

## Eindige elementensimulatie van het dieptrekproces

**Citation for published version (APA):**

Sluis, van der, O. (1995). *Eindige elementensimulatie van het dieptrekproces*. (DCT rapporten; Vol. 1995.047). Technische Universiteit Eindhoven.

**Document status and date:**

Gepubliceerd: 01/01/1995

**Document Version:**

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

**Please check the document version of this publication:**

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

**General rights**

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

[www.tue.nl/taverne](http://www.tue.nl/taverne)

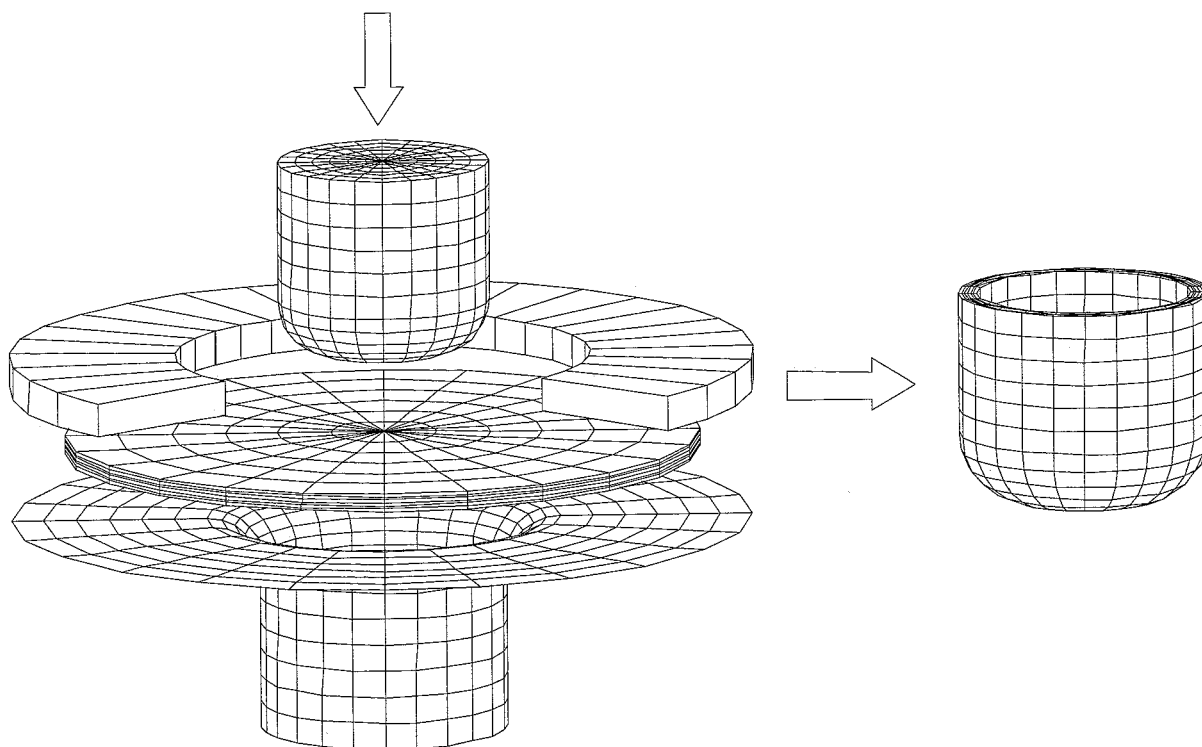
**Take down policy**

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

[openaccess@tue.nl](mailto:openaccess@tue.nl)

providing details and we will investigate your claim.

# Eindige elementensimulatie van het dieptrekproces



Olaf van der Sluis  
*Stageverslag*  
Reportnr. WFW 95.047  
April 1995

BEGELEIDERS: ir. M.A.H. van der Aa  
dr.ir. P.J.G. Schreurs

TECHNISCHE UNIVERSITEIT EINDHOVEN  
Faculteit Werktuigbouwkunde  
Vakgroep Fundamentele Werktuigkunde

## Samenvatting

Het dieptrekproces wordt al tientallen jaren succesvol toegepast in de metaalverwerkende industrie. Van vlak plaatmateriaal worden met grote snelheid 'cupjes' gevormd. Deze 'cupjes' worden vaak als eerste bewerkingsstap van een complex vormgevingsproces gefabriceerd.

Om inzicht te krijgen in dit dieptrekproces is een numerieke simulatie uitgevoerd. Gekozen is voor de eindige elementenmethode. Er is gebruik gemaakt van het pakket MARC, dat op deze methode gebaseerd is. Het verloop van de spanningen en de rekken alsmede de residuele waarden hiervan kunnen aldus geanalyseerd worden.

In het eindige elementenmodel is gebruik gemaakt van een rotatie-symmetrische configuratie met de hierbij behorende randvoorwaarden. Het toegepaste materiaalgedrag alsmede het verstevigingsgedrag is isotroop verondersteld. Het lineaire verstevigingsmodel zorgt voor de koppeling tussen de effectieve plastische rek en de effectieve spanning. Door middel van contactbeschrijving kan de interactie tussen de individuele lichamen gemodelleerd worden. Belastingen op, bewegingen van en wrijving tussen contactlichamen kunnen zo voorgeschreven worden.

# Inhoudsopgave

|   |           |
|---|-----------|
| <b>Samenvatting</b>                                 | <b>I</b>  |
| <b>1 Inleiding</b>                                  | <b>1</b>  |
| 1.1 Materiaalgedrag . . . . .                       | 2         |
| 1.2 Modelbeschrijving . . . . .                     | 3         |
| <b>2 Toegepaste aspecten van MARC</b>               | <b>4</b>  |
| 2.1 De gewogen afwijking formulering . . . . .      | 4         |
| 2.2 Rekenmethoden . . . . .                         | 6         |
| 2.3 Contactbeschrijving . . . . .                   | 6         |
| 2.4 Versteving . . . . .                            | 7         |
| 2.5 Elementen . . . . .                             | 8         |
| <b>3 Invoer</b>                                     | <b>10</b> |
| 3.1 Mesh . . . . .                                  | 10        |
| 3.2 Rekenmethoden . . . . .                         | 11        |
| 3.3 Contact . . . . .                               | 11        |
| 3.4 Versteving . . . . .                            | 12        |
| 3.5 Elementen . . . . .                             | 12        |
| <b>4 Resultaten</b>                                 | <b>14</b> |
| 4.1 Meshafhankelijkheid . . . . .                   | 15        |
| 4.1.1 Path-plots . . . . .                          | 16        |
| 4.1.2 History-plots . . . . .                       | 18        |
| 4.2 Elementtypes . . . . .                          | 18        |
| 4.3 Uitvoer . . . . .                               | 20        |
| 4.4 Aandachtspunten . . . . .                       | 20        |
| <b>5 Conclusies en aanbevelingen</b>                | <b>22</b> |
| 5.1 Conclusies . . . . .                            | 22        |
| 5.2 Aanbevelingen . . . . .                         | 23        |
| <b>Appendix A: Elasto-plastisch materiaalgedrag</b> | <b>24</b> |
| <b>Appendix B: Invoerfile</b>                       | <b>32</b> |
| <b>Referenties</b>                                  | <b>35</b> |
| <b>Bijlage 1: Path-plots</b>                        | <b>36</b> |
| <b>Bijlage 2: History-plots</b>                     | <b>37</b> |

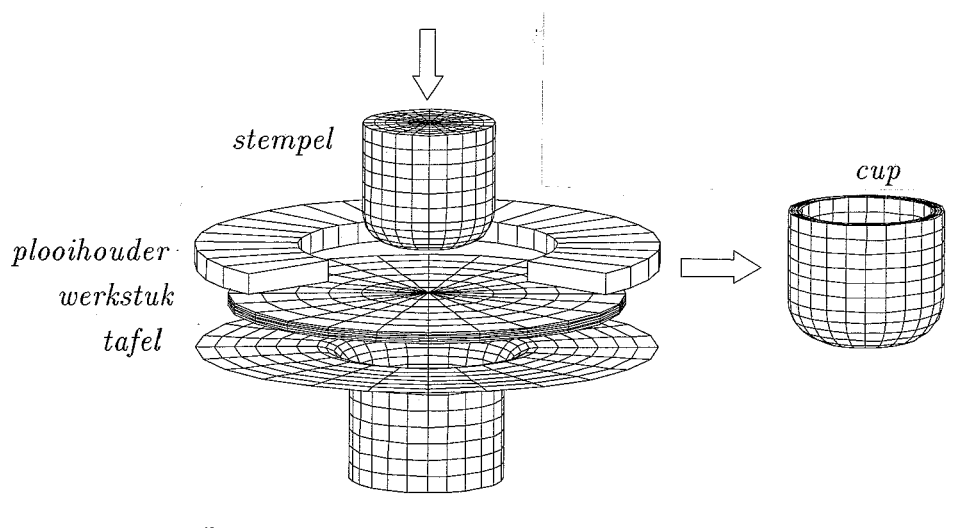
# 1 Inleiding

In de drank- en voedingsindustrie wordt veelvuldig gebruik gemaakt van aluminium blikjes als verpakkingsmiddel. Vanuit deze industrie bestaat de vraag naar stalen blikjes met een 'hybride' polymeerlaag. Deze laag heeft aanvankelijk de functie van smeermiddel, in een later stadium vervult deze de taak van dek- en beschermlaag. De polymeerlaag wordt vooraf aangebracht (*pre-finish*), waardoor hij dus het gehele proces meemaakt.

De motieven voor het toepassen van een dergelijke procesaanpassing zijn onder andere:

- ◇ realisatie van verminderde milieubelasting. Dit is het gevolg van het wegvallen van (een gedeelte van) de smering waardoor enkele wasstappen overbodig worden. Lakbehandelingen zijn overbodig waardoor de emissie van organische oplosmiddelen gereduceerd wordt;
- ◇ kostprijs van staal is lager dan die van aluminium.

De eerste stap van de vervaardiging van deze blikjes is het omvormen van een schijfvormige plaat tot een cupje (*figuur 1*). Om het overzicht in de figuur te houden is de plooihouder gedeeltelijk weergegeven.



*Figuur 1*

Als het dieptrekproces voltooid is, wordt door wandstrekking in meerdere stappen het cupje verder omgevormd, totdat het zijn uiteindelijke dimensies heeft. Als laatste stap wordt door middel van een felsnaad de deksel op de cilinder aangebracht.

In dit verslag wordt een numerieke simulatie van het dieptrekproces (zonder polymeerlaag) beschreven. Deze simulatie is uitgevoerd met het eindige elementenpakket MARC. De veronderstellingen en vereenvoudigingen die aan het model ten grondslag liggen worden besproken. Tevens worden enkele onderwerpen belicht die in het numerieke model toegepast zijn, zoals contactalgorithmes, rekenmethoden, elementtypes en dergelijke. De resultaten van de simulatie kunnen in een later stadium verwerkt worden om het totale omvormproces te analyseren.

Het principe van het proces wordt weergegeven in *figuur 1*. De *stempel* wordt met een bepaalde snelheid tegen het cirkelvormige *werkstuk* (schijf) aangeduwd, waardoor het werkstuk deformeert. De geometrie van de stempel en de *tafel* zorgen voor de vormgeving van het cupje. Eventuele optredende oneffenheden in het werkstuk tijdens deze vormgeving moeten door de belasting, die via de tafel en de *plooihouder* op het werkstuk overgebracht wordt, voorkomen worden.

Alvorens het bovenstaande dieptrekproces in het eindige elementenpakket te kunnen modelleren, worden enkele veronderstellingen over het materiaalgedrag en het model gedaan.

## 1.1 Materiaalgedrag

Door de produktie van staal, en dan met name het walsen, is anisotropie een inherente eigenschap van het materiaal. Ook is door onderzoek duidelijk geworden dat de vloeispanning afhankelijk is van de reksnelheid en de temperatuur. Een verhoogde deformatiesnelheid heeft een verhoogde vloeigrens tot gevolg, terwijl een verhoogde temperatuur een daling in de vloeispanning teweeg brengt. Deze twee verschijnselen worden in deze simulatie niet meegenomen, met andere woorden er wordt uitgegaan van isotroop materiaalgedrag en een vloeigrens die slechts afhankelijk is van de (effectieve plastische) rek.

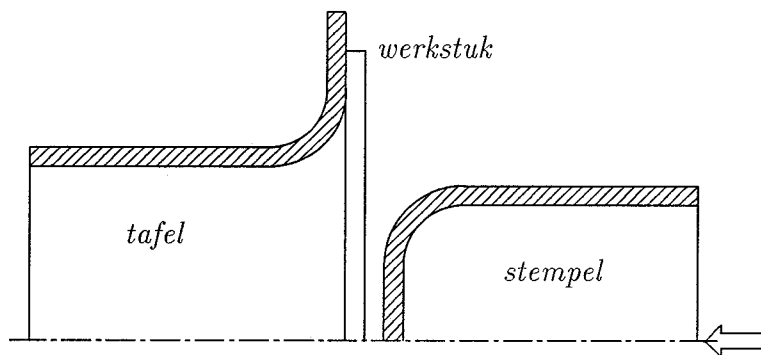
Onder de veronderstelling van isotropie kan het vloeicriterium van Von Mises gehanteerd worden (zie Appendix A). Dit criterium stelt dat vloeien optreedt wanneer de opgenomen specifieke (=per volume-eenheid) vormveranderingsenergie een grenswaarde bereikt.

De blijvende, plastische deformatie is het resultaat van afschuiving van de kristalroosters. De dichtstgepakte vlakken zijn voorkeursvlakken voor afschuiving. Schuifspanningen (op kristalniveau) zijn dus essentieel voor plastische deformatie. Elastische (=reversibele) deformatie treedt op door verandering van de afstand tussen de atomen in het rooster, waardoor deze ook door normaalspanningen kan plaatsvinden.

Daar het produkt wordt omgevormd beneden de kristallisatietemperatuur, hebben we te maken met versteviging. In het algemeen zal het gedrag een combinatie zijn van isotrope en kinematische versteviging. Experimenteel is gebleken dat bij grote deformaties, waarbij de elastische rekken verwaarloosd kunnen worden, de versteviging isotroop verloopt. In het model wordt uitgegaan van isotrope versteviging.

## 1.2 Modelbeschrijving

In het algemeen kan gesteld worden dat er, bij het ontwikkelen van een eindige elementen-model, gestreefd moet worden naar een zo eenvoudig mogelijk model. De aldus gemaakte vereenvoudigingen dienen afgewogen te worden tegen de nauwkeurigheid van de oplossing. Het aanvankelijk eenvoudig gekozen model kan in een later stadium eventueel uitgebreid worden.



*Figuur 2*

Het model zoals dit is gebruikt in MARC, is afgebeeld in *figuur 2*. Deze figuur laat zien dat de drie-dimensionale geometrie van het dieptrekproces (*figuur 1*) teruggebracht is naar een axi-symmetrische twee-dimensionale beschrijving. Deze reductie heeft waarschijnlijk geen verlies van algemeenheid tot gevolg. Het brengt wel een grote besparing van de rekentijd met zich mee. Door gebruik te maken van deze symmetrie moet wel een extra randvoorwaarde worden voorgeschreven op de symmetrielijns om discontinuïteiten in het materiaal en de geometrie ter plaatse van deze symmetrie-as te voorkomen. Verschijnselen die op kunnen treden maar die niet axisymmetrisch van aard zijn, kunnen echter niet gemodelleerd worden. Een voorbeeld hiervan is plooivorming.

## 2 Toegepaste aspecten van MARC

Om het omvormproces te kunnen modelleren in het eindige elementenprogramma MARC, moeten de kenmerken van het proces en de hiermee samenhangende mogelijkheden van het programma bekend zijn. Bij de eindige elementenmethode wordt de exacte oplossing van de beschrijvende differentiaalvergelijkingen (b.v. impulsbehoud) benaderd. Er wordt van een benadering gesproken omdat ten eerste de continue lichamen onderverdeeld worden in een eindig aantal elementen, waarvan het gedrag gespecificeerd kan worden door een eindig aantal parameters. Tevens wordt de oplossing van het complete 'systeem' beschouwd als een sommatie over al deze elementen. Een methode om deze benaderingsstap uit te voeren wordt beschreven door de methode van de gewogen afwijkingen. De keuze van de rekenmethode binnen MARC is afhankelijk van de grootte van de optredende deformaties. Omvormprocessen dienen te worden beschreven met z.g. *contact*, omdat de kern van het proces (de deformatie) bepaald wordt door contact tussen de lichamen. In het geval van dieptrekken zorgt het contact tussen de stempel en het werkstuk enerzijds en tussen het werkstuk en de tafel anderzijds voor de vorming van het uiteindelijke cupje. Door de plastische deformatie treedt versteviging op. Verschillende modellen staan hiervoor ter beschikking. Het verband tussen de equivalente plastische rek en de effectieve spanning ligt daardoor eenduidig vast. De elementtypen worden gekozen aan de hand van hun specifieke eigenschappen.

### 2.1 De gewogen afwijking formulering

De deformatie van de onvervormde uitgangstoestand naar de vervormde onbekende toestand wordt op elk moment bepaald door de balanswetten. In onderstaande afleiding wordt gebruik gemaakt van de impulsbalanswet oftewel de *bewegingsvergelijking* [1]<sup>1</sup>:

$$\vec{\nabla} \cdot \boldsymbol{\sigma}^c + \rho \vec{q} = \rho \vec{v} \quad \forall \vec{x} \quad (1)$$

Bij de *evenwichtsvergelijking* kunnen traagheidskrachten verwaarloosd worden:

$$\vec{\nabla} \cdot \boldsymbol{\sigma}^c + \rho \vec{q} = \vec{0} \quad \forall \vec{x} \quad (2)$$

Alleen zeer gesimplificeerde, dus praktisch van weinig betekenis zijnde problemen kunnen analytisch opgelost worden. Meestal wordt bij veel voorkomende problemen dan ook een zo goed mogelijke benaderingsoplossing bepaald. De basis van deze werkwijze wordt gevormd door de gewogen afwijking formulering. Deze formulering maakt gebruik van een willekeurige functie  $\vec{w}(\vec{x})$ , waarmee de differentiaalvergelijking (2), na vermenigvuldiging met deze functies en integratie over het lichaamsvolume, in de vorm van een integraalvergelijking wordt geschreven:

$$\int_{V(t)} \vec{w} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \boldsymbol{\sigma}^c + \rho \vec{q}) dV = 0 \quad \forall \vec{w}(\vec{x}) \quad (3)$$

---

<sup>1</sup>tensorgrootheden worden **vet** weergegeven



Met behulp van de weegfuncties  $\vec{w}(\vec{x})$ , wordt de afwijking van de benaderingen  $\sigma^*$  en  $\vec{x}^*$  ten opzichte van de exacte oplossing, dus  $\vec{\nabla}^* \cdot \sigma^* + \rho^* \vec{q} (\neq \vec{0})$ , uitgesmeerd over het hele 'lichaams'volume  $V(t)$  waardoor een betere benadering ontstaat. Door middel van partieel integreren van (3), n.l.  $\vec{\nabla} \cdot (\sigma \cdot \vec{w}) = (\vec{\nabla} \vec{w})^c : \sigma + \vec{w} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \sigma)$  en toepassen van de stelling van Gauss en impulsmomentbalans volgt de z.g. zwakke vorm van de gewogen afwijking formulering:

$$\int_{V(t)} (\vec{\nabla} \vec{w})^c : \sigma dV = \int_{V(t)} \vec{w} \cdot \rho \vec{q} dV + \int_{A(t)} \vec{w} \cdot \vec{p} dA = 0 \quad \forall \vec{w}(\vec{x}) \quad (4)$$

Via *interpolatiefuncties*  $\psi^i$  worden de positievectoren en de weegfuncties van de materiëpunten 'vertaald' in positievectoren en weegfuncties behorende bij discrete punten of *knooppunten*, volgens:

$$\psi^i = \begin{cases} 1 & \text{in } \vec{x}^i \\ 0 & \text{in } \vec{x}^{j \neq i} \end{cases} \quad (5)$$

Met behulp van deze functies kan de *gediscretiseerde evenwichtsvergelijking* afgeleid worden:

$$\vec{f}_i - \vec{f}_u = \vec{0} \quad (6)$$

Hierin staat  $\vec{f}_i$  voor de kolom met inwendige knooppuntskrachten, en  $\vec{f}_u$  voor de kolom met de uitwendige krachten. Uitdrukkingen voor deze twee grootheden zijn te vinden in [1]. De vergelijkingen van (6) zijn niet-lineair in  $\vec{x}$ . Deze moet dus via een iteratieve oplosprocedure bepaald worden. Hieruit volgt, afhankelijk van de gekozen beginwaarde, een benaderingsoplossing. Dit iteratieproces ziet er als volgt uit:

1.  $K^* \delta \underline{x} = \vec{f}_i - \vec{f}_u \equiv \underline{r}^*$  met  $\begin{cases} K^* : & \text{de tangentiële stijfheidsmatrix;} \\ \delta \underline{x} : & \text{de iteratieve knooppuntsverplaatsingen;} \\ \underline{r}^* : & \text{de residukolom.} \end{cases}$
2. uit de voorgaande stap volgt een nieuwe benadering:  $\underline{x}^{**} = \underline{x}^* + \delta \underline{x}$ .  
Met behulp van de aldus gevonden waarde wordt de grootte van het residu vergeleken met een convergentienorm  $c$  :
3.  $|\underline{r}^{**}| \stackrel{?}{<} c$ . Als hieraan voldaan wordt, wordt de procedure gestopt en wordt de oplossing als nauwkeurig genoeg beschouwd. Is dit niet het geval, dan wordt het proces herhaald, totdat voldaan wordt aan de convergentievoorwaarde.

