

Simulation von Nachhallzeit und Energie-Verlauf mit einem neuen nichtstatistischen Computermodell

Citation for published version (APA):

Krüner, P., Alpei, H., Kohlrausch, A. G., & Püschel, D. (1992). Simulation von Nachhallzeit und Energie-Verlauf mit einem neuen nichtstatistischen Computermodell. *Acustica*, 75, 233-245.

Document status and date:

Gepubliceerd: 01/01/1992

Document Version:

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

www.tue.nl/taverne

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

openaccess@tue.nl

providing details and we will investigate your claim.

Simulation von Nachhallzeit und Energie-Verlauf mit einem neuen nichtstatistischen Computermodell

P. Krämer, H. Alpei, A. Kohlrausch, D. Püschel
Drittes Physikalisches Institut der Universität Göttingen

Herrn Prof. Dr. M. R. Schroeder zum 65. Geburtstag gewidmet

Simulation of Reverberation Time and Sound Energy Decay Curve with a New Non-statistical Computer Code

Summary

A new effective method of simulating reverberation is presented. The model is limited to the most important physical parameters of the room: the room geometry, and the coefficients of absorption and of diffuse reflection of the walls.

The sound field is represented by a typical set of sound paths through the room. These paths are modelled as wave guides, i.e. digital delay lines. The reflection coefficients at the intersections of the delay lines are determined by the properties of the walls. It is possible to simulate mixed cases including both specular and diffuse reflection.

Simulations of several rooms with different reflection properties are compared with results in the literature. Discrepancies in the existing literature could be resolved by reference to the new model. Earlier measurements derived from a physical model of a reverberant room were compared with the simulations. There was good qualitative agreement at medium diffusivity even for inhomogeneous distributions of absorption and for energy decay.

Simulation von Nachhallzeit und Energie-Verlauf mit einem neuen nichtstatistischen Computermodell

Zusammenfassung

Ein neues, effektives Verfahren zur Simulation von Nachhall soll hier vorgestellt werden. Das Modell beschränkt sich in der Darstellung auf die wesentlichen physikalischen Parameter des Raumes: Die Raumgeometrie, Absorptions- und Diffusitätsgrad.

Das Schallfeld wird durch eine Auswahl typischer Schallwege im Raum repräsentiert. Diese wiederum werden im Modell als Wellenleiter, das heißt durch digitale Verzögerungsleitungen, dargestellt. Die Kopplung der Verzögerungsleitungen untereinander wird aus den Refle-

xionseigenschaften der Wände abgeleitet. Es kann auch der Übergang von spiegelnder zu diffuser Reflexion simuliert werden. Die Ergebnisse der Simulation verschiedener Räume mit unterschiedlichen Reflexionseigenschaften werden vorgestellt und mit der Literatur verglichen. Dabei lassen sich einige in der Literatur widersprüchliche Ergebnisse anhand des Modells erklären und auflösen. Der Vergleich mit früheren Messungen an einem Modellhallraum zeigt gute qualitative Übereinstimmungen bei inhomogenen Absorptionsverteilungen und mittleren Diffusitätsgraden, die zu durchhängenden Nachhallkurven führen.

Simulation de la durée et du profil énergétique de la réverbération à l'aide d'un modèle nouveau, informatique mais non statistique

Sommaire

On décrit un procédé pratique nouveau pour simuler la réverbération acoustique dans une salle. Le modèle proposé ne prend en considération que les paramètres physiques les plus importants: la géométrie de la salle ainsi que ses coefficients locaux d'absorption et de diffusion.

Le champ acoustique est représenté par une collection de trajets typiques suivis par les rayons acoustiques dans la salle. Ces trajets, à leur tour, sont modélisés comme des guides d'ondes c'est-à-dire des lignes à retard discrétisées. Le couplage entre tronçons consécutifs de lignes à retard se déduit des propriétés de réflectivité des parois de la salle. On a ainsi le moyen de programmer des réflexions diffuses aussi bien que des réflexions strictement spéculaires.

On présente des résultats relatifs à diverses salles possédant des propriétés de réflectivité nettement différentes et on les compare avec d'autres publiés antérieurement. Ce faisant, on arrive à élucider certaines contradictions qui apparaissent à l'examen de la littérature. En tout cas, nos résultats concordent, du moins qualitativement, avec des mesures effectuées précédemment dans une salle réverbérante modèle possédant une distribution inhomogène de l'absorption aux parois et des coefficients de diffusivité modérés aboutissant à des courbes de déclin régulières.

Eingegangen am 5. Juni 1991,
angenommen am 19. Juni 1991.

P. Krämer, FB Kommunikationswissenschaft TU Berlin, Sekr. H 51, Straße des 17. Juni 135, 1000 Berlin 12.

H. Alpei, Ingenieurbüro Bonk-Maire-Hoppmann, Rostocker Str. 22, 3008 Garbsen 1.

A. Kohlrausch, Institute for Perception Research, P.O. Box 513, NL-5600 Eindhoven.

D. Püschel, Drittes Physikalisches Institut, Universität Göttingen, Bürgerstr. 42-44, 3400 Göttingen.

1. Einleitung

Eine geschlossene, analytische Lösung des Nachhallvorganges ist bekanntermaßen außer in einigen wenigen, einfachen Fällen nicht möglich. Daher hat die Rechnersimulation des Nachhallvorganges in den letzten Jahren zunehmend Verbreitung gefunden. So lassen sich zum Beispiel Schalldämpfungs-Maßnahmen in Fabriken, die Gestaltung von Konzertsälen oder die Sprachverständlichkeit in Konferenzräumen immer besser vorausberechnen.

Die beiden gebräuchlichsten Modelle zur Simulation von Nachhallvorgängen, das Schallteilchenmodell und die Spiegelschallquellenmethode haben ihren Ursprung in der Zeit vor dem Einsatz der Digitalrechner. In den 70-er und frühen 80-er Jahren kamen dann einige neue Ansätze hinzu. Die den Modellen zugrunde liegenden Ansätze und Theorien haben, da sie immer Idealisierungen der Wirklichkeit sind, alle ihre spezifischen Vor- und Nachteile. Ein besonderer Vorteil des hier vorgestellten Modells ist, daß es sowohl spiegelnde als auch diffuse Reflexion nachbilden sowie den Verlauf der Nachhallenergie über der Zeit darstellen kann. Im folgenden seien noch einmal die wichtigsten bisherigen Modelle mit ihren wesentlichen Eigenschaften genannt.

1.1. Kurze Übersicht über bekannte Modelle

Die gebräuchlichsten Methoden zur Rechnersimulation von Nachhallvorgängen sind die Spiegelschallquellenmethode [1, 2] sowie das Schallteilchenmodell [3–5].

- Bei der Spiegelschallquellenmethode setzt sich das Schallfeld im Raum aus der Überlagerung aller an den Wänden gespiegelten Schallquellen und der originalen Quelle zusammen. Die zeitliche Dichte der Impulse je Zeitintervall nimmt in diesem Modell wie im realen Raum quadratisch mit der Zeit zu. Für lange Impulsantworten steigt der Rechenaufwand mit der Anzahl der Spiegelschallquellen im allgemeinen exponentiell – in rechteckförmigen Räumen in der dritten Potenz – mit der Simulationsdauer an. Auf diese Weise läßt sich nur spiegelnde Reflexion simulieren.
- Das Schallteilchenmodell (engl. ray-tracing) stellt die Schallausbreitung durch mechanische Teilchen dar, die sich mit Schallgeschwindigkeit fortbewegen. Den Teilchen ist eine bestimmte Energie zugeordnet, die bei jeder Reflexion an einer absorbierenden Wand verringert wird. Die diffuse Reflexion erfolgt statistisch durch eine zufällige Auswahl der Ausfallsrichtung über eine geeignete Richtungsverteilung. Im Gegensatz zur Spiegelschallquellenme-

thode läßt sich nur der Energieverlauf des Nachhallvorganges darstellen. Die räumliche und zeitliche Auflösung des Modells wird durch die Anzahl der zu Beginn der Simulation von der Schallquelle aus gestarteten Teilchen festgelegt.

Seit neuerem gibt es auch einen kombinierten Ansatz aus Spiegelschallquellenmethode und Schallteilchenmodell [6, 7].

- Das Markov-Ketten-Modell [8] berücksichtigt die Vorgeschichte der Schallstrahlen in einer Übergangsmatrix, deren Elemente die Wahrscheinlichkeit angeben, mit der ein von einer Wand kommender Schallstrahl zu den jeweils anderen Wänden reflektiert wird. Bei jedem Iterationsschritt wird der Vektor der Wandintensitäten mit der Übergangsmatrix multipliziert. Da dabei immer gleichlange Zeitintervalle betrachtet werden, dieses aber einem exponentiellen Abklingen des Energieverlaufs entspricht, sind sinnvolle Ergebnisse nur bei einem vollständig diffusen Schallfeld zu erwarten.
- Kuttruff [5], Joyce [9, 10] und Gilbert [11] stellten Verfahren vor, mit denen die Bestrahlungsstärke der Wände aus einer Eigenwertgleichung bzw. iterativ bestimmt wird. Aus der Bestrahlungsstärke läßt sich dann der „effektive Absorptionsexponent“ und damit die Nachhallzeit bestimmen. Die Gilbertsche Iteration setzt dabei ebenfalls einen exponentiellen Abfall des Energieverlaufs nach Abschalten der Quelle voraus. Das Verfahren ist für den Fall diffuser Wandreflexion äquivalent zu dem Markov-Ketten-Modell.

