

Wateraccumulatie op daken

Citation for published version (APA):

Fijneman, H. J., Herwijnen, van, F., & Snijder, H. H. (2004). *Wateraccumulatie op daken*. Technische Universiteit Eindhoven.

Document status and date:

Gepubliceerd: 01/01/2004

Document Version:

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

www.tue.nl/taverne

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

openaccess@tue.nl

providing details and we will investigate your claim.

Wateraccumulatie op daken

Rapport: O-2003.7
December 2003

Auteurs: ir. H.J. Fijneman
prof. ir. F. van Herwijnen
prof. ir. H.H. Snijder

Technische Universiteit Eindhoven (TU/e)
Faculteit Bouwkunde
Capaciteitsgroep Constructief Ontwerpen

INHOUD	blz.
Notaties	3
1. Inleiding	7
2. Uitgangspunten	9
3. Star ondersteunde liggers	12
3.1 Basis-belastinggevallen	12
3.2 Gelijkmatig verdeelde belasting	12
3.3 Driehoeksbelasting	16
3.4 Trapeziumbelasting	16
3.5 Gedeeltelijke driehoeksbelasting	17
4. Voorbeelden star ondersteunde liggers	24
4.1 Aannamen bij de voorbeelden	24
4.2 Voorbeelden	25
4.3 Conclusies bij de voorbeelden	30
5. Verend ondersteunde liggers	31
5.1 Algemeen	31
5.2 Afleiding stelsel van vergelijkingen	31
6. Voorbeeld verend ondersteunde liggers	37
6.1 Inleiding	37
6.2 Voorbeeld	37
7. Gevoeligheidsanalyse	43
7.1 Inleiding	43
7.2 Platte daken	44
7.3 Daken met afschot	47
8. Conclusies	52
Literatuur	54
Bijlage I	55

Notaties

Latijns klein

a	= hart-op-hart-afstand van de liggers	[m]
b	= breedte noodafvoer	[m]
c	= coëfficiënt die contractie en wrijving van vloeistoffen in rekening brengt	[-]
d	= factor	[-]
d_n	= waterhoogte ten gevolge van de doorbuiging van het dakvlak door permanente belasting en wateraccumulatie, bepaald met een iteratieve methode als beschreven in de norm	[m]
d_{nd}	= waterhoogte boven de drempel van de noodafvoer	[m]
d_{hw}	= waterhoogte ter plaatse van de dakrand	[m]
\hat{d}_{hw}	= amplitude van een equivalente sinusvormige waterhoogte	[m]
\hat{d}_{hw1}	= amplitude van een equivalente sinusvormige waterhoogte behorend bij een gelijkmatig verdeelde belasting	[m]
\hat{d}_{hw2}	= amplitude van een equivalente sinusvormige waterhoogte behorend bij een driehoeksbelasting	[m]
\hat{d}_{1hw}	= amplitude van een equivalente sinusvormige waterhoogte van de hoofdligger	[m]
\hat{d}_{2hw}	= amplitude van een equivalente sinusvormige waterhoogte van de gording	[m]
f_{yd}	= rekenwaarde van de vloeigrens	[N/m ²]
g	= versnelling van de zwaartekracht	[m/sec ²]
g_{rep}	= representatieve eigen gewichtsbelasting	[N/m]
$g_{1;rep}$	= representatieve eigen gewichtsbelasting hoofdligger	[N/m]
g_{2rep}	= representatieve eigen gewichtsbelasting gording	[N/m]
h	= hoogte noodafvoer	[m]
h_{gem}	= gemiddelde waterhoogte	[m]
h_{nd}	= hoogte van de drempel van de noodafvoer boven het dakvlak	[m]
\hat{h}_{gem}	= amplitude van de gemiddelde waterhoogte	[m]
ℓ	= overspanning	[m]
ℓ'	= lengtemaat	[m]
ℓ_1	= overspanning hoofdligger	[m]
ℓ_2	= overspanning gording	[m]
m	= aanduiding midden van de ligger	[-]
n	= verhouding tussen buigstijfheid en kritieke buigstijfheid	[-]
n_1	= verhouding tussen buigstijfheid en kritieke buigstijfheid van de hoofdligger	[-]
n_2	= verhouding tussen buigstijfheid en kritieke buigstijfheid van de gording	[-]
p	= deel van de overspanning waarop water staat bij een gedeeltelijke driehoeksbelasting	[-]

\bar{p}	=	belasting door regenwater	[N/m ²]
$p_{rep;s}$	=	representatieve sneeuwbelasting	[N/m]
$p_{rep;w}$	=	representatieve waterbelasting	[N/m]
q	=	gelijkmatig verdeelde belasting	[N/m]
$q_{d;s}$	=	rekenwaarde van de permanente belasting met sneeuwbelasting	[N/m]
$q_{d;w}$	=	rekenwaarde van de permanente belasting met waterbelasting	[N/m]
q_x	=	equivalente sinusvormige belasting	[N/m]
\hat{q}	=	amplitude van een equivalente sinusvormige belasting	[N/m]
\hat{q}_0	=	eerste orde amplitude van een equivalente sinusvormige belasting	[N/m]
\hat{q}_1	=	belasting op de hoofdligger	[N/m]
\hat{q}_2	=	belasting op de gording	[N/m]
\hat{q}_{eind}	=	waterbelasting ten gevolge van $\hat{\delta}_{eind}$	[N/m]
u_{bij}	=	bijkomende doorbuiging	[m]
u_n	=	numeriek bepaalde doorbuiging	[m]
u_{on}	=	onmiddellijk optredende doorbuiging	[m]
u_{1on}	=	onmiddellijk optredende doorbuiging hoofdligger	[m]
u_{2on}	=	onmiddellijk optredende doorbuiging gording	[m]
x	=	as-aanduiding, lengtemaat	[m]
x_1	=	as-aanduiding, lengtemaat	[m]
x_2	=	as-aanduiding, lengtemaat	[m]
Latijns groot			
A	=	oppervlak	[m ²]
C	=	constante	[-]
C_m	=	coëfficiënt om M_n te berekenen	[-]
$C_{m;M_0}$	=	coëfficiënt om M_0 te berekenen	[-]
$C_{m;M_{eind}}$	=	coëfficiënt om M_{eind} te berekenen	[-]
$C_{m;\Delta M}$	=	coëfficiënt om ΔM te berekenen	[-]
C_u	=	coëfficiënt om u_n te berekenen	[-]
$C_{u;\hat{\delta}_0}$	=	coëfficiënt om $\hat{\delta}_0$ te berekenen	[-]
$C_{u;\hat{\delta}_{eind}}$	=	coëfficiënt om $\hat{\delta}_{eind}$ te berekenen	[-]
E	=	elasticiteitsmodulus	[N/m ²]
EI	=	buigstijfheid	[Nm ²]
EI_{cr}	=	kritieke buigstijfheid	[Nm ²]
EI_1	=	buigstijfheid hoofdligger	[Nm ²]
EI_{1cr}	=	kritieke buigstijfheid hoofdligger	[Nm ²]
EI_2	=	buigstijfheid gording	[Nm ²]
EI_{2cr}	=	kritieke buigstijfheid gording	[Nm ²]
I	=	traagheidsmoment	[m ⁴]
I_1	=	traagheidsmoment hoofdligger	[m ⁴]
I_2	=	traagheidsmoment gording	[m ⁴]
M_0	=	eerste orde buigend moment	[Nm]

$M_{0,m}$	= eerste orde buigend moment in het midden van de ligger	[Nm]
M_d	= rekenwaarde van het buigend moment	[Nm]
$M_{1;d}$	= rekenwaarde van het buigend moment in de hoofdligger	[Nm]
$M_{2;d}$	= rekenwaarde van het buigend moment in de gording	[Nm]
$M_{1;g}$	= buigend moment in de hoofdligger t.g.v. eigen gewicht	[Nm]
$M_{2;g}$	= buigend moment in de gording t.g.v. eigen gewicht	[Nm]
$M_{1;q}$	= buigend moment in de hoofdligger t.g.v. regenwater	[Nm]
$M_{2;q}$	= buigend moment in de gording t.g.v. regenwater	[Nm]
M_{eind}	= maximaal buigend moment in de ligger t.g.v. waterbelasting behorend bij $\hat{\delta}_{eind}$	[Nm]
$M_{eind;(d_{hw})}$	= maximaal buigend moment in de ligger t.g.v. waterbelasting behorend bij $\hat{\delta}_{eind}$ voor d_{hw}	[Nm]
$M_{eind;(d_{hw}+\Delta d_{hw})}$	= maximaal buigend moment in de ligger t.g.v. waterbelasting behorend bij $\hat{\delta}_{eind}$ voor $d_{hw} + \Delta d_{hw}$	[Nm]
$M_{eind;(d_{hw}+\frac{\Delta}{2})}$	= maximaal buigend moment in de ligger t.g.v. waterbelasting behorend bij $\hat{\delta}_{eind}$ voor $d_{hw} + \frac{\Delta}{2}$	[Nm]
$M_{eind;(\alpha)}$	= maximaal buigend moment in de ligger t.g.v. waterbelasting behorend bij $\hat{\delta}_{eind}$ voor α	[Nm]
$M_{eind;(\alpha+\Delta\alpha)}$	= maximaal buigend moment in de ligger t.g.v. waterbelasting behorend bij $\hat{\delta}_{eind}$ voor $\alpha + \Delta\alpha$	[Nm]
M_g	= buigend moment t.g.v. het eigen gewicht	[Nm]
M_n	= numeriek bepaald buigend moment	[Nm]
M_x	= sinusvormig momentenverloop	[Nm]
M_u	= bezwijkmoment	[Nm]
Q	= debiet van de noodafvoer	[m ³ /s]
R	= hoeveelheid neerslag	[m ³ /m ² /sec]
V	= volume	[m ³]
V_A	= oplegreactie	[N]
V_B	= oplegreactie	[N]
W	= weerstandsmoment	[m ³]
Z	= afstand	[m]
Grieks klein		
α	= dakhelling	[rad]
$\hat{\delta}_0$	= eerste orde doorbuiging	[m]
$\hat{\delta}_1$	= extra doorbuiging ten gevolge van $\hat{\delta}_0$	[m]
$\hat{\delta}_2$	= extra doorbuiging ten gevolge van $\hat{\delta}_1$	[m]
$\hat{\delta}_{eind}$	= einddoorbuiging in het midden van de ligger	[m]

$\hat{\delta}_{1eind}$	= einddoorbuiging in het midden van de hoofdligger	[m]
$\hat{\delta}_{2eind}$	= einddoorbuiging in het midden van de gording	[m]
γ	= soortelijk gewicht van water	[N/m ³]
γ_f	= belastingfactor	[-]
$\gamma_{f:g}$	= belastingfactor voor eigen gewicht	[-]
$\gamma_{f;q}$	= belastingfactor voor veranderlijke belasting	[-]
ψ	= vergrotingsfactor	[-]
σ_1	= spanning in de hoofdligger	[N/m ²]
σ_2	= spanning in de gording	[N/m ²]
θ	= vergrotingsfactor	[-]
Grieks groot		
Δ	= stelfout	[m]
Δd_{hw}	= variatie drempelhoogte	[m]
Δp	= variatie in deel van de overspanning waarop water staat bij een gedeeltelijke driehoeksbelasting	[-]
ΔM	= toename buigend moment in het midden van de ligger	[Nm]
$\Delta \alpha$	= variatie in de dakhelling	[rad]

1. Inleiding

Wateraccumulatie is het doorbuigen van platte daken onder invloed van regenwater waardoor extra water toestroomt met als gevolg een nog grotere doorbuiging en nog meer toestromend water. Bij goed uitgevoerde daken wordt een evenwicht bereikt en is het dak in staat het toegestroomde water te dragen. Bij daken waarbij onvoldoende met wateraccumulatie rekening is gehouden kan het proces doorgaan tot instorting volgt. Het optreden van wateraccumulatie kan worden voorkomen door het treffen van adequate bouwkundige maatregelen. De waterbelasting zal van ondergeschikt belang zijn ten opzichte van andere dakbelastingen als het dak voldoende afschot heeft, voldoende stijf is en over voldoende noodafvoeren beschikt. Welke combinaties van afschot, stijfheid en noodafvoeren voldoende zijn is op voorhand niet te zeggen. NEN 6702 (1990) [1] geeft uitgangspunten voor het bepalen van de belasting door regenwater. Is deze belasting bekend dan kan met de materiaalgebonden normen beoordeeld worden of de constructie deze belasting kan dragen. In NEN 6702 (1990) wordt in de tekst aangegeven dat de doorbuiging ten gevolge van wateraccumulatie in het algemeen iteratief moet worden bepaald met behulp van de leer der toegepaste mechanica. In de toelichting wordt voor het eenvoudige geval van een vrij opgelegde ligger een veilige benadering van de belasting door wateraccumulatie gegeven waarbij impliciet rekening is gehouden met het effect van iteraties. Ook wordt in de toelichting een veilig alternatief voor een iteratieve methode ter bepaling van de waterbelasting gegeven waarbij uitgegaan wordt van een schatting van de maximale doorbuiging van het dakvlak. Voor een groot aantal veel voorkomende dakconstructies zijn echter geen berekeningsmethoden beschikbaar die impliciet met het effect van iteraties rekening houden. Iteratieve berekeningen zijn bewerkelijk en complex en worden om die reden vaak niet gemaakt, met alle gevolgen van dien in de vorm van schadegevallen. In dit rapport worden berekeningsmethoden aangereikt die, ook voor complexe maar realistische dakconstructies (bijvoorbeeld gordingen die verend ondersteund worden door hoofdliggers), impliciet rekening houden met het effect van wateraccumulatie. Het uitvoeren van iteratieve berekeningen is derhalve niet nodig. De gepresenteerde berekeningsmethoden maken het beoordelen van dakconstructies onder regenwaterbelasting door wateraccumulatie op eenvoudige wijze mogelijk. De theorie is geldig voor alle constructiematerialen; de voorbeelden in dit rapport zijn toegespitst op staalconstructies.

Al in 1980 kwam het Staalbouwkundig Genootschap met een publicatie over wateraccumulatie naar aanleiding van een groot aantal schadegevallen [2,3]. Instortingen van platte daken ten gevolge van wateraccumulatie zijn ook op dit moment de meest voorkomende schadegevallen in de bouw. Vanaf 1998 tot heden zijn gemiddeld 8 gevallen per jaar geregistreerd, met een sterke toename de afgelopen 2 jaar. Dit aantal gevallen is gebaseerd op gegevens uit [4] waarin een groot aantal gevallen van dakinstortingen door wateraccumulatie wordt opgesomd. Daarbij moet worden vermeld dat de opsomming waarschijnlijk niet volledig is zodat het werkelijk aantal dakinstortingen per jaar zelfs nog hoger kan zijn. Het opnemen van een artikel in NEN 6702 (1990) heeft weinig effect gesorteerd. Het aantal instortingen van daken gerealiseerd voor 1990 is zelfs wat minder dan van daken die daarna gebouwd zijn.

Hierbij dient opgemerkt te worden dat vooral de laatste jaren veel grote daken gerealiseerd zijn. Het betreft vrijwel altijd grote hallen (bedrijfshallen, distributiecentra, garages, zwembaden etc.). Slechts een betrekkelijk klein aantal van deze daken stort in. Uit onderzoek blijkt dat in veel gevallen niet gerekend is met wateraccumulatie. Waarschijnlijk heeft dat te maken met het feit dat NEN6702 (1990) een iteratieve berekening voorschrijft die in veel praktijksituaties complex van aard is. De daken hebben een te geringe stijfheid en/of géén noodafvoeren. Andere veel voorkomende oorzaken zijn uitvoeringsfouten, o.a. onvoldoende afschot, afschot in de verkeerde richting (tegenschot), of het ontbreken van de voorgeschreven zeeg. Er is naar aanleiding van het grote aantal schadegevallen veel aandacht in de literatuur voor het verschijnsel van wateraccumulatie [5 t/m 12].

De tot op heden beschikbare berekeningsmethoden zijn minder geschikt voor realistische praktijksituaties zoals gordingen die verend worden gesteund door hoofdliggers. In dit rapport wordt voor deze situaties een berekeningsmethode afgeleid.

Uitgangspunten voor het belastinggeval wateraccumulatie worden eerst behandeld in hoofdstuk 2. Daarna komen in hoofdstuk 3 star ondersteunde liggers aan de orde; een aantal basis-belastinggevallen wordt behandeld. In hoofdstuk 4 worden de afgeleide berekeningsmethoden gebruikt om een aantal voorbeelden te analyseren. Daaruit blijkt dat de hierboven genoemde uitvoeringsfouten voor bepaalde dakconstructies die gevoelig zijn voor wateraccumulatie, al snel aanleiding geven tot bezwijken. Vervolgens wordt in hoofdstuk 5 ingegaan op verend ondersteunde liggers. Het gaat met name om gordingen die zijn opgelegd op hoofdliggers. Het blijkt mogelijk te zijn voor dit type dakconstructie om een stelsel vergelijkingen af te leiden waarmee het belastinggeval wateraccumulatie eenvoudig kan worden berekend. In hoofdstuk 6 wordt een toepassing gegeven in de vorm van een voorbeeld. Hoofdstuk 7 bevat een gevoeligheidsanalyse waaruit andermaal blijkt dat bepaalde daken uitermate gevoelig zijn voor wateraccumulatie en dat een te geringe stijfheid of uitvoeringsfouten (bijvoorbeeld onvoldoende afschot) al snel aanleiding kunnen zijn voor bezwijken van de dakconstructie. Dit verklaart het grote aantal schadegevallen in de praktijk. Uit de gevoeligheidsanalyse kunnen aanbevelingen worden afgeleid voor aan te houden belastingfactoren van dakconstructies belast door regenwater en wateraccumulatie. Het rapport sluit af met conclusies in hoofdstuk 8.

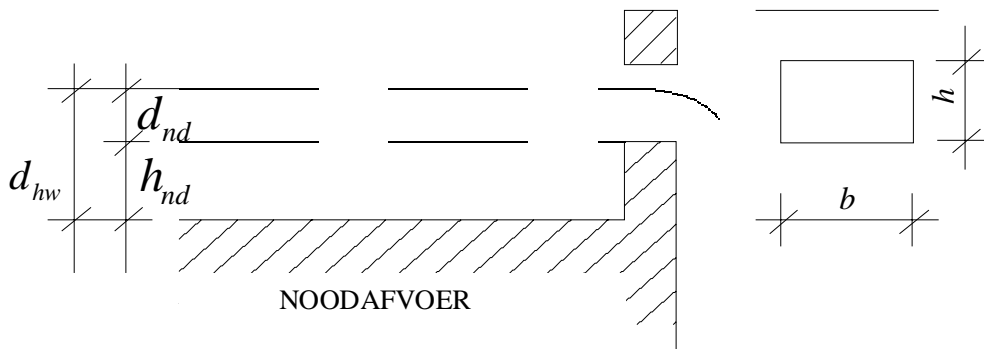
2. Uitgangspunten

In NEN 6702 (1990) wordt wateraccumulatie behandeld in art. 8.7.1. In figuur 1 wordt schematisch een dakopbouw weergegeven. De noodafvoer bevindt zich h_{nd} boven het dakvlak en heeft een breedte b en een hoogte h . Aangenomen wordt dat van deze hoogte h slechts d_{nd} wordt benut, zijnde de waterhoogte boven de noodafvoer. De waterhoogte ter plaatse van de dakrand d_{hw} is dan:

$$d_{hw} = d_{nd} + h_{nd} \dots \dots \dots (1)$$

De uitgangspunten bij het belastinggeval wateraccumulatie zijn de volgende (zie art. 8.7.1):

- de belasting is plaatsgebonden;
- waterafvoer via een of meer reguliere waterafvoeren is niet mogelijk, wegens verstopping daarvan;
- waterafvoer via de dakrand of de noodafvoer(en) is wel mogelijk.



