

# Onderzoek naar de mogelijkheden van DIANA bij berekening van scheurgroeiverloop in glas

**Citation for published version (APA):**

Frissen, R. J. T. (1992). *Onderzoek naar de mogelijkheden van DIANA bij berekening van scheurgroeiverloop in glas*. (DCT rapporten; Vol. 1992.040). Technische Universiteit Eindhoven.

**Document status and date:**

Gepubliceerd: 01/01/1992

**Document Version:**

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

**Please check the document version of this publication:**

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

**General rights**

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

[www.tue.nl/taverne](http://www.tue.nl/taverne)

**Take down policy**

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

[openaccess@tue.nl](mailto:openaccess@tue.nl)

providing details and we will investigate your claim.

**ONDERZOEK NAAR DE MOGELIJKHEDEN VAN DIANA BIJ BEREKENING VAN  
SCHEURGROEIVERLOOP IN GLAS**

Stagiair: R.J.T. Frissen  
id.nr : 265399  
tel. : 04493 - 2513

Stage begeleiding: - dr. ir. M. Brekelmans  
- ir. H. de Vree.  
Stageperiode : 20-01-'92 ; 29-03-'92

T.U.E vakgroep W.F.W. Rapport WFW 92.040

## SAMENVATTING

Onderzoek naar de standaard mogelijkheden van DIANA heeft aangetoond dat dit programma niet geschikt is voor de modellering van scheurgroei in glas. Struikelblok bij de modellering van glas vormt de localiseringsbreedte. Deze is voor glas onbekend maar kan door aanpassing van de energy release rate worden vervangen door de karakteristieke lengte van een element. Alle gevonden resultaten voor het kracht-verplaatsingsdiagram tonen een soort jo-jo effect in de buurt van de top. Ondanks de realistische weergave van het scheurgroeiverloop moet toch op basis van het kracht-verplaatsingsdiagram geconcludeerd worden, dat de standaard functies van DIANA niet in staat zijn het scheurgroeiverloop in glas te berekenen. Verdere mogelijkheden van DIANA bij scheuronderzoek kunnen alleen worden onderzocht indien inzicht ontstaat in de door DIANA gehanteerde programmatuur.

## INHOUDSOPGAVE

- Symbolenlijst	Pg: 4-5
- Inleiding	Pg: 6
- Voorkennis met betrekking tot uitgesmeerde representaties van locale breuk (hoofdstuk2)	Pg: 7-21
- Vaste enkelvoudige breukmodel	Pg: 7-9
- Vaste multi directionele breukmodel	Pg: 10
- Roterend breukmodel	Pg: 11-12
- Elastisch verzwakkend constitutief model	Pg: 12
- Modelleren trek- en schuifspanningsprobleem	Pg: 14-18
- Berekeningen aan balk met kleine scheur	Pg: 19-21
- Conclusies	Pg: 21
- Gegevens standaard glasplaat	Pg: 22
- Modelleren glasplaat	Pg: 23
- Statische analyse	Pg: 23
- Niet-lineaire analyse	Pg: 24-30
- Afleiding kracht- karakteristieke verplaatsingsdiagram	Pg: 30-31
- Bespreking gevonden resultaten	Pg: 32-35
- Conclusies	Pg: 35
- Subjectieve beschouwing	Pg: 36-37
- Literatuurlijst	Pg: 38
- Bijlage 1: .dat file voor meshgeneratie	Pg: 39-40
- Bijlage 2: .com file voor meshgeneratie	Pg: 41
- Bijlage 3: .dat file statische analyse	Pg: 42-43
- Bijlage 4: .com file statische analyse	Pg: 44

- Bijlage 5: .dat file niet-lineaire analyse Pg: 45-46
- Bijlage 6: .com file niet-lineaire analyse Pg: 47-48
- Bijlage A 1-4: resultaten berekening 1
- Bijlage B 1-6: resultaten berekening 2
- Bijlage C 1-6: resultaten berekening 3
- Bijlage D : Bundeling van voor het scheuronderzoek  
relevante delen uit handleiding diana
  - 3.1.3: Cracking
    - 5 : Analysis Commands
      - 5.1 : Preliminary linear analysis
      - 5.2 : Initialization
      - 5.3 : Loading Specification
      - 5.4 : Output Selection
      - 5.6 : Select arclength
      - 5.7.1: Iteration scheme (perfor)
      - 5.7.2: Convergence Criteria (norm)
      - 5.7.3: Used phenomena
      - 5.7.4: Linear equation solving (solve)
      - 5.7.5: Examples
    - 7 : Graphic output (graphi)
      - 7.1 : Specify layout (layout)
      - 7.2 : Plot analysis results (plot an=nonlin)
        - 7.2.1: Element data plot selection (elemen)
  - 11.5 : Gegevens gekozen elementtype

## SYMBOLENLIJST

$\Delta \epsilon$	= rekvector increment	[-]
$\Delta \epsilon^{cr}$	= breukrekvector increment (globaal)	[-]
$\Delta \epsilon^{co}$	= rekvector ongescheurd materiaal (globaal)	[-]
$\Delta \epsilon^{cr}$	= breukrekvector increment (locaal)	[-]
$\Delta \epsilon_{nn}^{cr}$	= mode I breukrek increment	[-]
$\Delta \epsilon_{nt}^{cr}$	= mode II afschuivingsbreukrek increment	[-]
N	= transformatiematrix voor overgang lokaal naar globaal coördinatensysteem	[-]
$\Delta t^{cr}$	= locale spanningsvector	[N/m <sup>2</sup> ]
$\Delta t_n^{cr}$	= mode I normaalspanningsincrement	[N/m <sup>2</sup> ]
$\Delta t_t^{cr}$	= mode II schuifspanningsincrement	[Pa]
$\Delta \sigma$	= globale spanningsvector	[Pa]
$D^{co}$	= elasticiteitsmatrix	[Pa]
$D^{cr}$	= matrix met mode I ,mode II en mixed mode eigenschappen van de scheur	[Pa]
$\alpha$	= drempelwaarde voor de hoek tussen de hoofdspanningsassen en de vaste n,t-assen van de scheur	[°]
$\sigma_{11}$	= grootste hoofdspanning	[Pa]
$\sigma_{22}$	= kleinste hoofdspanning	[Pa]
$\epsilon_{11}$	= grootste hoofdrek	[-]
$\epsilon_{22}$	= kleinste hoofdrek	[-]
$G_{12}$	= locale glijdingsmodulus	[Pa]
$\tau$	= maximale schuifspanning	[Pa]
G	= glijdingsmodulus	[Pa]
$\gamma$	= maximale afschuiving	[Pa]
$\epsilon$	= rekmatrix	[-]
$\lambda_{1,2}$	= eigenwaarde rekmatrix	[-]

$\beta$	= afschuifweerstandsfactor	[-]
$D^I$	= mode I eigenschap scheur	[Pa]
$D^{II}$	= mode II eigenschap scheur	[Pa]
$f_{ct}$	= treksterkte	[Pa]
$G_f$	= energy release rate	[Pa]
$\epsilon^{cr}_u$	= maximale breukrek	[-]
$p$	= positieve constante	[-]
$E$	= elasticiteitsmodulus	[Pa]
$\mu$	= dwarscontractie coëfficiënt	[-]
$\lambda$	= localiseringsbreedte of schalingsfactor belastingsincrement	[m]
$\sigma$	= spanning	[Pa]
$\tau$	= schuifspanning	[Pa]
$L$	= karakteristieke lengte element	[m]
$d\eta$	= booglengte increment	[-]
$f$	= belastingsparameter ( in $R^{n+1}$ ruimte)	[N]
$t_i$	= vrijheidsgraad i	[m]
$q$	= belastingsvector	[N]
$\Delta a_i$	= verplaatsingsincrement	[m]
$K_{i-1}$	= totale stijfheidsmatrix iteratieslag i-1	[N/m]
$R^{n+1}$	= ruimte met dimensie n+1	[-]

## INLEIDING

Beeldschermen van televisietoestellen en monitors dienen in geval van breuk zodanig te imploderen dat de in een beeldbuis aanwezige electronenbundels niet kunnen uittreden. Dit betekent, dat de voorzijde van het scherm bij breuk een bepaalde tijd als het ware moet blijven "zweven".

De mate waarin de gebroken voorzijde van een beeldbuis een beschermwand vormt tegen de electronenbundels hangt af van het scheurgroeiverloop in de betreffende beeldbuis. Indien het mogelijk is het scheurgroeiverloop te berekenen, hoeft een ontworpen beeldbuis niet meer eerst geproduceerd te worden alvorens men kan testen of ze wel voldoet. Het scheurgroeiverloop wordt bepaald door de scheuroriëntatierichting van de voortlopende scheurtip. Beeldbuisfabrikant PHILIPS is daarom met name geïnteresseerd in alternatieve berekeningswijzen voor het verloop van de scheuroriëntatierichting van de scheurtip.

Huidige berekeningen aan beeldschermen zijn voornamelijk gebaseerd op wetmatigheden die voortvloeien uit de klassieke breukmechanica. Nadeel van deze berekeningen is dat spanningen aan de scheurtip oneindig groot worden waardoor de spanningstoestand aan de scheurtip niet in overeenstemming is met de realiteit. Bovendien levert de klassieke breukmechanica niet meteen een inzicht in de oriëntatierichting van de scheurtip.

Voor berekeningen aan betonconstructies heeft TNO het softwarepakket DIANA ontwikkeld. Dit pakket is ondermeer geschikt voor de modellering van scheurgroeiverloop in beton. Voordeel van DIANA is dat het programma niet alleen het belastingsverloop tijdens scheuren bepaalt maar ook de scheuroriëntatierichting aangeeft. De vraag is of dit programma ook geschikt is voor berekeningen aan glas. In principe zou dit door verandering van de waarden van de materiaalparameters mogelijk moeten zijn.

De stageopdracht omvat zodoende het onderzoeken van de mogelijkheden van DIANA bij de modellering van het scheurgroeiverloop in glas, waarbij gelet wordt op de invloed van de wijziging van de meshverdeling en de materiaalparameters.

Om de met DIANA berekende resultaten te kunnen vergelijken met resultaten op basis van de klassieke breukmechanica worden de berekeningen uitgevoerd aan een met een karakteristieke scheur geïnitieerde standaard glasplaat.



## VOORKENNIS MET BETREKKING TOT UITGESMEERDE REPRESENTATIES VAN LOCALE BREUK

Spanningsbreuk in composieten met een matrix-structuur zoals beton is het gevolg van voortgaande microbreuk, verdraaiingen en andere processen die interne schade veroorzaken. Uit deze processen vloeit uiteindelijk een geometrische discontinuïteit voort die het materiaal scheidt. Zo een discontinuïteit heet een scheur.

Bij een uitgesmeerde representatie van locale breuk wordt de gescheurde materie verwerkt als zijnde een continuüm. Deze beschrijving staat zodanig ook voor de gescheurde materie spannings-rek relaties toe. De hierbij schuilgaande veronderstelling van continuïteit in de verplaatsingen is echter strijdig met de realiteit van een geometrische discontinuïteit. Gevolg hiervan is dat aan de wanden van de scheur mogelijk stress-locking optreedt.

De uitgesmeerde scheurmodellen zijn onder te verdelen in het:

- vaste enkelvoudige breukmodel;
- vaste multi directionele breukmodel;
- roterend breukmodel.

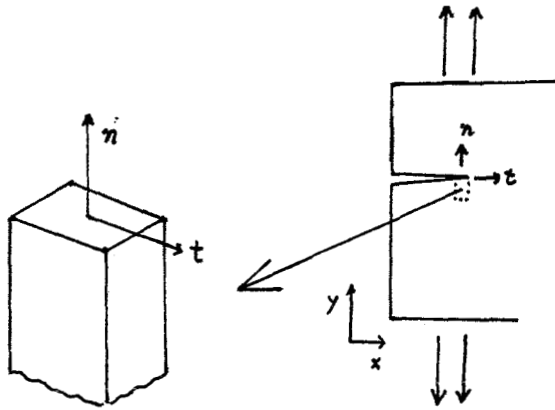
De verschillen tussen de modellen treden op in het geval dat de richtingen van de hoofdspansingen veranderen, hetgeen doorgaans het geval is bij algemene breuk analyses. Voorbeelden van breuk analyses worden gegeven voor beton.

### VASTE ENKELVOUDIGE BREUKMODEL

Een consistente manier om het vaste enkelvoudige breukmodel op te stellen is de samenstelling van het globale rek increment  $\Delta e$  uit een deel  $\Delta e^{cr}$  van de scheur en een deel  $\Delta e^{co}$  van het vaste materiaal tussen de scheuren.

$$\Delta e = \Delta e^{cr} + \Delta e^{co}. \quad (1)$$

Deze opsplitsing van de rek geldt voor alle drie de modellen. Voor het gemak beschouwen we een twee dimensionale configuratie. Zolang de maximale hoofdspanning beneden een bepaalde drempelwaarde  $f_{ct}$  blijft, zal geen scheurvorming optreden en is  $\Delta e^{cr}$  gelijk aan nul. Als de drempelwaarde wordt bereikt, vindt scheurinitiatie plaats. Het fictieve vlak van de scheur ontstaat dan loodrecht op de richting  $e_n$  van de maximale hoofdspanning.



Figuur 1: Orthonormale basis lokaal coördinatensysteem.

De rekvektoren in (1) refereren naar het globale  $x, y$ -coördinaten systeem. Definiëren we een lokaal coördinaten systeem  $n, t$  waarbij de  $n$ -as samenvalt met de lokale richting van de scheur, dan volgt voor de lokale breukrekvector:

$$\Delta e^{cr} = [\Delta e_{nn}^{cr} \quad \Delta \gamma_{nt}^{cr}]^T \quad (2)$$

waarbij  $\Delta e_{nn}^{cr}$  het mode I breukrek increment is en  $\Delta \gamma_{nt}^{cr}$  het mode II afschuivingsbreukrek increment is. Nota bene de breukrek component  $\Delta e_{tt}^{cr}$  is gelijk aan nul, daar de rek in de richting van de  $t$ -as per definitie elastisch is en dus weergegeven wordt binnen de vector  $\Delta e$ . De lokale en globale breukrek zijn als volgt gerelateerd:

$$\Delta e^{cr} = N \Delta e^{cr}. \quad (3)$$

$N$  is een transformatiematrix die de orientatie van de scheur weerspiegelt. Bij het vaste enkelvoudige breuk model wordt de orientatie van de scheur constant gehouden zodat  $N$  constant (vast) blijft.

Voor de lokale spanningen geldt:

$$\Delta t^{cr} = [\Delta t_n^{cr} \quad \Delta t_t^{cr}]^T, \quad (4)$$

met  $\Delta t_n^{cr}$  als mode I normaalspanningsincrement en  $\Delta t_t^{cr}$  als mode II schuifspanningsincrement. Equivalent met de rek zijn de lokale en globale spanningen als volgt gekoppeld:

$$\Delta t^{cr} = N^T \Delta \sigma. \quad (5)$$

Om het geheel systeem van vergelijkingen te voltooien zijn de spannings-rek relaties nodig zowel voor de gescheurde als ongescheurde materie.

Voor het ongescheurde materiaal geldt:

$$\Delta \sigma = D^{c0} \Delta e^{c0}. \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \frac{E}{(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1-\nu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{11} \\ e_{22} \\ e_{12} \end{bmatrix}^{c0}$$

Matrix  $D^{c0}$  bevat de modulus en de dwarscontractie coëfficiënt van de ongescheurde materie.

Voor het gescheurde materiaal geldt:

$$\Delta t^{cr} = D^{cr} \Delta e^{cr}. \quad (7)$$

De 2x2 matrix  $D^{cr}$  bevat de mode I, mode II en mixed mode eigenschappen van de scheur. Gebruikmakend van vergelijkingen 1-7 volgt voor de algehele spannings-rek relatie:

$$\Delta \sigma = [D^{c0} - D^{c0}N[D^{cr} + N^T D^{c0}N]^{-1}N^T D^{c0}] \Delta e. \quad (8)$$

Bewijs:

$$\begin{aligned} \Delta t^{cr} &= N^T \Delta \sigma \\ \Delta \sigma &= D^{c0} \Delta e^{c0} \end{aligned}$$

$$\Delta t^{cr} = N^T D^{c0} \Delta e^{c0}$$

$$\Delta e^{c0} = N \Delta e^{c0}$$

$$\Delta e^{cr} = N \Delta e^{cr}$$

$$\Delta e = \Delta e^{cr} + \Delta e^{c0}$$

$$\Delta e = N \Delta e$$

$$\Delta e^{c0} = N(\Delta e - \Delta e^{cr})$$

$$\Delta t^{cr} = N^T D^{c0} N (\Delta e - \Delta e^{cr})$$

$$\Delta t^{cr} = D^{cr} \Delta e^{cr}$$

$$D^{cr} \Delta e^{cr} = N^T D^{c0} N (\Delta e - \Delta e^{cr})$$

$$[D^{cr} + N^T D^{c0} N] \Delta e^{cr} = N^T D^{c0} N \Delta e$$

$$[D^{cr} + N^T D^{c0} N] \Delta e^{cr} = N^T D^{c0} \Delta e$$

$$\Delta e^{cr} = [D^{cr} + N^T D^{c0} N]^{-1} N^T D^{c0} \Delta e$$

$$\Delta e^{cr} = N \Delta e^{cr}$$

$$\Delta e^{cr} = N [D^{cr} + N^T D^{c0} N]^{-1} N^T D^{c0} \Delta e$$

$$\Delta \sigma = D^{c0} \Delta e^{c0}$$

$$\Delta e - \Delta e^{cr} = \Delta e^{c0}$$

$$\Delta \sigma = D^{c0} (\Delta e - \Delta e^{cr})$$

$$\Delta \sigma = [D^{c0} - D^{c0}N[D^{cr} + N^T D^{c0}N]^{-1}N^T D^{c0}] \Delta e$$

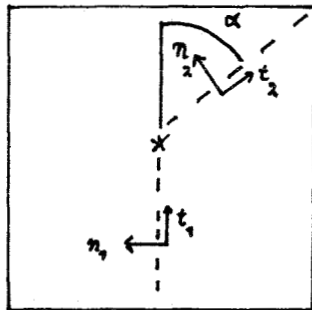
## VASTE MULTI DIRECTIONELE BREUKMODEL

De strategie van rek-decompositie staat bij dit model een sub-decompositie van het breukrek increment toe. Het breukrek increment  $\Delta e^{cr}$  wordt dan samengesteld uit afzonderlijke bijdragen van een aantal multi directionele scheuren die gelijktijdig optreden in een bepaald punt.

$$\Delta e^{cr} = \Delta e^{cr1} + \Delta e^{cr2} + \dots \quad (9)$$

Iedere afzonderlijke scheur heeft als zodanig ook zijn eigen waarden voor  $N_i$ ,  $D_i^{cr}$ ,  $t_i^{cr}$ ,  $e_i^{cr}$  in het beschouwde punt.

Ter illustratie twee scheuren in een punt:



\* positie punt op de scheur

-- scheur 1

- scheur 2

$\alpha$  drempelwaarde voor de hoek tussen de hoofdspansingsassen en de vaste  $n, t$ -assen van de scheur

Figuur 2: Multi directionele scheuren in een punt.

Met behulp van de verschillende waarden voor  $N_i$ ,  $D_i^{cr}$ ,  $t_i^{cr}$ ,  $e_i^{cr}$  kan analoog aan vergelijking 8 de algehele spannings-rek relatie worden afgeleid voor het vaste multi directionele breukmodel.

Het multi directionele breukmodel is toepasbaar voor condities waarbij de scheur ontstaat op basis van trekspanningen en vervolgens verder groeit ten gevolge van optredende schuifspanningen aan de scheurtip. Dit betekent in het algemeen dat de assen van de hoofdspansingen zullen gaan roteren na scheurvorming. Het gebruik van het vaste enkelvoudige breukmodel ( $\alpha=90$  graden) zou in deze gevallen een toenemend verschil tussen de richtingen van de hoofdspansingsassen en de vaste  $n, t$ -assen veroorzaken naargelang de scheur groeit. Het vaste multi directionele breukmodel hanteert daartegen een drempelwaarde  $\alpha$  voor de hoek tussen de kleinste hoofdspansing en de scheurorientatierichting, die bij overschreiding zorgt voor initiatie van een nieuwe scheur (scheur 2 fig.2).

## ROTTEREND BREUKMODEL

Helaas biedt het gebruik van afschuiving weinig inzicht in het gedrag van structuren. Ontwerpers en onderzoekers denken daarom liever in termen van hoofdspansingen, waarvan de assen al scheurend continu roteren. Hiertoe zijn spannings-rek relaties in het roterende coördinatensysteem nodig. Practisch betekent dit dat de hoofdspansingen en "hoofdreken" coaxiaal moeten zijn. Deze coaxialiteit kan alleen bereikt worden met de volgende afschuivingsterm:

$$G_{12} = \frac{(\sigma_{11} - \sigma_{22})}{2(\epsilon_{11} - \epsilon_{22})} \quad (10)$$

Met  $\sigma$  voor de hoofdspansingen en  $\epsilon$  voor de hoofdreken.  
Bewijs:

Er geldt:

Maximale schuifspanning:  $\tau = 1/2 * (\sigma_{11} - \sigma_{22})$  .  
 $\tau = G_{12} \gamma$  overeenkomstig  $\tau = G \gamma$

$$\epsilon = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} \end{bmatrix} \quad \epsilon_{12} = \epsilon_{21}$$

$$\text{Bepalen van de hoofdreken: } \det \begin{bmatrix} \epsilon_{11} - \lambda & \epsilon_{12} \\ \epsilon_{12} & \epsilon_{22} - \lambda \end{bmatrix} = 0$$

geeft:

$(\epsilon_{11} - \lambda)(\epsilon_{22} - \lambda) - \epsilon_{12}^2 = 0$   
Oplossen van deze vergelijking levert:

$$\lambda_{1,2} = 1/2(\epsilon_{11} + \epsilon_{22}) \pm \sqrt{\{1/4(\epsilon_{11} - \epsilon_{22})^2 + \epsilon_{12}^2\}}$$

of

$$\lambda_1 - \lambda_2 = \epsilon_{11} - \epsilon_{22} = 2\sqrt{\{1/4(\epsilon_{11} - \epsilon_{22})^2 + \epsilon_{12}^2\}}$$

Zodat voor positieve waarde van  $\epsilon_{11}$  geldt:

$$2\epsilon_{12} = \gamma = \sqrt{((\epsilon_{11} - \epsilon_{22})^2 - (\epsilon_{11} - \epsilon_{22}))} \leq \epsilon_{11} - \epsilon_{22}$$

n.b.  $\epsilon_{11}$  altijd groter dan  $\epsilon_{22}$ .