1.2. Ein neuer Ansatz

Das hier vorzustellende Modell beruht auf der Idee, typische Schallwege im Raum durch feststehende *Verzögerungsleitungen* darzustellen [12]. Dies entspricht dem Ansatz der geometrischen Raumakustik, die Schallausbreitung in Räumen für Wellenlängen kleiner als die Raumabmessungen durch ebene Wellen zu charakterisieren. Da die Absorption und Reflexion des Schalls hauptsächlich an den Wänden des Raumes stattfindet, brauchen die Schallwellen auch nur dort verrechnet zu werden, was zu einem zeitlich effizienten Verfahren führt.

Das Modell ist somit als digitales Filter konzipiert, welches die Geometrie des Raumes in die Struktur eines Netzwerkes von Verzögerungsleitungen überträgt. Die Kopplung der Leitungen untereinander wird durch die Geometrie des Raumes und die Reflexionseigenschaften der Wände bestimmt, die sowohl spiegelnd als auch diffus reflektieren können. Die Reflexionsgrade zur Simulation des Energieverlaufs werden aus den Integralgleichungen von Kuttruff und Joyce abgeleitet.

Wie durch die Modellrechnung bestätigt wird, hat der Diffusitätsgrad der Wände erheblichen Einfluß auf die Nachhallzeit und den Nachhallverlauf, ebenso die Absorptionsverteilung. Im Abschnitt „Theorie“ wird zunächst das Modell selber beschrieben, im dritten Teil „Simulation“ werden dann einige Modellrechnungen vorgestellt, die die Fähigkeiten des neuen Modells demonstrieren sollen.

2. Theorie

Das Modell läßt sich unterteilen in seine Geometrie, die sich aus der des Raumes ergibt, und in einen reflexionsabhängigen Teil, der durch Absorptions- und Diffusitätsgrad der Wände bestimmt wird.

2.1. Modellgeometrie

Der Ansatz der geometrischen Raumakustik setzt voraus, daß die betrachteten Schallwellenlängen kleiner sind als die Raumabmessungen. Dann läßt sich die Schallausbreitung durch ebene Wellen approximieren und der Nachhallvorgang wird im wesentlichen durch die Reflexionseigenschaften der Wände sowie durch die Zeitdauer zwischen zwei Reflexionen dieser Schallwellen bestimmt. In der Zeit zwischen den zwei Reflexionen ändert sich die Amplitude der Schallwelle nicht (abgesehen von Luftabsorption), sie schreitet nur im Raum fort. Deshalb lassen sich diese ebenen Wellen einfach durch feststehende Wellenleiter darstellen, d. h. in der digitalen Realisation durch Verzögerungsleitungen [12]. Anschaulich gesehen laufen die Verzögerungsleitungen des Modells von Wand zu Wand durch den Raum. Sie verzögern die reflektierten Signale um eine bestimmte Zeit proportional zur Entfernung der Wandelemente.

Damit aber auch die Raumeometrie, also etwa die mittlere freie Weglänge des Raumes und deren Verteilung richtig wiedergegeben wird, benötigt man eine möglichst repräsentative Auswahl aller Schallwege im Raum. Diese wird dadurch gewonnen, daß die Wände in etwa gleich große Flächenelemente unterteilt werden. Deren Schwerpunkte (Mittelpunkte) werden dann als sogenannte *Wandknoten* festgelegt (Fig. 1).

Die Wandknoten stellen Anfangs- und Endpunkte der Leitungen dar, die jeden Knoten mit jedem anderen Wandknoten verbinden, der nicht auf derselben Wand liegt, falls diese eben ist (Fig. 2). In diesen Knoten werden die Verzögerungsleitungen zusammengefaßt und miteinander gekoppelt. Der Reflexionskoeffizient der Wand muß also in die Kopplungskoeffizienten der Leitungen eingehen (s. Abschnitt 2.4).

Hat der Raum nach innen gewölbte Wände oder Einbuchtungen, wie z. B. Balkone, so muß eine „Sicht-

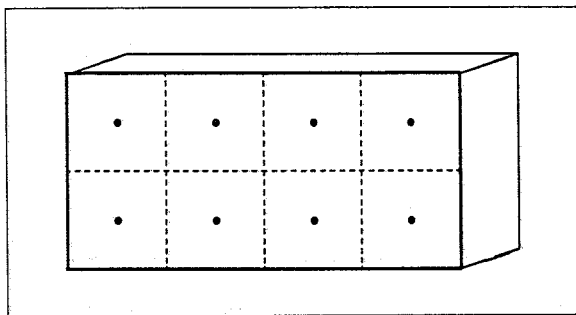


Fig. 1. Knotenverteilung am Beispiel eines Quaders. Die Wandknoten sind durch Punkte (●) dargestellt.

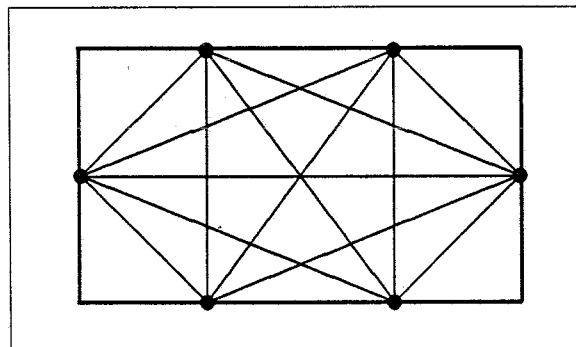


Fig. 2. 2-Dimensionales Beispiel einer Verknüpfung von 6 Wandknoten (●) durch 13 Leitungen.

barkeitsprüfung“ vorgenommen werden und die Leitung bei Abschattung gegebenenfalls unterdrückt werden. Beugungseffekte können durch Abschwächung des Signals und Verlängerung der Verzögerungsleitungen nachgebildet werden.

Da das Modell die Schallintensitäten bzw. Amplituden nur in den Wandknoten jeweils neu berechnet, aber Leitungslängen und Koeffizientenmatrix konstant bleiben, ist es recht zeiteffektiv. Der Rechenaufwand ist im allgemeinen Fall proportional der dritten Potenz der Anzahl N der Wandknoten, dafür aber nur proportional zur Zeitdauer der berechneten Impulsantwort. Damit sind auch lange Impulsantworten kein Problem. Allerdings brauchen die Verzögerungsleitungen sehr viel Speicherplatz, da jede Leitung soviel Speicherstellen hat, wie ihre Verzögerungszeit in diskreten Abtastwerten ausmacht. Die Anzahl L der bidirektionalen Leitungen steigt quadratisch mit der Anzahl der Wandknoten N :

$$L = \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} N_i N_j \cong \frac{1}{2} N^2. \quad (1)$$

Hierbei ist N_i bzw. N_j die Anzahl der Knoten je Wand, mit i, j als Laufindices über die Wände. Zum Beispiel ergeben sich für ein Modell mit sechs Wänden und 48

gleichverteilten Wandknoten genau 960 Leitungen. Nur im Fall erinnerungsloser Reflexion (insbesondere nicht spiegelnder) ist es möglich, die Zahl der Leitungen auf N zu reduzieren.

2.2. Ein- und Auskopplung

Im Modell sind die akustischen Sender und Empfänger durch jeweils einen oder mehrere zusätzliche Knoten im Raum dargestellt. Von den zusätzlichen Sender- bzw. Empfängerknoten führt je eine unidirektionale Leitung zu jedem Wandknoten (Fig. 3). Außerdem verläuft noch jeweils eine Leitung direkt vom Sender zum Empfänger, die den Direktschall repräsentiert.

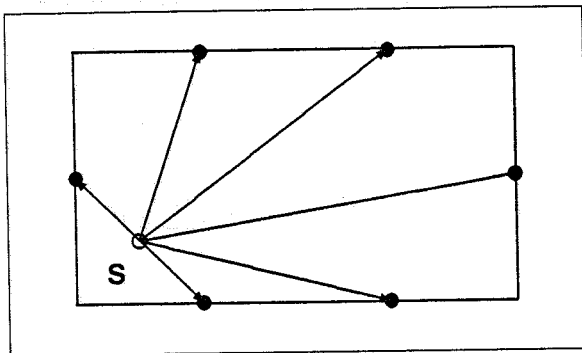


Fig. 3. Einkopplung in 2-dimensionaler Darstellung (S Senderknoten).

Ein einfacher „Kunstkopf“ könnte simuliert werden, indem in zwei Empfängerknoten, die im Ohrabstand voneinander entfernt sind, ausgekoppelt wird. Die Leitungen von den jeweiligen Wandknoten müssen dann mit der richtungsabhängigen Außenohrübertragungsfunktion gefiltert werden. Die Laufzeitdifferenz zwischen den Ohren wird so allerdings nur grob wiedergegeben, die Beugungseffekte könnten aber durch entsprechende Korrektur der Leitungslängen und der Amplituden ausgeglichen werden.

In der Simulation wird die Quelle als Kugelstrahler angenommen, der in sämtliche Richtungen die gleiche Energie abstrahlt. Der Betrag, der schließlich in die Leitungen zu den Wandknoten gekoppelt wird, wird noch mit dem Abstandsgesetz ($1/R$) sowie dem Projektionswinkel der bestrahlten Wand verrechnet [13]. Prinzipiell ist es auch möglich, eine gerichtete Abstrahlung der Quelle zu simulieren.

Die Auskopplung der Signale von den Wandknoten zu dem Empfängerknoten erfolgt analog zur Kopplung zu den anderen Wandknoten. Es werden wie bei der Einkopplung zusätzliche Leitungen zwischen den Wandknoten und dem Empfängerknoten eingerichtet.