De maximale *convergentietolerantie*  $c'$ , die gebruikt wordt in MARC, is de verhouding tussen de maximumnorm van de residukolom en de maximumnorm van de kolom met uitwendige krachten:

$$c' = \frac{\|\underline{r}^*\|}{\|\vec{f}_u\|} \quad (7)$$

## 2.2 Rekenmethoden

Om een deformatieproces te simuleren, kan gebruik gemaakt worden van twee verschillende beschrijvingswijzen:

- Euler: wordt vooral toegepast bij stromingsproblemen.  
De mesh wordt gefixeerd en het materiaal stroomt door dit gebied.
- Lagrange: wordt voornamelijk gebruikt bij vaste stof-beschrijvingen.  
In tegenstelling tot de methode van Euler wordt het materiaal gevolgd, dat wil zeggen dat de mesh meebeweegt met het materiaal.

Het nadeel van de Lagrange-aanpak is dat de mesh in gelijke mate deformeert als het materiaal, waardoor bij grote rekken numerieke problemen kunnen ontstaan. Om deze problemen te beperken, kan in MARC gebruik gemaakt worden van de z.g. *Updated Lagrange Method* [2]. Hierbij wordt de toestand aan het begin van het nieuwe increment bepaald ten opzichte van de toestand van het voorafgaande increment. In de algemene Lagrange-methode kunnen binnen MARC drie opties gebruikt worden: **Large Displacements**, **Update** en **Finite**. In onderstaand overzicht worden de mogelijke combinaties hiervan gegeven.

| opties                             | spanningstensor                | rektensor      | rotaties | rekken |
|------------------------------------|--------------------------------|----------------|----------|--------|
| —                                  | engineering                    | engineering    | klein    | klein  |
| large disp                         | 2 <sup>e</sup> Piola Kirchhoff | Green Lagrange | groot    | klein  |
| update &<br>finite &<br>large disp | Cauchy                         | logaritmisch   | groot    | groot  |

Het gebruik van alleen *large disp* geeft aan dat de *Total Lagrange Method* wordt gebruikt. *Update*, *finite* en *large disp* samen resulteren in een grote rek plasticiteitsbeschrijving (Appendix A), waarbij gebruik wordt gemaakt van objectieve snelheidsafgeleiden, zoals de Jaumann-afgeleide (voor meer informatie wordt verwezen naar [7]).

## 2.3 Contactbeschrijving

Om omvormprocessen realistisch te kunnen beschrijven, moet gebruik gemaakt worden van een zogenaamde *contactbeschrijving* tussen lichamen. De mogelijkheid bestaat dan om contactlichamen te creëren die ofwel deformeerbaar zijn ofwel als star gemodelleerd kunnen worden. De deformeerbare lichamen moeten verdeeld worden in eindige elementen. De starre lichamen worden onderverdeeld in geometrische *entities*. Wanneer twee of meer lichamen met elkaar in aanraking komen, is het noodzakelijk om ondoordringbaarheidseisen (*non-penetration constraints*) op te leggen. De (gediscretiseerde) randoppervlakken van de elementen bevatten de benodigde geometrische informatie om deze eisen op te leggen. In het algemeen corresponderen de contactlichamen met het fysisch model inclusief eindige elementen-mesh. Soms moeten contactlichamen worden gebruikt die alleen beperkingen

opleggen aan andere (deformeerbare) lichamen, bijvoorbeeld om bepaalde verplaatsingen voor te schrijven. Deze lichamen kunnen als starre contactlichamen gedefinieerd worden. Voor een analyse is het noodzakelijk dat minimaal één lichaam deformeerbaar is. Er treedt contact op, wanneer de loodrechte afstand tussen twee contactlichamen kleiner of gelijk wordt dan de z.g. *contactafstand*, die door de gebruiker gedefinieerd kan worden. Bij de contactbepaling worden de knooppunten van de lichamen bekeken, waardoor een onnauwkeurigheid kan ontstaan door de eventueel te grof gekozen discretisatie van de lichamen. Indringing kan daarom toch plaatsvinden tussen de knooppunten: over de randen van de elementen. Hoe onregelmatiger het (geometrische) verloop van de lichaamsranden, des te fijner zal de elementenverdeling gekozen moeten worden. Als tijdens simulatie blijkt dat een knoop, die aan het begin van het increment nog niet in contact was met een ander knooppunt, aan het einde van het increment indringt in een ander lichaam, wordt de tijdsduur van het increment zodanig verkleind dat dezelfde knoop op het einde van het increment nog net contact maakt.

Door gebruik te maken van de *release*-optie (in combinatie met *motion change*) kan het eventuele contact tussen contactlichamen verbroken worden (b.v. door het voorschrijven van een richtingsverandering in de snelheid van één van de lichamen). Restspanningen of -deformaties kunnen aldus geanalyseerd worden.

## 2.4 Verstevinging

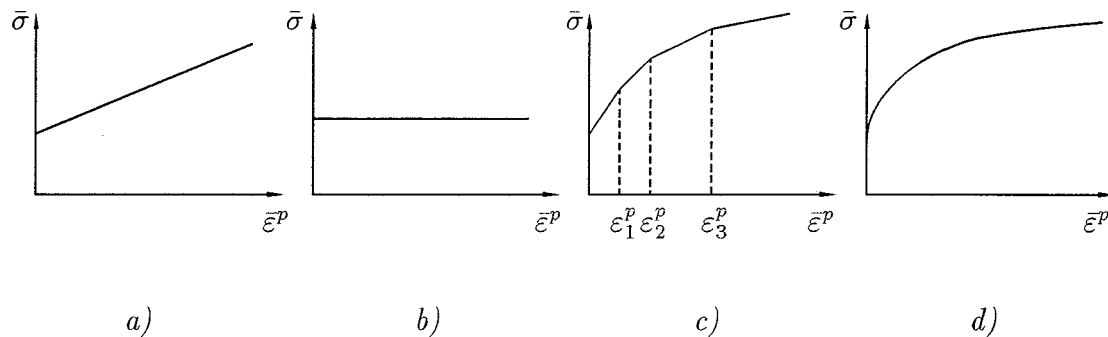
Het toenemen van de vloeispanning met toenemende deformatie kan in het algemeen als volgt geformuleerd worden, met de effectieve of equivalente spanning  $\bar{\sigma}$  en effectieve of equivalente plastische rek  $\bar{\epsilon}^p$ :

$$\bar{\sigma} = \bar{\sigma}(\bar{\epsilon}^p) \quad (8)$$

Hieruit kan een uitdrukking voor de verstevingscoëfficiënt  $H$  bepaald worden:

$$\dot{\bar{\sigma}} = \frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\epsilon}^p} \dot{\bar{\epsilon}}^p = H \dot{\bar{\epsilon}}^p \quad (9)$$

Het verstevingsgedrag kan op verschillende wijzen worden beschreven [4]. In *figuur 3a*) wordt de verstevingscoëfficiënt (=richtingscoëfficiënt)  $H$  constant verondersteld, waardoor de curve een lineair verloop heeft. Curve *b*) representeert het z.g. ideaal-plastisch gedrag: geen versteving en dus een constante vloeispanning. Het verloop uit *c*) is een uitbreiding van *a*), waarbij puntsgewijze linearisatie wordt toegepast. Als laatste kan het verstevingsgedrag met een exponentieel verloop worden benaderd zoals in *d*) te zien is.



Figuur 3

De vergelijkingen voor de figuren zijn ( $\sigma_{F0}$  = initiële vloeigrens):

a)  $\bar{\sigma} = \sigma_{F0} + H\bar{\varepsilon}^p$

b)  $\bar{\sigma} = \sigma_{F0}$

c)  $\bar{\sigma} = \sigma_{F0} + H_1\bar{\varepsilon}^p - H_2(\bar{\varepsilon}^p - \varepsilon_1^p) - H_3(\bar{\varepsilon}^p - \varepsilon_2^p) - \dots$  met:  $\begin{cases} H_1 > H_2 > H_3 > \dots \\ \varepsilon_1^p < \varepsilon_2^p < \varepsilon_3^p < \dots \end{cases}$

d)  $\bar{\sigma} = C(\bar{\varepsilon}^p + \bar{\varepsilon}_0^p)^n$

De twee algemene verstergingsmodellen zijn:

- *isotroop*: stationair centrum van het vloeiooppervlak tijdens versteriging en een groter wordend vloeiooppervlak. In termen van het Von Mises criterium wordt de straal van de vloeicilinder dus groter, terwijl de ligging van de cilinder niet verandert;
- *kinematisch*: bewegend centrum van het vloeiooppervlak en een gelijk blijvende vorm en grootte hiervan. Dit gedrag kan succesvol worden toegepast bij cyclische belastingen.

De derde mogelijkheid is een combinatie van de twee boven beschreven mogelijkheden. Er wordt uitgegaan van initieel isotrope versteriging en vervolgens, bij voldoende grote plastische rekken, van kinematische versteriging. In het algemeen voldoet deze beschrijving voor vele materialen. Voor een uitvoeriger beschrijving van de modellering van het elasto-plastisch materiaalgedrag, wordt verwezen naar Appendix A.

## 2.5 Elementen

Het merendeel van de elementen dat beschikbaar is in MARC is geschikt voor zowel lineaire als niet-lineaire analyses. Bij sommige elementen kunnen echter niet alle mogelijkheden toegepast worden (bijvoorbeeld geen *Updated Lagrange Method*). Tijdens een simulatie kan *locking* van de elementen optreden. Om dit te voorkomen, kunnen elementen worden gebruikt waarbij gereduceerde integratie plaatsvindt. Door deze reductie kunnen echter

z.g. *breathing* of *hourglass* modes ontstaan. Door elementen te gebruiken met *breathing* of *hourglass control* kunnen deze modes onderdrukt worden. Voor een uitvoeriger achtergrond wordt verwezen naar [3].

Rechthoekige 2-dimensionale elementen hebben minimaal vier knooppunten. Meestal worden dan de hoekpunten als knooppunten gebruikt. De graad van de interpolatiefuncties (zie paragraaf 2.1) is afhankelijk van het aantal knooppunten op de elementzijdes. Wanneer bijvoorbeeld twee knooppunten op de zijdes liggen, dan is het interpolatiepolynoom maximaal van de eerste graad (lineair). Het is overigens niet noodzakelijk om per zijde een gelijk aantal knooppunten te definiëren. Wanneer de complexiteit van het element verhoogd wordt, wordt het aantal onbekenden verminderd. De rekentijd om het stelsel op te lossen neemt hierdoor dus ook af. Echter, de tijd om de elementen te definiëren, stijgt. Een andere elementengroep bestaat uit de z.g. shell-elementen: deze worden onder andere toegepast bij problemen waarbij buiging van dunwandige constructies een belangrijke rol speelt. Ze hebben twee of drie knooppunten (lineair resp. gebogen element), waarbij integratie van de spanningen en momenten over de dikte van de shell plaatsvindt. Hiervoor wordt het shell-element in een aantal lagen (*layers*) opgedeeld waarbinnen geïntegreerd kan worden. Een globale indeling naar het aantal lagen is als volgt:

- 3: lineair materiaalgedrag
- 7: eenvoudige plasticiteits- en kruipanalyse
- 11: complexe plasticiteits- en kruipanalyse

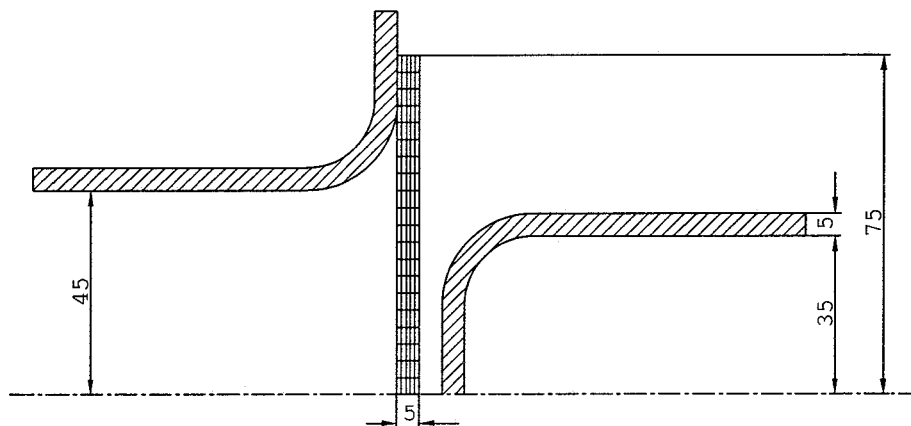
Door de specifieke geometrie van het model kan deze met axi-symmetrische elementen worden doorgerekend (zie de *figuren 1* en *2*). Hierbij wordt het stelsel vergelijkingen in cilindercoördinaten opgelost [3]. De symmetrie-as ligt eenduidig vast: de hartlijn van de drie lichamen. Om te voorkomen dat er discontinuïten in het werkstuk ter plaatse van de symmetrie-as ontstaan, is het noodzakelijk om de juiste **randvoorwaarden** voor te schrijven voor de knooppunten van het werkstuk, die op de symmetrie-as liggen. De verplaatsingen voor deze knooppunten in de  $y$ -richting worden hiervoor nul gesteld (Appendix B).

### 3 Invoer

De DAT-file uit appendix B bevat de benodigde invoer, die zowel handmatig als met behulp van de gebruikersinterface Mentat gemaakt is. De elementverdeling (mesh) wordt gedefinieerd, waardoor de afmetingen van de elementen vastliggen. De rekenmethode wordt bepaald aan de hand van het verwachte procesverloop (deformatiegrootte). Door middel van contact worden de betreffende lichamen deformeerbaar of star gemodelleerd. Eventuele belastingen kunnen worden voorgeschreven. Het materiaalgedrag wordt vastgelegd door het opgeven van onder andere de elasticiteitsmodulus en het verstevigingsgedrag. De te gebruiken elementtypes worden bepaald en de randvoorwaarden op de knooppunten worden voorgeschreven.

#### 3.1 Mesh

De gebruikte elementverdeling en de afmetingen zijn afgebeeld in *figuur 4*. De mesh is 'homogeen', dat wil zeggen dat de afmetingen van alle elementen gelijk zijn aan elkaar. Het is niet noodzakelijk om lokale meshverfijning toe te passen. De deformatie heeft immers geen sterk geconcentreerd karakter maar treedt over het gehele werkstuk op. De invloed van globale meshverfijning wordt in hoofdstuk 4 besproken. Eventueel zou in de buurt van de hartlijn het aantal elementen verminderd kunnen worden, daar dit gedeelte van het werkstuk hoofdzakelijk getransleerd en maar weinig gedeformeerd zal worden. Het totaal aantal elementen is echter dusdanig laag, dat deze lokale meshvergroving niet zal resulteren in een grote rekentijdbesparing.



*Figuur 4*

Er zijn tenminste twee elementen over de dikte nodig om een lineair spanningsverloop bij eenvoudige buiging goed te beschrijven. Ervan uitgaande dat het spanningsverloop tijdens het proces niet lineair is, worden vijf elementen over de breedte aangebracht. Door de gekromde vorm van de tafel en de stempel moet de hoogteverdeling fijn genoeg zijn om het werkstuk deze vormen goed te laten volgen. Een te grof gekozen verdeling kan resulteren in lokale penetratie van het werkstuk in een lichaam. Begonnen is dan ook met een elementverdeling van 5x20 elementen (dikte x hoogte).

De noodzaak om minimaal twee elementen over de dikte te gebruiken, heeft gevolgen voor de hoogteverdeling. De elementafmetingen worden immers bepaald door de z.g. *aspect-ratio*  $R$ . Deze geeft de verhouding weer tussen de afmetingen van de beide zijden (dikte/hoogte) van de elementen. Het ideale geval treedt op wanneer  $R$  de waarde 1 heeft, wat dus overeenkomt met een vierkant element. De aspect-ratio moet binnen bepaalde grenzen liggen, omdat het 'gevaar' bestaat dat de elementen sterk vervormd (*distorted*) kunnen worden, waardoor ze zelfs binnenstebuiten (*inside-out*) kunnen klappen. De dikte van het werkstuk is 5 mm genomen, omdat bij kleinere waarden numerieke problemen ontstonden. Vermoedelijk is de toepassing van shell-elementen (zie paragraaf 2.5) bij de kleinere diktes de betere keuze.

## 3.2 Rekenmethoden

Aanvankelijk is gekozen voor een grote rek plasticiteitsbeschrijving, hetgeen overeenkomt met het gelijktijdige gebruik van de opties *Large disp.*, *Update* en *Finite*. Door de numerieke problemen die hierdoor veroorzaakt werden, werd alleen de optie *Large disp.* gebruikt, wat overeenkomt met een *Total Lagrange method*, zoals beschreven in paragraaf 2.2. De deformatie kon hiermee wel worden doorgerekend. Dit betekent dus dat de incrementele rotaties groot kunnen zijn tijdens het proces maar de incrementele rekken niet.

## 3.3 Contact

Een voor de hand liggende keuze ten aanzien van de eigenschappen van de verschillende lichamen in de simulatie is:

- *stempel* : star lichaam met voorgeschreven snelheid;
- *tafel* : stationair star lichaam;
- *werkstuk* : deformeerbaar lichaam.

