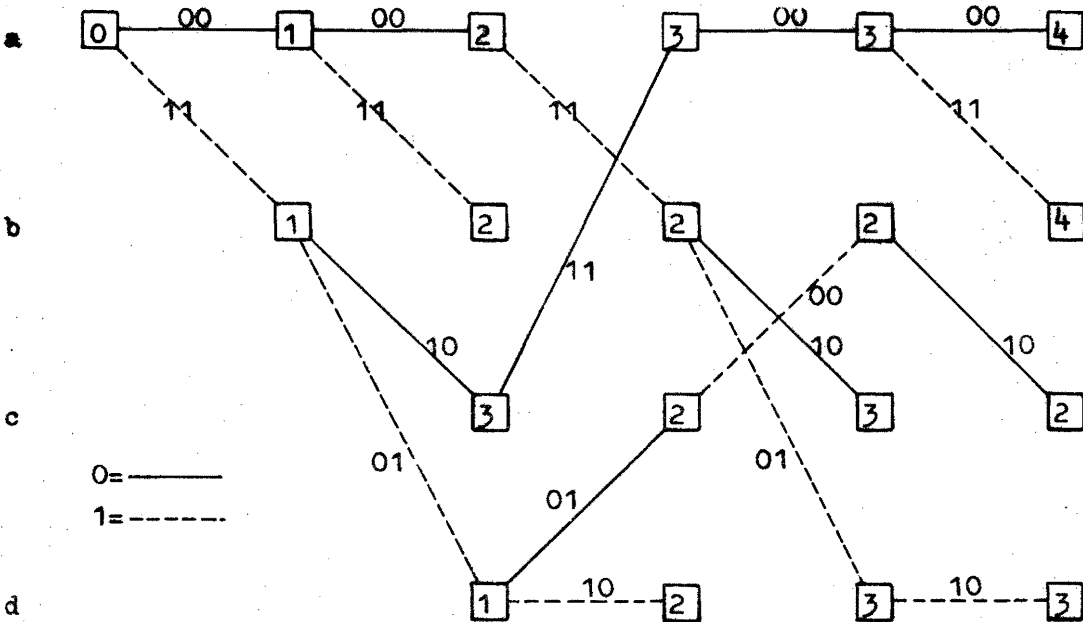


fig. 4. De onthouden paden en metric-waarden.

Na ontvangst van de reeks 1001110010 blijkt dus, dat er een pad is dat in a uitkomt en op Hamming-afstand 4 van de ontvangen reeks ligt. Er is ook een pad op afstand 4, dat in b eindigt, een pad op afstand 2 dat in c eindigt en een pad op afstand 3, dat in d eindigt. Het pad met de kleinste afstand tot de ontvangen bitreeks is blijkbaar het pad op afstand 2, dat in c eindigt. Volgen we dit pad van rechts naar links, dan vinden we de bijbehorende codereeks : 1101010010, die inderdaad op Hamming afstand 2 ligt van 1001110010. We hadden immers 2 bits fout ontvangen.

De gedecodeerde datareeks vinden we door de getrokken- en de stippellijnen weer om te zetten in nullen en enen : 11010. We hebben dus foutloos gedecodeerd, hoewel er twee van de tien codebits fout ontvangen zijn.

De bitfoutenkans

We willen nu proberen na te gaan, hoe groot de kans is om bij ontvangst van een verminkte code-bitreeks een verkeerd pad te kiezen.

Convolutiecodes zijn groep-codes, zodat we zonder verlies van algemeenheid de afstand mogen berekenen van het nul-codewoord (pad a-a-a-a...) tot alle andere codewoorden, want deze verzameling afstanden is gelijk aan de verzameling afstanden van elk willekeurig codewoord tot alle andere.

Met behulp van de genererende functie [1], [2], is gemakkelijk te zien, dat er één pad bestaat, dat in een zeker knooppunt het nullenpad verlaat en in een knooppunt verderop voor de eerste keer weer met het nullenpad samenkomt en op een afstand 5 daarvan gelegen is (n.l. pad 111011).

Op dezelfde wijze vinden we twee paden op afstand 6, vier op afstand 7, in het algemeen 2^k paden op afstand $k+5$. ($k=0,1,2,3,\dots$)

Door de kans te berekenen dat elk van die paden gekozen wordt en vervolgens deze kansen te sommeren vinden we de kans om zo'n verkeerd pad te kiezen.

Vervolgens kan dan door het aantal enen in elk pad te bepalen de bitfoutenkans P_B (d.i. het verwachte aantal bitfouten in de gedecodeerde datareeks, gedeeld door het totale aantal databits) berekend worden.

Het resultaat van die berekeningen is weergegeven in fig. 5. Hier is de bovengrens voor P_B uitgezet als functie van de foutenkans p van een binair symmetrisch kanaal. Voor kleine p geldt bij benadering : $P_B \leq 50 p^3$.

