

Het gedrag van een spoel voor het Chua circuit

Citation for published version (APA):

Lunenburg, J. J. M. (2006). *Het gedrag van een spoel voor het Chua circuit*. (DCT rapporten; Vol. 2006.040). Technische Universiteit Eindhoven.

Document status and date:

Gepubliceerd: 01/01/2006

Document Version:

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

www.tue.nl/taverne

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

openaccess@tue.nl

providing details and we will investigate your claim.

**Het gedrag van een spoel voor
het Chua circuit**

J.J.M. Lunenburg
DCT nr. 2006-040

Begeleider: Ir. L. Kodde

Eindhoven, 2 mei 2006

Inhoud

Inleiding	2
1. Het Chua-circuit	3
1.1 Inleiding	3
1.2 Opbouw van het Chua-circuit	3
1.3 De negatieve weerstand	4
1.4 De spoel	4
1.5 Resultaat	5
2. Karakteristiek van de spoelen	7
2.1 Inleiding	7
2.2 Verschillen in operationele versterkers	7
2.3 Spoel A versus spoel B	9
3. Analyse spoel B	11
3.1 Inleiding	11
3.2 Variatie van R_1 en R_2	11
3.3 Variatie van de condensator	13
3.4 De invloed van weerstanden R_3 en R_4	15
Conclusie	18
Bijlagen	19
Bijlage A Symbolenlijst	19
Bijlage B Werking van de negatieve weerstand	19
Bijlage C Werking van de spoelen	20
Bijlage D LM 741	23
Bijlage E Literatuur	24

Inleiding

Chaos is een belangrijk begrip in de niet-lineaire dynamica. Met behulp van een praktische realisatie van een drietal niet-lineaire differentiaalvergelijkingen tracht men hier meer begrip voor te krijgen. Hiervoor is het zogenaamde Chua circuit ontworpen. Hiermee kunnen chaos en andere niet-lineaire fenomenen gevisualiseerd worden. Eén van de componenten van deze elektronische schakeling is een spoel. Deze zal niet als een werkelijke spoel worden uitgevoerd, maar met behulp van een schakeling met een condensator en operationele versterkers. Dit kan echter op verschillende manieren. Bij de implementatie van deze spoel in het Chua circuit treden echter problemen op, waarvan de oorzaak niet duidelijk is. Dit is het hoofdonderwerp van dit verslag. Voordat hier dieper op in wordt gegaan zal eerst de werking van het Chua circuit worden toegelicht. Vervolgens zal de negatieve weerstand besproken worden. Dan worden de verschillende mogelijkheden voor het realiseren van de spoel toegelicht en een keuze gemaakt voor de operationele versterker. Uiteindelijk zal er dieper op de spoel worden ingegaan. De verschillende parameters van de spoel zijn gevarieerd om een beter inzicht te krijgen in het functioneren van de spoel in het Chua circuit. Aan de hand van de hieruit verkregen resultaten wordt bekeken onder welke condities de spoel al dan niet functioneert in het Chua circuit.

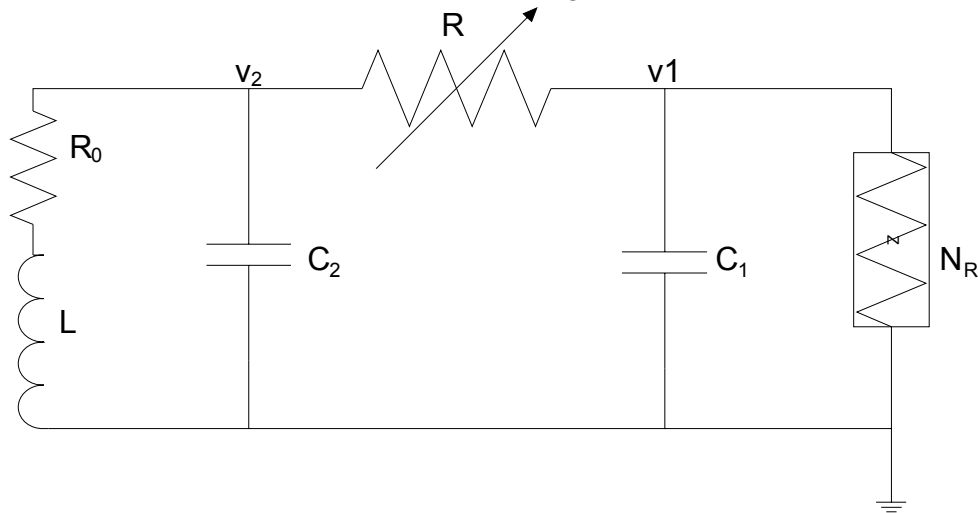
1. Het Chua-circuit

1.1 Inleiding

Het Chua-circuit is in 1983 ontworpen door Leon O. Chua en is daarna uitgegroeid tot een zeer belangrijk voorbeeld in de studie naar chaos en niet-lineaire dynamische systemen. Het Chua-circuit heeft zijn populariteit te danken aan het feit dat het systeem opgebouwd kan worden uit eenvoudige elektronische componenten waarna de dynamica van het systeem kan worden gevisualiseerd en zelfs hoorbaar gemaakt kan worden. In de volgende paragraaf zullen eerst de opbouw van het Chua-circuit en de werking van de verschillende componenten worden toegelicht alvorens enkele mogelijke visualisaties getoond zullen worden.

1.2 Opbouw van het Chua-circuit

Het Chua-circuit is een elektrisch circuit opgebouwd uit twee condensatoren, een variabele weerstand, een negatieve weerstand en een spoel, die een interne weerstand bevat. De opbouw is te zien in figuur 1.1.



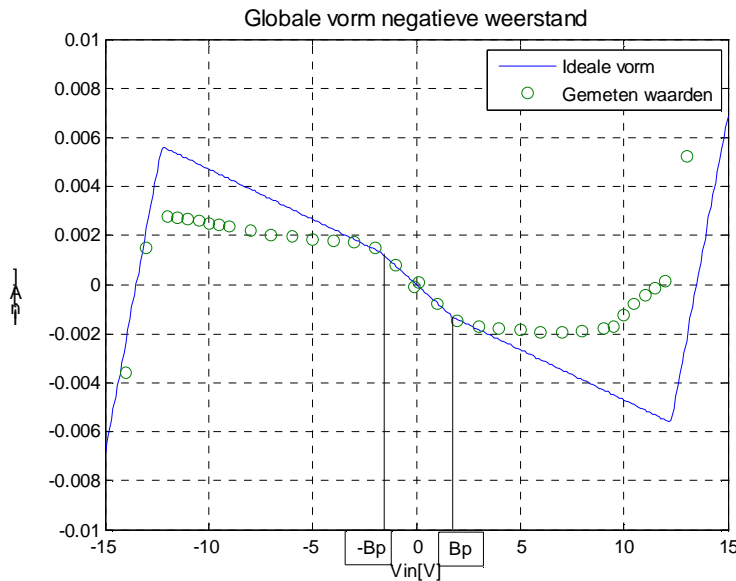
Figuur 1.1 Het Chua-circuit

De dynamica van het systeem kan in drie differentiaalvergelijkingen worden samengevat:

$$\begin{aligned} C_1 \frac{dv_1}{dt} &= \frac{1}{R}(v_2 - v_1) - f(v_1) \\ C_2 \frac{dv_2}{dt} &= \frac{1}{R}(v_1 - v_2) + i_L \\ L \frac{di_L}{dt} &= -v_2 - R_0 i_L \end{aligned} \quad (0.1)$$

Hierin is R de variabele weerstand en R_0 de interne weerstand van de spoel. De negatieve weerstand N_R wordt in de vergelijking weergegeven door $f(v_1)$.

1.3 De negatieve weerstand



Figuur 1.2 Globale vorm van de negatieve weerstand

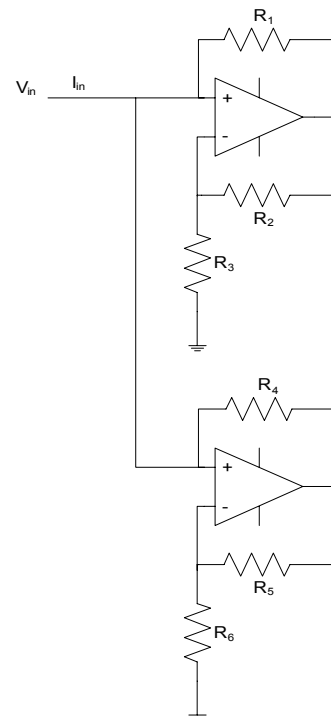
De formule van de negatieve weerstand is gegeven door formule 1.2.

Hierin is G_a de hellingshoek van de grafiek rond $V_{in} = 0$ en G_b de hellingshoek van de grafiek buiten de breekpunten, die op $-B_p$ respectievelijk B_p liggen.

$$f(v_1) = G_b v_1 + \frac{1}{2} (G_a - G_b) (|v_1 + B_p| - |v_1 - B_p|) \quad (0.2)$$

In figuur 1.2 is de globale vorm van de negatieve weerstand te zien. Voor het Chua-circuit dat hier beschouwd wordt zijn alleen de waarden tussen -10 V en 10 V van belang, omdat grotere spanningen alleen in de uiterste evenwichtsstanden optreden. Deze waarden kunnen dan niet gemeten worden omdat de Siglab, die gebruikt wordt voor de metingen, een maximale spanning van 10 V aan kan. Formule 1.2 is ook alleen op dit domein geldig. In figuur 1.2 zijn tevens de resultaten van een meting aan de negatieve weerstand te zien. Uit deze metingen, die niet met een Siglab zijn gedaan maar handmatig met een multimeter, blijkt dat de waarden op een groot deel van het domein significant afwijken van de ideale vorm. Hier zal in dit verslag niet verder op worden ingegaan, voor een uitgebreide beschouwing over de negatieve weerstand wordt verwezen naar het bachelorverslag van Chris Criens¹.