De mogelijkheid bestaat om wrijving tussen de lichamen te modelleren. Voor verschillende simulaties werden wrijvingscoëfficiënten gekozen van respectievelijk 0,0 en 0,16. De separatiekracht tussen de lichamen is 10.000  $N$ . Er is dan 10.000  $N$  totale (trek)kracht nodig om een scheiding tussen de lichamen, die dan in contact zijn, te bewerkstelligen. Met behulp van *release* en *motion change* wordt bereikt dat het contact tussen stempel en werkstuk, nadat de stempel zijn heengaande slag heeft gemaakt, verbroken wordt waarna

de stempel terugbewogen kan worden. De restspanningen en -rekken kunnen aldus bepaald worden.

### 3.4 Verstevinging

Het gebruikte model is isotroop verstevend met een lineair verloop volgens *figuur 3a*, met een initiële vloeispanning  $\sigma_{F0}$  van 200 MPa en een verstevingingscoëfficiënt  $H$  van 10.000 MPa. Dit komt ongeveer overeen met  $\frac{1}{20}$  van de Young's modulus  $E$  van  $2,1 \cdot 10^5$  MPa. Bij gebruik van een exponentiële relatie, traden problemen op bij de uitvoering van MARC. Een dergelijke relatie dient waarschijnlijk op een andere methode gedefinieerd te worden in het programma.

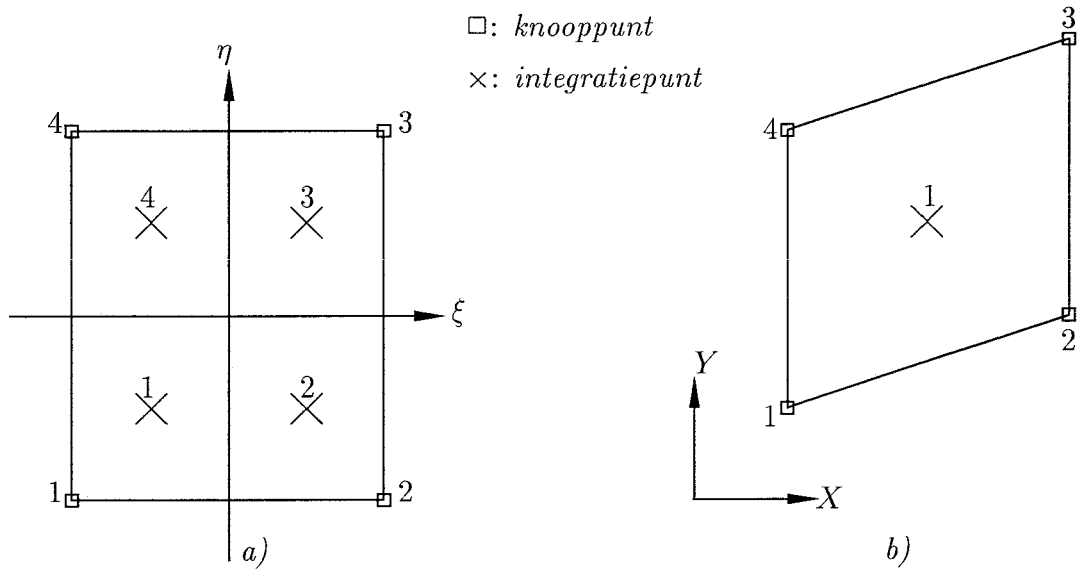
### 3.5 Elementen

Aanvankelijk is een standaard axi-symmetrisch rechthoekig (quadrilateraal) element gebruikt met bilineaire interpolatie: elementnummer 10. Het bestaat uit vier knooppunten en vier Gauss-integratiepunten. De knooppuntsnummering geschiedt tegen de klok in (*counterclockwise*). In onderstaande *figuur a*) is dit element weergegeven met het lokale isoparametrische  $(\xi, \eta)$ -assenstelsel.

Een variant op element 10 is element 116 (*figuur 5b*). Dit is ook een axi-symmetrisch rechthoekig element met vier knooppunten en slechts één integratiepunt. Het maakt gebruik van gereduceerde integratie met hourglass-control (zie pagina 9). De knoopnummering is ook hier tegen de klok in.

De toegepaste randvoorwaarde om de axi-symmetrische configuratie voor te schrijven voor de knopen die op de symmetrie-as liggen is:  $y = 0$ ; deze opgelegde waarden hebben betrekking op de *verplaatsingen*, waardoor geen discontinuïteiten optreden in de geometrie- en materiaalbeschrijving rondom deze as.



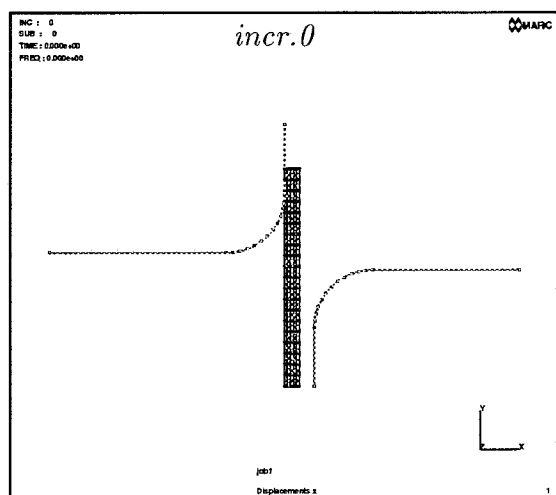


Figuur 5

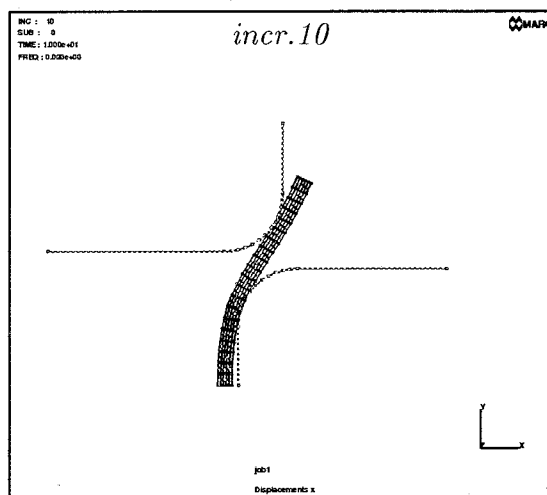
## 4 Resultaten

De simulaties kunnen worden geëvalueerd aan de hand van de grafieken van verschillende variabelen, elementverdelingen en -types. Deze variabelen zijn de effectieve plastische rek  $\bar{\epsilon}^p$  en de Von Mises spanning  $\sigma_{VM}$ . Het verschil tussen beide variabelen is dat in  $\sigma_{VM}$  per definitie ook het elastisch deel verdisconteerd is. Er is gesimuleerd met drie verschillende elementverdelingen en twee verschillende elementtypes. Tevens worden enkele aandachtspunten gegeven.

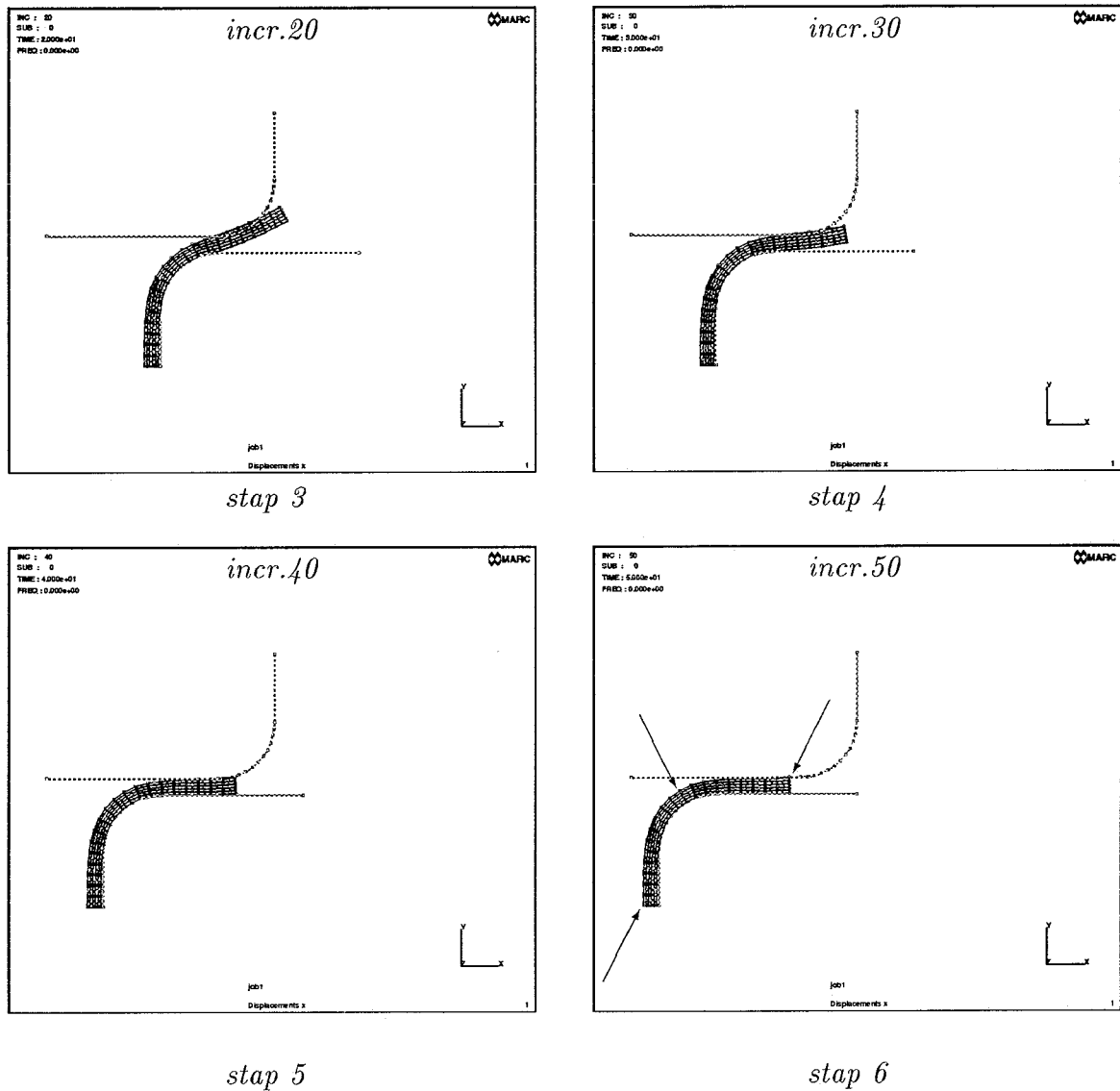
Onderstaande zes plotjes geven het algemene deformatiepatroon weer van een simulatie met stappen van 10 incrementen. De totale verplaatsing is 85 mm in een totaal van 60 incrementen. De hier toegepaste elementverdeling is 5x20 (D/H) en het gebruikte elementtype 10 (figuur 5a). In increment 55 bereikt de stempel het eindpunt van zijn heengaande slag, waarna tussen increment 56 en 60 het contact wordt verbroken en de stempel terugkeert naar zijn oorspronkelijke plaats. In de eerste 20 incrementen is de stempelverplaatsing per increment 2.5 mm, terwijl deze tussen increment 21 en 55 1.0 mm bedraagt. Grotere waarden voor deze incrementverplaatsingen resulteerden in penetratie van het werkstuk. Eén increment komt overeen met 1 seconde ( $time\ step = 1$  in appendix B). De grootte van de snelheid heeft geen invloed op de oplossing, omdat tijds- en snelheidsafhankelijk van de betreffende grootheden niet is gemodelleerd.



stap 1



stap 2



*Figuur 6*

#### 4.1 Meshafhankelijkheid

De meshfijnheid, dus de grootte van de gediscrètiseerde gebieden, heeft invloed op de nauwkeurigheid van de oplossing. Vanaf een bepaalde meshfijnheid zal de oplossing geen significante verandering meer vertonen. Door een fijnere elementverdeling wordt de rekentijd echter vergroot, waardoor een keuze gemaakt moet worden tussen enerzijds een 'minimale' rekentijd en anderzijds een 'maximale' nauwkeurigheid.

Enkele simulaties zijn uitgevoerd met verschillende elementverdelingen. Het elementtype, de totale verplaatsing en het aantal incrementen is hierbij niet veranderd.

De gebruikte meshverdelingen zijn:

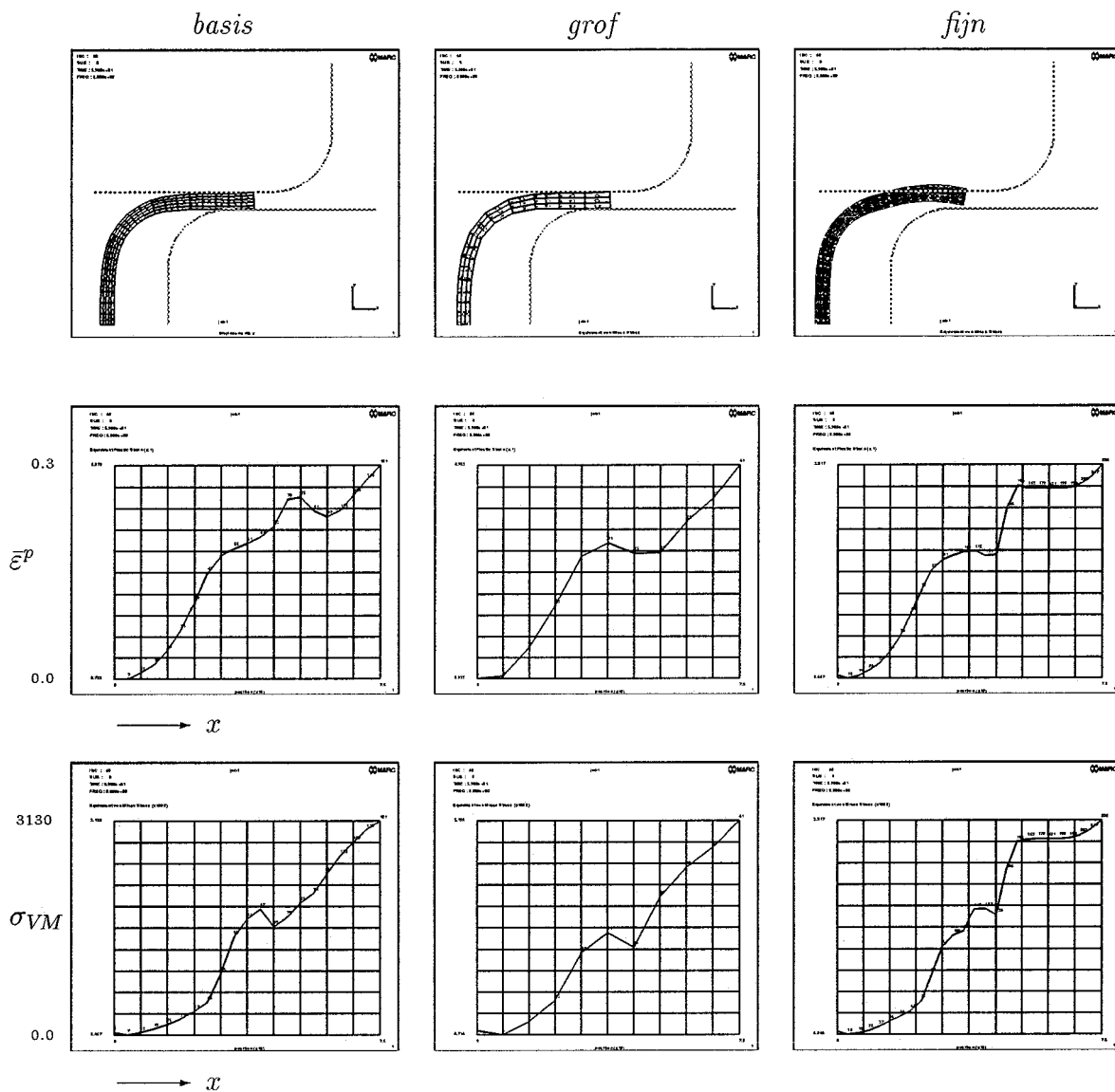
|       | breedteverdeling | hoogteverdeling | aantal elementen |
|-------|------------------|-----------------|------------------|
| grof  | 3                | 10              | 30               |
| basis | 5                | 20              | 100              |
| fijn  | 8                | 25              | 200              |

#### 4.1.1 Path-plots

Zogenaamde *path-plots* zijn gemaakt van de twee variabelen:  $\sigma_{VM}$  en  $\bar{\epsilon}^p$ . Deze plots (*figuur 7*) geven het verloop weer van de betreffende grootte gezien over een traject (pad) tussen twee of meer knooppunten. Hier is gekozen voor een traject tussen het linker knooppunt op de hartlijn en het rechterbovenknooppunt tegen de tafel (zie de twee pijlen in *figuur 6, stap 6*). Het verloop van de grafieken voor de verschillende verdelingen is vergelijkbaar. Voor de individuele plots wordt verwezen naar bijlage 1. Om een globale indruk te geven en tevens een vergelijking te kunnen maken van het verloop zijn in *figuur 7* de grafieken samen afgebeeld. Op de horizontale as staat de  $x$ -afstand uitgezet van het traject tussen de twee punten van *figuur 6*. Er is gekozen voor de 'buitenkant' van het cupje omdat in een later stadium de polymeerlaag hierop wordt aangebracht (zie hoofdstuk 1). De belastingen die op deze laag uitgeoefend zullen worden (uitvoer van deze simulatie), kunnen dan als invoer dienen voor het verdere proces. Het deformatieverloop aan de binnenkant van het cupje is overigens vergelijkbaar met het verloop aan de buitenkant.

Er is een groter verschil bij de fijne verdeling ten opzichte van de andere twee verdelingen aanwezig. Dit wordt voornamelijk veroorzaakt door de plaatsgevonden penetratie van het werkstuk in de tafel. Hierdoor bevinden zich de knopen die uitsteken in ongeveer dezelfde 'toestand', waardoor in elke grafiek behorende bij de fijne verdeling bij deze knopen een soort plateau te zien is. Door incrementverkleining of vergroting van het aantal knooppunten op de tafel kon dit probleem evenwel niet worden verholpen. Later bleek dat door de maximale convergentietolerantie (zie hoofdstuk 2) te verkleinen, geen penetratie meer optrad. Dit is evenwel niet meer opgenomen in dit verslag.

De grafieken zijn in principe een algemene indicatie van de graad van vervorming. Dit is duidelijk te zien omdat het verloop van de grafieken van  $\bar{\epsilon}^p$  en  $\sigma_{VM}$  nagenoeg hetzelfde zijn, zie ook de opmerking bovenaan pagina 14. De algehele tendens in alle grafieken is: vanaf de knooppunten op de hartlijn tot aan de knopen op het 'einde' van het werkstuk neemt de deformatie toe. Intuïtief zou gedacht kunnen worden dat de grootste vervorming in het uiteindelijk gekromd gedeelte zou plaatsvinden. Als het verloop van het proces nader wordt bekeken, valt op dat het rechtergedeelte een kromming om de tafel ondergaat en daarna tevens een axiale uitrekking plus een radiale compressie (door de tafel).