Figuur 1: Dakopbouw met noodafvoer

Voor het uitgangspunt dat reguliere waterafvoeren verstopt zijn is van belang. Afhankelijk van de omgeving is zowel een intensieve controle als onderhoud noodzakelijk. Daar wordt lang niet altijd aan voldaan. Bij volledige verstopping is de waterbelasting ongeveer 300 à 400 mm per jaar, zijnde het verschil tussen neerslag en verdamping.

Bij gedeeltelijke verstopping kan de waterhoogte op het dak ook stijgen als het afvoerend vermogen kleiner is dan de hoeveelheid regenwater. Dit kan al optreden bij een lichte bui. Bij een zware bui (waarbij het riool is overbelast) is niet duidelijk hoe groot de afvoercapaciteit is. Daarom is het veiliger om te rekenen op verstopte reguliere hemelwaterafvoeren en toepassing van noodafvoeren of de dakrand als overloop te gebruiken. Beide vormen dan een vrije uitloop van het hemelwater op het dak. De overige delen van art. 8.7.1 zijn eigenlijk een nadere uitwerking van de uitgangspunten. Art. 8.7.1.5 behoeft echter een nadere toelichting voor wat betreft de achtergrond van de vergelijking voor d_{nd} .

Er is uitgegaan van een kortdurende (5 minuten) hevige bui met een herhalingsperiode van gemiddeld 50 jaar (ontleend aan neerslaggegevens van het KNMI). Tijdens deze bui valt 14 mm water overeenkomend met een hoeveelheid neerslag $R = 46,66 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{m}^2/\text{sec}$.

In een stationaire toestand moet de totale hoeveelheid neerslag op het dakoppervlak A , te weten $A \cdot R$, gelijk zijn aan het debiet Q van de noodafvoer. Dit debiet Q kan worden bepaald met de vergelijking voor een overlaat uit de vloeistofmechanica.

$$Q = c \cdot b \cdot d_{nd} \sqrt{2g d_{nd}} \dots\dots\dots(2)$$

Hierin is:

- c de coëfficiënt die contractie en wrijving in rekening brengt ($c = 0,7$);
- $b \cdot d_{nd}$ de doorsnede van de overlaat;
- $\sqrt{2g d_{nd}}$ de watersnelheid.

Bovenstaande hoeveelheid neerslag R geeft:

$$Q = A \cdot 46,66 \cdot 10^{-6} = 0,7 \cdot b \cdot d_{nd} \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot d_{nd}} \dots\dots\dots(3)$$

Hieruit volgt:

$$d_{nd} = 0,608 \cdot 10^{-3} \left(\frac{A}{b} \right)^{\frac{2}{3}} \dots\dots\dots(4)$$

In het voorschrift afgerond op

$$d_{nd} = 0,001 \left(\frac{A}{b} \right)^{\frac{2}{3}} \dots\dots\dots(5)$$

wat teruggerekend neerkomt op een hoeveelheid neerslag $R = 98 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 / \text{m}^2 / \text{sec}$.

Zoals uit de volgende beschouwing zal blijken is de bijdrage van d_{nd} aan de waterbelasting gering t.o.v. de bijdrage van h_{nd} .

Aangehouden wordt:

$$d_{nd} = 0,608 \cdot 10^{-3} \left(\frac{A}{b} \right)^{\frac{2}{3}} \dots\dots\dots(6)$$

Er wordt verder uitgegaan van een vierkante dakplattegrond met oppervlakte $A \text{ m}^2$, met drie verschillende breedten van de noodafvoeren.

De omtrek van dit dak is $4\sqrt{A} \text{ m}$. De breedten b van de noodafvoeren zijn dan: $4\sqrt{A}$ (de gehele dakrand is een noodafvoer), $0,10 \cdot 4\sqrt{A}$ (10% van de dakrand is noodafvoer) en $0,05 \cdot 4\sqrt{A}$ (5% van de dakrand is noodafvoer).

De waarde van d_{nd} kan nu voor $A = 100, 1000$ en 10.000 m^2 worden bepaald. De resultaten staan in tabel 1.

Tabel 1: Waarden van d_{nd} voor verschillende breedten van de noodafvoeren bij verschillende dakoppervlakken.

b	A [m ²]	d_{nd} [mm]
$4\sqrt{A}$	100	1,1
	1000	2,4
	10.000	5,2
$0,1 \cdot 4\sqrt{A}$	100	5,2
	1000	11,2
	10.000	24,1
$0,05 \cdot 4\sqrt{A}$	100	8,3
	1000	17,8
	10.000	38,3

Uit tabel 1 kan de conclusie getrokken worden dat vooral bij kleine daken de bijdrage van d_{nd} ondergeschikt is aan de bijdrage van h_{nd} . Voor de meeste daken geldt dat $h_{nd} = 100$ mm, dat wil zeggen aanzienlijk meer dan d_{nd} .

Volgens NEN 6702 (1990) geldt voor de belasting \bar{p} door regenwater:

$$\bar{p} = (d_{hw} + d_n) \gamma \dots\dots\dots(7)$$

hierin is:

- γ het soortelijk gewicht van water;
- d_n de waterhoogte ten gevolge van de doorbuiging van het dakvlak door permanente belasting en wateraccumulatie, bepaald met een iteratieve methode als beschreven in de norm.

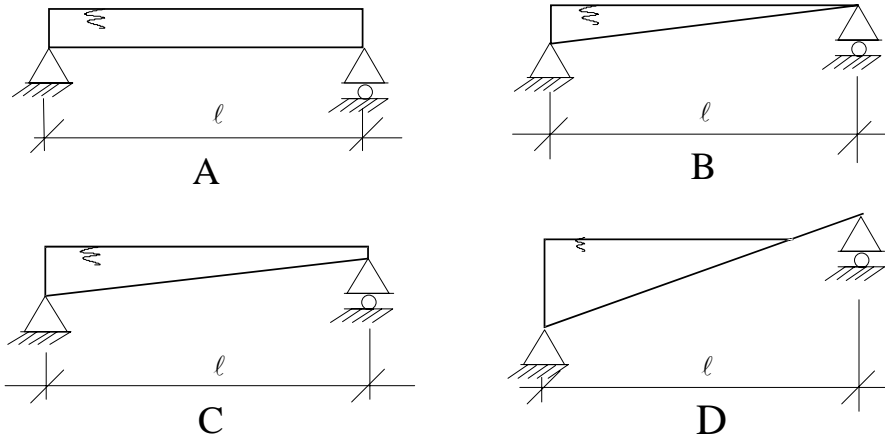
In de volgende hoofdstukken wordt een aantal in de praktijk veel voorkomende constructies analytisch behandeld, zonder dat een iteratieve berekening hoeft te worden uitgevoerd.

3. Star ondersteunde liggers

3.1 Basis-belastinggevallen

Bij star ondersteunde liggers zijn de volgende basis-belastinggevallen (figuur 2) te onderscheiden:

- A. Gelijkmatig verdeelde belasting;
- B. Driehoeksbelasting;
- C. Trapeziumbelasting;
- D. Gedeeltelijke driehoeksbelasting.



Figuur 2: Basis-belastinggevallen

De h.o.h afstand van de liggers is a , de buigstijfheid EI , het soortelijk gewicht van water $\gamma = 10 \text{ kN/m}^3$ en de waterhoogte boven het onvervormde dak ter plaatse van de dakrand d_{hw} . Tenzij anders vermeld is in de volgende paragrafen alleen de waterbelasting beschouwd en niet de overige permanente en veranderlijke belasting. De onmiddellijk optredende doorbuiging is dan $u_{on} = 0$.

3.2 Gelijkmatig verdeelde belasting

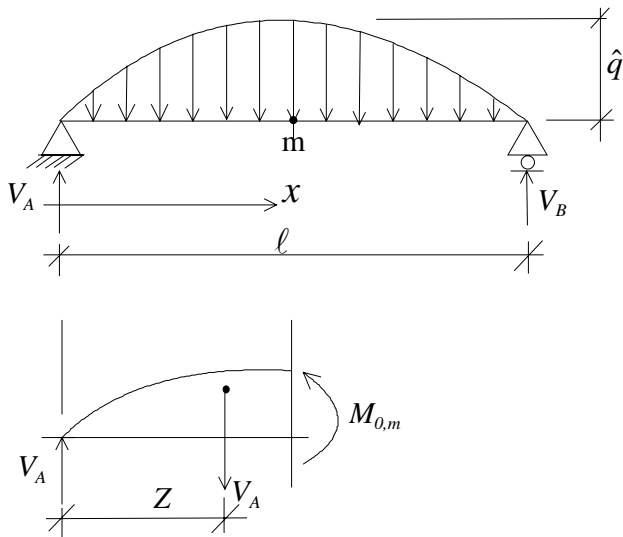
Het eerste basis-belastinggeval dat wordt beschouwd is een gelijkmatig verdeelde belasting (figuur 2A). De gelijkmatig verdeelde belasting $q = a \gamma d_{hw}$ kan benaderd worden door een sinusvormige belasting met amplitude $\hat{q} = \frac{4}{\pi} \cdot a \gamma d_{hw}$ (figuur 3). Zoals

hierna zal blijken komen het maximaal buigend moment en de bijbehorende doorbuiging hierbij goed overeen met de overeenkomstige waarden t.g.v. een gelijkmatige verdeelde belasting, terwijl de relaties tussen belasting, moment en doorbuiging wiskundig eenvoudiger zijn.

Stel:

$$\frac{4}{\pi} \cdot d_{hw} = \hat{d}_{hw} \dots \dots \dots (8)$$

dan geldt:



Figuur 3: Sinusvormige belasting

$$\hat{q} = a \gamma \hat{d}_{hw} \dots \dots \dots (9)$$

Voor de sinusvormige belasting geldt dan:

$$q_x = \hat{q} \sin \frac{\pi x}{\ell} \dots \dots \dots (10)$$

De oplegreacties zijn dan:

$$V_A = V_B = \int_0^{\frac{\ell}{2}} \hat{q} \sin \frac{\pi x}{\ell} dx = \frac{\ell}{\pi} \cdot \hat{q} \dots \dots \dots (11)$$

en voor het eerste orde moment in het midden geldt:

$$M_{0,m} = V_A \cdot Z \dots \dots \dots (12)$$

In dit rapport wordt in het algemeen het moment in het midden van de ligger beschouwd, zodat de bijbehorende index voor de eenvoud wordt weggelaten: $M_0 = M_{0,m}$.

In vergelijking (12) is:

$$Z = \frac{\int_0^{\frac{\ell}{2}} q_x \cdot x dx}{\frac{\ell}{\pi} \hat{q}} = \frac{\int_0^{\frac{\ell}{2}} \hat{q} \sin \frac{\pi x}{\ell} \cdot x dx}{\frac{\ell}{\pi} \hat{q}} = \dots$$

$$\dots = \frac{\pi}{\ell} \cdot \int_0^{\frac{\ell}{2}} x \sin \frac{\pi x}{\ell} dx = \frac{\pi}{\ell} \cdot \frac{\ell}{\pi} \int_0^{\frac{\ell}{2}} -x \cdot d \cos \frac{\pi x}{\ell} = - \left(x \cdot \cos \frac{\pi x}{\ell} - \frac{\ell}{\pi} \sin \frac{\pi x}{\ell} \right) \Big|_0^{\frac{\ell}{2}} = \frac{\ell}{\pi} \dots (13)$$

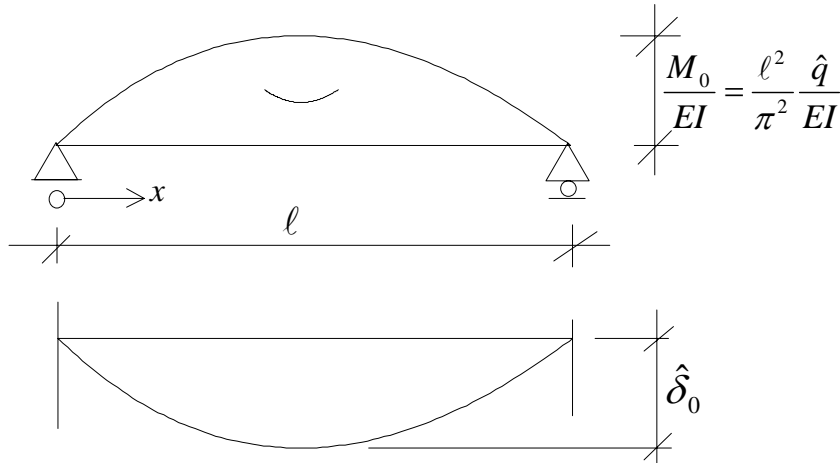
en wordt het moment in het midden:

$$M_0 = V_A \cdot Z = \frac{\ell^2}{\pi^2} \hat{q} \dots \dots \dots (14)$$

M_0 komt goed overeen met het buigend moment t.g.v. een gelijkmatig verdeelde belasting q , immers

$$M_0 = \frac{\ell^2}{\pi^2} \hat{q} = \frac{\ell^2}{\pi^2} \cdot \frac{4}{\pi} q = \frac{q\ell^2}{7,752} \approx \frac{q\ell^2}{8} \dots\dots\dots(15)$$

De 1^o orde doorbuiging in het midden van de ligger $\hat{\delta}_0$ kan bepaald worden door het momentenvlak als belasting op te vatten (figuur 4) en bij deze belasting weer het buigend moment te berekenen. Het berekende moment moet nog door de buigstijfheid EI gedeeld worden.



Figuur 4: Momentenvlak als sinusvormige belasting

Met:

$$\frac{M_0}{EI} = \frac{\ell^2}{\pi^2} \frac{\hat{q}}{EI} \dots\dots\dots(16)$$

geldt:

$$M_x = \frac{\ell^2}{\pi^2} \hat{q} \sin \frac{\pi x}{\ell} \dots\dots\dots(17)$$

Op analoge wijze volgt:

$$\hat{\delta}_0 = \frac{\ell^2}{\pi^2} \left(\frac{\ell^2}{\pi^2} \cdot \frac{\hat{q}}{EI} \right) = \frac{\ell^4}{\pi^4} \frac{\hat{q}}{EI} \dots\dots\dots(18)$$

Ook deze waarde komt goed overeen met de doorbuiging t.g.v. een gelijkmatig verdeelde belasting q , immers:

$$\hat{\delta}_0 = \frac{\ell^4}{\pi^4} \frac{\hat{q}}{EI} = \frac{\ell^4 \cdot 4}{\pi^4 \pi} \cdot \frac{q}{EI} = \frac{5,02q\ell^4}{384EI} \approx \frac{5q\ell^4}{384EI} \dots\dots\dots(19)$$

Ten gevolge van de 1e orde doorbuiging $\hat{\delta}_0$ ontstaat bij toevoer van water tot het oorspronkelijke niveau een extra doorbuiging $\hat{\delta}_1$, met een daarbij behorende belasting $\hat{q}_0 = a\gamma\hat{\delta}_0$.

Hierin is:

$$\hat{\delta}_0 = \frac{\ell^4}{\pi^4} \frac{a\gamma\hat{d}_{hw}}{EI} \dots\dots\dots(20)$$

zodat:

$$\hat{\delta}_1 = \frac{\ell^4 \hat{q}_0}{\pi^4 EI} = \frac{\ell^4 \cdot a \gamma \hat{\delta}_0}{\pi^4 EI} = \frac{\ell^4 a \gamma}{\pi^4 EI} \frac{\ell^4}{\pi^4} \frac{a \gamma \hat{d}_{hw}}{EI} \dots\dots\dots(21)$$

Ten gevolge van $\hat{\delta}_1$ ontstaat weer een extra doorbuiging $\hat{\delta}_2$, enz.

De totale doorbuiging door de waterbelasting $\hat{\delta}_{eind}$ is de som $\hat{\delta}_{eind} = \hat{\delta}_0 + \hat{\delta}_1 + \hat{\delta}_2 \dots\dots\dots$

ofwel:

$$\hat{\delta}_{eind} = \left(\frac{\ell^4 a \gamma \hat{d}_{hw}}{\pi^4 EI} \right) \times \left(1 + \frac{\ell^4 a \gamma}{\pi^4 EI} + \left(\frac{\ell^4 a \gamma}{\pi^4 EI} \right)^2 + \dots\dots\dots \right) \dots\dots\dots(22)$$

$\hat{\delta}_{eind}$ is begrensd als $\frac{\ell^4 a \gamma}{\pi^4 EI} < 1$ en onbegrensd als $\frac{\ell^4 a \gamma}{\pi^4 EI} \geq 1$.

Als $\frac{\ell^4 a \gamma}{\pi^4 EI} = 1$, dan is $\hat{\delta}_{eind}$ net onbegrensd.

De bijbehorende waarde van $EI = \frac{a \gamma \ell^4}{\pi^4}$ wordt de kritieke buigstijfheid EI_{cr} genoemd,

zodat:

$$EI_{cr} = \frac{a \gamma \ell^4}{\pi^4} \dots\dots\dots(23)$$

Stel nu dat:

$$\frac{EI}{EI_{cr}} = n \dots\dots\dots(24)$$

dan geldt:

$$\hat{\delta}_{eind} = \hat{\delta}_0 \left(1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} \dots\dots\dots \right) \dots\dots\dots(25)$$

Als:

$$\frac{1}{n} < 1 \dots\dots\dots(26)$$

dan geldt:

$$\hat{\delta}_{eind} = \frac{\hat{\delta}_0}{1 - \frac{1}{n}} = \hat{\delta}_0 \cdot \frac{n}{n-1} \dots\dots\dots(27)$$

De uitdrukking voor $\hat{\delta}_0$ is nu ook te vereenvoudigen tot:

$$\hat{\delta}_0 = \frac{\ell^4}{\pi^4} \frac{a \gamma \hat{d}_{hw}}{EI} = \frac{EI_{cr}}{EI} \cdot \hat{d}_{hw} = \frac{\hat{d}_{hw}}{n} \dots\dots\dots(28)$$

Nu is dus gevonden:

$$\hat{\delta}_0 = \frac{\hat{d}_{hw}}{n} \dots\dots\dots(29)$$

$$\hat{\delta}_{eind} = \hat{\delta}_0 \frac{n}{n-1} = \frac{\hat{d}_{hw}}{n-1} \dots\dots\dots(30)$$

De doorbuiging in het midden van de ligger is eenvoudig te bepalen uit \hat{d}_{hw} en n .

Een kleine waarde van n leidt tot grote doorbuigingen (en momenten) en moet worden vermeden. Er wordt aanbevolen de constructie zodanig te kiezen dat $n \geq 1,5$.

De waterbelasting \hat{q}_{eind} t.g.v. $\hat{\delta}_{eind}$ bedraagt $a \gamma \hat{\delta}_{eind}$.