2.3. Energieerhaltung und Stabilität

Für die Simulation des Nachhallvorgangs in Räumen ist es notwendig, daß – wie im realen Raum – bei fehlender Absorption die Energie des Schallfeldes bzw. die Energie in den Verzögerungsleitungen erhalten bleibt. Darüberhinaus soll das Filtermodell stabil bleiben, das heißt die Abtastwerte in den Verzögerungsleitungen und den Wandknoten müssen jederzeit beschränkt bleiben. Dies liefert notwendige, aber noch nicht hinreichende Bedingungen für die Kopplung der Verzögerungsleitungen des Modells.

2.3.1. Spiegelnde Reflexion

Bei spiegelnder Reflexion läßt sich das Problem der Energieerhaltung einfach lösen, indem nur von jeweils einer Leitung in jeweils eine andere gekoppelt wird. Bei schallharter Wand, also ohne Absorption, bleiben sowohl der Schalldruck und der Betrag der Schnelle als auch die Energie des gespiegelten Signals erhalten, nur die Richtung des Schnellevektors ändert sich. Die Ausfallsrichtung erhält man, indem der Azimutwinkel des Einfallswinkels um 180 Grad gedreht wird. Es wird dann in die Leitung gekoppelt, die dieser Ausfallsrichtung am nächsten liegt.

Die spiegelnde Reflexion – speziell zum Empfänger hin – wird zunächst von der Empfängerrichtung her betrachtet. Für die Ausfallsrichtung zum Empfänger von einem gegebenen Wandknoten aus wird die am besten passende Einfallrichtung gesucht, aus der das Signal dann zum Empfänger gespiegelt wird.

2.3.2. Diffuse Reflexion

Bei diffuser Reflexion wird der Schallstrahl, der aus beliebiger Richtung einfällt, unter Energieerhaltung in alle Richtungen gestreut. Die Richtungsverteilung der reflektierten Schallenergie gehorcht dabei im Idealfall dem Lambertschen Kosinusgesetz. Dieses besagt, daß die Energie, die in einen Raumwinkel um den Ausfallswinkel gestreut wird, proportional dem Kosinus des Ausfallswinkels ist [1].

Das Lambertsche Kosinusgesetz gibt allerdings keine Information über die Phasenbeziehung der gestreuten Signale, so daß die Reflexionskoeffizienten in den Knoten sich daraus nicht eindeutig ergeben. Wohl aber kann der Reflexionsgrad daraus bestimmt werden, der das Verhältnis von reflektierter zu einfallender Energie angibt. Dann läßt sich zumindest der Energieverlauf der Raumimpulsantwort mit Hilfe des Modells berechnen. Aus dem Energieverlauf der Impulsantwort können eine Reihe weiterer raumakustischer Parameter gewonnen werden, wie z. B. Nachhallzeit, Deutlichkeit, Halligkeit, Seitenschallmaß etc.

2.4. Reflexionsfaktoren nach Kuttruff und Joyce

Einer der ersten Ansätze, den Nachhallvorgang theoretisch zu beschreiben, war die Nachhallformel von Sabine [14]:

$$T_{\text{Sab}} = -\ln 10^{-6} \frac{1}{c} \frac{4V}{S} \frac{1}{\bar{\alpha}} \quad [\text{s}]. \quad (2)$$

c ist die Schallgeschwindigkeit, $\bar{\alpha}$ der flächengemittelte Absorptionsgrad, V das Volumen und S die Oberfläche des Raumes. Diese Formel beschreibt die Nachhallzeit in Abhängigkeit von der mittleren freien Weglänge und dem flächengemittelten Absorptionsgrad. Damit die mittlere freie Weglänge des Raumes $\bar{l} = 4V/S$ beträgt, muß der Raum *ergodisch* sein [9, 15, 16]. Das Ergodentheorem besagt, daß das Mittel über die Zeit zwischen zwei Reflexionen eines Schallstrahls über einen längeren Zeitraum (d. h. mehrere Reflexionen) gleich dem Scharmittel dieser Zeit über viele Schallstrahlen sein soll.

Eyring wird die verbesserte, logarithmische Darstellung des mittleren Absorptionsgrades zugeschrieben [18]:

$$T_{\text{Eyr}} = -\ln 10^{-6} \frac{1}{c} \frac{4V}{S} \frac{1}{-\ln(1-\bar{\alpha})} \quad [\text{s}]. \quad (3)$$

Hierin ist der flächengemittelte Absorptionsgrad der Sabineschen Formel durch den sog. Absorptionsexponenten $-\ln(1-\bar{\alpha})$ ersetzt.

Ausgehend von der Kritik an der Eyringschen Nachhallformel, die nur die mittlere freie Weglänge im Raum berücksichtigt, nicht aber Raumgeometrie und Absorptionsverteilung, entwickelte Kuttruff eine Integralgleichung, die das Energiegleichgewicht im Raum beschreibt [5]. Aus dieser Gleichung gewann er die Bestrahlungsstärke der Wände, mit der er die lokalen Absorptionsgrade gewichtete und somit einen neuen, verbesserten Wert für den effektiven mittleren Absorptionsgrad erhielt. Joyce [9] erweiterte die Integralgleichung von Kuttruff um die Möglichkeit, sowohl spiegelnde als auch diffuse Reflexion und jeden beliebigen Mischfall zu betrachten, als auch um eine flächendiskrete Darstellung der Reflexionsgrade. Die Betrachtung der diffusen Reflexion ist dabei analog zu der bei Kuttruff.

Aus den Integralgleichungen von Kuttruff und Joyce werden im vorliegenden Modell die Reflexionsgrade zur Simulation des Energieverlaufs abgeleitet. Dabei werden die diskreten Wandelemente durch die Wandknoten repräsentiert, in denen die Verzögerungsleitungen zusammenlaufen. Der allgemeine Reflexionsgrad R_{kji} im Knoten k beschreibt also die Reflexion eines Signals von Knoten i nach j . Er hängt im diffusen Fall nicht von der Herkunft ab. Der Reflexionsgrad $R_{kji} = R_{kj}$ lautet dann explizit:

xionsgrad $R_{kji} = R_{kj}$ lautet dann explizit:

$$R_{kj} = \frac{1}{S_k} \iint_{S_k} \left[\frac{1}{\pi} \iint_{\Omega_j} \cos \theta \, d\Omega_j \right]_{(r_k)} dS_k. \quad (4)$$

Das äußere Integral nimmt die Flächenmittlung über die reflektierende Fläche S_k vor. Das innere Integral berechnet entsprechend dem Lambertschen Kosinusetz den lokalen Reflexionsgrad und Ω_j ist der Raumwinkel, unter dem die bestrahlte Fläche jeweils im Aufpunkt r_k erscheint. In der Simulation zeigte sich, daß die Mittelung des Reflexionsfaktors über die reflektierende Fläche wichtig ist, um die Rechnung im diffusen Fall unabhängig von der Knotenverteilung zu machen.

Im Falle der spiegelnden Reflexion kann bei gegebener Einfallrichtung i nur ein R_{ji} ungleich Null sein:

$$R_{ji} = \begin{cases} 1 & \text{für } s_j = s_i - 2(s_i \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n} \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases} \quad (5)$$

mit s_i gleich der Einfall- und s_j gleich der Ausfallrichtung und \mathbf{n} dem Normalenvektor auf der spiegelnden Fläche.

2.5. Gemischt spiegelnde und diffuse Reflexion

Zwischen diffuser und spiegelnder Reflexion läßt sich nun ein beliebiges Mischverhältnis einführen. Ist d der Anteil an diffuser Reflexion und $(1-d)$ der Anteil spiegelnder Reflexion, so lautet der „gemischte“ Reflexionsgrad:

$$R = dR_d + (1-d)R_s \quad (6)$$

Dabei ist R_s der Reflexionsgrad für spiegelnde und R_d der für diffuse Reflexion. Dies ist für eine wirklichkeitsnahe Simulation besonders interessant, da in realen Räumen in der Regel sowohl diffuse als auch spiegelnde Reflexion vorliegen. In der Simulation zeigt sich dann auch eine sehr starke Abhängigkeit des Nachhallverlaufes und der Nachhallzeit vom Diffusionsgrad.

3. Simulation

Das Modell wird zunächst am Beispiel eines Kubus auf die Abhängigkeit der Nachhallzeit von der Anzahl der Knoten untersucht, und zwar für spiegelnde und für diffuse Reflexion. Dann werden frühere Rechnungen von Schroeder und Hackman [19] nach dem Gilbertschen Iterationsverfahren für einen 2-dimensionalen Raum mit der Simulation eines quasi-2-dimensionalen Flachraumes verglichen und im Zusammenhang mit Betrachtungen zum gewichteten mittleren Absorptionsgrad nach Kuttruff [5] diskutiert. Zuletzt erfolgt ein Vergleich der Simulation mit Messungen

von Gerlach und Mellert [8] an einem schiefwinkligen Modellhallraum.

Für die simulierten Impulsantworten erfolgt die Berechnung der Nachhallzeiten mittels der Methode der Integrierten Impulsantwort [20]. Diese Methode integriert die quadrierte Impulsantwort so auf, daß sich bei exponentiell abklingenden Impulsantworten im logarithmischen Maßstab eine gerade Kurve für den Energieverlauf ergibt.

Die *Early-Decay-Time* (EDT oder T_{10}) berechnet sich aus der Steigung der Integrierten Impulsantwort im Abschnitt von 0 bis -10 dB, die Nachhallzeit aus der Steigung im Abschnitt von -5 bis -35 dB ist hier mit T_{35} benannt. Dabei bezieht sich der Pegel 0 dB auf den Wert der Integrierten Impulsantwort zum Zeitpunkt des Eintreffens des Direktschalls. Die Zeiten sind jeweils extrapoliert auf einen Pegelabfall von -60 dB angegeben.

