

De taak van de wiskunde in de operations research

Citation for published version (APA):

Benders, J. F. (1964). *De taak van de wiskunde in de operations research*. Technische Hogeschool Eindhoven.

Document status and date:

Gepubliceerd: 01/01/1964

Document Version:

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

www.tue.nl/taverne

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

openaccess@tue.nl

providing details and we will investigate your claim.

DE TAAK VAN DE WISKUNDE
IN DE
OPERATIONS RESEARCH

REDE

UITGESPROKEN BIJ HET AANVAARDEN VAN HET AMBT
VAN BUITENGEWOON HOOGLERAAR IN DE WISKUNDIGE
EN NUMERIEKE ASPECTEN VAN DE OPERATIONS RESEARCH
AAN DE TECHNISCHE HOGESCHOOL TE EINDHOVEN
OP VRIJDAG 28 FEBRUARI 1964

DOOR

DR. J.F. BENDERS

*Mijne Heren Curatoren,
Mijnbeer de Secretaris van de Technische Hogeschool,
Mijne Heren Hoogleraren,
Dames en Heren Leden van de Wetenschappelijke, van de
Technische en van de Administratieve Staf,
Dames en Heren Studenten,
en voorts Gij allen, die deze bijeenkomst met Uw
tegenwoordigheid vereert,*

Zeer gewaardeerde toeboorders,

In het verleden heeft de techniek ons geleerd hoe de fysieke vermogens van de mens door het gebruik van machines kunnen worden vervangen en uitgebreid. Thans is een groot deel van onze wetenschappelijke en technische activiteit erop gericht geestelijke routinewerk van de mens te mechaniseren en door machines te laten verrichten.

Deze ontwikkeling is op gang gebracht door de wens tot automatisering van technische installaties en processen. Door het servomechanisme hebben deze vaak een beperkt vermogen tot zelfkritiek gekregen. Daardoor kunnen zij hun eigen gedrag controleren en zo nodig verbeteren zonder directe menselijke tussenkomst.

Geheel nieuwe mogelijkheden werden geschapen door het verschijnen van de elektronische rekenmachine, direct na de laatste wereldoorlog. Ook deze rekenmachines zullen nooit meer dan een zeer kleine fractie van ons denkwerk kunnen overnemen. Maar zij overtreffen de mens ver in het uitvoeren van mentale routine processen waarin snelheid, het verwerken van grote massa's kwantitatieve informatie en het maken van keuzen uit alternatieven een grote rol spelen.

De mechanisering van denkprocessen is niet een nieuw product van onze technische tijd. De wiskunde heeft zich hiermee reeds eeuwenlang bezig gehouden. Want wat zijn de wiskundige algoritmen voor het trekken van de vierkantswortel uit een getal of voor het oplossen van een stelsel lineaire vergelijkingen anders dan gemechaniseerde denkprocessen?

Deze produkten van de wiskunde, de logische en numerieke algoritmen, vormen het meest aangewezen gereedschap voor de verwerking van kwantitatieve informatie, in het bijzonder als deze een logische of empirische samenhang vertoont. En toch is de wiskunde, ondanks deze pretentie, ondanks de vele numerieke methoden in de loop der tijden ontwikkeld, en ondanks de belangrijke plaats die zij in ons onderwijs altijd heeft ingenomen, in het verleden niet in staat geweest uit te groeien tot een algemeen bruikbaar gereedschap voor de practicus. Een onoverkomelijke barrière werd gevormd door de fysieke en technische onmogelijkheid het rekenwerk, verbonden aan haar toepassing in praktisch interessante gevallen, daadwerkelijk uit te voeren. Het doorbreken van deze rekenbarrière door de digitale en analoge elektronische rekenmachines maakte echter, in één klap, het grote arsenaal van wiskundige algoritmen, en daarmee ook de in eeuwen opgebouwde wiskundige begrippenwereld en methodiek, toegankelijk voor de informatieverwerkende praktijk.

De belangstelling van het bedrijfsleven voor de wiskunde blijkt sindsdien uit afdelingen met namen als "applied mathematics" in grote bedrijven, uit advertenties waarin gevraagd wordt naar wiskundig gevormde medewerkers van alle niveaus, uit industriële adviesbureaus die hun wiskundige hulp aanbieden, en uit de talrijke rekenmachines die bij de industriële praktijk en research zijn ingeschakeld. De Verenigde Staten hebben in deze ontwikkeling, kwantitatief gezien, nog veruit de leiding, maar in West-Europa en ook in ons eigen land gaat de industriële wiskunde een steeds belangrijker rol spelen.

Omgekeerd krijgt de wiskunde nu ook sterke impulsen uit de wereld van de toepassing. Zo heeft het streven naar doelmatige constructie en zinvol gebruik van rekenmachines een uitgebreide studie van logische processen op gang gebracht. De numerieke wiskunde bloeit als nooit te voren. Vroegere theorieën en methoden, ontwikkeld los van de eisen die de praktijk thans stelt, vereisen hernieuwd onderzoek en uitbreiding. Nieuwe toepassingsgebieden vragen om nieuwe of meer verfijnde begrippen, en om nieuwe analytische en numerieke hulpmiddelen.

De wiskunde dringt nu ook door in zeer praktisch georiënteerde gebieden, waar zij tot voor kort slechts incidenteel werd gebruikt of in het geheel niet werd genoemd. Een van deze gebieden is dat van de bedrijfsvoering.

In het bedrijfsleven staat het ontwerpen van afzonderlijke technische installaties reeds lang onder invloed van natuur- en technische wetenschap. De bedrijfsleiding echter, het regelen en controleren van het

samenspel van mensen en machines, afdelingen en processen, die tezamen zo'n bedrijf vormen, is veelal gebaseerd op ervaring, intuïtie en traditie. Met het groter en complexer worden van het industriële en overheidsbedrijf groeit echter de behoefte aan wetenschappelijk gefundeerde methoden voor het ontwerpen, controleren en plannen van complete systemen. Vooral de invloed die de mens via ontwerp, constructie en bestuur op het operationele gedrag van deze systemen kan uitoefenen, staat hierbij in het brandpunt van de belangstelling.