De toename van M_0 bedraagt:

$$\Delta M = \frac{\ell^2}{\pi^2} \hat{q}_{eind} = \frac{\ell^2}{\pi^2} a \gamma \hat{\delta}_{eind} \dots\dots\dots(31)$$

zodat:

$$M_{eind} = M_0 + \Delta M \dots\dots\dots(32)$$

3.3 Driehoeksbelasting

Het volgende basis-belastinggeval dat wordt beschouwd is een driehoeksbelasting (figuur 2B). Dit basis-belastinggeval treedt op bij een dakvlak onder afschot. Dit geval is direct uit geval A af te leiden. De doorbuiging in de middendoorsnede is (uit symmetrieoverwegingen) precies de helft van de doorbuiging bij gelijkmatig verdeelde belasting (belastinggeval A):

$$\hat{\delta}_0 = \frac{\hat{d}_{hw}}{2n} \dots\dots\dots(33)$$

en:

$$\hat{\delta}_{eind} = \frac{\hat{d}_{hw}}{2n} \cdot \frac{n}{n-1} = \frac{\hat{d}_{hw}}{2(n-1)} \dots\dots\dots(34)$$

Bij deze beschouwing is aangenomen dat ook voor dit geval de momenten- en doorbuigingslijn gelijkvormig zijn en te benaderen met een sinusvorm. Dit blijkt later gerechtvaardigd te zijn op grond van de numerieke analyse van basis-belastinggeval D. Alleen voor kleine waarden van n ontstaan afwijkingen in de vergrotingsfactor, die voor $n = 1,25$ ongeveer 5% bedragen; zie tabel 6.

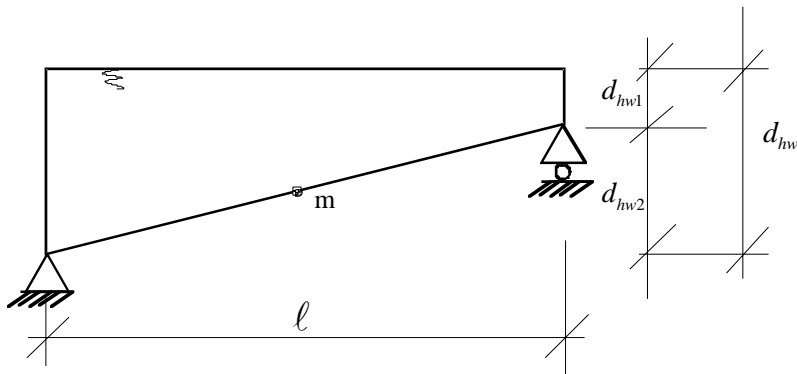
In paragraaf 3.5 zal basis-belastinggeval B nader uitgewerkt worden voor situaties waarbij de ligger gedeeltelijk belast wordt.

3.4 Trapeziumbelasting

Het derde basis-belastinggeval dat wordt beschouwd is een trapeziumbelasting (figuur 2C en figuur 5). Ook dit geval is direct uit de voorgaande gevallen af te leiden, door de trapeziumbelasting te beschouwen als de som van een gelijkmatig verdeelde belasting en een driehoeksbelasting:

$$\hat{\delta}_0 = \frac{\hat{d}_{hw1}}{n} + \frac{\hat{d}_{hw2}}{2n} \dots\dots\dots(35)$$

en vervolgens geldt:



Figuur 5: Trapeziumbelasting

$$\hat{\delta}_1 = \left(\frac{\hat{d}_{hw1}}{n} + \frac{\hat{d}_{hw2}}{2n} \right) \frac{1}{n} \dots\dots\dots(36)$$

zodat:

$$\hat{\delta}_{eind} = \left(\frac{\hat{d}_{hw1}}{n} + \frac{\hat{d}_{hw2}}{2n} \right) \left(1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} \dots\dots \right) \dots\dots\dots(37)$$

ofwel:

$$\hat{\delta}_{eind} = \left(\frac{\hat{d}_{hw1}}{n} + \frac{\hat{d}_{hw2}}{2n} \right) \frac{n}{n-1} \text{ mits } n > 1 \dots\dots\dots(38)$$

Het eerste-orde moment in het midden van de ligger is dan:

$$M_0 = \frac{\ell^2}{\pi^2} \left(\hat{d}_{hw1} + \frac{\hat{d}_{hw2}}{2} \right) a \gamma \dots\dots\dots(39)$$

en de toename van het moment is:

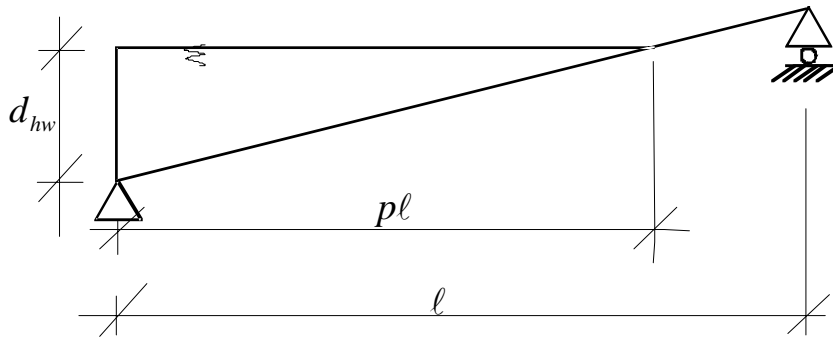
$$\Delta M = \frac{\ell^2}{\pi^2} a \gamma \cdot \hat{\delta}_{eind} \dots\dots\dots(40)$$

zodat:

$$M_{eind} = M_0 + \Delta M \dots\dots\dots(41)$$

3.5 Gedeeltelijke driehoeksbelasting

Indien het dak maar over een deel van de overspanning met water belast wordt, is er sprake van een gedeeltelijke driehoeksbelasting (figuur 2D en figuur 6). Het is dan vrijwel onmogelijk de tweede-orde doorbuigingen analytisch te berekenen, vandaar dat voor een numerieke oplossing gekozen is.



Figuur 6: Gedeeltelijke driehoeksbelasting

De berekeningen zijn gemaakt voor de volgende waarden van p : 0,2; 0,4; 0,6; 0,8 en 1,0. Voor n is achtereenvolgens gekozen: 1; 1,25; 1,5; 2; 4; 6; 8 en 10. Voor de hart-op-hart-afstand van de liggers $a = 1$ m gekozen en voor de overspanning $\ell = 10$ m.

Voor een gegeven d_{hw} en $p\ell$ is het afschot bepaald.

Vergelijking (23) geeft:

$$EI_{cr} = \frac{a\gamma\ell^4}{\pi^4} = \frac{1 \cdot 10 \cdot 10^4}{\pi^4} = 1026,6 \text{ kNm}^2 \dots\dots\dots(42)$$

De coëfficiënt C_m voor berekening van de buigende momenten in de ligger kan bepaald worden uit het numerieke resultaat M_n van het moment in een bepaalde doorsnede van de ligger:

$$M_n = C_m \cdot a\gamma d_{hw} \cdot \ell^2 \dots\dots\dots(43)$$

En dus is:

$$C_m = \frac{M_n}{a\gamma d_{hw} \ell^2} \dots\dots\dots(44)$$

Evenzo kan een coëfficiënt C_u voor berekening van de doorbuiging bepaald worden uit het numerieke resultaat u_n van de doorbuiging op een bepaalde plaats van de ligger. Er geldt:

$$u_n = \frac{Ca\gamma d_{hw} \ell^4}{EI} \dots\dots\dots(45)$$

waarin C een constante is.

Dit kan worden geschreven als:

$$u_n = C_u d_{hw} \dots\dots\dots(46)$$

en dus geldt:

$$C_u = \frac{u_n}{d_{hw}} \dots\dots\dots(47)$$

De berekeningen zijn uitgevoerd voor een willekeurig gekozen afschot van 5%. Bij een afschot groter dan 15% kan de berekening onnauwkeurig worden (zie Bijlage I).

De numerieke berekening is gemaakt met een eindig elementenprogramma door telkens de vervormingen uit te rekenen en de daarbij behorende waterbelasting te bepalen waarna

weer de vervormingen worden bepaald, etc. Er is dus sprake van een iteratieve berekening. De berekening wordt gestopt indien de toename van de vervormingen kleiner is dan 1% [1]. Voor het mechanicamodel is uitgegaan van het model van figuur 7. De buigende momenten en doorbuigingen zijn voor de verschillende gevallen berekend, waarna de coëfficiënten C_m en C_u met behulp van de vergelijkingen (44) en (47) zijn bepaald.

Beschouwd is de eerste orde doorbuiging $\hat{\delta}_0$ waarvoor geldt met vergelijking (47):

$$C_{u;\hat{\delta}_0} = \frac{\hat{\delta}_0}{d_{hw}} \dots\dots\dots(48)$$

Analoog geldt voor de einddoorbuiging:

$$C_{u;\hat{\delta}_{eind}} = \frac{\hat{\delta}_{eind}}{d_{hw}} \dots\dots\dots(49)$$

Tevens is het eerste orde moment beschouwd waarvoor met vergelijking (44) geldt:

$$C_{m;M_0} = \frac{M_0}{a\gamma d_{hw} \ell^2} \dots\dots\dots(50)$$

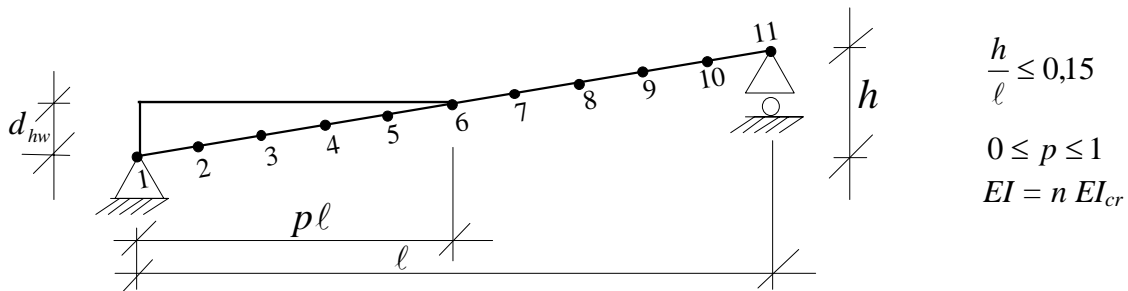
Analoog geldt voor het eindmoment:

$$C_{m;M_{eind}} = \frac{M_{eind}}{a\gamma d_{hw} \ell^2} \dots\dots\dots(51)$$

en voor de toename van het moment:

$$C_{m;\Delta M} = \frac{\Delta M}{a\gamma d_{hw} \ell^2} = \frac{M_{eind} - M_0}{a\gamma d_{hw} \ell^2} = C_{m;M_{eind}} - C_{m;M_0} \dots\dots\dots(52)$$

De coëfficiënten $C_{u;\hat{\delta}_0}$, $C_{u;\hat{\delta}_{eind}}$, $C_{m;\Delta M}$ en $C_{m;M_{eind}}$ zijn weergegeven in tabel 2.



Figuur 7: Mechanicamodel voor de numerieke berekening van buigende momenten en doorbuigingen t.g.v. een gedeeltelijke driehoeksbelasting

In tabel 2 zijn achter de coëfficiënten tussen haken de knoopnummers van figuur 7 weergegeven, die corresponderen met de locatie van de betreffende doorbuiging of het betreffende moment. De exacte locatie is voor ΔM niet bekend; deze is dan ook niet vermeld. De locatie zal echter in de buurt zijn van zowel M_0 als M_{eind} . Voor $n = 1,0$ zijn alleen oplossingen mogelijk bij kleine waarden van p .

De waarden voor $C_{m;M_0}$ zijn onafhankelijk van n en zijn weergegeven in tabel 3.

Tabel 2: Numeriek bepaalde coëfficiënten C_m en C_u voor verschillende waarden van n en p .

p	n	1,0	1,25	1,5	2	4	6	8	10
1,0	$C_{u;\hat{\delta}_0}$	-	0,5039(6)	0,4200(6)	0,3150(6)	0,1573(6)	0,1049(6)	0,0786(6)	0,0629(6)
	$C_{u;\hat{\delta}_{eind}}$	-	2,4009(6)	1,2637(6)	0,6203(6)	0,2089(6)	0,1258(6)	0,0897(6)	0,0700(6)
	$C_{m;\Delta M}$	-	0,2404	0,1246	0,0610	0,0202	0,0123	0,0087	0,0068
	$C_{m;M_{eind}}$	-	0,3044(6)	0,1886(6)	0,1250(6)	0,0842(5)	0,0763(5)	0,0727(5)	0,0708(5)
0,8	$C_{u;\hat{\delta}_0}$	-	0,4116(6)	0,3200(6)	0,2400(6)	0,1200(6)	0,0800(6)	0,0600(6)	0,0480(6)
	$C_{u;\hat{\delta}_{eind}}$	-	1,8094(6)	0,9304(6)	0,4673(6)	0,1589(6)	0,0945(6)	0,0678(6)	0,0529(6)
	$C_{m;\Delta M}$	-	0,1789	0,0906	0,0445	0,0168	0,0087	0,0063	0,0049
	$C_{m;M_{eind}}$	-	0,2294(6)	0,1411(6)	0,0950(5)	0,0658(5)	0,0592(5)	0,0568(5)	0,0554(5)
0,6	$C_{u;\hat{\delta}_0}$	0,3053(6)	0,2442(6)	0,2035(6)	0,1527(6)	0,0763(6)	0,0509(6)	0,0382(6)	0,0305(6)
	$C_{u;\hat{\delta}_{eind}}$	8,4875(6)	0,8805(6)	0,4312(6)	0,2526(6)	0,0907(6)	0,0569(6)	0,0414(6)	0,0326(6)
	$C_{m;\Delta M}$	0,8312	0,0788	0,0348	0,0200	0,0057	0,0036	0,0026	0,0020
	$C_{m;M_{eind}}$	0,8654(6)	0,1130(5)	0,0690(5)	0,0542(5)	0,0399(4)	0,0378(4)	0,0368(4)	0,0362(4)
0,4	$C_{u;\hat{\delta}_0}$	0,1449(5)	0,1159(5)	0,0966(5)	0,0724(5)	0,0362(5)	0,0242(5)	0,0181(5)	0,0145(5)
	$C_{u;\hat{\delta}_{eind}}$	0,2693(5)	0,1805(5)	0,1160(5)	0,0829(5)	0,0386(5)	0,0252(5)	0,0187(5)	0,0149(5)
	$C_{m;\Delta M}$	0,0139	0,0091	0,0037	0,0027	0,0012	0,0008	0,0006	0,0003
	$C_{m;M_{eind}}$	0,0314(4)	0,0266(4)	0,0212(4)	0,0202(4)	0,0187(4)	0,0183(4)	0,0181(4)	0,0178(4)
0,2	$C_{u;\hat{\delta}_0}$	0,0307(5)	0,0246(5)	0,0205(5)	0,0154(5)	0,0077(5)	0,0051(5)	0,0038(5)	0,0031(5)
	$C_{u;\hat{\delta}_{eind}}$	0,0355(5)	0,0284(5)	0,0208(5)	0,0156(5)	0,0077(5)	0,0051(5)	0,0038(5)	0,0031(5)
	$C_{m;\Delta M}$	0,0004	0,0004	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	$C_{m;M_{eind}}$	0,0049(2)	0,0049(2)	0,0046(2)	0,0046(2)	0,0045(2)	0,0045(2)	0,0045(2)	0,0045(2)

Tabel 3: Numeriek bepaalde
coëfficiënten $C_{m;M_0}$ voor
verschillende waarden van p .

p	$C_{m;M_0}$
1,0	0,0640(5)
0,8	0,0505(5)
0,6	0,0342(4)
0,4	0,0175(3)
0,2	0,0045(2)

In tabel 3 zijn achter de coëfficiënten tussen haken weer de knoopnummers van figuur 7 weergegeven, die corresponderen met de locatie van M_0 waarvoor die coëfficiënt geldt.

Voor $p = 1$ worden de numerieke berekeningen, mede ter verificatie van de aanname in paragraaf 3.3, analytisch gecontroleerd.

(NB: Voor dit geval zijn de buigende momenten en doorbuigingen uitgedrukt in d_{hw} , dus niet in \hat{d}_{hw})

Er geldt:

$$M_0 = \frac{\ell^2}{2\pi^2} \hat{q} = \frac{\ell^2}{2\pi^2} \cdot a \gamma \hat{d}_{hw} = \frac{\ell^2}{2\pi^2} \cdot a \gamma \frac{4}{\pi} d_{hw} \dots \dots \dots (53)$$

ofwel:

$$M_0 = 0,0645 a \gamma d_{hw} \ell^2 = C_{m;M_0} a \gamma d_{hw} \ell^2 \dots \dots \dots (54)$$

en dus is:

$$C_{m;M_0} = 0,0645 \dots \dots \dots (55)$$

Er geldt:

$$\hat{\delta}_0 = \frac{\ell^4}{2\pi^4} \frac{\hat{q}}{EI} = \frac{\ell^4}{2\pi^4} \cdot \frac{a \gamma \hat{d}_{hw}}{EI} = \frac{\ell^4}{2\pi^4} \cdot \frac{a \gamma \frac{4}{\pi} \cdot d_{hw}}{n \cdot a \gamma \ell^4} \cdot \pi^4 \dots \dots \dots (56)$$

ofwel:

$$\hat{\delta}_0 = \frac{0,6366 \cdot d_{hw}}{n} = C_{u;\hat{\delta}_0} d_{hw} \dots \dots \dots (57)$$

en dus is:

$$C_{u;\hat{\delta}_0} = \frac{0,6366}{n}$$

Er geldt:

$$\hat{\delta}_{eind} = \hat{\delta}_0 \cdot \frac{n}{n-1} = \frac{0,6366 \cdot d_{hw}}{n} \cdot \frac{n}{n-1} = \frac{0,6366 \cdot d_{hw}}{n-1} = C_{u;\hat{\delta}_{eind}} d_{hw} \dots \dots \dots (58)$$

en dus is:

$$C_{u;\hat{\delta}_{eind}} = \frac{0,6366}{n-1} \dots \dots \dots (59)$$

Voor de toename van het moment geldt:

$$\Delta M = \frac{\ell^2}{\pi^2} a \gamma \hat{\delta}_{eind} = \frac{\ell^2}{\pi^2} a \gamma \frac{0,6366}{n-1} d_{hw} = \frac{0,0645}{n-1} a \gamma d_{hw} \ell^2 = C_{m;\Delta M} a \gamma d_{hw} \ell^2 \dots (60)$$

en dus is:

$$C_{m;\Delta M} = \frac{0,0645}{n-1} \dots (61)$$

Er geldt:

$$\begin{aligned} M_{eind} &= M_0 + \Delta M = \dots \\ &= 0,0645 a \gamma d_{hw} \ell^2 + \frac{0,0645}{n-1} a \gamma d_{hw} \ell^2 = 0,0645 \left(1 + \frac{1}{n-1} \right) a \gamma d_{hw} \ell^2 \dots (62) \end{aligned}$$

ofwel:

$$M_{eind} = C_{m;M_{eind}} a \gamma d_{hw} \ell^2 \dots (63)$$

en dus:

$$C_{m;M_{eind}} = 0,0645 \frac{n}{n-1} \dots (64)$$

De waarden van de afgeleide coëfficiënten voor verschillende waarden van n worden gegeven in tabel 4.