Blijkbaar geeft dit algoritme een belangrijke verbetering voor $p < \frac{1}{24}$.

De foutencorrigerende werking van Viterbi-decoders maakt ze zeer geschikt voor die vormen van digitale communicatie, waarbij men met een relatief hoge kanaalfoutenkans moet rekenen (b.v. satelliet-communicatie).

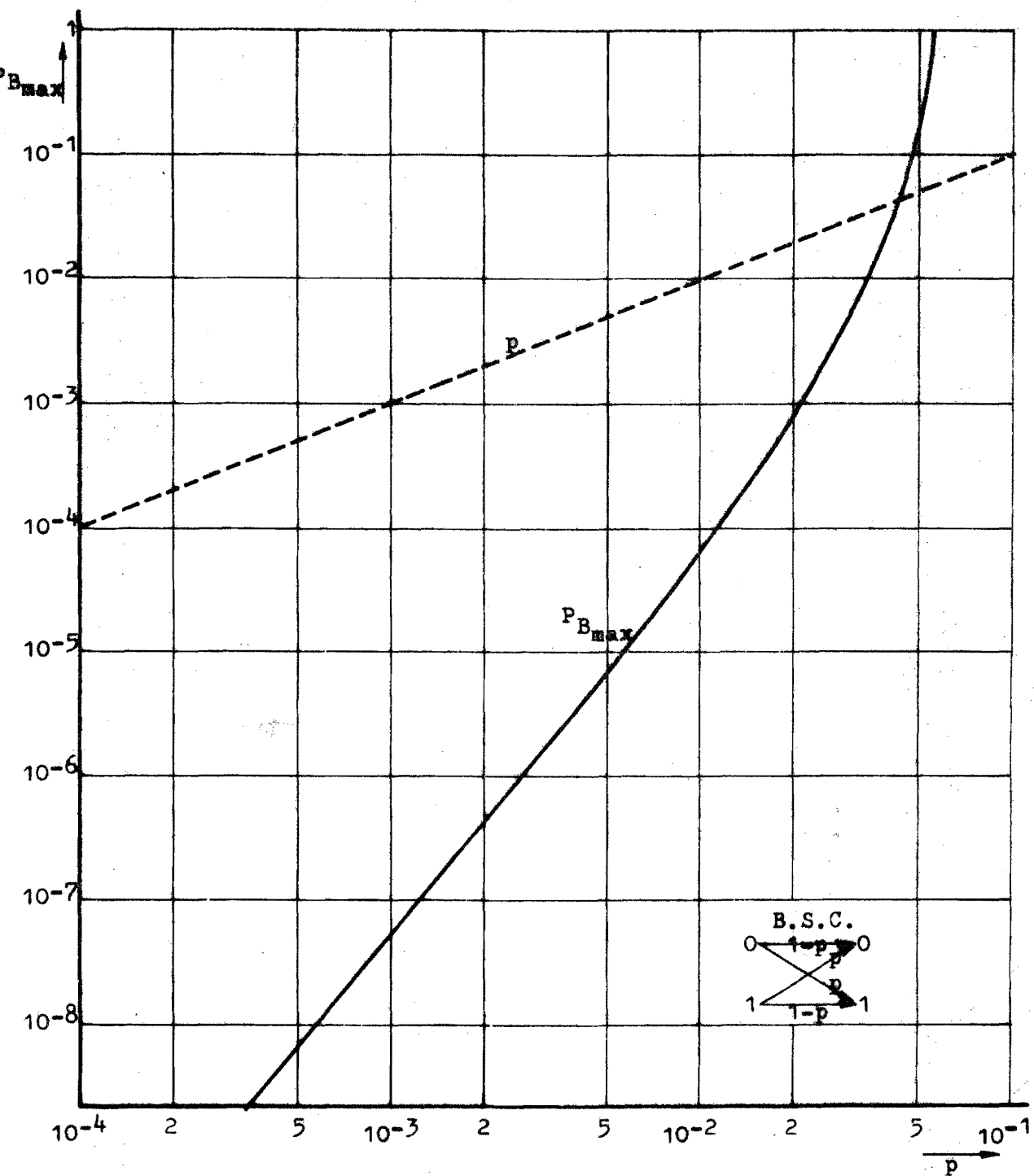


fig. 5. $P_B(p)$

Ref. :

- [1] "Convolutional Codes and Their Performance in Communication Systems" door A.J. Viterbi, I.E.E.E. Transactions on Communications Technology, oct.'71
- [2] "Een Viterbi-decoder" door L. v.d. Meeberg, afstudeerverslag THE, vakgroep ECA, verschijnt binnenkort.

L. v.d. Meeberg
THE, ECA