3.1. Einfluß der Knotenzahl

Der Energieverlauf des Nachhalls wurde für einen kubischen Raum der Abmessungen $1\text{ m} \times 1\text{ m} \times 1\text{ m}$ simuliert. Der simulierte Raum wurde in einer Ecke mit einem Impuls angeregt, der Empfänger befand sich in der gegenüberliegenden Ecke in $0,1\text{ m}$ Abstand zur Wand. Die Absorption an den Wänden des Kubus wurde homogen verteilt mit einem Absorptionsgrad von $\alpha = 0,1$. Die Rechnung wurde dann für spiegelnde und für diffuse Reflexion durchgeführt. Ein Diffusitätsgrad $d = 1$ entspricht dabei vollständig diffuser Reflexion, ein Diffusitätsgrad von 0 dagegen spiegelnder Reflexion. Die Wandknoten sind flächenproportional auf die Wände aufgeteilt.

In der Tabelle I sind die Werte der Nachhallzeit dargestellt, wie sie aus der integrierten Impulsantwort der simulierten Nachhallkurve berechnet wurden. Die Anzahl der Wandknoten wurde schrittweise von 6 Wandknoten bis auf 96 jeweils verdoppelt, die entsprechenden Werte sind in den verschiedenen Zeilen der Tabelle angeordnet. Die Nachhallzeit nach Eyring beträgt $0,257$ Sekunden.

Tabelle I. Nachhallzeit T_{35} des Kubus in Abhängigkeit von der Knotenzahl, $T_{\text{Eyr}} = 0,257\text{ s}$.

Knotenzahl	Diffusitätsgrad	
	$d = 0,0$	$d = 1,0$
	T_{35} s	T_{35} s
6	0,325	0,292
12	0,301	0,279
24	0,291	0,264
48	0,288	0,259
96	0,294	0,257

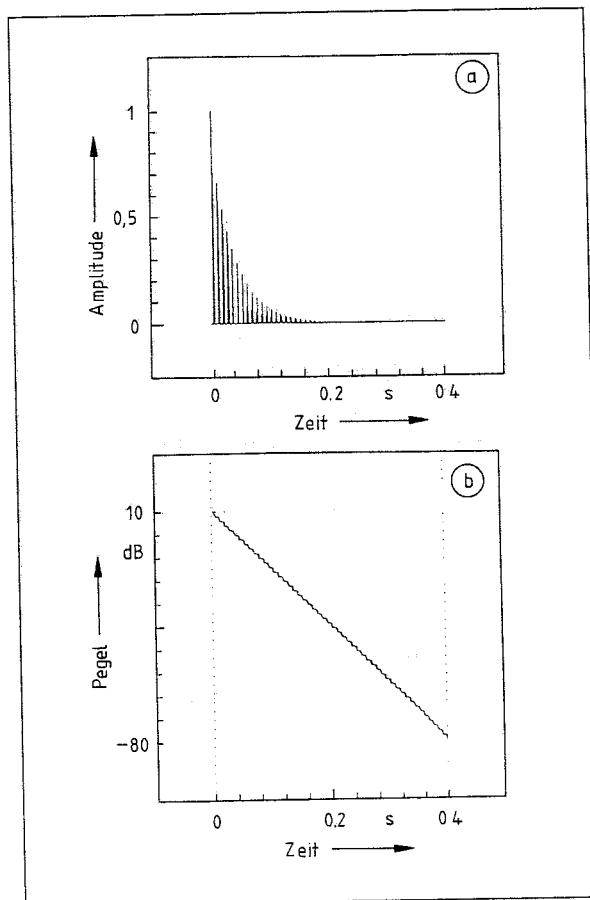


Fig. 4. Impulsantwort (a) und integrierte Impulsantwort (b) eines Kubus mit 6 Wandknoten für spiegelnde Reflexion.

Bei diffuser Reflexion konvergiert die Nachhallzeit sehr schnell mit zunehmender Knotenzahl gegen T_{Eyr} . Die Abweichung der Nachhallzeit bei 48 Knoten von der Eyringschen Nachhallzeit beträgt nur noch weniger als 1%. Daraus läßt sich schließen, daß bei diffuser Reflexion eine Anzahl von 48 Wandknoten ausreichend ist für die Simulation eines kubischen Raumes mit homogener Absorptionsverteilung. Für die Simulation mit 96 Knoten ergibt sich im Rahmen der Genauigkeit für T_{35} genau der Wert der Eyringschen Nachhallzeit.

Bei spiegelnder Reflexion weichen dagegen die Nachhallzeiten stärker voneinander ab, ohne eine so einheitliche Tendenz in der Abhängigkeit von der Knotenzahl zu zeigen. Sie liegen aber systematisch über der Nachhallzeit für diffuse Reflexion bzw. T_{Eyr} . Die starken Schwankungen der Nachhallzeit bei spiegelnder Reflexion rühren von ausgeprägten Schwingungsmoden des Modells her, die sich auch deutlich in der Impulsantwort erkennen lassen (siehe Fig. 4). Die Periodizität der Impulsantwort entspricht hier dem Flatterecho in realen Räumen. Im Modell sind aller-

dings nur die Schwingungsmoden erster Ordnung (zwischen den gegenüberliegenden Wänden) mit denen im realen Rechteckraum identisch.

Im übrigen liegt die *mittlere Leitungslänge* der im Modell benutzten Leitungen z. B. bei 6 Wandknoten bei 0,768 m, während die *statistische mittlere freie Weglänge* $4V/S$, die in die Eyringsche Formel (3) eingeht, sich auf nur 0,667 m beläuft. Um denselben Faktor liegt die Nachhallzeit bei spiegelnder Reflexion über der bei diffuser Reflexion.

Auch für sehr viele Wandknoten bleibt die mittlere Leitungslänge des Modells immer über der statistischen mittleren freien Weglänge ($4V/S$). Allerdings gibt die mittlere Leitungslänge dann nicht mehr die tatsächliche mittlere Weglänge des Modells wieder. Letztere hängt nämlich noch von der Winkelverteilung der Wandreflexion ab und ist damit verschieden für diffuse bzw. spiegelnde Reflexion.

Bei diffuser Reflexion werden die Leitungen mit einem kleinen Winkel zur Wandnormalen bevorzugt. Im diffusen Schallfeld führt dies zu einer Gleichverteilung des Schallrichtungsflusses. Damit ist auch die mittlere Leitungslänge gleich der statistischen mittleren freien Weglänge $4V/S$, sonst ginge die Nachhallzeit des Modells bei diffuser Reflexion nicht asymptotisch gegen die Eyringsche Nachhallzeit.

Bei spiegelnder Reflexion sind die Schallflußrichtungen dagegen nicht mehr gleichverteilt, sondern hängen von der Raumgeometrie und im Modell insbesondere von der räumlichen Verteilung der Wandknoten ab. Dies führt zu systematischen Abweichungen der Nachhallzeit der Simulation von der Eyringschen Nachhallzeit bei spiegelnder Reflexion. Das entspricht durchaus dem Verhalten realer Räume, in denen die Abweichungen von der Eyringschen Nachhallzeit um so größer sind, je geringer die Diffusität des Schallfeldes ist [23, 22].

3.2. Einfluß der Absorptionsverteilung

Am Beispiel eines Flachraumes soll die Abhängigkeit der Simulation von der Absorptionsverteilung untersucht werden. Da sich bei inhomogener Absorptionsverteilung die Flächenmittelung des Absorptionsgrades – wie bei der Eyringschen Nachhallformel – nicht bewährt hat (insbesondere unter den Bedingungen nicht ausreichender Diffusität des Schallfeldes), ist es angebracht, die Ergebnisse der Simulation mit Messungen oder anderen Rechnungen zu vergleichen. Dafür soll hier der Vergleich mit früheren Rechnungen unter Anwendung des Gilbertschen Iterationsverfahrens herangezogen werden. Für den Vergleich bietet sich die Verwendung des sogenannten effektiven Absorptionsgrades an, der die akustischen Verhältnisse gerade bei inhomogener Absorption gut beschreibt.

3.2.1. Absorbereffektivität

Die absolute absorbierte Energie einer Raumwand (bzw. eines Absorbers) ist bekanntermaßen proportional dem Produkt aus Absorptionsgrad und einfallender Energie. Je stärker also die Bestrahlungsstärke des Absorbers ist, desto größer ist dann auch sein Einfluß auf die Nachhallzeit. Dies führte Kuttruff [5] dazu, aus der Berechnung der Bestrahlungsstärke B_i einen gewichteten mittleren Absorptionsgrades $\bar{\alpha}^*$ abzuleiten:

$$\bar{\alpha}^* := \frac{\sum_i \alpha_i B_i S_i}{\sum_i B_i S_i} \quad (7)$$

Hierbei ist α_i der lokale Absorptionsgrad der i -ten Teilfläche S_i . Ist entweder die Bestrahlungsstärke oder der Absorptionsgrad aller Teilflächen gleich, ergibt sich gerade der flächengemittelte Absorptionsgrad. Bei inhomogener Absorptionsverteilung ist dies jedoch in der Regel nicht gegeben. Setzt man den gewichteten Absorptionsgrad $\bar{\alpha}^*$ anstelle des flächengemittelten in die Eyringsche Nachhall-Formel ein, so läßt sich die Nachhallzeit berechnen, wenn man die Verteilung der Wandintensitäten kennt.