Hieruit volgt dat de maximale waarde van  $\gamma$  gelijk is aan  $(\epsilon_{11} - \epsilon_{22})$ . De maximale afschuiving zal optreden waar de schuifspanning eveneens maximaal is (coaxialiteit). Hiermee kan nu lokaal de gleidingsmodulus  $G_{12}$  van de gescheurde materie worden bepaald.

Het roterend breukmodel kan beschouwd worden als limiet geval van het multi directionele model door  $\alpha$  gelijk aan nul te kiezen. Als zodanig blijft ook de rek-decompositie geldig. Voordeel van deze limiet beschouwing is dat de spannings-rek relatie exact blijft. Daar  $\alpha$  gelijk is aan nul zal een geringe verandering van de hoofdspanningsrichtingen aanleiding geven tot initiatie van een nieuwe scheur c.q scheurorientatie.

Alle formuleringen zijn in incrementele vorm vermeld om een beschrijving in de zin van niet lineaire breukfuncties mogelijk te maken en om toestandsveranderingen zoals initiatie, sluiten en heropenen van scheuren te modelleren.

### ELASTISCH-VERZWAKKEND CONSTITUTIEF MODEL

Voor een scheur die gedomineerd wordt door trek- en schuifspanningen kan een adequaat model worden geformuleerd, door elastisch materiaal gedrag te veronderstellen voor het ongescheurde materiaal en verzwakkend materiaal gedrag voor het gescheurde materiaal. Dit betekent dat  $D^{c0}$  de elasticiteitsmatrix is.  $D^{cr}$  wordt bepaald door de mode I ( $D^I$ ) en mode II ( $D^{II}$ ) eigenschappen van de scheur.

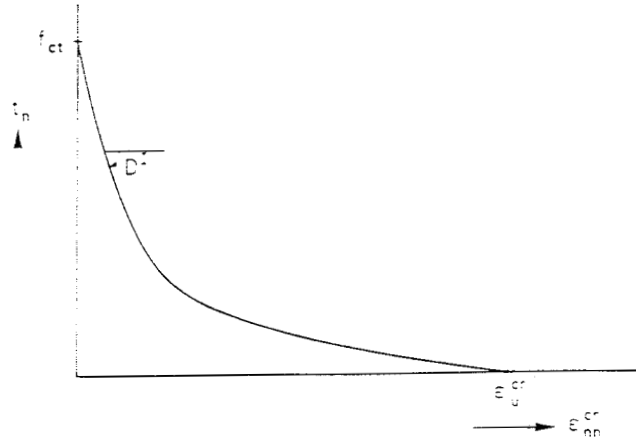
$$D^{cr} = \begin{bmatrix} D^I & 0 \\ 0 & D^{II} \end{bmatrix}$$

Aangezien er geen consensus is over de vraag of mixed-mode verschijnselen wel dan niet bestaan worden ze hier nul gekozen mede daar de mode I waarde dominant is ten aanzien van het breukgedrag. De mode II waarde is van essentieel belang voor de regeling van de spanningsrotatie in gescheurde elementen. Met vergelijking 7 volgt dat  $\Delta t_n^{cr}$  alleen een functie is van  $\Delta e_{nm}^{cr}$  en  $\Delta t^{cr}$  alleen een functie is van  $\Delta \gamma_{nt}^{cr}$ .

De mode I stijfheidsmodulus wordt beschreven met behulp van drie verzwakkingsparameters:

- de treksterkte  $f_{ct}$ ;
- de energy release rate  $G_f$ ;
- de vorm van het verzwakkingsdiagram.

Een vierde parameter vormt de localiseringsbreedte, die bij uitgesmeerde scheuren samenhangt met de toegepaste eindige elementen configuratie. Het spannings-verzwakkingsdiagram wordt beschouwd als een vaste materiaal eigenschap. Recentelijk nauwkeurig onderzoek heeft aangetoond dat de holle vorm, zoals weergegeven in figuur 3, van het diagram essentieel is.



figuur 3 Spannings-verzwakkingsdiagram.

Ter illustratie wordt de term  $D^{II}$  veelal gerelateerd aan de factor  $\beta$  welke een karakteristieke maat is voor de optredende schuifspanningen aan het breukoppervlak. Dit kan gedaan worden op basis van een beschouwing van wat rek-decompositie inhoudt voor het gedrag van de lokale glijdingsmodulus van gescheurd materiaal.

$$\Delta \epsilon = \Delta \epsilon^{cr} + \Delta \epsilon^{co}. \quad (1) \quad \text{of} \quad \Delta \gamma = \Delta \gamma^{cr} + \Delta \gamma^{co} \quad (11)$$

$$\Delta t^{cr} = D^{II} \Delta \gamma^{cr} \quad (12)$$

$$\Delta t^{cr,t} = G \Delta \gamma^{co} \quad (13)$$

$$\Delta t^{cr,t} = \beta G \Delta \gamma \quad (14)$$

Substitutie van 12-14 in 11 geeft na deling door  $\Delta t^{cr,t}$  :

$$\frac{1}{\beta G} = \frac{1}{G} + \frac{1}{D^{II}} \quad D^{II} = \frac{\beta}{1-\beta} G \quad (15)$$

$\beta G$  = lokale glijdingsmodulus van gescheurd materiaal.

De waarde van  $\beta$  bepaalt namelijk in hoeverre afschuivingen aan het scheuoppervlak doorbereken worden in schuifspanningen. Indien  $\beta=0$  zullen er geen schuifspanningen optreden aan het breukoppervlak. Wanneer  $\beta=1$  is  $D^{II}$  oneindig groot zodat  $1/\beta G = 1/G$ . Om de invloed van  $\beta$  te tonen worden drie numerieke experimenten besproken:

- $\beta=0$  d.w.z.  $\Delta t^{cr,t}=0$  aan het scheuoppervlak dus geen rotatie van de hoofdspansingen;
- $\beta=0.05$  d.w.z.  $\Delta t^{cr,t}$  is gelijk aan een bepaalde waarde dus wel enige rotatie van de hoofdspansingen;
- $\beta=[1 - e^{cr}_{nn}/e^{cr}_u]^p$  met  $p$  als constante en voor  $e^{cr}_u$  de maximale rek die optreedt in het spannings-verzwakkingsdiagram. (16)

Het derde experiment toont middels  $\beta$  een afnemende weerstand tegen afschuiving wanneer de scheur groeit.

Voor een verdere uitbreiding ten aanzien van multi-directionele scheuren moet rekening worden gehouden met de energie consumptie van al bestaande defecten. Bovendien moet  $\beta$  een functie worden van de hoofdbreukrek  $e^{cr}_{11}$  die representatief is voor alle scheuren, inplaats van  $e^{cr}_{nn}$  voor een enkele vaste scheur. Voor een verdere uitbreiding naar roterende scheuren moet de drempelwaarde  $\alpha$  gelijk worden gekozen aan nul en kan coaxialiteit opgelegd worden door  $\beta G$  gelijk te stellen aan  $G_{12}$ .

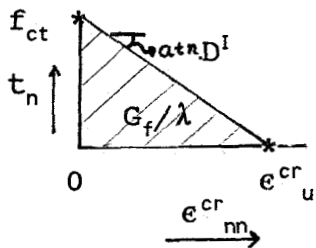
### MODELLERING TREK- EN SCHUIFSPANNINGSPROBLEEM

Gegeven een elastisch-lineair verzwakkend continuüm (geen glas) met als materiaal parameters:

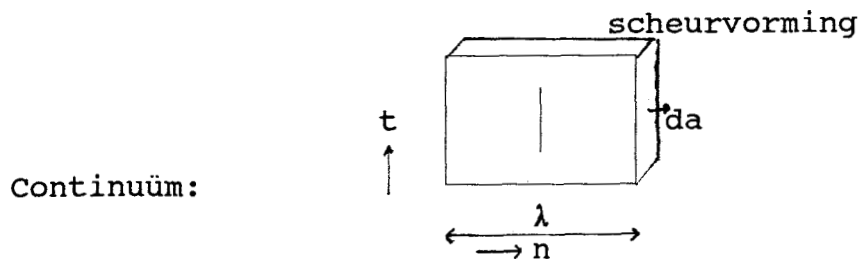
- $E=10000 \text{ N/mm}^2$ ;
- $\mu=0.2$ ;
- $f_f=1.0 \text{ N/mm}^2$ ;
- $e^{ef}_u=0.0003$ ;
- $G_f=0.15 \text{ J/m}^2$ ;
- $\lambda=1.0 \text{ mm}$  (localiseringsbreedte).

Gebruik makend van de wet van Hooke  $\sigma = E\epsilon$  volgt voor de rek bij breuk:

$$\epsilon = f_{ct}/E \quad \epsilon = 0.0001. \quad (17)$$

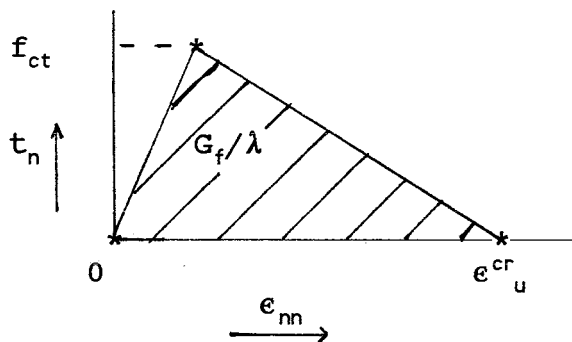


Figuur 4: Lineair verzwakkend breukgedrag.





Wanneer een continuüm met een lineair verzwakkend breukgedrag belast wordt tot het volledig gescheurd is, ontstaat het volgende beeld:



Figuur 5: Spannings-tek relatie van een continuüm bij scheurvorming met lineaire verzwakking.

Voor een continuüm geldt:

$dU_e/da - dU_i/da = dU_a/da = G_f$   
 $da$  = toename scheuroppervlak;  
 $U_e$  = externe energie ;  
 $U_i$  = interne energie;  
 $U_a$  = oppervlakte energie.

$$dU_e - dU_i = G_f da \quad (18)$$

Veronderstellen we dat de uitwendige belasting constant blijven dan is  $dU_e$  vanwege kleine uitwendige verplaatsingen gelijk aan nul.  
 $-dU_i = G_f da$  (19)

$$-dU_i = dW \text{ (verrichtte arbeid)} \quad (20)$$

Indien het continuüm volledig gescheurd is geldt dat de elastische rek gelijk aan nul moet zijn. De totale rek is dan dus gelijk aan  $e_{nn}^{cr}$ . De tijdens het scheurvormingsproces verrichtte specifieke arbeid is gelijk aan het oppervlak van elk van bovenstaande grafieken. Dit oppervlak is gelijk aan  $1/2 f_{ct} e_u^{cr}$  [ $J/m^3$ ].

Voor  $e_u^{cr}$  geldt:

$$e_u^{cr} = du/\lambda \quad \text{met } \lambda = \text{localiseringsbreedte}$$

$du$  = de uitwijking van de scheur.

De localiseringsbreedte is de oorspronkelijke lengte van het continuüm dat ten gevolge van scheurvorming toeneemt met  $du$ .

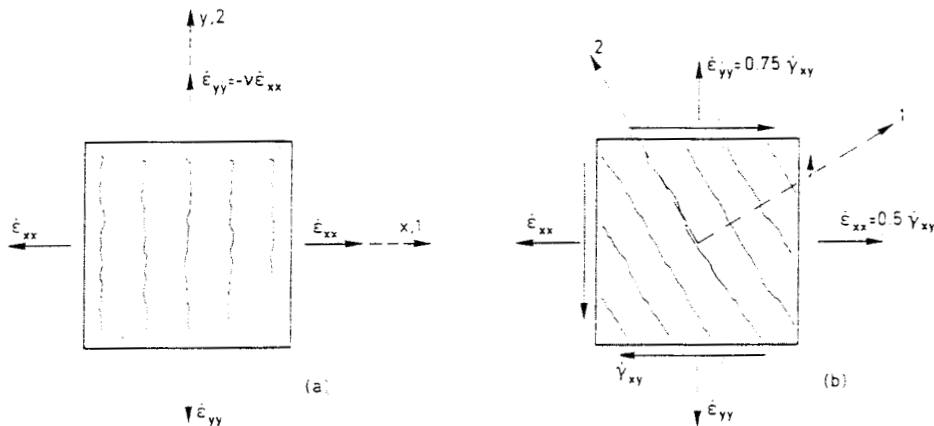
Voor  $dW$  levert dit:

$$dW = 1/2 f_{ct} e_u^{cr} \lambda da = G_f da$$

$$\text{dus } 1/2 f_{ct} e_u^{cr} \lambda = G_f \quad (21)$$

Invullen van bovenstaande gegevens in deze vergelijking geeft dat  $\epsilon_u^{cr}$  gelijk is aan 0.0003.

Als voorbeeld beschouwen we een continuüm dat tijdens scheurinitiatie belast wordt door een trekspanning in de x-richting. Onmiddellijk na scheurvorming ontstaat de belasting uit biaxiale trek en afschuiving. Zie figuur 6.



Figuur 6 (a) Scheurinitiatie, alleen trekspanning in x-richting (b) Scheurvorming, onder invloed van biaxiale rek en afschuiving. Tijdens scheurinitiatie geldt voor de rekincrementen;

$$\Delta \epsilon_{xx} : \Delta \epsilon_{yy} : \Delta \gamma_{xy} = 1 : -\nu : 0.$$

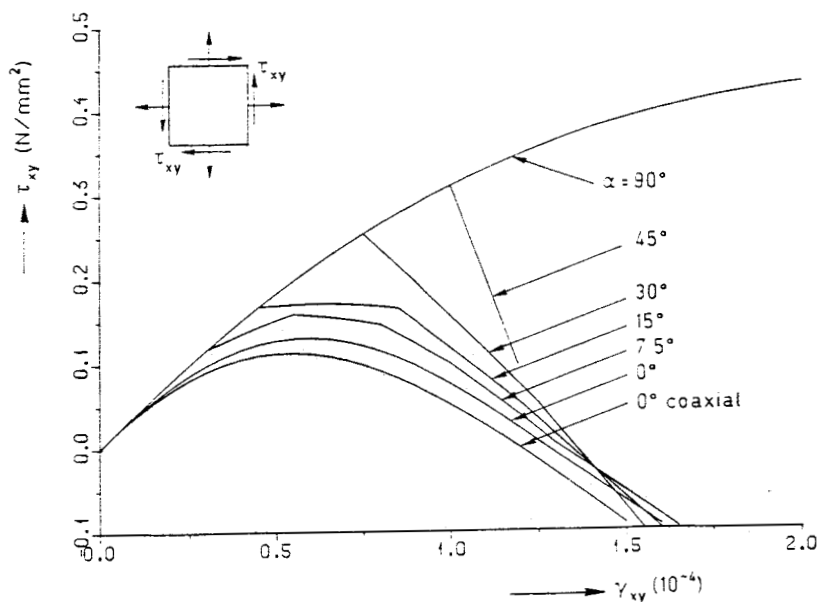
Daar  $\Delta \gamma_{xy}$  gelijk is aan nul vindt er geen rotatie van de hoofdrekken plaats. Na scheurvorming wordt de verhouding van de rekincrementen als volgt:  $\Delta \epsilon_{xx} : \Delta \epsilon_{yy} : \Delta \gamma_{xy} = 0.5 : 0.75 : 1$ .

De term  $\Delta \gamma_{xy}$  is dan ongelijk aan nul zodat wel rotatie van het rekveld optreedt. Vanwege de notatie middels rekincrementen zal na scheurvorming het hoofdrekrichtingsveld continu gaan roteren. Voor  $\beta$  is gekozen voor kwadratische degradatie met  $\beta$  volgens (16) met  $p=2$ .

De volgende situaties zijn bestudeert:

- vaste enkelvoudige scheur, dus  $\alpha=90$  graden,  $\beta$  volgens (16) met  $p=2$  (niet-coaxiaal);
- multi directionele scheuren,  $\alpha=0, 7.5, 15, 30, \text{ en } 45$  graden,  $\beta$  volgens (16) met  $p=2$  (niet-coaxiaal);
- roterende scheuren, dus  $\alpha=0^\circ$ ,  $\beta$  volgens  $G_{12}=\beta G$  en  $G_{12}$  volgens (10) (coaxiaal).

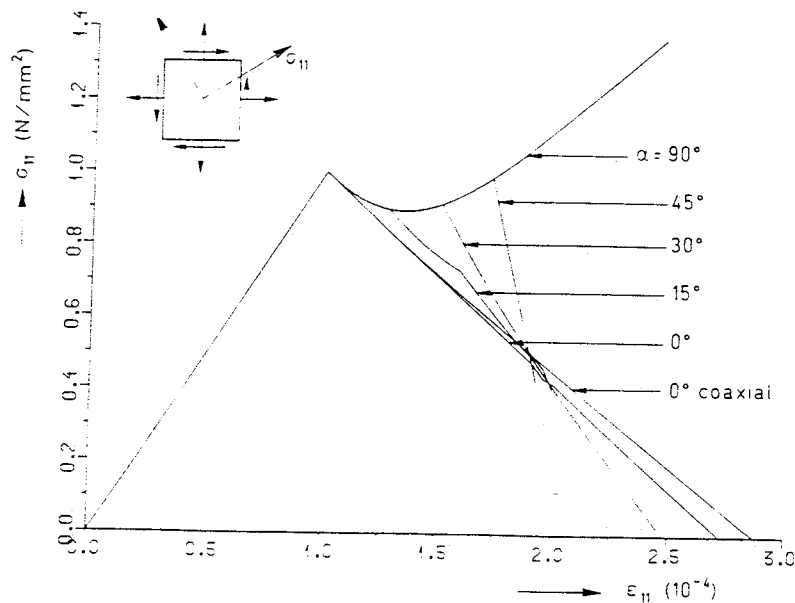
De resultaten voor de schuifspanning als functie van de afschuiving van deze situaties staan weergegeven in figuur 7.



Figuur 7: Schuifspanning versus afschuiving voor verschillende waarden voor  $\alpha$  in  $x,y$ -coördinatensysteem.

De roterende scheuren ( $\alpha=0^\circ$ ) geven duidelijk de beste benadering door de continue aanpassing van de scheuroriëntatie. Met toenemende waarde voor  $\alpha$  wordt de curve minder flexibel ten gevolge van de interval aanpassing van de op dat moment actieve scheuroriëntatie door de continue rotatie van de hoofdspansingen. Wanneer  $\alpha$  groter dan 45 graden wordt gekozen nadert de curve tot de extreem stijve oplossing van de vaste enkelvoudige scheur ( $\alpha=90^\circ$ ). De resultaten tonen aan dat een afnemende waarde voor  $\beta$  geen remedie is voor het verkrijgen van verzwakkend materiaalgedrag. Voor  $\alpha=90$  graden treden namelijk geen verzwakkingsverschijnselen op. Daarentegen veroorzaakt verlaging van de waarde van  $\alpha$  wel verzwakking. Met andere woorden afschuivingsverzwakking ontstaat direct als gevolg van de scheur rotatie en niet door de afname van  $\beta$ . (zie figuur 7). Op soortgelijke wijze kan aangetoond worden dat de koppeling tussen afschuiving en normaalspanning c.q. schuifspanning en "normaalspanningsrek", oftewel de mixed-mode eigenschappen, ook ontstaat als direct gevolg van de scheurrotatie. Figuur 8 toont de relatie tussen de grootste hoofdspanning en de grootste hoofdrek in 1,2-coördinatensysteem van het continuüm na breukvorming. Ook uit figuur 8 blijkt dat verlaging van de waarde van  $\alpha$  zorgt voor het onder controle houden van optredende spanningen. De curve voor coaxiaal roterende scheuren toont duidelijk het via mode I ingevoerde verzwakkingsdiagram, daar  $\epsilon_{11}$  dan gelijk is aan  $\epsilon_{nn}$  en  $\sigma_{11}$  gelijk is aan  $t_n$ . Nota bene de hier gebruikte 1,2- en  $x,y$ -coördinatensystemen zijn lokaal gedefinieerd en staan opzich los

van het eerder geïntroduceerde n,t lokale systeem. Alleen voor roterende coaxiale scheuren valt het 1,2-systeem samen met het n,t-systeem.

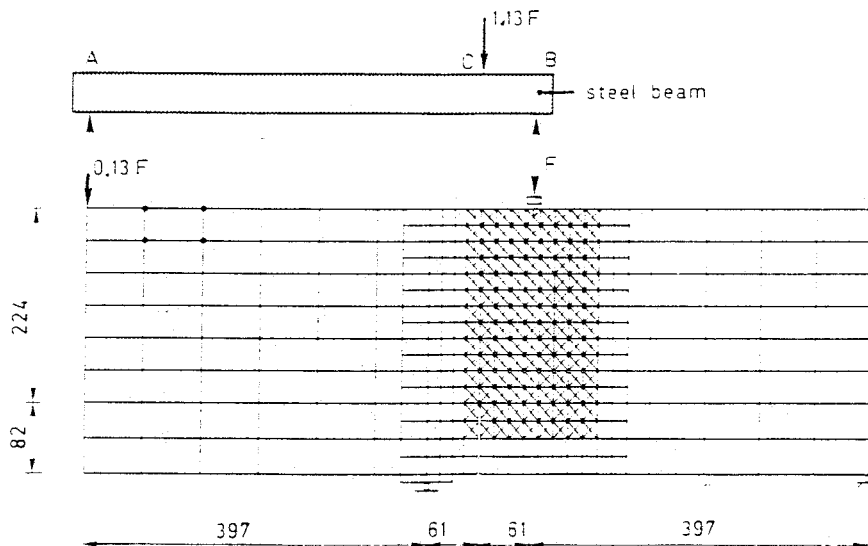


Figuur 8: Grootste hoofdspansing versus grootste hoofdspansingsrek voor verschillende waarden voor  $\alpha$ .

