

# Identificatie van een dynamische modelparameter van een continu variabele transmissie

**Citation for published version (APA):**

Westerhof, R. (2000). *Identificatie van een dynamische modelparameter van een continu variabele transmissie*. (DCT rapporten; Vol. 2000.006). Technische Universiteit Eindhoven.

**Document status and date:**

Gepubliceerd: 01/01/2000

**Document Version:**

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

**Please check the document version of this publication:**

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

**General rights**

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

[www.tue.nl/taverne](http://www.tue.nl/taverne)

**Take down policy**

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

[openaccess@tue.nl](mailto:openaccess@tue.nl)

providing details and we will investigate your claim.

Identificatie van een dynamische modelparameter  
van een Continu Variabele Transmissie

Eerste Stage  
Roan M. Westerhof  
Begeleider: Bas G. Vroemen

report no. 2000.06

14 februari 2000

# Inhoudsopgave

1	Inleiding	1
2	Beschrijving CVT	2
3	Schattingsmogelijkheden	5
4	$\kappa$ -meting	7
5	Integratie-methode	9
6	Overdrachtsfunctie-methode	13
7	Kalmanfilter	18
8	Validatie	23
9	Conclusie en aanbevelingen	25

## Samenvatting

In het EcoDrive project wordt een aandrijflijn ontwikkeld, die gebruikmakend van een Continu Variabele Transmissie en een vliegwiel moet resulteren in brandstofbesparing zonder verlies aan prestatie of comfort. De Continu Variabele Transmissie is een hydraulisch geactueerd complex mechanisch systeem, waarvan diverse modelparameters geïdentificeerd dienen te worden, ten behoeve van modelgebaseerde regelaars. Een empirisch bepaald model, voorgesteld door Toru Ide, wordt gebruikt als structuur waarmee het dynamisch gedrag van de overbrengingsverhouding beschreven wordt. Binnen deze structuur is een evenredigheid aangenomen tussen verschillende parameters van de CVT en de verandering van de overbrengverhouding. De evenredigheidsconstante is zelf afhankelijk van de overbrengverhouding. Door een schatting van deze evenredigheidsconstante te bepalen kan worden nagegaan of het model van Ide bruikbaar is.

De evenredigheidsconstante is met drie verschillende methodes geschat: integratie van de modelvergelijking, linearisatie van het model, resulterend in een eerste-orde overdrachtsfunctie en door gebruik te maken van een kalmanfilter.

De schattingen van de verschillende methodes laten niet toe dat nauwkeurig kan worden aangegeven welke waarde de evenredigheidsconstante heeft. Betere schattingen kunnen worden verkregen door op de schatting toegespitste metingen te doen.

Verder blijkt dat het model van Ide bruikbaar is, maar dat de structuur niet alle geobserveerde fenomenen beschrijft.

# Hoofdstuk 1

## Inleiding

Het EcoDrive project is een samenwerkingsverband tussen de TUE, Van Doorne's Transmissie (VDT, Tilburg) en TNO (Delft). Hierin wordt gestreefd een aandrijflijn te ontwikkelen welke 25% brandstofbesparing realiceert, zonder enig compromis in prestaties en comfort. Hierbij wordt een klein en laagtoerig vlieg-wiel gecombineerd met een Continu Variabele Transmissie (CVT).

Een van de manieren om iets over de verandering van de overbrengverhouding te kunnen zeggen is met het model van Ide [2]. Dit is een experimenteel afgeleid model dat het verband weergeeft tussen de verandering van de overbrengverhouding en verschillende andere bekende parameters, namelijk de krachten die de poelies op de band uitoefenen, de 'duwverhouding' tussen de poelies, de hoeksnelheid van de secundaire poelie en de overbrengverhouding zelf. In dit zogenaamde grey box model is een evenredigheid aangenomen tussen deze parameters en de verandering van de overbrengverhouding. De evenredigheidsconstante wordt  $k_i$  genoemd en is afhankelijk van de overbrengverhouding  $i$ .

Het doel van deze stage is om een schatting voor  $k_i$  te maken. Hierbij moet worden nagegaan of het door Ide voorgestelde verband tussen de verschillende parameters geldig is. Als de structuur van het model van Ide blijkt te kloppen, kan er een kwantitatieve schatting van  $k_i$  worden gemaakt. Deze schatting en het model kunnen dan gebruikt worden om het gedrag van de CVT te voorspellen. Hiervan kan later gebruik worden gemaakt in modelgebaseerde regelaars.

In dit verslag zullen verschillende methodes om  $k_i$  te schatten behandeld worden. Ten eerste zal door middel van integreren geprobeerd worden een karakterisering van  $k_i$  te geven. Daarna zal een methode worden bekeken waarbij een systeem wordt gedefinieerd zodanig dat er overdrachten vergeleken kunnen worden en ten derde zal een extended kalmanfilter worden toegepast om de coëfficiënten van een polynoom dat  $k_i$  beschrijft te schatten. Naar aanleiding van deze schattingen kan geprobeerd worden om het verloop van de overbrengverhouding te schatten. Ten slotte zullen de schattingmethodes vergeleken worden.

## Hoofdstuk 2

# Beschrijving CVT

In dit hoofdstuk zal het gebruikte model van de CVT worden behandeld. Deze vergelijkingen zijn van belang om inzicht te krijgen in het model van Ide en om de grootheden uit dat model te kunnen bepalen op grond van gemeten grootheden.

Het model van Ide beschrijft de CVT. Deze bestaat onder andere uit twee poelies en een schakelband. Door een bepaalde kracht op de schakelband uit te oefenen kan een koppel en hoekverdraaiing worden overgebracht. De primaire poelie (poelie  $p$ ) wordt aangedreven door de motor, de secundaire poelie (poelie  $s$ ) drijft de wielen aan. De overbrengverhouding is gedefinieerd door  $i = \frac{\omega_p}{\omega_s}$  waarbij  $p$  en  $s$  voor respectievelijk *primair* en *secundair* staan. (Dit is niet de definitie die gangbaar is op de TU. Deze definitie wordt echter wel veel gebruikt in de automotive-industrie.) Deze overbrengverhouding bevindt zich tussen de waardes  $i_{min} \approx 0.40$  en  $i_{max} \approx 2.5$ . De klemkrachten die door de poelie op de schakelband worden uitgeoefend zijn opgebouwd uit centrifugaalkrachten die op de olie werken, krachten veroorzaakt door oliedruk en, voor de secundaire poelie, een veerkracht:

$$F_p = A_p p_p + c_p \omega_p^2 \quad (2.1)$$

$$F_s = A_s p_s + c_s (i \omega_p)^2 + F_{veer} \quad (2.2)$$

Hierbij staat  $p_\alpha$  ( $\alpha = p, s$ ) voor de druk die op een poelie wordt uitgeoefend en  $A_\alpha$  voor het oppervlak waarop deze druk wordt uitgeoefend.  $c_\alpha$  zijn de centrifugale drukcoëfficiënten (dit zijn constanten die de centrifugaalkracht representeren). De veerkracht op de secundaire poelie tenslotte is op te splitsen in twee componenten. Dit zijn een voorspanning en een kracht veroorzaakt doordat de veer wordt ingedrukt bij het veranderen van de overbrengverhouding (door de axiale verplaatsing van de poelies):

$$F_{veer} = F_{voorspanning} + k_{veer} 2 \tan \theta [r_s(i_{max}) - r_s(i)] \quad (2.3)$$

met  $\theta$  de poeliehoek. De secundaire omloopstraal  $r_s(i)$  kan berekend worden door  $i$  te vermenigvuldigen met (een benadering van) de primaire omloop-

straal  $r_p$ :

$$r_p = \frac{L_v \left( \frac{L_s}{L_v} - 2 \right)}{\pi(i+1)} \quad (2.4)$$

$L_v$  is de hartafstand van de poelies en  $L_s$  is de lengte van de duwband.

Indien de CVT bij een bepaald over te brengen koppel met een constante overbrengverhouding  $i$  werkt, is er een bepaalde verhouding tussen de klemkrachten van de poelies. Op het moment dat deze krachtenverhouding wijzigt, zal de overbrengverhouding ook gaan veranderen. Er is dus voor elke  $i$  (bij een bepaalde koppelratio  $k_T = \frac{T}{T_{max}}^{-1}$ ) een waarde voor de verhouding tussen de klemkrachten  $F_p$  en  $F_s$  waarvoor geldt dat de overbrengverhouding niet verandert, dus  $\frac{di}{dt} = 0$ .