Tabel 4: Analytisch bepaalde coëfficiënten C_m en C_u voor verschillende waarden van n bij $p=1$.

n	1,25	1,5	2	4	6	8	10
$C_{u;\hat{\delta}_0}$	0,5093	0,4244	0,3183	0,1592	0,1061	0,0796	0,0637
$C_{u;\hat{\delta}_{eind}}$	2,5464	1,2732	0,6366	0,2122	0,1273	0,0909	0,0707
$C_{m;\Delta M}$	0,2580	0,1290	0,0645	0,0215	0,0129	0,0092	0,0072
$C_{m;M_{eind}}$	0,3225	0,1935	0,1290	0,0860	0,0774	0,0737	0,0717

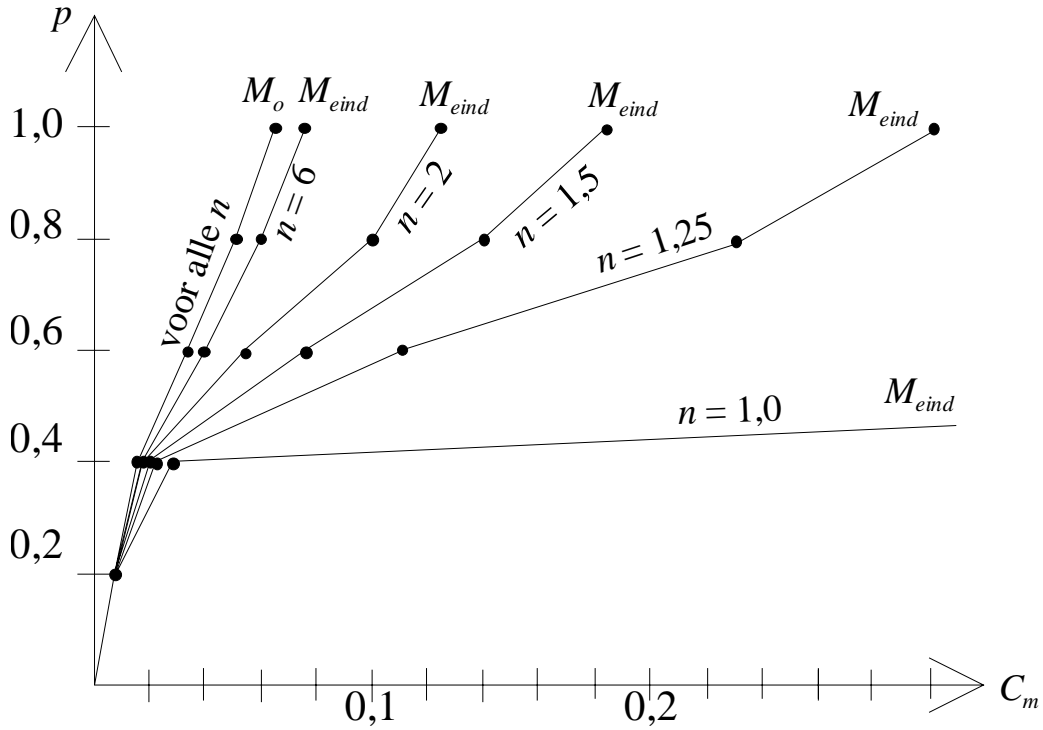
Tabel 4 is direct te vergelijken met het bovenste deel van tabel 2 voor $p=1$. De numeriek bepaalde waarden voor de coëfficiënten komen goed overeen met de analytisch bepaalde waarden. Er zijn kleine verschillen. De verschillen zijn te verklaren doordat bij de numerieke berekeningen:

- een beperkt aantal iteraties is uitgevoerd;
- de belasting niet continu maar discreet is ingevoerd.

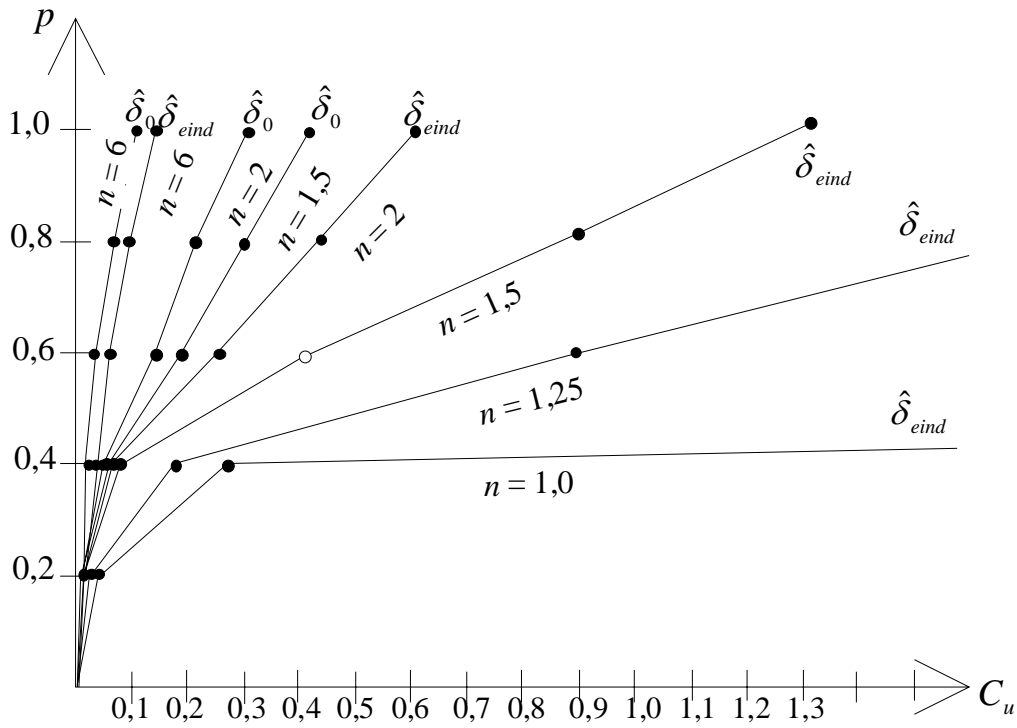
Tevens zijn er kleine verschuivingen in de plaats van het maximale buigende moment.

In figuur 8 en 9 zijn voor een aantal waarden van n , de numerieke waarden van C_m resp. C_u uitgezet tegen p . Uit deze figuren kunnen de volgende conclusies worden getrokken:

- Naarmate de buigstijfheid groter wordt (grotere waarde van n), daalt de waarde van de einddoorbuiging en het eindmoment.
- Voor $1,0 \leq n < 1,5$ geldt dat het moment M_{eind} en de doorbuiging $\hat{\delta}_{eind}$ relatief groot zijn. Vandaar dat voor n wordt aanbevolen $n \geq 1,5$.
- Het eerste orde moment M_0 is (uiteraard) onafhankelijk van de waarde van n .
- Een toename van de breedte van de driehoeksbelasting (grotere waarde van p) leidt tot een toename van de einddoorbuiging en het eindmoment.



Figuur 8: $C_{m;M_0}$ en $C_{m;M_{eind}}$ bij variërende waarden van n en p .



Figuur 9: $C_{u;\hat{\delta}_0}$ en $C_{u;\hat{\delta}_{eind}}$ bij variërende waarden van n en p .

4. Voorbeelden star ondersteunde liggers

4.1 Aannamen bij de voorbeelden

De volgende aannamen worden gedaan voor de te behandelen voorbeelden:

- De h.o.h. afstand van de liggers $a = 5$ m, de overspanning $\ell = 15$ m.
- De dakplaten worden geacht zo stijf te zijn dat ze voldoen aan de vervormingseisen volgens NEN 6702 (1990).
- In de voorbeelden wordt uitgegaan van $\gamma_{f:g} = 1,2$ en $\gamma_{f;q} = 1,3$ (veiligheidsklasse 2, bedrijfsgebouwen). Toepassing van deze belastingfactor betekent dat de geometrie van de belasting niet verandert, maar dat de dichtheid van het water met een factor 1,3 vergroot wordt. In werkelijkheid wordt de overbelasting bepaald bijvoorbeeld door verhoging van de drempel van de noodafvoeren. De gevolgen hiervan worden hierna getoond in de voorbeelden.

- Belastingen:

Eigen gewicht dakplaten + isolatie: $0,2 \text{ kN/m}^2$

Eigen gewicht ligger = $0,7 \text{ kN/m}^1$

$$g_{rep} = 5 \cdot 0,2 + 0,7 = 1,7 \text{ kN/m}$$

Sneeuwbelasting $p_{rep;s} = 5 \cdot 0,8 \cdot 0,7 = 2,8 \text{ kN/m}$

Waterbelasting bij $d_{hw} = 0,1 \text{ m}$ (gekozen waarde):

$$p_{rep;w} = 5 \cdot 0,1 \cdot 10 = 5 \text{ kN/m}$$

$$q_{d;s} = 1,2 \cdot 1,7 + 1,3 \cdot 2,8 = 5,68 \text{ kN/m (permanente belasting en sneeuw)}$$

$$q_{d;w} = 1,2 \cdot 1,7 + 1,3 \cdot 5 = 8,54 \text{ kN/m (permanente belasting en waterbelasting)}$$

$$p_{rep;w} > p_{rep;s}$$

De waterbelasting is maatgevend.

- Bepaling kritieke stijfheid:

$$EI_{cr} = \frac{a \gamma \ell^4}{\pi^4} = \frac{5 \cdot 10 \cdot 15^4}{\pi^4} = 25985 \text{ kNm}^2$$

- Bepaling liggerprofiel:

$$u_{bij} < 0,004\ell = 0,06 \text{ m}$$

In geval van waterbelasting geldt:

$$u_{bij} = \frac{5}{384} \cdot \frac{5 \cdot 15^4}{EI} < 0,06 \text{ m} \rightarrow EI \geq 54932 \text{ kNm}^2$$

Een liggerprofiel IPE 450 voldoet;

$$I = 3,3740 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4; W = 1500 \cdot 10^3 \text{ mm}^3; E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$$

zodat: $EI = 70854 \text{ kNm}^2$

en dus:

$$n = \frac{EI}{EI_{cr}} = 2,73$$

Er moet opgemerkt worden dat deze waarde voor n geldt voor de situatie dat geen rekening is gehouden met wateraccumulatie. De gevonden waarde voor n is dus feitelijk te klein. Het is mogelijk om n te schatten op een manier die wel rekening

houdt met wateraccumulatie. Met behulp van vergelijking (30) $\hat{\delta}_{eind} = \frac{\hat{d}_{hw}}{n-1}$ is een

schatting te maken van n .

Stel:

$$u_{bij} = \hat{\delta}_{eind} \leq 0,004 \ell$$

dan geldt:

$$0,004 \cdot 15 \geq \frac{4}{\pi} \cdot \frac{0,1}{n-1} \rightarrow n-1 \geq 2,12 \rightarrow n \geq 3,12$$

Deze waarde is iets groter dan de waarde voor n behorend bij het gekozen profiel. Om deze waarde te realiseren is een zwaarder profiel nodig. Er geldt:

$$n = \frac{EI}{EI_{cr}} \geq 3,12$$

en met de eerder gevonden waarde voor EI_{cr} geldt dan:

$$EI \geq 3,12 \cdot 25985 = 81073 \text{ kNm}^2$$

Een profiel IPE 500 voldoet hieraan. Wordt er rekening gehouden met wateraccumulatie dan is dus een zwaarder profiel nodig. In de voorbeelden wordt desondanks een profiel IPE 450 aangehouden. Dit betekent dat bij het ontwerp geen rekening is gehouden met wateraccumulatie.

- Voor de bijkomende doorbuiging en de doorbuiging ten gevolge van het eigen gewicht geldt:

$$u_{bij} = \frac{54932}{70854} \cdot 0,06 = 0,046 \text{ m}; u_{on} = \frac{1,7}{5} \cdot 0,046 = 0,0156 \text{ m}$$

- Voor een IPE 450 van staalsoort S235 geldt:

$$M_u = 1500 \cdot 10^3 \cdot 235 = 352,5 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = 352,5 \text{ kNm}$$

- In die gevallen waarbij dat eenvoudig kan is de doorbuiging t.g.v. het eigen gewicht (u_{on}) ook meegenomen in de berekening. Dit kan in de meeste gevallen door te rekenen met $\hat{d}_{hw} + u_{on}$ in plaats van met \hat{d}_{hw} .

Verwaarlozing van u_{on} zal in het algemeen weinig invloed hebben omdat de permanente belasting bij stalen daken gering is ten opzichte van de belasting door het water:

$$\text{Als } \frac{g_{rep}}{p_{rep;w}} = 0,2, \text{ dan } \frac{u_{on}}{u_{bij}} = 0,2; \text{ indien } u_{bij} = 0,004 \ell \text{ dan is } u_{on} = 0,0008 \ell = \frac{\ell}{1250}$$

4.2 Voorbeelden

Voorbeeld 1. Basis-belastinggeval A.

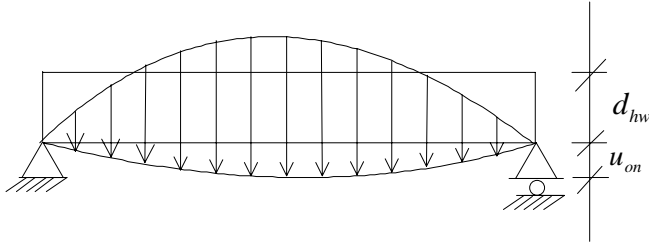
In dit voorbeeld wordt basis-belastinggeval A, gelijkmatig verdeelde belasting, beschouwd (figuur 10). De volgende waarden zijn (ten dele) ontleend aan paragraaf 4.1:

$$d_{hw} = 0,1 \text{ m};$$

$$n = 2,73;$$

$$u_{on} = 0,0156 \text{ m};$$

$$a = 5 \text{ m};$$



Figuur 10: Voorbeeld 1 – basis-belastinggeval A.

$$\ell = 15 \text{ m.}$$

Vergelijking (8) geeft aangevuld met de doorbuiging ten gevolge van de permanente belasting:

$$\hat{d}_{hw} = \frac{4}{\pi} \cdot d_{hw} + u_{on} = \frac{4}{\pi} 0,1 + 0,0156 = 0,143 \text{ m}$$

Vergelijking (30) geeft:

$$\hat{\delta}_{eind} = \frac{\hat{d}_{hw}}{n-1} = \frac{0,143}{1,73} = 0,083 > 0,004\ell$$

en vergelijking (31) geeft:

$$\Delta M = \frac{\ell^2}{\pi^2} a \gamma \hat{\delta}_{eind} = \frac{15^2}{\pi^2} \cdot 5 \cdot 10 \cdot 0,083 = 94,6 \text{ kNm}$$

Er geldt:

$$M_0 = \frac{1}{8} \cdot 5 \cdot 15^2 = 140,6 \text{ kNm}$$

$$M_g = \frac{1}{8} \cdot 1,7 \cdot 15^2 = 47,8 \text{ kNm}$$

en daarmee wordt gevonden:

$$M_d = \gamma_{f:g} \cdot M_g + \gamma_{f;q} (M_0 + \Delta M)$$

ofwel:

$$M_d = 1,2 \cdot 47,8 + 1,3(140,6 + 94,6) = 363,1 \text{ kNm} > M_u = 352,5 \text{ kNm.}$$

M_d is iets groter dan $M_u = 352,5 \text{ kNm}$, waardoor de ligger net niet voldoet.

Voorbeeld 2. Basis-belastinggeval B.

In dit voorbeeld wordt basis-belastinggeval B, driehoeksbelasting, beschouwd (figuur 11). De volgende waarden zijn (ten dele) ontleend aan paragraaf 4.1:

$$d_{hw} = 0,2 \text{ m;}$$

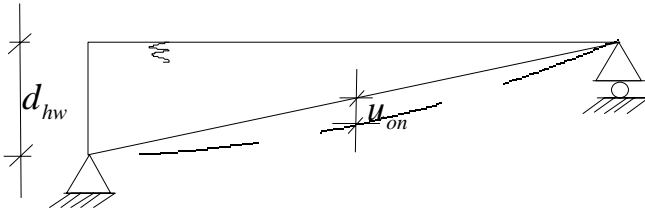
$$n = 2,73;$$

$$u_{on} = 0,0156 \text{ m;}$$

$$a = 5 \text{ m;}$$

$$\ell = 15 \text{ m;}$$

$$\text{afschot } 1,33\% (= d_{hw} / \ell)$$



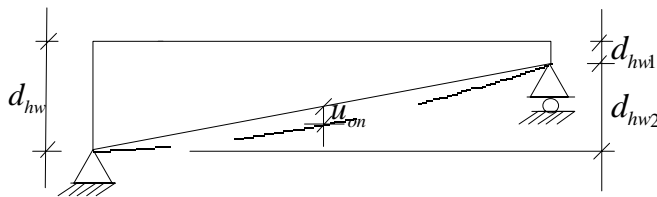
Figuur 11: Voorbeeld 2 – basis-belastinggeval B.

Voorbeeld 2 is in principe hetzelfde als voorbeeld 1. De gelijkmatig verdeelde belasting is vervangen door een driehoeksbelasting die in de middendoorsnede hetzelfde moment oplevert, aangezien d_{hw} twee keer zo groot is genomen als bij voorbeeld 1. Dus ook in dit geval voldoet het gekozen liggeprofiel net niet.

Stel nu dat de waterhoogte ter plaatse van de noodafvoer d_{hw} in geringe mate toeneemt, bijvoorbeeld door onnauwkeurigheid in de uitvoering van de drempelhoogte. In dat geval wijzigt de geometrie van de belasting en gaat basis-belastinggeval B over in basis-belastinggeval C.

Bij het nu te berekenen basis-belastinggeval C (zie paragraaf 3.4) van een trapeziumvormige belasting (figuur 12) wordt uitgegaan van de volgende waarden:

$d_{hw} = 0,25$ m;
 $d_{hw1} = 0,05$ m;
 $d_{hw2} = 0,20$ m;
 $n = 2,73$;
 $u_{on} = 0,0156$ m
 $a = 5$ m;
 $\ell = 15$ m;
 afschot 1,33%.



Figuur 12: Voorbeeld 2 – basis-belastinggeval C.

Nu geldt:

$$\hat{d}_{hw1} = \frac{4}{\pi} d_{hw1} + u_{on} = \frac{4}{\pi} \cdot 0,05 + 0,0156 = 0,079 \text{ m}$$

en

$$\hat{d}_{hw2} = \frac{4}{\pi} d_{hw2} = \frac{4}{\pi} \cdot 0,20 = 0,255 \text{ m}$$

Vergelijking (38) geeft:

$$\hat{\delta}_{eind} = \left(\frac{\hat{d}_{hw1}}{n} + \frac{\hat{d}_{hw2}}{2n} \right) \frac{n}{n-1} = \left(\frac{0,079}{2,73} + \frac{0,255}{2 \cdot 2,73} \right) \frac{2,73}{1,73} = 0,119 \text{ m}$$

Vergelijking (40) geeft:

$$\Delta M = \frac{\ell^2}{\pi^2} a \gamma \hat{\delta}_{eind} = \frac{15^2}{\pi^2} \cdot 5 \cdot 10 \cdot 0,119 = 135,64 \text{ kNm}$$

Met:

$$M_o = \frac{1}{8} \cdot \left(d_{hw1} + \frac{d_{hw2}}{2} \right) a \cdot \gamma \cdot \ell^2 = \frac{1}{8} \left(0,05 + \frac{0,20}{2} \right) 5 \cdot 10 \cdot 15^2 = 210,9 \text{ kNm}$$

en:

$$M_g = 47,8 \text{ kNm (zie voorbeeld 1)}$$

en met $\gamma_{f;g} = 1,2$ en $\gamma_{f;q} = 1,3$ wordt dan gevonden:

$$M_d = \gamma_{f;g} M_g + \gamma_{f;q} (M_o + \Delta M) = 1,2 \cdot 47,8 + 1,3 \cdot (210,9 + 135,6) = 507,8 \text{ kNm}$$

En dus:

$$M_d = 507,8 \text{ kNm} > M_u = 352,5 \text{ kNm.}$$

De ligger voldoet niet en zal waarschijnlijk bezwijken door de waterbelasting. Een kleine verhoging van de waterstand boven de drempel van de noodafvoer geeft dus al aanleiding tot bezwijken.