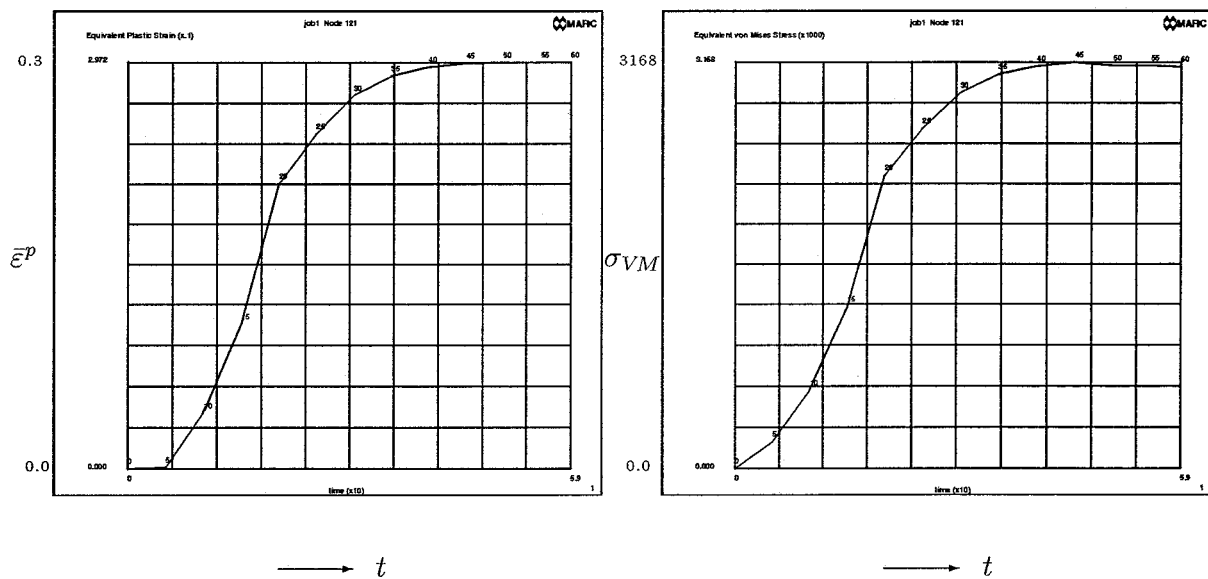


Figuur 7

Uit de maximale waarde van  $\bar{\epsilon}^p$  is een benadering voor de spanning te bepalen:  
 $\bar{\sigma} = \sigma_{F0} + H \cdot \bar{\epsilon}^p = 200 + 10000 \cdot 0,3 = 3200 \text{ MPa}$ . Dit komt goed overeen met de waarde van  $\sigma_{VM}$  van 3130 MPa. Het verschil wordt waarschijnlijk veroorzaakt door het verschil in definitie van beide spanningen. De berekende spanning heeft immers betrekking op de 1-dimensionale trekproef, terwijl de Von Mises spanning volledig 3-dimensionaal van aard kan zijn.

### 4.1.2 History-plots

Een tweede manier om het proces in grafiekvorm weer te geven, is het gebruik van *history-plots*. Hier wordt de informatie voor een willekeurig knooppunt als functie van de tijd weergegeven. Voor de individuele plots wordt verwezen naar bijlage 2. Het gekozen knooppunt van *figuur 8* is weergegeven in *figuur 6*: de middelste pijl in de kromming van het werkstuk. Te zien is dat vanaf ongeveer vijftig seconden de beide variabelen als constant beschouwd kunnen worden. Dit is het tijdstip waarop de stempel bijna zijn uiterste stand bereikt heeft. Hierna wordt de stempel teruggetrokken waardoor de residuele waarden af te lezen zijn. De waarden veranderen nauwelijks na terugtrekken. Dit is het resultaat van de relatief te verwaarlozen elastische vervorming, die immers verdwijnt bij het weghalen van de deformatie. In de rechterplot van *figuur 8* is het elastische deel van de spanning terug te zien als daling in de grafiek.

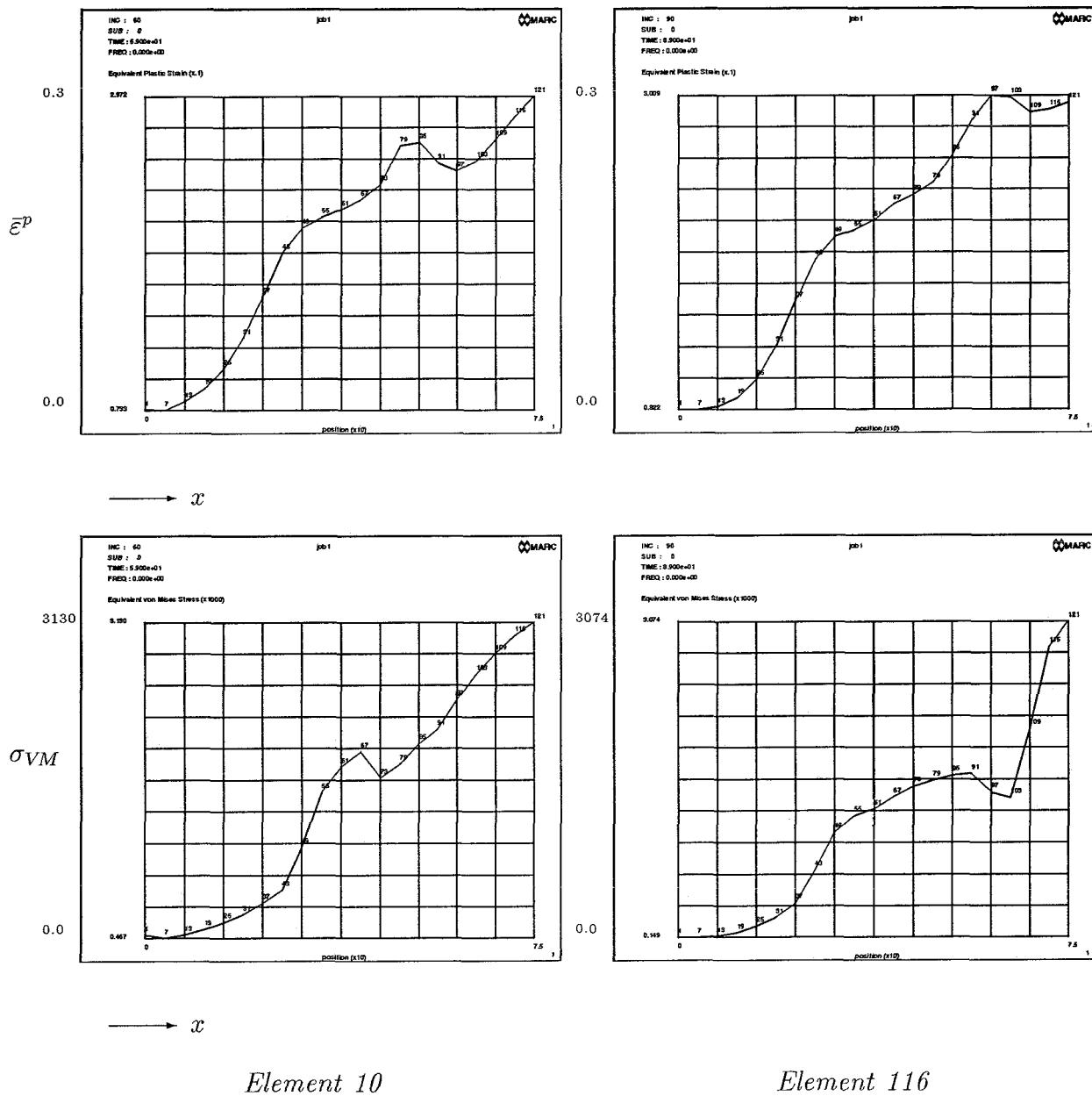


Figuur 8

## 4.2 Elementtypes

Als vergelijk tussen de beide elementtypes 10 en 116, worden twee path-plots afgebeeld van het rek- en spanningsverloop. De elementverdeling is ook hier 5x20 elementen, met een totale verplaatsing van 85 mm in 60 incrementen. Door de gelijk gekozen elementverdeling is het verschil tussen de grafieken veroorzaakt door het verschil in elementtype. Een verklaring hiervoor ligt in het (enige) onderscheid tussen beide types, namelijk de rekenmethode (volledige integratie  $\leftrightarrow$  gereduceerde integratie). Bij kleinere werkstukdiktes

ontstonden numerieke problemen. Vermoedelijk zal bij deze diktes een ander elementtype (*shells*) toegepast moeten worden (zie paragraaf 2.5).



Figuur 9

### 4.3 Uitvoer

Uit de door MARC tijdens de berekening gemaakte uitvoer-file, kunnen twee van belang zijnde grootheden gehaald worden, n.l.:

- $\text{singularity-ratio} = \frac{1}{c}$  met  $c$  : conditiegetal van de stijfheidsmatrix; deze geeft de maximale waarde aan waarmee een fout in de gegevens kan worden voortgeplant in de oplossing;
- CPU-tijd: deze waarde geeft de rekentijd aan van de simulatie.

Voor de verschillende simulaties worden zij in onderstaand overzicht gegeven:

|                              | <i>singularity ratio</i> | <i>CPU-tijd [sec]</i> |
|------------------------------|--------------------------|-----------------------|
| basis verdeling, element 10  | $2,3 \cdot 10^{-4}$      | 166                   |
| grove verdeling, element 10  | $1,5 \cdot 10^{-2}$      | 50                    |
| fijne verdeling, element 10  | $5,1 \cdot 10^{-15}$     | 276                   |
| basis verdeling, element 116 | $3,1 \cdot 10^{-15}$     | 87                    |

De aangegeven waarde voor de *singularity ratio* heeft betrekking op het laatste increment.

Een tweetal zaken dient hierover opgemerkt te worden:

- de stijfheidsmatrix van de laatste twee simulaties is, door het grote conditiegetal, bijna singulier. Dit houdt in dat eventuele fouten in gegevens (b.v. afrondfouten) zeer sterk terug te vinden zijn in de oplossing. Deze waarden kunnen een oorzaak zijn van het verschil in het verloop van de grafieken uit de figuren 7 en 9.
- de rekentijd van het element met gereduceerde integratie (116) is aanzienlijk korter (ongeveer de helft) in verhouding tot de rekentijd van element 10 met gelijke (basis)verdeling. Het verschil in rekentechniek komt hier zeer duidelijk naar voren.

### 4.4 Aandachtspunten

Enkele mogelijkheden van het pakket kunnen gebruikt worden als eventuele uitbreiding van het model.

#### - Wrijving

Als eerste aanzet in het gebruik van wrijving tussen stempel, tafel en werkstuk is gebruik gemaakt van een wrijvingscoëfficiënt van 0,16. Het resultaat was zeer onrealistisch: het werkstuk c.q. de elementen werden enorm uitgerekt. Bij het verlagen van de waarde naar 0,10 en zelfs 0,05 bleef dit 'plak'verschijnsel optreden.



- Separatiekracht

Variatie van de waarden tussen  $1 \cdot 10^1 N$  en  $1 \cdot 10^6 N$ , die bij het onderdeel *contact* als parameter kunnen worden meegegeven, heeft nauwelijks invloed op het verloop van de simulatie en de hieruit volgende resultaten. Bij lagere waarden loopt de simulatie evenwel vast. Waarschijnlijk is dit te wijten aan het feit dat er op de een of andere manier interactie tussen de lichamen beschreven moet worden, bijvoorbeeld met behulp van een separatiekracht. Wanneer deze (bijna) nul wordt gesteld, is deze niet meer aanwezig.

- Shell-elementen

Het gebruik van shell-elementen is voornamelijk geschikt voor het beschrijven van buiging van dunwandige constructies. In het huidige model zijn alleen rechthoekige elementen gebruikt. Bij kleinere diktes van het werkstuk moeten waarschijnlijk shell-elementen worden toegepast. Als nadeel van het gebruik hiervan kan worden geopperd dat, aangezien de volgende stap in het proces van het blikjesvormen wandstrekken is (dus pure rek), hiervoor de rechthoekige elementen beter geschikt zijn. Dit zal nader bekeken moeten worden.

## 5 Conclusies en aanbevelingen

Naar aanleiding van de simulatie kunnen enkele conclusies en aanbevelingen geplaatst worden.

### 5.1 Conclusies

- Een indruk van het verloop van de spanningen en de rekken is verkregen. Door de gemaakte vereenvoudigingen, zoals lineaire versteviging, 'homogene' mesh, klein aantal incrementen en elementen, geen plooihouderklemmen en geen wrijving, is de rekentijd bijzonder kort gehouden;
- De verschillende elementverdelingen resulteren in een vergelijkbaar verloop van de curves. Er zijn geen noemenswaardige afwijkingen terug te vinden in de uiteindelijke waarden van zowel  $\sigma_{VM}$  als  $\bar{\varepsilon}^p$ . Dit impliceert een betrouwbaar model, vooral bij de grove en de basisverdeling (klein conditiegetal, zie paragraaf 4.3). Bij de fijne verdeling moet de maximale convergentietolerantie verkleind worden om de penetratie tegen te gaan;
- Het verschil in rekenmethode tussen de elementen 10 en 116 veroorzaakt geen groot verschil in de resultaten. De gereduceerde integratie zorgt voor een kortere rekentijd. Deze wordt ongeveer gehalveerd in verhouding tot de tijd die de volledige integratie in beslag neemt;
- De grootte van de incrementen was van invloed op het al dan niet succesvol doorlopen van de simulatie. Te grote stappen resulteerden in óf een zeer kleine *singularity-ratio*, wat een onbetrouwbaar resultaat kan betekenen, óf penetratie van het werkstuk in één van de starre lichamen, waardoor de nauwkeurigheid van de oplossing achteruit kan gaan.
- Het gebruik van *large disp* houdt in dat de incrementele rekken klein zijn, terwijl de incrementele rotaties groot kunnen zijn tijdens de simulatie;
- De gebruikte rechthoekige elementen bleken slecht geschikt bij kleine werkstukdiktes ( $< 5\text{ mm}$ ). Voor kleinere waarden wordt het gebruik van shell-elementen aangeraden;
- Het gebruik van wrijving, plooihouders en separatiekracht geven niet het gewenste resultaat. Het werkstuk vertoont 'plakgedrag'.

## 5.2 Aanbevelingen

Het beschreven model is zo eenvoudig mogelijk gehouden. De simulatie kan uitgebreid worden met behulp van onder andere de volgende punten:

- Modelleren van wrijving en de invloed hiervan op het procesverloop. De smeringseigenschappen kunnen hiermee geoptimaliseerd worden;
- Meenemen van plooihouderklemmen in het model. De invloed van de klembelasting op het verloop van de spanningen en de rekken kan worden geanalyseerd;
- Aanpassing van de geometrie aan de definitieve afmetingen. De invloed van de vormgeving van de stempel en de tafel (met name de afrondingen) kan bekeken worden evenals de invloed van de grootte van de 'opening' tussen stempel en werkstuk, veroorzaakt door het diameterverschil (zie figuur 4);
- Toepassing van shell-elementen bij deze afmetingen. Het verschil met de in deze simulatie toegepaste rechthoekige elementen kan dan geëvalueerd worden;
- Exponentieel versterkingsmodel. Het verschil tussen het gebruikte lineaire model en een (realistischer) exponentieel model zal terug te vinden zijn in de uiteindelijke waarden voor de effectieve spanning.

## Appendix A: Elasto-plastisch materiaalgedrag

De plasticiteitstheorie berust op de volgende twee hoofdpunten [6]:

- macroscopisch: de rek is uniform;
- microscopisch: plastische verstoring is voornamelijk geconcentreerd in smalle banden: *slip – lines* ( $\pm 100$  atomen dik). De slipvlakken zijn meestal de crystallografisch dichtstgepakte vlakken. De vloeispanning is bij benadering gelijk in alle richtingen (dit volgt uit de aanname dat de kristallen willekeurig georiënteerd zijn).

### De vloeifunctie

(Elasto-)plastisch materiaalgedrag vindt plaats via een abrupte overgang vanuit elastisch gedrag. De karakteristieke functie die de spanningstoestand tijdens deformatie beschrijft heet de *vloeifunctie*  $f$ . De vloeifunctie is een afbeelding van de spanningstensor  $\boldsymbol{\sigma}$  op de reële getallen [7].

$$f = f\{\boldsymbol{\sigma}(t), \mathbf{C}(\tau) | \tau \leq t\} = f\{\boldsymbol{\sigma}(t), \underline{\mathbf{H}}\} \quad (\text{A.1})$$

Hierin is  $\mathbf{C}$  de rechter Cauchy-Green rektensor, volgens  $\mathbf{C} = \mathbf{F}^c \cdot \mathbf{F}$ , en  $\underline{\mathbf{H}}$  een verzameling geschiedenisparameters.

De volgende waarden van  $f$  beschrijven het materiaalgedrag:

$$\begin{aligned} f < 0 & \rightarrow \text{zuiver elastisch gedrag} \\ f = \dot{f} = 0 & \rightarrow \text{mogelijk elasto-plastisch gedrag} \\ f > 0 & \rightarrow \text{komt niet voor} \end{aligned}$$

De theorie beperkt zich tot isotroop materiaalgedrag, hetgeen inhoudt dat plastisch vloeien alleen afhankelijk is van de grootte van de hoofdspansingen en niet van de richting. Het vloeicriterium wordt nu:

$$f = f\{J_1(\boldsymbol{\sigma}), J_2(\boldsymbol{\sigma}), J_3(\boldsymbol{\sigma}), \underline{\mathbf{H}}(J_1(\mathbf{C}), J_2(\mathbf{C}), J_3(\mathbf{C}))\} \quad (\text{A.2})$$

$J_1$ ,  $J_2$  en  $J_3$  zijn de invarianten van de spanningstensor  $\boldsymbol{\sigma}$  :

$$\begin{aligned} J_1 &= \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \\ J_2 &= -(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) \\ J_3 &= \sigma_1\sigma_2\sigma_3 \end{aligned}$$

Hierin zijn  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  en  $\sigma_3$  de hoofdspansingen, die gedefinieerd zijn als de oplossingen van:

$$\sigma^3 - J_1\sigma^2 - J_2\sigma - J_3 = 0$$

Dus  $\sigma_1, \sigma_2$  en  $\sigma_3$  zijn de eigenwaardes van de bij de spanningstensor behorende spanningsmatrix.

Voor isotroop materiaalgedrag bestaat er een 2-dimensionaal vloeiooppervlak in een 3-dimensionale spanningsruimte:

$$f = f\{\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \underline{H}\}$$

waarbij voor  $f$  geldt:

$$\begin{aligned} f < 0 &\rightarrow \text{spanningstoestand binnen vloeiooppervlak} \\ f = 0 &\rightarrow \text{spanningstoestand op vloeiooppervlak} \\ f > 0 &\rightarrow \text{komt niet voor} \end{aligned}$$

Het Von-Mises vloeicriterium, dat zijn toepassing vindt bij metalen en veel kunststoffen, stelt dat vloeien optreedt als de tweede invariant van de deviatorische spanningstensor,  $\boldsymbol{\sigma}^d = \boldsymbol{\sigma} - p\mathbf{I}$ , met  $p = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$ , een grenswaarde bereikt heeft. Anders gezegd treedt er vloeien op als de opgenomen specifieke vormveranderingsenergie  $W^d$  een kritieke waarde bereikt heeft. Het volgende verband tussen  $W^d$  en  $\boldsymbol{\sigma}^d$  kan aangetoond worden:

$$W^d = \frac{1}{4G} \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}^d \cdot \boldsymbol{\sigma}^d) \quad (\text{A.3})$$

Bij een 1-dimensionale trekproef is, in geval van vloeien, de axiale spanning  $\sigma$  gelijk aan de vloeispanning  $\sigma_v$ .