De negatieve weerstand wordt gerealiseerd met behulp van een schakeling bestaande uit operationele versterkers en weerstanden, zoals te zien is in figuur 1.3. De precieze werking van de schakeling zal in bijlage B worden uitgelegd.



Figuur 1.3 De opbouw van de negatieve weerstand

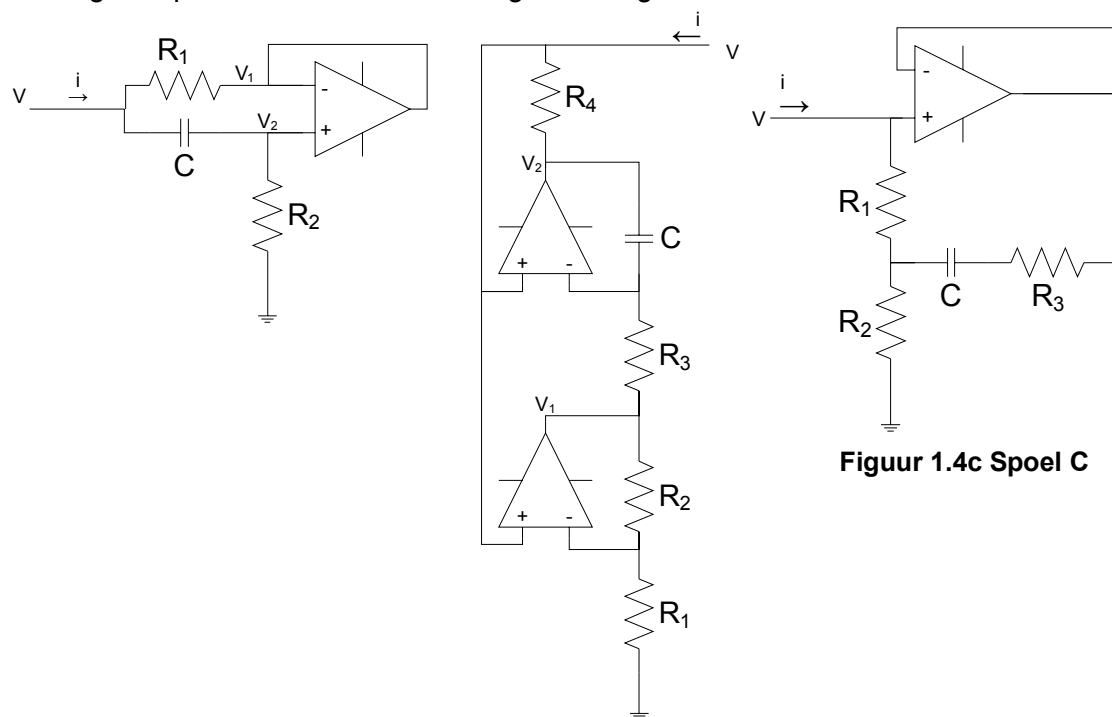
1.4 De spoel

In de vorige paragraaf is uitgelegd hoe de negatieve weerstand met behulp van een opamp-schakeling is gerealiseerd. De spoel zal ook met een opamp-schakeling gesimuleerd worden, wat als voordeel heeft dat een dergelijke schakeling veel

¹ Chris Criens, 'Het gedrag van een negatieve weerstand voor een Chua circuit'

compact is dan een echte spoel en dat de waarde van de spoel gemakkelijk aangepast kan worden. Dit is niet bij iedere conventionele spoel het geval. Een laatste voordeel is dat het gedrag van een condensator vaak veel dichter bij het gedrag van een 'ideale condensator' komt dan bij een spoel het geval is. Daarom kan een schakeling met een of meerdere operationele versterkers, condensator en weerstanden in sommige gevallen zelfs een hogere kwaliteitsfactor hebben dan een echte spoel. Een schakeling waarbij een impedantie als het ware geïnverteerd wordt, zoals nu een condensator gebruikt wordt om een spoel te simuleren, wordt in de elektronica ook wel een gyrator genoemd.

Er zijn verschillende manieren om een gyrator te realiseren. Enkele verschillende opties zijn te zien in figuur 1.4. De werking van de spoelen zal in bijlage C uitgewerkt worden. De verschillende opbouw van de spoelen heeft tot gevolg dat ook de karakteristieken verschillend zijn. De karakteristieken van de spoelen en de operationele versterkers zal in hoofdstuk 2 aan bod komen. In het vervolg van het verslag zal spoel C niet in beschouwing worden genomen.

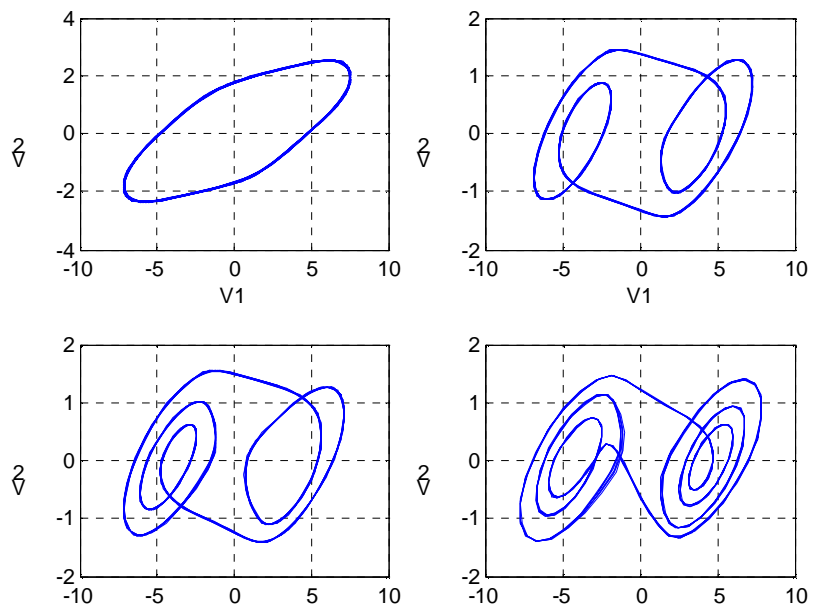


Figuur 1.4c Spoel C

1.5 Resultaat

Met behulp van de negatieve weerstand uit paragraaf 1.3 en één van de spoelen uit de vorige paragraaf kan het Chua-circuit gerealiseerd worden. Het stelsel vergelijkingen dat het Chua-circuit beschrijft ken meerdere oplossingen. Enkele hiervan zijn in figuur 1.5 weergegeven. Dit zijn meetresultaten met een werkend Chua circuit. In het verslag van Criens is beschreven hoe dergelijke oplossingen met Matlab kunnen worden gesimuleerd.

Nu de werking van het Chua circuit is uitgelegd zal in het volgende hoofdstuk dieper op de spoelen in worden gegaan.



Figuur 1.5: Enkele mogelijke oplossingen voor het Chua-circuit

2. Karakteristiek van de spoelen

2.1 Inleiding

Eén van de onderdelen van het Chua-circuit besproken in hoofdstuk 1 is de spoel. Deze kan op verschillende manieren opgebouwd worden, elk met eigen karakteristieken. Dit zal in paragraaf 2.3 behandeld worden. De functionaliteit van de spoel valt of staat echter met de keuze van de operationele versterker, daarom zal dit eerst aan bod komen.

2.2 Verschillen in operationele versterkers

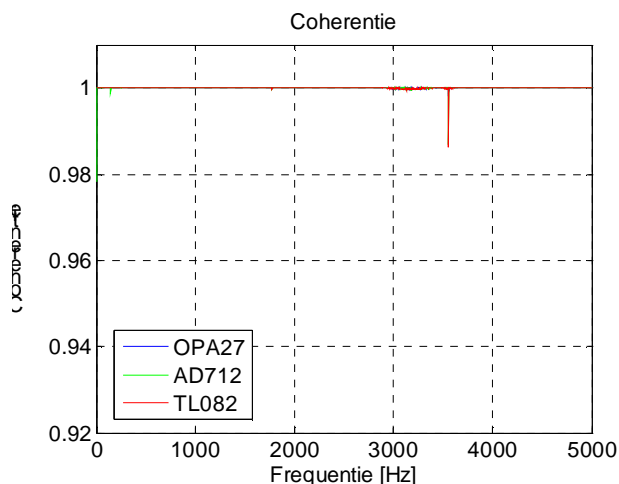
Om te beoordelen wat de beste keuze voor de operationele versterker is zijn beide spoelen met vier alternatieven getest: de OPA27, LM741, AD712 en TL082. Om een vergelijking met het verslag van Wouters² mogelijk te maken is de nominale waarde van de spoel op 22.0 mH gekozen. Bijbehorende waarden voor condensator en weerstanden van spoel A kunnen ook in bovengenoemd verslag gevonden worden, voor spoel B zijn passende waarden bedacht. Alle waarden zijn te vinden in tabel 2.1.