Uit figuur 7 en 8 blijkt dat scheurrotatie een effectieve strategie is die flexibele curves geeft waarbij de optredende spanningen onder controle blijven. Wanneer voor een continuüm de breukrek  $\epsilon^{cr}$  gelijk wordt aan  $\epsilon_u^{cr}$ , zorgt scheurrotatie voor het naar nul gaan van het schuifspanningsincrement  $\Delta t_t^{cr}$ , zodat geen rotatie van de hoofdspansingen meer optreedt. Zodoende geldt voor volledige scheuren dat de richting van het scheurvlak vast is. Verder zal scheur rotatie en verzwakking zorgdragen voor het naar nul gaan van de waarden van de hoofdspansingen aan het scheuroppervlak.

## BEREKENINGEN AAN BALK MET KLEINE SCHEUR

Om te controleren of de bovenstaande conclusies voor structurele breuk ook gelden bij assemblages van meerdere elementen, beschouwen we een balk met een kleine inkeping zie figuur 9.



Figuur 9: Meshverdeling balk met inkeping.

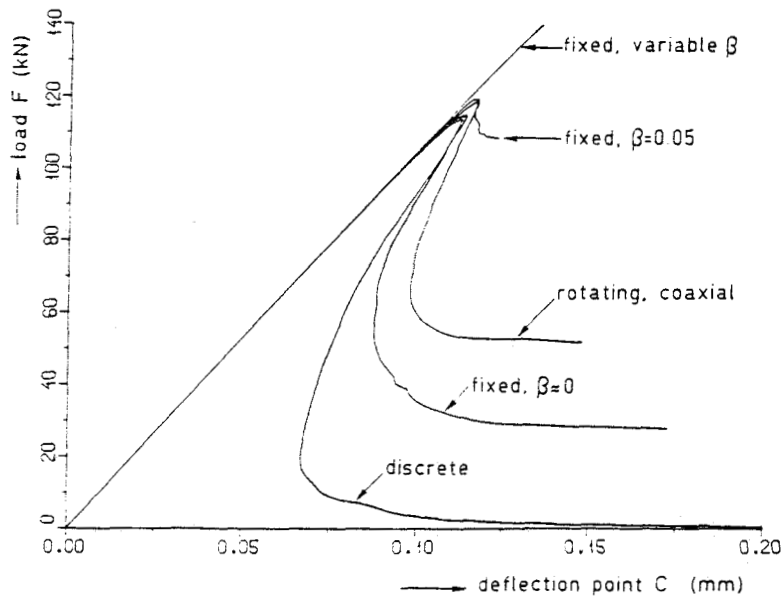
De materiaal parameters voor de balk zijn:

- $E=24800 \text{ N/mm}^2$ ;
- $\mu=0.18$ ;
- $f_{ct}=2.8 \text{ N/mm}^2$ ;
- $G_f=100 \text{ J/m}^2$ ;
- $\lambda=12.0 \text{ mm}$  (localiseringsbreedte).

Vijf gevallen worden bekeken:

- vaste scheuren  $\alpha=60$  graden,  $\beta=0$ ;
- vaste scheuren  $\alpha=60$  graden,  $\beta=0.05$ ;
- vaste scheuren  $\alpha=60$  graden,  $\beta$  variabel volgens (16) met  $p=2$ ;
- coaxiaal roterende scheuren  $\alpha=0$ ,  $\beta$  volgens (16) en  $G_{12}$  volgens (10).

De oplossingen staan vermeld in figuur 10 met de belasting  $F$  als  $y$ -as en de karakteristieke verplaatsing van punt  $c$  als  $x$ -as. Deze karakteristieke verplaatsing kan worden berekend uit de verplaatsingen van punten  $a$  en  $b$  door aan te nemen dat de balk oneindig stijf is.



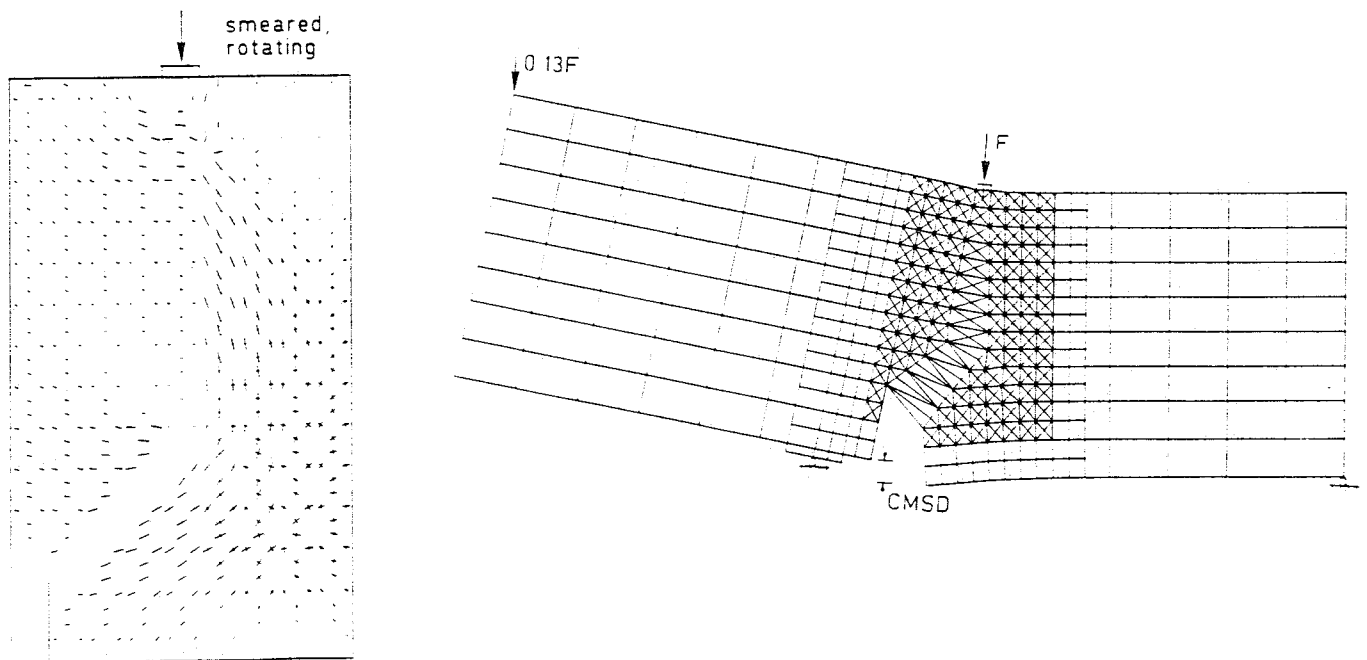
Figuur 10: Belasting  $F$  versus karakteristieke verplaatsing van punt  $c$ .

Ook voor assemblages van meerdere elementen (continua) geldt dat het ingesloten oppervlak gelijk moet zijn aan de noodzakelijke oppervlakte energie voor het creëren van het gevormde scheuroppervlak.

Ten aanzien van figuur 10 mag geconcludeerd worden dat vaste scheuren ( $\alpha=60$  graden) met  $\beta \approx 0$  en roterende scheuren verzwakkingsgedrag bij scheurvorming tonen. Vaste scheuren ( $\alpha=60$  graden) met een variabele  $\beta$  of met  $\beta > 0.05$  vertonen respectievelijk geen of veel te weinig verzwakking na het bereiken van de top van de belasting-verplaatsingscurve.

Het feit dat uitgesmeerde scheuren alleen goed werken indien  $\beta$  ongeveer gelijk aan nul gekozen wordt, is verrassend doch verklaarbaar. Een model waarbij  $\beta$  ongeveer gelijk is aan nul ondervindt nauwelijks spanningsrotatie zodat de scheurorientatie vrijwel gelijk blijft gedurende het scheurvormingsproces. Een model waarbij  $\beta$  groter is dan nul kan door de drempelwaarde hoek  $\alpha$  wel extra spanningen opbouwen via spanningsrotatie (maximaal  $\alpha$  graden) in nabij de scheur gelegen materiaal, zonder daar ter plaatse te scheuren of de orientatierichting van de scheur aan te moeten passen. Verlaging van de waarde van  $\alpha$  biedt hier wederom een uitkomst.

Een tweede effect wat bijdraagt tot overschatting van de stijfheid is het risico van stress-locking dat altijd optreedt bij uitgesmeerde scheuren maar waarbij de mate sterk afhangt van de waarde van  $\beta$ . Een grote  $\beta$  geeft ook wederom ten gevolge van extra spanningsopbouw een grotere overschatting van de stijfheid. Stress-locking betekent dat aan het scheuroppervlak restspanningen ingesloten raken door compatibiliteit in de verplaatsingen. Zie figuur 11. Opgemerkt dient te worden dat meshverfijning en verandering van elementtype stress-locking niet kunnen voorkomen. Bovendien is stress-locking alleen aangetoond voor lokaal verzwakkende modellen.



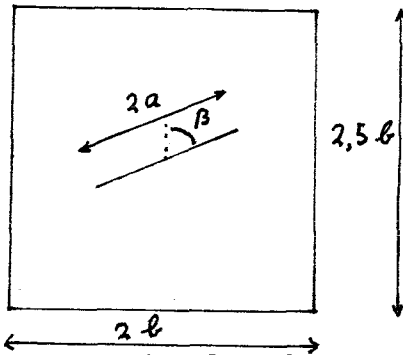
Figuur 11: Stress-locking.

#### CONCLUSIES

- De overgang van vast via multi-directioneel naar roterend breukmodel wordt duidelijk door het gebruik van rek-decompositie in combinatie met verzwakkingsgedrag en formulering van de factoren  $\alpha$  en  $\beta$ .
- Alleen roterende breukmodellen en vaste breukmodellen met  $\beta$  ongeveer gelijk aan nul leveren acceptabele resultaten. Vaste breukmodellen met  $\beta$  groter dan nul veroorzaken overschatting van de stijfheid.
- Stress-locking is inherent aan het gebruik van uitgesmeerde scheuren.

## GEGEVENS STANDAARD GLASPLAAT

Scheur initiatie wordt geïmplementeerd door middel van een schuine scheur in een rechthoekige glasplaat zie figuur 12.



Figuur 12: Standaard glasplaat.

Hoek  $\beta=67.5$  graden.  
Verhouding  $a/b = 0.40$   
 $b = 1.0$  m

Materiaal parameters:

$$E = 1.0 \cdot 10^{11} \text{ Pa } [N/m^2]$$

$$\sigma = 1.0 \cdot 10^8 \text{ Pa}$$

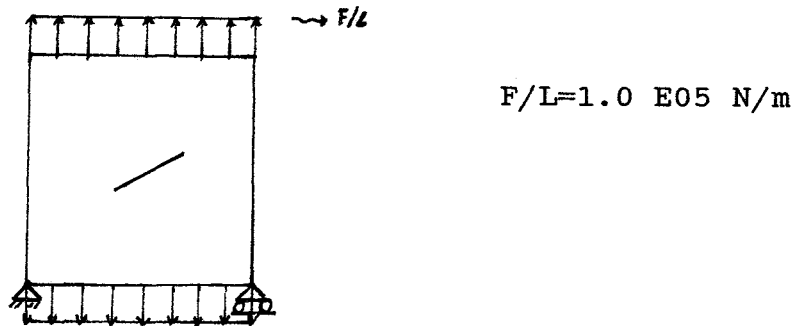
$$\mu = 0.25$$

$$G_f = 8,5 \text{ J/m}^2$$

$$\sigma_u = f_{ct} = 1.0 \cdot 10^8 \text{ Pa } (\text{Onzuiver, lichtbeschadigd glas})$$

## MODELLERING GLASPLAAT

De scheur wordt in de glasplaat gemodelleerd door ter plaatse van de scheur de verbinding tussen aangrenzende elementen op te heffen. Hiertoe worden langs de scheur een set extra knooppunten gedefinieerd, zodat de elementen ontkoppeld kunnen worden. De uitwendige belasting wordt verwerkt door het aanbrengen van een constante lijnspanning aan de boven- en onderzijde van de plaat. De randvoorwaarden voor de verplaatsingen volgen uit het aanbrengen van de vaste wereld en een roloplegging respectievelijk linksonder en rechtsonder aan de glasplaat. Zie figuur 13.



Figuur 13: Modelling randvoorwaarden.



## STATISCHE ANALYSE

Het uitvoeren van de statische analyse biedt de mogelijkheid op basis van elastisch materiaalgedrag de ingevoerde constructie te controleren, alvorens men overgaat tot het draaien van niet-lineaire sommen. Voordat een statische analyse gedraaid kan worden moet eerst een meshverdeling gemaakt worden. DIANA heeft hiervoor de standaard procedure generate mesh. Binnen deze procedure kunnen door middel van het opgeven van de knooppunten (vertices) van gebieden (diagrammen), die men wil voorzien van een bepaalde meshverdeling, via een run van DIANA de coördinaten van de elementen en de verbindingen tussen de afzonderlijke elementen uitgerekend worden. Om DIANA te laten draaien dient een invoer file [ naam.dat file] en een commando file [ naam.com file] beschikbaar te zijn. In bijlage 1 en 2 staat een voorbeeld voor respectievelijk de in te geven .dat en .com file. Voor het laten draaien van een volledige statische analyse worden de resultaten van de procedure genera gebruikt in de nieuwe .dat file en wordt de .com file voorzien van de noodzakelijke programma commando's. Bijlage 3 en 4 tonen een voorbeeld voor de invoer files van een statische analyse. DIANA heeft daarbij de keuze uit de volgende commando's:

- FILOS; dit commando roept de centrale database van DIANA op;  
INITIA;dit subcommando initialiseert de bestaande FILOS-file;
- INPUT; dit commando zorgt voor het inlezen van de invoer gegevens via de naam.dat file;
- ELASSE; commando ELASSE ontwikkeld het eindige-elementen model rekening houdend met de vorm, eigenschappen en randvoorwaarden van de elementen;
- ELMAT; commando ELMAT bepaalt de element stijfheidsmatrixes en slaat ze vervolgens op;
- LOADS; commando LOADS ontwikkelt de kolom van externe en interne belastingen uit de in INPUT opgeslagen load sets;
- ORDER; dit commando herordent de knooppuntnummers ter reductie van de bandwijdte van de totale stijfheidsmatrix;
- SOLVE; dit commando lost het systeem van vergelijkingen op en berekent de verplaatsingen voor de load sets;
- STREAC; commando STREAC bepaalt de rekken, spanningen en/of reactiekrachten en slaat ze vervolgens op;

NODES DISPLA REACTI; dit subcommando bepaalt de knooppuntsverplaatsingen en reactiekrachten en slaat ze vervolgens op;

ELEMEN STRESS.P; dit subcommando bepaalt de hoofdspansingen in de integratiepunten en slaat ze vervolgens op;

- OUTPRI; dit commando regelt de uitvoer van DIANA waarbij met subcommando SELECT kan worden ingegeven van welke knooppunten en elementen men voor handen zijnde gegevens, zoals: rekken, verplaatsingen en spanningen, wil zien;
- GRAPHI; commando GRAPHI verzorgt de grafische uitvoer van spanningen, rekken en verplaatsingen.

Met name de grafische uitvoer is interessant omdat deze de ingestelde geometrie en randvoorwaarden toont. Voor de standaard glasplaat dient gecontroleerd te worden of de spanningsverdeling aan de onder- en bovenzijde van de plaat overeenstemt met de verwachting op basis van de ingevoerde belastingen op de constructie. Ook geven de plaatjes een visualisatie van de geïmplementeerde scheur. Tevens geeft een plaatje van de glasplaat in gedeformeerde toestand aan of de glasplaat overeenkomstig de verwachting deformeert. Bovendien is het van belang afhankelijk van de aangebrachte externe belasting de optredende waarde van de maximale hoofdspansing in de constructie te weten, daar hiermee ongeveer bepaalt kan worden wanneer bij van een niet-lineaire analyse de plaat gaat scheuren.

### NIET-LINEAIRE ANALYSE

Bij de niet-lineaire analyse wordt indien de elastische spanning in het materiaal de treksterkte  $f_{ct}$  overschreidt, lokaal verzwakking geïntroduceert. Aangezien van glas niet bekend is hoe de verzwakkingscurve (materiaal eigenschap) eruit ziet, is voor de eenvoud gekozen voor lineaire verzwakking. Voor het instellen van verzwakking binnen DIANA moet buiten de waarde  $f_{ct}$  ook de waarde van  $\epsilon_{u}^{cr}$  bekend zijn. De waarde van  $\epsilon_{u}^{cr}$  kan voor lineaire verzwakking worden berekend met de vergelijking (21):

$$1/2f_{ct}\epsilon_{u}^{cr}\lambda = G_f.$$

Probleem hierbij is dat de localiseringsbreedte  $\lambda$  van glas niet bekend is. Een oplossing hiervoor vormt de introductie van  $\epsilon_{u}^{cr'} = du'/L$  zodat na substitutie van  $\epsilon_{u}^{cr} = \epsilon_{u}^{cr'}$  en  $\lambda=L$  vergelijking (21) wordt:

$$1/2f_{ct}\epsilon_{u}^{cr'}L = G_f. \tag{22}$$

Daar voor uitgesmeerde scheuren geldt dat een scheur zich uitsmeert over het oppervlak van een element wordt de localiseringsbreedte lokaal bepaald door de lengte (L) van het betreffende element in de richting ( $e_n$ ) loodrecht op de richting ( $e_t$ ) van de gevormde scheur. Deze aanpak leidt echter wel tot overschatting van de gedissipeerde energie.

Er geldt:

$$1/2 f_{ct} \epsilon^{cr}_u L = G_f'$$

$$1/2 f_{ct} \epsilon^{cr}_u \lambda = G_f$$

Dit geeft met  $\epsilon^{cr}_u' = \epsilon^{cr}_u$  :

$$G_f' = L/\lambda G_f \quad (23)$$

Met andere woorden afschatting van  $\lambda$  met L veroorzaakt een schaling van  $G_f$  met een factor  $L/\lambda$ . Voor glas geldt dat  $\lambda$  dermate klein is, dat  $L/\lambda$  voor een realistische meshverdeling altijd veel groter is dan 1. Daar L groter is dan  $\lambda$  vindt dus een overschatting van de gedissipeerde energie en daarmee van de "fracture toughness" plaats. Naarmate L groter wordt gekozen ontstaat een schijnbaar taaier materiaalgedrag.

Door nu voor  $G_f$  in te voeren  $G_{f(\text{invoer})} = \lambda/L G_{f(\text{werkelijk})}$  volgt dat  $G_f' = G_{f(\text{werkelijk})}$  zodat voor  $\epsilon^{cr}_u$  geldt:

$$\epsilon^{cr}_u = 2 \frac{G_f}{f_{ct} L} \quad (24)$$

Het eindresultaat van een DIANA berekening verandert niet als  $G_f(\text{invoer}) = \lambda/L G_f$  en  $\lambda(\text{invoer})$  worden gewijzigd zodanig dat  $G_{f(\text{invoer})}/\lambda(\text{invoer})$  constant blijft. Zodat  $\epsilon^{cr}_u$  een materiaal parameter is.

De met de statische analyse bepaalde maximale waarde voor de hoofdspanning is een karakteristieke maat voor het begin van scheurinitiatie. De belasting waarbij scheurinitiatie plaatsvindt kan bij een elastische analyse verhoudingsgewijs bepaald worden door de locale maximale hoofdspanning gelijk te maken aan  $f_{ct}$ . Hoofdspanningen hebben dezelfde richting als het locale coördinaten systeem bij roterende scheuren ( $\alpha=0$ ). Hieruit volgt dat naarmate drempelwaarde hoek  $\alpha$  naar nul nadert, de nauwkeurigheid van de bepaalde belasting bij scheurinitiatie toeneemt.

Alvorens niet-lineaire sommen gedraaid kunnen worden moeten de .dat en .com files aangepast worden. Aan de .dat file worden de crack-parameters  $f_{ct}$  en  $\epsilon^{cr}_u$  binnen de routine MATERI toegevoegd. Zie voor aanvullingen van routine MATERI bijlage D met copiën uit deel handleiding.

Daar bij de standaard glasplaat alleen scheurvorming ontstaat ten gevolge van trekspanningen en niet door drukspanningen, wordt bij routine MATERI de optie CRACK 1 gekozen. De daarbij behorende treksterkte  $f_{ct}$  wordt opgegeven met de optie CRKVAL. De vorm van het verzwakkingsdiagram (lineair) wordt vermeld met de optie TENSIO 1. De waarde van  $e^{cr}_u$  wordt ingevoerd met optie TENVAL. Van glas is niet bekend hoe het verloop van  $\beta$  er uitziet bij het volwaardig worden van geïnitieerde scheuren. In hoofdstuk 2 (voorkennis etc.) is aangetoond, dat de invloed van het verloop van de  $\beta$  waarde niet zo van belang is voor het optreden van verzwakking (snap-back) van de gehele constructie zodat  $\beta$  gerust constant gehouden mag worden. Macroscopisch gezien lijkt  $\beta$  gelijk aan nul. Hoogst waarschijnlijk is dit op microscopisch niveau niet het geval zodat  $\beta$  beter klein doch ongelijk nul gekozen kan worden. Optie TAUCRI 1 geeft aan dat  $\beta$  constant is gelijk is aan achter de term BETA vermelde waarde.

In bijlage 5 en 6 staat een voorbeeld van een .dat en een .com file voor een niet lineaire analyse. De .com file bevat wederom de voor de analyse noodzakelijke commando's. Voor de uitgesmeerde scheur analyse beschikt DIANA over de volgende relevante commando termen: Commandoblok INITIA:

- FILOS; dit commando roept de centrale database van DIANA op;  
INITIA;dit subcommando initialiseert de bestaande FILOS-file;
- ANALYS PHYSIC; deze term specificceert het fysisch verschijnsel dat gebruikt wordt voor de analyse;  
CRACKI;deze optie beschrijft uitgesmeerd scheurgedrag;
- OPTION TANGEN RIKS;deze term geeft de ter beschikking staande rekenmethodes weer;keuze mogelijkheid TANGEN moet worden opgegeven bij berekeningen met NEWTON RAPHSON. Keuze mogelijkheid RIKS vertegenwoordigt de Select Arclength Methode;  
n.b RIKS hanteert alleen voorgeschreven belastingen.