Het Von-Mises criterium wordt dus bij een 1-dimensionale trekproef:

$$f = \frac{3}{2} \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}^d \cdot \boldsymbol{\sigma}^d) - \sigma_v^2 = 0 \quad (\text{A.4})$$

Bij deze notatie kan gebruik gemaakt worden van de equivalente spanning  $\bar{\sigma}$ :

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2} \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}^d \cdot \boldsymbol{\sigma}^d)} \quad (\text{A.5})$$

Het Von-Mises vloeicriterium wordt zo in termen van de hoofdspansingen:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_v^2 \quad (\text{A.6})$$

Daar het vloeigedrag onafhankelijk van de hydrostatische druk wordt verondersteld, kan (A.6) ook als volgt geschreven worden:

$$(\sigma_1 - p)^2 + (\sigma_2 - p)^2 + (\sigma_3 - p)^2 = 2\sigma_v^2 \quad (\text{A.7})$$

De (momentane) vloeispanning is een functie van de geschiedenisparameter  $\underline{H}$ .

Het overeenkomstige vloeiooppervlak kan voorgesteld worden als een cilinder in de hoofdspanningsruimte met als lichaamsas de hydrostatische as  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ . Stel dat de punten  $\sigma_1, \sigma_2$  en  $\sigma_3$  op het vloeivlak liggen. Dan moeten dus ook de punten  $\sigma_1 + p, \sigma_2 + p$  en  $\sigma_3 + p$  hierop liggen. Hieruit volgt dat de lichaamsas in de  $[111]$ -richting moet liggen. De straal van de dwarsdoorsnede van de cirkel is gelijk aan  $\sqrt{\frac{2}{3}}\sigma_v$ . Bij isotrope versterking verandert de straal van de vloeicilinder.

## Isotrope versterking

De diameter van de cilinder wordt bepaald door de momentane vloeispanning  $\sigma_v$ . Hierdoor is het gebruikelijk om als (enige) geschiedenisparameter de effectieve plastische rek  $\bar{\epsilon}^p$  te gebruiken, die gedefinieerd is als:

$$\bar{\epsilon}^p = \int_{\tau=0}^t \dot{\bar{\epsilon}}^p(\tau) d\tau \text{ met } \dot{\bar{\epsilon}}^p = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\epsilon}^p : \dot{\epsilon}^p}$$

## Incrementele berekeningswijze

De relevante grootheden worden aan het begin van het belastingsincrement bekend verondersteld. Na een bepaald increment ter grootte van  $\Delta\epsilon$  worden de grootheden via iteratie geschat. Er wordt dus gezocht naar een relatie tussen  $\dot{\sigma}$ ,  $\dot{\epsilon}^p$ ,  $\dot{\bar{\epsilon}}$  en  $\dot{\epsilon}$  [5].

### Veronderstellingen

- er bestaat een relatie tussen de tijdsafgeleide Cauchy spanningstensor  $\dot{\sigma}$  en de tijdsafgeleide lineaire rektensor  $\dot{\epsilon}$  ;
- het Von Mises vloeicriterium is geldig ;
- isotrope versterking met *strain hardening* is geldig, dat wil zeggen dat de effectieve plastische rek als geschiedenisparameter wordt bekeken. *Work hardening* houdt in dat de totale plastische arbeid als geschiedenis parameter beschouwd wordt, hetgeen hier niet het geval is. Er kan aangetoond worden dat, bij gebruik van de vloeivoorwaarde van Von Mises, de beide soorten gelijke resultaten leveren;
- de vloeiwet is geassocieerd: de plastische reksnelheid staat loodrecht op het vloeiooppervlak. Bij gebruik van Von Mises staat de normaal voor de deviatorische spanning;
- geometrische lineariteit: in de onvervormde toestand heerst evenwicht.

Onder aanname van geometrische lineariteit kan de totale reksnelheid worden gesplitst in een elastisch en een plastisch aandeel:  $\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}^e + \dot{\epsilon}^p$ , waaruit volgt dat de wet van Hooke geschreven kan worden als:

$$\dot{\sigma} = {}^4C : (\dot{\epsilon} - \dot{\epsilon}^p) \tag{A.8}$$

## Tijdsintegratie voor het bepalen van de spanning en de rek

Door de totale deformatietijd  $[t_0, t]$  op te splitsen met behulp van  $t_s$ , die het begin van het laatste increment aangeeft, kunnen de spanning op het momentane tijdstip  $t$  en de effectieve plastische rek berekend worden:

$$\boldsymbol{\sigma}(t) = \int_{t_0}^t \dot{\boldsymbol{\sigma}}(\tau) d\tau = \int_{t_0}^{t_s} \dot{\boldsymbol{\sigma}}(\tau) d\tau + \int_{t_s}^t \dot{\boldsymbol{\sigma}}(\tau) d\tau = \boldsymbol{\sigma}_s + \Delta\boldsymbol{\sigma} \quad (\text{A.9})$$

Zo ook voor de effectieve plastische rek:

$$\bar{\varepsilon}^p(t) = \int_{t_0}^t \dot{\bar{\varepsilon}}^p(\tau) d\tau = \int_{t_0}^{t_s} \dot{\bar{\varepsilon}}^p(\tau) d\tau + \int_{t_s}^t \dot{\bar{\varepsilon}}^p(\tau) d\tau = \bar{\varepsilon}_s^p + \Delta\bar{\varepsilon}^p \quad (\text{A.10})$$

Zoals gebleken is  $\dot{\boldsymbol{\sigma}}(\tau)$  onder andere een functie van de momentane vloeispanning  $\sigma_v$ . De vloeispanning is op zijn beurt via de versterkingswet gekoppeld aan  $\bar{\varepsilon}^p$ . Deze effectieve plastische rek kan bepaald worden uit de laatstgevonden vergelijking. De hierbij benodigde effectieve plastische reksnelheid  $\dot{\bar{\varepsilon}}^p$  is een functie van de spanning  $\boldsymbol{\sigma}$ . Hieruit kan geconcludeerd worden dat de bovenstaande vergelijkingen voor  $\boldsymbol{\sigma}(t)$  en  $\bar{\varepsilon}^p(t)$  aan elkaar gerelateerd zijn.

Om deze vergelijkingen op te lossen, moet een aantal stappen doorlopen worden.

### 1. Bepaling van de spanning bij het elastisch increment

Bij deze stap wordt aangenomen dat de deformatie in het vorige increment volkomen elastisch was. De momentane spanning wordt nu bepaald uit een **schatting** van het verplaatsingsveld op grond van een **elastisch** increment  $\Delta\boldsymbol{\sigma}_{el}$ :

$$\boldsymbol{\sigma}_e(t) = \boldsymbol{\sigma}_s + {}^4\mathbf{C} : (\boldsymbol{\varepsilon}(t) - \boldsymbol{\varepsilon}_s) = \boldsymbol{\sigma}_s + {}^4\mathbf{C} : \Delta\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\sigma}_s + \Delta\boldsymbol{\sigma}_{el} \quad (\text{A.11})$$

Met de aldus berekende waarde voor de (momentane) spanning kan gecontroleerd worden of de deformatie van het voorgaande increment daadwerkelijk zuiver elastisch is geweest. Dit kan gebeuren door naar het vloeicriterium te kijken dat met behulp van de equivalente spanning bepaald kan worden:

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2} \boldsymbol{\sigma}_e^d : \boldsymbol{\sigma}_e^d}$$

De controle kan nu uitgevoerd worden door de waarde van  $f$  volgens:

$$f = \bar{\sigma}^2 - \sigma_{vs}^2$$

te controleren aan de hand van de volgende mogelijkheden:

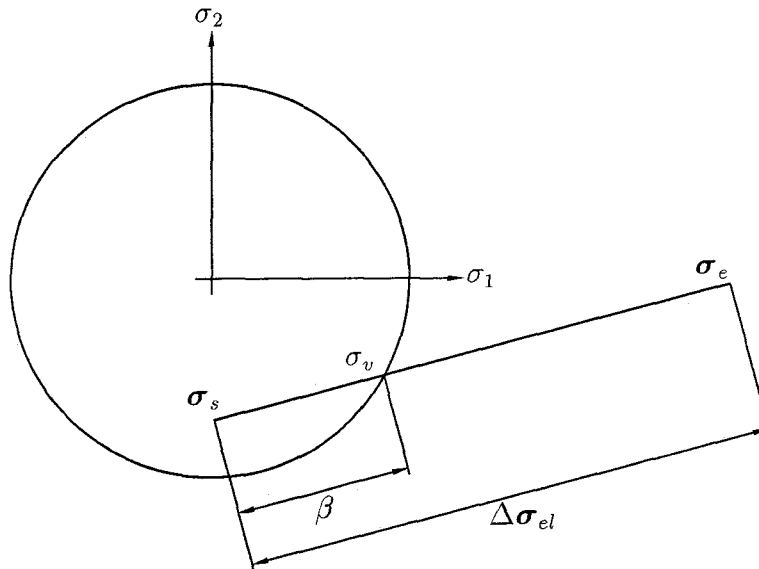
1.  $f \leq 0$ : in dit geval is gebleken dat de veronderstelling van volkomen elastische deformatie juist was. Hieruit kan de momentane spanningstensor alsmede de effectieve plastische rek bepaald worden:

$$\boldsymbol{\sigma}(t) = \boldsymbol{\sigma}_s + \boldsymbol{\sigma}_e \text{ en } \bar{\varepsilon}^p(t) = \bar{\varepsilon}_s^p \quad (\text{A.12})$$

2.  $f > 0$ : uit deze waarde is te concluderen dat plastische deformatie is opgetreden. De bepaling van de spanning moet nu plaatsvinden door de elastische fractie  $\beta$  te bepalen.

## 2. Bepaling van de elastische fractie $\beta$

Omdat de ligging van de werkelijke spanning  $\sigma_s + \Delta\sigma_{el}$  ten opzichte van het vloeiooppervlak nog niet bekend is, moet het elastisch deel van de spanningstoename tijdens het laatste increment bepaald worden. Hierbij wordt gebruik gemaakt van de parameter  $\beta$ , die aangeeft welke deel van  $\Delta\sigma_{el}$  bij de spanning behorende bij het begin van het increment  $\sigma_s$  dient te worden opgeteld om exakt op het vloeiooppervlak te komen, dus waar de spanning  $\sigma_v$  heerst volgens figuur A.1.



Figuur A.1

Uit het criterium  $\frac{3}{2}\sigma_v^d : \sigma_v^d = \sigma_{vs}^2$  volgt een kwadratische vergelijking voor  $\beta$ :

$$\frac{3}{2}(\sigma_s + \beta(\sigma_e - \sigma_s))^d : (\sigma_s + \beta(\sigma_e - \sigma_s))^d = \sigma_{vs}^2$$

De, in absolute zin, grootste waarde van  $\beta$  is hierbij relevant. Het elastisch spanningsincrement kan nu bepaald worden:

$$\Delta\sigma^e = \beta(\sigma_e - \sigma_s) = \beta\Delta\sigma_{el} \quad (\text{A.13})$$

Er geldt dus nu het volgende verband tussen de besproken spanningstensorsoren:

$$\sigma_v = \sigma_s + \Delta\sigma^e \quad (\text{A.14})$$

De volgende stap is om het elasto-plastisch increment te gaan bekijken.



### 3. Bepaling van het elasto-plastisch spanningsincrement

Bij deze berekening is het gebruikelijk om een fictieve tijd  $t_v$  in te voeren, die het tijdstip aangeeft wanneer vloeien optreedt. De elasto-plastische spanningsfractie kan met de relatie  $\dot{\sigma} = {}^4\mathbf{L} : \dot{\epsilon}$  worden berekend volgens:

$$\Delta\sigma^{ep} = \int_{\tau=t_v}^t {}^4\mathbf{L}(\tau) : \dot{\epsilon}(\tau) d\tau \quad (\text{A.15})$$

Hieruit kan een uitdrukking voor de momentane spanning geschreven worden:

$$\sigma(t) = \sigma_v + \Delta\sigma^{ep} = \sigma_v + \int_{\tau=t_v}^t {}^4\mathbf{L}(\tau) : \dot{\epsilon}(\tau) d\tau \quad (\text{A.16})$$

Als er een exakte integratie werd toegepast, zou deze spanning bekend zijn. Door de toegepaste numerieke integratie van de eindige elementenmethode worden echter afwijkingen in de oplossing geïntroduceerd.

Bij deze numerieke methode worden benaderingen gekozen voor  $\dot{\epsilon}$  en voor  ${}^4\mathbf{L}$ . Ten aanzien van de reksnelheid wordt aangenomen dat deze constant is tijdens het interval  $[t_v, t]$ , met  $t_v = t_s - \beta(t - t_s)$ :

$$\dot{\epsilon}(\tau) = \frac{\epsilon - \epsilon_v}{t - t_v} = \frac{(1 - \beta)(\epsilon(t) - \epsilon_s)}{t - t_v} = \frac{(1 - \beta)\Delta\epsilon}{t - t_v} = \frac{\Delta\epsilon}{t - t_s} = \frac{\Delta\epsilon}{\Delta t} \quad (\text{A.17})$$

Vergelijking (24) kan nu vereenvoudigd worden tot:

$$\Delta\sigma^{ep} = \int_{\tau=t_v}^t {}^4\mathbf{L}(\tau) d\tau : \frac{1}{\Delta t} \Delta\epsilon \quad (\text{A.18})$$

Met een soortgelijke aanpak kan ook voor de effectieve plastische rek een uitdrukking bepaald worden, met  $\bar{\epsilon}^p = \mathbf{Z} : \dot{\epsilon}$  volgens:

$$\bar{\epsilon}^p = \int_{\tau=t_v}^t \mathbf{Z}(\tau) d\tau : \frac{1}{\Delta t} \Delta\epsilon \quad (\text{A.19})$$

De integratie van de (elasto-plastische) materiaaltensor  ${}^4\mathbf{L}$  kan op verschillende wijzen aangepakt worden:

#### a. De begin-increment methode

Bij deze methode wordt gesteld dat  ${}^4\mathbf{L}$  tijdens de elasto-plastische deformatie ( $t_v \leq \tau \leq t$ ) constant is:  ${}^4\mathbf{L} = {}^4\mathbf{L}_v$ . Ook voor  $\mathbf{Z}$  wordt deze aanname doorgevoerd, dus  $\mathbf{Z} = \mathbf{Z}_v$ . Met behulp van de uitdrukkingen (A.18) en (A.19) kan nu voor de *geschatte* waarden gevonden worden dat geldt [5]:

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}(t) &= \sigma_v + {}^4\mathbf{L}_v : (1 - \beta)\Delta\epsilon \\ \hat{\bar{\epsilon}}^p &= \bar{\epsilon}_v^p + \mathbf{Z}_v : (1 - \beta)\Delta\epsilon \end{aligned}$$

## b. De mean-normal methode

Bij toepassing van deze aanpak wordt een beginschatting voor  $\sigma(t)$  gemaakt volgens:

$$\hat{\sigma}(t) = \frac{1}{2}(\sigma_s + \beta^4 \mathbf{C} : \Delta \epsilon + \sigma_e) = \sigma_s + \frac{1}{2}(\beta + 1)^4 \mathbf{C} : \Delta \epsilon \quad (\text{A.20})$$

Deze schatting dient als het startsignaal voor de iteratieve bepaling van voor de momentane spanning en de effectieve plastische rek:

$$\sigma(t) = \sigma_v + {}^4\mathbf{L}(\hat{\sigma}(t), \bar{\epsilon}^p(t)) : \frac{\Delta \epsilon}{\Delta t} \Leftrightarrow \bar{\epsilon}^p(t) = \bar{\epsilon}_v^p + \mathbf{Z}(\hat{\sigma}(t)) : \frac{\Delta \epsilon}{\Delta t} \quad (\text{A.21})$$

De spanning die door beide bovenstaande procedures gevonden wordt, zal waarschijnlijk niet meer aan de vloeivoorwaarde voldoen. Het vloeiooppervlak zal door de schatting echter ook niet meer overeenstemmen met de werkelijkheid. Er wordt nu aangenomen dat het vloeiooppervlak toch 'correct' is en de spanning wordt als zodanig *teruggeprojecteerd* op het vloeiooppervlak volgens onderstaand figuur. Dit wordt gerealiseerd met behulp van de **radial return** methode. Er wordt hierbij gebruik gemaakt van een parameter  $\zeta$  die als volgt bepaald wordt:

$$\zeta = \frac{\sigma_v(\bar{\epsilon}^p)}{\sqrt{\frac{3}{2} \hat{\sigma}^d : \hat{\sigma}^d}} \quad (\text{A.22})$$

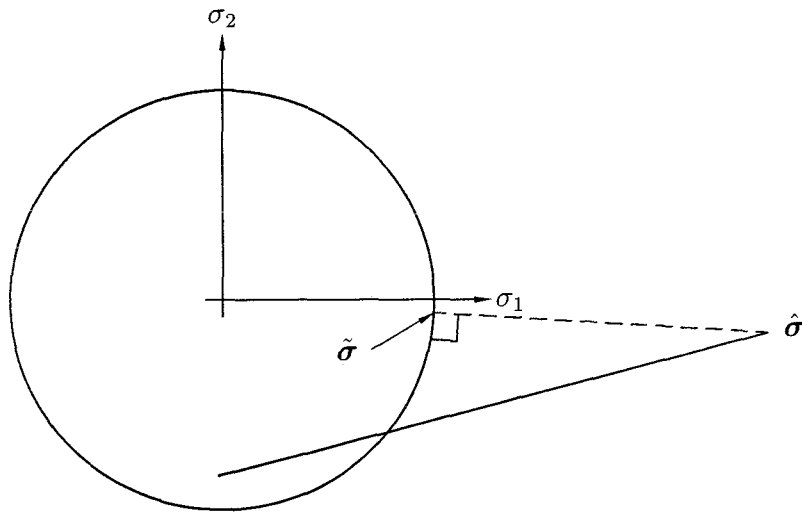
Vervolgens wordt de gecorrigeerde spanningstoestand bepaald worden met de uitdrukking (met de hydrostatische component  $\hat{\sigma}^h(t) = \hat{\sigma}(t) - \hat{\sigma}^d(t)$ ), zie figuur A.2:

$$\tilde{\sigma}(t) = \hat{\sigma}^h(t) + \zeta \hat{\sigma}^d(t) \quad (\text{A.23})$$

Met behulp van de aldus gevonden  $\tilde{\sigma}(t)$  worden de interne krachten bepaald. Zijn deze gelijk aan de externe krachten (evenwicht), dan houdt dat in dat het elastisch verplaatsingsincrement een goede schatting is gebleken.

Of anders gezegd: het residu  $\underline{r} = \underline{f}_{ext} - \underline{f}_{int} = 0$ .

Normaal gesproken zal echter gewerkt moeten worden met een convergentienorm daar  $\underline{r}$  vrijwel nooit direkt nul zal zijn. Een iteratief proces zal gestart worden wanneer blijkt dat de norm van het residu groter is dan de (zelf in te stellen) convergentienorm. Deze iteratie plaatst een correctie  $\delta u$  op het verplaatsingsveld, waardoor een correctie op de spanning  $\delta \tilde{\sigma}$  berekend kan worden. Met de nieuwe spanning  $\tilde{\sigma}(t) + \delta \tilde{\sigma}$  kan de cyclus opnieuw doorlopen worden, totdat de convergentienorm behaald wordt binnen een vooraf in te stellen maximum aantal stappen. Wanneer het residu binnen dit maximum aantal stappen niet kleiner wordt dan de convergentienorm, wordt het proces afgebroken.



Figuur A.2

## Grote rek plasticiteit

Vervormingsprocessen waarbij geometrisch niet-lineaire deformaties optreden, kunnen beschreven worden met niet-lineaire vergelijkingen, bijvoorbeeld in de vorm van een evenwichtsvergelijking of randvoorwaarden. Het oplossen van deze vergelijkingen moet iteratief gebeuren, waardoor gebruik gemaakt wordt van een convergentienorm.