Es sei nun der Fall gegeben, daß nur *eine* Wand absorbiert (mit α_{inhom}). Dann läßt sich die *Absorbereffektivität* in dieser Anordnung durch den Vergleich mit der Nachhallzeit bei gleicher (flächengemittelter) mittlerer Absorption, aber *homogener* Verteilung ($\bar{\alpha}^* = \alpha_{\text{hom}}$), bestimmen. Sie ist durch das Verhältnis der Nachhallzeiten der beiden Anordnungen bzw. das der Absorptionsexponenten $a^* = -\ln(1 - \bar{\alpha}^*)$ gegeben:

$$\frac{T_{\text{hom}}}{T_{\text{inhom}}} \approx \frac{a_{\text{inhom}}^*}{a_{\text{hom}}^*} = \frac{\ln(1 - \bar{\alpha}_{\text{inhom}}^*)}{\ln(1 - \alpha_{\text{hom}})} \approx \frac{B_{\text{inhom}}}{B_{\text{mittel}}} \quad (8)$$

In grober Näherung gibt die Schallintensität auf der absorbierenden Wand B_{inhom} im Vergleich zur mittleren Intensität $B_{\text{mittel}} = (\sum B_i S_i) / \sum S_i$ (ebenfalls im inhomogenen Fall) eine gute Abschätzung für den Faktor, um den sich die Nachhallzeit gegenüber der Eyringschen Nachhallzeit bzw. der Nachhallzeit für homogene Absorption, verändert (vgl. Abschnitt 3.2.3).

3.2.2. Rechnungen von Schroeder und Hackman

Schroeder und Hackman [19] untersuchten für 2-dimensionale Räume den Einfluß der Absorptionsverteilung auf den Nachhallvorgang. Sie benutzten das iterative Verfahren nach Gilbert [11], das auf der Kuttruffschen Integralgleichung aufbaut und dazu eine zweite Integralgleichung für das zeitliche Energiegleichgewicht im Raum benutzt.

Der von Schroeder und Hackman untersuchte Raum ist ein zweidimensionaler Rechteckraum mit

den Abmessungen 20 m × 10 m und diffus reflektierenden Wänden. Die Wände wurden in 12 jeweils 5 m lange Teilstrecken unterteilt. Da die mittlere freie Weglänge in 2-dimensionalen Räumen anders definiert ist als für 3-dimensionale Räume, lautet die Eyringsche Nachhallformel für zwei Dimensionen:

$$T_{Eyr} = \ln 10^{-6} \frac{1}{c} \frac{\pi S}{U} \frac{1}{-\ln(1 - \bar{\alpha})} \quad [s]. \quad (9)$$

Die mittlere freie Weglänge ist hier $\pi S/U$, wobei S die Fläche angibt und U den Umfang des „Raumes“. Ein Absorptionsgrad von $\alpha = 1/6$ ergibt somit für oben genannten Raum eine Nachhallzeit nach Eyring von 2,31 s.

3.2.2.1. Vergleich homogener und inhomogener Absorption

Für die homogene Absorptionsverteilung mit einem Absorptionsgrad von $\alpha = 1/6$ ergab die Iteration bei Schroeder und Hackman eine Nachhallzeit von $T_{hom} = 2,40$ s. Die Abweichung von der Eyringschen Nachhallzeit liegt somit bei nur etwa 4%. Die Intensitätsverteilung über die einzelnen Flächenelemente variierte ebenfalls um nur 4%. Das bedeutet, daß das Schallfeld relativ homogen verteilt ist.

Bei inhomogener Absorption auf nur einer Wandseite, der kleineren Stirnwand, während die anderen Wände nicht bedämpft sind, ist der (flächengemittelte) mittlere Absorptionsgrad wie im homogenen Fall $\bar{\alpha} = 1/6$. Die Nachhallzeit ergab sich dagegen zu nur $T_{inhom} = 2,04$ s.

Aus der Iteration ergeben sich auch die Schallintensitäten der einzelnen Wände bzw. der Flächenelemente, wie in Fig. 5 dargestellt ist, hier auf eine mittlere Intensität von 1 W/m² je Teilfläche normiert.

3.2.3. Eigene Rechnungen

Die Betrachtungen zur Effektivität des Absorbers in Abhängigkeit von der Bestrahlungsstärke und der geometrischen Anordnung gelten auch für die Simulation mit dem vorliegenden Modellansatz. Allerdings weichen die damit berechneten Nachhallzeiten und Intensitätsverteilungen deutlich von denen nach Schroeder und Hackman ab.

Da das Simulationsprogramm für 3-dimensionale Räume geschrieben war, wurde der 2-dimensionale „Raum“ von Schroeder und Hackman im Modell als Flachraum mit einer Höhe von einem Meter realisiert. Die Knotenzahlen für Boden und Decke wurden explizit Null gesetzt, so daß dorthin keine Leitungen führten. Länge und Breite des Raumes sowie die Flächenunterteilung wurden bei den eigenen Rechnungen genauso gewählt wie bei Schroeder und Hackman. Die Flächenunterteilung entspricht im Modell einer Knotenzahl von 12 Knoten auf den Seitenwänden.

Die Reflexionsgrade wurden jedoch wie im 3-dimensionalen aus den projizierten Raumwinkeln berechnet und nicht aus den zweidimensionalen Verhältnissen.

3.2.3.1. Vergleich homogener und inhomogener Absorption

Es wird zunächst der Fall der homogenen Wandabsorption mit $\alpha = 1/6$ betrachtet (siehe Fig. 6). Die Schallintensität ist zu den Ecken hin und auf den Stirnseiten erhöht, im mittleren Bereich der Längsseiten dagegen deutlich kleiner als im gesamten Mittel. Dieser Effekt tritt bei größeren Knotenzahlen deutlich als eine Erhöhung des Schalldruckes in den Raumecken hervor, ein Effekt, der auch aus der Wellentheorie des Schalls bekannt ist und daher rührt, daß sich in den Raumecken Schalldruckknoten ausbilden [1].

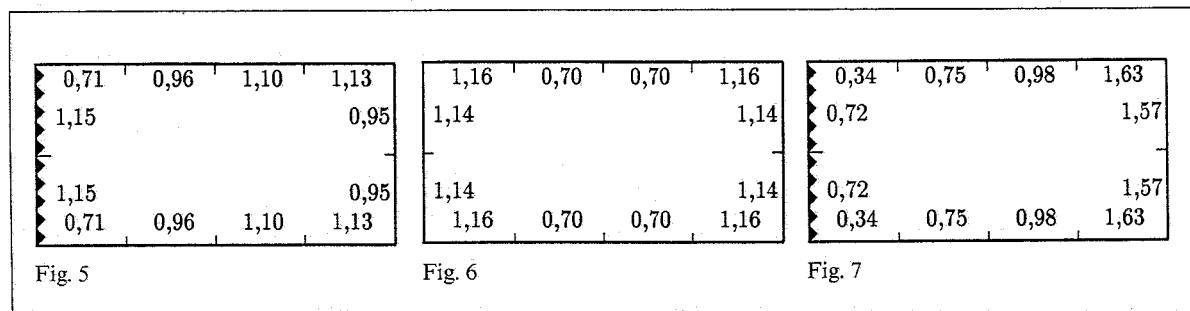


Fig. 5. Normierte Intensitätsverteilung des 2-dimensionalen Rechteckraumes nach Schroeder und Hackman [19], linke Stirnwand völlig absorbierend, mittlerer Absorptionsgrad $\bar{\alpha} = 1/6$, $T_{60} = 2,04$ s (Iteration), $T_{Eyr,2d} = 2,31$ s.

Fig. 6. Normierte Intensitätsverteilung des Modells (ohne Boden und Deckenfläche) für homogene Wandabsorption, $\bar{\alpha} = 1/6$, $T_{60} = 1,70$ s (Modell), $T_{Eyr,3d} = 1,49$ s.

Fig. 7. Normierte Intensitätsverteilung des Modells, linke Stirnwand vollkommen absorbierend, $\bar{\alpha} = 1/6$, $T_{60} = 2,51$ s.

Die mit dem Modell berechnete Nachhallzeit betrug 1,70 s, bei einer Eyringschen Nachhallzeit nach Gl. (3) von $T_{\text{Eyr}} = 1,49$ s (ohne Boden und Deckenfläche). Die Schwankung in der Verteilung der Wandintensitäten (+16% und -30%) ist bereits bei homogener Absorption wesentlich größer als bei Schroeder und Hackman (4%), was der Realität näher kommen dürfte.

Bei Absorption auf ausschließlich einer Stirnseite mit demselben mittleren Absorptionsgrad wie bei homogener Absorption ergibt sich eine Nachhallzeit von 2,51 s (Fig. 7). Die Nachhallzeit ist damit deutlich größer als bei homogener Absorption, im Gegensatz zu der Simulation von Schroeder und Hackman für den zweidimensionalen Raum.

Die Bestrahlungsintensität macht in diesem Fall, wie auch bei Schroeder und Hackman, einen deutlichen Sprung von der absorbierenden Wand zur benachbarten nicht absorbierenden Wand, deren Intensität hier sogar weniger als die Hälfte der absorbierenden Wand beträgt. Dieses Verhalten wird anschaulich unmittelbar klar, wenn man bedenkt, daß dem nicht absorbierenden Wandelement von der absorbierenden Wand keine Schallenergie zugestrahlt wird. Die Intensität auf der Wand, die der absorbierenden gegenüber liegt, ist dagegen um den Faktor 2,2 größer. Der Raum teilt sich praktisch in zwei Hälften auf: in der linken Raumhälfte ist die mittlere Wandintensität $0,6 \text{ W/m}^2$, in der rechten Hälfte $1,4 \text{ W/m}^2$.

Der effektive Absorptionsgrad ist im homogenen Fall gleich dem flächengemittelten. Im inhomogenen Fall ist jedoch der gewichtete Absorptionsgrad nach Gl. (7) $\bar{\alpha}_{\text{inhom}}^* = 0,72 \cdot 1/6$ und das Verhältnis der Absorptionsexponenten ergibt sich zu:

$$\frac{\alpha_{\text{inhom}}^*}{\alpha_{\text{hom}}^*} = 0,70 \approx \frac{T_{\text{hom}}}{T_{\text{inhom}}} = \frac{1,70 \text{ s}}{2,51 \text{ s}} = 0,675. \quad (10)$$

Es zeigt sich hiermit, daß die Simulation die Überlegungen zur Absorbereffektivität sehr gut widerspiegelt, was den Zusammenhang zwischen Intensitätsverteilung und Nachhallzeit angeht.