Commandoblok LOADIN:

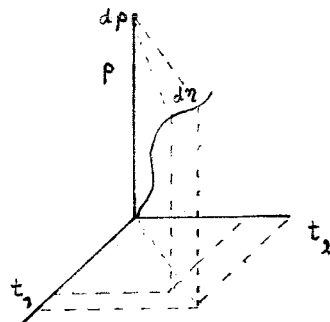
- LOAD; Dit commando specificceert: - nummer belasting bij niet-lineaire analyse al dan niet voorzien van een vermenigvuldigingsfactor;  
- belastings-setnummer van de lineaire analyse;  
- vermenigvuldigingsfactor van de belasting.

Commandoblok SELECT PRINTSTEPS:

- NODES; Deze term selecteert voor de hiermee opgegeven knooppunten de ter beschikking staande uitvoer;
- ELEMEN; Deze term selecteert voor de hiermee opgegeven elementen de ter beschikking staande uitvoer;
- LOAD, STRAIN, STRESS, STATUS; Deze commando's definiëren de inhoud van de uitvoer file. Commando STATUS zorgt voor de weergave van de status van gescheurde integratiepunten of elementen.

Commandoblok SELECT ARCLLEN:

De term ARCLENGTH betekent letterlijk vertaald booglengte. De booglengte wordt gedefinieerd door een stuk van een curve (booglengte) binnen een  $R^{n+1}$ -ruimte. Deze ruimte komt tot stand door een uitwendige belastingsparameter op een constructie uit te drukken als functie van alle vrijheidsgraden (n deformatie parameters). Onderstaande figuur toont een  $R^3$  voorbeeld:



Figuur 14: Booglengte  $d\eta$   
 Uit figuur 14 volgt dat:

$$d^2\eta = \left(\frac{dp}{d\eta}\right)^2 d^2\eta + \sum_{i=1,n} \left(\frac{dt_i}{d\eta}\right)^2 d^2\eta \quad (25)$$

Deze formule vormt een extra vergelijking, na delen door het kwadraat van de booglengte ( $d^2\eta$ ), bovenop het systeem van vergelijkingen dat ontstaat in samenhang met de assemblage van de individuele element stijfheidmatrixes.

$$1 = \left(\frac{dp}{d\eta}\right)^2 + \sum_{i=1,n} \left(\frac{dt_i}{d\eta}\right)^2 \quad (26)$$

Met deze formule is de arclength methode in staat om evenwichtspaden in de singuliere punten van het systeem van vergelijkingen uit te rekenen. De term SELECT verwijst naar de mogelijkheid om op basis van een selectie van de knooppuntsverplaatsingen (deformatieparameters) het increment van de belastingsparameter ( $d\lambda$ ) te schalen. De standaard ARCLength METHOD ( optie PERFORM.A) bepaalt het increment van de belasting op basis van alle knooppuntsverplaatsingen. In het geval van locale deformatie worden betere resultaten bereikt met een selectie van een beperkt aantal verplaatsingen aan weerszijden van de scheur om het belastingsincrement (positief of negatief) te schalen. Deze optie resulteert in controle van de scheuropening waarbij RIKS de mogelijkheid geeft het evenwichtspad ook te volgen bij snap-back gedrag. RIKS wordt in de .com file geactiveerd met optie PERFORM.R. Zie bijlage D:5.7.3 Used Phenomena.

Het increment of decrement van de belastingsvector is gebaseerd op de vorige iteratie  $\lambda_{i-1}$ , met de eenheidsverplaatsingen  $\delta a^I_i$  volgens de genormaliseerde (ongeschaald) belastingsvector  $q$ ,

$$\delta a^I_i = K^{-1}_{i-1} q \quad (27)$$

en de verplaatsingen  $\delta a^{II}_i$  volgens de totale belastingsvector aan het eind van de vorige belastingsstap minus de vector van de interne krachten aan het eind van de vorige iteratie  $p_{i-1}$ .

$$\delta a^{II}_i = K^{-1}_{i-1} p_{i-1} \quad (28)$$

$$\text{n.b: } \lambda_i = \lambda_{i-1} + \delta a^I_i \quad (29)$$

Uit bovenstaande definities volgt, dat  $\delta a^I_i$  de invloed aangeeft van het belastingsincrement op het verplaatsingsincrement en  $\delta a^{II}_i$  karakteristiek is voor optredende verschillen tussen de interne knooppuntskrachten en de kinematisch consistente knooppuntskrachten op basis van het vorige belastingsincrement, bij de in de betreffende iteratiestap heersende totale stijfheidsmatrix. In het geval van scheurvorming zullen de interne knooppuntskrachten verschillen van de knooppuntskrachten aan het eind van de vorige belastingsstap. Hieruit volgt dat  $\delta a^{II}_i$  ongelijk aan nul wordt indien lokaal scheurvorming optreedt omdat lokaal de knooppuntskrachten afnemen (t.g.v het verzwakkingsdiagram).

De genormaliseerde belastingsvector  $q$  wordt samengesteld uit de met load parameter STEPS in het programma opgegeven belastingsincrementen welke geschaald worden met de hier berekende waarde van  $\lambda$ . De waarde van  $\lambda$  is gelijk aan de waarde van  $\lambda_i$  na de laatste iteratie stap zodat de volgende belastingsstap geschaald kan worden met de in de huidige belastingsstap berekende  $\lambda$ .

$$\lambda_i = \lambda_{i-1} + \delta \lambda_i \quad (30)$$

-USE PHYSIC; Dit commando beschrijft het type niet-lineaire verschijnselen die plaatsvinden gedurende de belastingsstappen  
CRACKI.T; Beschouwd verschijnsel betreft scheurvorming met verzwakking.  
TD; drempelwaarde hoek  $\alpha$   
-SOLVE; Specificeert de oplosmethode  
ME=GENEL: Gauss-decompositie methode.

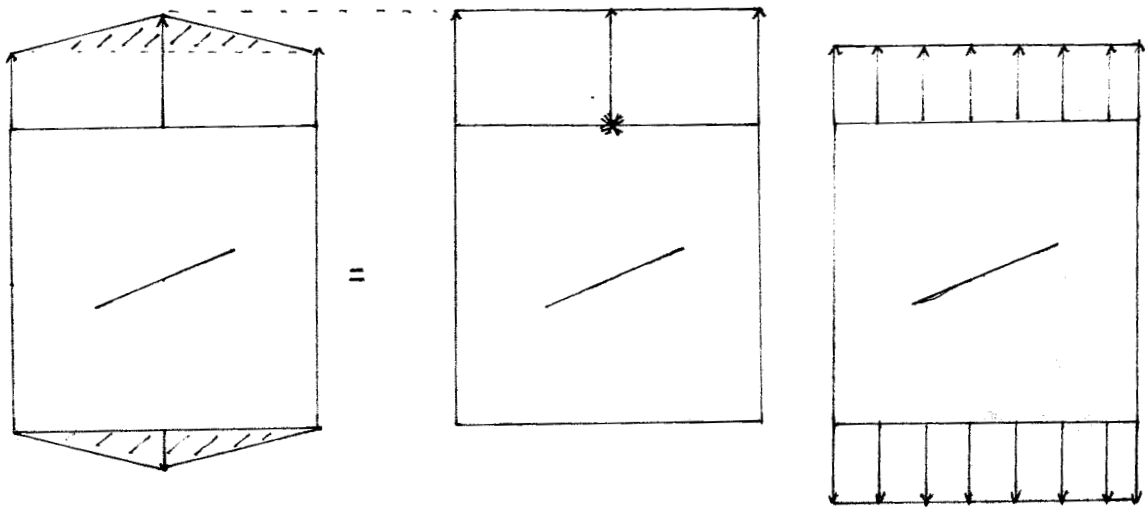
Hoofdcommando GRAPHI:

Dit commando verzorgt de grafische uitvoer. Door in de grafische layout optie ELEMENT DATA te verwerken is het na de analyse mogelijk de scheurvorming van de elementen te plotten.

#### AFLEIDING KRACHT-KARAKTERISTIEKE VERPLAATSDIAGRAM

Uit het verzwakkingsdiagram volgt dat een continuüm bij scheurvorming een hoeveelheid energie dissipeert overeenkomstig het oppervlak onder de curve. (Zie figuur 4). Voor een constructie met meerdere elementen kan een soortgelijk diagram worden samengesteld door de uitwendige belasting uit te zetten tegen een karakteristieke verplaatsing. Daar aan de boven- en onderzijde van de constructie een lijnspanning wordt aangebracht geldt dat de in de uitvoer gehanteerde load-factor recht evenredig is met de spanning aan deze zijden van de plaat. In de .dat file wordt de belasting aangebracht via een constante kracht per lengte-eenheid verdeeld over alle elementen aan de boven- en onderzijde van de glasplaat. Gegeven de dikte (1mm) van de glasplaat volgt met  $\sigma = F / (L * d)$  dat  $F / L = \sigma * d$ . Als nominale belasting is in de .dat file gekozen voor  $\sigma = 1.0 \text{ E}08 \text{ Pa}$ . In de .dat file staat de kracht per lengte-eenheid voor de betreffende elementen bij het commando LOADS vermeld. Er geldt  $\text{FORCE} = F / L = 1.0 \text{ E}05 \text{ N/m}$ .

De aan de constructie toegevoerde energie is gelijk aan de door de uitwendige belasting verrichte arbeid. Vanwege het lineaire karakter van de belasting is het mogelijk om alle verplaatsingen van knooppunten aan de boven- en onderzijde van de glasplaat om te rekenen naar een karakteristieke verplaatsing. Onderstaande figuren tonen aan dat de karakteristieke verplaatsing overeenkomt met de verplaatsing van het middelste knooppunt aan de bovenzijde van de constructie.



Equivalente verplaatsingen

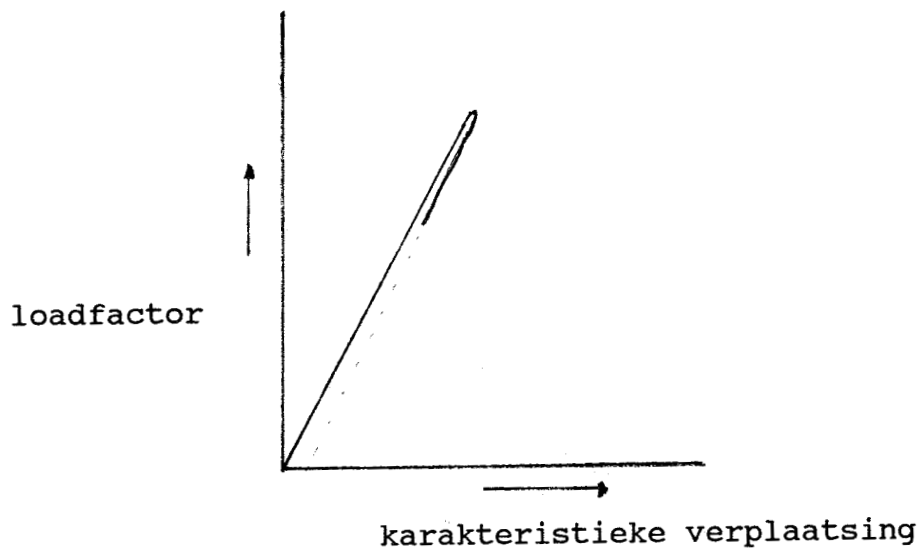
Belasting evenredig met  $\lambda$

\*=karakteristieke verplaatsing

Arbeid= kar.verpl. vermenigvuldigt met constante belasting

Figuur 16: Afleiding karakteristieke verplaatsing.

De energy release rate van glas bedraagt  $8,5 \text{ J/m}^2$ . Deze lage waarde geeft aanleiding om te verwachten dat het kracht-karakteristieke verplaatsingsdiagram er als volgt uit zal zien:



Figuur 17:Verwachting kracht-verplaatsingsdiagram voor glas  
Deze grafiek geeft een duidelijk voorbeeld van snap-back gedrag.



## BESPREKING GEVONDEN RESULTATEN

De eerste berekeningen zijn uitgevoerd aan een zeer grove meshverdeling (20 elementen) zie bijlage A1. De resultaten van de statische analyse staan weergegeven op bijlage A2. Bijbehorende .dat en .com files staan vermeld in bijlage 3 en 4. Uit de plot blijkt dat de scheur en de belasting goed gemodelleerd zijn. Voor de maximale waarde van de hoofdspansingen wordt in de kolom bij ELEMENT DATA de waarde  $1.513E+08$  N/m<sup>2</sup> vermeld. Uitgaande van de nominaal aangebrachte spanning van  $1.0E+08$  N/m<sup>2</sup> volgt dat bij een belasting van  $(1/1.51=0.66)$   $0.66*1.0E+08$  Pa lokaal aan de scheurtip de hoofdspanning gelijk is aan de  $f_{ct}$  waarde ( $f_{ct} = 1.0E+08$  Pa). De factor 0.66 is in de .com file van de niet lineaire analyse terug te vinden bij de opgegeven waarden voor de belastingsincrementen (SIZE). Dat hier 66 staat in plaats van 0.66 hangt samen met de vermenigvuldigingsfactor ingevoerd bij LOAD (factor=0.01). De kleinst mogelijke waarde voor de belastingsincrementen opgegeven achter SIZE is 0.001 . Voor nog kleinere waarden voor het belastingsincrement moet de vermenigvuldigingsfactor achter LOAD aangepast worden.

Resultaten niet lineaire analyse grove mesh.

Relevante gegevens .com file:

- iteratie methode: PERFOR.R , NEWTON REGULA MI=20
- load incrementen: 66; 0.1 (10)
- tolerantie ENERGY NORM: EP=1.0E-07
- $\beta=0.02$
- $\alpha=10$  graden
- $e_u^{cr}=5,67E-07$  (L=0.3)

MI= maximum iteratie slagen.

(10) betekent 10 maal.

Bijlage A1 toont de aangebrachte belasting. Vanwege de ingevoerde lijnbelasting heeft de breedte van een element invloed op de grootte van de kinematisch consistente knooppuntskrachten. Bijlage A3 geeft de met DIANA berekende resultaten. Bijlage A4 geeft voor een dergelijk grove meshverdeling een realistisch beeld van het scheurvormingsproces. Verdere verkleining van de belastingsincrementen bleek voor het kracht-verplaatsingsdiagram geen verbetering op te leveren. Een mogelijk verklaring van de grote energie dissipatie vormt de grote overschatting van de localiseringsbreedte van glas door de grote elementen (grote waarde voor L).

De tweede berekening wordt uitgevoerd met een zeer fijne meshverdeling zie bijlage B1.

Bijlage B1 en B2 geven de resultaten van de statische analyse. Bijlage B1 geeft de heersende spanningen en bijlage B2 toont de deformaties. Duidelijk blijkt dat de meshverfijning een grote

invloed heeft op de grootte van de optredende hoofdspinning.

Resultaten niet-lineaire analyse zeer fijne mesh:

Relevante gegevens .com file:

-iteratie methode: PERFOR.R , NEWTON REGULA MI=20

-load incrementen: 15.70; 1.0 (2); 0.1(40); 1.0 (20)

-tolerantie ENERGY NORM: EP=1.0E-07

- $\beta=0.02$

- $\alpha=10$  graden.

- $e_u^{cr} = 3.808E-06$  (  $L=1/28*1,25$  m)

De factor 1/28 volgt uit de verrekening van bias-effecten in de meshverdeling. Het getal 1,25 vertegenwoordigt de

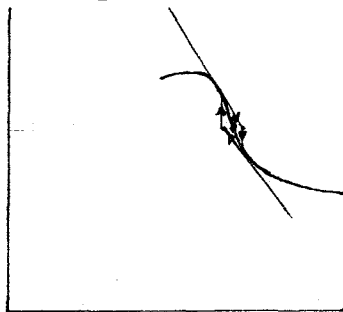
hoogte van de grids. De bias coëfficiënten verhouden zich als volgt: 1.0; 1.4; 1.8; 2.2; 2.6; 3.0; 3.4; 3.8; 4.2; 4.6

Het kleinste element is dus gelijk aan 1/som coëfficiënten vermenigvuldigt met de lengte van het betreffende grid.

Som coëfficiënten = 28.

MI= maximum iteratie slagen.

Bij het uitvoeren van de niet-lineaire analyse met bovenstaande gegevens liep het programma vast bij de top. Een mogelijke verklaring hiervoor kan het optreden van buigpunten in de belastingscurve binnen de  $R^{n+1}$  ruimte zijn. Iteratie methode Newton-Raphson raakt bij buigpunten in een sortement loop. Zie onderstaande figuur 18.



• buigpunt

Figuur 18: Loop gevormd met Newton-Raphson rondom een buigpunt.

Om problemen met NEWTON REGULA te voorkomen wordt in de buurt van de top verder gerekend met iteratie procedure SECANS.BFGS . Bij beide methodes wordt geïtereerd met variabele tangential stiffness. Zie bijlage D: 5.7.1.

Relevante gewijzigde gegevens .com file:

voor de top : -iteratie methode: PERFOR.R , NEWTON REGULA MI=20

bij de top : -iteratie methode: PERFOR.R , SECANS.BFGS MI=20

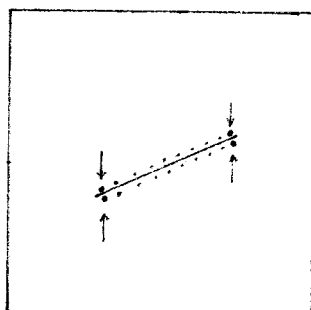
In de standaard RIKS arclength control method wordt  $\Delta\lambda_i$  als volgt berekend:

$$\Delta\lambda_i = \frac{\sum (\Delta a_{i-1} \delta a^{II}_i)}{\sum (\Delta a_{i-1} \delta a^I_i)} \quad (31)$$

met  $\Sigma$  voor sommatie over alle vrijheidsgraden. Bij selectie van de verplaatsingen hanteert RIKS een weegfactor  $\alpha$  opdat alleen deze verplaatsingen de waarde van  $\Delta\lambda_i$  beïnvloeden. Voor  $\Delta\lambda_i$  geldt dan:

$$\Delta\lambda_i = \frac{\sum \Delta a_{i-1} \sum \alpha \delta a^{II}_i}{\sum \Delta a_{i-1} \sum \delta a^I_i} \quad (32)$$

Wanneer geselecteerde verplaatsingen overeenkomen met de verplaatsingen aan weerszijden van de scheur (een zijde met een positieve weegfactor en de andere zijde met een negatieve weegfactor) resulteert optie PERFOR.R in controle van de verplaatsingen aan de scheuropening. De richting van de te controleren geselecteerde verplaatsingen moet opgegeven worden binnen de .dat file. Bij de uitgevoerde berekeningen zijn de beste resultaten gevonden met de selectie van de in figuur 15 aangegeven punten.



Figuur 15: Selectie knooppunten ter controle van de scheuropening.

Hoofdcommando EXECUT:

- LOAD; Definieert belastingsset nummer.
- STEPS; Definieert met size de groote van de belastings stappen.
- PERFOR; Bepaalt de iteratie procedure;
- NORM; Specificatie van het convergentie criterium;
- REFERE: Bepaalt referentie norm;
- CHECK: Controleert norm gedurende het iteratie proces t.o.v. de referentie norm met tolerantie EP.

Het resultaat van deze aangepaste berekening wordt vermeld in bijlage B3. Wederom levert het kracht-verplaatsingsdiagram geen bevredigend resultaat.

Relevante gewijzigde gegevens .com file:

- LOAD incrementen: 15.70; 1.0 (2); 0.1 (100)

Verfijning van de load incrementen geeft de resultaten weergegeven in bijlage B4 en B5. Bijlage B4 toont het bijbehorend scheurgroeiverloop. Opvallend is dat het scheurgroeiverloop zich maar aan een zijde voornamelijk verder ontwikkelt terwijl de condities aan beide scheurtippen gelijk zijn. Indien echter goed wordt gelet op de de richtingen van de elementen aan de twee scheurtippen valt op, dat de meshverdeling niet geheel equivalent is. Kennelijk is de meshverdeling hier de oorzaak van het hebben van een voorkeur voor een van de scheurtippen. Eerder is bij methode SELECT ARCLength vermeld dat in het geval van locale deformatie methode PERFOR.A minder goede resultaten geeft doordat het effect op  $\lambda$  van sterk veranderende verplaatsingen van knooppunten achterwege blijft bij afwezigheid van wegingsfactoren. Bijlage B6 toont het kracht-verplaatsingsdiagram indien PERFOR.R wordt vervangen door PERFOR.A . Het programma loopt vlak bij de top vast. In de grafische uitvoer bleek geen scheurvorming te hebben plaats gevonden.

De invloed van de parameters  $\alpha$  en  $\beta$  op de berekeningen:

Wijzigingen met betrekking tot drempelwaarde hoek  $\alpha$ :

- $\alpha=0$  graden; Het kracht-verplaatsingsdiagram is identiek aan het gevonden resultaat bij de berekening met PERFOR.A .
- $\alpha=60$  graden; Het kracht-verplaatsingsdiagram is identiek aan de gevonden resultaten bij  $\alpha=10$  graden.

Wijzigingen met betrekking tot factor  $\beta$ :

- Verandering van de factor  $\beta$  gaf een verandering in de grote en de positie van met  $\lambda$  geschaalde load incrementen en decrementen. (positie aangeduid met de karakteristieke verplaatsing)

De indruk ontstaat dat het bepaalde (niet betrouwbare) kracht-verplaatsingsdiagram afhankelijk is van de gekozen meshverdeling. Hiertoe wordt een derde reeks sommen opgelost met een matig fijne meshverdeling zie bijlage C3. De resultaten van de statische analyse worden vermeld in bijlage C1 en C2. Meshverfijning zorgt voor nauwkeurigere berekening van deformaties en spanningen . Zodoende ligt de hier vermelde waarde van de maximale hoofdspanning tussen de in berekening een en twee gevonden waarden.

Overeenkomstig de niet-lineaire berekeningen bij de zeer fijne mesh zijn voor de matige meshverdeling berekeningen uitgevoerd met methode PERFOR.R NEWTON REGULA en met methode PERFOR.R SECANS.BFGS (vlak bij de top).

Methode PERFOR.R NEWTON REGULA: Resultaten zie bijlage C3 en C4.

Methode PERFOR.R NEWTON REGULA (voor de top);SECANS.BFGS (bij de top): Resultaten zie bijlage C5 en C6.