De totale proces tijd wordt verdeeld in  $N$  tijdstappen ter grootte van  $\Delta t$ . De volgende notaties worden toegepast:

- begintijdstip (ongedeformeerde toestand):  $t = t_0$
- increment  $N + 1$  wordt het *huidige tijdstip* genoemd dat loopt van  $t_n$  tot  $t_{n+1}$
- verwijzing van een incrementnummer vindt plaats door dit increment tussen haakjes bij de desbetreffende grootte te plaatsen:

$$\mathbf{F}(t_{n+1}) = \mathbf{F}(n + 1)$$

- de referentietoestand wordt met een onder-index aangegeven: de deformatietensor  $\mathbf{F}(n + 1)$  met betrekking tot het tijdstip  $t_n$  wordt dan:  $\mathbf{F}_n(n + 1)$ . Als referentietoestand kan zowel het begintijdstip  $t_0$  van het proces gekozen worden als ook elk ander tijdstip aan het begin van een te kiezen increment

Van verdere bewerking wordt afgezien, daar een grote rek plasticiteitsbeschrijving niet toegepast wordt in het model. Hiervoor wordt verwezen naar [7]

## Appendix B: Invoer(.DAT)-file<sup>2</sup>

```
TITLE      JOB1
$ 100:# elementen, 126:# knopen, 252:# vrijheidsgraden
SIZING      1000000 100 126 252
ALL POINTS
DIST LOADS  1 100
$ Elementnummer: 10
ELEMENTS    10
$ Alleen de optie Large Disp wordt gebruikt
LARGE DISP
SETNAME     1
END
SOLVER
  0  0  0
OPTIMIZE    2
  5
$ Definitie van de elementen (resp. elementnummer, type en 4 knooppunten)
CONNECTIVITY
  1  10  1  2  8  7
  2  10  2  3  9  8
  3  10  3  4  10 9
  .  .  .
  .  .  .
  .  .  .
 98  10 117 118 124 123
 99  10 118 119 125 124
100  10 119 120 126 125
$ Coördinaten van de knooppunten
COORDINATES
  3 126
  1 5.0000+01 0.0000+00 0.0000+00
  2 5.1000+01 0.0000+00 0.0000+00
  3 5.2000+01 0.0000+00 0.0000+00
  .  .  .
  .  .  .
  .  .  .
124 5.3000+01 7.5000+01 0.0000+00
125 5.4000+01 7.5000+01 0.0000+00
126 5.5000+01 7.5000+01 0.0000+00
$ Opleggen van fixed displacements op de knopen 1 t/m 6
DEFINE      NODE      SET      apply1\_nodes
  1         TD         6
$ Materiaaleigenschappen, vloeicriterium en versterigingsgegevens
ISOTROPIC
  1VON MISES ISOTROPIC
  2.100e+05 3.000e-01 1.000e+00 0.000e+00 2.000e+02 0.000e+00
  1         TD         100
WORK HARD DATA
  2  0  1  0
  2.000000e+02  0.000000e+00
  1.200000e+03  1.000000e-01
$ Definitie van fixed displacements: y(=2) verplaatsing = 0
FIXED DISP
  0.000e+00
  2
  1         TD         6
$ Contactbeschrijving: aantal bodies:3, geen wrijving
CONTACT
  3 250 252  0
$ Separatiekracht: 1.0e+04 N
  0.000e+00 0.000e+00 0.000e+00 0.000e+00 1.000e+04
```

<sup>2</sup>Commentaar heeft betrekking op de regel(s) eronder. DAT.file voor 5x20 elementen

```

$ Lichaam 1 (werkstuk)
  1  0
0.000e+00 0.000e+00 0.000e+00 0.000e+00 0.000e+00 0.000e+00 0.000e+00
  1  TD  100
$ Lichaam 2 (tafel)
  2  3
0.000e+00 0.000e+00 0.000e+00 0.000e+00 0.000e+00 0.000e+00 0.000e+00
  1  2
-3.000e+01 4.600e+01
  3.000e+01 4.600e+01
  1  13
  3.000e+01 4.600e+01
  3.241e+01 4.615e+01
  3.488e+01 4.660e+01
  3.736e+01 4.740e+01
  3.978e+01 4.855e+01
  4.206e+01 5.005e+01
  4.414e+01 5.186e+01
  4.595e+01 5.394e+01
  4.745e+01 5.622e+01
  4.860e+01 5.864e+01
  4.940e+01 6.112e+01
  4.985e+01 6.359e+01
  5.000e+01 6.600e+01
  1  2
  5.000e+01 6.600e+01
  5.000e+01 9.000e+01
$ Lichaam 3 (stempel)
  3  3
0.000e+00 0.000e+00 0.000e+00 0.000e+00 0.000e+00 0.000e+00 0.000e-01
  1  2
  1.300e+02 4.000e+01
  8.000e+01 4.000e+01
  1  13
  8.000e+01 4.000e+01
  7.759e+01 3.985e+01
  7.512e+01 3.940e+01
  7.264e+01 3.860e+01
  7.022e+01 3.745e+01
  6.794e+01 3.595e+01
  6.586e+01 3.414e+01
  6.405e+01 3.206e+01
  6.255e+01 2.978e+01
  6.140e+01 2.736e+01
  6.060e+01 2.488e+01
  6.015e+01 2.241e+01
  6.000e+01 2.000e+01
  1  2
  6.000e+01 2.000e+01
  6.000e+01 2.000e-05
$ Bepaling van de uitvoergrootheden: 7: equivalente plastische rek
$ 17: Von Mises spanning
POST
  2  1  0
  7
  17
NO PRINT
END OPTION
CONTROL
$ Rekenvariabelen (b.v. 20: maximaal aantal recycles)
9999 20 1 0 0 1 1 0 1
$ Maximale convergentietolerantie
1.000e+00 1.000e+00
$ Beschrijving van de stempelbeweging
TIME STEP

```

```

1.000e+00
AUTO LOAD
$ 20 incrementen met een stapgrootte van -2.5 mm
20
DISP CHANGE
0
0.000e+00
2
1 TO 6
MOTION CHANGE
2
2
0.000e+00 0.000e+00 0.000e+00 0.000e+00
3
-2.500e+00 0.000e+00 0.000e+00 0.000e+00
CONTINUE
$ 35 incrementen met een stapgrootte van -1.0 mm
TIME STEP
1.000e+00
AUTO LOAD
35
DISP CHANGE
0
0.000e+00
2
1 TO 6
MOTION CHANGE
2
2
0.000e+00 0.000e+00 0.000e+00 0.000e+00
3
-1.000e+00 0.000e+00 0.000e+00 0.000e+00
CONTINUE
$ Loslaten van body 3 en naar rechts bewegen
TIME STEP
0.1e-02
MOTION CHANGE
1,
3,
5.0
AUTO LOAD
1,
CONTINUE
RELEASE
3,
TIME STEP
1.0
AUTO LOAD
4,
CONTINUE

```

## Referenties

- [1] Schreurs, P. J. G. *Continuümsmechanica*,  
collegedictaat TU Eindhoven, 1992
- [2] *MARC Reference Library, Volume A*,  
MARC Analyses Research Company, USA 1992
- [3] O. C. Zienkiewicz, *The finite element method*,  
McGraw-Hill Book Company, London, 1977
- [4] Hoogenboom, S., *Technische plasticiteitsleer*,  
collegedictaat TU Eindhoven, 1994
- [5] Vree, J. H. P. de, *EEM is de vaste stof mechanica*,  
collegedictaat TU Eindhoven, 1994
- [6] Hill, R., *The mathematical theory of plasticity*,  
Oxford University Press, London, 1960
- [7] Schreurs, P. J. G. , *Elasto-plastisch materiaalgedrag*,  
TU Eindhoven, 1994

## Bijlage 1: Path-plots

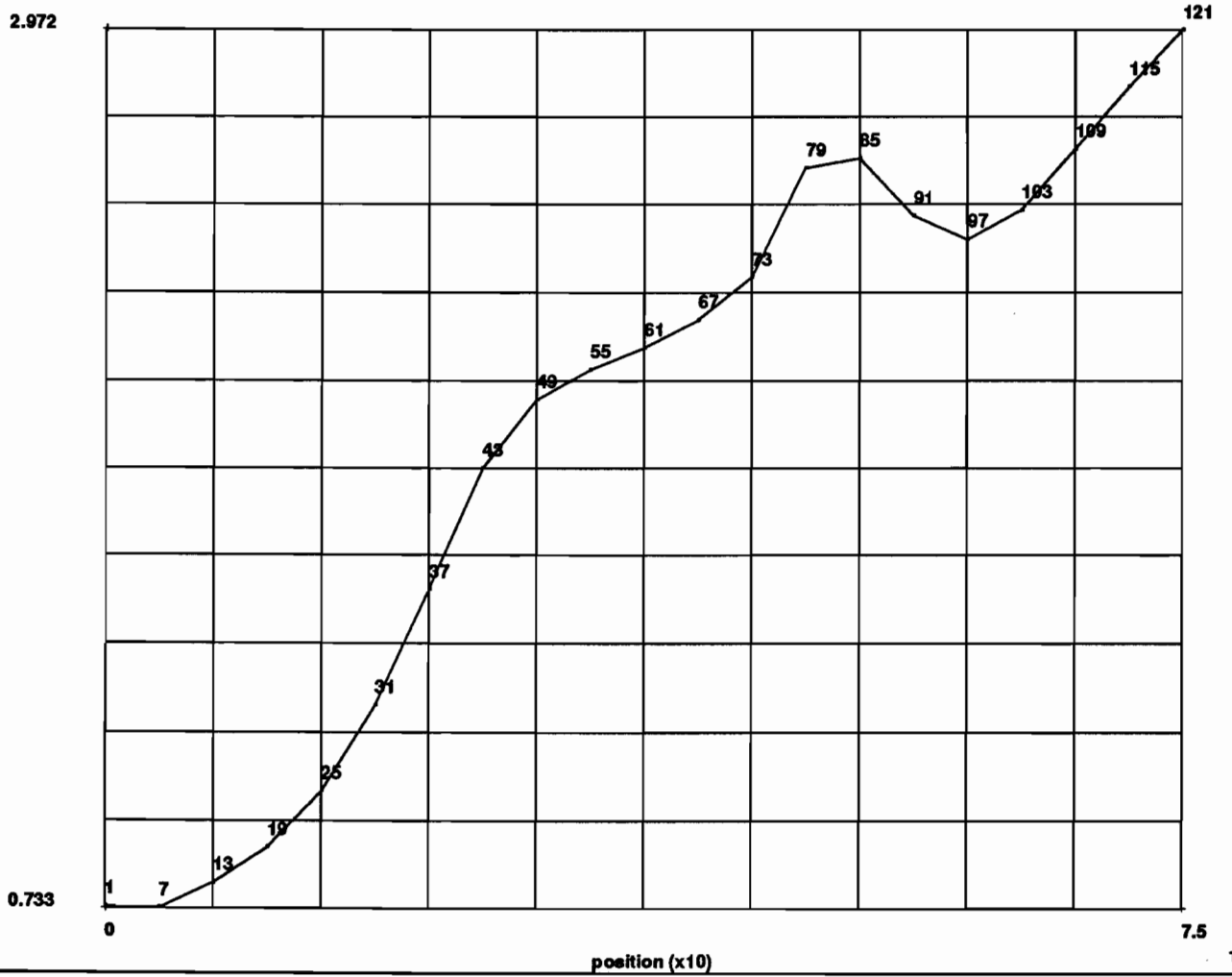


INC : 60  
SUB : 0  
TIME : 5.900e+01  
FREQ : 0.000e+00

job1



Equivalent Plastic Strain (x.1)

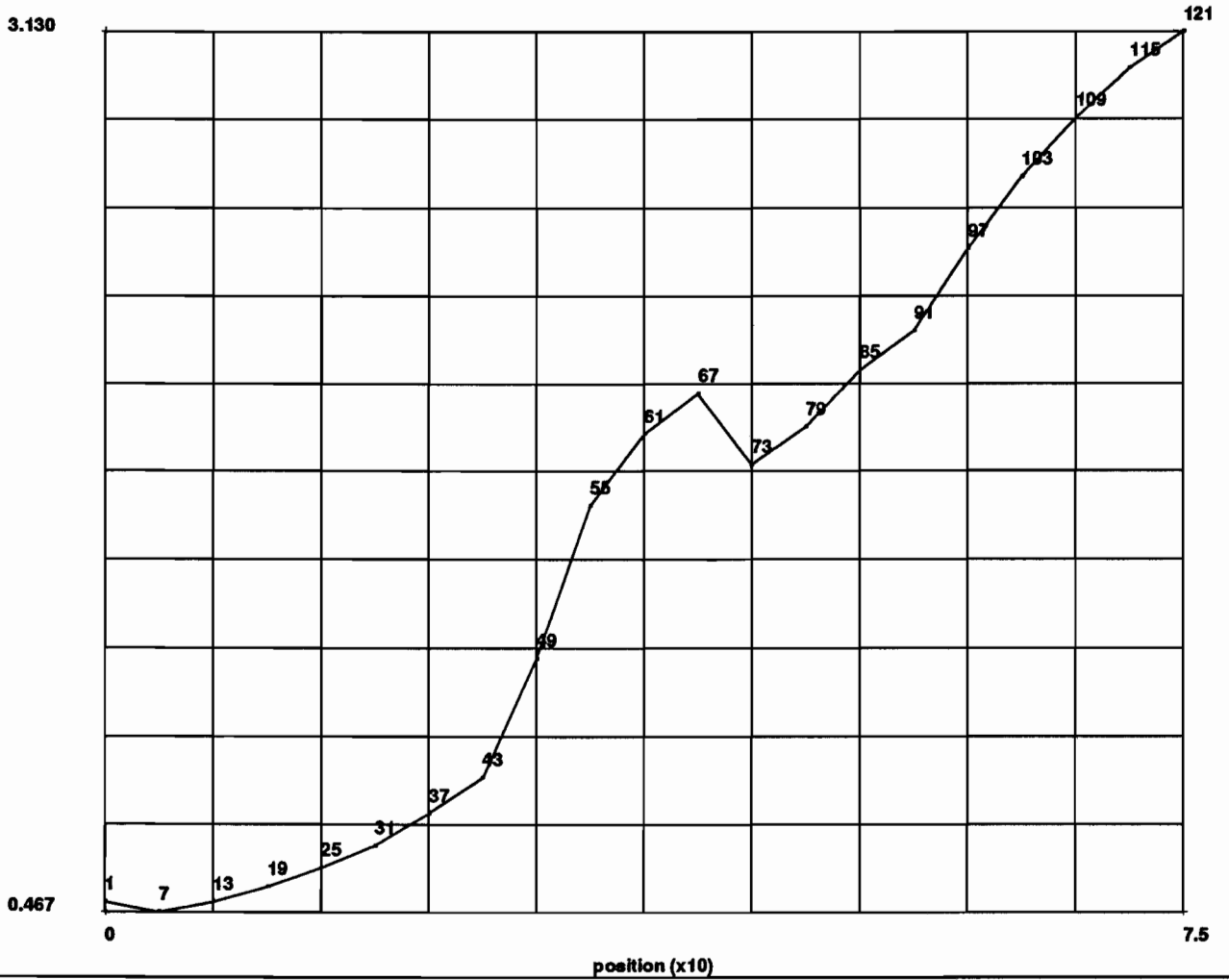


INC : 60  
SUB : 0  
TIME : 5.900e+01  
FREQ : 0.000e+00

job1



Equivalent von Mises Stress (x1000)



INC : 60  
SUB : 0  
TIME : 5.900e+01  
FREQ : 0.000e+00

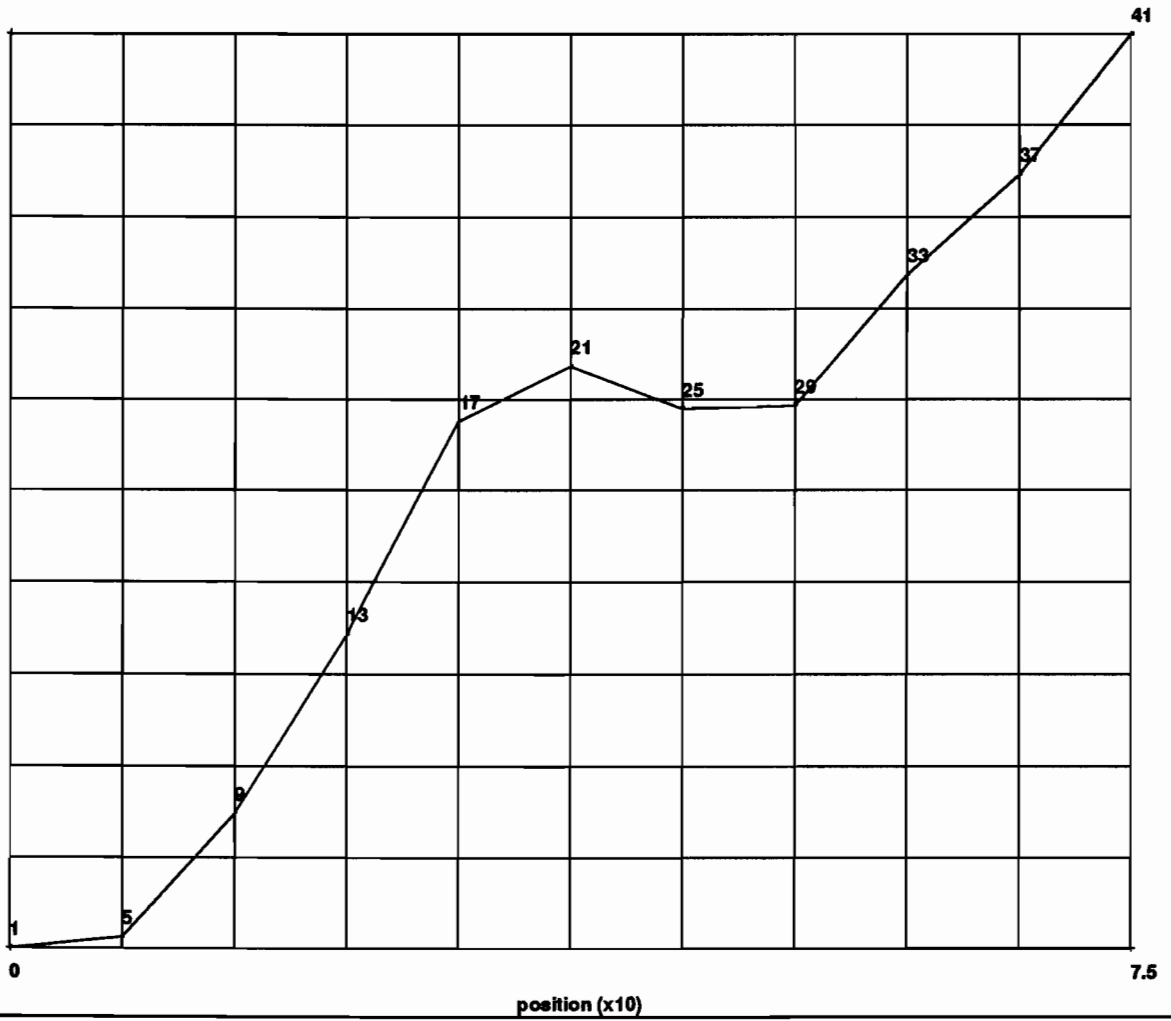
job1



Equivalent Plastic Strain (x.1)