Een gangbare regelstrategie voor de CVT gebruikt de primaire druk om de overbrengverhouding te verstellen en de secundaire druk om minimale klemkracht ten aanzien van slip te realiseren. De verhouding van primaire en secundaire klemkracht  $\kappa = \frac{F_p^*}{F_s}$  blijkt uit experimenten [2] redelijk te beschrijven te zijn als functie van  $i$  en  $k_T$ . De waarde van  $k_T$  is af te leiden (met  $\mu$  als de wrijvingscoëfficiënt tussen de poelie en de schakels van de duwband) met:

$$k_T = \frac{T_p \cos(\theta)}{2 F_s \mu r_p} \quad (2.5)$$

Volgens Ide is (experimenteel) het volgende verband af te leiden tussen de hierboven behandelde grootheden:

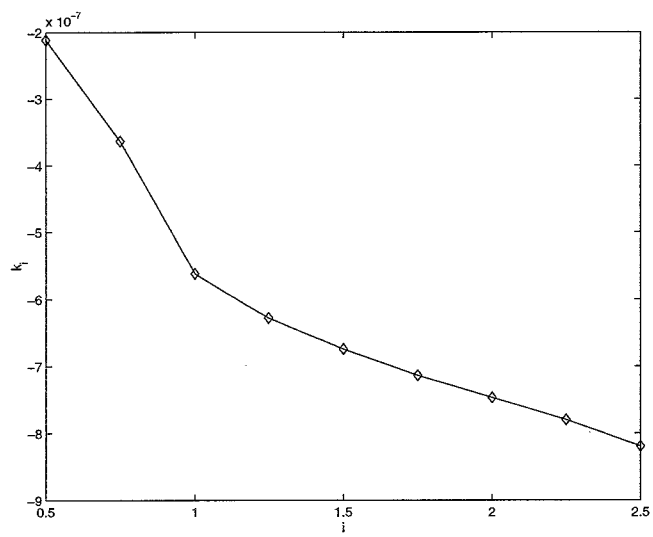
$$\frac{di}{dt} = k_i(i) \omega_p (F_p - F_p^*) \quad (2.6)$$

waarbij de parameter  $k_i(i)$  experimenteel bepaald moet worden.

Bij Van Doorne's Transmissie in Tilburg zijn in een eerder stadium metingen verricht aan de CVT. Naast metingen van de verschillende parameters in vergelijkingen 2.1 tot en met 2.5 is ook gepoogd de parameter  $k_i$  te reconstrueren (volgens de methode beschreven in hoofdstuk 6). De meetresultaten van deze meting (zie figuur 2.1) zullen worden gebruikt als houvast bij de resultaten uit de stage en om betere vergelijkingen mogelijk te maken. Om na te gaan of het model van Ide bruikbaar zou kunnen zijn, zal eerst moeten worden bekeken welke methodes tot een schatting voor  $k_i(i)$  kunnen leiden.

---

<sup>1</sup>Hierbij is  $T$  het doorgeleide koppel en  $T_{max}$  het koppel waarbij net slip op zou treden.



Figuur 2.1: verloop van  $k_i$  in de tijd



## Hoofdstuk 3

# Schattingsmogelijkheden

Om de parameter  $k_i$  te schatten zijn verschillende methodes te gebruiken.

### Integratie-methode

De integratie-methode is een vrij directe methode om  $k_i$  te bepalen. Door het model van Ide iets anders te schrijven kan door integreren een waarde voor  $k_i$  verkregen worden. Voor de situatie rond  $i = i_0$  geldt dan:

$$k_{i_0} = \frac{i - i_0}{\int_{i_0}^i \omega_s i (F_p - \kappa(i, \tau) F_s) dt} \quad (3.1)$$

Door  $k_{i_0}$  voor verschillende  $i_0$  uit te rekenen wordt een verloop voor  $k_i$  verkregen.

### Overdrachtsfunctie-methode

De methode die bij VDT gebruikt wordt, is het lineariseren van het model van Ide rond  $i = i_0$  en  $F_p = F_{p_0}$ . Na Laplace-transformatie ontstaat een eerste orde overdrachtsfunctie:

$$H(s) = \frac{K}{\tau s + 1} \quad (3.2)$$

Door de overdracht tussen  $i$  en  $F_p$  op verschillende punten te bepalen, kunnen voor deze waarden van  $i$  de parameters  $K$  en  $\tau$  uit vergelijking 3.2 worden bepaald. Dit kan gedaan worden door de primaire druk en daarmee de primaire kracht sinusvormig te laten veranderen. Dit resulteert in een sinusvormig uitgangssignaal voor de overbrengverhouding, zodat de amplitude en faseachterstand van het systeem bepaald kunnen worden. De verkregen parameters representeren de parameters uit het model van Ide waardoor een waarde voor  $k_i$  is af te leiden.

Het nadeel van deze methode is dat de linearisatie geldig is in een klein gebied. Om het gehele bereik van  $i$  te kunnen bestrijken moeten veel experimenten worden uitgevoerd.

### **Kalmanfilter**

De laatste methode die gebruikt is om  $k_i$  te schatten is een kalmanfilter. Deze kan gebruikt worden door voor  $k_i$  een bepaalde modelstructuur aan te nemen. Door gebruik te maken van metingen die eerder zijn gedaan aan een vergelijkbare opstelling kan een idee worden verkregen van de structuur van de parameter. Zo kan bijvoorbeeld een derdegraadsfit in  $i$  worden aangenomen. De precieze coëfficiënten van het polynoom kunnen dan geschat worden door het kalmanfilter. Het voordeel van een kalmanfilter is dat er rekening kan worden gehouden met de aanwezigheid van modelfouten en ruis.

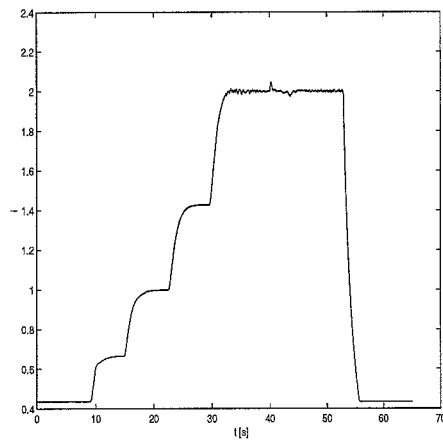
De bovenstaande methoden worden in de achtereenvolgende hoofdstukken 5, 6 en 7 gebruikt om  $k_i$  te schatten.

# Hoofdstuk 4

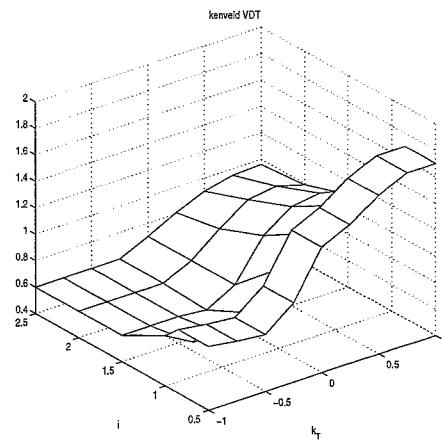
## $\kappa$ -meting

Er is aan de CVT een meting gedaan die het mogelijk maakt zelf een aantal waarden voor  $\kappa$  te bepalen, zodat deze verder gebruikt kunnen worden bij het afleiden van  $k_i$ . Daarnaast is er een kenveld van  $\kappa$  beschikbaar van de meting van VDT. Deze kan gebruikt worden als indicatie over de betrouwbaarheid van het model van Ide.

Zoals in hoofdstuk 2 staat beschreven, geldt  $\kappa = \frac{F_p}{F_s}$  als  $i$  een constante waarde heeft aangenomen. Uit de meting in figuur 4.1 blijkt dat dit geval zich voordoet bij vijf waarden van  $i$ .