Voorbeeld 3. Basis-belastinggeval D.

In dit voorbeeld wordt basis-belastinggeval D, de gedeeltelijke driehoeksbelasting, beschouwd (figuur 13). De volgende waarden zijn (ten dele) ontleend aan paragraaf 4.1:

$$d_{hw} = 0,24 \text{ m;}$$

$$n = 2,73;$$

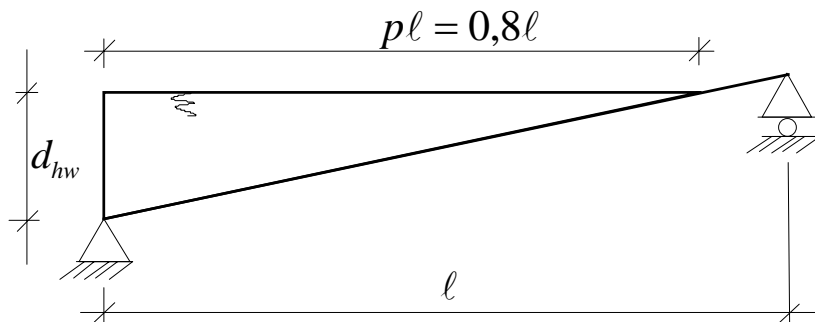
$$u_{on} = 0,0156 \text{ m;}$$

$$a = 5 \text{ m;}$$

$$\ell = 15 \text{ m;}$$

$$\text{afschot } 2\% (= d_{hw} / \ell);$$

$$p = 0,8$$



Figuur 13: Voorbeeld 3 – basis-belastinggeval D.

De belasting door u_{on} zal verder in de berekening niet worden meegenomen.

De coëfficiënten C_m en C_u zijn uit tabel 2 te bepalen door lineair te interpoleren.

Voor de vervormingen geldt:

$$\hat{\delta}_0 = 0,1962 \cdot 0,24 = 0,0471 \text{ m}$$

$$\hat{\delta}_{eind} = 0,3547 \cdot 0,24 = 0,0851 \text{ m} > 0,004\ell$$

Voor de momenten geldt:

$$M_0 = 0,0505 \cdot 5 \cdot 10 \cdot 0,24 \cdot 225 = 136,35 \text{ kNm}$$

$$M_{eind} = 0,085 \cdot 5 \cdot 10 \cdot 0,24 \cdot 225 = 229,5 \text{ kNm}$$

en dus:

$$M_d = \gamma_{f:g} \cdot M_g + \gamma_{f;q} \cdot M_{eind} = 1,2 \cdot 47,8 + 1,3 \cdot 229,5 = 355,7 \text{ kNm}$$

En dus:

$$M_d = 355,7 \text{ kNm} > M_u = 352,5 \text{ kNm}$$

M_d is dus net iets groter dan M_u .

Stel nu dat d_{hw} toeneemt tot 0,3 m, een toename van 25%, dan geldt $p = 1,0$.

De bijbehorende waarden voor $\hat{\delta}_0$; $\hat{\delta}_{eind}$, M_0 en M_{eind} zijn dan als volgt:

$$\hat{\delta}_0 = 0,257 \cdot 0,30 = 0,077 \text{ m}$$

$$\hat{\delta}_{eind} = 0,470 \cdot 0,30 = 0,141 \text{ m}$$

$$M_0 = 0,0640 \cdot 5 \cdot 10 \cdot 0,30 \cdot 225 = 216,0 \text{ kNm}$$

$$M_{eind} = 0,110 \cdot 5 \cdot 10 \cdot 0,30 \cdot 225 = 371,3 \text{ kNm}$$

en dus:

$$M_d = \gamma_{f:g} \cdot M_g + \gamma_{f;q} \cdot M_{eind} = 1,2 \times 47,8 + 1,3 \times 371,3 = 540,1 \text{ kNm}$$

En dus is:

$$M_d = 540,1 \text{ kNm} > M_u = 352,5 \text{ kNm}$$

Het moment is flink toegenomen. De ligger voldoet niet en zal waarschijnlijk bezwijken.

Voorbeeld 4.

Bij daken waarbij geen rekening gehouden is met waterbelasting is het goed mogelijk om

aan de voorschriften te voldoen met zeer lage waarden van $n = \frac{EI}{EI_{cr}}$.

Er bestaat dan echter een reële kans op bezwijken door wateraccumulatie, zonder dat dit door de ontwerper wordt onderkend. Dit blijkt uit het volgende rekenvoorbeeld.

Stel er is alleen gerekend met een sneeuwbelasting $p_{rep;s} = 0,8 \cdot 0,7 = 0,56 \text{ kN/m}^2$.

Dit komt overeen met een waterhoogte $d_{hw} = 0,056 \text{ m}$. Dan moet gelden:

$$u_{bij} = \frac{4 d_{hw}}{\pi n} < 0,004\ell \dots\dots\dots(65)$$

zodat:

$$u_{bij} = \frac{0,0713}{n} < 0,004\ell$$

ofwel:

$$n\ell \geq 17,82$$

Voor $\ell = 15$ m wordt al vanaf $n = 1,2$ voldaan aan de doorbuigingseis van NEN 6702 (1990), zonder dat sprake is van een veilige constructie.

4.3 Conclusies bij de voorbeelden

Uit de voorbeelden kunnen de volgende conclusies worden getrokken:

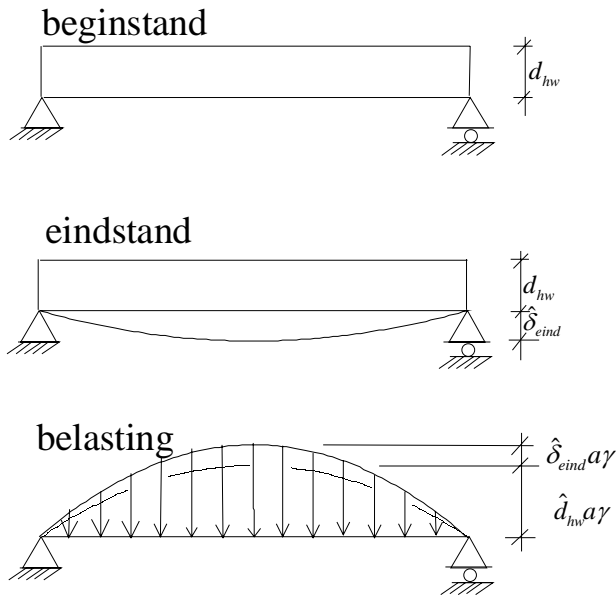
- Uit paragraaf 4.1 blijkt dat op eenvoudige wijze bij het ontwerp rekening kan worden gehouden met belasting door wateraccumulatie. Wordt dat niet gedaan, dan wordt een te lichte dakligger ontworpen die, zoals uit de voorbeelden 1 tot en met 3 blijkt, dan ook niet voldoet en zelfs kan bezwijken.
- Uit voorbeeld 2 blijkt dat de nauwkeurigheid in de uitvoering van de drempelhoogte van de noodafvoeren een grote invloed heeft op de waterbelasting en dat een kleine afwijking in de drempelhoogte aanleiding kan geven tot bezwijken. Dit komt mede doordat de hogere waterstand ter plaatse van de dakrand leidt tot een ander basisbelastinggeval.
- Ook uit voorbeeld 3 blijkt dat een verhoging van de waterstand ter plaatse van de dakrand aanleiding kan geven tot bezwijken. Andermaal is daarmee aangetoond dat de drempelhoogte van de noodafvoeren vraagt om een nauwkeurige uitvoering.
- Uit voorbeeld 4 blijkt dat met name bij grote overspanningen met een lage waarde van n aan de voorschriften kan worden voldaan, zonder dat er sprake is van een veilige constructie met betrekking tot wateraccumulatie.

In hoofdstuk 7 wordt de gevoeligheid van dakconstructies voor bouwfouten (afschot, drempelhoogte noodafvoeren) met betrekking tot wateraccumulatie uitgebreider geanalyseerd.

5. Verend ondersteunde liggers

5.1 Algemeen

Voor verend ondersteunde liggers geeft NEN 6702 (1990) aan dat gebruik kan worden gemaakt van een iteratiemethode om de waterbelasting vast te stellen. Dat is niet nodig omdat de totale doorbuigingen van hoofdligger en gording direct berekend kunnen worden uit een stelsel vergelijkingen. Dat stelsel wordt hierna afgeleid. Er wordt daarbij gebruik gemaakt van basis-belastinggeval A (zie paragraaf 3.2), zoals weergegeven in figuur 14.



Figuur 14: Basisbelastinggeval A – vervorming en belasting

Uit vergelijking (30) volgt:

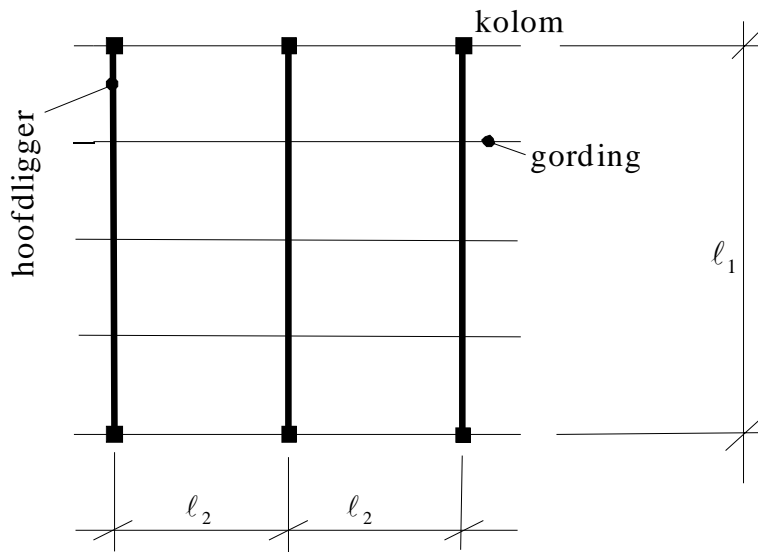
$$n \hat{\delta}_{eind} = \hat{d}_{hw} + \hat{\delta}_{eind} \dots \dots \dots (66)$$

Dit betekent dat de totale waterhoogte (in dit geval de amplitude van de vervangende waterhoogte op het dak plus de einddoorbuiging) gelijk is aan n keer de einddoorbuiging.

5.2 Afleiding stelsel van vergelijkingen

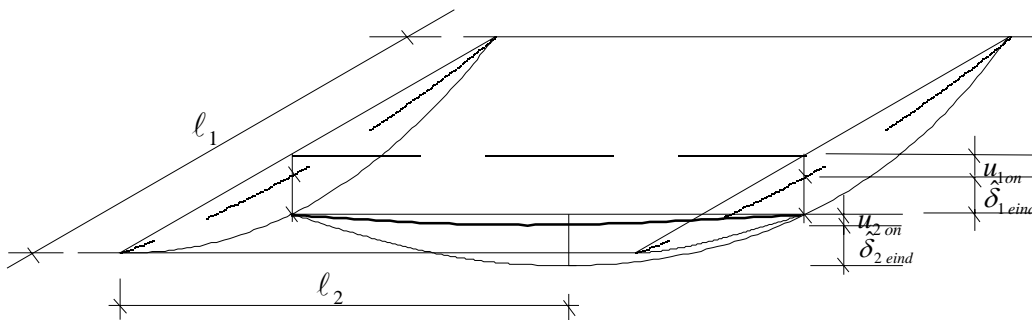
De afleiding van het stelsel van vergelijkingen berust op een analyse van de vervormingen van hoofdligger en gordingen. De belastingen zijn gekoppeld aan de vervormingen.

In figuur 15 is de plattegrond van de constructie getekend. Alle eenheden behorende bij de hoofdligger krijgen de index 1; die bij de gordingen de index 2.



Figuur 15: Plattegrond van een dakconstructie van gordingen op hoofdliggers.

De vervormingen van de dakplaten zijn verwaarloosd omdat die in het algemeen zeer stijf zijn en dus weinig invloed hebben. In figuur 16 zijn in een scheve projectie van het dakvlak de vervormingen weergegeven.

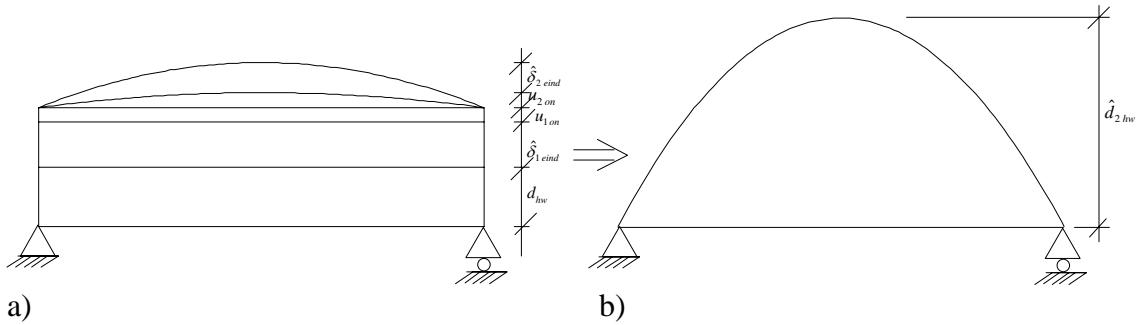


Figuur 16: Vervormingen dakvlak.

Uit de vervormingen zijn de waterhoogten op de gordingen en de hoofdligger te bepalen. Omdat alle belastingen worden getransformeerd naar sinusvormige belastingen, worden de waterhoogtes vertaald in amplitudes van de equivalente sinusvormige waterhoogte.

5.2.1 Belasting gordingen

De vervormingen van de gordingen en daarmee de waterhoogten boven de gordingen zijn weergegeven in figuur 17a.



a) b) **Figuur 17: Waterhoogten boven de gordingen en equivalente sinusvormige waterhoogte.**

Voor de maximale amplitude van de equivalente sinusvormige waterhoogte op de gordingen (figuur 17b), exclusief de invloed van de einddoorbuiging van de gording zelf, geldt:

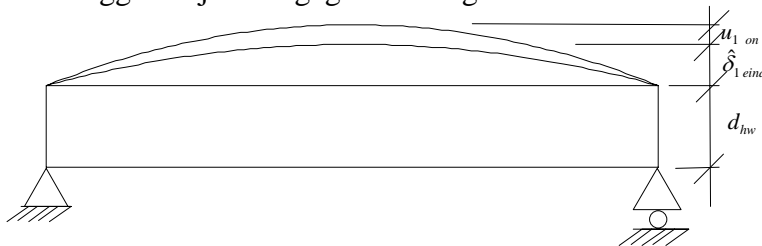
$$\hat{d}_{2hw} = \frac{4}{\pi} \cdot (d_{hw} + \hat{\delta}_{1eind} + u_{1on}) + u_{2on} \dots\dots\dots(67)$$

en de totale belasting op de gordingen is dan:

$$\hat{q}_2 = a\gamma(\hat{d}_{2hw} + \hat{\delta}_{2eind}) \dots\dots\dots(68)$$

5.2.2 Belasting hoofdliggers

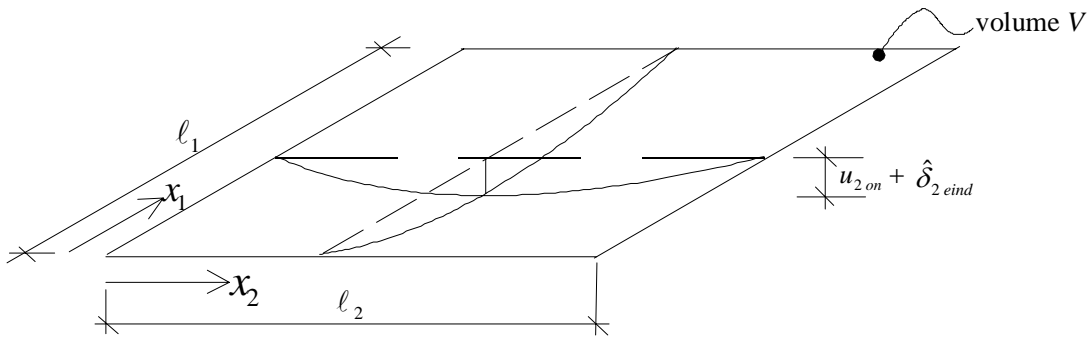
De vervormingen van de hoofdliggers en daarmee de waterhoogten boven de hoofdliggers zijn weergegeven in figuur 18.



Figuur 18: Waterhoogten boven de hoofdliggers.

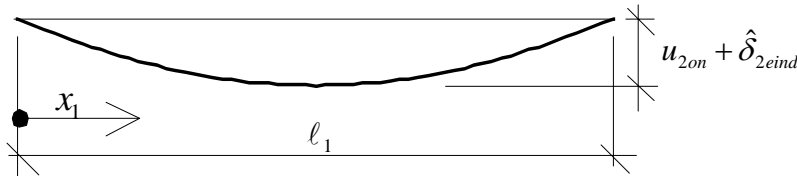
Hieraan moet de bijdrage door de doorbuiging van de gordingen $(u_{2on} + \hat{\delta}_{2eind})$ nog worden toegevoegd.

De doorbuiging van de gordingen levert een volume water V onder het vlak $l_1 \cdot l_2$ in figuur 19.



Figuur 19: Bijdrage aan de doorbuiging van de hoofdliggers door de doorbuiging $(u_{2on} + \hat{\delta}_{2eind})$ van de gordingen.

Het volume V is eenvoudig te bepalen door tweemaal te integreren. Eerst volgt integratie in ℓ_1 -richting (figuur 20).



Figuur 20: Integratie in ℓ_1 -richting.

Er geldt:

$$\int_0^{\ell_1} (u_{2on} + \hat{\delta}_{2eind}) \sin \frac{\pi x_2}{\ell_2} \cdot \sin \frac{\pi x_1}{\ell_1} dx_1 = \frac{2\ell_1}{\pi} \cdot (u_{2on} + \hat{\delta}_{2eind}) \cdot \sin \frac{\pi x_2}{\ell_2} \dots\dots\dots(69)$$

Vervolgens wordt geïntegreerd in ℓ_2 -richting en dat geeft voor volume V :

$$V = \int_0^{\ell_2} \frac{2\ell_1}{\pi} (u_{2on} + \hat{\delta}_{2eind}) \cdot \sin \frac{\pi x_2}{\ell_2} dx_2 = \frac{4\ell_1\ell_2}{\pi^2} (u_{2on} + \hat{\delta}_{2eind}) \dots\dots\dots(70)$$

Indien het watervolume V gelijkmatig verdeeld over oppervlak $\ell_1 \cdot \ell_2$ wordt aangenomen dan geldt voor de gemiddelde waterhoogte h_{gem} :

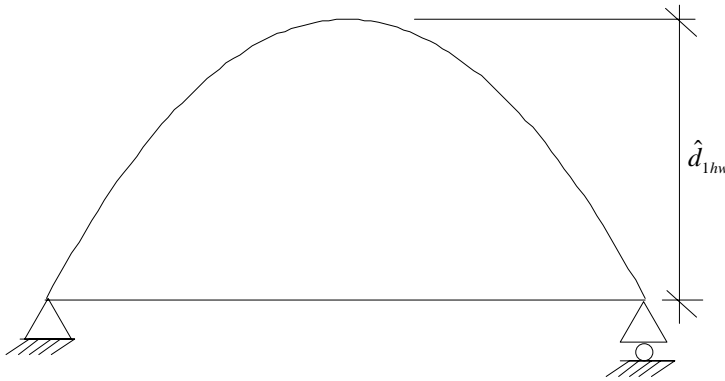
$$h_{gem} = \frac{V}{\ell_1 \ell_2} \dots\dots\dots(71)$$

Met vergelijking (70) geldt nu:

$$h_{gem} = \frac{4}{\pi^2} \cdot (u_{2on} + \hat{\delta}_{2eind}) \dots\dots\dots(72)$$

De belasting transformeren naar een sinusvormige belasting geeft de volgende vergelijking voor de amplitude van de gemiddelde waterhoogte:

$$\hat{h}_{gem} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{4}{\pi^2} \cdot (u_{2on} + \hat{\delta}_{2eind}) \approx 0,5(u_{2on} + \hat{\delta}_{2eind}) \dots\dots\dots(73)$$



Figuur 21: Equivalente sinusvormige waterhoogte op de hoofdliggers.