2.983

0.933

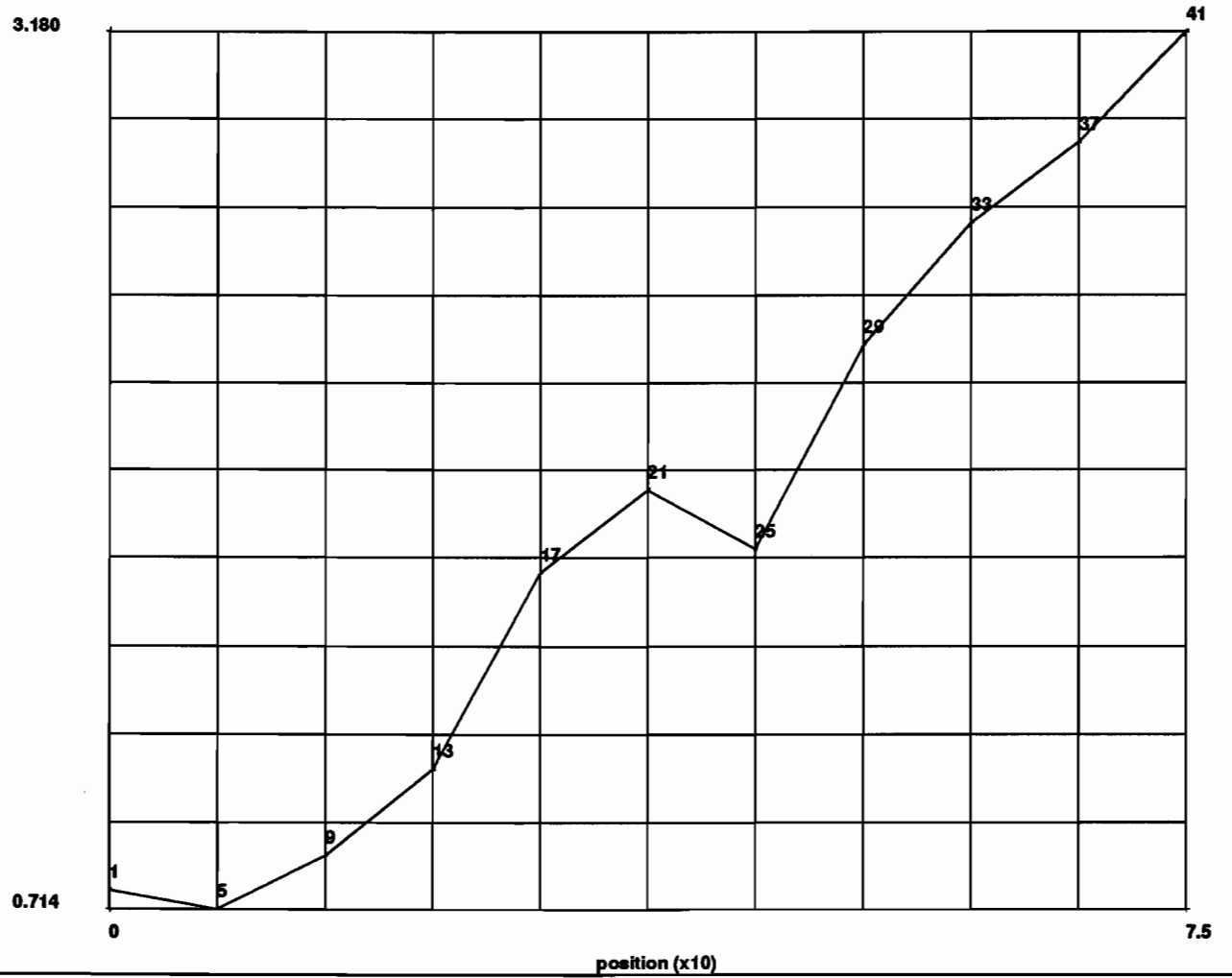


INC : 60  
SUB : 0  
TIME : 5.900e+01  
FREQ : 0.000e+00

job1



Equivalent von Mises Stress (x1000)



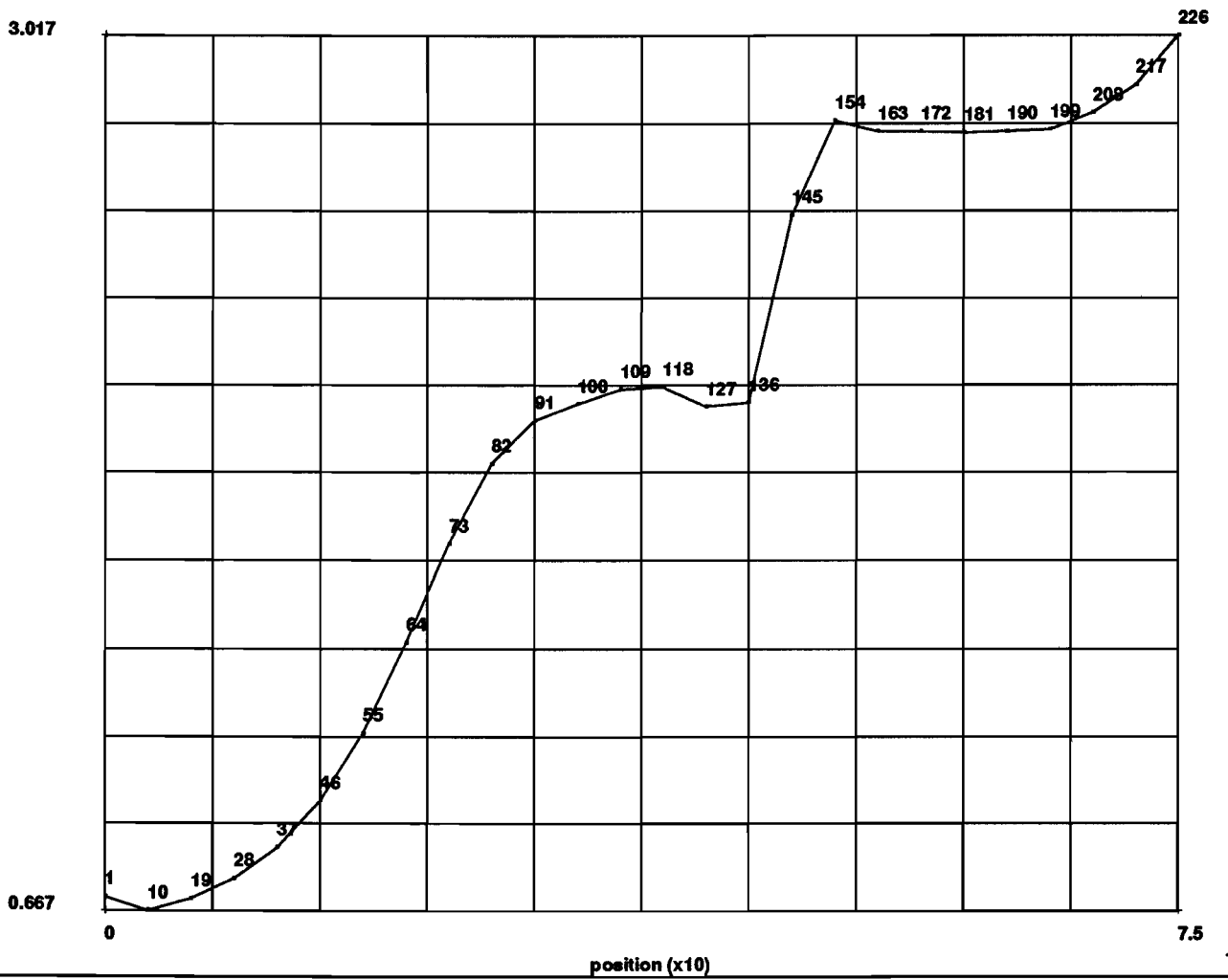
INC : 60  
SUB : 0  
TIME : 5.900e+01  
FREQ : 0.000e+00

job1



Equivalent Plastic Strain (x.1)

3.017

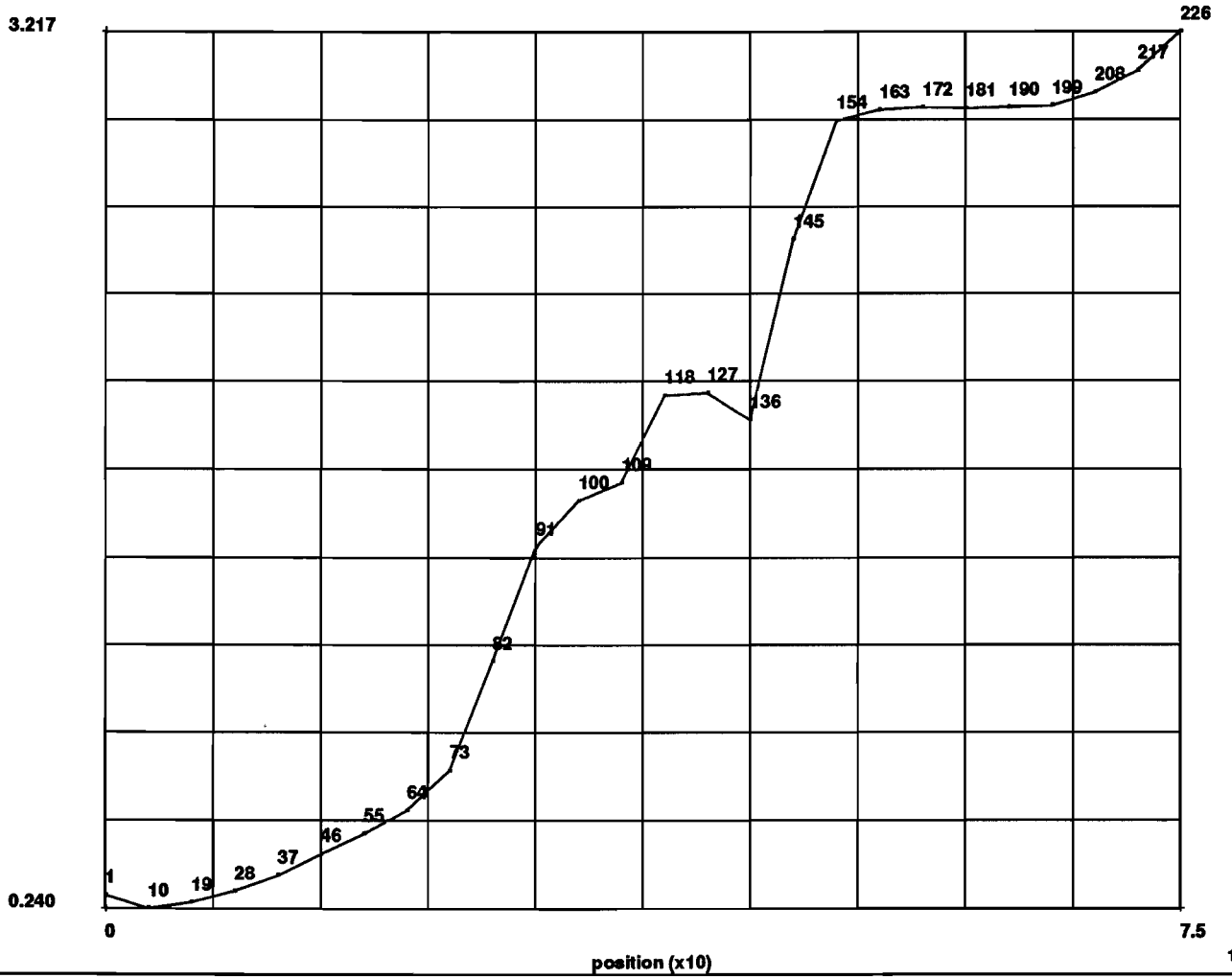


INC : 60  
SUB : 0  
TIME : 5.900e+01  
FREQ : 0.000e+00

job1



Equivalent von Mises Stress (x1000)



## Bijlage 2: History-plots

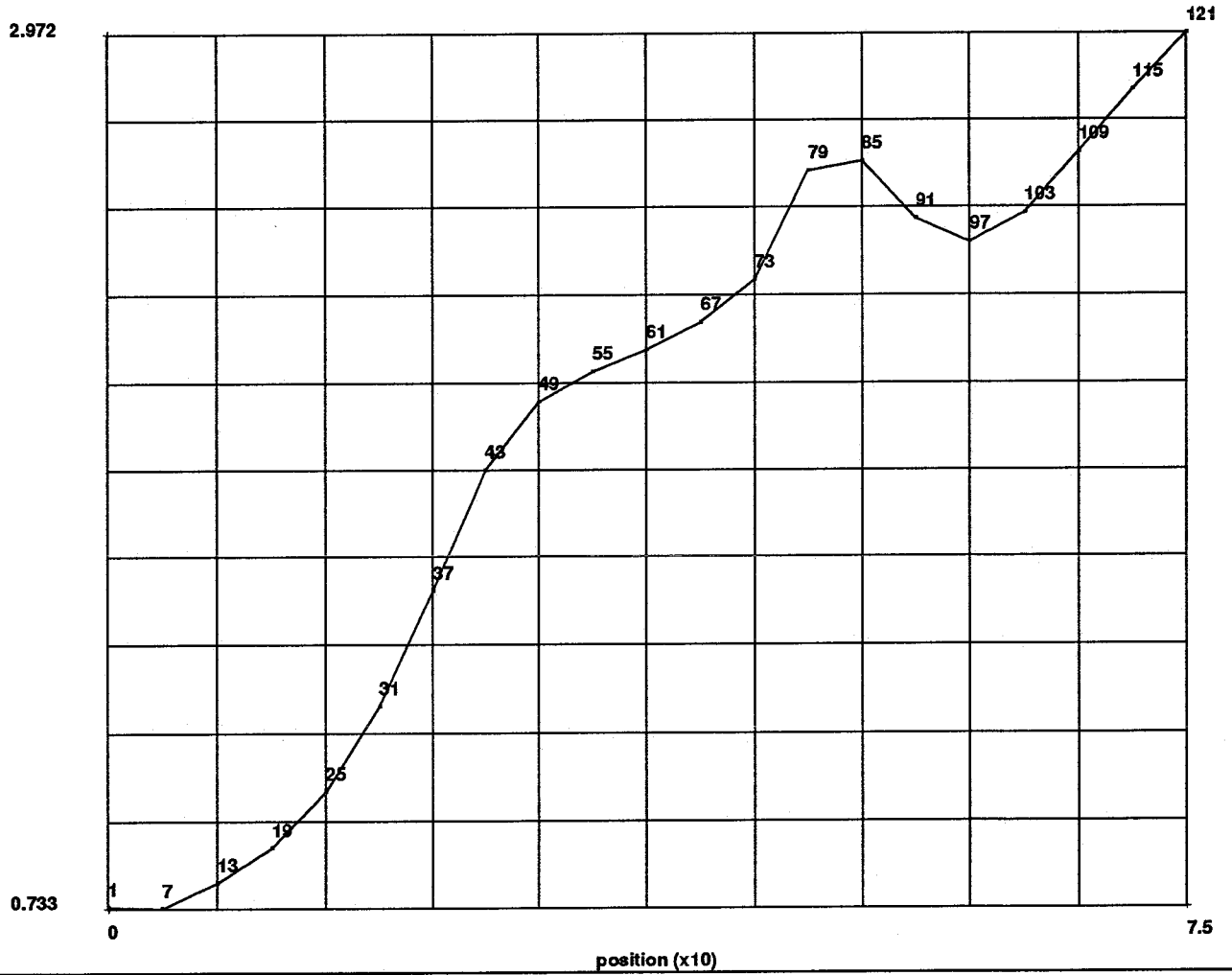
INC : 60  
SUB : 0  
TIME : 5.900e+01  
FREQ : 0.000e+00

job1



Equivalent Plastic Strain (x.1)

2.972





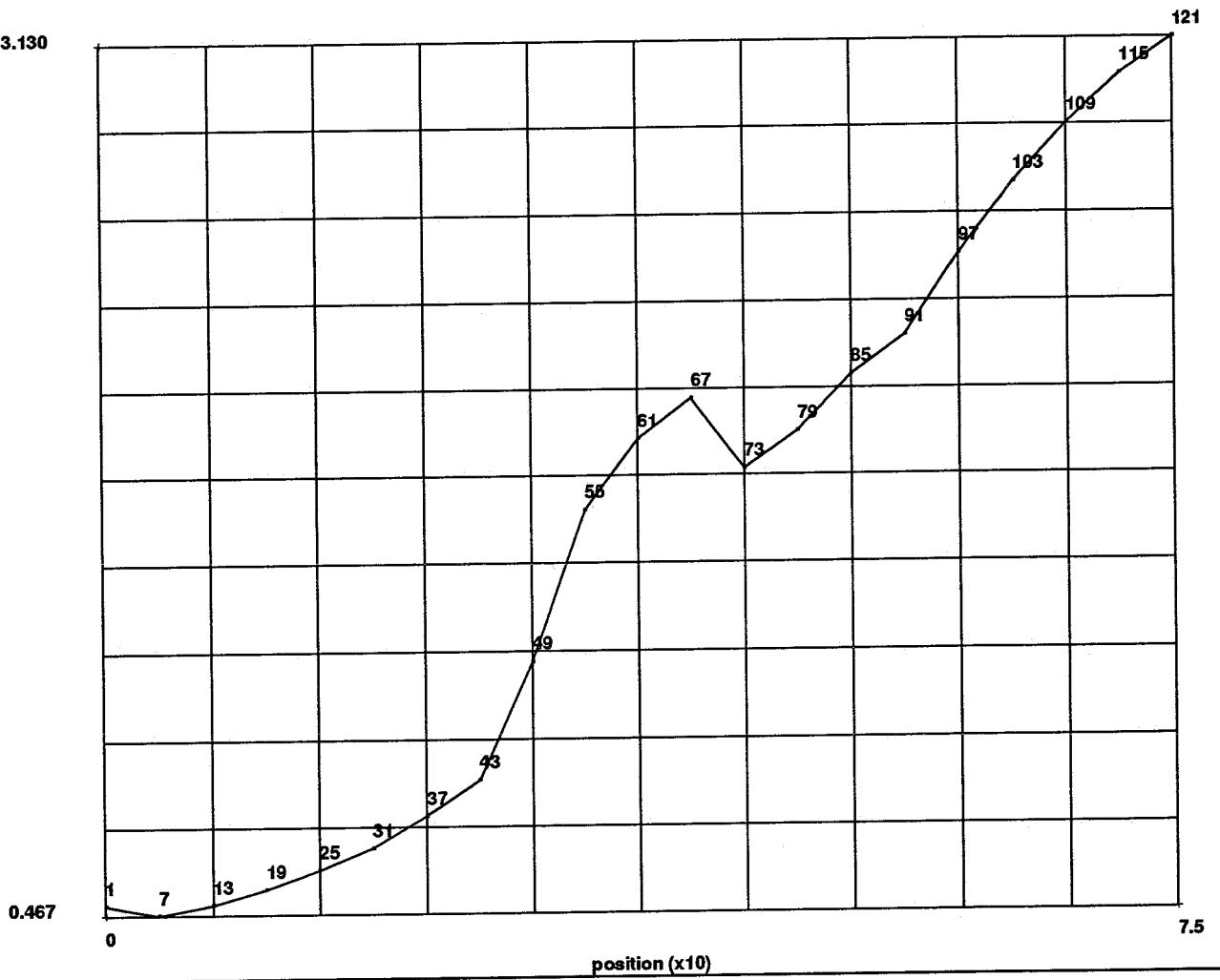
INC : 60  
SUB : 0  
TIME : 5.900e+01  
FREQ : 0.000e+00

job1



Equivalent von Mises Stress (x1000)