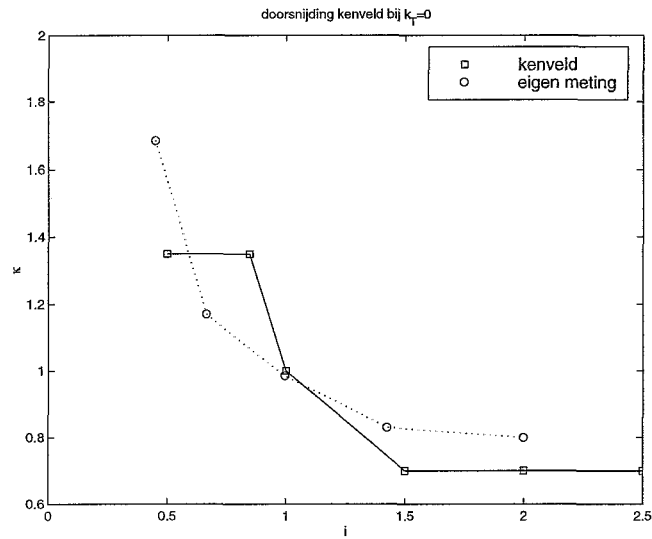


Figuur 4.1: meting waaruit  $\kappa$  kan worden bepaald.



Figuur 4.2: Kenveld van  $\kappa$  gemeten door VDT.

Voor deze waarden is het mogelijk om met  $k_T$  (gemeten) en  $F_s$  en  $F_p$  (berekend uit de gemeten drukken en hoeksnelheden, zie vergelijkingen 2.1 en 2.2) vijf waarden voor  $\kappa$  af te leiden. Deze waarden staan uitgezet in figuur 4.



Figuur 4.3:  $\kappa$

Het valt op dat de eigen meting een vloeiender verloop kent dan de referentiemeting. Daarnaast liggen de waarden voor  $\kappa$  beduidend hoger.

## Hoofdstuk 5

# Integratie-methode

Voor de situatie rond een willekeurige  $i = i_0$  is het model van Ide om te werken tot:

$$k_{i_0} = \frac{i - i_0}{\int_{i_0}^i \omega_s i (F_p - \kappa(i, k_T) F_s) dt} \quad (5.1)$$

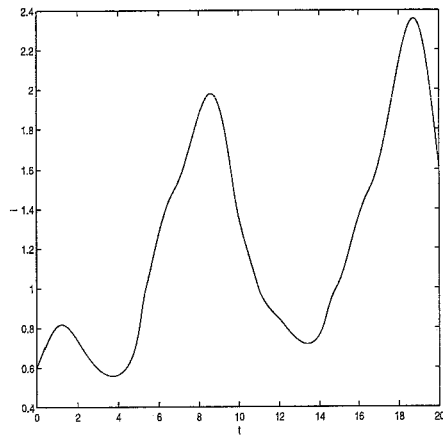
Door voor elke waarde  $i_0$  die  $i$  kan aannemen  $k_{i_0}$  uit te rekenen wordt een verloop voor  $k_i(t)$  gegenereerd. Om dit te doen zal vergelijking 5.1 moeten worden geïntegreerd. Dit kan bijvoorbeeld gedaan worden met de 3/8-regel [3]:

$$\int_{x_0}^{x_3} f(x) dx = \frac{3h}{8} (f_0 + 3f_1 + 3f_2 + f_3) \quad (5.2)$$

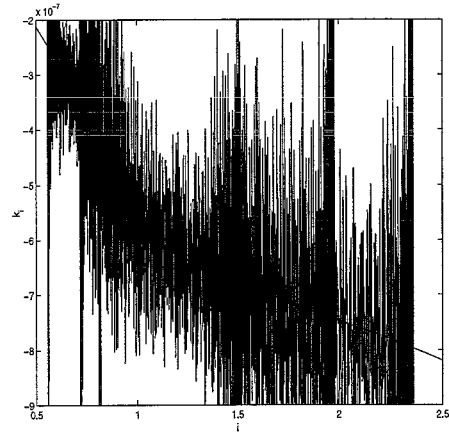
In deze regel geven  $x_0$  tot en met  $x_3$  vier achtereenvolgende punten aan waarvoor de functiewaarde wordt berekend. De afstand tussen deze punten op de x-as wordt gegeven door  $h$ . De functiewaarde behorende bij de vier punten wordt gegeven door  $f_0$  tot en met  $f_4$ . Hiermee wordt een numerieke benadering gegeven van het verloop van  $f(x)$ . De werking van deze aanpak is gesimuleerd door primaire en secundaire drukken en een initiële waarde voor  $i$  aan te nemen. Vervolgens wordt met het model van Ide een verloop voor  $i$  bepaald. Hier wordt ruis aan toegevoegd om de meting realistischer te maken. Uit metingen aan de CVT blijkt dat de ruis op de meting van  $i$  een waarde heeft ter grootte van ongeveer 0.15%. De ruis op de drukken verschilt van 1 bar tot 0.15 bar, afhankelijk van de grootte. Bij een druk van 15 bar is de ruis ongeveer 0.5 bar. Het toevoegen van ruis gebeurt door bij de gegenereerde signalen op elk sampletijdstip een waarde op te tellen zodanig dat de ruis van een echte meting gesimuleerd wordt. Hierbij blijkt dat kleine verstoringen een grote invloed hebben.

Bij het genereren van het signaal wordt ervoor gezorgd dat  $i$  enkele malen zijn volledige bereik doorloopt. Hierdoor geeft een plot van  $k_i$  tegen  $i$  meer dan één lijn te zien. Deze lijnen blijken niet volledig over elkaar te lopen. Dit wordt veroorzaakt door de aanwezige ruis. Om het verband tussen  $k_i$  en  $i$  toch in een enkele lijn weer te kunnen geven kan het gemiddelde van  $k_i$  worden bepaald. Dit resulteert echter niet in een glad verloop van de curve. Door de curve te filteren

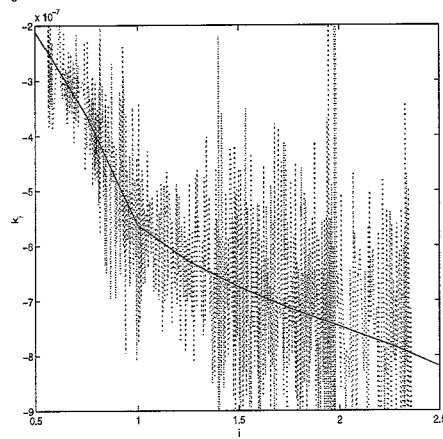
kan wel verbetering worden geboekt. Het beste resultaat wordt verkregen door de signalen vóórdat  $k_i$  wordt uitgerekend te filteren, nádat  $k_i$  is uitgerekend te middelen en vervolgens nog eens te filteren.



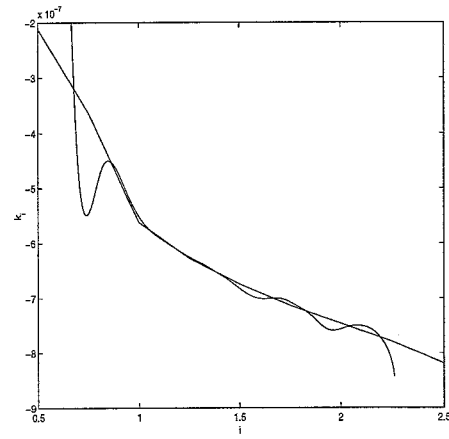
Figuur 5.1: gesimuleerd verloop voor  $\hat{i}$