3.2.4. Vergleich der Gilbert-Iteration und des Leitungs-Modells

Das Verhalten des Leitungs-Modells scheint im Gegensatz zur Simulation von Schroeder und Hackman eher den von Kuttruff [17] erhaltenen Ergebnissen zu entsprechen. Kuttruff erhielt bei Rechnungen mit dem Schallteilchenmodell folgendes Ergebnis: die Absorption auf der kleineren Wand des Raumes führt zu längeren Nachhallzeiten (bei diffuser Reflexion). Er führt als Begründung an, daß die absorbierende Fläche zu einer geringeren Bestrahlungsstärke führt, die sich auch auf die benachbarten Wandelemente auswirkt.

Diese benachbarten Flächen stellen aber auch den Hauptteil der Energie, die auf die absorbierende Fläche gestrahlt wird. Somit wird der Raumteil, in dem sich die absorbierende Wand befindet, nach Kuttruffs Argumentation vom Nachhallprozeß im übrigen Raum abgekoppelt. In realen Räumen läßt sich eine solche Entkopplung verschiedener Raumteile ebenfalls beobachten [21, 22].

Der Grund für die Unterschiede zwischen der Gilbert-Iteration des 2-dimensionalen Rechteckraumes und der Simulation mit dem Leitungs-Modell liegt dagegen eher in der Berechnung des Reflexionsgrades. Im 2-dimensionalen Fall wird der „Raumwinkel“ als ebener Öffnungswinkel berechnet, den ein Wandelement aufspannt. Dieser ist aber nur umgekehrt proportional dem Abstand von reflektierender und bestrahlter Wand. Im 3-dimensionalen Modell ist der Raumwinkel dagegen umgekehrt proportional dem Quadrat des Abstandes. Dadurch werden die kurzen Wege im Raum stärker gewichtet als die längeren Wege. Dies führt dann zu einer stärkeren Entkopplung der absorbierenden von der nicht absorbierenden Raumhälfte. Im 2-dimensionalen Rechteckraum der Rechnung von Schroeder und Hackman ist die Wand, die der absorbierenden Wand gegenüber liegt, wesentlich stärker an die gegenüber liegende, absorbierende Wand angekoppelt als im 3-dimensionalen Fall. Die Unterschiede in der resultierenden Bestrahlungsstärke fallen bei der zweidimensionalen Simulation daher deutlich kleiner aus.

Anhand der Simulation mit dem vorliegenden Leitungs-Modell wird deutlich, daß die berechneten Nachhallzeiten und Intensitätsverteilungen in starkem Maße nicht nur von der Absorptionsverteilung, sondern auch vom Abstandsmaß und der Richtungsverteilung des Reflexionsgrades abhängen. Es zeigt sich weiterhin, daß die Nachhallzeit im Modell – bei Absorption auf nur einer Wand – vom Verhältnis von deren Bestrahlungsstärke zur mittleren (normierten) Intensität abhängt. Das bedeutet, daß die Mittelung des Absorptionsgrades über die Bestrahlungsstärke, wie von Kuttruff angegeben (Gl. (7)), auch im vorliegenden Modell Bestätigung findet und sich die vorliegenden Phänomene damit gut erklären lassen.

3.3. Abhängigkeit vom Diffusitätsgrad

In realen Räumen können oft Nachhallkurven gemessen werden, deren Energieverlauf „durchhängt“, deren späte Nachhallzeit also länger ist, als die frühe [22]. Dies ist auf einen Mangel an Diffusität zurückzuführen, der bewirkt, daß sich Schwingungsmoden im Raum ausbilden können, die weniger bedämpft sind als die anfänglich dominierenden und die somit länger ausklingen. Besonders deutlich zeigen sich solche Ef-

fekte bei stark inhomogener Absorptionsverteilung, z. B. bei nur absorbierendem Boden und sonst schallharten Wänden. Dies hat unter anderem auch starken Einfluß auf Absorptionsmessungen in Hallräumen [23].

Der Einfluß des Diffusitätsgrades soll im weiteren am Vergleich der Simulation mit früheren Messungen von Gerlach und Mellert untersucht werden.

3.3.1. Messungen im Modellhallraum

Messungen an einem Modellhallraum mit jeweils nur einer bedämpften Wand wurden von Gerlach und Mellert durchgeführt [8]. Bei dem Modellhallraum handelte es sich um einen schiefwinkligen Kasten aus mit Kunststoff beschichteten Spanplatten, der im Frequenzbereich um 25 kHz ausgemessen wurde. Der Raum hatte etwa die Abmessungen 2,5 m × 1,2 m × 0,6 m (Fig. 8).

Ohne zusätzliche Absorption wurden als Nachhallzeit 0,61 s gemessen. Aus dieser Nachhallzeit berechnet sich ein mittlerer Absorptionsgrad von 0,043 für die Wände. Der zusätzlich auf die Wände aufgebrauchte Absorber hatte bei der angegebenen Frequenz einen Absorptionsgrad von $\alpha = 1$. Die Anregung des Raumes geschah in einer Ecke mit einem Knallfunken, die Messung der Impulsantworten mittels Mikrophon sowohl in der gegenüberliegenden Ecke als auch in der Raummitte.

Zwei der aus diesen Messungen gewonnenen integrierten Impulsantworten zeigt Fig. 9. Die Nachhallkurven hängen deutlich durch, wobei sich jeweils zwei Geraden anpassen lassen. Die jeweilige frühe bzw. späte Nachhallzeit ist ebenfalls in der Figur angegeben. Für die Absorptionsbelegungen der Wände 2 (Stirnwand), 6 (Boden) sowie 2 und 4 (beide Stirnwände) lassen sich aus der genannten Veröffentlichung frühe und späte Nachhallzeit entnehmen.

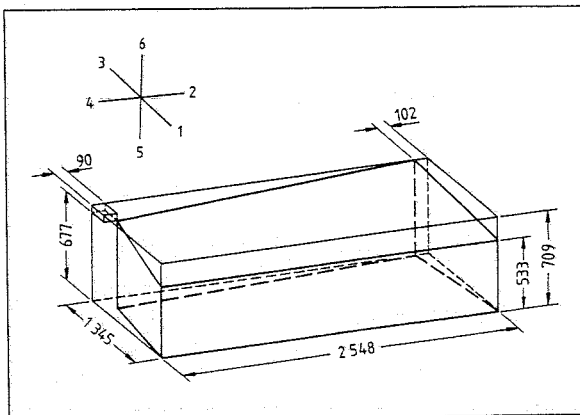


Fig. 8. Modellhallraum nach Gerlach und Mellert [8] mit Wandbezeichnungen.

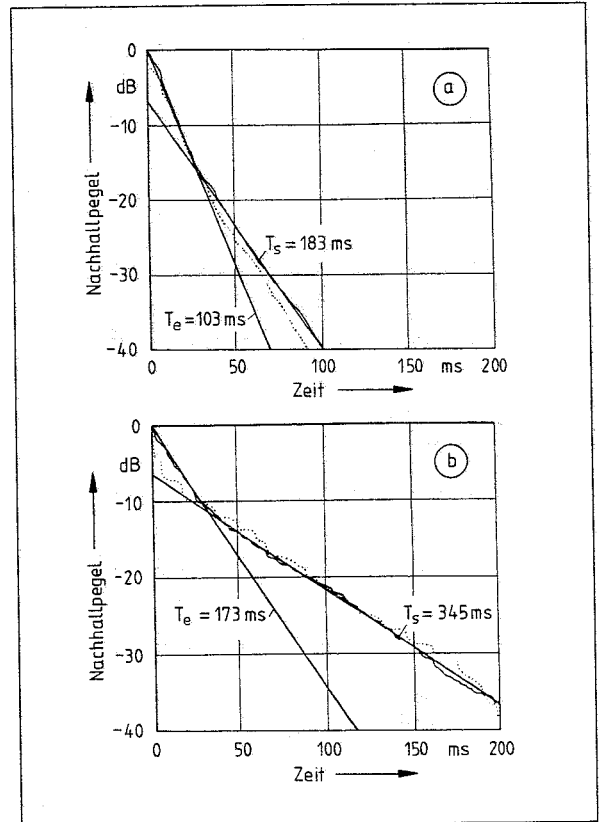


Fig. 9. Gemessene integrierte Impulsantworten des Modellhallraumes für zwei verschiedene Absorberbelegungen nach Gerlach und Mellert [8]: a) Stirnwand (2) absorbierend, b) Boden (6) absorbierend.

3.3.2. Eigene Rechnungen

Bei den Simulationsrechnungen wurde die Grundabsorption der Wände auf $\alpha = 0,04$ gesetzt, daraus resultiert eine Nachhallzeit nach Eyring von 0,687 s. In Tabelle II sind die berechneten Nachhallzeiten des Modellhallraumes für diffuse Reflexion bei homogener Absorption mit 6 bis 82 Wandknoten dargestellt. Es ist nur die späte Nachhallzeit dargestellt, die frühe Nachhallzeit unterscheidet sich nicht wesentlich davon. Deutlich sichtbar ist in der Tabelle die kontinuierliche Abnahme der berechneten Nachhallzeit bei Erhöhung der Knotenzahl. Die Nachhallzeit liegt

Tabelle II. Nachhallzeit $T_{3,5}$ des Modellhallraumes in Abhängigkeit von der Wandknotenzahl bei diffuser Reflexion und homogener Absorption $\alpha = 0,04$, $T_{Eyr} = 0,69$ s.