De interesse voor de studie van zulke "systems of organized complexity" komt uit heel verschillende richtingen. Uit de automatisering heeft zich een technisch gerichte "systems analysis" ontwikkeld. De doelstelling daarvan wordt meestal omschreven als: het vinden van de best bij elkaar passende componenten van uit te breiden of nieuw te ontwikkelen systemen. ACKOFF noemt dit dan ook „content analysis". Daarnaast is, als een directe voortzetting van de zo succesvolle wetenschappelijke aanpak van militaire problemen in de jongste wereldoorlog, een meer organisatorisch gerichte „operations analysis" of „operations research" ontstaan. Deze beoogt het meest doeltreffende samenspel te achterhalen van de componenten van een reeds bestaand systeem, van mensen en machines.

Deze beide richtingen groeien geleidelijk naar elkaar toe. Want uiteraard vindt ook de operations analysis aanwijzingen tot „content" verbetering, terwijl de doelmatigheid van het samenstel van componenten slechts uit hun samenspel beoordeeld kan worden. Ook volgt operations research logisch op systems engineering, vooral nu, door de explosieve ontwikkeling van natuur- en technische wetenschappen, vele industriële installaties en processen slechts een betrekkelijk korte levensduur hebben en een snelle opbouw van operationele ervaring dus zeer gewenst is.

De methodiek van de technische zowel als van de organisatorische systeemanalyse is sterk wiskundig georiënteerd. Waar experimenten met bestaande systemen niet mogelijk of te kostbaar zijn en zelfs bij vele planningsstudies de systemen alleen op papier bestaan, is het op empirische gegevens berustende wiskundige model uitgegroeid tot een instrument voor het verkrijgen van experimentele ervaring.

De waarde van zulke modellen wordt bijzonder sprekend in plotseling sterk gewijzigde situaties, waar ervaring en traditie geen betrouwbare leiders meer zijn, en waar de consequenties van alternatieve beslissingen alleen via adequate modellen kunnen worden beoordeeld. Een uitstekend voorbeeld vinden we in een voordracht van DE WOLFF voor de Vereniging voor Statistiek. Hij beschrijft daar hoe, door de

aanwezigheid van een wiskundig model van de nederlandse economie bij het Centraal Planbureau, onze regering binnen één dag inzicht gegeven kon worden in de mogelijke gevolgen van monetaire maatregelen, die genomen zouden kunnen worden naar aanleiding van de revaluatie van de duitse mark in maart 1962. Andere voorbeelden vinden we in het doelbewust gebruik van wiskundige modellen bij het in werking stellen van nieuwe processen of installaties. Het effect van elke handeling in het werkelijke systeem wordt dan eerst nagegaan in een begeleidend wiskundig model. De aanwezigheid van zo'n model kan het verschil betekenen tussen ramp en succes. Denkt U hierbij maar aan de bemande raketvaart. Bovendien kan zo'n model naderhand dienen voor het opsporen van optimale procescondities.

Waarde toeboorders,

Mijn opdracht aan deze Technische Hogeschool omvat het onderwijs in de wiskundige fundamenteën en technieken van de operations research. Na U de rol van het wiskundige model in de systeemanalyse te hebben geschetst, wil ik daarom trachten U, met enkele grepen uit mijn vakgebied, de taak te illustreren die de wiskunde in deze operations research is toebedeeld.

De operations research richt zich op systemen die binnen hun menselijke, technische, economische of organisatorische beperkingen op vele manieren kunnen worden geleid en haar uiteindelijke taak ziet zij in het geven van wetenschappelijk gefundeerde adviezen aangaande de keuze van een optimale beleidslijn.

In de wiskundige beschouwingen over operations research wordt de centrale plaats ingenomen door het beslissingsproces: het maken van een keuze uit een aantal alternatieven. Haar eerste taak ziet de wiskunde daarom in het verschaffen van een basis van wiskundige begrippen en theorieën om zoveel mogelijk aspecten, die op de besluitvorming van invloed kunnen zijn, te kunnen kwantificeren en in een wiskundig model te kunnen opnemen.

Een bijzonder aantrekkelijk studieobject voor dit doel vormt het gedrag van de mens in conflictsituaties, welke we in extreme vorm aantreffen in onze gezelschapsspelen, zoals schaken, dammen, bridge en poker. Deze conflictsituatie en daarmee ook het aloude probleem van de economie: „hoe gedraagt de egoïstische homo economicus zich onder gegeven omstandigheden”, werd door VON NEUMANN in 1928, in zijn theorie over strategische spelen, op een geheel nieuwe wijze aangepakt.

De Robinson Crusoe situatie, een man, achtergelaten op een onbewoond eiland, die tracht maximaal gewin te halen uit de hem omringende natuur, is lange tijd het standaard model geweest voor het beantwoorden van deze vraag. Wiskundig gezien, leidt zij tot het gewone maximaliseringsprobleem. Dit model is echter onbruikbaar als meerdere personen, elk met eigen doelstellingen, in het beeld moeten worden betrokken. Het effect van een beslissing van een van hen hangt dan ook af van de beslissingen die de anderen nemen. VON NEUMANN nu heeft laten zien, dat ook deze conflictsituaties zich lenen voor wiskundige modelvorming en analyse. Uitgaande van het min-max criterium toonde hij aan, dat in een spel van twee personen, waarbij de winst van de een het verlies is van de ander, er voor elk van de spelers een rationale gedragslijn kan worden aangegeven. Elke speler kan zo spelen dat zijn winst gemiddeld niet lager of zijn verlies gemiddeld niet groter is dan een door het spel bepaald bedrag. Wanneer elk van de spelers zo'n gedragslijn volgt, dan verhinderen zij hun opponent gemiddeld meer dan dat bedrag te winnen dan wel minder dan dat bedrag te verliezen.