Voor de amplitude van de equivalente sinusvormige waterhoogte op de hoofdliggers (figuur 21), exclusief de invloed van de einddoorbuiging van de hoofdligger zelf, geldt:

$$\hat{d}_{1hw} = \frac{4}{\pi} d_{hw} + u_{1on} + 0,5(u_{2on} + \hat{\delta}_{2eind}) \dots \dots \dots (74)$$

en de totale belasting op de hoofdliggers is dan:

$$\hat{q}_1 = a\gamma(\hat{d}_{1hw} + \hat{\delta}_{1eind}) \dots \dots \dots (75)$$

5.2.3 Stelsel vergelijkingen

Voor de hoofdliggers levert toepassing van vergelijking (66) de volgende vergelijking op:

$$n_1 \hat{\delta}_{1eind} = \frac{4}{\pi} d_{hw} + u_{1on} + 0,5(u_{2on} + \hat{\delta}_{2eind}) + \hat{\delta}_{1eind} \dots \dots \dots (76)$$

In dit geval is dus:

$$\hat{d}_{1hw} = \frac{4}{\pi} d_{hw} + u_{1on} + 0,5(u_{2on} + \hat{\delta}_{2eind}) \dots \dots \dots (77)$$

Als de buigstijfheid van de gordingen oneindig is en dus $EI_2 = \infty$ dan is $u_{2on} = \hat{\delta}_{2eind} = 0$, waarmee de vergelijking voor de star ondersteunde ligger (hoofdligger) wordt verkregen:

$$\hat{d}_{1hw} = \frac{4}{\pi} d_{hw} + u_{1on} \dots \dots \dots (78)$$

Analoog levert toepassing van vergelijking (66) voor de gording de volgende vergelijking op:

$$n_2 \hat{\delta}_{2eind} = \frac{4}{\pi} (d_{hw} + \hat{\delta}_{1eind} + u_{1on}) + u_{2on} + \hat{\delta}_{2eind} \dots \dots \dots (79)$$

In dit geval is dus:

$$\hat{d}_{2hw} = \frac{4}{\pi} (d_{hw} + \hat{\delta}_{1eind} + u_{1on}) + u_{2on} \dots \dots \dots (80)$$

Als nu de buigstijfheid van de hoofdliggers oneindig groot is en dus $EI_1 = \infty$ dan wordt met $u_{1on} = \hat{\delta}_{1eind} = 0$ weer de vergelijking voor de star ondersteunde ligger (gording) verkregen:

$$\hat{d}_{2hw} = \frac{4}{\pi} d_{hw} + u_{2on} \dots \dots \dots (81)$$

Uit het stelsel van vergelijkingen dat wordt gevormd door de vergelijkingen (76) en (79) zijn $\hat{\delta}_{1\text{ eind}}$ en $\hat{\delta}_{2\text{ eind}}$ te berekenen voor een bepaalde waarde van n_1 en n_2 .

Ook is met dit stelsel van vergelijkingen een schatting van de waarden van n_1 en n_2 te maken op basis van een maximale waarde van $\hat{\delta}_{1\text{ eind}}$ respectievelijk $\hat{\delta}_{2\text{ eind}}$ conform NEN 6702 (1990).

De toepassing van het stelsel vergelijkingen wordt in het volgende hoofdstuk geïllustreerd aan de hand van een voorbeeld.

6. Voorbeeld verend ondersteunde ligger

6.1 Inleiding

Bij het ontwerpen van een dakconstructie op wateraccumulatie kan gebruik worden gemaakt van de in hoofdstuk 5 afgeleide vergelijkingen (76) en (79) om de waarde van n_1 en n_2 te berekenen.

De waarden van u_{1on} en u_{2on} zullen klein zijn ten opzichte van $\hat{\delta}_{1\text{ eind}}$ respectievelijk $\hat{\delta}_{2\text{ eind}}$ en deze worden in eerste benadering gelijk aan nul gesteld.

Aan $\hat{\delta}_{1\text{ eind}}$ en $\hat{\delta}_{2\text{ eind}}$ worden eisen gesteld in de voorschriften, te weten:

$$u_{bij} < 0,004\ell \dots\dots\dots(82)$$

De waarde van d_{hw} is afhankelijk van het ontwerp van het dak en daarmee bepaald. Met deze gegevens zijn n_1 en n_2 te schatten.

Vooraf is dan bekend of de constructie bij benadering aan de doorbuigingseis van NEN 6702 (1990) voldoet; de sterkte moet echter nog gecontroleerd worden.

Bij de controleberekeningen op sterkte wordt impliciet rekening gehouden met interactie tussen gordingen en hoofdliggers en met wateraccumulatie. Onder interactie wordt verstaan dat de vervormingen van hoofdliggers en gordingen gezamenlijk worden beschouwd. Ook wordt nagegaan wat de invloed van interactie en wateraccumulatie is door vergelijkende berekeningen uit te voeren. Daartoe worden controleberekeningen uitgevoerd voor de volgende situaties:

- wel interactie en wel wateraccumulatie;
- geen interactie en wel wateraccumulatie;
- geen interactie en geen wateraccumulatie.

6.2 Voorbeeld

6.2.1 Constructie

De constructie zoals getekend in figuur 22 wordt berekend. De hoofdliggers liggen hart-op-hart 10 m en de gordingen liggen hart-op-hart 5 m. De waterhoogte ter plaatse van de dakrand is $d_{hw}=0,15$ m.

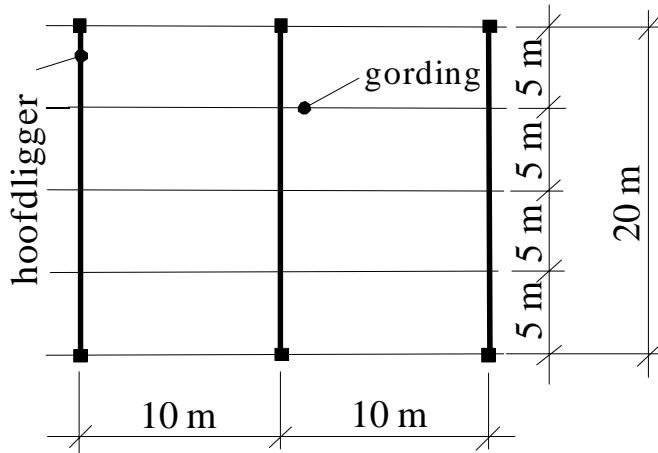
6.2.2 Wel interactie en wel wateraccumulatie – ontwerp

Allereerst worden de waarden van n_1 en n_2 geschat op basis van een limietwaarde van $\hat{\delta}_{1\text{ eind}}$ en $\hat{\delta}_{2\text{ eind}}$.

Volgens NEN 6702 (1990) moet in de bruikbaarheidsgrenstoestand (en dus is $\gamma_f = 1$) gelden $u_{bij} \leq 0,004\ell$. Voor de hoofdliggers en de gordingen geldt dan respectievelijk

$$\hat{\delta}_{1\text{ eind}} \leq 0,08 \text{ m en } \hat{\delta}_{2\text{ eind}} \leq 0,04 \text{ m}.$$

Invullen in de vergelijkingen (76) en (79) van paragraaf 5.2.3 geeft:



Figuur 22: Beschouwde dakconstructie.

- met vergelijking (76): $n_1 \cdot 0,08 = \frac{4}{\pi} \cdot 0,15 + 0,08 + 0,5 \cdot 0,04 \rightarrow n_1 = 3,64$;
- met vergelijking (79): $n_2 \cdot 0,04 = \frac{4}{\pi} \cdot (0,15 + 0,08) + 0,04 \rightarrow n_2 = 8,32$.

Vervolgens worden de exacte waarden van n_1 en n_2 bepaald op basis van een gekozen profiel voor de hoofdlijgers en de gordingen. De keuze van de profielen volgt nu eerst. Met vergelijking (23) wordt voor de hoofdlijgers gevonden:

$$EI_{1cr} = \frac{a \gamma \ell^4}{\pi^4} = \frac{10 \cdot 10 \cdot 20^4}{\pi^4} = 164256 \text{ kNm}^2.$$

Voor de gordingen geldt:

$$EI_{2cr} = \frac{a \gamma \ell^4}{\pi^4} = \frac{5 \cdot 10 \cdot 10^4}{\pi^4} = 5133 \text{ kNm}^2.$$

Met vergelijking (24) wordt voor de benodigde buigstijfheid van de hoofdlijgers gevonden:

$$EI_1 = n_1 EI_{1cr} = 3,64 \cdot 164256 = 597892 \text{ kNm}^2$$

en voor de gordingen geldt:

$$EI_2 = n_2 EI_{2cr} = 8,32 \cdot 5133 = 42707 \text{ kNm}^2$$

Met $E = 2,1 \cdot 10^8 \text{ kN/m}^2$ volgt voor de hoofdlijger een benodigd traagheidsmoment van $I_1 = 28,4711 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$ en voor de gordingen $I_2 = 2,0337 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$.

Op grond hiervan wordt voor de hoofdlijgers een HE800A profiel gekozen met $I_1 = 30,344 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$ en $W_1 = 7680 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$. Het eigen gewicht bedraagt 2,24 kN/m.

Voor dit profiel geldt $EI_1 = 2,1 \cdot 10^8 \times 30,344 \cdot 10^{-4} = 637224 \text{ kNm}^2$ en dus geldt

$$n_1 = \frac{EI_1}{EI_{1cr}} = 3,88.$$

Voor de gordingen wordt een IPE400 gekozen met $I_2 = 2,313 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$ en

$W_2 = 1160 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$. Het eigen gewicht bedraagt 0,663 kN/m. Voor dit profiel geldt

$$EI_2 = 2,1 \cdot 10^8 \times 2,313 \cdot 10^{-4} = 48573 \text{ kNm}^2 \text{ en dus geldt}$$

$$n_2 = \frac{EI_2}{EI_{2cr}} = 9,46.$$

De definitieve waarden van n_1 en n_2 zijn nu bekend.

6.2.3 Wel interactie en wel wateraccumulatie – berekening

Voor de berekening van $\hat{\delta}_{1\text{ eind}}$ en $\hat{\delta}_{2\text{ eind}}$ worden eerst u_{1on} en u_{2on} bepaald.

Het eigen gewicht van de dakplaten plus de isolatie en dakbedekking is $0,2 \text{ kN/m}^2$. Nu volgt voor de hoofdliggers en de gordingen respectievelijk

$$g_{1;rep} = 10 \cdot 0,2 + 2,24 + \frac{0,663 \cdot 10}{5} = 5,566 \text{ kN/m}$$

en

$$g_{2;rep} = 5 \cdot 0,2 + 0,663 = 1,663 \text{ kN/m.}$$

En daarmee geldt:

$$u_{1on} = \frac{5}{384} \cdot \frac{5,566 \cdot 20^4}{637224} = 0,0182 \text{ m}$$

en

$$u_{2on} = \frac{5}{384} \cdot \frac{1,663 \cdot 10^4}{48573} = 0,0045 \text{ m.}$$

Invullen in het stelsel vergelijkingen (76) en (79) van paragraaf 5.2.3 geeft:

$$3,88 \hat{\delta}_{1\text{ eind}} = \frac{4}{\pi} \cdot 0,15 + 0,0182 + 0,5(0,0045 + \hat{\delta}_{2\text{ eind}}) + \hat{\delta}_{1\text{ eind}}$$

$$9,46 \hat{\delta}_{2\text{ eind}} = \frac{4}{\pi} (0,15 + \hat{\delta}_{1\text{ eind}} + 0,0182) + 0,0045 + \hat{\delta}_{2\text{ eind}}$$

ofwel:

$$2,88 \hat{\delta}_{1\text{ eind}} - 0,5 \hat{\delta}_{2\text{ eind}} = 0,21143$$

$$-1,273 \hat{\delta}_{1\text{ eind}} + 8,46 \hat{\delta}_{2\text{ eind}} = 0,21866$$

Uit deze twee vergelijkingen volgt:

$$\hat{\delta}_{1\text{ eind}} = 0,08000 \text{ m}$$

$$\hat{\delta}_{2\text{ eind}} = 0,03788 \text{ m}$$

De maximale amplitude van de equivalente sinusvormige waterhoogte op de hoofdligger is nu te bepalen met vergelijking (76):

$$n_1 \hat{\delta}_{1\text{ eind}} = \frac{4}{\pi} d_{hw} + u_{1on} + 0,5(u_{2on} + \hat{\delta}_{2\text{ eind}}) + \hat{\delta}_{1\text{ eind}} = \hat{d}_{1hw} + \hat{\delta}_{1\text{ eind}}$$

ofwel

$$\hat{d}_{1hw} + \hat{\delta}_{1\text{ eind}} = n_1 \hat{\delta}_{1\text{ eind}} = 3,88 \cdot 0,08000 = 0,310 \text{ m}$$

De maximale amplitude van de equivalente sinusvormige waterhoogte op de gording is te bepalen met vergelijking (79). Er geldt:

$$\hat{d}_{2hw} + \hat{\delta}_{2eind} = n_2 \hat{\delta}_{2eind} = 9,46 \cdot 0,03788 = 0,358 \text{ m}$$

Voor het moment in de hoofdligger geldt in de uiterste grenstoestand:

$$M_{1,d} = M_{1,g} \cdot \gamma_{f;g} + M_{1,q} \gamma_{f;q} \rightarrow$$

$$M_{1,d} = \frac{1}{8} \cdot g_{1;rep} \cdot \ell_1^2 \cdot \gamma_{f;g} + \frac{\ell_1^2}{\pi^2} \cdot a \gamma (\hat{d}_{1hw} + \hat{\delta}_{1eind}) \cdot \gamma_{f;q} \rightarrow$$

$$M_{1,d} = \frac{1}{8} \cdot 5,566 \cdot 20^2 \cdot 1,2 + \frac{20^2}{\pi^2} \cdot 10 \cdot 10 \cdot 0,310 \cdot 1,3 \rightarrow$$

$$M_{1,d} = 333,9 + 1633,3 = 1967,2 \text{ kNm}$$

Voor de spanning in de hoofdligger ten gevolge van dit moment geldt:

$$\sigma_1 = \frac{1967,2 \cdot 10^6}{7680 \cdot 10^3} = 256 \text{ N/mm}^2 > f_{yd} = 235 \text{ N/mm}^2$$

Voor het moment in de gording geldt:

$$M_{2,d} = M_{2,g} \cdot \gamma_{f;g} + M_{2,q} \gamma_{f;q} \rightarrow$$

$$M_{2,d} = \frac{1}{8} \cdot g_{2;rep} \cdot \ell_2^2 \cdot \gamma_{f;g} + \frac{\ell_2^2}{\pi^2} \cdot a \gamma (\hat{d}_{2hw} + \hat{\delta}_{2eind}) \cdot \gamma_{f;q} \rightarrow$$

$$M_{2,d} = \frac{1}{8} \cdot 1,663 \cdot 10^2 \cdot 1,2 + \frac{10^2}{\pi^2} \cdot 5 \cdot 10 \cdot 0,358 \cdot 1,3 \rightarrow$$

$$M_{2,d} = 24,9 + 235,8 = 260,7 \text{ kNm}$$

Voor de spanning in de gording ten gevolge van dit moment geldt:

$$\sigma_2 = \frac{260,7 \cdot 10^6}{1160 \cdot 10^3} = 225 \text{ N/mm}^2 < f_{yd} = 235 \text{ N/mm}^2$$

De spanningen in de hoofdligger zijn nog te hoog; die in de gording voldoen. Dit is op te lossen door voor de hoofdligger een zwaarder profiel te kiezen. De berekening verloopt dan analoog maar wordt hier niet uitgevoerd.

6.2.4 Geen interactie en wel wateraccumulatie – berekening

Bij de berekening van de hoofdligger (HE800A) worden de gordingen oneindig stijf verondersteld met $EI_2 = \infty$. Er was al berekend:

$$u_{1on} = 0,0182 \text{ m}$$

Nu geldt met vergelijking (78):

$$\hat{d}_{1hw} = \frac{4}{\pi} d_{hw} + u_{1on} = \frac{4}{\pi} \cdot 0,15 + 0,0182 = 0,209 \text{ m}$$

Met vergelijking (30) volgt:

$$\hat{\delta}_{1eind} = \frac{\hat{d}_{1hw}}{n_1 - 1} = \frac{0,209}{3,88 - 1} = 0,0726 \text{ m}$$

Met vergelijking (31) volgt:

$$\Delta M = \frac{\ell^2}{\pi^2} a \gamma \hat{\delta}_{1eind} = \frac{20^2}{\pi^2} 10 \cdot 10 \cdot 0,0726 = 294,2 \text{ kNm}$$

Verder geldt:

$$M_0 = \frac{\ell^2}{\pi^2} a \gamma \hat{d}_{1hw} = \frac{20^2}{\pi^2} 10 \cdot 10 \cdot 0,209 = 847 \text{ kNm}$$

Zodat:

$$M_{1;d} = M_{1;g} \cdot \gamma_{f;g} + M_{1;q} \cdot \gamma_{f;q}$$

$$M_{1;d} = 333,9 + (847 + 294,2) \cdot 1,3 = 1817,5 \text{ kNm}$$

De spanning in de hoofdligger is dan:

$$\sigma_1 = \frac{1817,5 \cdot 10^6}{7680 \cdot 10^3} = 237 \text{ N/mm}^2 > f_{yd} = 235 \text{ N/mm}^2$$

De hoofdligger voldoet (net niet).

Bij de berekening van de gording (IPE400) worden de hoofdliggers oneindig stijf verondersteld met $EI_1 = \infty$. Er was al berekend:

$$u_{2on} = 0,0045 \text{ m}$$

Nu geldt met vergelijking (81):

$$\hat{d}_{2hw} = \frac{4}{\pi} d_{hw} + u_{2on} = \frac{4}{\pi} \cdot 0,15 + 0,0045 = 0,195 \text{ m}$$

Met vergelijking (30) volgt:

$$\hat{\delta}_{2eind} = \frac{\hat{d}_{2hw}}{n_2 - 1} = \frac{0,195}{9,46 - 1} = 0,023 \text{ m}$$

Met vergelijking (31) volgt:

$$\Delta M = \frac{\ell^2}{\pi^2} a \gamma \hat{\delta}_{2eind} = \frac{10^2}{\pi^2} 5 \cdot 10 \cdot 0,023 = 11,6 \text{ kNm}$$

Verder geldt:

$$M_0 = \frac{\ell^2}{\pi^2} a \gamma \hat{d}_{2hw} = \frac{10^2}{\pi^2} 5 \cdot 10 \cdot 0,195 = 98,8 \text{ kNm}$$

Zodat:

$$M_{2;d} = M_{2;g} \cdot \gamma_{f;g} + M_{2;q} \cdot \gamma_{f;q}$$

$$M_{2;d} = 24,9 + (98,8 + 11,6) \cdot 1,3 = 168,4 \text{ kNm}$$

De spanning in de hoofdligger is dan:

$$\sigma_2 = \frac{168,4 \cdot 10^6}{1160 \cdot 10^3} = 145 \text{ N/mm}^2 < f_{yd} = 235 \text{ N/mm}^2$$

De gording voldoet ruim.