Tabel 2.1 De gebruikte waarden van de condensator en de weerstanden

	Spoel A	Spoel B
C	10 nF	10 nF
R ₁	22 Ω	220 Ω
R ₂	100 kΩ	220 Ω
R ₃	n.v.t.	1.0 kΩ
R ₄	n.v.t.	2.2 kΩ

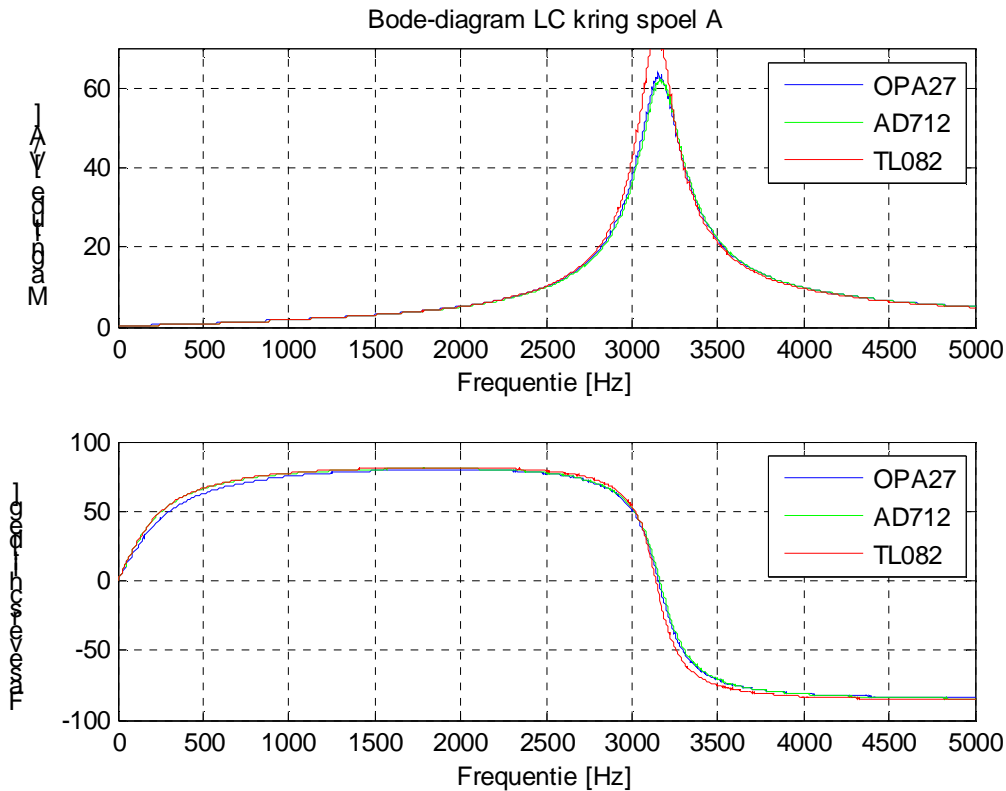
Om de spoelen te kunnen vergelijken zijn ze in een LC kring opgenomen. De condensator die parallel wordt geschakeld heeft dezelfde waarde als C₂ in het gebruikte Chua-circuit, namelijk 100 nF. Het Bode-diagram van de ideale LC kring zou bestaan uit een oneindig hoge en smalle piek, die met deze spoel en condensator bij 3500 Hz moet liggen. De inwendige weerstand van de spoel zorgt ervoor dat de piek een eindige hoogte en breedte krijgt. De breedte van de piek op de halve hoogte is een maat voor de kwaliteitsfactor van de spoel.

Allereerst is het gedrag van spoel A bestudeerd. In figuur 2.2 is te zien dat de TL082 de hoogste piek geeft. Verder is de grafiek van de LM741 weggelaten omdat deze dusdanig instabiele resultaten gaf dat dit geen bruikbaar alternatief is. De metingen met de LM741 zijn terug te vinden in bijlage D. In figuur 2.1 is te zien dat de coherentie op enkele meetpunten na gelijk is aan 1, waaruit te concluderen is dat de resultaten van de metingen betrouwbaar zijn.



Figuur 2.1 Coherentie metingen LC-kring spoel A

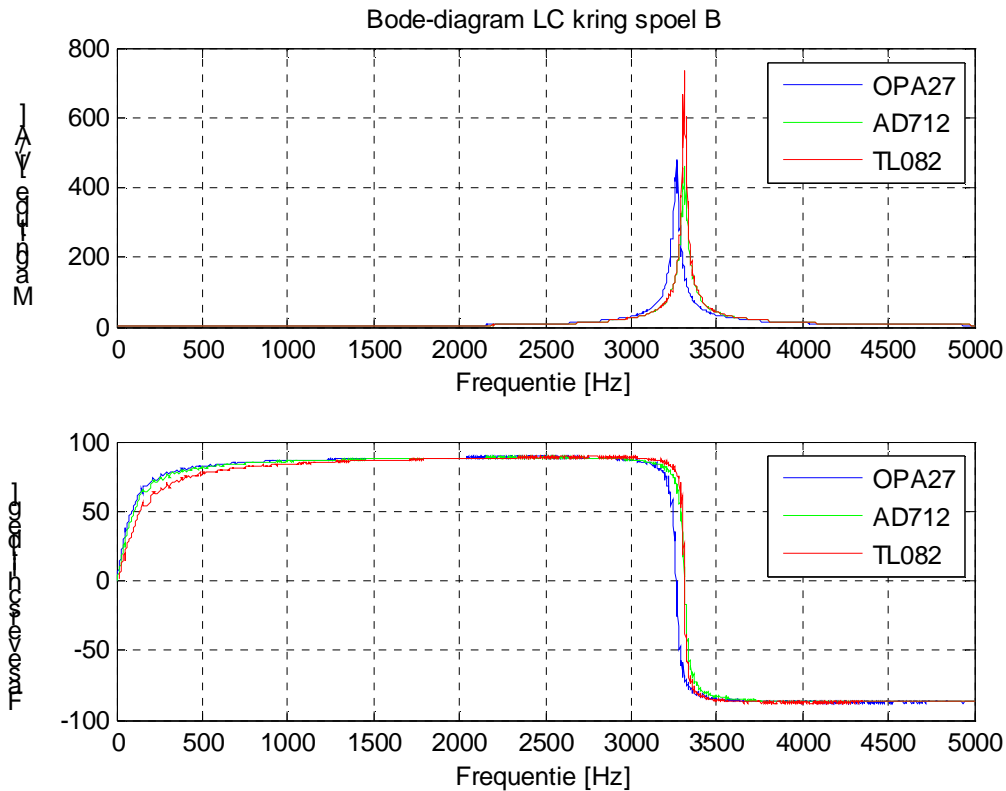
² J.A.G. Wouters, 'Parametervariatie bij het Chua circuit'



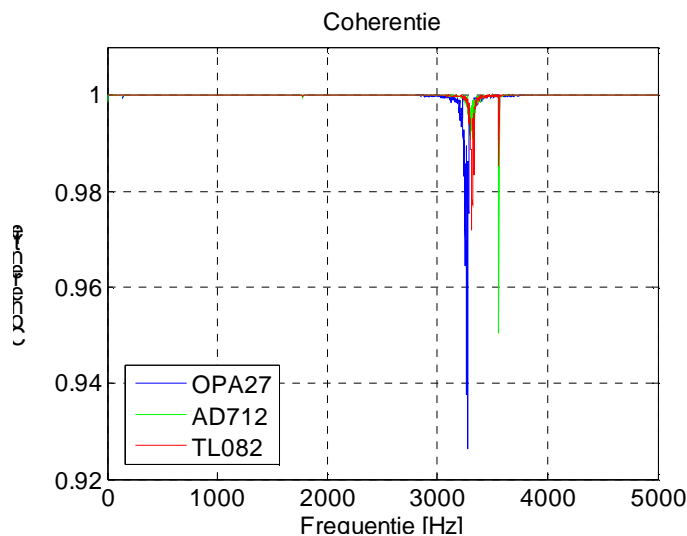
Figuur 2.2 Bode-diagram LC kring spoel A

Met spoel B zij dezelfde metingen uitgevoerd. Hier is echter de LM741 in zijn geheel niet meer gebruikt door de slechte resultaten bij spoel A. De resultaten van de metingen aan spoel B staan in figuur 2.3.

Gezien de hoge resonantiepiek en snelle daling van het faseverschil bij ongeveer 3300 Hz lijkt de TL082 ook hier de beste operationele versterker, doordat de ideale LC kring het best benaderd wordt. Met andere woorden: de kwaliteitsfactor van de TL082 is het hoogst. De metingen van de OPA27 en de AD712 laten echter ook goede resultaten zien. Bij de metingen van spoel B blijft de coherentie altijd boven de 0.92 en op een enkel meetpunt na boven de 0.96, zoals in figuur 2.4 te zien is. Dit impliceert wederom een goede betrouwbaarheid. Gezien de resultaten van de metingen aan spoel A en spoel B zal de TL082 vanaf hier als operationele versterker gebruikt worden.



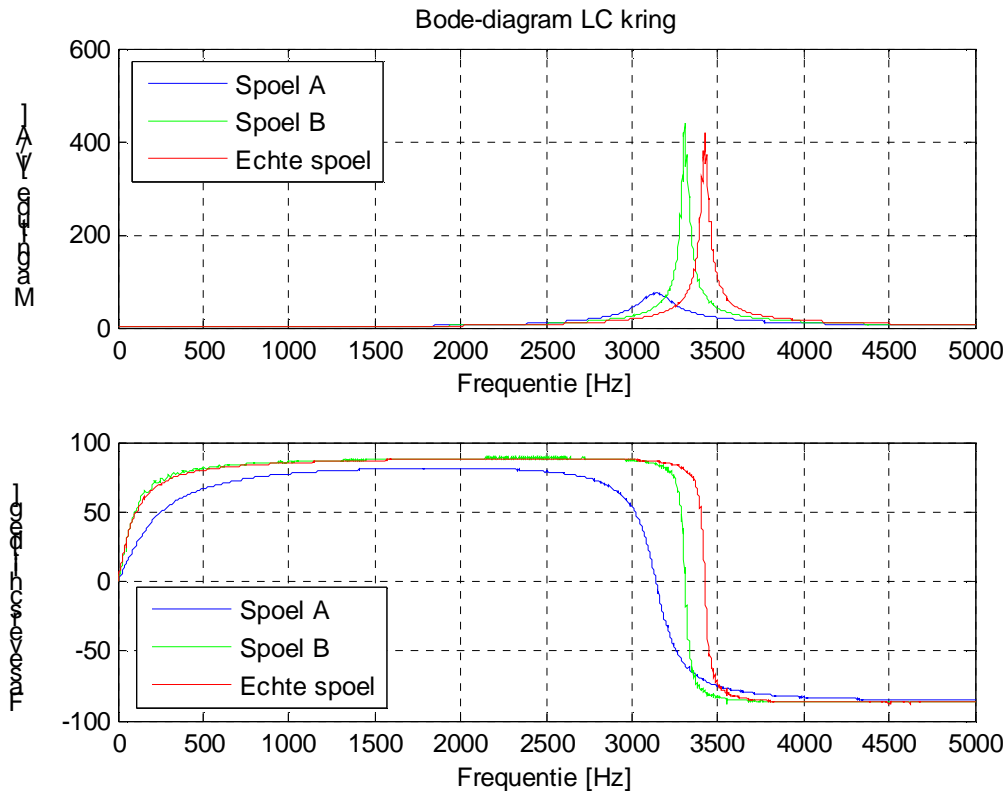
Figuur 2.3 Bode-diagram LC kring spoel B