Aanvankelijk trok deze speltheorie, op de gebruikelijke wiskundige wijze beschreven in een wiskundig tijdschrift, weinig aandacht. Maar de uiterst suggestieve wijze, waarop VON NEUMANN en MORGENSTERN in 1944 de speltheorie presenteerden in het beroemd geworden boek „Theory of Games and Economic Behaviour”, heeft haar toen zelfs populariteit buiten de wiskunde gegeven. Het idee nu eindelijk eens te kunnen leren hoe een spel te winnen zonder vals te spelen, is ook voor niet-wiskundigen zeer aantrekkelijk. Gelukkig bleek al gauw dat ze voor onze gezelschapsspelen van weinig praktische betekenis is en zeker niet aangeeft hoe de opvolgende zetten moeten worden gespeeld. Hoe suggestief de naam ”speltheorie” ook is, het werk van VON NEUMANN en MORGENSTERN moet allereerst gezien worden als een serieuze poging een eigen wiskundig apparaat te scheppen voor de analyse van economische en sociale relaties van de mens. Zij heeft dan ook grote invloed gehad op de naoorlogse ontwikkeling van de wiskundige economie. Tesaamen met WALD's werk betreffende statistische beslissingsprocessen uit de jaren 1940-1950 vormt zij de oorsprong van de moderne beslissingstheorie, zoals die thans door wiskundigen, economen, filosofen, psychologen en sociologen wordt uitgewerkt. Ook heeft zij een sterke stimulans geleverd tot de ontwikkeling van de huidige militaire spelen. Al deze ontwikkelingen hebben op hun beurt weer grote betekenis voor de operations research, waar ze vooral bijdragen tot een heldere begripsvorming

omtrent conflictsituaties, die zij in haar studies in vele vormen tegenkomt.

Er zijn veel situaties in het bedrijfsleven, die een duidelijk spelkarakter hebben, zoals aanbestedingen, het verwerven van licenties of concessies, en het stemmen in vergaderingen. De literatuur maakt melding van succesvolle industriële toepassingen van de speltheorie, maar daar de auteurs zeggen onder industriële geheimhouding te staan, is de draagwijdte van deze bewering niet te achterhalen. De algemene ervaring is echter, dat zij nog slechts een geringe praktische bruikbaarheid bezit ondanks de talloze studies die er sinds 1944 aan zijn gewijd. De oorzaak ligt vooral in het feit, dat de speltheorie nog geen aanvaardbare oplossing biedt voor spelen waarin meer dan twee personen betrokken zijn. In zulke gevallen kunnen coalities worden gevormd, steekpenningen gegeven en contracten aangegaan en verbroken. Om deze situaties doeltreffend te kunnen hanteren, zouden meer gegevens over de sociale of psychologische relaties tussen de opposanten in het model moeten worden opgenomen. Bijzonder moeilijk wordt ook de studie van het onderling gedrag van meerdere bedrijven wanneer, zoals in de praktijk vaak voorkomt, anti-trust wetgeving de mogelijkheid tot samenwerking beperkt.

Dat de speltheorie toch nog wel interessante informatie kan verschaffen, blijkt uit een studie van SHAPLEY en SHUBIK over de machtsverhouding in commissies, zoals bijvoorbeeld de Tweede Kamer, die voorstellen volgens een bepaald stelsysteem kunnen aanvaarden of afwijzen. De macht van een commissielid definiëren zij als de waarschijnlijkheid, dat dit lid een verliezende coalitie in een winnende doet overgaan, als de winnende coalitie wordt opgebouwd door een aselechte keuze uit alle leden. Zij berekenen hiermee o.a. de machtsverhoudingen in de Veiligheidsraad, die, zoals bekend, uit elf leden bestaat waarvan de „Grote Vijf” het recht van veto hebben. Een voorstel is aanvaard, als er tenminste zeven voorstemmers en geen veto's zijn. Zij komen tot de conclusie dat 98,7 % van de macht in de Veiligheidsraad in handen is van de „Grote Vijf”. Individueel gezien, hebben de leden van de „Grote Vijf” een 90 : 1 voordeel over de andere leden.

Deze berekening gaat uit van zeer vereenvoudigende veronderstellingen; zo negeert zij elke sociale of psychologische relatie tussen de leden. Het is echter niet onmogelijk, dat zo'n berekening bij invoering van een stelsysteem een niet verwachte en ongewilde machtsdistributie tijdig aan het licht brengt.

De speltheorie houdt zich bezig met conflictsituaties waarin twee of

meer partijen actief tegenover elkaar staan. Dit mag in de concurrentiestrijd tussen bedrijven, die elk voor zich streven naar een zo voordelig mogelijke positie op de markt, een aanvaardbare veronderstelling zijn, binnen eenzelfde bedrijf mag zo'n situatie toch niet als normaal gezien worden. Ook daar lopen de belangen van medewerkers en afdelingen niet altijd parallel, maar het bedrijfsbegrip houdt toch in dat allen, die in een bedrijf werkzaam zijn, tenminste enkele gemeenschappelijke doeleinden nastreven. De conflictsituatie uit zich hier meer passief in de vorm van technologische beperkingen in de beschikbare installaties, door schaarste aan grondstoffen, mankracht, tijd en geld, door kwaliteitseisen ten aanzien van te fabriceren producten, door fysisch voorgeschreven volgorden van operaties of door beperkte opslag- en voorraadmogelijkheden.

In zulke systemen, waar de relaties een sterk technologisch karakter hebben en niet in hoofdzaak afhangen van individuele menselijke reacties, heeft de operations research geleid tot veelbelovende wiskundige modellen voor planningsdoeleinden.

Dit brengt ons op de tweede taak van de wiskunde in de operations research, het verschaffen namelijk van hanteerbaar wiskundig gereedschap voor de modelanalyse.