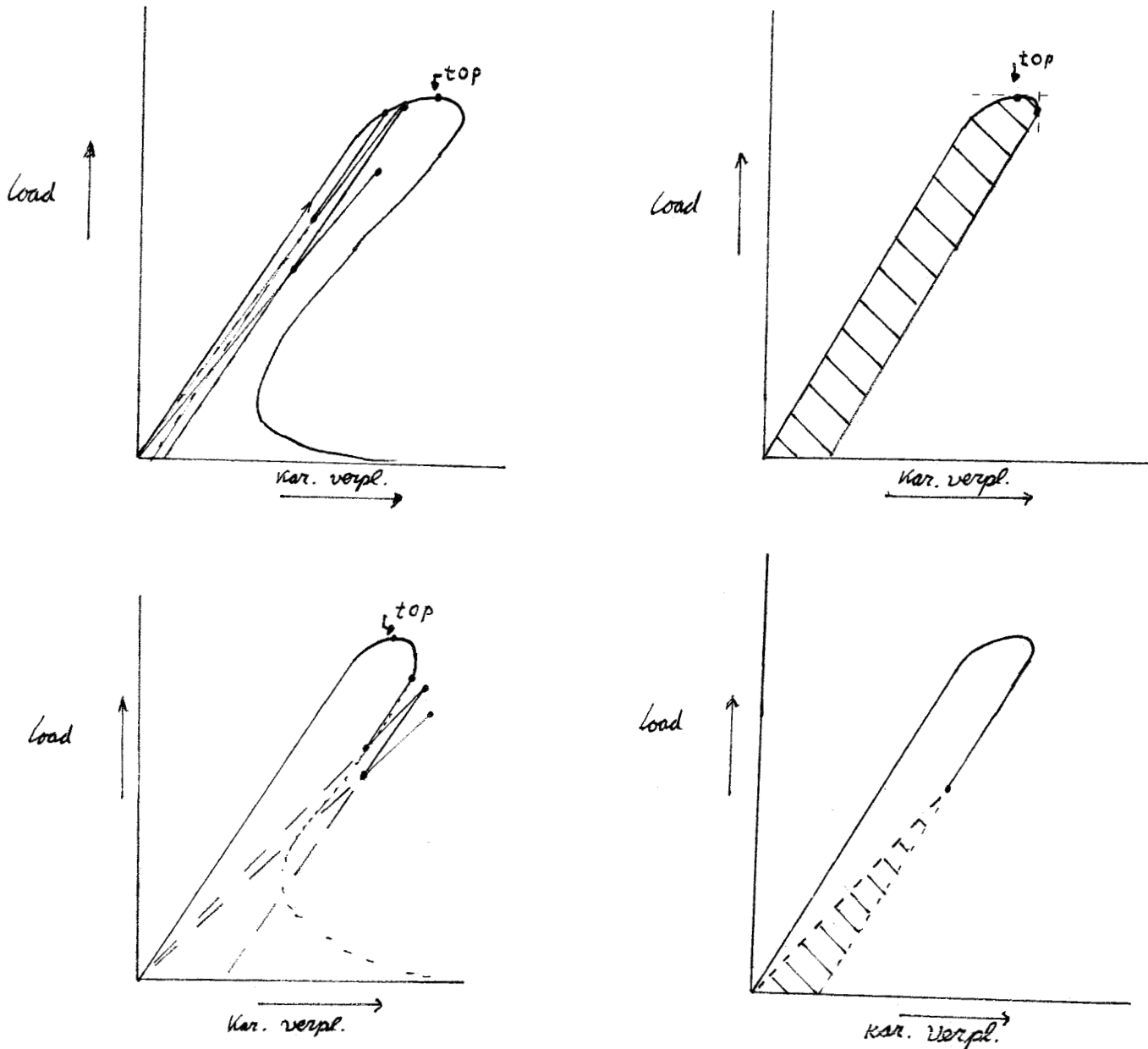
Duidelijk blijkt dat de kracht verplaatsingsdiagrammen onbetrouwbaar zijn en geheel niet voldoen aan de verwachting voor glas.

### CONCLUSIES

- Uit de gevonden resultaten volgt dat de top van het kracht-verplaatsingsdiagram afneemt bij meshverfijning.
- De meshverdeling heeft invloed op het scheurgroeiverloop.
- De gevonden kracht-verplaatsingsdiagrammen komen niet overeen met de verwachting voor glas.
- Het scheurgroeiverloop lijkt realistisch maar is op basis van de kracht-verplaatsingsdiagrammen niet betrouwbaar.
- De invloed van de parameters  $\alpha$  en  $\beta$  is niet volledig tot zijn recht kunnen komen door de onbetrouwbare resultaten voor het kracht-verplaatsingsdiagram.
- Zonder verdere aanpassingen van DIANA is het niet mogelijk met de standaard opties van DIANA betrouwbaar scheuronderzoek te verrichten aan glas.

## SUBJECTIEVE BESCHOUWING

Veronderstel dat de top van de gevonden kracht-verplaatsingsgrafieken overeenkomt met de fysisch maximale belasting van de glasplaat. Zie verwachting kracht-verplaatsingsdiagram glas figuur 17. Uit figuur 19 blijkt dat de berekende evenwichtspunten in de belastingsdiagrammen dan nooit kunnen optreden.



Figuur 19: Toelaatbare gebied voor ontlasten en weer belasten afhankelijk van de positie op het belastingsdiagram.

Een dergelijke zig-zag curve (jo-jo effect) kan alleen gevonden worden indien de berekende evenwichtspunten in een toelaatbaar gebied liggen. De punten liggen mogelijk in een toelaatbaar gebied (zie figuur 19) indien de berekende grafieken de fysisch maximale belasting niet bereiken. Met andere woorden de top van de kracht-verplaatsingsdiagrammen wordt niet bereikt. Een mogelijke verklaring voor het ontstaan van de zig-zag structuur is het ontlasten en wederom belasten van de constructie met verschillende moduli. (optie cracki.T past namelijk gedurende de berekening de modulus aan). Uit de grafieken blijkt duidelijk dat de zig-zag structuur opgebouwd is uit rechte lijnen (E modulus constant op zelfde lijn). Aanpassing van de E modulus biedt aldus de handleiding de mogelijkheid tot het analyseren van snap-back gedrag. Zie bijlage D: 5.7.3. Een tweede aanwijzing voor het niet werkelijk halen van de top volgt uit berekeningen met roterende scheuren ( $\alpha=0^\circ$ ). De curve loopt dan vlak bij vermoedelijk de top vast. Zie bijlage B6. In hoofdstuk 2 is immers plausibel gemaakt dat juist de roterende scheuren het beste resultaat moeten geven. Zodat dit resultaat aanleiding geeft te veronderstellen dat de top niet gehaald wordt.

Een mogelijke verklaring voor het ontlasten en vervolgens weer belasten van de constructie volgt uit de formuleringen van select arclength. Voor de rek bij scheurvorming (fictief) aan de scheurtip geldt:  $\epsilon=\sigma/E$   $\sigma=f_{ct}=1.0E+08$  Pa;  $E= 1.0E+11$  Pa dus  $\epsilon=1.0E-03$ . De rek bij breuk  $\epsilon_{cr_u}$  is van de orde  $10^{-7}$  a  $10^{-6}$  zodat indien lokaal de  $f_{ct}$  waarde overschreden wordt de scheur meteen volledig is. Het meteen volledig worden van de scheur resulteert lokaal in relatief grote (negatieve) verplaatsingen waardoor het inproduct van  $\Delta a_{i-1}$  met  $\delta a_i^{II}$  een veel te grote (negatieve)  $\Delta \lambda_i$  berekent. Door de hieruit volgende grote negatieve  $\lambda$  zal de konstruktie ontlast worden. Dit ontlasten staat weer belasten toe met een belastingsincrement dat even groot is als de opgegeven positieve incrementen. Er gaat even geen spanningspunt stuk zodat  $\delta a_i^{II}$  gelijk is aan de nul vector zodat  $\Delta \lambda_i$  gelijk nul is waarmee  $\lambda$  gelijk aan 1 blijft, zodat het belastingsincrement exakt de ingevoerde waarde aanhoudt. Dit is in overeenstemming met het in de uitvoer gevonden gedrag van de loadfactor. De constuctie wordt net zolang voorzien van positieve belastingsincrementen tot weer een spanningspunt aanleiding geeft tot breukvorming en de belasting wederom fors zakt.

## LITERATUURLIJST

- Handleiding DIANA 4.1 volume: 0, 1, 4
  - lineair static analysis;
  - non-linear analysis.
- Journal of Fracture 5.1 pg: 45-59 Smearred and Discrete Representations of localized Fracture.



MESHGENERATIE: .DAT FILE

'MESH'

VERTICES DI=2

1	0.000	0.000
2	0.630	0.000
3	1.000	0.000
4	1.370	0.000
5	2.000	0.000
6	2.000	1.400
7	1.370	1.403
8	1.000	1.250
9	0.630	1.097
10	0.000	0.900
11	0.000	2.500
12	0.630	2.500
13	1.000	2.500
14	1.370	2.500
15	2.000	2.500

DIAGRAM 1

TOPOLOGY

9 10

2 1

DIVISION

X 1.0:4.8(0.8) /

Y 1.0:4.8(0.8) /

GROUP 1 "a"

ELEMENTS Q8MEM MA=1 GE=1

DIAGRAM 2

TOPOLOGY

9 8

2 3

DIVISION

X 1.0:4.8(0.8) /

Y 1.0:4.8(0.8) /

GROUP 2 "b"

ELEMENTS Q8MEM MA=1 GE=1

DIAGRAM 3

TOPOLOGY

7 8

4 3

DIVISION

X 1.0:4.8(0.8) /

Y 1.0:4.8(0.8) /

GROUP 3 "c"

ELEMENTS Q8MEM MA=1 GE=1

```

DIAGRAM 4
  TOPOLOGY
    7 6
    4 5
  DIVISION
    X 1.0:4.8(0.8) /
    Y 1.0:4.8(0.8) /

GROUP 4 "d"
ELEMENTS Q8MEM MA=1 GE=1
DIAGRAM 5
  TOPOLOGY
    7 6
    14 15
  DIVISION
    X 1.0:4.8(0.8) /
    Y 1.0:4.8(0.8) /
GROUP 5 "e"
ELEMENTS Q8MEM MA=1 GE=1
DIAGRAM 6
  TOPOLOGY
    7 8
    14 13
  DIVISION
    X 1.0:4.8(0.8) /
    Y 1.0:4.8(0.8) /
GROUP 6 "f"
ELEMENTS Q8MEM MA=1 GE=1
DIAGRAM 7
  TOPOLOGY
    9 8
    12 13
  DIVISION
    X 1.0:4.8(0.8) /
    Y 1.0:4.8(0.8) /
GROUP 7 "g"
ELEMENTS Q8MEM MA=1 GE=1
DIAGRAM 8
  TOPOLOGY
    9 10
    12 11
  DIVISION
    X 1.0:4.8(0.8) /
    Y 1.0:4.8(0.8) /
GROUP 8 "h"
ELEMENTS Q8MEM MA=1 GE=1

```

'END'

MESHGENERATIE: .COM FILE

```
*FILOS  
INITIA  
*MESH  
GENERATE  
  PARAMETER EP=0.0000001  
END GENERATE  
INPUT FI="mmesh"  
*END  
*END
```

STATISCHE ANALYSE: .DAT FILE

'COORDI' DI=2 MA=28

1	0.000	0.000
2	0.300	0.000
3	1.000	0.000
4	1.700	0.000
5	2.000	0.000
6	2.000	0.700
7	1.700	0.700
8	1.000	0.500
9	0.300	0.300
10	0.000	0.300
11	0.000	0.600
12	0.200	0.600
13	0.630	1.097
14	1.000	1.250
15	1.370	1.403
16	1.800	1.400
17	2.000	1.400
18	2.000	2.000
19	1.800	2.000
20	1.000	2.000
21	0.300	2.000
22	0.000	2.000
23	0.000	2.500
24	0.300	2.500
25	1.000	2.500
26	1.700	2.500
27	2.000	2.500
28	1.000	1.250

'ELEMENTS'

CONNECTIVITY

1	Q8MEM	1	2	9	10
2	Q8MEM	2	3	8	9
3	Q8MEM	3	4	7	8
4	Q8MEM	4	5	6	7
5	Q8MEM	7	6	17	16
6	T6MEM	7	16	15	
7	Q8MEM	8	7	15	14
8	Q8MEM	9	8	14	13
9	T6MEM	9	13	12	
10	Q8MEM	10	9	12	11
11	Q8MEM	11	12	21	22
12	T6MEM	12	13	21	
13	Q8MEM	13	28	20	21
14	Q8MEM	28	15	19	20
15	T6MEM	15	16	19	

16	Q8MEM	16	17	18	19
17	Q8MEM	19	18	27	26
18	Q8MEM	20	19	26	25
19	Q8MEM	21	20	25	24
20	Q8MEM	22	21	24	23

MATERIALS

/ 1-20 / 1

GEOMETRY

/ 1-20 / 1

DATA

/ 6 9 12 15 / 1

'DIRECTIONS'

1	1.	0.	0.
2	0.	1.	0.

'SUPPORTS'

1	TR 1	TR 2
5	TR 2	

'MATERI'

1	YOUNG	1.0E11
	POISON	0.25
	CRACK	1
	CRKVAL	100.0E06
	TENSIO	1
	TENVAL	5.67E-07
	TAUCRI	0

'GEOMET'

1 THICK 1.0E-03

'DATA'

1 NGAUS 3

'LOADS'

CASE 1

ELEMEN MA=8

/ 17-20 /

EDGE	ETA2
FORCE	100.0E03
DIRELM	NORMAL

/ 1-4 /

EDGE	ETA1
FORCE	100.0E03
DIRELM	NORMAL

'END'

STATISCHE ANALYSE: .COM FILE

```
NOLOG
ERRORS.CPF MF=5 MW=20

*FILOS
INITIALIZE
*INPUT
*ELASSE
*ELMAT
*LOADS
*ORDER
*SOLVE
*STREAC
  NODES DISPLA.M REACTI
  ELEMEN.P STRESS.P
*GRAPHI FI="PLAAT1"
  MODEL ML=11000
  HIDDEN
  END MODEL
  LAYOUT
  CHARAC SI=5
  VISIBL
  MODEL.O LI=-
  NODES DATA.D
  ELEMEN.N DATA.F
  END LAYOUT
  PLOT FI="PLAAT1" AN=LINSTA
  LOAD 1
  NODES DISPLA
  ELEMEN STRESS.P .12
  END PLOT
*END
*END
```

NIET-LINEAIRE ANALYSE: .DAT FILE

'COORDI' DI=2 MA=28

1	0.000	0.000
2	0.300	0.000
3	1.000	0.000
4	1.700	0.000
5	2.000	0.000
6	2.000	0.700
7	1.700	0.700
8	1.000	0.500
9	0.300	0.300
10	0.000	0.300
11	0.000	0.600
12	0.200	0.600
13	0.630	1.097
14	1.000	1.250
15	1.370	1.403
16	1.800	1.400
17	2.000	1.400
18	2.000	2.000
19	1.800	2.000
20	1.000	2.000
21	0.300	2.000
22	0.000	2.000
23	0.000	2.500
24	0.300	2.500
25	1.000	2.500
26	1.700	2.500
27	2.000	2.500
28	1.000	1.250

'ELEMENTS'

CONNECTIVITY

1	Q8MEM	1	2	9	10
2	Q8MEM	2	3	8	9
3	Q8MEM	3	4	7	8
4	Q8MEM	4	5	6	7
5	Q8MEM	7	6	17	16
6	T6MEM	7	16	15	
7	Q8MEM	8	7	15	14
8	Q8MEM	9	8	14	13
9	T6MEM	9	13	12	
10	Q8MEM	10	9	12	11
11	Q8MEM	11	12	21	22
12	T6MEM	12	13	21	
13	Q8MEM	13	28	20	21
14	Q8MEM	28	15	19	20

15	T6MEM	15	16	19
16	Q8MEM	16	17	18 19
17	Q8MEM	19	18	27 26
18	Q8MEM	20	19	26 25
19	Q8MEM	21	20	25 24
20	Q8MEM	22	21	24 23

MATERIALS

/ 1-20 / 1

GEOMETRY

/ 1-20 / 1

DATA

/ 6 9 12 15 / 1

'DIRECTIONS'

1	1.	0.	0.
2	0.	1.	0.

'SUPPORTS'

1	TR 1	TR 2
5	TR 2	

'MATERI'

1	YOUNG	1.0E11
	POISON	0.25
	CRACK	1
	CRKVAL	100.0E06
	TENSIO	1
	TENVAL	5.67E-07
	TAUCRI	0

'GEOMET'

1	THICK	1.0E-03
---	-------	---------

'DATA'

1	NGAUS	3
---	-------	---

'LOADS'

CASE 1  
ELEMEN MA=8

/ 17-20 /

EDGE	ETA2
FORCE	100.0E03
DIRELM	NORMAL

/ 1-4 /

EDGE	ETA1
FORCE	100.0E03
DIRELM	NORMAL

'END'



NIET LINEAIRE ANALYSE: .COM FILE

NOLOG

ERRORS.CPF MF=5 MW=20

\*FILOS

COPY FI="riks.ff"

\*NONLIN

SELECT PRINT STEPS

NODES 1-28 /

ELEMEN 1-20 //

DISPLA TOTAL

LOAD TOTAL RESIDU

STRESS TOTAL.P CRACK

STATUS

SUPPRE LOAD.T

END SELECT PRINT

SELECT ARCLLEN

TR 4 1.0 28 /

TR 4 -1.0 14 /

END SELECT ARCLLEN

EXECUTE LOAD (1) STEPS

SIZE .001 (10) /

PERFOR.R NEWTON REGULA MI=20

USE PHYSIC

CRACKI.T TD=10

END USE

NORM REFERE ENERGY

NORM CHECK ENERGY EP=0.00000001

PRINT

END EXECUT

\*FILOS

COPY FI="riks.ff"

\*NONLIN

SELECT PRINT STEPS

NODES 1-28 /

ELEMEN 1-20 //

DISPLA TOTAL

LOAD TOTAL RESIDU

STRESS TOTAL.P CRACK

STATUS

SUPPRE LOAD.T

END SELECT PRINT

SELECT ARCLLEN

TR 4 1.0 28 /

TR 4 -1.0 14 /

END SELECT ARCLLEN

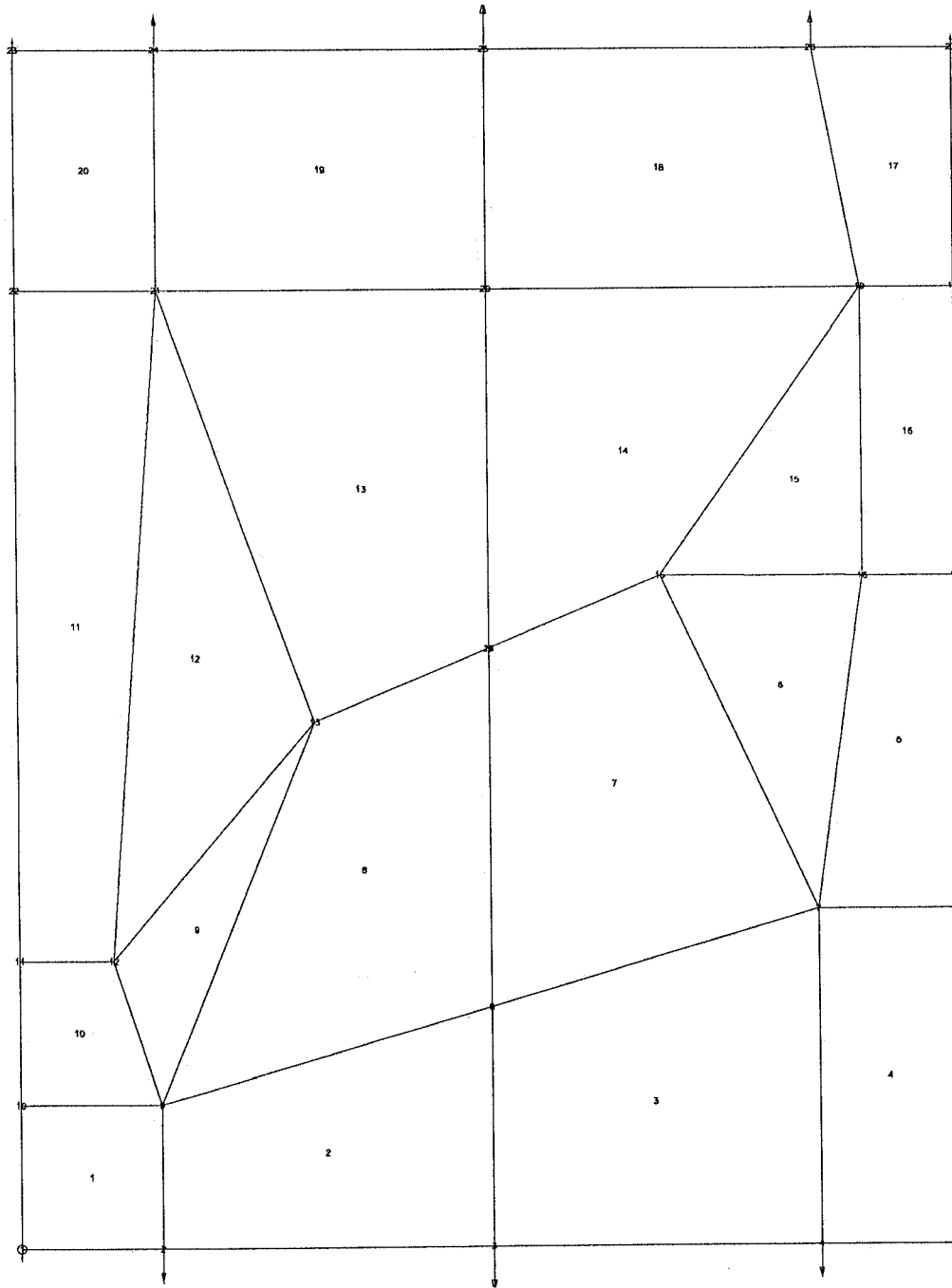
EXECUTE LOAD (1) STEPS

SIZE .001 (150) /

PERFOR.R NEWTON REGULA MI=20

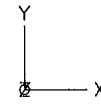
```
USE PHYSIC
  CRACKI.T TD=10
END USE
NORM REFERE ENERGY
NORM CHECK ENERGY EP=0.00000001
PRINT
END EXECUT
*GRAPHI FI="laat"
MODEL
  HIDDEN
END MODEL
LAYOUT
  CHARAC SI=5
  VISIBL
  MODEL.O LI=-
  ELEMEN DATA.F
  NODES DATA.F
END LAYOUT
PLOT FI="laat" AN=NONLIN
ELEMEN STATUS CRACK.OPC .1
NODES LOAD TOTAL
END PLOT
*END
*END
```