Figuur 5.2: na filteren en integreren

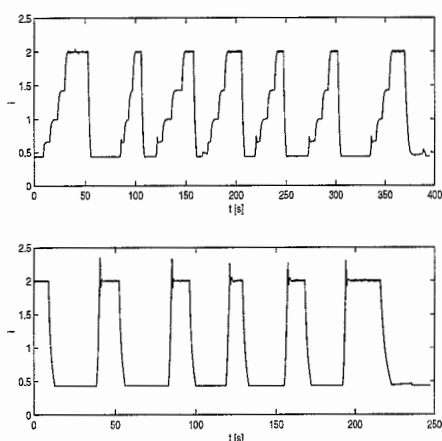


Figuur 5.3: na filteren en integreren en middelen

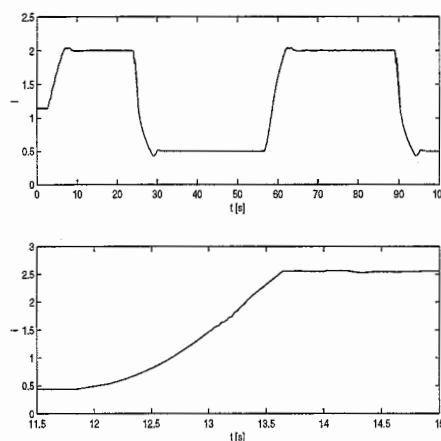


Figuur 5.4: na filteren en integreren en middelen en weer filteren

Omdat deze methode bruikbaar lijkt, kan hij worden toegepast op werkelijke metingen. In figuur 5.5 staan twee metingen. Bij de eerste meting (van 400 seconden) is de secundaire druk constant gehouden op 25 bar, en is de overbrengverhouding in stapjes van 0.5 naar 2 gebracht. Bij de tweede meting (van 250 seconden) is de secundaire druk constant op 15 bar gehouden en is alleen tussen  $i = 0.5$  en  $i = 2$  geschakeld. De derde meting die is gebruikt is een meting met een duur van 100 seconden. Deze is dezelfde als de tweede meting, alleen is de secundaire druk nu constant 10 bar. Ten slotte is er nog een vierde meting met een duur van 3.5 seconden bij een secundaire druk van ongeveer 20 bar, waarbij  $i$  van 0.5 naar boven schakelt (van overdrive naar low).



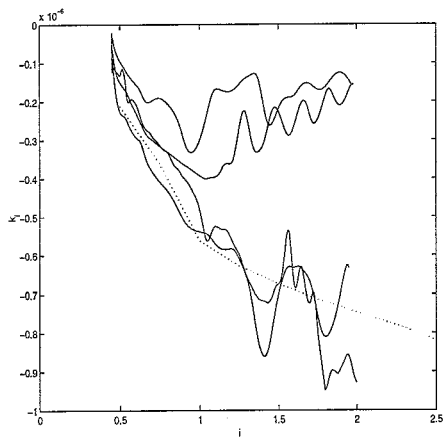
Figuur 5.5: metingen 1 en 2:  $i(t)$



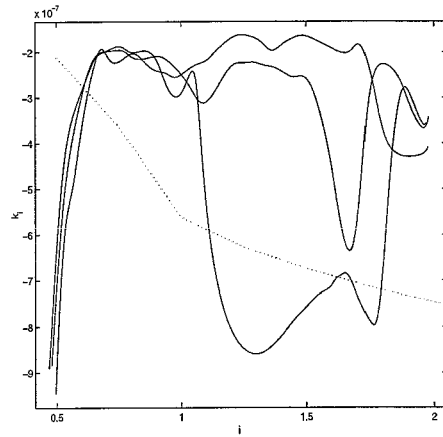
Figuur 5.6: metingen 3 en 4:  $i(t)$

Als met deze metingen  $k_i$  wordt uitgerekend, blijkt dat de eerder gevolgde methode nu niet meer helemaal bruikbaar is. Omdat de  $k_i$  zoals hij nu is gedefinieerd (VDT) altijd negatief is, zullen alle positieve waarden buiten beschouwing gelaten worden. Verder moet het verschil tussen  $F_p$  en  $F_p^*$  groot genoeg zijn, om te voorkomen dat de noemer in vergelijking 5.1 te klein wordt zodat  $k_i$  een te grote waarde zou gaan aannemen waardoor er pieken in het verloop van  $k_i$  terecht zouden komen. Zo mag ook de teller van vergelijking 5.1 niet te klein worden. (Dit komt voor als  $i$  constant wordt). Uit waarden die voor  $k_i$  gevonden worden blijkt dat er een wezenlijk verschil is tussen het schakelen van  $i = 0.5$  naar  $i = 2$  en andersom. In de figuren 5.7 en 5.8 staan de gevonden waarden voor de twee verschillende situaties bij de verschillende metingen.

In figuur 5.7 valt op dat twee curves een duidelijk ander verloop hebben dan twee andere curves. De twee curves die het gestippelde verloop van  $k_i$  (de meting van VDT) volgen zijn afkomstig van de tweede meting (onderaan in figuur 5.5) en de vierde meting (onderaan in figuur 5.6). Een overeenkomst is dat de dubbele afgeleide van  $i$  in beide gevallen een positieve waarde heeft. Voor de twee curves die niet over de stippellijn liggen geldt  $\frac{d^2i}{dt^2} < 0$ . Wat hiervan de oorzaak is, is niet duidelijk. Een mogelijke verklaring zou kunnen zijn dat



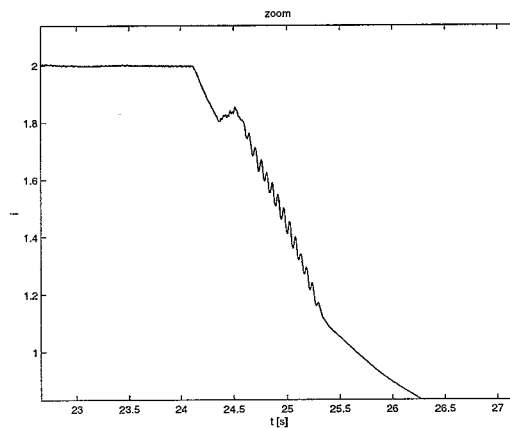
Figuur 5.7: van  $i = 0.5$  naar  $i = 2$



Figuur 5.8: van  $i = 2$  naar  $i = 0.5$

$k_i$  niet alleen een functie is van de overbrengverhouding maar ook van een (of meerdere) andere parameter(s).

In figuur 5.8 valt op dat de eerste en tweede meting redelijk bij elkaar in de buurt liggen, en dat de derde meting enigszins afwijkt. Dit komt doordat bij de derde meting de overgang van  $i = 2$  tot  $i = 1$  niet geleidelijk is verlopen (zie figuur 5.9).



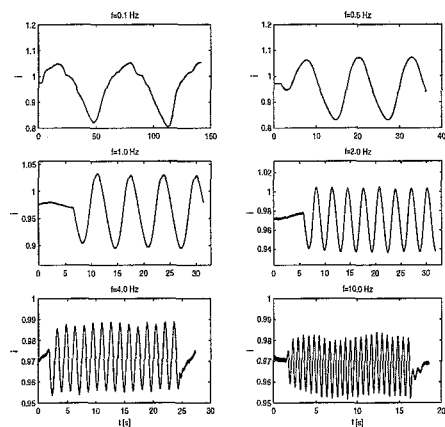
Figuur 5.9: ingezoomd op de derde meting



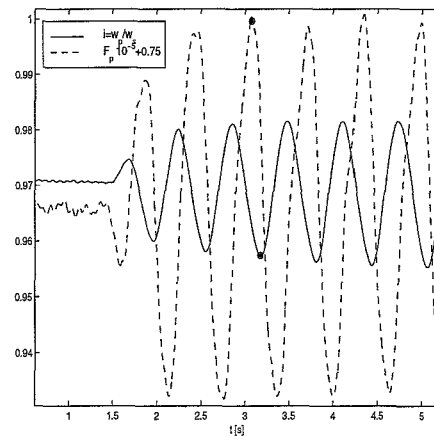
## Hoofdstuk 6

# Overdrachtsfunctie- methode

Bij de overdrachtsfunctie-methode wordt gebruik gemaakt van het gedrag van een eerste-orde systeem in het frequentiedomein. Door het definiëren van een in- en uitgang van het systeem kun je, indien je een sinusvormig ingangssignaal met een bepaalde frequentie aanbiedt, een schatting maken van de faseachterstand en amplitudeverhouding bij die frequentie. Door deze punten in een bodeplaatje weer te geven en door de punten de curve van een eerste-orde systeem te fitten kunnen de parameters van een dergelijke standaard eerste-orde overdrachtsfunctie bepaald worden.



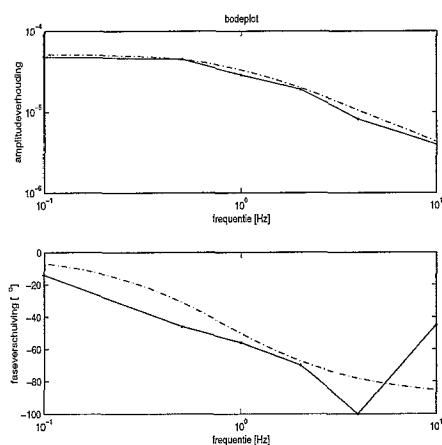
Figuur 6.1: beschikbare sinusvormige metingen van de overbrengverhouding.