Bij het vervullen van deze taak speelt het structuur onderzoek van bedrijfsmodellen een belangrijke rol. Het ideaal voor industriële toepassing is de reductie van voorkomende modellen tot enkele standaardmodellen. Hiervoor moet dan getracht worden een constructief en praktisch rekenproces te ontwikkelen zodat, bij aanwezigheid van bevredigende numerieke waarden voor de optredende parameters, de modelanalyse op routine basis kan worden uitgevoerd. Succesvolle voorbeelden vormen hier de simplexmethode voor lineaire programmeringsmodellen en de PERT methode (Project Evaluation and Review Technique) voor de netwerkmodellen, die worden gebruikt bij de planning van grote projecten, welke bestaan uit vele deelprojecten.

Dit zoeken naar methoden en technieken en het construeren van hanteerbaar wiskundig gereedschap is van groot praktisch belang. Immers, modelvorming heeft in het bedrijfsleven alleen dan zin, als zo'n model ook daadwerkelijk geanalyseerd kan worden. Het is dan ook het beschikbare gereedschap dat de toepassing inspireert! De historie van de operations levert hiervan reeds vele voorbeelden.

Zo is haar ontstaan na de jongste wereldoorlog en de hoge vlucht, die zij direkt genomen heeft, voor een groot deel te danken aan de uitbouw van de wiskundige statistiek in de jaren tussen de beide wereld-

oorlogen. Haar meest succesvolle resultaten hadden toen immers betrekking op militaire activiteiten zoals de bestrijding van duikboten, bescherming van convooien en training van piloten, waarvoor met statistische hulpmiddelen meetbare en controleerbare maten voor de doeltreffendheid konden worden opgesteld. De nadruk van de operations research in die tijd lag op het systematisch verzamelen en analyseren van operationele gegevens. Het hoeft ons daarom niet te verbazen dat ze haar oorsprong juist in Engeland gevonden heeft. Want daar had de statistische gedachtengang toen reeds meer dan elders ingang gevonden, niet in het minst door het baanbrekende werk van Sir RONALD FISHER in het doelmatig organiseren van biologische en landbouwkundige experimenten en het verwerken van waarnemingsuitkomsten.

Een ander sprekend voorbeeld vormt de statistische kwaliteitscontrole. Tussen 1920 en 1940 was de steekproeftheorie en het trekken van conclusies uit statistische gegevens, vooral door het werk van NEYMAN en PEARSON, op een gezonde waarschijnlijkheidstheoretische basis gebracht. Parallel daarmee liep de eerste ontwikkeling van de statistische kwaliteitscontrole, waarvoor de industrie echter, vooral in Amerika, weinig belangstelling toonde. Toen echter na 1939 de massa productie van militaire uitrusting en de hoge kwaliteitseisen, die daaraan werden gesteld, vroegen om snelle en toch betrouwbare keuringsmethoden, lag daarvoor een theoretisch goed gefundeerd en bruikbaar gereedschap klaar. En toen bovendien de Amerikaanse militaire autoriteiten de kwaliteitscontrole op statistische basis ging uitvoeren, was de industrie wel gedwongen hetzelfde te doen. En niet tot haar nadeel, menig bedrijf maakt er sindsdien een dankbaar gebruik van.

Ook de na-oorlogse ontwikkeling van optimaliseringsmethoden heeft de wiskundige modelvorming en analyse in het bedrijfsleven sterk bevorderd. Vooral de lineaire programmering heeft grote bekendheid gekregen. Hierin wordt de samenhang tussen de in aanmerking te nemen systeemvariabelen door lineaire relaties beschreven, terwijl ook de doelstelling van het systeem door een, te minimaliseren, lineaire vorm in deze variabelen wordt uitgedrukt.

Ik wil op het ontstaan van de lineaire programmering iets nader ingaan om U te demonstreren hoe nauw zij samenhangt met ingrijpende ontwikkelingen in de wiskundige economie van de dertiger jaren.

Reeds sedert het einde van de vorige eeuw werden door WALRAS, PARETO e.a. in wiskundige vorm beschreven modellen van economisch evenwicht bestudeerd. Deze hebben zich echter lang aan een rigoreuze wiskundige analyse onttrokken. Zo werd het bestaan van

zo'n evenwicht en zelfs van zijn eenduidigheid zonder meer aangenomen als het aantal variabele grootheden in het model maar gelijk was aan het aantal daartussen bestaande onafhankelijke relaties. Eerst in 1935 werden door WALD noodzakelijke en voldoende voorwaarden hiervoor afgeleid. Ook VON NEUMANN leverde in die jaren een belangrijke bijdrage tot een goede wiskundige begripsvorming door zijn dicht bij de lineaire programmering en dicht bij de speltheorie staande studie van een expanderende economie.

Een ontwikkeling van meer praktisch belang begon omstreeks 1935, toen Leontief geen genoegen meer nam met de zuiver formele studies van economisch evenwicht zonder dat daarbij empirische gegevens tot uitgangspunt dienden. Hij constateerde enerzijds een concentratie van economische theorieën, niet gebaseerd op feiten en anderzijds een steeds groter wordende stroom van statistische informatie over inkomsten, besparingen, productie en investeringen, waaraan geen theorie ten grondslag lag. Zijn werk: „to fill the empty boxes of economic theory with relevant empirical contents”, resulteerde in 1936 in de z.g. inter-industrie modellen. Deze beschrijven de samenhang tussen afzonderlijke bedrijven, uitgaande van de gedachte dat vele producten slechts intermediair zijn, dus weer als grondstof of half product dienen voor de productie van andere goederen in andere bedrijven. Zij leveren het uitgangspunt voor een op empirische gegevens berustende analyse van de invloed van veranderingen in de vraag op de markt, of in het productie proces in enig bedrijf, op het productie niveau van alle bedrijven die in het model zijn opgenomen.