3.130



INC : 60  
SUB : 0  
TIME : 5.900e+01  
FREQ : 0.000e+00

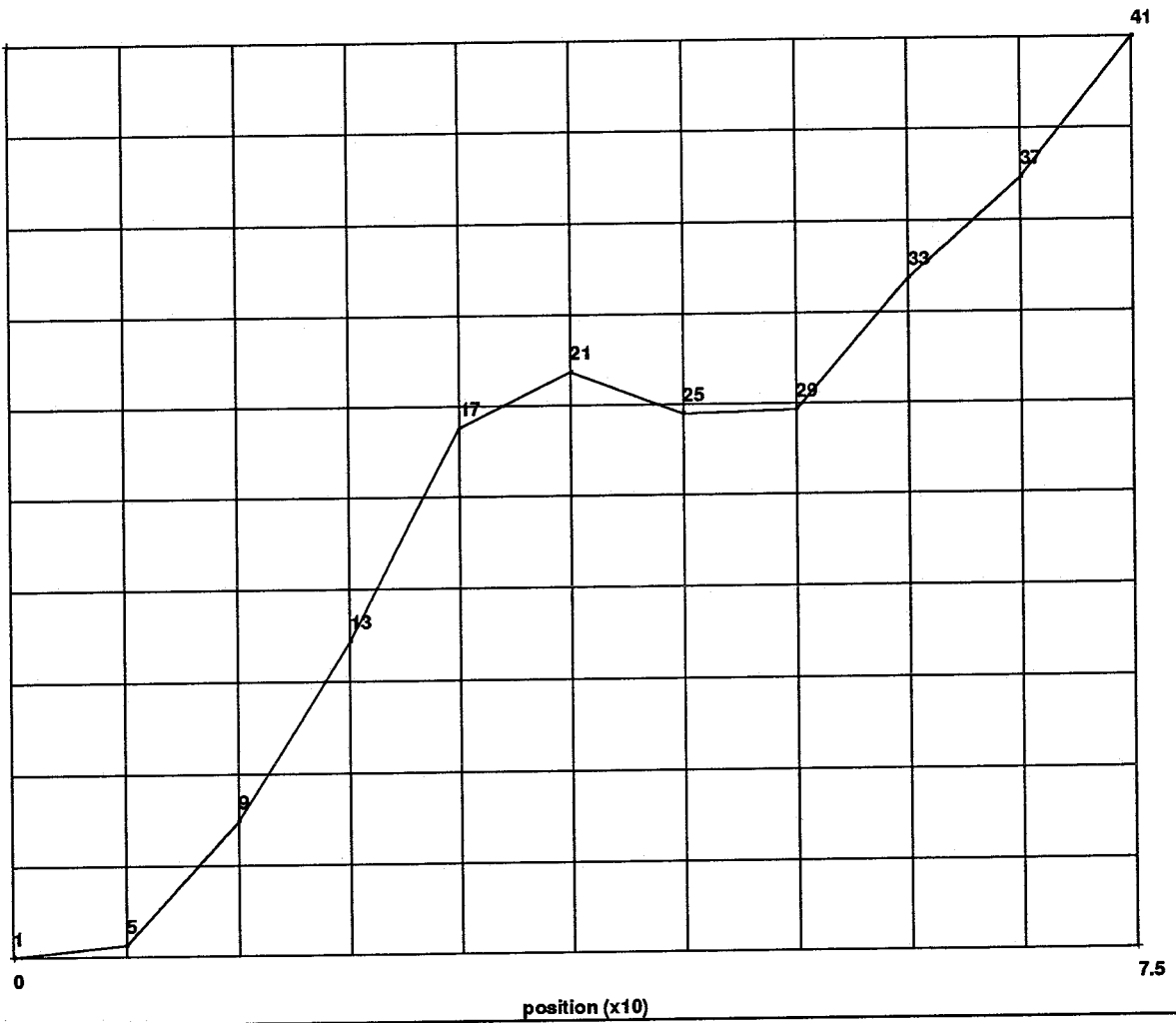
job1



Equivalent Plastic Strain (x.1)

2.983

0.933

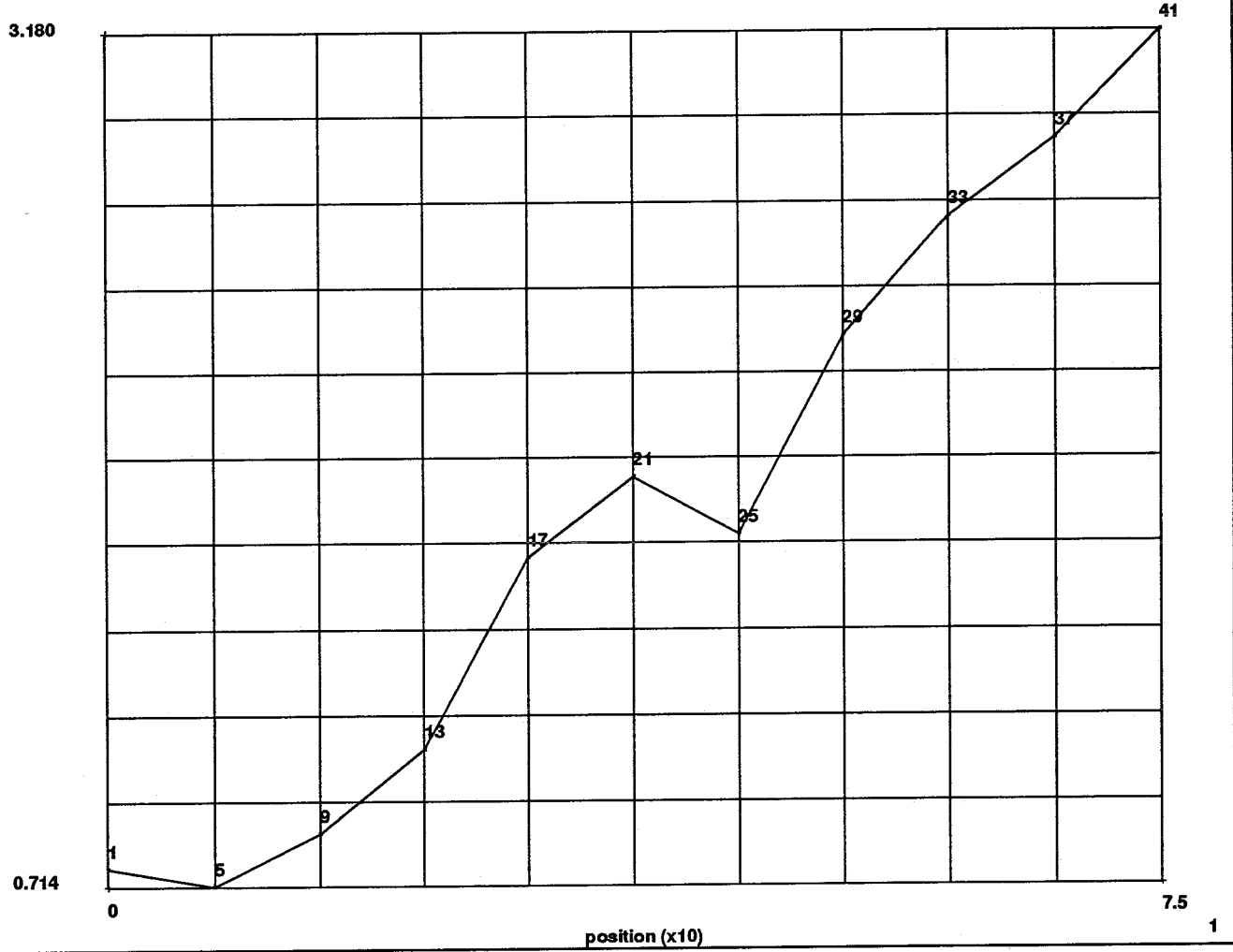


INC : 60  
SUB : 0  
TIME : 5.900e+01  
FREQ : 0.000e+00

job1



Equivalent von Mises Stress (x1000)

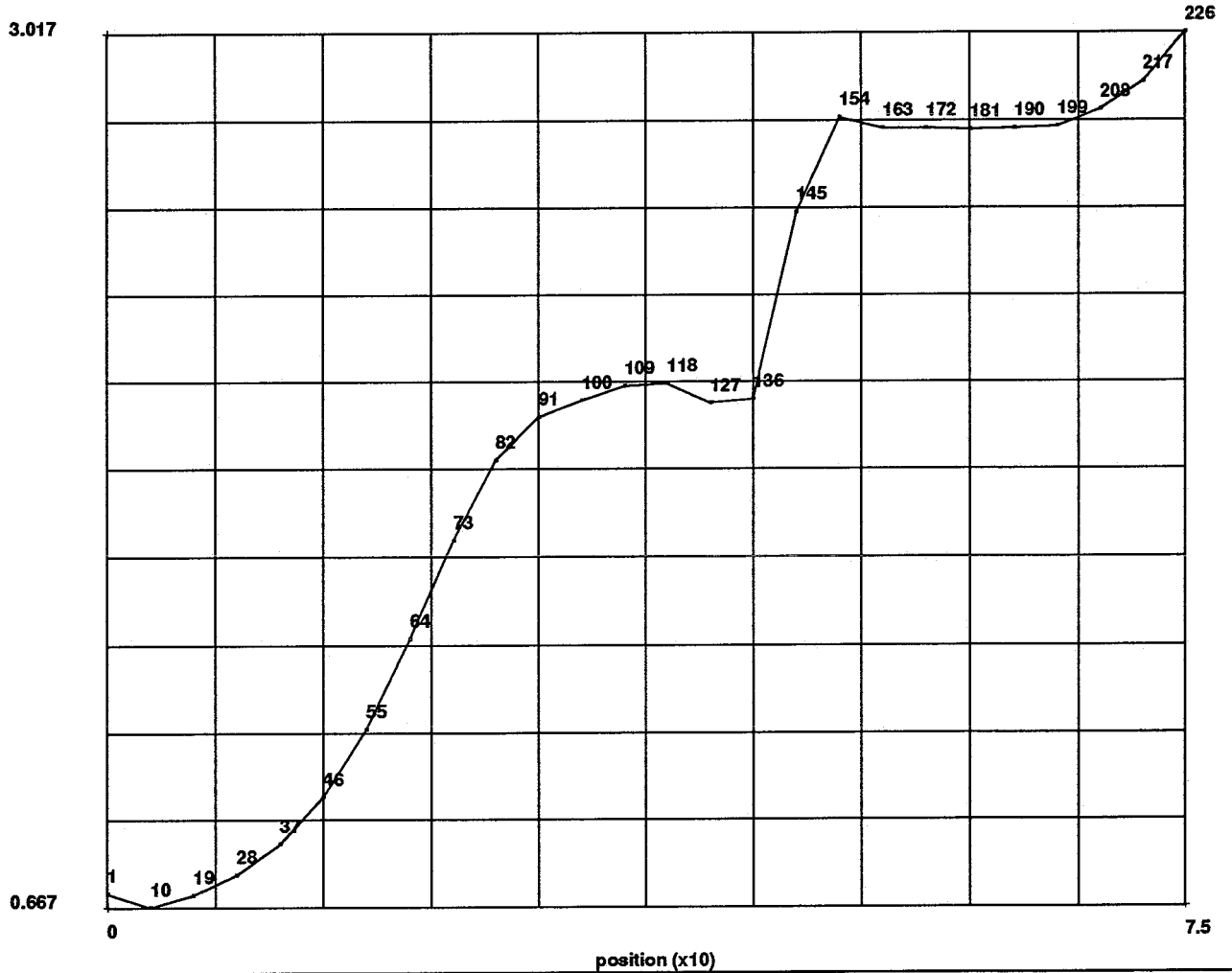


INC : 60  
SUB : 0  
TIME : 5.900e+01  
FREQ : 0.000e+00

job1



Equivalent Plastic Strain (x.1)



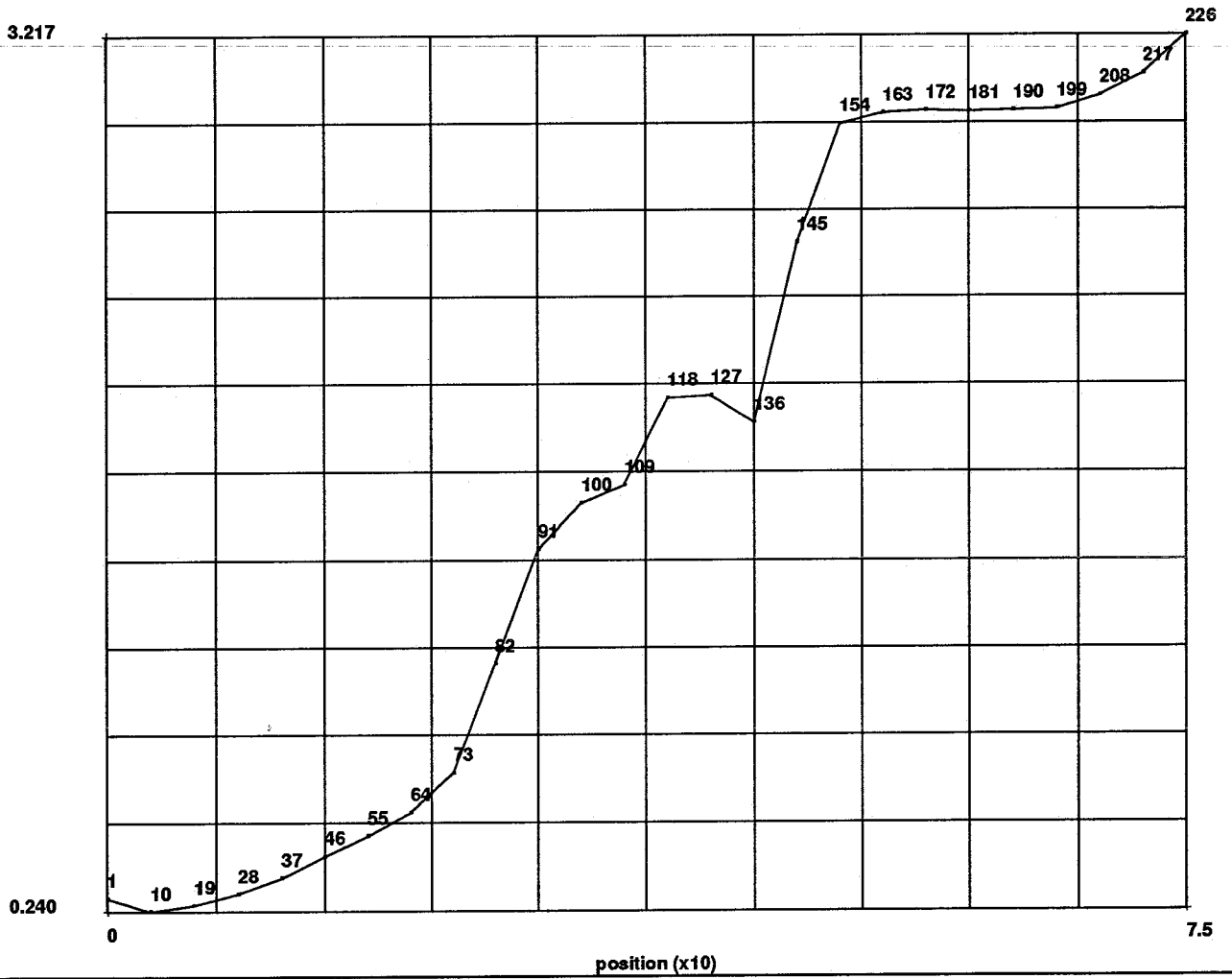
INC : 60  
SUB : 0  
TIME : 5.900e+01  
FREQ : 0.000e+00

job1



Equivalent von Mises Stress (x1000)

3.217



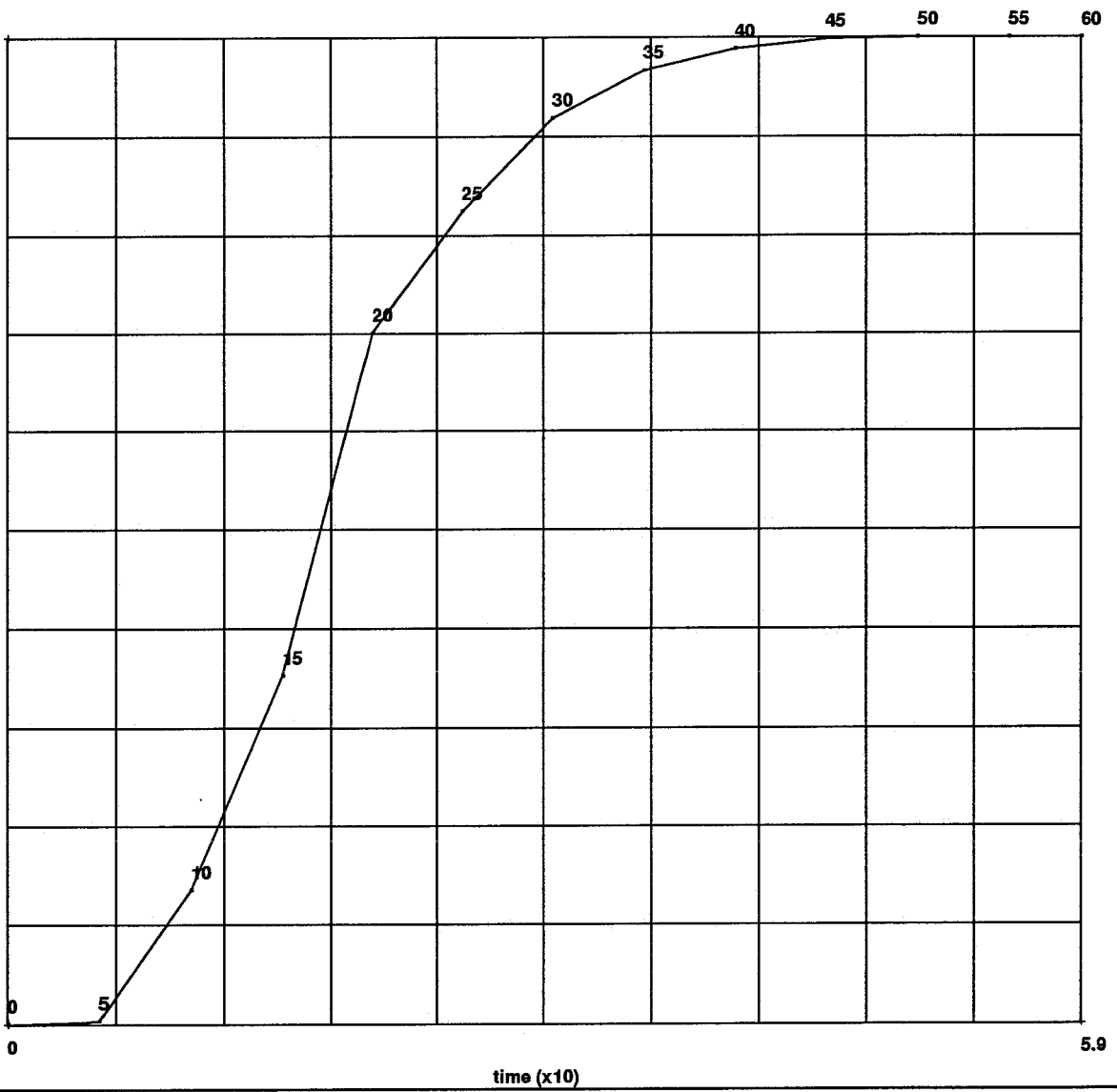
job1 Node 121



Equivalent Plastic Strain (x.1)

2.972

0.000



time (x10)

5.9

1

job1 Node 121



Equivalent von Mises Stress (x1000)

3.168