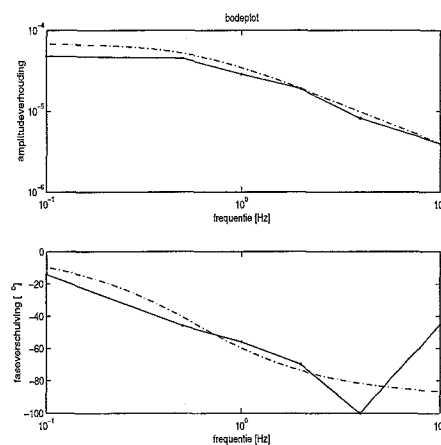
Figuur 6.2: faseverschuiving en amplitudeverhouding.

Met de hiervoor geschikte beschikbare metingen kan voor 6 verschillende

frequenties de fase-achterstand en amplitudeverhouding worden bepaald. In figuur 6.2 zijn twee punten aangegeven. De punt op de stippellijn, die het verloop van  $F_p$  voorstelt, heeft de punt op de doorgetrokken lijn tot gevolg ( $i$ ). Het is vaak moeilijk om precies het fase-verschil te bepalen omdat de metingen van de primaire druk, en daarom ook van de primaire klemkracht veel ruis bevatten. Ondanks het toepassen van filtering is het moeilijk om precies aan te geven waar zich een top van een signaal bevindt. Een ander probleem is het maken van de fit van het eerste-orde systeem. Er zijn slechts 6 punten beschikbaar en een redelijke fit op de waarden voor de amplitude- verhouding heeft nog geen redelijke fit op de waarden voor de faseverschuiving tot gevolg. Dit heeft invloed op de nauwkeurigheid van deze methode. In figuren 6.3 en 6.4 staan twee mogelijke fits door de gemeten punten. Het valt direkt op dat de faseverschuiving bij een frequentie van 10 Hz niet de grootte heeft die je zou verwachten op grond van de overige waarden.



Figuur 6.3: bodeplot van metingen en fit;  $|K|=5.2e-5$ ,  $\tau=1.2$ .



Figuur 6.4: bodeplot van metingen en fit;  $|K|=6.8e-5$ ,  $\tau=1.7$ .

Het bepalen van de parameters van een standaard eerste-orde systeem gaat als volgt:

Uitgaande van Ide:

$$\frac{di}{dt} = k_i(i) \omega_p (F_p - \kappa(i, k_T) F_s) = k_i \omega_s i (F_p - F_p^*) \quad (6.1)$$

In eerste orde benadering met  $F_p$  als ingang en  $i$  als uitgang is dit:

$$\frac{d\tilde{i}}{dt} = k_i \omega_s (F_p - F_p^*) \tilde{i} - i_0 k_i \omega_s \frac{\partial \kappa F_s}{\partial i} \tilde{i} + i_0 k_i \omega_s \tilde{F}_p \quad (6.2)$$

Hierbij wordt de variatie van  $k_i$  naar  $i$  weggelaten. Dit wordt gedaan omdat bij de linearisatie wordt verondersteld dat  $k_i$  een constante is. Nu volgt na

Laplace-transformatie:

$$I(s)(s - k_i \omega_s (F_{p0} - F_p^*) + k_i i_0 \omega_s \frac{\partial \kappa F_s}{\partial i}) = k_i i_0 \omega_s F_p(s) \quad (6.3)$$

Zodat overblijft de overdrachtsfunctie:

$$\frac{I(s)}{F_p(s)} = \frac{i_0}{\frac{s}{k_i \omega_s} - F_{p0} + \kappa F_{s0} + i_0 \frac{\partial \kappa F_s}{\partial i}} \quad (6.4)$$

Dit geschreven als een standaard eerste orde-systeem:

$$H(s) = \frac{K}{\tau s + 1} = \frac{\frac{i_0}{i_0 \frac{\partial \kappa F_s}{\partial i} + \kappa F_{s0} - F_{p0}}}{\left( \frac{1}{k_i \omega_s (i_0 \frac{\partial \kappa F_s}{\partial i} + \kappa F_{s0} - F_{p0})} \right) s + 1} \quad (6.5)$$

Uit de waarde voor  $\tau$  is de waarde voor  $k_i$  te halen als de overige variabelen bekend zijn. De waarde voor  $K$  kan fungeren als een test voor de nauwkeurigheid van deze methode. Omdat het ingangssignaal  $F_s$  sinusvormig is, zijn de overige variabelen dit ook. Voor  $\omega_s$ ,  $\kappa$  en  $F_p$  wordt het gemiddelde over de hele meting genomen om  $K$  en  $\tau$  te bepalen. Beter zou zijn om de stationaire beginsituatie te nemen, maar die is niet voor alle signalen beschikbaar. Dan blijft er nog een term over die verder uitgewerkt moet worden:

$$\frac{\partial \kappa F_s}{\partial i} = \frac{\partial \kappa}{\partial i} F_s + \frac{\partial F_s}{\partial i} \kappa \quad (6.6)$$

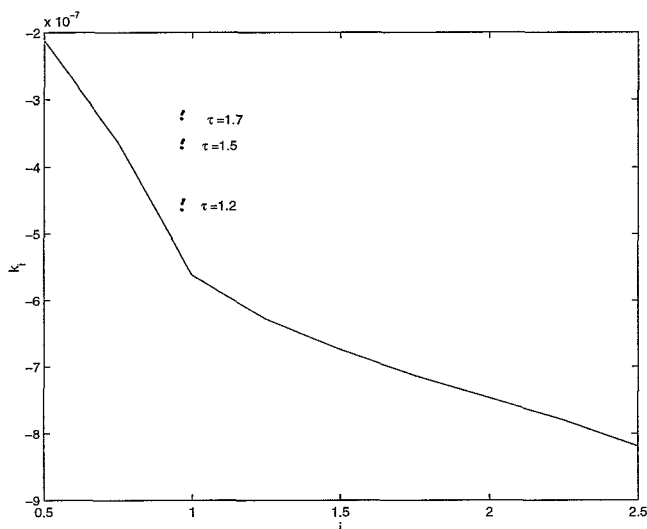
De afgeleide van  $\kappa$  naar  $i$  wordt verkregen door een polynoom te fitten door het gemeten kenveld van  $\kappa$  rond de waarde die  $i$  aanneemt tijdens de metingen en deze vervolgens te differentiëren. De tweede term in bovenstaande vergelijking kan uitgeschreven worden:

$$\frac{\partial F_s}{\partial i} = \frac{\partial}{\partial i} (A_s p_s + c_{s,fc} \omega_s^2 + F_{preload} + K_s [r_s(i_{max}) - i \frac{L_v (\frac{L_s}{L_v} - 2)}{\pi(i+1)}]) \quad (6.7)$$