Deze inter-industrie modellen vinden thans uitgebreide toepassing bij de economische planning in vele landen. De bedrijven zijn dan meestal bedrijfstakken, zoals chemische industrie en auto industrie, en er wordt aangenomen dat zij elk slechts één enkel product fabriceren, hier dus chemicaliën of auto's. Verder worden ze beschouwd als black-boxes, waarvan alleen de input/output structuren bekend zijn, die door vaste technologische coëfficiënten worden gegeven.

Het zijn deze inter-industrie modellen die, direkt na de oorlog, het uitgangspunt vormden voor een wetenschappelijke benadering van de enorme distributie en toewijzingsproblemen, welke zich in de militaire organisatie voordeden bij de verdeling van mankracht en materiaal en bij de bevoorrading van troepen. Hun bruikbaarheid werd echter sterk beperkt door de eis dat elk bedrijf slechts één product mocht produceren. Bovendien kon in zulke militaire problemen een gesteld doel, binnen de technische en organisatorische beperkingen, op meerdere manieren worden gerealiseerd. Zulke alternatieven werden echter door

de Leontief-modellen niet beschreven. De pogingen, deze moeilijkheden op te lossen door een generalisering van het inter-industrie model, leidden DANTZIG in 1947 tot het model van lineaire programmering. Gelijktijd ontwikkelde hij de wiskundig uiterst eenvoudige, doch zeer doeltreffende simplexmethode voor zijn numerieke analyse. Dit lineaire model bracht onmiddellijk in verscheidene gebieden van wetenschap en toepassing een grote activiteit teweeg.

Onder de bezielende leiding van onze vroegere landgenoot KOOPMANS, zelf in de oorlogsjaren betrokken bij de ontwikkeling van transport modellen, werd de grote betekenis van dit lineaire model voor de economische theorie verder uitgewerkt.

In de wiskunde gaf zij aanleiding tot een diepgaande studie van stelsels lineaire ongelijkheden, die tot dan toe zeer stiefmoederlijk behandeld waren. Er bleek ook een sterke relatie te bestaan tussen de lineaire programmering en VON NEUMANN'S „twee personen nul-som spel". De uitbreiding tot convexe niet-lineaire programmeringsmodellen bracht nieuwe aandacht voor convexe functies en verzamelingen, die nu in de wiskundige economie een fundamentele rol spelen. Ook voor deze niet-lineaire programmeringsmodellen konden efficiënte numerieke methoden voor de modelanalyse worden ontwikkeld.

De Amerikaanse luchtmacht, door wie DANTZIG's onderzoek was gesteund, ging de lineaire programmering op haar praktische bruikbaarheid onderzoeken. Een dankbaar studie-object vond zij daarbij in de russische blokkade van Berlijn met al haar bevoorradings- en transport moeilijkheden.

Industriële toepassing op grote schaal is eerst veel later begonnen. Daadwerkelijk gebruik van de lineaire programmering, met haar omvangrijke kwantitatieve informatieverwerking, was pas mogelijk toen de electronische rekenmachine, omstreeks 1955, in het bedrijfsleven begon door te dringen. De ervaring sindsdien heeft geleerd dat vele industriële planningsproblemen, zoals toewijzing en distributie van grondstoffen en producten, mengproblemen in olie-, levensmiddelen- en veevoerbedrijven, en productieplanning in de chemische- en in de aardolie-industrie, bevredigend door een lineair model kunnen worden beschreven en met behulp van de simplexmethode kunnen worden opgelost. Voor een meer gedetailleerde planning, waar het gebruik van vaste technologische input/output coefficienten niet meer bevredigend is, wordt ook reeds van niet-lineaire programmering gebruik gemaakt.

De wiskunde behoeft niet ontevreden te zijn over de wijze waarop zij

tot nu toe haar taak ten behoeve van de operations research heeft vervuld. Intensief wiskundig onderzoek zal echter nodig zijn om te voorkomen dat, bij de verdere uitbouw van de operations research, het ontbreken van geschikte wiskundige theorieën en technieken een bottleneck gaat vormen.

Zo richt deze haar aandacht meer en meer op het dynamische karakter van het bedrijfsgebeuren, en tracht zij, in haar planningsmodellen, rekening te houden met steeds veranderende omstandigheden, zoals dagelijks variaties in de vraag naar producten, in aanvoer en kwaliteit van grondstoffen, en in de technische uitrusting. Ook spelen dynamische aspecten een belangrijke rol bij de wederzijdse aanpassing van de tactische planning die nauw samenhangt met het directe bedrijfsgebeuren, en de strategische planning die daarvoor slechts richtlijnen geeft op langere termijn.

Baanbrekend werk in de analyse van dynamische beslissingsprocessen is reeds verricht in de dynamische programmering, waarvan BELL-MAN de grote promotor is. De systemen die daar worden onderzocht, zijn gekenmerkt door een aantal toestandsvariabelen en een aantal beslissingsvariabelen. Door aan de beslissingsvariabelen passende numerieke waarden toe te kennen kan het systeem in een nieuwe toestand worden overgevoerd. Het meerstapsbeslissingsproces beoogt nu, op een aantal opvolgende tijdstippen, deze beslissingsvariabelen telkens zodanig in te stellen, dat het systeem aan het einde van de operatie in een nader gespecificeerde optimale eindtoestand overgaat. Deze meerstapsbeslissingsprocessen zijn alle gebaseerd op de veronderstelling, dat het vaststellen van de optimale waarden van de beslissingsvariabelen op elk tijdstip alleen afhangt van de toestand van het systeem op dat moment, en niet van de wijze waarop het in die toestand is gekomen. Zij leidt tot een simpel dynamisch optimaliteitscriterium, dat weer vertaald kan worden in recurrente betrekkingen en functionaalvergelijkingen, die machtige hulpmiddelen vormen voor de analyse van vele beslissingsprocessen, variërend van het uitdunnen van bossen tot operaties met atoomreactors. Aanvankelijk ontwikkeld met het oog op bedrijfsvoeringsproblemen, blijkt de dynamische programmering ook van toepassing in de automatische procescontrole, bij de studie van chemische processen en reactors, en bij raket- en ruimtevaartproblemen. Het gebruik van deze recurrente betrekkingen en functionaalvergelijkingen vereist echter het inbedden van het op te lossen dynamische probleem in een grote verzameling van analoge problemen, die simultaan moeten worden opgelost. Afgezien van het feit dat men in de oplossing van deze andere problemen vaak weinig

geïnteresseerd is, leidt deze aanpak ook tot veelal onoverkomelijke numerieke moeilijkheden, indien per stap niet meer dan drie of vier toestandsvariabelen rekening moet worden gehouden. Voor de industriële planning, waar vaak vele toestandsvariabelen in het beeld moeten worden betrokken, is de dynamische programmering in haar huidige vorm daarom slechts in beperkte mate bruikbaar, en er zullen andere technieken ontwikkeld moeten worden om ook daar dynamische aspecten doeltreffend te kunnen verwerken.