Figuur 2.4 Coherentie metingen LC kring spoel B

2.3 Spoel A versus spoel B

Zoals in de vorige paragraaf is besproken zal de TL082 in het vervolg als operationele versterker gebruikt worden. De vraag die dan rest is welke van beide configuraties het beste resultaat geeft, dat wil zeggen welke van beide spoelen het gedrag van een echte spoel het best benaderd. Om hier antwoord op te geven is eenzelfde meting als beschreven is in paragraaf 2.2 ook gedaan met een echte spoel. De resultaten hiervan zijn, samen met de resultaten van spoel A en spoel B te zien in figuur 2.5.



Figuur 2.5 Bode-diagram LC kring ter vergelijking spoel A, B en werkelijke spoel

Uit de figuur blijkt dat spoel B het gedrag van de echte spoel veel beter benadert dan spoel A. Allereerst is de piek in het amplitudediagram veel scherper en hoger, zoals ook bij de echte spoel het geval is. Bovendien is de faseovergang veel scherper. Opvallend detail is dat de piek van spoel B hoger is dan die van de echte spoel. In dit geval blijkt de opamp-schakeling het gedrag van een ideale spoel dus beter te benaderen dan een echte spoel.

In theorie zou spoel B in het Chua circuit dus voor de beste resultaten te moeten zorgen. De praktijk is echter anders dan de theorie; waar spoel A en een echte spoel probleemloos functioneren in het circuit, werkt spoel B niet altijd. De oorzaak hiervoor zal in hoofdstuk 3 onderzocht worden.

3. Analyse spoel B

3.1 Inleiding

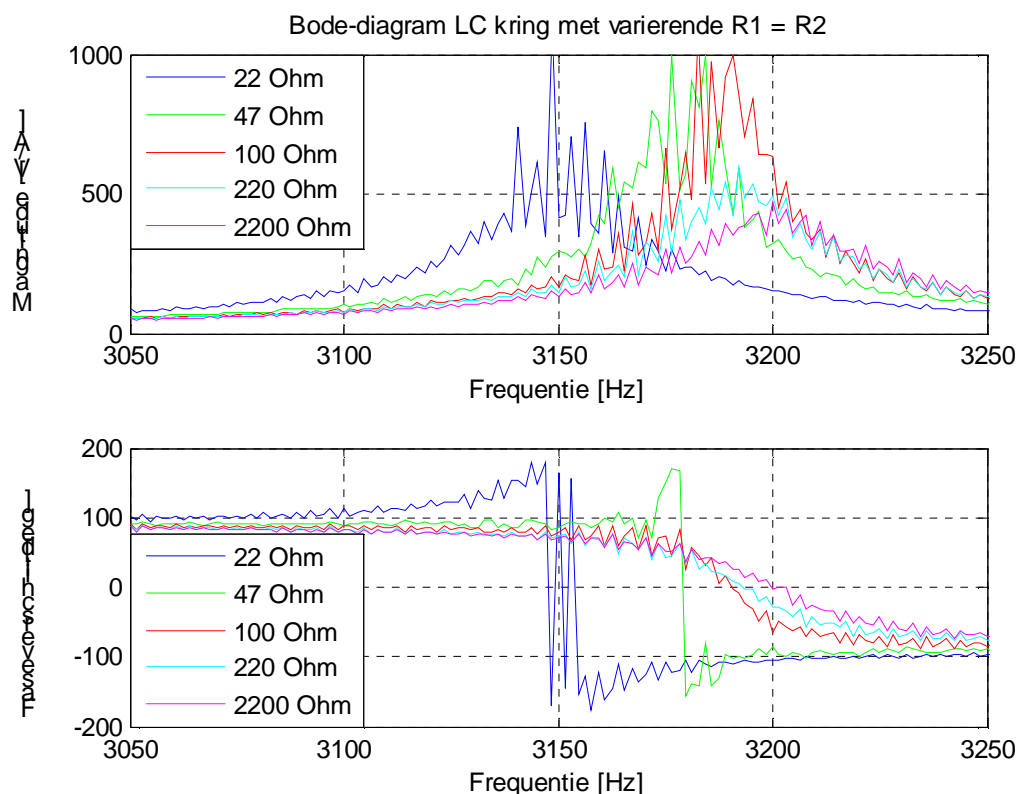
Zoals in hoofdstuk 2 is behandeld zou spoel B het best moeten presteren in het Chua circuit. In de praktijk is echter gebleken dat dit niet het geval is. De vraag is echter of dit aan een fundamentele tekortkoming van spoel B te wijten is of dat de spoel met een geschikte keuze van de verschillende parameters toch goed kan functioneren. Om hier achter te komen zijn de parameters van spoel B gevarieerd. Hierbij is getracht om de nominale waarde van de spoel op 22 mH te houden. In de volgende paragraaf zal allereerst de variatie in de weerstanden R_1 en R_2 besproken worden. Vervolgens zullen de condensator en R_4 aan bod komen.

3.2 Variatie van R_1 en R_2

Om een spoel zo eenvoudig mogelijk een gewenste spoelconstante mee te geven wordt er vaak voor gekozen om R_1 gelijk te kiezen aan R_2 . Hierdoor wordt de uitdrukking voor de spoelconstante uit bijlage C vereenvoudigd tot:

$$L = R_3 R_4 C \quad (0.3)$$

Dit wil echter niet zeggen dat de waarde van R_1 en R_2 niet van belang zijn. Zo is de interne weerstand van de spoel gelijk aan R_1 en deze is dus onder andere van invloed op de hoogte van de piek. In eerste instantie is uitgegaan van spoel B uit hoofdstuk 2, waarbij R_1 en R_2 om te beginnen tien keer zo groot en tien keer zo klein zijn gemaakt. De aanvankelijke resultaten gaven aanleiding tot het doen van extra metingen tussen 22 Ω en 220 Ω . Hierbij is gekozen voor 47 Ω en 100 Ω , aangezien dit op logaritmische schaal het verschil tussen 22 Ω en 220 Ω ongeveer in drie zou delen.



Figuur 3.1 Bode-diagram LC kring met variërende $R_1 = R_2$

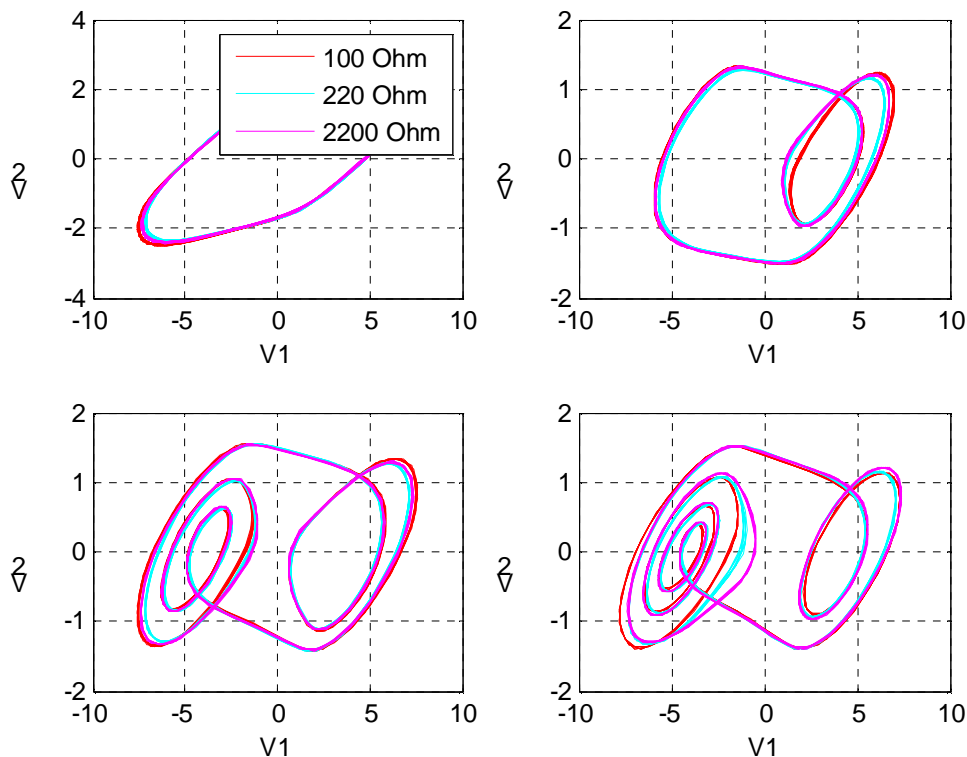
De resultaten van alle metingen zijn te zien in figuur 3.1. Om de resultaten duidelijker zichtbaar te maken is een andere schaalverdeling gebruikt dan in hoofdstuk 2. In figuur 3.1 vallen enkele zaken op: allereerst is de amplitude van de LC-kringen met 22Ω tot en met 100Ω ongeveer twee keer zo groot als die van 220Ω . Bij een verdere toename van R_1 en R_2 met een factor tien is dit verschil veel kleiner. Vervolgens valt op dat de fase van de LC-kringen met 22Ω en 47Ω rondom de resonantiefrequentie ineens tot ver boven de 90° oplopen. Vanaf 100Ω is dit verschijnsel nog slechts enkele graden. Ook neemt het faseverschil geleidelijker af dan met de kleine weerstanden. De maximale waarden van de amplitudeverhouding en het faseverschil staan in tabel 3.1.