$$= K_s L_v \frac{\pi (\frac{L_s}{L_v} - 2)}{(\pi i + \pi)^2} \quad (6.8)$$

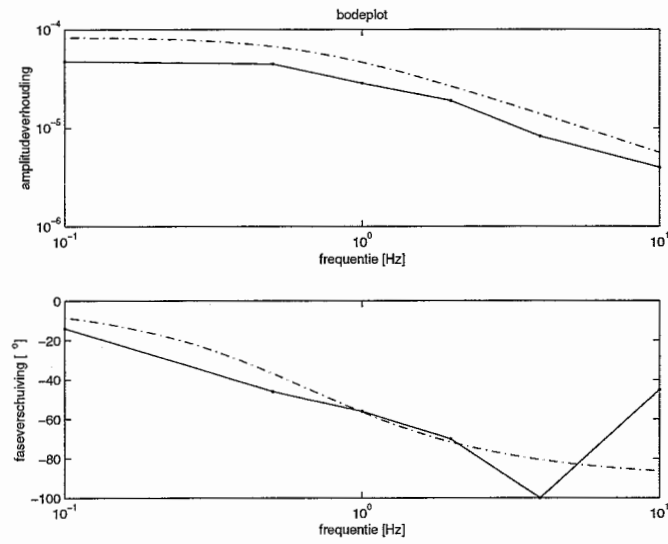
Na substitutie van vergelijking 6.8 in vergelijking 6.6 en van vergelijking 6.6 in vergelijking 6.5 kan een waarde voor  $k_i$  afgeleid worden. Voor de fits in figuren 6.3 en 6.4 worden zeer verschillende waarden voor  $k_i$  gevonden (zie figuur 6.5, onderste  $k_i$ -waarden horen bij figuur 6.3). Om meer zekerheid te krijgen kan gekeken worden naar de waarde  $K$  van de overdrachtsfunctie verkregen door de fit, vergeleken met de waarde die uit vergelijking 6.5 volgt. Hieruit zou eventueel met meer zekerheid een waarde voor het buigpunt van de functie kunnen volgen. Uit de berekening met vergelijking 6.5 volgen waarden voor  $K$  tussen  $-8.33 \cdot 10^{-5}$  en  $-8.53 \cdot 10^{-5}$ . Gemiddeld is dit  $-8.42 \cdot 10^{-5}$ . Deze waarde is in

absolute waarde veel groter dan verwacht zou worden aan de hand van de gemeten punten in het bodeplaatje. Het lijkt erop dat, in ieder geval aan de hand van deze metingen, het systeem niet zo makkelijk als een eerste-orde systeem te karakteriseren is. Op grond van de waarde van  $K$  kan dus moeilijk meer worden gezegd. De best mogelijke oplossing lijkt die in figuur 6.6 te zijn.

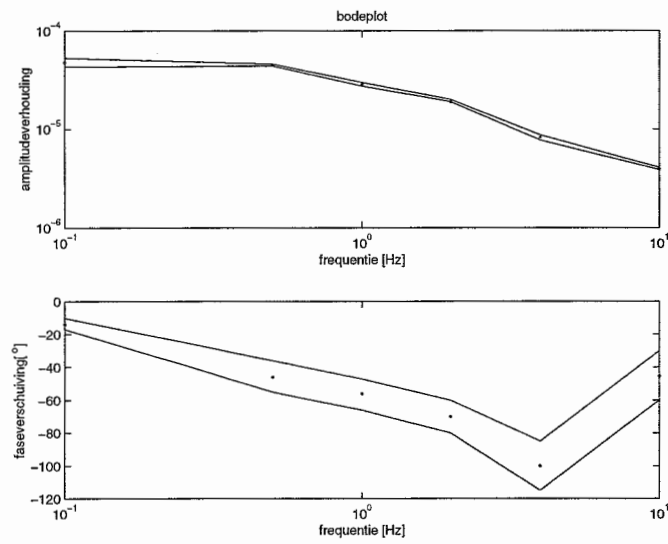


Figuur 6.5:  $k_i$  en meting

Om meer zekerheid te krijgen over de nauwkeurigheid van de gevolgde methode (en om na te gaan of de afwijkende waarde voor de faseverschuiving bij 10 Hz veroorzaakt kan worden door afleesonauwkeurigheid) kan gekeken worden naar de fout die kan zijn gemaakt bij het aflezen van de faseverschuiving en amplitudeverhouding. Van deze fout is een schatting gemaakt en deze is uitgezet in figuur 6.7. Het valt op dat bij het aflezen van de faseverschuiving een vrij grote fout kan worden gemaakt. Toch lijkt het erop dat het fase-gedrag wel goed bepaald is en dat voor frequenties boven 2 Hz het systeem niet meer als een eerste-orde overdracht te karakteriseren is.



Figuur 6.6: bodeplot van metingen en fit;  $|K|=8.42e-5$ ,  $\tau=1.5$ .

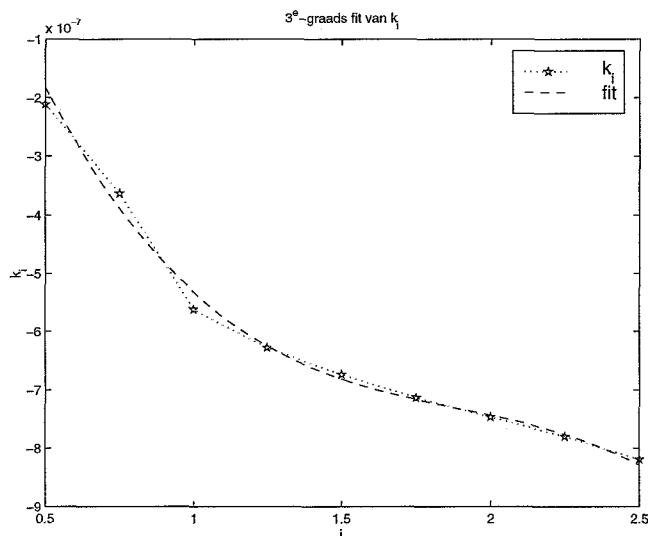


Figuur 6.7: afschatting van de fout

## Hoofdstuk 7

# Kalmanfilter

Het is bekend dat de te identificeren parameter  $k_i$  een verloop heeft dat lijkt op het verloop in figuur 7.1. Dit verloop is verkregen door eerdere metingen van VDT. Om een dynamische parameter met behulp van een kalmanfilter te kunnen schatten is het nodig om een bepaalde modelstructuur voor die parameter aan te nemen, zoals bijvoorbeeld een polynoom. Figuur 7.1 laat zien dat dit een redelijke aanname zou kunnen zijn.



Figuur 7.1: derdegraadsfit  $k_i$  tegen  $i$

Om te testen of het toegepaste Kalmanfilter *in principe* bij dit specifieke probleem van dienst zou kunnen zijn zal eerst een simulatie van de meting worden aangeboden aan het kalmanfilter. Hetingangssignaal wordt zo gekozen

dat zoveel mogelijk ingangsvariabelen bekend zijn. Dat wil zeggen dat  $\kappa$  wordt voorgesteld door een zeer eenvoudige benadering en dat de overige variabelen eenvoudig worden voorgeschreven in de tijd. Hierbij wordt een  $i$  gecreëerd die representatief is voor het gebied dat  $i$  in werkelijkheid kan doorlopen.

- $k_i$  wordt voorgesteld als  $k_i = a_1 + a_2i + a_3i^2 + a_4i^3$ ;
- $w_s$  is constant in de tijd;
- $\kappa$  wordt gelijkgesteld aan 1;
- $F_s$  is een sinus met offset;
- $F_p$  is een bekende beweging, zodanig dat  $i$  binnen de minimale en maximale waarden 0.5 en 2.5 blijft gedurende de simulatietijd.

### Schatten

Hoe het schatten van de coëfficiënten van de polynoom die  $k_i$  beschrijft in zijn werk gaat staat hieronder beschreven. (Zie [1]). De toestandsbeschrijving wordt gegeven door toestandsvector  $x$

$$x = [i \ a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4]^T \quad (7.1)$$

met systeemmodel

$$\dot{x} = f(x) \quad (7.2)$$

en meetmodel

$$z = h(x) \quad (7.3)$$

Een toestand wordt berekend op grond van een voorspelling en een meting. Dit levert een schatting voor de toestand  $x^+(n-1)$ . Door vergelijking 7.2 te gebruiken wordt dan een nieuwe toestand  $x^-(n)$  berekend. Dit is dan in feite de voorspelling  $x^-(n)$  die samen met een meting weer een nieuwe schatting voor de toestand berekend.

$$x^+(n) = x^-(n) + K [i(n) - Hx^-(n)] \quad (7.4)$$

met

$$P^+(n) = [I - KH] P^-(n) \quad (7.5)$$

en in beide vorige vergelijkingen wordt  $K$  gegeven door

$$K = P^-(n)H^T [HP^-(n)H^T + R] \quad (7.6)$$

$P^-(n)$  en  $x^-(n)$  worden verkregen door integratie; door  $P^+(n-1)$  en  $x^+(n-1)$  op te tellen bij de afgeleide maal  $dt$ . De afgeleide van  $x$  wordt gegeven door vergelijking 7.2, terwijl de afgeleide van  $P$  wordt gegeven door:

$$\dot{P} = FP^+(n) + P^+(n)F^T + Q \quad (7.7)$$

Q en R zijn weegmatrices. F en H worden gegeven door respectievelijk

$$F = \left. \frac{\partial f(x)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}} \quad H = \left. \frac{\partial h(x)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}} \quad (7.8)$$