Een dringende noodzaak tot fundamenteel wiskundig onderzoek bestaat ook voor die beslissingsprocessen, waarbij een beste keuze gemaakt moet worden uit een eindig aantal alternatieven. Zulke problemen doen zich o.a. voor als productie niveaus slechts in discrete stappen kunnen worden gewijzigd, bij uitbreidings- of investeringsproblemen waar een keuze moet worden gemaakt uit een aantal mogelijke projecten, en bij het vaststellen van volgorden van operaties met eenzelfde machine, welke voor meerdere doeleinden kan worden gebruikt. Vooral berucht is het lesrooster probleem, waarmee niet alleen onze scholen telkenjare opnieuw worden geconfronteerd, maar dat zich ook in vele vormen manifesteert bij de industriële planning, zoals bij vervoersproblemen, waarin met individuele transportmiddelen en verbindingswegen rekening moet worden gehouden.

Zulke discrete beslissingssituaties kunnen niet door continu over een interval varieerbare grootheden worden gerepresenteerd. Zij laten zich echter kwantificeren door variabelen welke alleen de waarden nul en een mogen aannemen, waardoor ze op uiterst eenvoudige wijze in een programmeringsmodel kunnen worden opgenomen. Het combinatorische karakter van deze programmeringsproblemen biedt echter grote numerieke moeilijkheden. Alleen in zeer eenvoudige gevallen zijn bevredigende oplosmethoden bekend. Een praktisch interessant voorbeeld vormt de „kritieke pad methode” voor de volgordeplanning van deelkarweien in een groot project. In de meeste andere gevallen echter is het individueel toetsen op optimaliteit vereist van een astronomisch aantal alternatieven en er is dringend behoefte aan technieken, welke niet optimale alternatieven snel van dit onderzoek uitsluiten.

Groot was daarom het enthousiasme in de operations research, toen GOMORY in 1958 een algoritme ontwikkelde voor het oplossen van lineaire programmeringsproblemen, waarin sommige of alle variabelen gehele getalwaarden moesten aannemen. Dit algoritme was sterk verwant aan het simplex-algoritme voor de gewone lineaire program-

mering, dat zich juist in die dagen als zeer efficiënt ontpopt had. Ook nu kon een optimale oplossing verkregen worden door een eindig aantal herhalingen van een simpel rekenprocedé. Het enthousiasme was echter weer gauw verdwenen, toen numerieke experimenten aantoonde, dat dit rekenprocedé, in tegenstelling met de ervaringen bij de simplex-methode, zo slecht convergeerde, dat het voor bedrijfskundige toepassingen onbruikbaar was. De situatie is hier veel somberder dan bij de dynamische programmering. Want, vindt deze laatste, ondanks haar beperkte numerieke technieken, toch uitgebreide toepassing, de hier geschetste methode voor het incorporeren van discrete alternatieven in een programmeringsmodel, hoe vruchtbaar ook voor de modelvorming, heeft nauwelijks enige betekenis zonder bijpassend numeriek gereedschap voor de modelanalyse.

De vele toepassingen, die de optimaliseringsmethoden thans in het bedrijfsleven vinden, hebben doorgaans betrekking op beperkte bedrijfsonderdelen. Het ideaal van de operations research pioniers, de operaties van een bedrijf als één geheel te behandelen en de bedrijfsleiding te adviseren aangaande een optimaal beleid voor het bedrijf als geheel, is dan ook nog lang niet bereikt. Welke problemen zich bij het nastreven van dit wel zeer ambitieuze doel voordoen, en hoe de wiskunde ook hier haar hulp wellicht weer kan bieden door het ontwikkelen van geschikte theorieën en technieken, moge ik U illustreren aan het probleem van de decentralisatie van beslissingsinstanties.

De huidige optimaliseringsmethoden gaan uit van een centrale beslissingsinstantie, die over het volledige bedrijfsmodel en over alle daarbij behorende numerieke gegevens beschikt. De beslissingsmacht in een bedrijf is echter veelal verdeeld over meerdere instanties, die elk een van de min of meer sterk met elkaar verbonden bedrijfsonderdelen beheren. Reeds lang wordt erover gefilosofeerd of het mogelijk is zodanige interne kosten en prijzen aan interne diensten en goederen toe te kennen, dat de lokale beslissingen van deze instanties tegelijk optimale of bij benadering optimale beslissingen zijn voor het bedrijf als geheel. Interessant is nu dat in een lineair programmeringsmodel van een systeem van samenhangende afdelingen, zulke interne prijzen en kosten inderdaad kunnen worden berekend. De decompositie methode van Dantzig en Wolfe, in 1958 ontwikkeld voor het oplossen van zeer grote lineaire programmeringsproblemen, leidt hier namelijk tot een meerstapsbeslissingsproces. Er is dan een centrale instantie, die wel de onderlinge samenhang van de afdelingen kent, maar die geen informatie heeft over de lineaire modellen van de afdelingen zelf. In elke

stap wisselt iedere afdeling enige nadere gespecificeerde informatie uit met de centrale instantie, die daaruit tenslotte de gewenste interne prijzen en kosten berekent.