6.2.5 Geen interactie en geen wateraccumulatie – berekening

Voor de hoofdligger (HE800A) geldt nu:

$$M_{1;d} = \frac{1}{8} \cdot g_{1;rep} \cdot \ell_1^2 \cdot \gamma_{f;g} + \frac{1}{8} \cdot a \cdot \gamma \cdot d_{hw} \cdot \ell_1^2 \cdot \gamma_{f;q}$$

$$M_{1;d} = \frac{1}{8} \cdot 5,566 \cdot 20^2 \cdot 1,2 + \frac{1}{8} \cdot 10 \cdot 10 \cdot 0,15 \cdot 20^2 \cdot 1,3 = 1308,9 \text{ kNm}$$

De spanning in de hoofdligger is dan:

$$\sigma_1 = \frac{1308,9 \cdot 10^6}{7680 \cdot 10^3} = 170 \text{ N/mm}^2 < f_{yd} = 235 \text{ N/mm}^2$$

De hoofdligger voldoet ruim.

Voor de gording (IPE400) geldt nu:

$$M_{2;d} = \frac{1}{8} \cdot g_{2;rep} \cdot \ell_2^2 \cdot \gamma_{f;g} + \frac{1}{8} \cdot a \cdot \gamma \cdot d_{hw} \cdot \ell_2^2 \cdot \gamma_{f;q}$$

$$M_{2;d} = \frac{1}{8} \cdot 1,663 \cdot 10^2 \cdot 1,2 + \frac{1}{8} \cdot 5 \cdot 10 \cdot 0,15 \cdot 10^2 \cdot 1,3 = 146,8 \text{ kNm}$$

De spanning in de gording is dan:

$$\sigma_2 = \frac{146,8 \cdot 10^6}{1160 \cdot 10^3} = 126 \text{ N/mm}^2 < f_{yd} = 235 \text{ N/mm}^2$$

De gording voldoet ruim.

6.2.6 Samenvatting berekeningen en conclusie

In tabel 5 zijn de berekeningsresultaten voor het voorbeeld van figuur 22 samengevat.

Tabel 5: Samenvatting van berekeningsresultaten voor het voorbeeld van figuur 22.

	maximale spanning in hoofdligger HE800A , σ_1 [N/mm ²]	maximale spanning in gording IPE400, σ_2 [N/mm ²]
wel interactie wel wateraccumulatie	256	225
geen interactie wel wateraccumulatie	237	145
geen interactie geen wateraccumulatie	170	126

Wordt, zoals het hoort, rekening gehouden met interactie tussen hoofdliggers en gordingen en ook met wateraccumulatie dan voldoet de hoofdligger niet; de spanning is te hoog. De gording voldoet.

Wordt geen rekening gehouden met interactie maar wel met wateraccumulatie dan voldoet de hoofdligger (net niet); de spanning is vrijwel gelijk aan de vloeigrens. De gording voldoet ruim.

Wordt geen rekening gehouden met interactie en ook niet met wateraccumulatie dan voldoen de hoofdligger en de gording ruim.

Het is duidelijk dat het noodzakelijk is zowel met interactie tussen hoofdliggers en gordingen als met wateraccumulatie rekening te houden.

7. Gevoeligheidsanalyse

7.1 Inleiding

In dit hoofdstuk wordt een gevoeligheidsanalyse uitgevoerd om de gevolgen van door uitvoeringsfouten optredende afwijkingen van de drempelhoogte van de noodafvoer en de dakhelling te analyseren. Er wordt aangenomen dat overige afwijkingen die tot andere belastingen leiden verwaarloosbaar klein zijn en dat er geen fouten in de schematisering, de berekening en de uitvoering van de constructie worden gemaakt.

In paragraaf 7.2 komen platte daken aan de orde en in paragraaf 7.3 daken met afschot. Voor beide dakvormen wordt de drempelhoogte van de noodafvoer en de dakhelling (c.q. het afschot) gevarieerd.

Bij een aangenomen maatafwijking wordt de toename van de belasting bepaald en daarmee wordt een indicatie verkregen van de aan te houden belastingfactor $\gamma_{f;q}$ die noodzakelijk is om deze toename af te dekken.

Voor de variatie van de drempelhoogte van de noodafvoer zijn twee waarden gekozen, te weten 5 en 10%. Bij een drempelhoogte tussen 50 en 200 mm is de absolute afwijking dan tussen 2,5 en 20 mm.

Bij vlakke daken is de afwijking van de voorgeschreven helling verwerkt door een stelfout Δ aan te nemen in de hoogte van de opleggingen gerelateerd aan d_{hw} .

Bij daken met afschot is de afwijking van de hellingshoek $\Delta\alpha$ gerelateerd aan de ontwerpwaarde van de hellingshoek α . Voor $\frac{\Delta\alpha}{\alpha}$ zijn vier waarden gekozen te weten

$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$ en $\frac{1}{10}$. De hellingshoeken worden uitgedrukt in procenten, wat voor kleine hoeken overeenkomt met de hellingshoek in radialen.

Indien de geometrie van de waterbelasting niet verandert, zoals bij een gelijkmatig verdeelde belasting op platte daken of een driehoeksbelasting op daken met afschot, geldt dat de verhouding

$$\theta = \frac{M_0 + \Delta M}{M_0} \dots\dots\dots(83)$$

constant is voor een gegeven waarde van n . De verhouding θ is een vergrotingsfactor, gelijk aan $\frac{n}{n-1}$, en dus alleen een functie van n .

Bij daken met afschot met een gedeeltelijke driehoeksbelasting, ofwel $p < 1$, zal bij verandering van de waterhoogte en de hellingshoek α de geometrie van de belasting veranderen, waardoor de verhouding

$$\psi = \frac{M_0 + \Delta M}{M_0} \dots\dots\dots(84)$$

Tabel 6: Vergrotingsfactoren $\psi = \frac{M_o + \Delta M}{M_o}$ afhankelijk van n en p .

p	$n = 1,0$	$n = 1,25$	$n = 1,5$	$n = 2$	$n = 4$	$n = 6$	$n = 8$	$n = 10$
1,0	-	4,76	2,95	1,95	1,32	1,19	1,14	1,11
0,8	-	4,54	2,79	1,88	1,30	1,17	1,12	1,10
0,6	25,33	3,31	2,02	1,58	1,17	1,11	1,08	1,06
0,4	1,79	1,52	1,21	1,15	1,07	1,05	1,03	1,03
0,2	1,09	1,09	1,02	1,02	1,00	1,00	1,00	1,00

voor een gegeven n niet constant is maar een functie van n en p (zie tabel 6). Voor $p = 1$ geldt voor de vergrotingsfactoren $\psi = \theta$.

De getallen in tabel 6 zijn als volgt verkregen. Er is gebruik gemaakt van de numeriek bepaalde coëfficiënten $C_{m;M_{eind}}$ van tabel 2 en $C_{m;M_0}$ van tabel 3. Telkens geldt:

$$\psi = \frac{C_{m;M_{eind}}}{C_{m;M_0}} \dots\dots\dots (85)$$

Door het gebruik van numeriek bepaalde coëfficiënten ontstaan, vooral bij lage waarden van n , kleine afwijkingen ten opzichte van theoretisch bepaalde vergrotingsfactoren.

Voor $p = 1$ en $n = 1,25$ moet gelden $\psi = \theta = \frac{n}{n-1} = \frac{1,25}{1,25-1} = 5$, hetgeen door het getal 4,76 van tabel 6 met ca. 5% wordt onderschat; zie paragraaf 3.3.

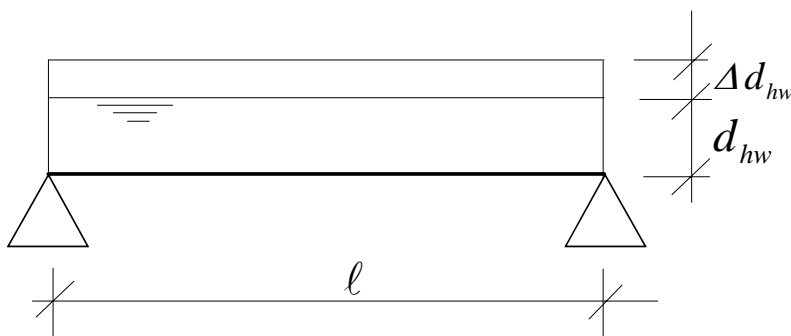
Andermaal kan uit tabel 6 worden geconcludeerd dat kleine waarden van n dienen te worden vermeden. Aanbevolen wordt $n \geq 1,5$ aan te houden.

7.2 Platte daken

Als eerste worden platte daken bekeken, waarbij een variatie optreedt van de drempelhoogte van de noodafvoer en van de hellingshoek.

7.2.1 Variatie drempelhoogte noodafvoer

In figuur 23 is voor een plat dak de variatie van de drempelhoogte van de noodafvoer aangegeven als Δd_{hw} .



Figuur 23: Platte dak - variatie van de drempelhoogte Δd_{hw} van de noodafvoer.

Bij een toename van Δd_{hw} geldt:

$$\gamma_{f;q} = \frac{M_{eind;(d_{hw}+\Delta d_{hw})}}{M_{eind;(d_{hw})}} = \frac{C_{m;M_{eind}} a \gamma (d_{hw} + \Delta d_{hw})^2 \ell^2}{C_{m;M_{eind}} a \gamma d_{hw}^2 \ell^2} = \frac{d_{hw} + \Delta d_{hw}}{d_{hw}} \dots \dots \dots (86)$$

Voor 5% en 10% variatie van de drempelhoogte geldt respectievelijk:

$$\Delta d_{hw} = 0,05 d_{hw} \rightarrow \gamma_{f;q} = \frac{d_{hw} + \Delta d_{hw}}{d_{hw}} = \frac{d_{hw} + 0,05 d_{hw}}{d_{hw}} = 1,05$$

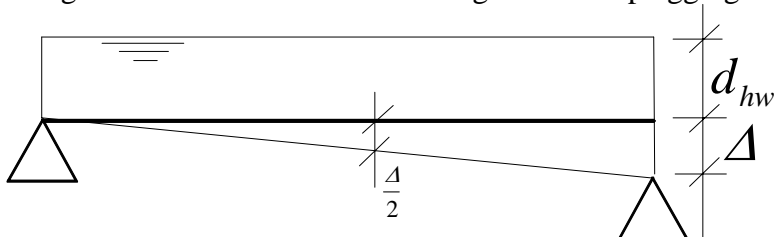
en

$$\Delta d_{hw} = 0,1 d_{hw} \rightarrow \gamma_{f;q} = \frac{d_{hw} + \Delta d_{hw}}{d_{hw}} = \frac{d_{hw} + 0,1 d_{hw}}{d_{hw}} = 1,1$$

Dus hoe groter de imperfectie, hoe groter de benodigde belastingfactor moet zijn. In dit geval is de benodigde belastingfactor kleiner dan $\gamma_{f;q} = 1,3$ en dus worden de hiervoor genoemde bouwfouten (variaties in drempelhoogte van 5% en 10%) afgedekt. Vanwege het lineaire verband voor het onderhavige voorbeeld geldt dat fouten in de drempelhoogte tot 30% worden afgedekt, uitgaande van een juiste schematisering en beoordelingsmethodiek.

7.2.2 Variatie dakhelling

In figuur 24 is een stelfout in de hoogte van de oplegging aangegeven als Δ .



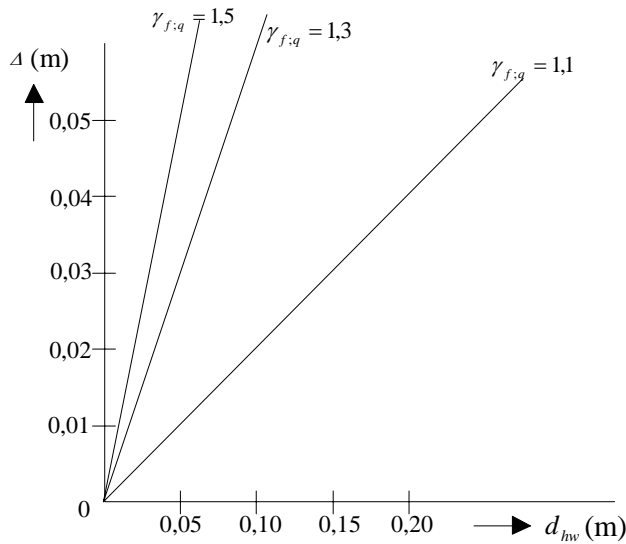
Figuur 24: Plat dak - variatie in dakhelling door stelfout Δ .

De gemiddelde toename van d_{hw} is gelijk aan $\frac{\Delta}{2}$.

Hierdoor geldt:

$$\gamma_{f;q} = \frac{M_{eind;(d_{hw}+\frac{\Delta}{2})}}{M_{eind;(d_{hw})}} = \frac{C_{m;M_{eind}} a \gamma (d_{hw} + \frac{\Delta}{2})^2 \ell^2}{C_{m;M_{eind}} a \gamma d_{hw}^2 \ell^2} = \frac{d_{hw} + \frac{\Delta}{2}}{d_{hw}} = 1 + \frac{\Delta}{2d_{hw}} \dots \dots \dots (87)$$

Indien d_{hw} en $\gamma_{f;q}$ bekend zijn kan met deze vergelijking de maximaal toelaatbare waarde van de stelfout Δ worden berekend. Uit de grafiek in figuur 25 is voor een gegeven waarde van d_{hw} en $\gamma_{f;q}$ de maximale waarde voor Δ af te lezen. Voor $\gamma_{f;q}$ zijn de waarden 1,5 (veiligheidsklasse 3), 1,3 (veiligheidsklasse 2) en 1,1 (veiligheidsklasse 1) aangehouden.



Figuur 25: Maximale waarde van stelfout Δ behorende bij een gegeven d_{hw} en $\gamma_{f;q}$.

Om $\gamma_{f;q} = 1,3$ te halen bij $d_{hw} = 50$ mm geldt:

$$\gamma_{f;q} = 1 + \frac{\Delta}{2d_{hw}} = 1 + \frac{\Delta}{2 \cdot 50} = 1,3$$

ofwel

$$\Delta = (1,3 - 1) \cdot 2 \cdot 50 = 30 \text{ mm}$$

De stelfout mag dus niet groter zijn dan 30 mm ofwel 60% van de waterhoogte aan de dakrand.

Om $\gamma_{f;q} = 1,3$ te halen bij 200 mm geldt:

$$\gamma_{f;q} = 1 + \frac{\Delta}{2d_{hw}} = 1 + \frac{\Delta}{2 \cdot 200} = 1,3$$

ofwel

$$\Delta = (1,3 - 1) \cdot 2 \cdot 200 = 120 \text{ mm}$$

De stelfout mag dus niet groter zijn dan 120 mm ofwel 60% van de waterhoogte aan de dakrand.

7.2.3 Samenvatting resultaten bij platte daken

Voor platte daken kunnen de volgende conclusies worden getrokken:

- Een variatie in de drempelhoogte van 30% wordt nog afgedekt door de gebruikelijke belastingfactor van 1,3 (veiligheidsklasse 2);
- Om een belastingfactor van 1,3 te halen is een vrij grote stelfout, te weten 60% van de waterhoogte aan de dakrand, toelaatbaar.

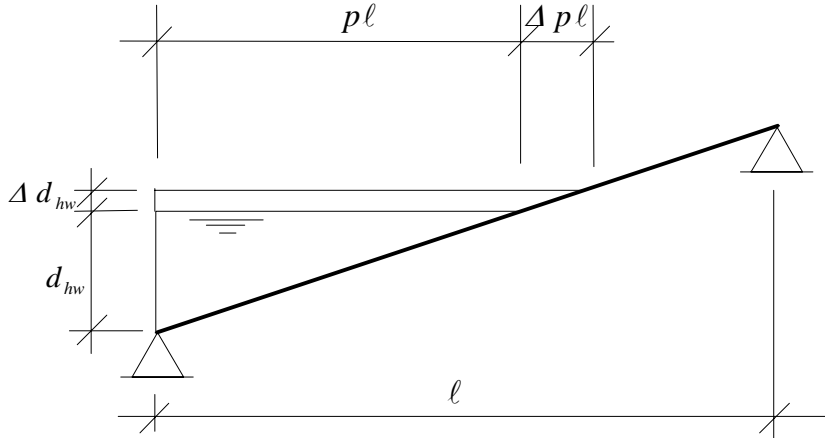
De genoemde toelaatbare variatie in drempelhoogte en de toelaatbare stelfout van de oplegging zijn vrij groot zodat, in geval van deugdelijke uitvoering, bij platte daken geen problemen door bouwfouten te verwachten zijn.

7.3 Daken met afschot

In deze paragraaf worden daken met afschot beschouwd, waarbij een variatie optreedt van de drempelhoogte van de noodafvoer en van de hellingshoek.

7.3.1 Variatie drempelhoogte noodafvoer

In figuur 26 is voor een dak met afschot de variatie van de drempelhoogte van de noodafvoer aangegeven als Δd_{hw} .



Figuur 26: Dak met afschot - variatie van de drempelhoogte Δd_{hw} van de noodafvoer.

Bij een variatie van de waterhoogte d_{hw} verandert de grootte van de driehoeksbelasting. De werkzame breedte neemt toe met de waarde $\Delta p \cdot \ell$ bij een toename Δd_{hw} . Uit de congruentie van driehoeken volgt:

$$\frac{\Delta p \ell}{p \ell} = \frac{\Delta d_{hw}}{d_{hw}} \dots\dots\dots(88)$$

en dus:

$$\Delta p = p \cdot \frac{\Delta d_{hw}}{d_{hw}} \dots\dots\dots(89)$$

De berekening van de benodigde $\gamma_{f;q}$ wordt toegelicht aan de hand van een voorbeeld.