Knotenzahl	$T_{3,5}$ s
6	0,89
12	0,89
24	0,78
48	0,74
82	0,73

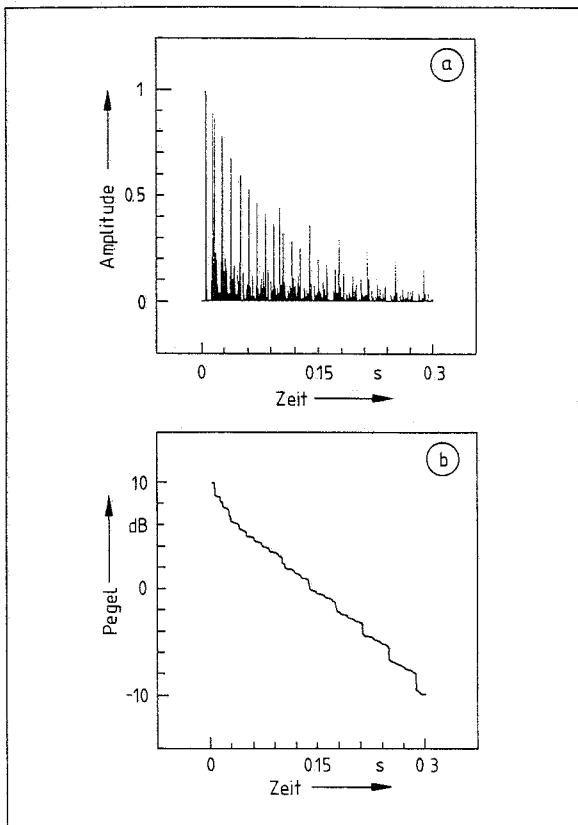


Fig. 10. Impulsantwort (a) und integrierte Impulsantwort (b) der Simulation des Modellhallraumes bei homogener Absorption und spiegelnder Reflexion, mit 48 Wandknoten.

aber auch bei 82 Wandknoten noch etwa 6% über der Eyringschen Nachhallzeit. Es bleibt unklar, wie diese Abweichung zu werten ist. Vermutlich ist sie auf die längliche Geometrie des Modellhallraumes (Proportionen ca. 4:2:1) und dem daraus resultierenden Einfluß der Verteilung der Weglängen zurückzuführen, vergl. [5, 17].

Bei spiegelnder Reflexion zeigen sich in der Simulation ausgeprägte Schwingungsmoden (Fig. 10). Bereits bei geringer Diffusität der Reflexion nimmt ihr Einfluß allerdings ab, so daß die Nachhallkurven zunehmend gleichmäßiger abfallen.

Anschließend wurde die Simulation mit verschiedenen Diffusitätsgraden durchgeführt, in derselben Anordnung wie bei der Messung mit jeweils einer absorbierenden Wand. Da der Einfluß der Sender- bzw. Empfängerposition hier weniger interessiert als die Nachhallzeit des Raumes als solche, wurde in alle Leitungen gleichzeitig eingekoppelt und der Verlauf der Gesamtenergie des Modells berechnet. In Fig. 11 ist die integrierte Impulsantwort bei Absorption auf Wand 2 für die Modellrechnung dargestellt. Parameter ist der Diffusitätsgrad d ($0 \leq d \leq 1$). Bei diffuser

Reflexion zeigen die Kurven noch einen geraden Verlauf. Mit abnehmendem Diffusitätsgrad hängen die Nachhallkurven jedoch zunehmend durch. Dabei nimmt die Steilheit im frühen Kurvenverlauf zu, während der späte Verlauf wesentlich flacher wird. Dieser Effekt tritt dann bei vollständig spiegelnder Reflexion am deutlichsten hervor. Die späte Nachhallzeit hat dadurch ein Minimum im mittleren Bereich. Dies ist auch bei den anderen Absorptionsverteilungen zu beobachten.

Tabelle III zeigt frühe und späte Nachhallzeit der Simulation für verschiedene Absorptionsbelegungen der Wände mit dem Diffusitätsgrad als Parameter. Ist die Reflexion vollständig diffus ($d = 1$), so liegt die simulierte Nachhallzeit im Bereich der Eyringschen Nachhallzeit, mit – im Verhältnis zu den gemessenen Werten – „kleineren“ Abweichungen nach oben wie nach unten ($\pm 20\%$). Die gemessenen Werte liegen allerdings um bis zu 450% über und 50% unter der

Tabelle III. Vergleich der frühen und späten Nachhallzeiten des Modellhallraumes von Simulation (T_{Sim}), Messung (T_{Messg}) und nach Eyring (T_{Eyr}) für verschiedene Diffusitätsgrade d , verschiedene Wände absorbierend.

	absorb. Wand	T_{Messg} ms	Diffusitätsgrad d				T_{Eyr} ms
			0,1	0,2	0,3	1,0	
T_{10}	2	105	T_{Sim} 110	T_{Sim} 140	T_{Sim} 150	T_{Sim} 285	
T_{35}	2	185	T_{Sim} 165	T_{Sim} 145	T_{Sim} 160	T_{Sim} 285	230
T_{10}	6	175	T_{Sim} 280	T_{Sim} 180	T_{Sim} 135	T_{Sim} 77	
T_{35}	6	345	T_{Sim} 470	T_{Sim} 260	T_{Sim} 175	T_{Sim} 77	75
T_{10}	2 und 4	90	T_{Sim} 75	T_{Sim} 90	T_{Sim} 85	T_{Sim} 115	
T_{35}	2 und 4	295	T_{Sim} 170	T_{Sim} 115	T_{Sim} 105	T_{Sim} 120	146

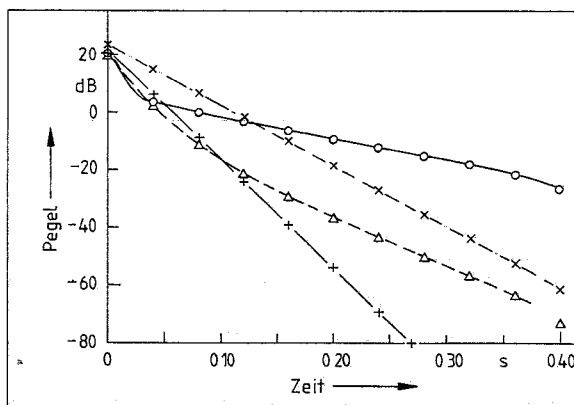


Fig. 11. Integrierte Impulsantwort der Simulation mit 82 Wandknoten in Abhängigkeit vom Diffusitätsgrad d , Wand 2 absorbierend. (o) $d = 0$; (Δ) $d = 0,1$; (+) $d = 0,3$; (\times) $d = 1,0$.

Eyringschen Nachhallzeit. Dies rührt daher, daß die Voraussetzung eines diffusen Schallfeldes im Modellhallraum offensichtlich nicht gegeben war. Die simulierten Nachhallzeiten stimmen dagegen für Diffusitätsgrade zwischen 0,1 und 0,2 am ehesten mit den gemessenen überein. Es ist deshalb davon auszugehen, daß die Spanplatten des Modellhallraums einen ähnlich niedrigen Diffusitätsgrad aufwiesen.

Die Abhängigkeit der Nachhallzeit vom Diffusitätsgrad ist bei sonst gleichen Bedingungen sehr groß. Insbesondere bei spiegelnder Reflexion und Absorption auf nur einer Wandseite steigen die Nachhallzeiten stark an, was auf ausgeprägte Schwingungsmoden schließen läßt. Die Schwingungsmoden, die über die gedämpfte Wand laufen, werden sehr schnell weggedämpft (kleine Anfangsnachhallzeit), während die Moden, die nicht über die gedämpfte Wand laufen, praktisch kaum abgeschwächt werden und zu langen späten Nachhallzeiten führen. Damit entspricht das Modell durchaus dem Verhalten realer Räume, in denen eine solche Entkoppelung der Schwingungsmoden bei inhomogener Dämpfung ebenfalls auftritt [22]. Erst wenn mindestens zwei der Wände bedämpft sind, sinkt die Nachhallzeit auch bei spiegelnder Reflexion deutlich ab (Tab. III).

Die Simulationsergebnisse weichen zwar absolut von den Meßwerten ab, allerdings läßt sich im Vergleich zur Eyringschen Nachhallzeit eine einheitliche Tendenz feststellen: Absorbiert die großflächige Decke, so liegen die frühen Nachhallzeiten sowohl bei der Messung als auch bei der Simulation über T_{Eyr} (für $d = 0,1$). Bei Absorption auf der kleinsten Wand (Nr. 2) des Raumes dagegen sind gemessene und simulierte Nachhallzeit kürzer als die Eyringsche, siehe auch Fig. 12.

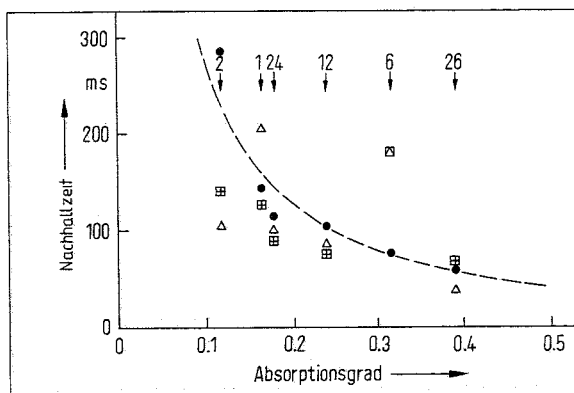


Fig. 12. Frühe Nachhallzeit der Messung (Δ) (Gerlach und Mellert [8]) und der Simulation bei Diffusitätsgrad $d = 0,2$ (\square) und $d = 1$ (\bullet). Die Nummern geben die jeweils absorbierende Wand an (2; 1; 2 und 4; 1 und 2; 6; 2 und 6). Die gestrichelte Linie ist die Nachhallzeit nach Eyring.