Dit betekent dat H wordt gegeven door

$$H = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \quad (7.9)$$

en dat F er als volgt uitziet

$$F = \begin{bmatrix} F11 & A & A \hat{x}_1 & A \hat{x}_1^2 & A \hat{x}_1^3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (7.10)$$

waarbij

$$A = w_p(F_p - \kappa F_s) \quad (7.11)$$

en (zie 2.6)

$$F11 = \left. \frac{\partial}{\partial x_1} ((x_2 + x_3 x_1 + x_4 x_1^2 + x_5 x_1^3) A) \right|_{x=\hat{x}} \quad (7.12)$$

dit geeft dan

$$F11 = A(\hat{x}_3 + 2\hat{x}_4 \hat{x}_1 + 3\hat{x}_5 \hat{x}_1^2) \quad (7.13)$$

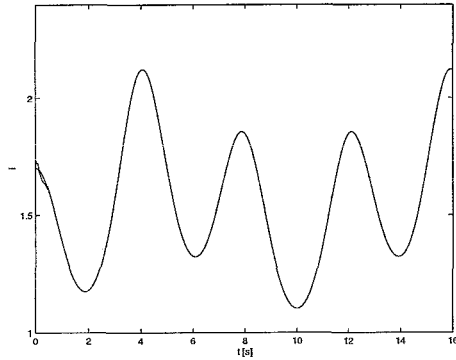
Het blijkt dat de elementen van  $x$  (vergelijking 7.1) niet van dezelfde orde-grootte zijn. De overbrengingsverhouding  $i$  varieert tussen 0.4 en 2, terwijl de coëfficiënten van de benadering van  $i$  een orde 3 tot 5 lager liggen. Dit blijkt niet ten goede te komen aan een goede schatting. Dit is opgelost door schaling toe te passen. De elementen van F (matrix 7.10) worden vermenigvuldigd met een factor, bijvoorbeeld  $10^{-5}$ , en de beginschattingen van de coëfficiënten van  $i$  in  $x$  worden vermenigvuldigd met de inverse van deze factor, hier dus  $10^5$ .

### Resultaten van simulatie

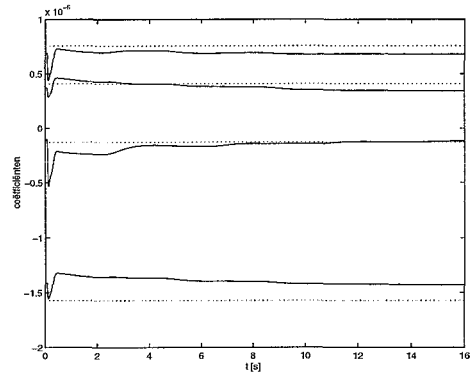
Met de juiste waarden voor de matrices Q en R en de beginschatting voor P is het nu mogelijk om een 'schatting' te maken van de coëfficiënten van  $k_i$ . Zie figuren 7.2 (met de gesimuleerde overbrengverhouding), 7.3 (de geschatte coëfficiënten), 7.4 (met de schatting voor  $k_i$  in de tijd), en 7.5 (met de laatste schatting voor  $k_i$ ). Hierin zijn de coëfficiënten geschat met als beginschatting een fout van 10% boven of onder de werkelijke waarde.

Het blijkt dat het kalmanfilter in staat is om het verloop van  $i$  goed te volgen. Dit is niet zo verwonderlijk aangezien  $i$  wordt gemeten. Uit figuur 7.4 blijkt dat ook het verloop van  $k_i$  na verloop van tijd goed wordt geschat. Dit blijkt ook uit het verloop van  $k_i(i)$  in figuur 7.5. De schatting in deze figuur komt niet helemaal overeen met de validatiemeting, omdat de schatting die het kalmanfilter geeft een schatting van een fit van deze validatiemeting is.

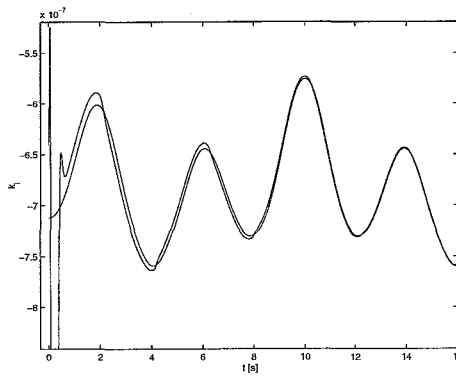




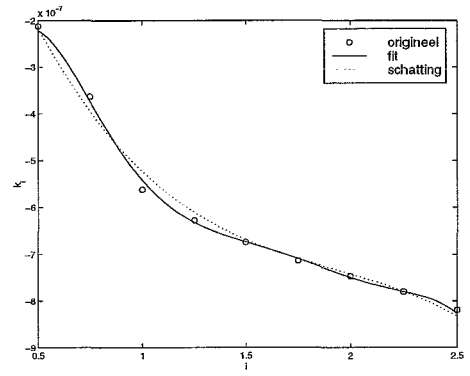
Figuur 7.2:  $i(t)$



Figuur 7.3: coëfficiënten



Figuur 7.4:  $k_i(t)$

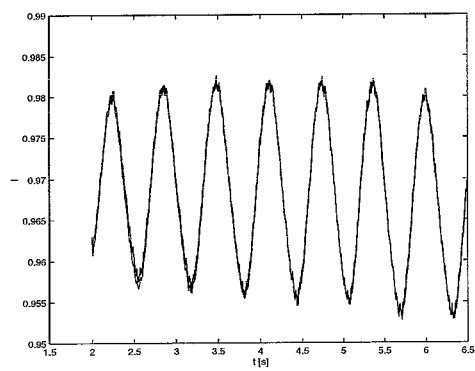


Figuur 7.5:  $k_i(i)$

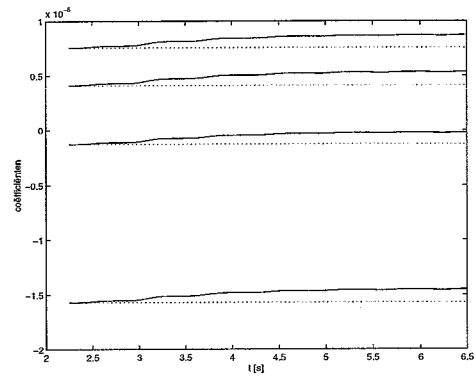
### Echte meting

Nu kan ook geprobeerd worden om het kalmanfilter toe te passen op een echte meting. Hiervoor moet de meting voldoende exciterend zijn. De enige metingen die hiervoor geschikt zijn, zijn de sinusvormige metingen tot een frequentie van 0.5 Hz. (zie figuur 6.1). De resultaten hiervan staan in de figuren 7.6 en 7.7

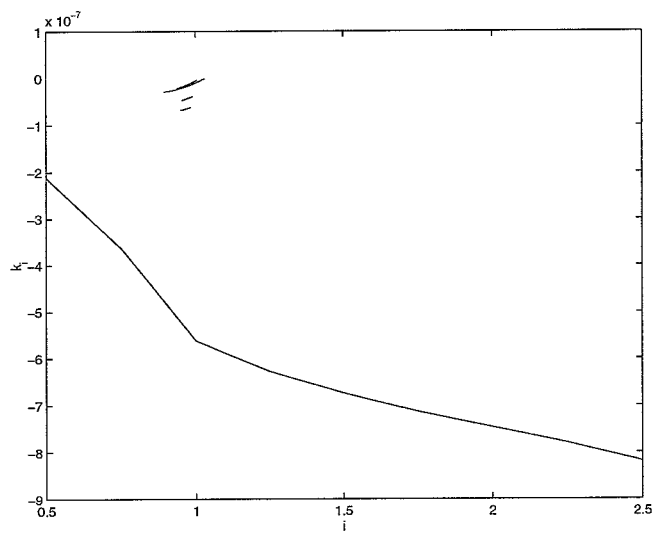
De resultaten van de verschillende metingen blijken een stuk boven de VDT- $k_i$  te liggen. De metingen liggen wel allemaal dicht bij elkaar. Verder valt op dat de richting van de curve afwijkt van die van de VDT-meting. De schattingen van de coëfficiënten nemen een vaste waarde aan (zoals in figuur 7.7) tot de meting waarbij de overbrengverhouding een frequentie van 0.5 Hz. heeft. Bij deze laatste meting is het signaal in feite niet meer exciterend genoeg.