**BIJLAGE A**



PLOT FILE  
plaat.pic

MODEL

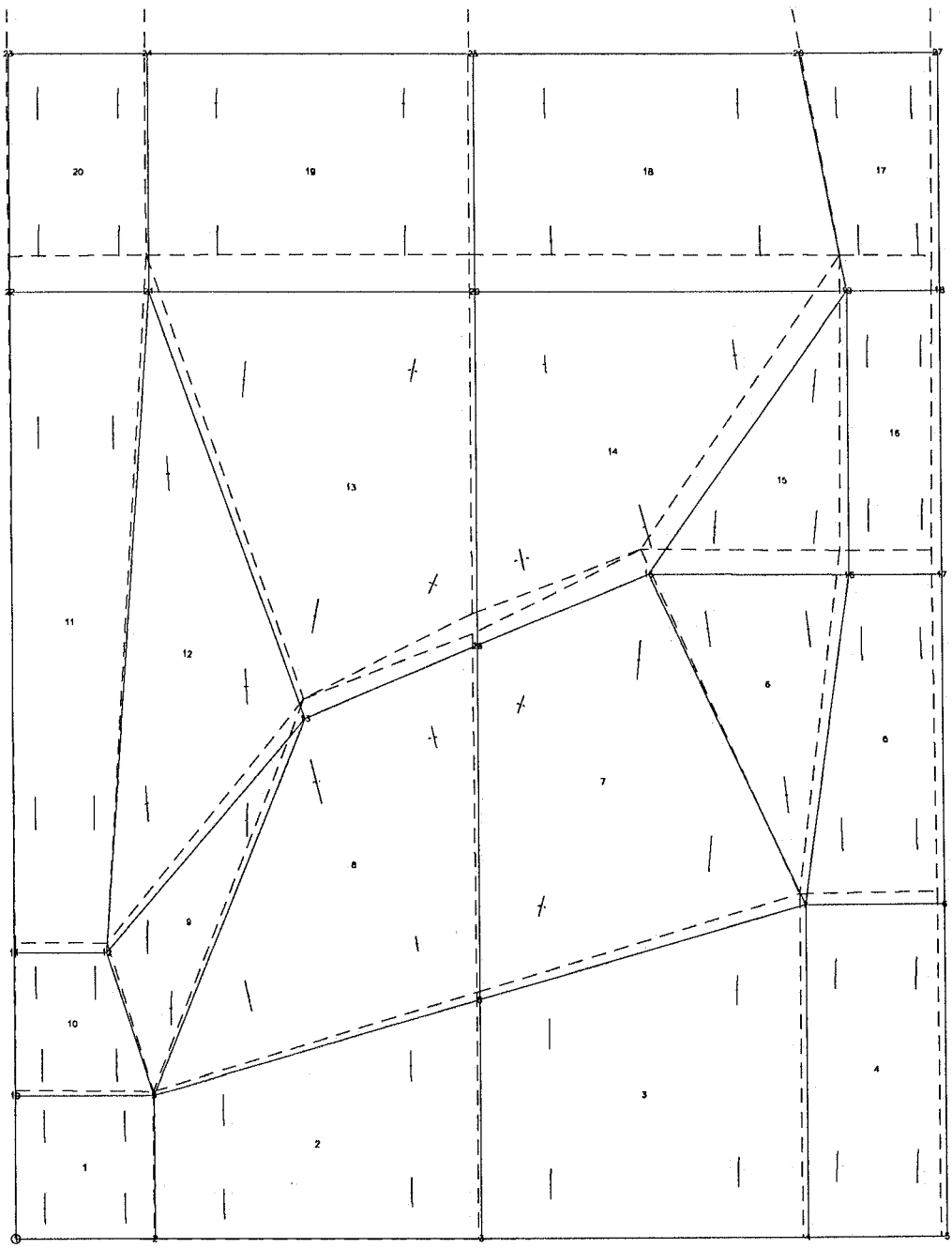


Eye point:  
X= 0.000E+00  
Y= 0.000E+00  
Z= infinity

ANALYSIS  
Nonlinear  
Step 1

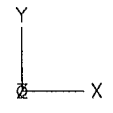
NODAL DATA  
Total loads  
Extreme values:  
max= 4.620E+04  
min= 0.000E+00  
Deform. x 2.061E-06  
Figure x 2.061E-06

ELEMENT DATA  
Crack status  
Figure x 9.52E-20  
Extreme values:  
max= -1.000E+18  
min= 1.000E+18



PLOT FILE  
PLAAT1.pic

MODEL

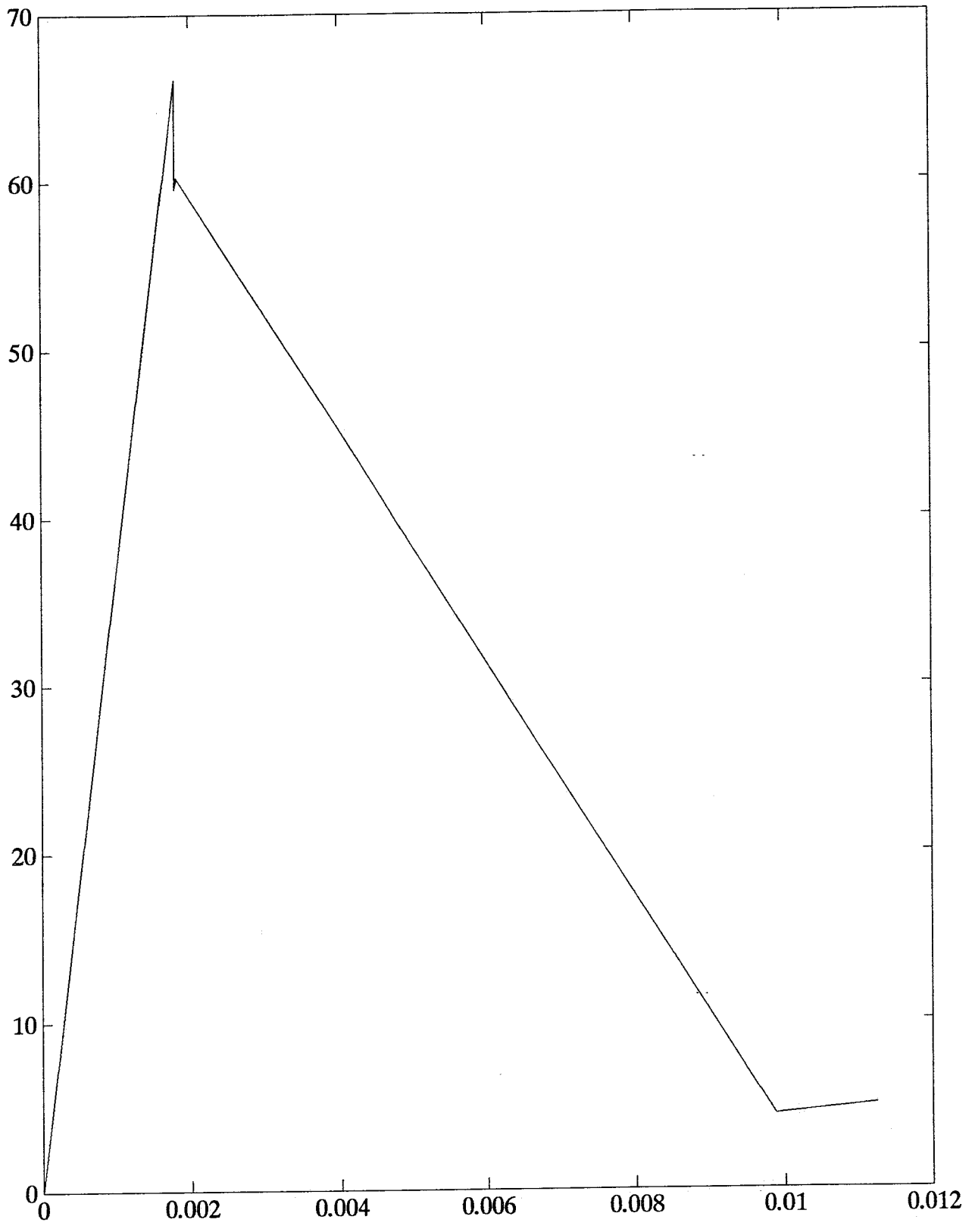


Eye point:  
X= 0.000E+00  
Y= 0.000E+00  
Z= infinity

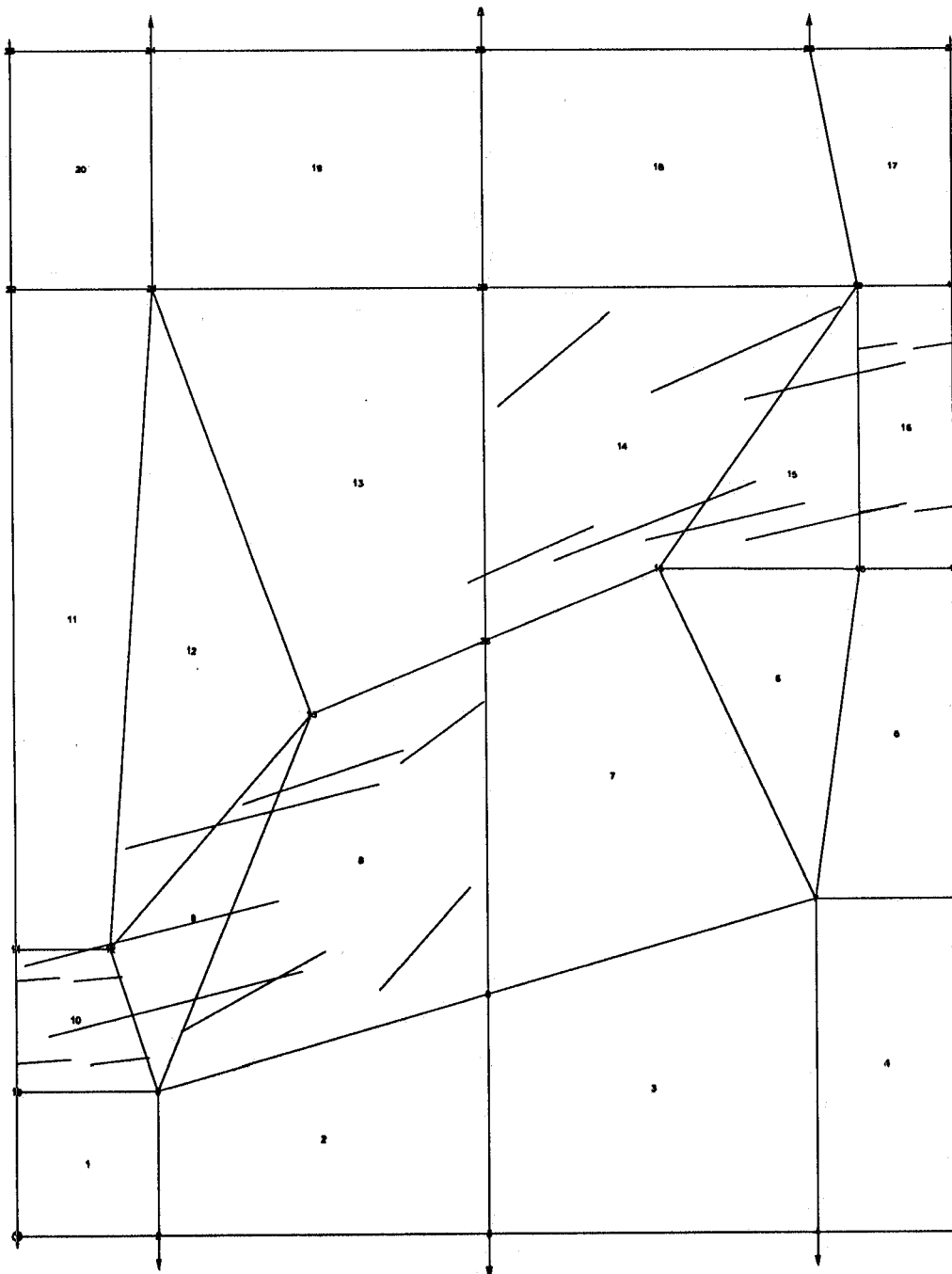
ANALYSIS  
Linear, static  
load set 1

NODAL DATA  
Displacements  
Extreme values:  
max= 2.752E-03  
min= 0.000E+00  
Deform. x 3.460E+01

ELEMENT DATA  
Principal stress  
Figure x 6.29E-10  
Extreme values:  
max= 1.513E+08  
min= -4.738E+07

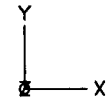


A3



PLOT FILE  
plaat.pic

MODEL



Eye point:  
X= 0.000E+00  
Y= 0.000E+00  
Z= infinity

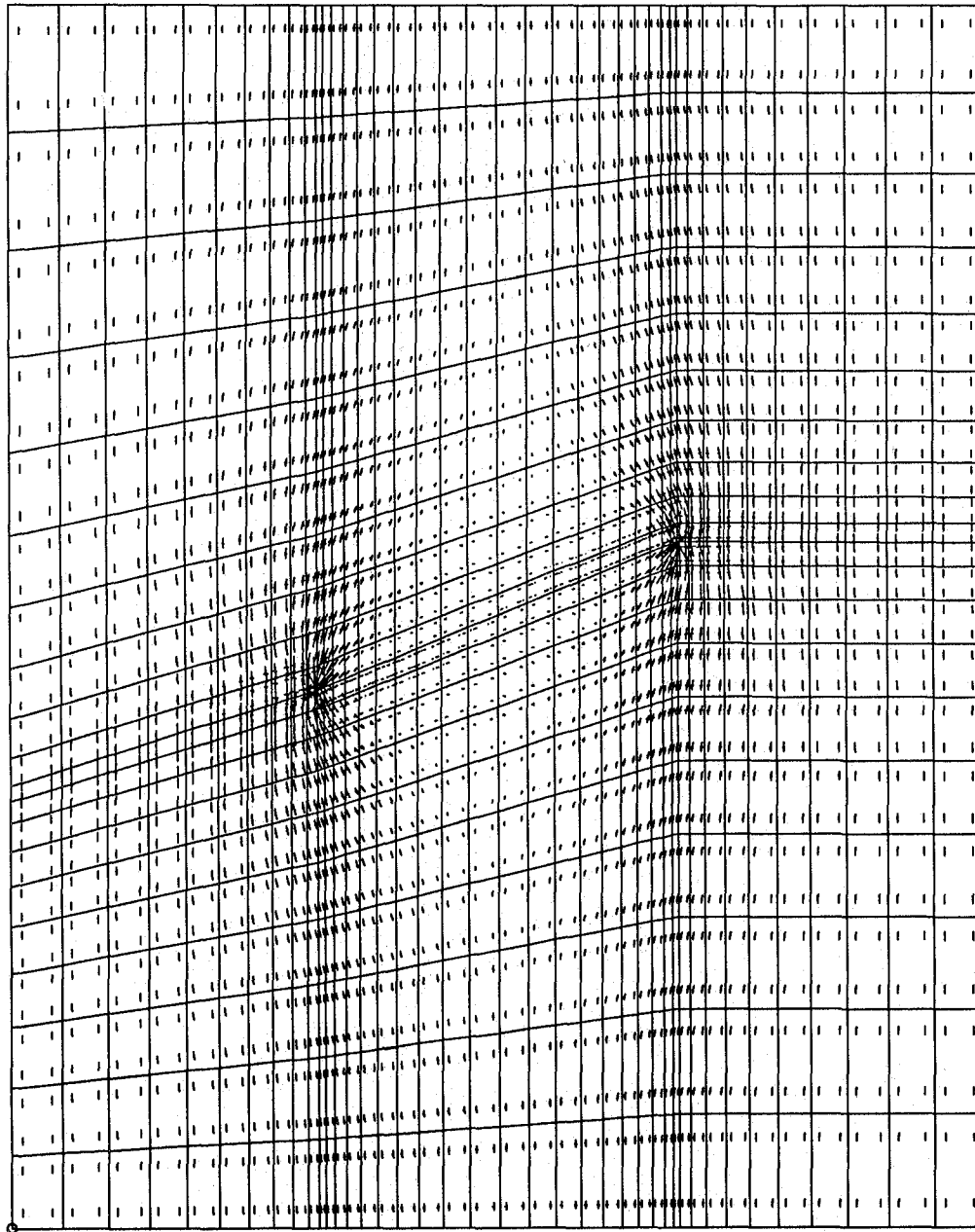
ANALYSIS  
Nonlinear  
Step 113

NODAL DATA  
Total loads  
Extreme values:  
max= 3.479E+03  
min= 0.000E+00  
Deform. x 2.737E-05  
Figure x 2.737E-05

ELEMENT DATA  
Crack status

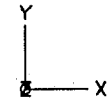
**BIJLAGE B**





PLOT FILE  
PLAAT1.pic

MODEL



Eye point:

X= 0.000E+00

Y= 0.000E+00

Z= infinity

ANALYSIS

Linear, static

load set 1

NODAL DATA

Displacements

Extreme values:

max= 2.961E-03

min= 0.000E+00

Deform. x 3.215E+01

ELEMENT DATA

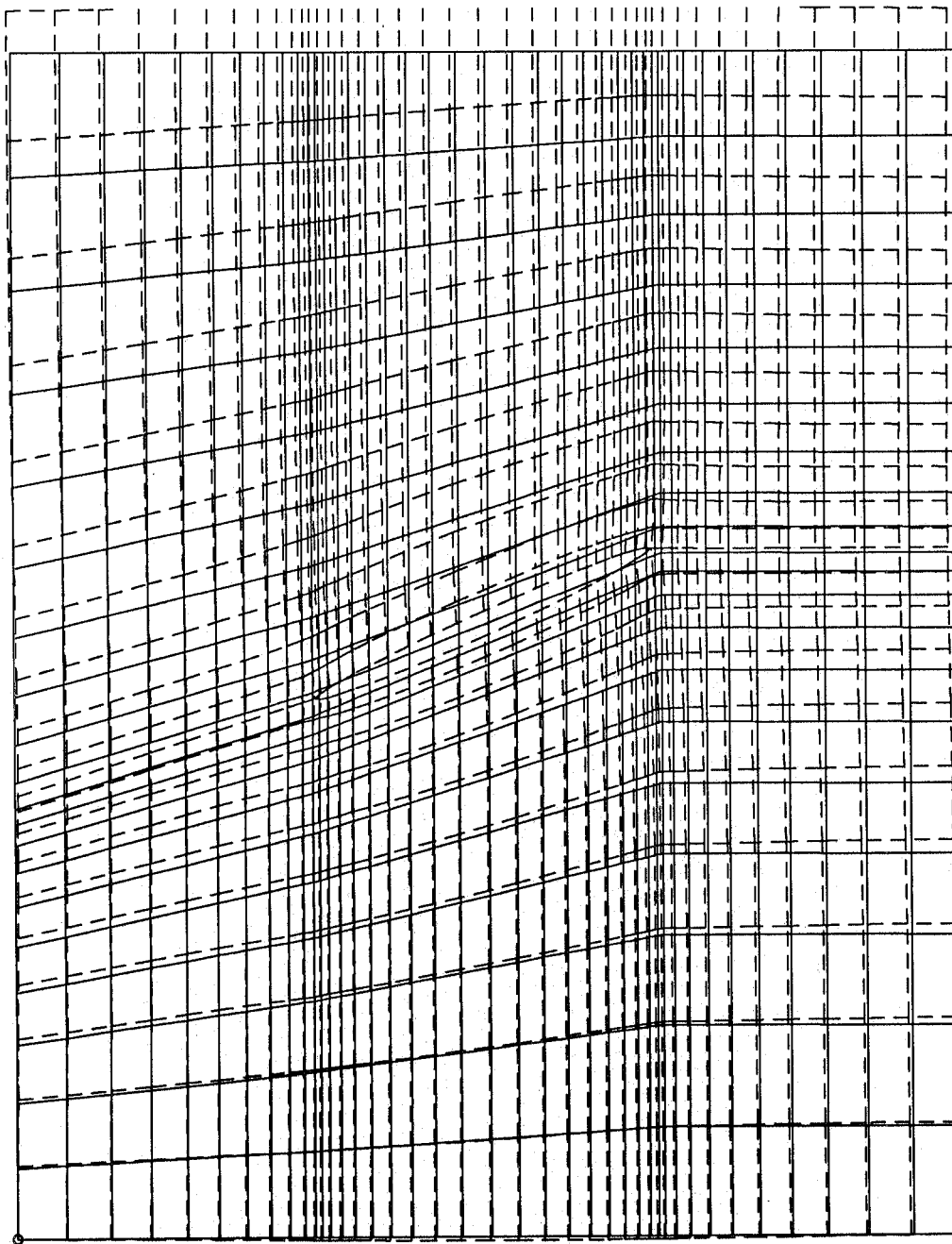
Principal stress

Figure x 1.50E-10

Extreme values:

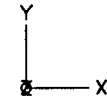
max= 6.330E+08

min= -1.970E+08



PLOT FILE  
PLAAT1.pic

MODEL

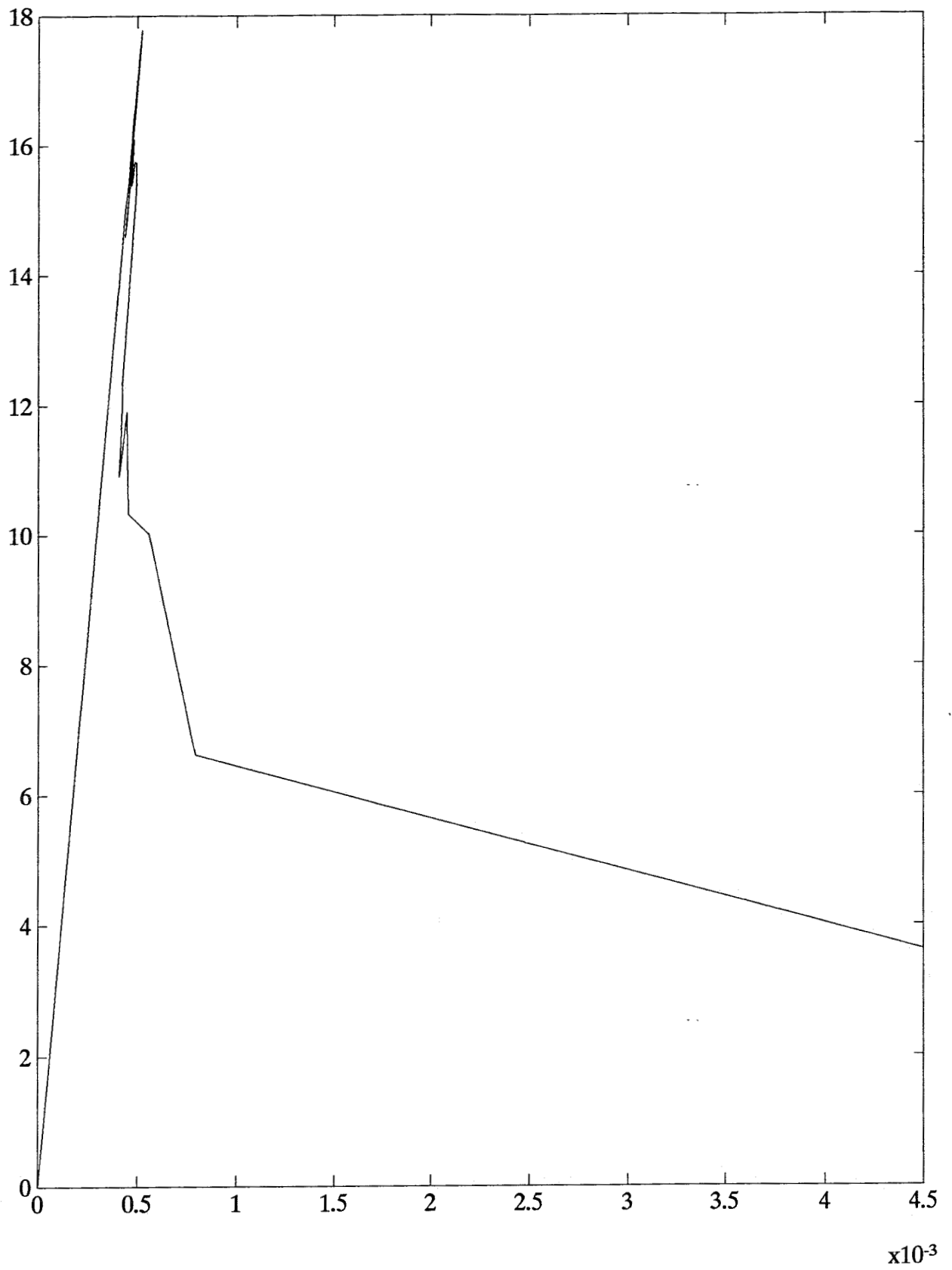


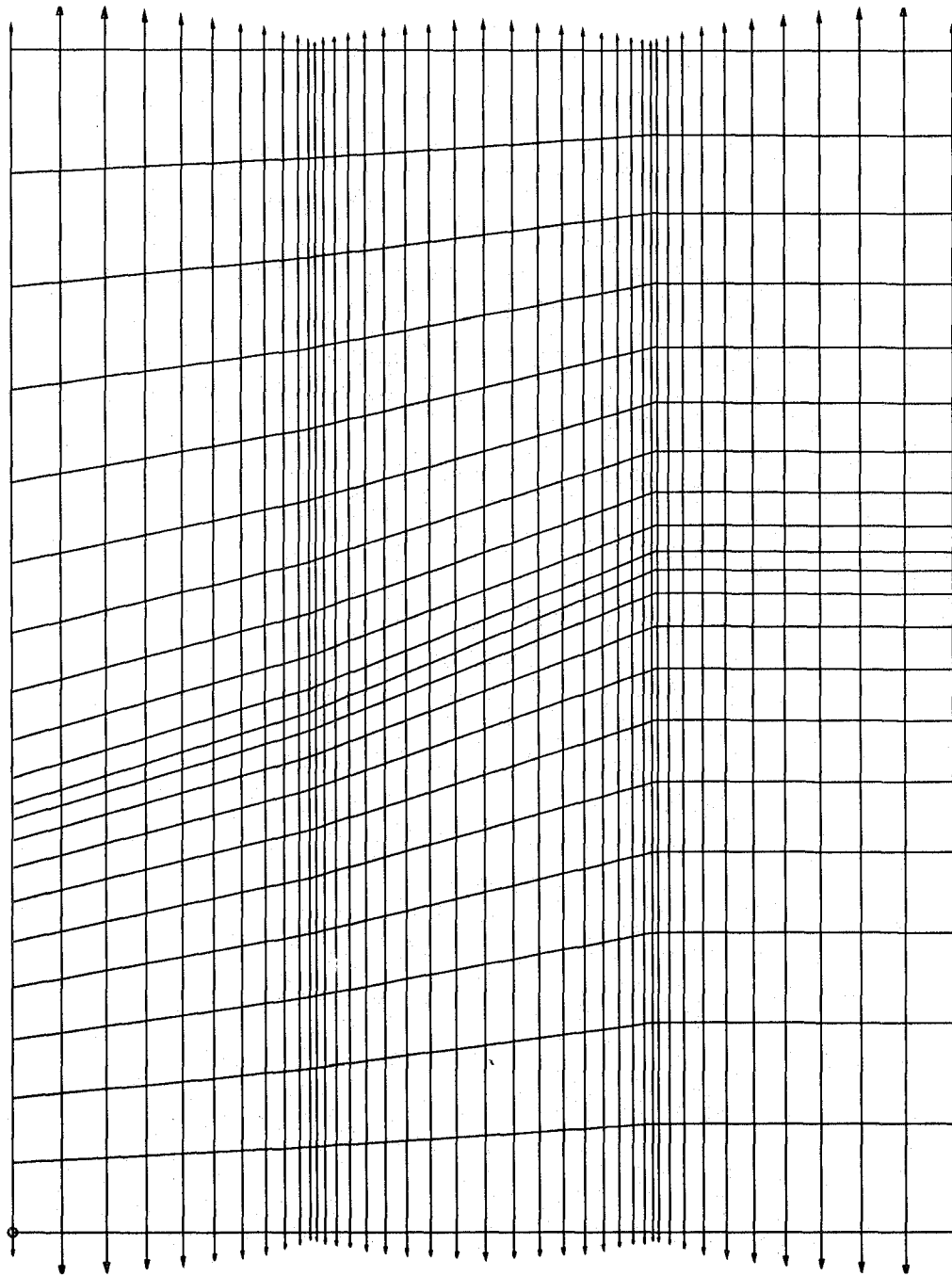
Eye point:  
X= 0.000E+00  
Y= 0.000E+00  
Z= infinity

ANALYSIS  
Linear, static  
load set 1

NODAL DATA  
Displacements  
Extreme values:  
max= 2.961E-03  
min= 0.000E+00  
Deform. x 3.215E+01

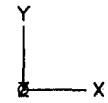
ELEMENT DATA  
Principal stress  
Figure x 1.50E-10  
Extreme values:  
max= 6.330E+08  
min= -1.970E+08





PLOT FILE  
plaat.pic

MODEL

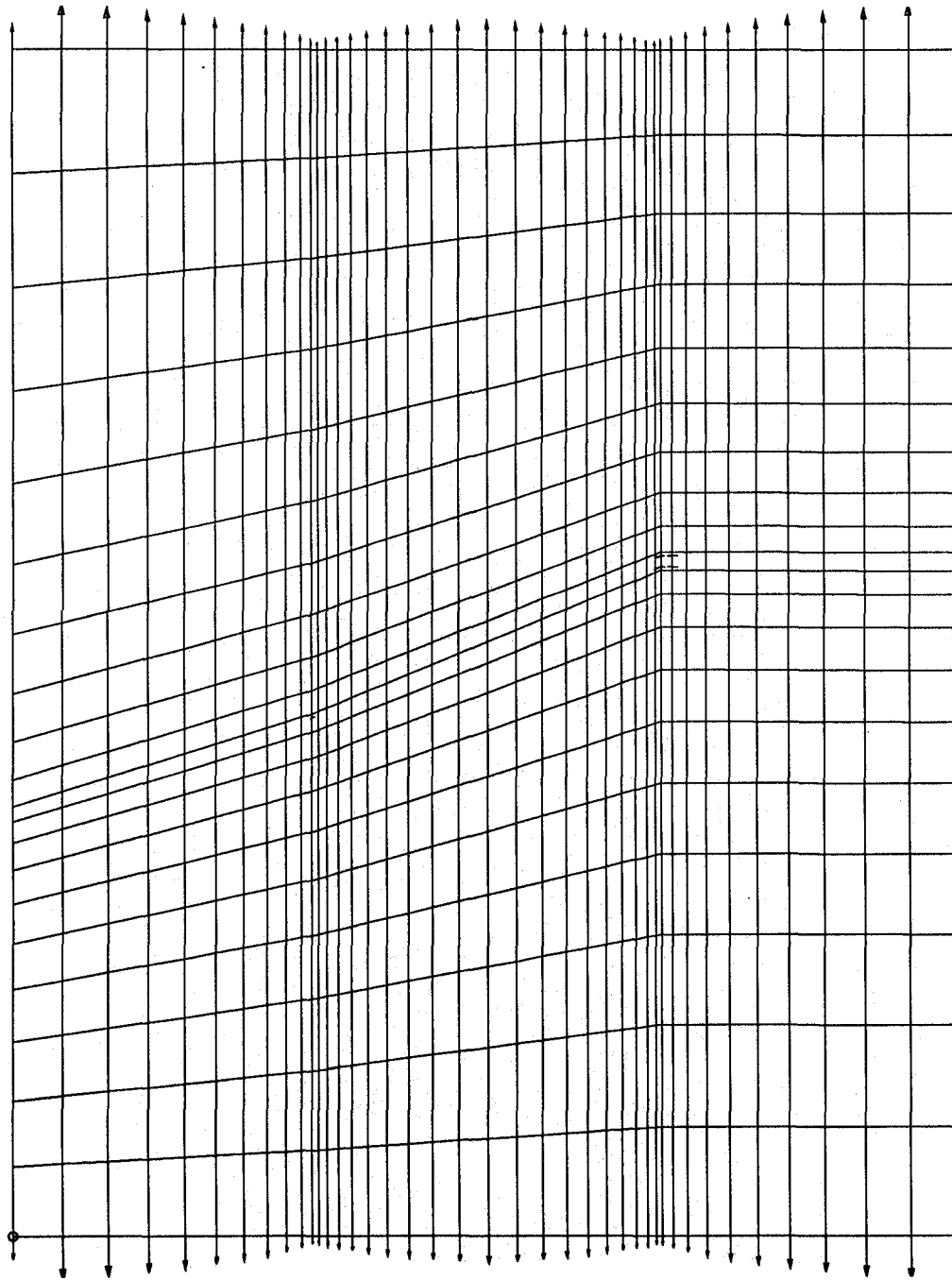


Eye point:  
X= 0.000E+00  
Y= 0.000E+00  
Z= infinity

ANALYSIS  
Nonlinear  
Step 33

NODAL DATA  
Total loads  
Extreme values:  
max= 1.364E+03  
min= 0.000E+00  
Deform. x 6.980E-05  
Figure x 6.980E-05

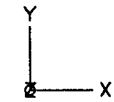
ELEMENT DATA  
Crack status



RE

PLOT FILE  
plaat00.pic

MODEL

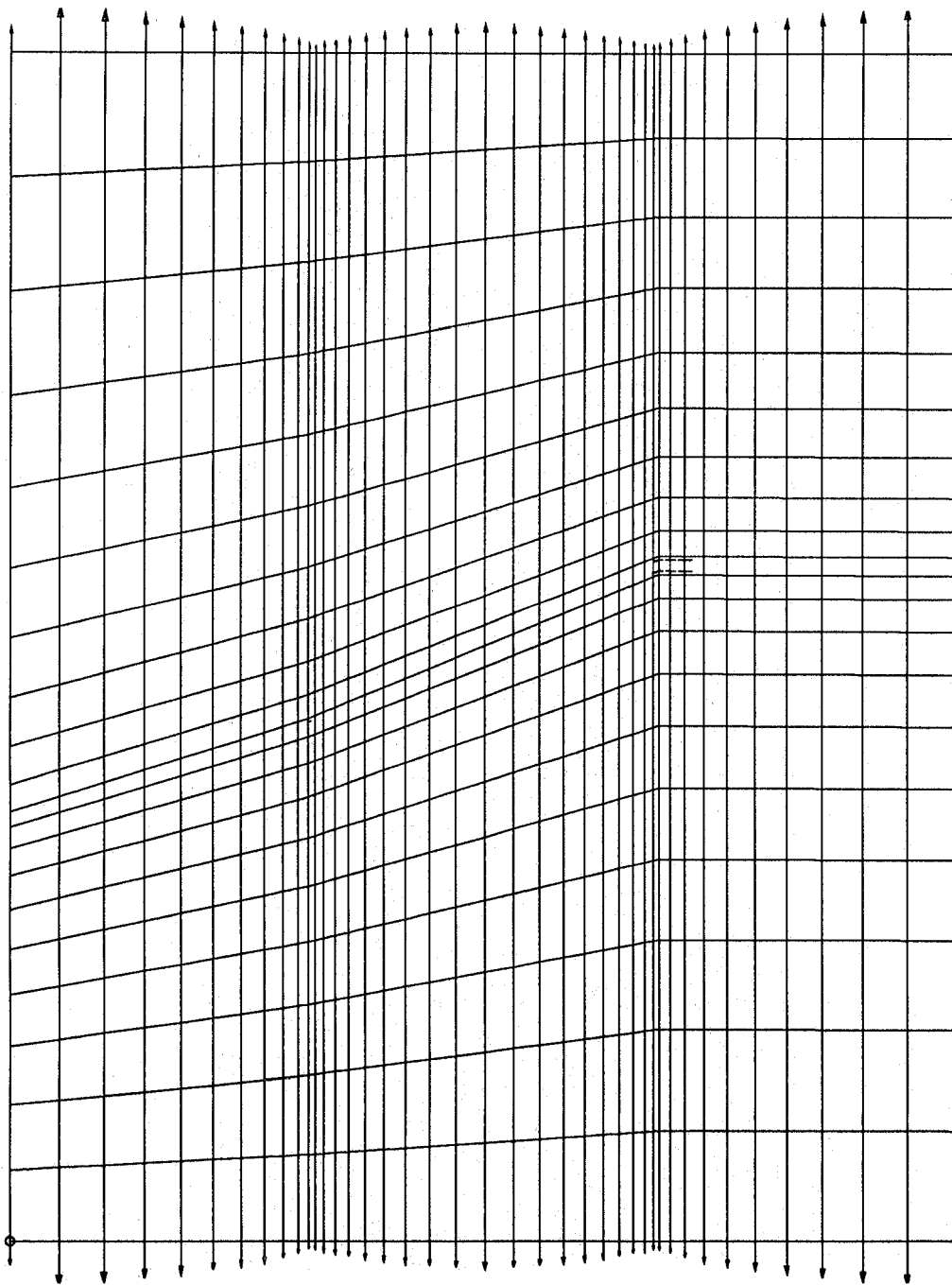


Eye point:  
X= 0.000E+00  
Y= 0.000E+00  
Z= infinity

ANALYSIS  
Nonlinear  
Step 34

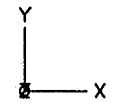
NODAL DATA  
Total loads  
Extreme values:  
max= 1.494E+03  
min= 0.000E+00  
Deform. x 6.371E-05  
Figure x 6.371E-05

ELEMENT DATA  
Crack status



PLOT FILE  
plaat01.pic

MODEL



Eye point:  
X= 0.000E+00  
Y= 0.000E+00  
Z= infinity

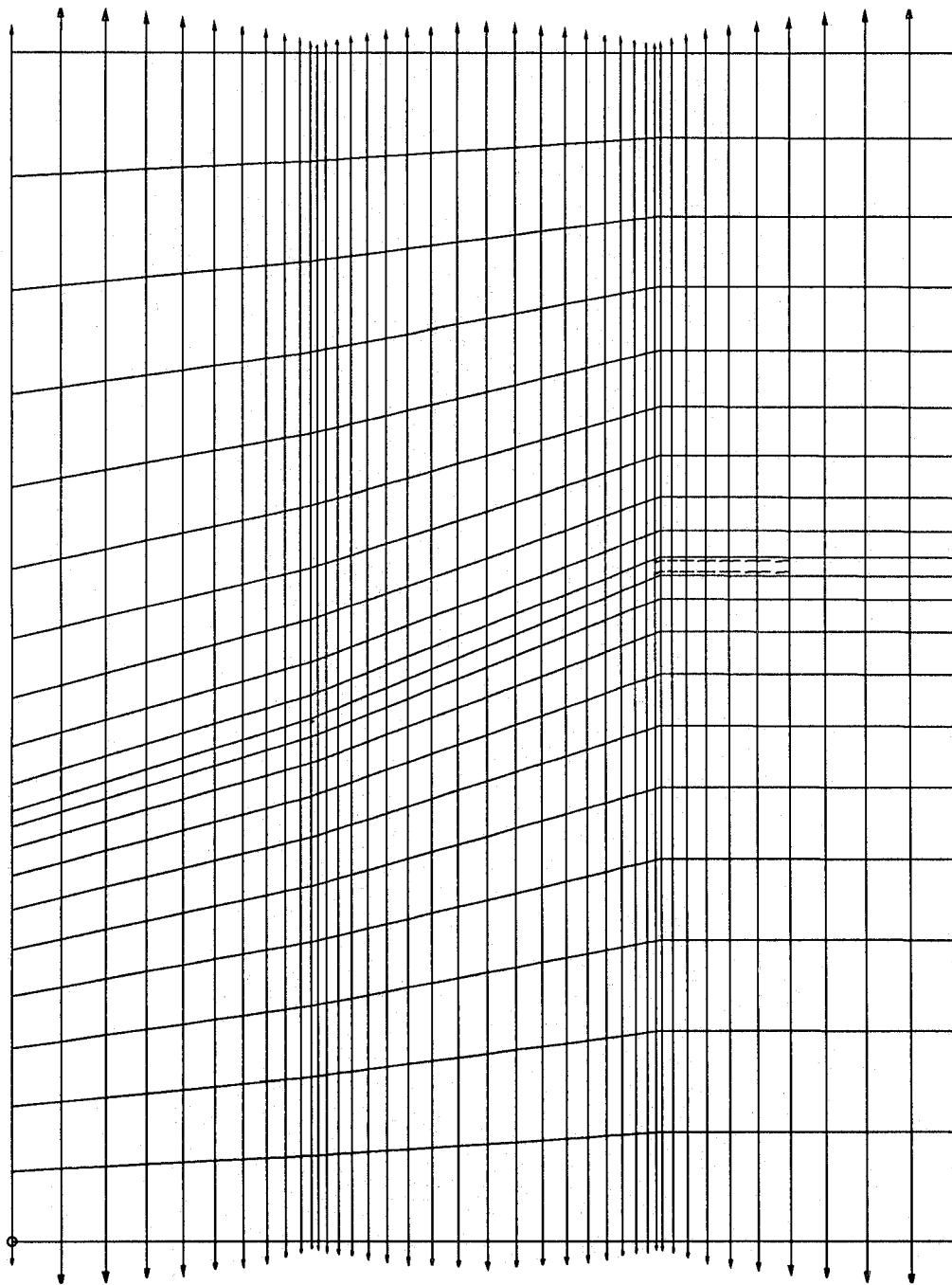
ANALYSIS  
Nonlinear  
Step 54



NODAL DATA  
Total loads  
Extreme values:  
max= 1.528E+03  
min= 0.000E+00  
Deform. x 6.231E-05  
Figure x 6.231E-05