Momenteel worden in verschillende bedrijven rekenmachineprogramma's ontworpen op basis van deze decompositie methode met het doel geografisch gescheiden onderdelen van zo'n bedrijf simultaan te programmeren en om dynamische aspecten in een op lineaire programmering gebaseerde bedrijfsplanning te kunnen opnemen. We mogen hopen, dat de ervaring met deze decompositie methode ook informatie zal verschaffen over de praktische betekenis en mogelijkheden van zulke interne prijzen en kosten.

Tenslotte wil ik nog een enkel woord wijden aan de structuur verandering die de wiskundige wereld thans ondergaat. Behalve de wiskundige per se, kennen we sinds enkele jaren de wiskundige ingenieur, wiens centrale taak het is de enorme analytische en numerieke potenties van de wiskunde uit te dragen naar de toepassingsgebieden. Daarnaast groeit nu weer de wetenschappelijke rekenaar, die bij dit uitdragen moet assisteren, zoals dat in de techniek gebeurt door de HTS-er.

Naast de wiskunde ontwikkelt zich nu ook, wat ik wil noemen, een technische wiskunde, zoals in het verleden naast de natuurkunde de technische natuurkunde, in vele variaties, en naast de chemie de chemische techniek zijn ontstaan. Het ontwerpen, construeren en beproeven van wiskundige en statistische rekenmachine programma's, van vertaalprogramma's behorende bij programmeertalen en vele andere wiskundige activiteiten, die ten doel hebben wiskundige methoden en technieken bruikbaar en toegankelijk te maken voor de niet-wiskundige gebruiker, kunnen we immers terecht „technische wiskunde” noemen.

Deze technische wiskunde krijgt ook gestalte door haar werk ten behoeve van de „operational engineering”.

Flugter omschrijft in zijn intree-rede in Delft in 1959 de chemical engineering als: „alle werkzaamheden die verricht moeten worden om van een chemisch laboratorium experiment te komen tot een goed functionerend commercieel bedrijf”. Tevens laat hij zien hoe deze chemical engineering een samenspel vormt van chemici en fysici, die een verantwoord ontwerp van een proces of installatie moeten maken, en werktuigbouwkundigen, die dit ontwerp moeten realiseren.

Met enige vanzelfsprekende variaties kunnen we nu de operational engineering omschrijven als: „alle werkzaamheden die verricht moeten worden om een in de operations research geboren idee om te

zetten in een economisch, organisatorisch en wiskundig verantwoord apparaat voor het verkrijgen van informatie die nodig is voor een doeltreffende bedrijfsvoering". Het samenspel zal hier in het algemeen plaats hebben tussen de bedrijfs- of de proceskundige en de wiskundige ingenieur.

De aandeel van de technische wiskunde in de operational engineering moge U duidelijk worden uit het volgende voorbeeld. Als de operations research in een bedrijf leidt tot een bruikbaar model voor planningsdoeleinden, dan kan deze planning alleen dan op routine basis worden uitgevoerd als hiervoor de nodige wiskundige apparatuur in de vorm van rekenmachine-programma's geschapen wordt. Is het model lineair, dan kan deze apparatuur o.a. omvatten: matrix generatoren, die de numerieke parameters van het model uit bedrijfsgegevens opbouwen, schalingsprogramma's, die numerieke moeilijkheden bij de latere berekeningen moeten voorkomen, een lineair programmeringsprogramma als wiskundige kern, en tenslotte rapportage programma's, die de verkregen informatie omzetten in direkt leesbare en interpreteerbare rapporten voor de bedrijfsleiding of voor haar adviseurs.

Leidt voortgezette operations research tot verfijning of uitbreiding van het model, doordat bijvoorbeeld met dynamische of niet-lineaire aspecten rekening kan worden gehouden, dan moet dit wiskundige apparaat weer snel en doeltreffend kunnen worden aangepast en vernieuwd.

Deze constructies van de technische wiskunde zijn in opbouw en werking volkomen vergelijkbaar met technische installaties. Zij moeten binnen een bepaalde tijdslimiet en volgens vooraf gegeven specificaties worden opgebouwd en zij stellen analoge eisen betreffende bedrijfszekerheid, betrouwbaarheid en hanteerbaarheid. Ook is het voor de bedrijfskundige gebruiker niet nodig alle constructieve details te kennen; duidelijke gebruiksinstructies en een goed begrip voor haar mogelijkheden en beperkingen zijn voldoende.

Hier ligt naar mijn overtuiging een dankbaar en fascinerend werkterrein voor de wiskundige ingenieur, waar hij zijn creativiteit in hoge mate kan uitleven. Hoewel hij goed moet kunnen samenwerken met de bedrijfs- en proceskundige ingenieur, staat hij voor een geheel eigen problematiek welke hij alleen aankan als hij goede kennis van wiskunde en moderne rekenmethoden en rekenapparatuur paart aan goed inzicht van het vakgebied waarin hij werkt. Bovendien moet hij in de vele gevallen, waar de wiskundige wetenschap hem nog in de steek laat, een beroep durven doen op zijn kritische durf, ervaring en intuïtie, want evenals bij elk technisch werk worden de beste resultaten verkregen

door een samenspel van kunst en kunde.

Zeer geachte toehoorders,

Ik heb U slechts een beperkt beeld kunnen geven van de problemen, waarvoor de wiskunde door de operations research wordt gesteld. Niettemin hoop ik, dat ik U heb duidelijk gemaakt, welk een belangrijke taak de wiskunde heeft voor het welslagen van deze operations research, maar ook welk een boeiend en veelzijdig werkterrein er ligt voor de wiskundige, die zich het vervullen van deze taak ten doel stelt.

Gekomen dan aan het einde van mijn rede, betuig ik in de eerste plaats mijn eerbiedige dank aan Hare Majesteit de Koningin, voor mijn benoeming tot buitengewoon hoogleraar aan deze Technische Hogeschool.