Tabel 3.1 Maximale waarden amplitude en faseverschil bij variatie R_1 en R_2

$R_1 = R_2$ [Ω]	Amplitude [V/A]	Faseverschil [$^\circ$]
22	1092	179
47	1017	169
100	1050	91.7
220	591	90.6
2200	474	90.3

Nu de karakteristieken van variatie van R_1 en R_2 bekend is kunnen de verschillende configuraties in het Chua circuit worden geïmplementeerd. Hierbij blijkt dat de het faseverschil de bepalende factor is in het al dan niet functioneren van deze spoel in het circuit. Bij 22Ω en 47Ω geeft Siglab aan dat er overload is op beide kanalen, dat wil zeggen dat het spanningsverschil de maximaal toegestane waarde van ± 10 V. Bij de overige configuraties werkt het circuit naar behoren.

Als nu R in het circuit wordt gevarieerd, wordt duidelijk dat de spoel voor alle drie de configuraties hetzelfde functioneert. Met alle drie de waarden voor de weerstanden worden dezelfde evenwichtspunten gevonden. Enkele hiervan zijn te zien in figuur 3.2.



Figuur 3.2 Enkele evenwichtspunten met variërende $R_1 = R_2$

Met betrekking tot de waarde van weerstanden R_1 en R_2 kan dus geconcludeerd worden dat deze dusdanig moet zijn dat het faseverschil rondom de resonantiepiek niet boven de 90° uitkomt. De drie overige parameters in spoel B zijn echter ook belang. Deze worden hierna besproken.

3.3 Variatie van de condensator

Een onmisbaar onderdeel voor de spoel in het Chua circuit is de condensator. De werking van deze component wordt geïnverteerd om de spoel na te bootsen. Om de invloed van de keuze van de condensator te onderzoeken zal deze gevarieerd moeten worden. Als de waarde van de condensator echter gewijzigd wordt zal ook de waarde van de spoelconstante veranderen wat een eerlijke vergelijking onmogelijk maakt. Om dit te ondervangen kan weerstand R_3 of weerstand R_4 hierop aangepast worden. Om een zo duidelijk mogelijk beeld te krijgen is een aantal configuraties opgesteld waarbij óf C en R_3 óf C en R_4 variëren. De uitgangskonfiguratie A is dezelfde als in hoofdstuk 2 is gebruikt. De condensatoren zullen in eerste instantie kleiner worden gekozen dan de eerder gebruikte 10 nF, omdat met condensatoren met kleinere capaciteit meer problemen worden verwacht dan met condensatoren met grotere capaciteit, gezien het feit dat de configuratie van Hees, met een condensator van 2.2 nF, niet werkt³. De gebruikte waarden voor de weerstanden en condensatoren zijn terug te vinden in tabel 3.2.

Tabel 3.2 Verschillende configuraties voor de spoel

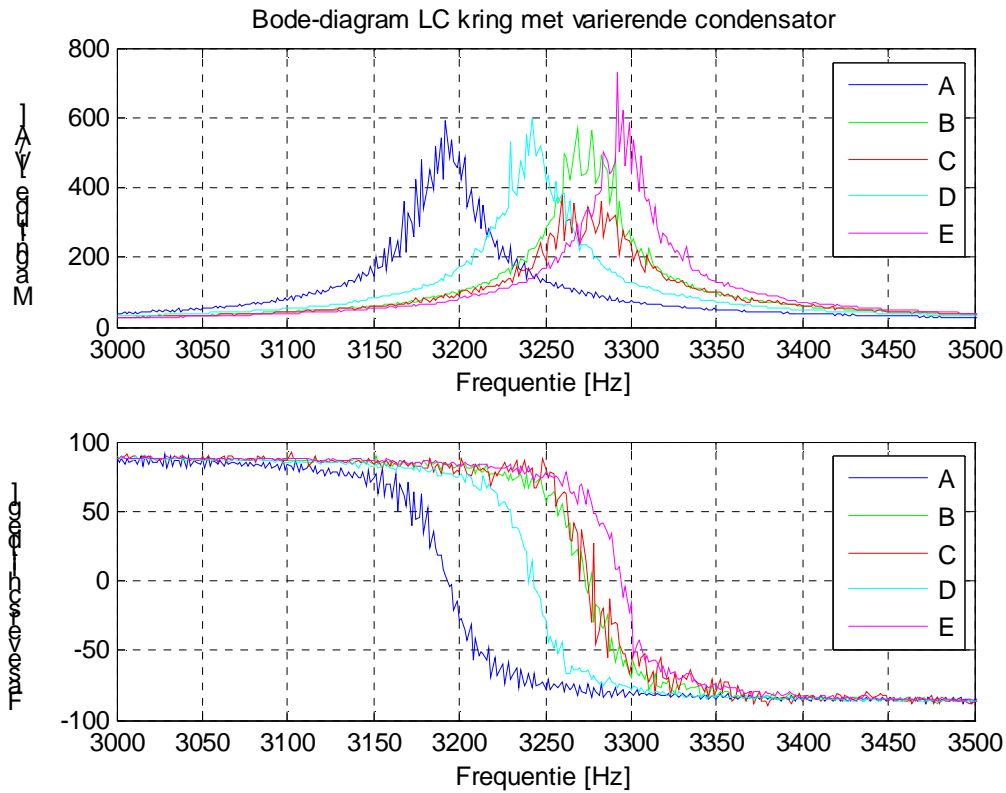
Configuratie	A (Hoofdstuk 2)	B	C	D	E
C [nF]	10	4.7	2.2	4.7	2.2
R_1 [Ω]	220	220	220	220	220
R_2 [Ω]	220	220	220	220	220
R_3 [Ω]	1000	1000	1000	2200	4580
R_4 [Ω]	2200	4700	10000	2200	2200

Allereerst is voor alle configuraties weer een meting gedaan voor het Bode-diagram van de impedantie van de LC kring. De resultaten van deze meting staan in figuur 3.3.

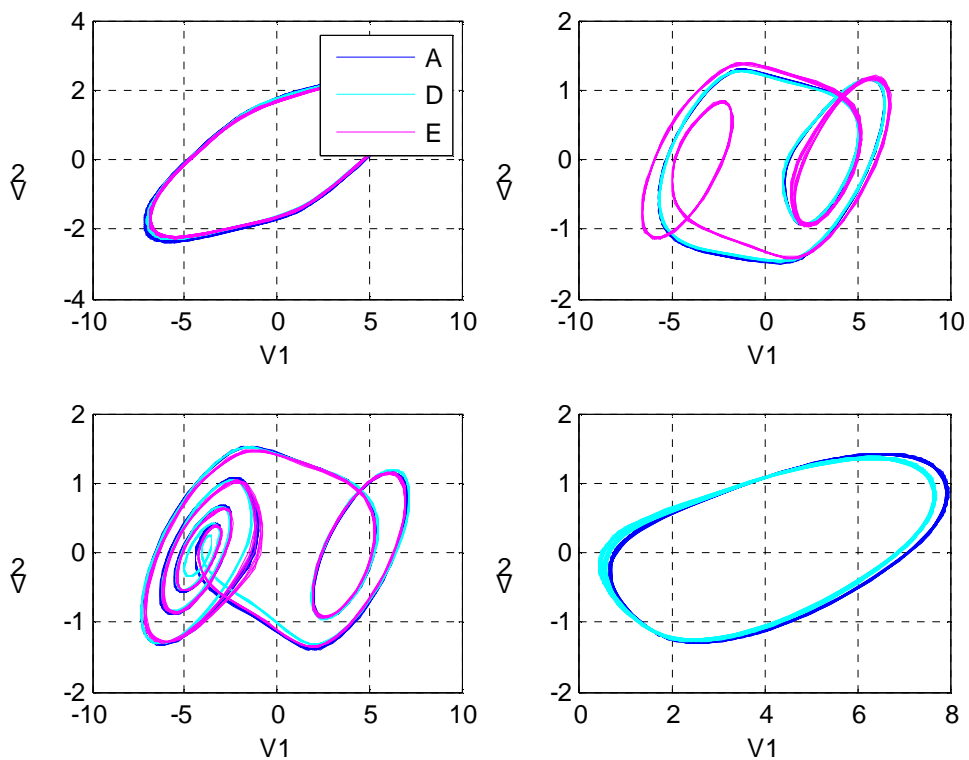
Uit deze figuur blijkt dat de pieken niet precies bij dezelfde frequentie optreden. Dit zou te wijten kunnen zijn aan het feit dat de nominale spoelconstante niet exact constant is. Deze afwijking is bij spoel D ($L = 22.75$ mH) het hoogst, namelijk 3.4 %. De andere pieken liggen hier echter in willekeurige volgorde omheen, waar ze aan één kant verwacht worden. De afwijking van de nominale spoelconstante is dus waarschijnlijk niet de oorzaak van het feit dat de pieken niet bij exact dezelfde frequentie optreden. Een andere mogelijke oorzaak zou de onnauwkeurigheid van de condensator en de weerstanden kunnen zijn, wat een verdere afwijking in de werkelijke waarde van de spoelconstante met zich meebrengt. Dit is niet verder onderzocht, omdat het onwaarschijnlijk is dat dit gevolgen heeft voor het functioneren van de spoel in het Chua circuit.