Figuur 7.6:  $i(t)$



Figuur 7.7: coëfficiënten



Figuur 7.8:  $k_i(i)$

## Hoofdstuk 8

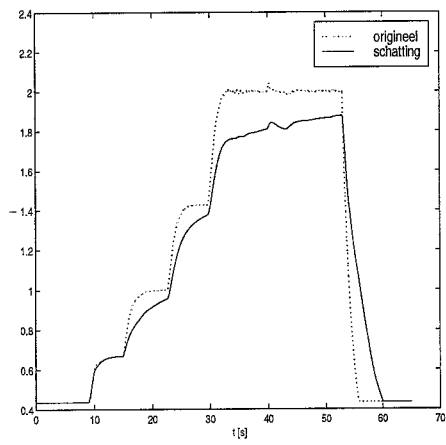
# Validatie

Eén van de redenen waarom het nuttig is om  $k_i$  te kunnen schatten, is om het gedrag van de CVT te voorspellen. Deze voorspelling kan dan gebruikt worden in modelgebaseerde regelaars. In dit hoofdstuk zal bekeken worden in hoeverre dit tot nog toe mogelijk is.

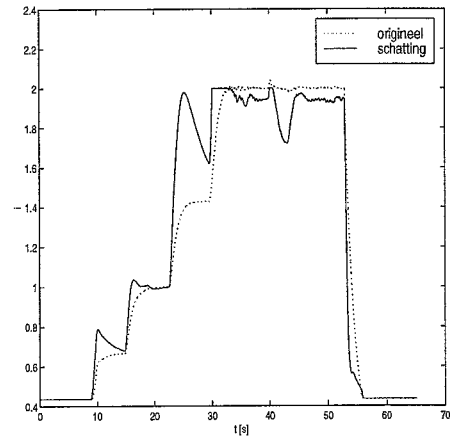
Uitgaande van de meting waarbij de overbrengverhouding trapsgewijs van  $i = 0.5$  naar  $i = 2.5$  wordt gebracht zal worden nagegaan wat er gebeurt als enkel op grond van het  $\kappa$ -kenveld, de gemeten primaire omloopsnelheid en de primaire en secundaire drukken het verloop van de overbrengverhouding wordt geschat. Hierbij wordt een vaste waarde voor  $k_i$  genomen, namelijk  $k_i = -9e - 8$ . Dit is de waarde van  $k_i$  die volgde uit de schattingen met het kalmanfilter. Er wordt een beperking aan de overbrengverhouding gesteld, namelijk dat deze zich moet bevinden tussen de overbrengverhoudingen die tijdens de werkelijke meting de begrenzingen van het systeem vormden.

In figuur 8.1 staat de gefilterde meting waarvan de overbrengverhouding geschat is. In figuur 8.2 staat dezelfde meting maar nu is de overbrengverhouding geschat met de  $k_i$ -waarden gemeten door VDT.

Duidelijk is te zien dat de schattingen van de geschatte  $k_i$  in figuur 8.1 veel beter zijn dan de schatting in figuur 8.2.



Figuur 8.1: reconstructie van  $i$  m.b.v. geschatte  $k_i$



Figuur 8.2: reconstructie van  $i$  m.b.v. VDT- $k_i$

## Hoofdstuk 9

# Conclusie en aanbevelingen

### Integratie-methode

Uit de integratiemethode blijkt dat er een verschil is tussen het schakelen van overdrive naar low (van  $i = 0.5$  naar  $i = 2.5$ ) en het schakelen van low naar overdrive. De oorzaak van dit verschil is niet duidelijk. Daarnaast is er bij het schakelen naar low een verschil te zien afhankelijk van het teken van de dubbele afgeleide van  $i$  naar  $t$ . Hierbij lijkt de  $k_i$  uit de situatie waarbij  $\frac{d^2i}{dt^2} > 0$  meer op de resultaten van de meting van VDT dan de  $k_i$  die verkregen wordt uit de situatie waarbij  $\frac{d^2i}{dt^2} < 0$ . Deze laatste  $k_i$  lijkt weer meer op de  $k_i$  die volgt uit het schakelen naar overdrive. Of er bij het schakelen naar overdrive een verschil te zien is afhankelijk van het teken van de dubbele afgeleide van de overbrengverhouding is niet duidelijk omdat bij alle metingen alleen naar overdrive wordt geschakeld volgens  $\frac{d^2i}{dt^2} > 0$ . Daarom zou er een experiment moeten worden gedaan waarbij geschakeld wordt van  $i = 2.5$  naar  $i = 0.5$  (naar overdrive) met daarbij  $\frac{d^2i}{dt^2} < 0$ . Dit levert waarschijnlijk weer een ander resultaat voor  $k_i$  dan tot nu toe met deze methode zijn gevonden.

### Overdrachtsfunctie-methode

De overdrachtsfunctie-methode is alleen te gebruiken als er voldoende metingen worden gedaan om een overdrachtsfunctie op te fitten. Bovendien moeten deze metingen een voldoende groot gebied van de overbrengverhouding  $i$  bestrijken om  $k_i(i)$  op een voldoende groot gebied te kunnen schatten. Uit de metingen die beschikbaar waren kan worden geconcludeerd dat de absolute waarde van  $k_i$  kleiner is dan de  $k_i$  die is gemeten door VDT. Met deze metingen is het niet mogelijk om een exacte waarde te geven bij een bepaalde  $i$ , laat staan het gehele verloop van  $k_i$  te schatten. Wel is duidelijk dat het systeem niet voor alle frequenties is op te vatten als een eerste orde-overdracht. Boven de 2 Hz worden voor de faseverschuiving afwijkende waarden gevonden.

### Kalmanfilter

Ook voor het kalmanfilter geldt dat met deze beschikbare metingen weinig

kan worden gezegd. Het lijkt er hier ook op dat  $k_i$  een stuk hoger ligt dan de VDT- $k_i$ . Bovendien liggen de resultaten hier dichterbij elkaar dan bij de VDT-methode. Er zou een experiment moeten worden uitgevoerd waarbij binnen een bepaalde tijd het hele verloop van  $i$  een aantal keer wordt doorlopen. Dit zou bijvoorbeeld gedaan kunnen worden met een snelle sinus maar waarschijnlijk is het nog beter om een signaal te gebruiken dat wat grilliger is. Het lijkt erop dat het kalmanfilter de beste mogelijkheden biedt om een eenduidig verloop van  $k_i$  voor het model van Ide te kunnen schatten.

### **Ide**

Het is de vraag of het model van Ide correct is. Het is zeker zo dat er een kern van waarheid inzit, maar uit de verschillende methodes komen niet zodanige resultaten dat nauwkeurig een gebied kan worden aangegeven waar  $k_i$  zich zou moeten bevinden. Ook binnen de resultaten van de verschillende methodes zit nog veel spreiding. Dit is een indicatie dat het model van Ide niet geheel correct is. Dit zou bijvoorbeeld kunnen doordat  $k_i$  niet alleen een functie is van  $i$ , maar ook van een andere parameter.

# Bibliografie

- [1] Gelb, A., Kasper, J.F., Jr., Nash, R.A., Jr., Price, C.F. and Sutherland, A.A., Jr., "Applied Optimal Estimation." The Analytic Sciences Corporation, Cambridge, Massachusetts, and London, England, 1974
- [2] Ide, T., Udagawa, A. en Kataoka, R., "A dynamic Response Analysis of a Vehicle with a Metal V-Belt CVT," Proc. Avec '94, vol. 1, pp. 230-235, Tsukuba, 1994
- [3] Lindfield, G.R., en Penny, J.E.T., "Numerical Methods using Matlab," Ellis Horwood Limited, Hertfordshire, 1995
- [4] Vroemen, B.G., van der Laan, M. en Veldpaus, F.E., "Alternative Concepts for Hydraulic CVT Control," Proc. Avec '98, pp.153-158, Nagoya, 1998