Auch aus anderen Messungen ist bekannt, daß Absorption an der kleineren Raumwand (insbesondere der Stirnseite) effektiver ist, als bei gleichem mittleren Absorptionsgrad auf einer größeren Wand [23]. Dies zeigt sich hier besonders für die frühe Nachhallzeit.

Eine eventuelle Winkelabhängigkeit des Absorbers wurde bei der Simulation nicht berücksichtigt. Dies ist prinzipiell ohne großen zusätzlichen Rechenaufwand möglich, da eine solche Abhängigkeit bei der Berechnung der Kopplungsmatrizen eingefügt werden kann. Trotzdem wird bei der Rechnung deutlich, daß die Ergebnisse der Simulation, wie auch die von Messungen (vergl. [25]), sehr stark sowohl von der Absorptionsverteilung als auch vom Diffusitätsgrad abhängig sind und damit auch von der Richtungsverteilung der Reflexion. Insgesamt ist es bemerkenswert, wie gut das Leitungsmodell die gemessenen Nachhallkurven qualitativ wiedergibt, insbesondere das Durchhängen der Kurven bei teilweise spiegelnder Reflexion, was dazu führt, daß frühe und späte Nachhallzeiten stark auseinanderfallen.

4. Zusammenfassung

Es zeigte sich, daß die in der Simulation mit dem vorliegenden Modell berechneten Nachhallzeiten ebenso wie die realer Räume im wesentlichen von drei Raumparametern abhängen: der Raumgeometrie, dem Diffusitätsgrad und der Absorptionsverteilung, wobei die letzten beiden Parameter die stärksten Unterschiede bewirkten (unter sonst gleichen Bedingungen). Der Diffusitätsgrad, der mit der Schallfelddiffusität eng zusammenhängt [24], wurde im Modell durch den energetischen Anteil diffuser (i.e. nicht spiegelnder) Reflexion an den Wänden ausgedrückt. Für die Diskussion von Diffusitätsgrad und Absorptionsverteilung lassen sich grundsätzlich vier Fälle unterscheiden:

1. Homogene Absorption und diffuse Reflexion – in diesem Fall kommen die im Modell berechneten Nachhallzeiten der nach der Eyringschen Formel vorhergesagten am nächsten, am Beispiel des Kubus sogar exakt, beim länglich flachen Modellhallraum mit einer Abweichung von +6 Prozent. Dies liegt im Bereich der auch mit dem Schallteilchenmodell berechneten Abweichungen in Abhängigkeit von der Raumgeometrie [17].
2. Homogene Absorption und spiegelnde Reflexion – hier zeigt das Modell deutliche Schwingungsmoden, wie reale Räume auch. Die Nachhallzeiten liegen über denen für diffuse Reflexion, da die mittlere Weglänge der dominierenden Schwingungsmoden i. a. größer ist als die statistische mittlere freie Weglänge $4V/S$. Die integrierte Impulsantwort verläuft

nicht so glatt wie im ersten Fall und hängt auch stärker vom Ort der Ein- bzw. Auskopplung ab.

3. Inhomogene Absorption und diffuse Reflexion – die Abweichungen der simulierten Nachhallzeit relativ zur Eyringschen liegen bei einfachen Rechteckräumen in derselben Größenordnung wie im ersten Fall, allerdings weicht die Nachhallzeit sowohl nach oben wie nach unten von der Eyringschen ab. Dabei ist die Abhängigkeit von der Absorptionsverteilung genau andersherum als im Falle (teilweise) spiegelnder Reflexion: Ist nur die große Raumwand (Boden, Decke) absorbierend, ist hier die Nachhallzeit kürzer, im umgekehrten Falle länger als T_{Eyr} . Beim Modellhallraum betrogen diese Abweichungen bis zu 20 Prozent. Am Beispiel der Simulation des Flachraumes zeigte sich die Notwendigkeit der Gewichtung der Absorptionsgrade mit der Bestrahlungsstärke der jeweiligen Wand, um die Nachhallzeit des Raumes vorhersagen zu können.
4. Inhomogene Absorption und (teilweise) spiegelnde Reflexion – am auffallendsten sind die stark durchhängenden Nachhallkurven, die zu unterschiedlichen frühen und späten Nachhallzeiten führen. Durch Schwingungsmoden, die nicht über die absorbierende Wand laufen, können die späten Nachhallzeiten bis zu einem mehrfachen (!) der frühen Nachhallzeit betragen. Bei absorbierender Stirnwand (kleinste Wandfläche) ergab sich ein Minimum sowohl der frühen wie der späten Nachhallzeit bei mittleren Diffusitätsgraden ($d \approx 0,2$) bei Werten kürzer als T_{Eyr} . Dagegen war die Absorption auf der größten Raumwand bei mittleren bis kleinen Diffusitätsgraden nicht so effektiv. Dies bestätigen auch eine Reihe von Messungen, etwa in Hallräumen [22, 23]. Es zeigt sich auch, daß diese Regel nicht allgemein gilt, sondern nur im Fall der in der Praxis aber sicherlich am häufigsten auftretenden mittleren bis kleinen Diffusitätsgrade.

Literatur

- [1] Cremer, L., Müller, H. A., Die wissenschaftlichen Grundlagen der Raumakustik Bd. I und II. S. Hirzel Verlag, Stuttgart 1976/78.
- [2] Borish, J., Extension of the image model to arbitrary polyhedra. *J. Acoust. Soc. Amer.* **75** [1984], 1827–1836.
- [3] Krokstad, A., Strøm, S., Sørsdal, S., Calculating the acoustical room response by the use of a ray tracing technique. *J. Sound Vib.* **8** [1968], 118–125.
- [4] Schroeder, M. R., Digital simulation of sound transmission in reverberant spaces. *J. Acoust. Soc. Amer.* **47** [1970], 424–431.
- [5] Kuttruff, H., Simulierte Nachhallkurven in Rechteckräumen mit diffusum Schallfeld. *Acustica* **25** [1971], 333–342.
- [6] Vorländer, M., Simulation of the transient and steady-state sound propagation in rooms using a new combined ray-tracing/image-source algorithm. *J. Acoust. Soc. Amer.* **86** [1989], 172–178.
- [7] Lehnert, H., Erzeugung von virtuellen akustischen Umgebungen. Fortschritte der Akustik, DAGA '90, DPG-Verlag, Bad Honnef 1990.
- [8] Gerlach, R., Mellert, V., Der Nachhallvorgang als Markoffsche Kette. Theorie und erste experimentelle Überprüfung. *Acustica* **32** [1975], 211–227.
- [9] Joyce, W. B., Sabine's reverberation time and ergodic auditoriums. *J. Acoust. Soc. Amer.* **58** [1975], 643–655.
- [10] Joyce, W. B., Exact effect of surface roughness on the reverberation time of a uniform absorbing spherical enclosure. *J. Acoust. Soc. Amer.* **64** [1978], 1429–1436.
- [11] Gilbert, E. N., An iterative calculation of auditorium reverberation. *J. Acoust. Soc. Amer.* **69** [1981], 178–184.
- [12] Krämer, P., Alpei, H., Püschel, D., Simulation von Nachhallzeit und Verlauf der Nachhall-Energie mit einem neuen nichtstatistischen Computermodell. Fortschritte der Akustik, DAGA '90, DPG-Verlag, Bad Honnef 1990.
- [13] Carrol, M. M., Chien, C. F., Decay of reverberant sound in a spherical enclosure. *J. Acoust. Soc. Amer.* **62** [1977], 1442–1446.
- [14] Sabine, W. C., Collected papers on acoustics. Harvard Press, Cambridge 1922.
- [15] Kosten, W., The mean free path in room acoustics. *Acustica* **10** [1960], 245–250.
- [16] Gilbert, E. N., Ray statistics in reverberation. *J. Acoust. Soc. Amer.* **83** [1988], 1804–1808.
- [17] Kuttruff, H., Nachhall und effektive Absorption in Räumen mit diffuser Wandreflexion. *Acustica* **35** [1976], 141–153.
- [18] Eyring, C. F., Reverberation time in dead rooms. *J. Acoust. Soc. Amer.* **1** [1930], 217–249.
- [19] Schroeder, M. R., Hackman, D., Iterative calculation of reverberation time. *Acustica* **45** [1980], 269–273.
- [20] Schroeder, M. R., New method of measuring reverberation time. *J. Acoust. Soc. Amer.* **37** [1965], 409–412.
- [21] Kuttruff, H., Jusofie, M. J., Messungen des Nachhallverlaufs in mehreren Räumen, ausgeführt nach dem Verfahren der integrierten Impulsantwort. *Acustica* **21** [1969], 1–9.
- [22] Knudsen, V. O., Delsasso, L. P., Leonard, R. W., Reverberation-room acoustics-effects of various boundary conditions. *J. Acoust. Soc. Amer.* **42** [1967], 953–965.
- [23] Kath, U., Kuhl, W., Einfluß von Streufläche und Hallraumdimension auf den gemessenen Schallabsorptionsgrad. *Acustica* **11** [1961], 50–64.
- [24] Kuttruff, H., Room acoustics, 2. Auflage. Applied Science Publishers, England 1979.
- [25] Meyer, E., Kuttruff, H., Gruschka, H. D., Modellversuche zu Schallrichtungsdifusität und Nachhallvorgang. *Acustica* **1** [1963], 187–193.