Verder valt in figuur 3.3 op dat de piek van configuratie C minder hoog is dan de andere pieken, maar het valt te betwijfelen of dit een oorzaak is voor het niet functioneren, aangezien de andere gyrator uit hoofdstuk 2 ook een lagere piek heeft. Verder zijn in figuur 3.3 weinig bijzonderheden waar te nemen, dus op grond van deze resultaten is het dus moeilijk te voorspellen welke van de configuraties wel en welke niet in het Chua circuit zal functioneren.

³ M.H.G.W. Hees, 'Experimenteel bepalen van parameters van het Chua circuit'



Figuur 3.3 Bode-diagram LC kring met variërende condensator



Figuur 3.4 Enkele evenwichtspunten met variërende condensator

Na het implementeren van de verschillende configuraties blijkt dat behalve configuratie A ook configuratie D en E probleemloos werken. Doordat configuratie E een condensator met een capaciteit van 2.2 nF bevat, kan niet worden geconcludeerd dat een te kleine condensator tot problemen leidt.

Net als bij de variatie van R_1 en R_2 zijn hier ook weer enkele evenwichtspunten te vinden die in alle configuraties voorkomen. Deze zijn te zien in figuur 3.4. Rechtsboven is van configuratie E een ander evenwichtspunt geplot, omdat niet exact dezelfde als de andere twee is gevonden. Hoewel enkele van de configuraties niet werken zijn er tussen de andere geen spectaculaire verschillen te zien als ze geïmplementeerd zijn in het Chua circuit.

Op grond van de capaciteit van de condensator kan dus geen conclusie getrokken worden over het al dan niet functioneren van de spoel in het Chua circuit. Wel valt in tabel 3.2 op dat bij de configuraties die niet functioneren de verhouding tussen R_3 en R_4 kleiner is dan bij de andere configuraties. Om hierover meer duidelijkheid te verkrijgen moeten R_3 en R_4 nader worden bekeken. Dit zal in paragraaf 3.4 aan bod komen.

3.4 De invloed van weerstanden R_3 en R_4

Het feit dat configuratie B en C niet werken en D en E wel wekt de indruk dat het al dan niet functioneren van de spoel in het Chua circuit te maken heeft met de verhouding tussen R_3 en R_4 . Deze zijn als volgt:

Tabel 3.3 De verhouding tussen weerstand R_3 en weerstand R_4

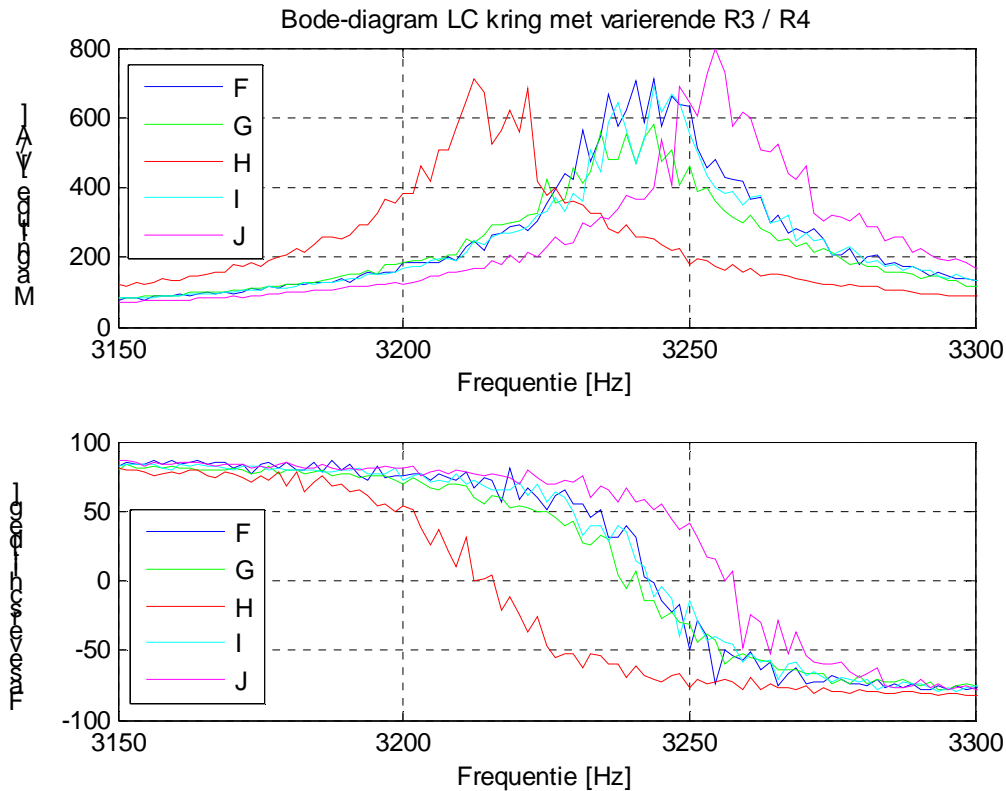
Configuratie	A	B	C	D	E
R_3/R_4	0.455	0.213	0.100	1.00	2.08

Om hier zekerheid over te verkrijgen zullen additionele metingen nodig zijn, waarbij de capaciteit van de condensator en vanzelfsprekend de spoelconstante constant moet worden gehouden. Hiervoor is wederom een aantal verschillende configuraties gebruikt. Hierbij krijgen R_1 en R_2 weer een waarde van 220 Ω en de condensator een capaciteit van 10 nF. De waarden van R_3 en R_4 alsmede de verhouding hiertussen staan in tabel 3.4.

Tabel 3.4 Configuraties voor variatie R_3 en R_4

Configuratie	F	G	H	I	J
R_3 [Ω]	470	820	1500	2700	4700
R_4 [Ω]	4700	2700	1500	820	470
R_3/R_4	0.100	0.304	1.00	3.29	10.0

Wederom is eerst het bode-diagram van de LC kring bepaald. Deze is te zien in figuur 3.5.



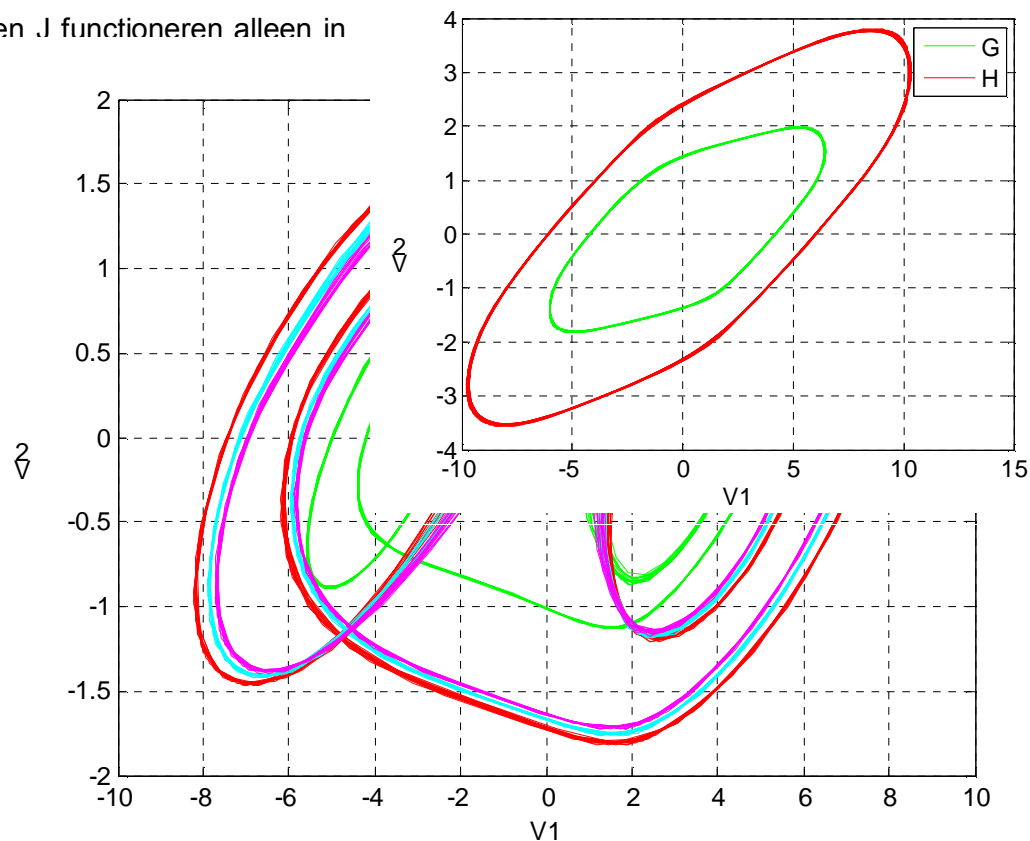
Figuur 3.5 Bode-diagram LC kring met variërende R_3 / R_4

Hierin zijn echter nog steeds geen aanwijzingen te vinden die duiden op het mogelijk niet functioneren van één van de configuraties in het Chua circuit. Implementatie geeft echter wel enkele interessante resultaten.

Configuratie F werkt in zijn geheel niet. V_1 en V_2 zijn beide constant, waarbij V_1 onder de -10 V ligt en dus een overload in de Siglab veroorzaakt.

De configuraties G en H functioneren beide naar behoren, maar toch zijn er verschillen zichtbaar. Zo geeft H bij de minimale waarde van R een veel grote lus dan G (zie figuur 3.6).

I en J functioneren alleen in



Figuur 3.6 Evenwichtspunt van het Chua circuit

Een laatste opvallend detail is het feit dat G en H bij de maximale waarde van R in een evenwichtssituatie zijn beland. Dit is bij I en J niet het geval. Hiervoor zou een grotere R benodigd zijn.

Gezien deze meetresultaten lijkt het gerechtvaardigd te stellen dat bij een condensator van 10 nF de verhouding R_3/R_4 tussen 0.3 en 1.0 benodigd is voor het goed functioneren van de spoel in het Chua circuit. Dit geeft echter geen garantie dat deze verhouding werkt bij alle waarden voor een condensator.