Mijne Heren Curatoren,

Aan U betuig ik mijn grote erkentelijkheid voor het vertrouwen dat U mij hebt betoond door mij voor deze benoeming voor te dragen. Ik verzeker U, dat ik mij ten volle bewust ben van de grote verantwoordelijkheid die ik op mij heb genomen.

Mijne Heren Leden van de Senaat,

Het is voor mij een grote eer in Uw midden te zijn opgenomen. Door de beperkingen die een buitengewone leerstoel met zich meebrengt, heb ik nog betrekkelijk weinig gelegenheid gevonden tot contact buiten de Onderafdeling Wiskunde. Niettemin ben ik er van overtuigd dat ik, bij mijn pogen de wiskunde dienstbaar te maken aan wetenschap en techniek, mag rekenen op Uw kritische doch welwillende hulp, steun en medewerking.

Mijne Heren Hoogleraren van de Onderafdeling Wiskunde,

Ik beschouw het als een groot voorrecht deel te mogen uitmaken van

Uw selecte groep. Zeer erkentelijk ben ik U voor de wijze waarop U mij hebt ontvangen, en voor de hulp en steun die U mij, in het afgelopen jaar, in zo ruime mate hebt verleend bij de opbouw van mijn groep van directe medewerkers. De sfeer van vertrouwen en samenwerking die bij U heerst, is voor mij een garantie voor het welslagen van mijn opdracht.

Hooggeachte Monhemius,

Waar mijn wiskundig werk zich vooral richt op de operations research, ben ik zeer verheugd juist met U te mogen samenwerken, die deze nieuwe wetenschap met zoveel vuur beoefent.

Mijne Heren Leden van de Directie van het Koninklijke|Shell Laboratorium te Amsterdam,

U breng ik mijn dank voor de toestemming die U mij hebt gegeven, mee te werken aan de wiskundige vorming van de ingenieur aan deze Hogeschool, en voor de faciliteiten die U mij daartoe verleent.

Gaarne grijp ik deze gelegenheid aan om dank te zeggen aan mijn naaste medewerkers in Amsterdam en aan de vele anderen in de Koninklijke|Shell Groep, die door hun werk en discussies bijdragen tot mijn inzicht in de mogelijkheden en beperkingen van de industriële wiskunde, welk inzicht ik thans ga uitdragen naar de toekomstige ingenieur.

Hooggeachte Freudenthal,

Het verheugt mij zeer op deze dag ook een woord van dank en erkentelijkheid te kunnen spreken tot U, die mijn vorming en leven als wiskundige voor zo'n belangrijk deel hebt bepaald. Nog steeds trek ik profijt van wat ik in mijn utrechtse jaren, als Uw directe medewerker, heb geleerd. Het is ook op Uw suggestie geweest, dat ik het Mathematisch Instituut in Utrecht heb verlaten en mijn wiskundig werk in het bedrijfsleven ben gaan verrichten. Ik heb hiervan nooit spijt gekregen, want wat ik daar heb geleerd, zou ik ook als wiskundige niet graag meer willen missen. Toch was het voor mij een groot genoegen,

toen U mij, na mijn promotie, opnieuw met een vererende opdracht bij het utrechtse hoger onderwijs betrok. Ook nu ik dit werk in Eindhoven ben gaan voortzetten, weet ik mij gesteund door Uw belangstelling. Voor dit alles ben ik U zeer dankbaar.

Waarde Zoutendijk,

Met genoegen, maar ook met een zekere weemoed, denk ik terug aan de jaren dat wij samen op het Koninklijke/Shell Laboratorium onze operational research verrichtten. Dit waren zeer vruchtbare jaren, waarin wij, in goede harmonie en samenwerking, veel van elkaar hebben geleerd. Ik prijs mij gelukkig, dat wij nu, na enkele jaren onderbreking door jouw verblijf buiten Nederland, onze wetenschappelijke contacten weer hebben opgevat.

Dames en Heren van de Wetenschappelijke, Technische en Administratieve Staf

De aangename sfeer en werklust, die ik ook bij U heb aangetroffen, scheidt voor mij de beste verwachtingen voor een vruchtbare samenwerking.

Dames en Heren Studenten,

U zult Uw toekomstig werkterrein voornamelijk vinden in het bedrijfsleven. Daarom verdient het huidige streven naar een wetenschappelijk gefundeerde, kwantitatieve aanpak van problemen die zich daar voordoen, Uw bijzondere aandacht. Hoewel deze wetenschappelijke wijze van benaderen van praktische problemen nog nauwelijks het beginstadium van haar ontwikkeling ontgroeid is, wettigen de tot nu toe verkregen resultaten een groot vertrouwen in de kracht van de wetenschappelijke methodiek op praktisch terrein. Een snelle en gezonde uitbouw van deze aanpak vereist echter dat dit vertrouwen niet alleen gedragen wordt door enkele specialisten, maar dat het gemeengoed wordt van allen die, na een wetenschappelijke opleiding, een taak in het bedrijfsleven krijgen te vervullen.

De wiskunde is in deze aanpak slechts een hulpmiddel, maar dan toch een onmisbaar hulpmiddel. Evenals in de natuurwetenschappen speelt zij hier de rol van „taal van de wetenschap”, waarmee nu echter

theorie en praktijk, in het op empirische gegevens berustende wiskundige model, dichter tot elkaar worden gebracht. Ik hoop daarom, dat mijn onderwijs in de wiskunde ertoe zal bijdragen, dat U deze taal zult leren verstaan en gebruiken, en dat ik U op deze wijze kan inspireren tot een wetenschappelijke aanpak van problemen, welke U in Uw latere praktijk zult tegenkomen. In het bijzonder hoop ik ertoe te kunnen bijdragen dat ook de niet-wiskundige ingenieur reeds in zijn studietijd een inzicht krijgt in de mogelijkheden die de wiskunde thans, in combinatie met de moderne reken- en informatieverwerkende apparatuur, biedt in de praktijk van het bedrijfsleven.

Ik heb gezegd.