Stel: $\frac{\Delta d_{hw}}{d_{hw}} = 0,1$; $p = 0,4$; $n = 1,5$.

dan geldt:

$$\Delta p = p \cdot \frac{\Delta d_{hw}}{d_{hw}} = 0,4 \cdot 0,1 = 0,04 \rightarrow p + \Delta p = 0,4 + 0,04 = 0,44$$

Voor $p = 0,4$ geldt $C_{m;M_{eind}} = 0,0212$

Voor $p = 0,6$ geldt $C_{m;M_{eind}} = 0,0690$

Lineaire interpolatie geeft voor $p = 0,44$:

$$C_{m;M_{eind}} = \left(0,0212 + \frac{4}{20} (0,0690 - 0,0212) \right) = 0,0308$$

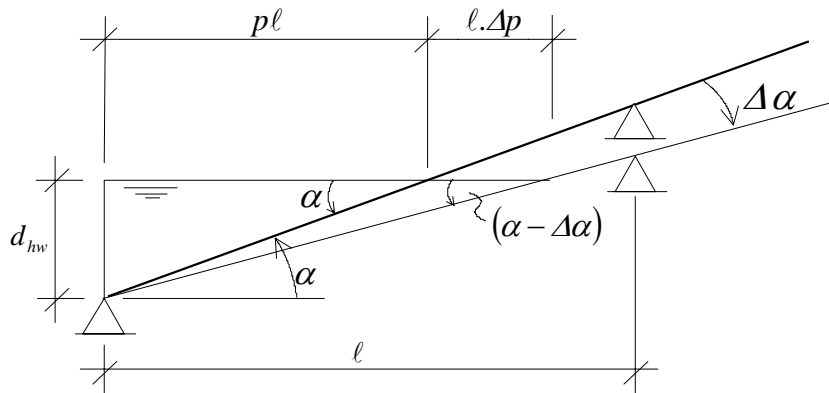
en dus:

$$\gamma_{f;q} = \frac{M_{eind;(d_{hw}+\Delta d_{hw})}}{M_{eind;(d_{hw})}} = \frac{0,0308 a \gamma 1,1 d_{hw} \ell^2}{0,0212 a \gamma d_{hw} \ell^2} = 1,59$$

De resultaten voor 5% en 10% variatie in drempelhoogte zijn voor verschillende waarden van p en n weergegeven in tabel 7.

7.3.2 Variatie dakhelling

In figuur 27 is een afwijking in de dakhelling ter grootte van $\Delta\alpha$ aangegeven. Bij een variatie van de dakhelling α verandert de grootte van de driehoeksbelasting. Wanneer de dakhelling α afneemt met een waarde $\Delta\alpha$ neemt de werkzame breedte van de waterbelasting toe met een waarde $\ell \cdot \Delta p$.



Figuur 27: Dak met afschot - variatie in dakhelling $\Delta\alpha$

De hoeken α en $\Delta\alpha$ zijn klein en dus geldt $\tan(\alpha - \Delta\alpha) = \alpha - \Delta\alpha$.

Uit congruentie van driehoeken volgt:

$$\tan(\alpha - \Delta\alpha) = (\alpha - \Delta\alpha) = \frac{d_{hw}}{(p + \Delta p)\ell} \dots\dots\dots(90)$$

en tevens geldt:

$$\tan \alpha = \alpha = \frac{d_{hw}}{p\ell} \dots\dots\dots(91)$$

Uit de vergelijkingen (90) en (91) volgt:

$$\Delta p = \frac{p \cdot \Delta\alpha}{\alpha - \Delta\alpha} \dots\dots\dots(92)$$

De waarde van $\gamma_{f;q}$ is weer met behulp van tabel 2 te berekenen en wordt aan de hand van een voorbeeld toegelicht.

Stel: $\alpha = 0,02$; $\Delta\alpha = 0,01$; $n = 1,5$; $p = 0,4$

dan geldt:

$$\Delta p = \frac{p \cdot \Delta\alpha}{\alpha - \Delta\alpha} = \frac{0,4 \cdot 0,01}{0,02 - 0,01} = 0,4 \rightarrow p + \Delta p = 0,4 + 0,4 = 0,8$$

Voor $p = 0,4$ en $n = 1,5$ geldt $C_{m;M_{eind}} = 0,0212$

Voor $p = 0,8$ en $n=1,5$ geldt $C_{m;M_{eind}} = 0,1411$

en dus:

$$\gamma_{f;q} = \frac{M_{eind;(\alpha+\Delta\alpha)}}{M_{eind;(\alpha)}} = \frac{0,1411a\gamma d_{hw} \ell^2}{0,0212a\gamma d_{hw} \ell^2} = 6,66$$

De resultaten zijn weergegeven in tabel 7 voor $\frac{\Delta\alpha}{\alpha} = \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{5}$ en $\frac{1}{10}$ bij verschillende waarden van p en n .

Tevens zijn in tabel 7 equivalente aanduidingen weergegeven voor $\frac{\Delta\alpha}{\alpha}$ die hierna als voorbeeld voor alleen voor $\frac{\Delta\alpha}{\alpha} = \frac{1}{2}$ zijn uitgewerkt: voor $\frac{\Delta\alpha}{\alpha} = \frac{1}{2}$ geldt met vergelijking

(92) $\Delta p = p$ en tevens geldt dan $\frac{\Delta\alpha}{\alpha - \Delta\alpha} = 1$. Deze formules zijn alledrie weergegeven in de eerste kolom van tabel 7.

7.3.3 Samenvatting resultaten bij daken met afschot

In tabel 7 zijn de resultaten bij een dak met afschot in de vorm van waarden van de minimaal benodigde belastingfactor $\gamma_{f;q}$ weergegeven, bij gegeven waarden van n en p en afhankelijk van variatie in drempelhoogte Δd_{hw} en variatie in dakhelling $\Delta\alpha$. De tabel geeft waarden van $\gamma_{f;q}$ die nodig zijn om het vereiste veiligheidsniveau te halen. Voor veiligheidsklasse 2 (NEN 6702 (1990)) geldt dat de waarde van de belastingfactor 1,3 is. Voor getallen in tabel 7 kleiner dan 1,3 geldt dus dat het vereiste veiligheidsniveau wordt gehaald. Voor getallen groter dan 1,3 is dat niet het geval. De grenswaarde 1,3 is door middel van horizontale strepen in de tabel aangegeven. De volgende conclusies kunnen worden getrokken:

- Voor de variatie in drempelhoogte staan de resultaten in de 2e en 3e rij van tabel 7. Hoewel een kleine waarde van n ongunstiger is dan een grote, valt op dat de invloed van n relatief gering is voor de gevallen waarbij $n \geq 1,5$. Voor $n \geq 1,5$ is bij een variatie van 10% in drempelhoogte de benodigde belastingfactor in veel gevallen groter dan 1,3 en wordt de vereiste veiligheid dus niet gehaald. Dit is vooral het geval bij kleine waarden van p . Bij een variatie van 5% in drempelhoogte wordt de vereiste veiligheid wel gehaald voor $n \geq 1,5$.
- Voor de variatie in de dakhelling staan de resultaten in de 4e tot en met de 7e rij. Voor $n \geq 1,5$ geldt dat $\Delta\alpha \leq \frac{1}{10}\alpha$ moet zijn om de benodigde $\gamma_{f;q} = 1,3$ te halen, hoewel het vereiste veiligheidsniveau ook dan niet wordt gehaald bij $p \leq 0,4$ en $n \leq 2$. De invloed van n is weer relatief gering voor de beschouwde gevallen waarbij $n \geq 1,5$. Een grotere afwijking in de dakhelling dan 10% leidt tot benodigde belastingfactoren die ver boven de 1,3 liggen. Een afwijking in de dakhelling van slechts ten hoogste 10% is vaak moeilijk te realiseren bij de uitvoering van het dak. Vooral voor kleine waarden van α is dat moeilijk haalbaar. Indien bijvoorbeeld $\alpha =$

0,01 dan mag de afwijking niet groter zijn dan $\Delta\alpha = 0,001$ wat neerkomt op 1 mm/m.

- In tabel 7 zijn ook nog de waarden voor de benodigde $\gamma_{f;q}$ opgenomen voor het geval $\frac{\Delta d_{hw}}{d_{hw}} = 0,05$ en tegelijkertijd $\Delta\alpha \approx \frac{1}{10}\alpha$; zie de 8e rij. In dat geval blijkt de benodigde belastingfactor in veel gevallen groter te zijn dan 1,3. Om bij deze reële imperfecties en bij $n \geq 1,5$ alle combinaties van n en p af te dekken is zelfs een belastingfactor van 1,8 nodig. De invloed van n is weer relatief gering voor die gevallen waarbij $n \geq 1,5$. Voor $n < 1,5$ is de gevoeligheid voor imperfecties zo groot dat een belastingfactor van 2,0 vaak nog onvoldoende is. Dit is niet praktisch en daarom wordt $n \geq 1,5$ aanbevolen.
- Uit een vergelijking van de 8e rij met de 7e en uit een vergelijking van de 8e rij met de 3e blijkt dat het gelijktijdig optreden van variaties in drempelhoogte en dakhelling het ongunstigst is. Daar dit een reële situatie is moet dit als uitgangspunt worden genomen.

Samenvattend kan worden geconcludeerd dat $n \geq 1,5$ dient te worden aangehouden en dat bij een dak met afschot waarvoor dit geldt een belastingfactor van 1,8 moet worden aangehouden terwijl tegelijkertijd de toleranties op de dakhelling en de drempelhoogte gelimiteerd moeten worden tot 10% respectievelijk 5%.

Voor $n \geq 1,5$ is de invloed van n op de resultaten gering ten opzichte van de invloed van de grootte van de toleranties en de waarde van p .

Tabel 7: Waarden van de minimaal benodigde $\gamma_{f;q}$ bij gegeven waarden van n en p , afhankelijk van variatie in drempelhoogte Δd_{hw} en variatie in dakhelling $\Delta\alpha$.

	p	$n = 1,0$	$n = 1,25$	$n = 1,5$	$n = 2$	$n = 4$	$n = 6$
$\frac{\Delta d_{hw}}{d_{hw}} = 0,1$	0,8	-	<u>1,24</u>	<u>1,25</u>	<u>1,24</u>	<u>1,22</u>	1,22
	0,6	-	1,44	1,44	1,35	1,31	<u>1,29</u>
	0,4	6,94	1,81	1,59	1,47	1,35	1,33
	0,2	1,69	1,58	1,50	1,47	1,45	1,44
$\frac{\Delta d_{hw}}{d_{hw}} = 0,05$	0,8	-	1,12	1,12	1,12	1,11	1,11
	0,6	-	<u>1,21</u>	1,21	1,17	1,15	1,14
	0,4	3,84	1,39	1,29	1,23	1,17	1,16
	0,2	1,33	1,28	1,24	1,23	1,22	1,21
$\Delta\alpha = \frac{1}{2}\alpha$ $\Delta p = p$ $\frac{\Delta\alpha}{\alpha - \Delta\alpha} = 1$	0,5	-	4,36	4,18	3,36	2,87	2,72
	0,4	-	8,62	6,66	4,70	3,52	3,23
	0,2	6,41	5,42	4,61	4,39	4,16	4,07
$\Delta\alpha = \frac{1}{3}\alpha$ $\Delta p = 0,5p$ $\frac{\Delta\alpha}{\alpha - \Delta\alpha} = 0,5$	0,6	-	2,36	2,39	2,03	1,88	1,79
	0,4	27,56	4,25	3,25	2,68	2,13	2,07
	0,2	3,70	3,21	2,80	2,70	2,58	2,53
$\Delta\alpha = \frac{1}{5}\alpha$ $\Delta p = 0,25p$ $\frac{\Delta\alpha}{\alpha - \Delta\alpha} = 0,25$	0,8	-	1,33	1,34	1,32	<u>1,28</u>	<u>1,29</u>
	0,6	-	1,77	1,78	1,56	1,49	1,42
	0,4	14,28	2,62	2,13	1,84	1,57	1,53
	0,2	2,35	2,11	1,90	1,85	1,79	1,77
$\Delta\alpha \approx \frac{1}{10}\alpha$ $\Delta p = 0,1p$ $\frac{\Delta\alpha}{\alpha - \Delta\alpha} = 0,1$	0,8	-	<u>1,13</u>	<u>1,13</u>	1,13	1,12	1,12
	0,6	-	1,31	1,31	<u>1,23</u>	1,19	1,17
	0,4	6,31	1,65	1,45	1,34	<u>1,23</u>	<u>1,21</u>
	0,2	1,54	1,44	1,36	1,32	1,32	1,31
$\frac{\Delta d_{hw}}{d_{hw}} = 0,05$ en $\Delta\alpha \approx \frac{1}{10}\alpha$ $\Delta p = 0,1p$ $\frac{\Delta\alpha}{\alpha - \Delta\alpha} = 0,1$	0,8	-	<u>1,26</u>	<u>1,26</u>	<u>1,26</u>	<u>1,23</u>	<u>1,28</u>
	0,6	-	1,54	1,54	1,42	1,37	1,33
	0,4	9,43	2,07	1,76	1,60	1,42	1,39
	0,2	1,90	1,75	1,64	1,60	1,56	1,54

p is zodanig gekozen dat $p + \Delta p \leq 1$

8. Conclusies

In dit rapport is het belastinggeval wateraccumulatie beschouwd voor star en verend gesteunde liggers. Voor de star gesteunde liggers is een aantal basis-belastinggevallen geanalyseerd. In de praktijk komen verend gesteunde liggers vaak voor, bijvoorbeeld bij dakconstructies opgebouwd uit hoofdliggers en gordingen. Ook verend gesteunde liggers zijn in dit rapport geanalyseerd. Er worden berekeningsmethoden weergegeven die geen gebruik maken van een iteratieve berekeningswijze als gesuggereerd in NEN 6702 (1990), maar impliciet rekening houden met accumulatiegedrag van regenwater op daken. Voor een dakconstructie bestaande uit hoofdliggers en gordingen is een stelsel van vergelijkingen afgeleid waarmee zowel een schatting kan worden gemaakt van de benodigde profielen in het voorontwerp als een controleberekening ter verificatie van het belastinggeval wateraccumulatie. Op grond van de gemaakte berekeningen en (gevoeligheids)analyses kunnen de volgende conclusies worden getrokken.

- Daken die niet berekend zijn op waterbelasting, maar alleen op sneeuwbelasting, kunnen geconstrueerd worden met zeer lage waarde van n (zelfs ≈ 1) waarbij n de verhouding tussen de buigstijfheid en de kritieke buigstijfheid van de ligger is. Deze daken voldoen weliswaar aan de doorbuigingseisen van NEN 6702 (1990) maar zijn echter zeer gevoelig voor wateraccumulatie, met name bij grote overspanningen.
- Op grond van diverse beschouwingen in dit rapport wordt aanbevolen voor n aan te houden $n \geq 1,5$.
- De interactie tussen hoofdliggers en gordingen dient in de berekeningen meegenomen te worden. Wordt deze interactie over het hoofd gezien dan wordt het belastinggeval wateraccumulatie onderschat.
- De variatie van de drempelhoogte van de noodafvoeren en van het toegepaste afschot hebben grote invloed op de veiligheid van de dakconstructie bij het belastinggeval wateraccumulatie. Een kleine variatie (een iets hogere drempel of een iets kleinere dakhelling) kan betekenen dat de dakconstructie een onvoldoende veiligheid heeft bij wateraccumulatie. Dit kan zelfs tot bezwijken aanleiding geven. Het is zaak dat de drempelhoogte en het afschot nauwkeurig worden aangebracht met een gelimiteerde tolerantie.
- De hoogte van de aan te houden belastingfactor wordt bepaald door de vorm van de waterbelasting, de waarde van n en de maximale variatie die optreedt bij de uitvoering in het afschot en de drempelhoogte van de noodafvoeren.
- Op grond van de uitgevoerde gevoeligheidsanalyse voor platte daken geldt dat vrij grote bouwfouten, te weten een variatie in de drempelhoogte van 30% en een stelfout bij een oplegging van 60% van de waterhoogte aan de dakrand, nog worden afgedekt door een belastingfactor van 1,3 die hoort bij veiligheidsklasse 2, zodat bij platte daken geen problemen door bouwfouten te verwachten zijn.
- Op grond van de uitgevoerde gevoeligheidsanalyse voor daken met afschot met $n \geq 1,5$ geldt dat een belastingfactor van 1,8 moet worden aangehouden terwijl tegelijkertijd de toleranties op de dakhelling en de drempelhoogte gelimiteerd moeten worden tot slechts 10% respectievelijk 5%. Zijn deze toleranties niet haalbaar of indien geldt $n < 1,5$ dan is zelfs een grotere belastingfactor dan 1,8 vereist.

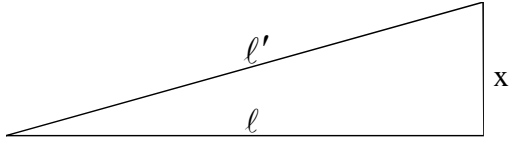
- Uit de gevoeligheidsanalyse bleek dat bij daken met afschot met $n \geq 1,5$ de invloed van n op de resultaten gering is ten opzichte van de grootte van de toleranties en ten opzichte van de mate waarin het dak met water is bedekt.
- Nader onderzoek is nodig naar de stochastische verdeling van afwijkingen in drempelhoogte en dakhelling zoals die voorkomen in de praktijk. Met behulp van deze gegevens en de geaccepteerde faalkansen volgens NEN6700 kunnen de benodigde belastingfactoren beter worden bepaald.

Literatuur

- [1] NEN 6702, *Belastingen en vervormingen TGB 1990*, NEN, Delft.
- [2] Tomà, A.W., Het voorkomen van wateraccumulatie bij platte daken, *Bouwen met Staal*, No. 49, 1979, blz. 18-20.
- [3] Tomà, A.W., *Het beoordelen van vlakke daken op wateraccumulatie*, uitgave Staalbouwkundig Genootschap (nu Bouwen met Staal), Rotterdam, 1980.
- [4] Jong, P. de, *Dakinstortingen door wateraccumulatie*, Dossier 4881, Notitie 31-10-02, Adviesbureau ir. J.G. Hageman B.V., Rijswijk, 2002.
- [5] Lachmann, M., Wateraccumulatie – We houden het toch wel droog?, *Bouwen met Staal*, No. 142, mei/juni 1998, blz. 55-57.
- [6] 137-Wateraccumulatie, Vraag 137 in de rubriek Vraag & Antwoord, *Bouwen met Staal*, No. 157, november/december 2000, blz. 59.
- [7] Urbano, C.A., Ponding Effect on Flat Roofs, *Structural Engineering International*, IABSE, 1/2000, blz. 39-42.
- [8] Blaauwendraad, J., Platte daken toetsen in een handomdraai – wateraccumulatie (1), *Bouwen met Staal*, No. 171, April 2003, blz. 40-43.
- [9] Rapport zet schadegevallen naast elkaar – wateraccumulatie (2), *Bouwen met Staal*, No. 171, April 2003, blz. 44-45.
- [10] Derkink, M.F.A., Lessen uit schade-analyse – wateraccumulatie (3), *Bouwen met Staal*, No. 171, April 2003, blz. 46-51.
- [11] Instortingen van lichte platte daken, Onderzoek, Distributienummer 17056/177, Ministerie van VROM, VROM-inspectie, februari 2003, (verkrijgbaar via www.vrom.nl)
- [12] Risicobepaling lichte platte daken, Nieuwsbrief, Distributienummer 15055/177, Ministerie van VROM, VROM-inspectie, maart 2003, (verkrijgbaar via www.vrom.nl)

Bijlage I

De nauwkeurigheid wordt bepaald door de verhouding $\left(\frac{\ell'}{\ell}\right)^4$ (zie onderstaande figuur).



$$\left(\frac{\ell'}{\ell}\right)^4 = \left(\frac{\sqrt{\ell^2 + x^2}}{\ell}\right)^4 = \frac{(\ell^2 + x^2)^2}{\ell^4} = 1 + \frac{2x^2}{\ell^2} + \frac{x^4}{\ell^4}$$

Stel $\frac{x^2}{\ell^2} = d$ en neem een max. fout van 5%, dan $1 + 2d + d^2 = 1,05$, zodat $d = 0,02469$.

$$\frac{x^2}{\ell^2} = 0,02469 \rightarrow \frac{x}{\ell} = 0,157$$

Tot een afschot van 15% is de fout dus kleiner dan 5%.