De configuratie die gebruikt is door Hees had namelijk een verhouding R_3/R_4 van 0.846 met een condensator van 2.2 nF en deze functioneerde niet. Met een R_3/R_4 van 1.83 en een C van 4.7 nF werkte deze echter wel.

Als dit in de beschouwing mee wordt genomen blijkt dat het functioneren van de spoel in het Chua circuit afhangt van de verhouding R_3/R_4 . De waarde voor deze verhouding hangt af van de keuze voor de condensator. Een laatste punt dat mee moet worden genomen is het bereik van R. Bij een ongelukkige keuze van C, R_3 en R_4 kunnen belangrijke effecten van het Chua circuit buiten het bereik van R optreden waardoor deze niet meer zichtbaar gemaakt kunnen worden.

De verschillen die tussen de verschillende configuraties zijn waargenomen zijn niet met een simulatie te bepalen. Bij een simulatie worden namelijk de drie differentiaalvergelijkingen uit hoofdstuk 1 opgelost. De spoel wordt hierin gerepresenteerd door de inductantie L en interne weerstand R_0 . L is in alle configuraties constant gehouden en de interne weerstand hangt niet af van de waarde van R_3 , R_4 en C, dus simulatie zal geen verschillen laten zien.

Conclusie

Tijdens eerdere onderzoeken is gebleken dat één van de configuraties van de spoel niet werkt als deze wordt geïmplementeerd in het Chua circuit. Voordat de oorzaak hierachter is geanalyseerd is echter eerst bepaald welke operationele versterker het meest geschikt is, omdat deze een centrale rol in de schakeling in neemt. Van vier operationele versterkers kwam de TL082 als beste naar voren, omdat de kwaliteitsfactor het hoogst was en het gedrag van een echte spoel het dichtst benaderde. Vervolgens is het gedrag van spoel A en spoel B met elkaar én met het gedrag van een echte spoel vergeleken. Hieruit werd duidelijk dat het gedrag van spoel B het gedrag van een echte spoel veel beter benadert dan spoel A. Dit lag in de lijn der verwachtingen, maar het was niet duidelijk of deze spoel ook in het Chua circuit zou functioneren. Na experimenten is gebleken dat spoel B toch functioneert in het Chua circuit. Een goede keuze voor de verschillende parameters is hierbij echter essentieel.

De weerstanden R_1 en R_2 worden gelijk gekozen zodat de spoelconstante nog maar door drie andere parameters wordt bepaald. Toch zijn deze weerstanden van belang, mede omdat zij een belangrijke rol spelen in de interne weerstand van de spoel. R_1 en R_2 moeten zodanig gekozen worden dat in het Bode-diagram het faseverschil niet boven de 90° uitkomt. Ook de keuze van de verhouding R_3/R_4 is van belang. De optimale verhouding hangt af van de capaciteit van de gebruikte condensator. Bij een capaciteit van 10 nF functioneert de spoel het beste bij een verhouding R_3/R_4 tussen 0.3 en 1.0. Bij de keuze van de parameters C , R_3 en R_4 moet bekeken worden of alle evenwichtspunten binnen het bereik van R vallen, aangezien de evenwichtspunten bij configuraties met verschillende R_3/R_4 ook bij een andere waarde van R gevonden worden.

Bijlagen

Bijlage A Symbolenlijst

Symbol	Grootheid	Eenheid	Symbol eenheid
$R, R_0, R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6, R_I, R_{II}$	Weerstand	Ohm	Ω
C, C_1, C_2	Capaciteit	Farad	F
L	Inductantie	Henry	H
$V, v_1, v_2, V_{in}, V_{out}, V_{inI}$	Spanning	Volt	V
$i_L, i_C, i_{in}, i_{opa}, i_{inI}$	Stroomsterkte	Ampère	A
G, G_a, G_b	Hellingshoek	Ampère per Volt, Ohm ⁻¹ , Siemens	A/V, Ω^{-1} , S

Bijlage B Werking van de negatieve weerstand

Voor de analyse van de negatieve weerstand zijn drie zaken van belang. Allereerst de wet van Ohm:

$$V = iR \quad (\text{B.1})$$

Met behulp van deze wet wordt de negatieve weerstand gedefinieerd als:

$$R = \frac{V_{in}}{i_{in}} \quad (\text{B.2})$$

Daarnaast spelen de eigenschappen van de ideale operationele versterker een rol:

- De versterking wordt oneindig hoog verondersteld
- De ingangsweerstand van de ingangen is oneindig groot.

Een gevolg van de eerste eigenschap is dat deingangsspanning aan beide polen gelijk is. De tweede regel impliceert dat er geen stroom door de ingangen kan lopen.

Met behulp van deze eigenschappen kunnen de volgende relaties worden afgeleid:

$$V_{out} = V_{inI} - i_{inI} R_1 \quad (\text{B.3})$$

$$V_{inI} = \frac{R_3}{R_2 + R_3} V_{outI} \quad (\text{B.4})$$

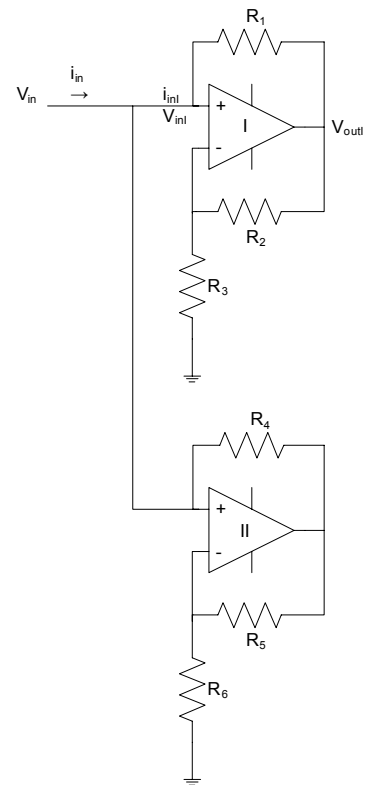
Substitutie van B.3 in B.4 levert na vereenvoudiging op:

$$V_{inI} = -i_{inI} \frac{R_1 R_3}{R_2} \quad (\text{B.5})$$

Omschrijven levert:

$$R_I = \frac{V_{inI}}{i_{inI}} = -\frac{R_1 R_3}{R_2} \quad (\text{B.6})$$

Wanneer de opamp zijn maximale uitgangsspanning bereikt zal in B.3 V_{out} vervangen worden door V_{max} . In vergelijking B.6 zal in dat geval gelden:



$$R_I = R_1 \quad (\text{B.7})$$

Op eenzelfde wijze kan het onderste gedeelte van de schakeling worden geanalyseerd. Hieruit volgen de volgende relaties:

$$R_{II} = -\frac{R_4 R_6}{R_5} \quad (\text{B.8})$$

als de operationele versterker nog niet zijn maximale spanning heeft bereikt en

$$R_{II} = R_4 \quad (\text{B.9})$$

als dat wel het geval is.

Door geschikte keuzes te maken in het bepalen van de waarden van de verschillende weerstanden kan de gewenste functie gerealiseerd worden. De hellingen van de functie kunnen als volgt worden beschreven:

$$G = \frac{1}{R} = \frac{1}{R_I} + \frac{1}{R_{II}}$$

$$G_a = -\frac{R_2}{R_1 R_3} - \frac{R_5}{R_4 R_6} \quad (\text{B.10})$$

$$G_b = -\frac{R_2}{R_1 R_3} + \frac{1}{R_4}$$

Hierbij wordt ervan uitgegaan dat circuit II het eerste zijn maximale uitgangsspanning zal bereiken.

Naast de hellingen zijn ook de breekpunten van belang. Wederom gebruikmakend van de aanname zal het breekpunt als volgt kunnen worden aangeduid:

$$B_p = \frac{R_5}{R_4 R_6 + R_4 R_5} \frac{R_4 R_6}{R_5} V_{out,max} = \frac{R_6}{R_5 + R_6} V_{out,max} \quad (\text{B.11})$$

Als met behulp van deze vergelijkingen de waarden van de weerstanden aangepast worden aan de gewenste functie geeft dit de volgende weerstanden:

Tabel B.1 Waarden weerstanden negatieve weerstand

R ₁	220 Ω
R ₂	220 Ω
R ₃	2200 Ω
R ₄	22000 Ω
R ₅	22000 Ω
R ₆	3300 Ω

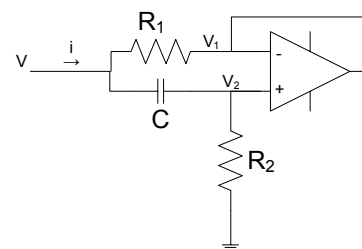
Bijlage C Werking van de spoelen⁴

Spoel A

In figuur B.2 is de schematische weergave van spoel A nogmaals te zien. Op $t = 0$ zal er nog geen stroom door de condensator lopen, waardoor geldt:

$$V = R_1 i \quad (\text{B.12})$$

Volgens de ideale eigenschappen van een operationele versterker geldt dan:



⁴ Bewerking van bijlage B uit het verslag van Wouters

$$V_2 = R_2 i_c = R_2 C \frac{dV}{dt} \quad (\text{B.13})$$

en

$$V_1 = V_2 \quad (\text{B.14})$$

Als R_1 klein genoeg wordt genomen kan gesteld worden dat:

$$V = V_1 + R_1 i_{R1} \approx V_1 \quad (\text{B.15})$$

Substitutie van B.12 en B. in C.2 geeft dan:

$$V \approx V_1 = R_1 R_2 C \frac{dI}{dt} \quad (\text{B.16})$$

Waaruit volgt dat

$$L = R_1 R_2 C \quad (\text{B.17})$$

De interne weerstand R_0 is gelijk aan R_1 omdat bij een gelijkstroom geen stroom door de condensator, en dus ook niet door R_2 zal lopen.

Spoel B

Hiernaast is de schematische weergave van spoel B opnieuw getoond. De totale impedantie van de schakeling wordt gedefinieerd als:

$$Z = \frac{V}{i} = j\omega L \quad (\text{B.18})$$

Door de ingangen van de operationele versterkers loopt volgens de eigenschappen van de ideale opamp geen stroom en is de waarde van de ingangen altijd gelijk aan V . Daardoor gelden:

$$i = \frac{V - V_2}{R_4} \quad (\text{B.19})$$

$$i_c = \frac{V_2 - V}{1/j\omega C} = \frac{V - V_1}{R_3} \quad (\text{B.20})$$

en

$$V_1 = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) V \quad (\text{B.21})$$

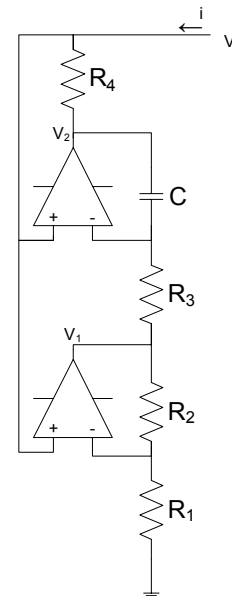
Substitutie van B.20 en B.21 in B.19 geeft:

$$i = \frac{VR_2}{j\omega R_1 R_3 R_4 C} \quad (\text{B.22})$$

Waaruit volgt dat:

$$L = \frac{R_1 R_3 R_4 C}{R_2} \quad (\text{B.23})$$

De interne weerstand is ook hier gelijk aan R_1 .



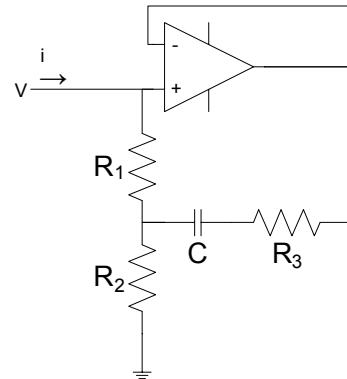
Figuur B.3 Spoel B

Spoel C

In figuur B.4 is de schematische weergave van spoel c opnieuw getoond. Met behulp van de eigenschappen van de ideale operationele versterker kan de in figuur B.5 getoonde schematische weergave zonder opamp bepaald worden. Met deze weergave is het mogelijk de werking te analyseren. Hierbij is V_{in+} gelijk aan V_{in-} volgens de opamp-eigenschappen. Hieruit volgt:

$$V_{in} = i_{in}R_1 + (i_{in} + i_{opa})R_2$$

$$V_{in} = i_{opa} \left(R_3 + \frac{1}{j\omega C} \right) + (i_{in} + i_{opa})R_2 \quad (B.24)$$



Figuur B.4 Spoel C

Gelijkstellen levert de volgende uitdrukking voor i_{opa} op:

$$i_{opa} = \frac{i_{in}R_1}{R_3 + \frac{1}{j\omega C}} \quad (B.25)$$

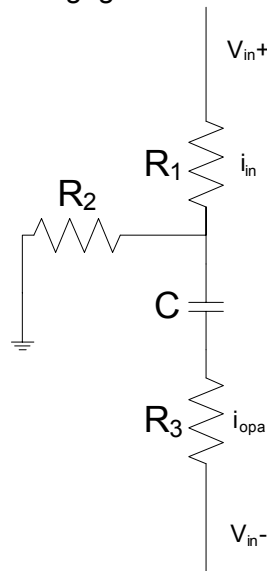
Indien dit in de bovenste vergelijking in worden gevuld levert dit op:

$$V_{in} = i_{in} \left((R_1 + R_2) + \frac{R_1R_2}{R_3 + \frac{1}{j\omega C}} \right) = i_{in} \left((R_1 + R_2) + \frac{j\omega R_1R_2}{1 + j\omega R_3C} \right) \quad (B.26)$$

Als nu $R_3 \ll \frac{1}{\omega C}$ geldt, blijkt dat de totale impedantie bestaat uit een interne weerstand van $R_1 + R_2$ en een spoelconstante

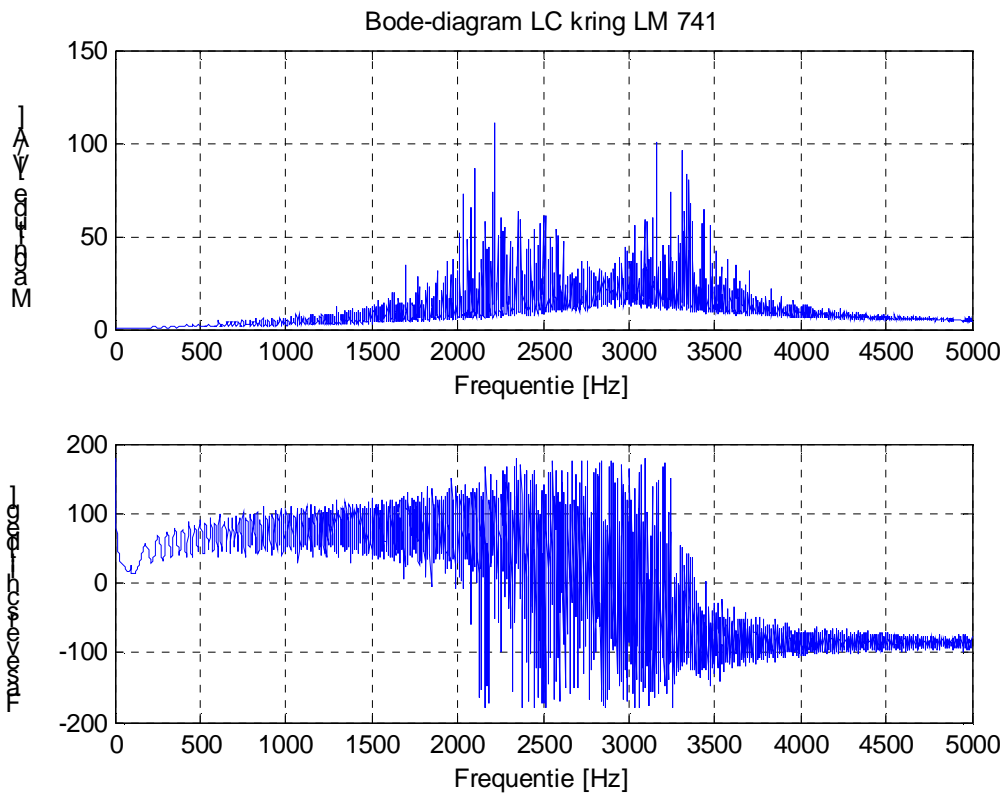
$$L = CR_1R_2 \quad (B.27)$$

De interne weerstand van spoel C is gegeven door $R_1 + R_2$.

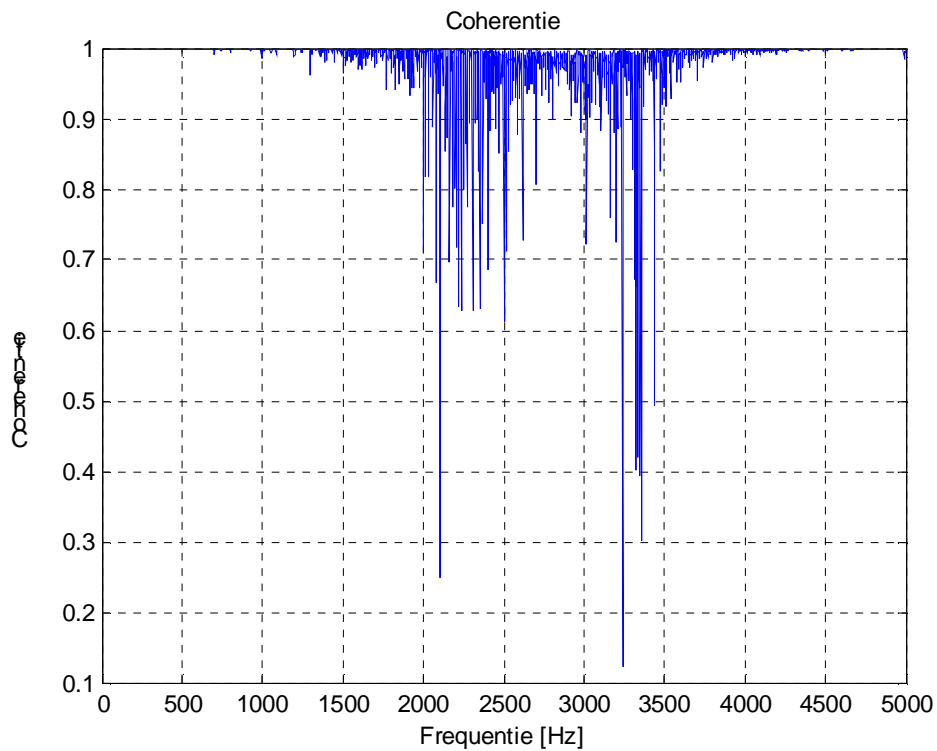


Figuur B.5 Aangepaste weergave spoel C

Bijlage D LM 741



Figuur B.6 Bode-diagram LC kring met LM 741 in spoel A



Figuur B.7 Coherentie meting LC kring LM 741

Bijlage E Literatuur

- J.A.G. Wouters, *'Parametervariatie bij het Chua circuit'*
- Chris Criens, *'Het gedrag van de negatieve weerstand voor een Chua circuit'*
- M.H.G.W. Hees, *'Experimenteel bepalen van parameters van het Chua circuit'*
- http://en.wikipedia.org/wiki/Chaos_theory
- http://en.wikipedia.org/wiki/Chua's_circuit
- <http://en.wikipedia.org/wiki/Gyrator>
- <http://www.linkwitzlab.com/images/graphics/inductr1.gif>