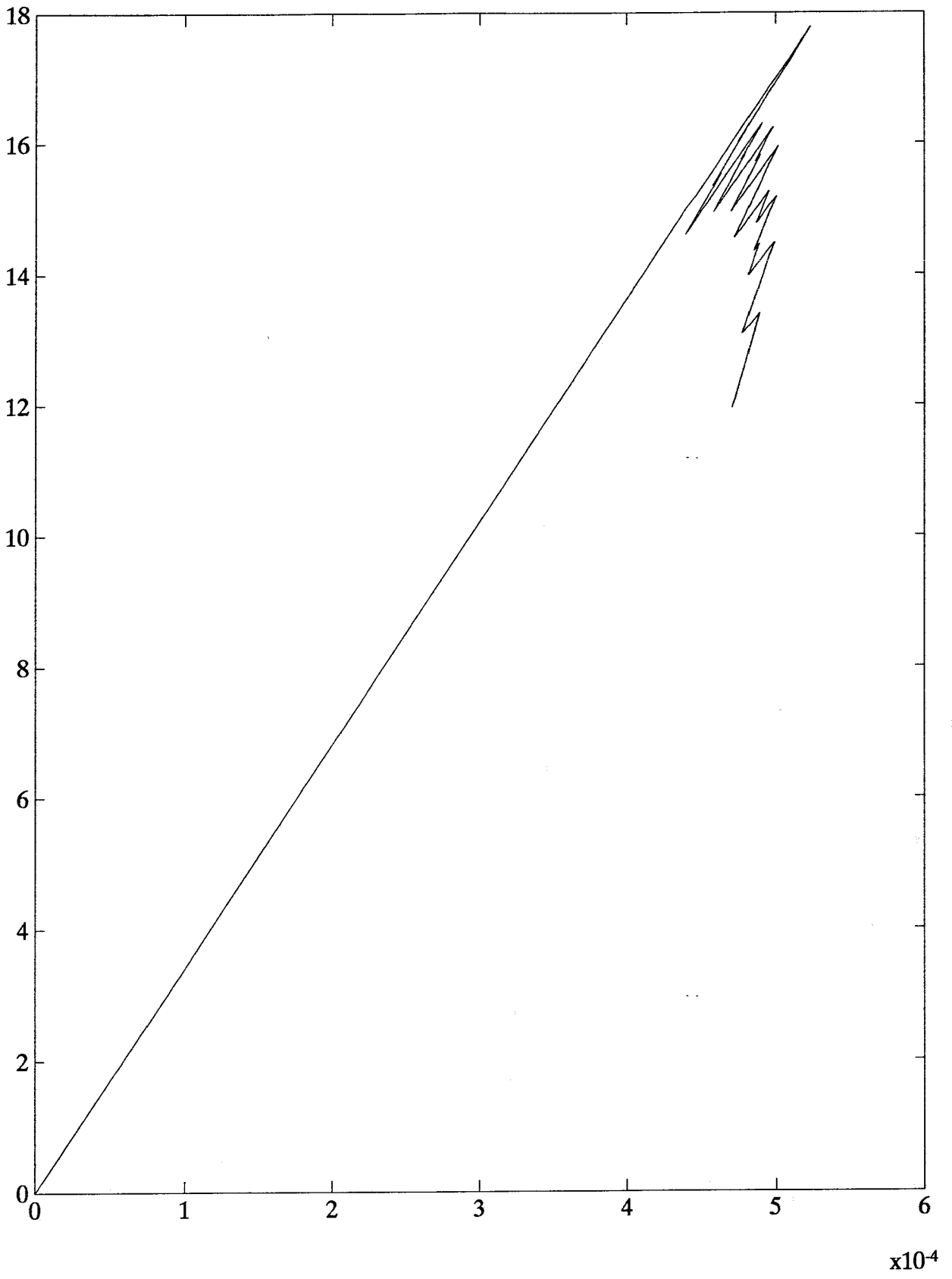
ELEMENT DATA  
Crack status

R

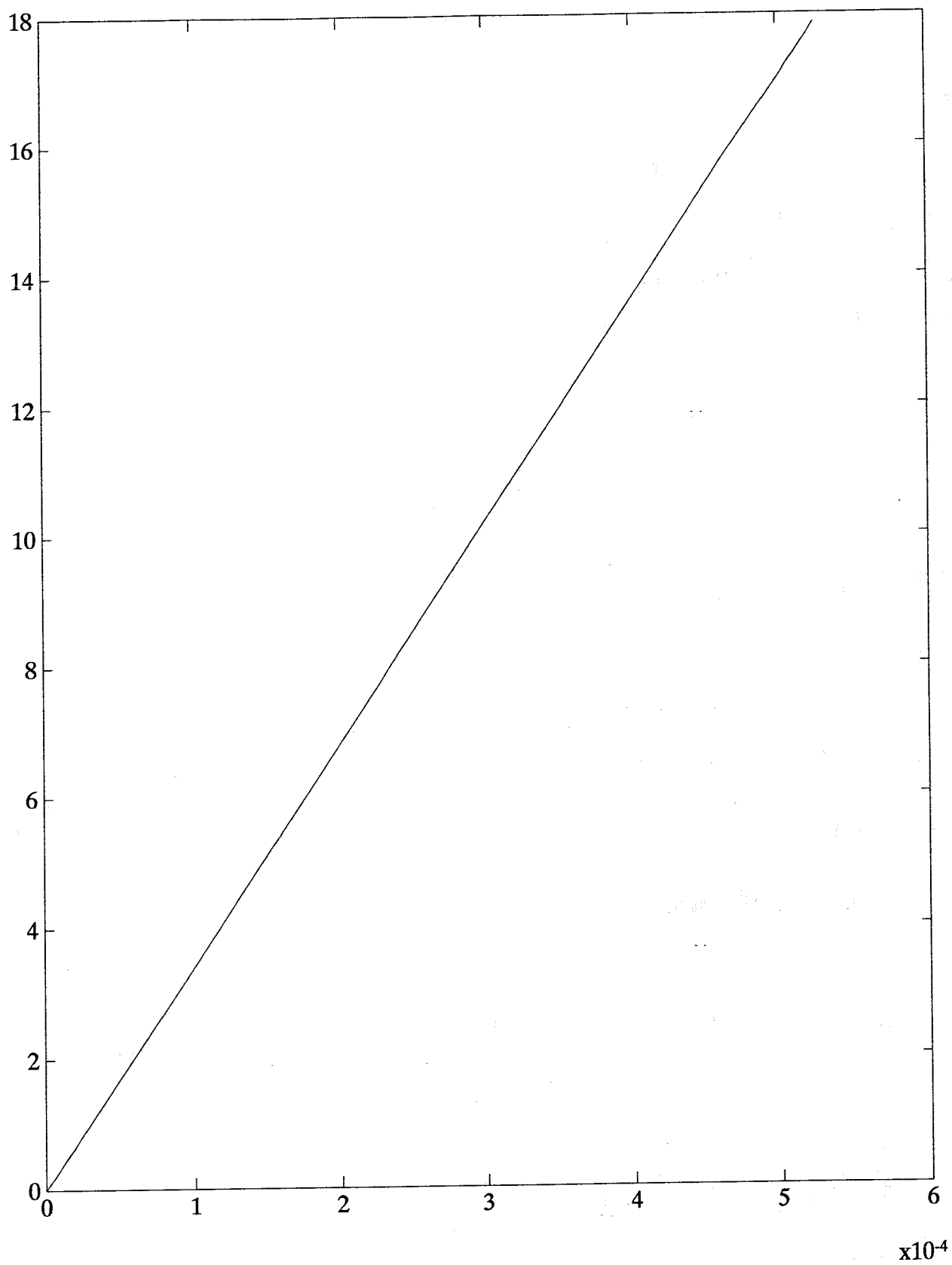
21



<b>PLOT FILE</b> plot02.pic
<b>MODEL</b> 
<b>Eye point:</b> X= 0.000E+00 Y= 0.000E+00 Z= infinity
<b>ANALYSIS</b> Nonlinear Step 94
<b>NODAL DATA</b> Total loads Extreme values: max= 1.413E+03 min= 0.000E+00 Deform. x 6.738E-05 Figure x 6.738E-05
<b>ELEMENT DATA</b> Crack status
<b>DIANA</b>  27-Feb-92 08:56

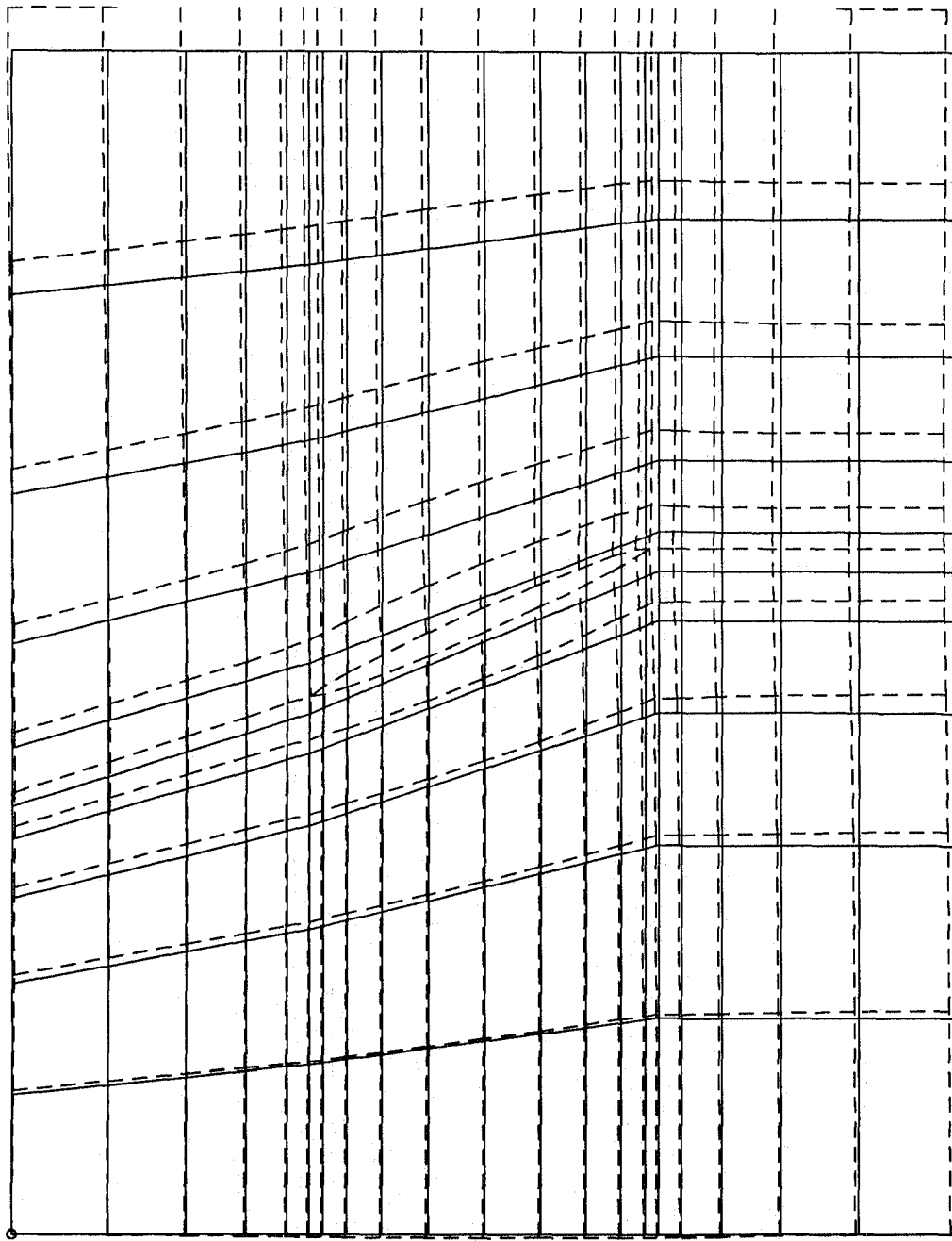






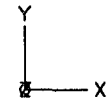
$Ra$

**BIJLAGE C**



PLOT FILE  
PLAAT1.pic

MODEL

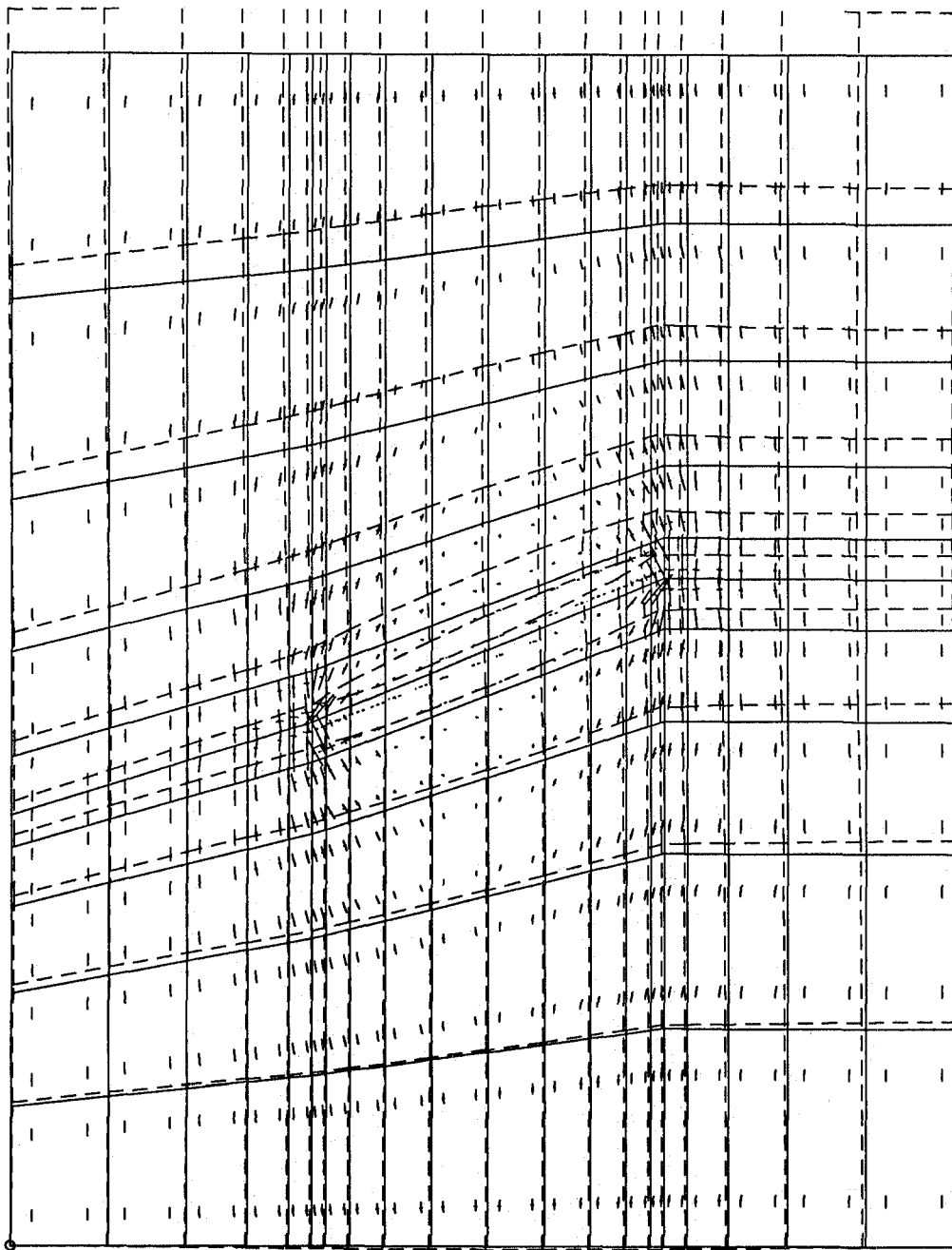


Eye point:  
X= 0.000E+00  
Y= 0.000E+00  
Z= infinity

ANALYSIS  
Linear, static  
load set 1

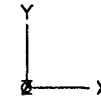
NODAL DATA  
Displacements  
Extreme values:  
max= 2.934E-03  
min= 0.000E+00  
Deform. x 3.245E+01

ELEMENT DATA  
Principal stress  
Figure x 2.24E-10  
Extreme values:  
max= 4.245E+08  
min= -1.533E+08



PLOT FILE  
PLAAT1.pic

MODEL

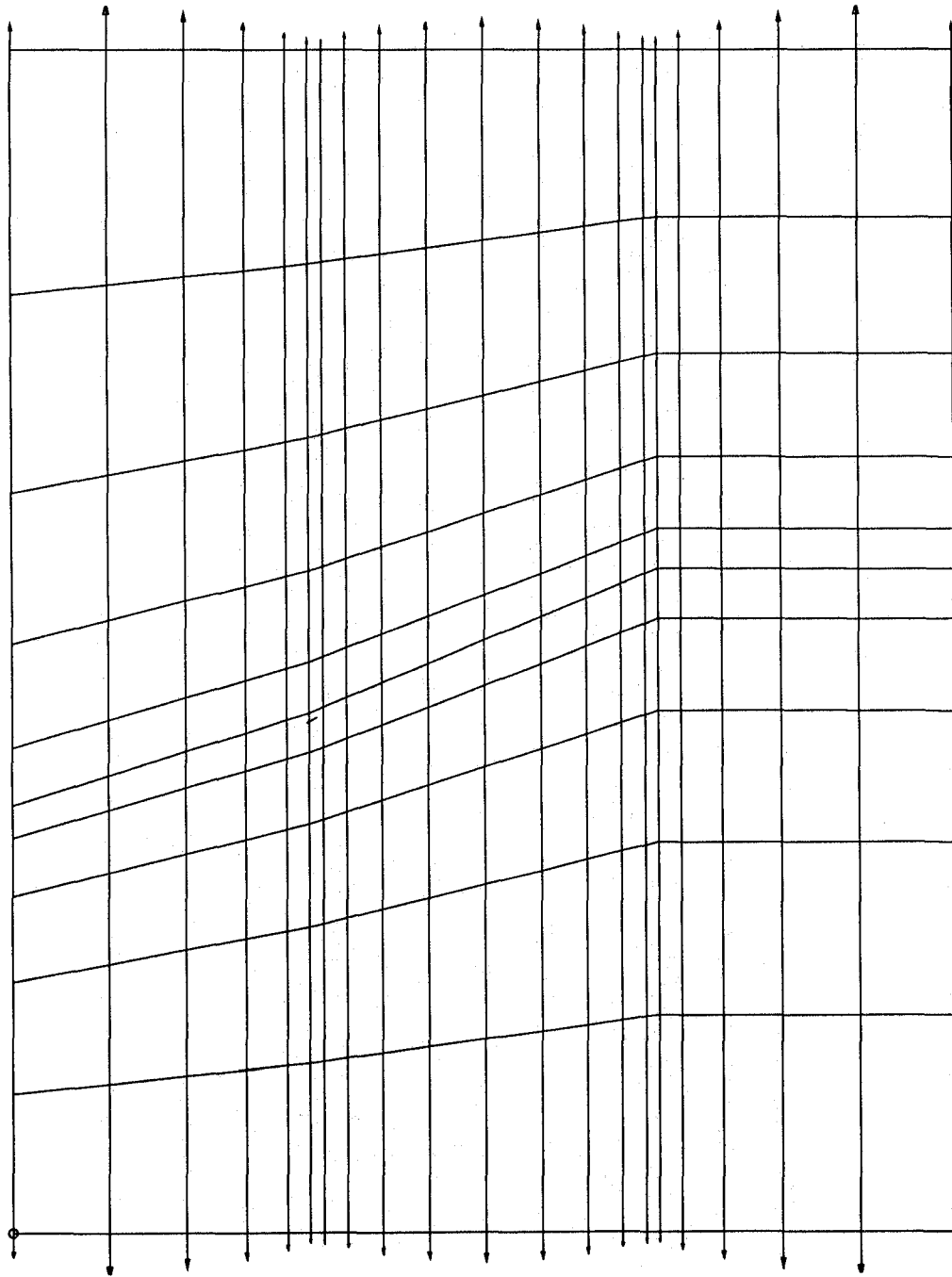


Eye point:  
X= 0.000E+00  
Y= 0.000E+00  
Z= infinity

ANALYSIS  
Linear, static  
load set 1

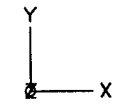
NODAL DATA  
Displacements  
Extreme values:  
max= 2.934E-03  
min= 0.000E+00  
Deform. x 3.245E+01

ELEMENT DATA  
Principal stress  
Figure x 2.24E-10  
Extreme values:  
max= 4.245E+08  
min= -1.533E+08



PLOT FILE  
 plaat00.pic

MODEL

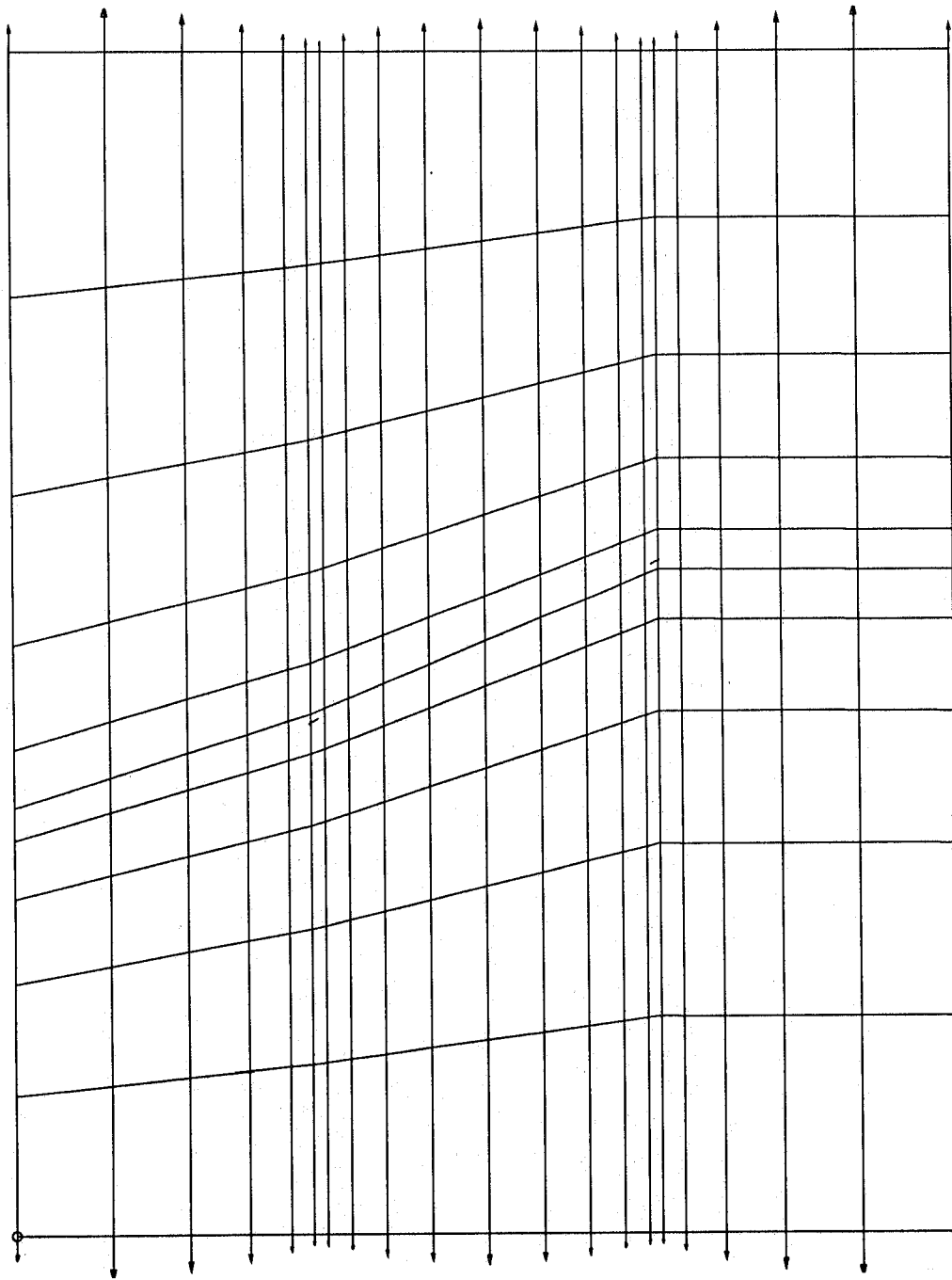


Eye point:  
 X= 0.000E+00  
 Y= 0.000E+00  
 Z= infinity

ANALYSIS  
 Nonlinear  
 Step 10

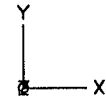
NODAL DATA  
 Total loads  
 Extreme values:  
 max= 4.193E+03  
 min= 0.000E+00  
 Deform. x 2.271E-05  
 Figure x 2.271E-05

ELEMENT DATA  
 Crack status



PLOT FILE  
plaat01.pic

MODEL

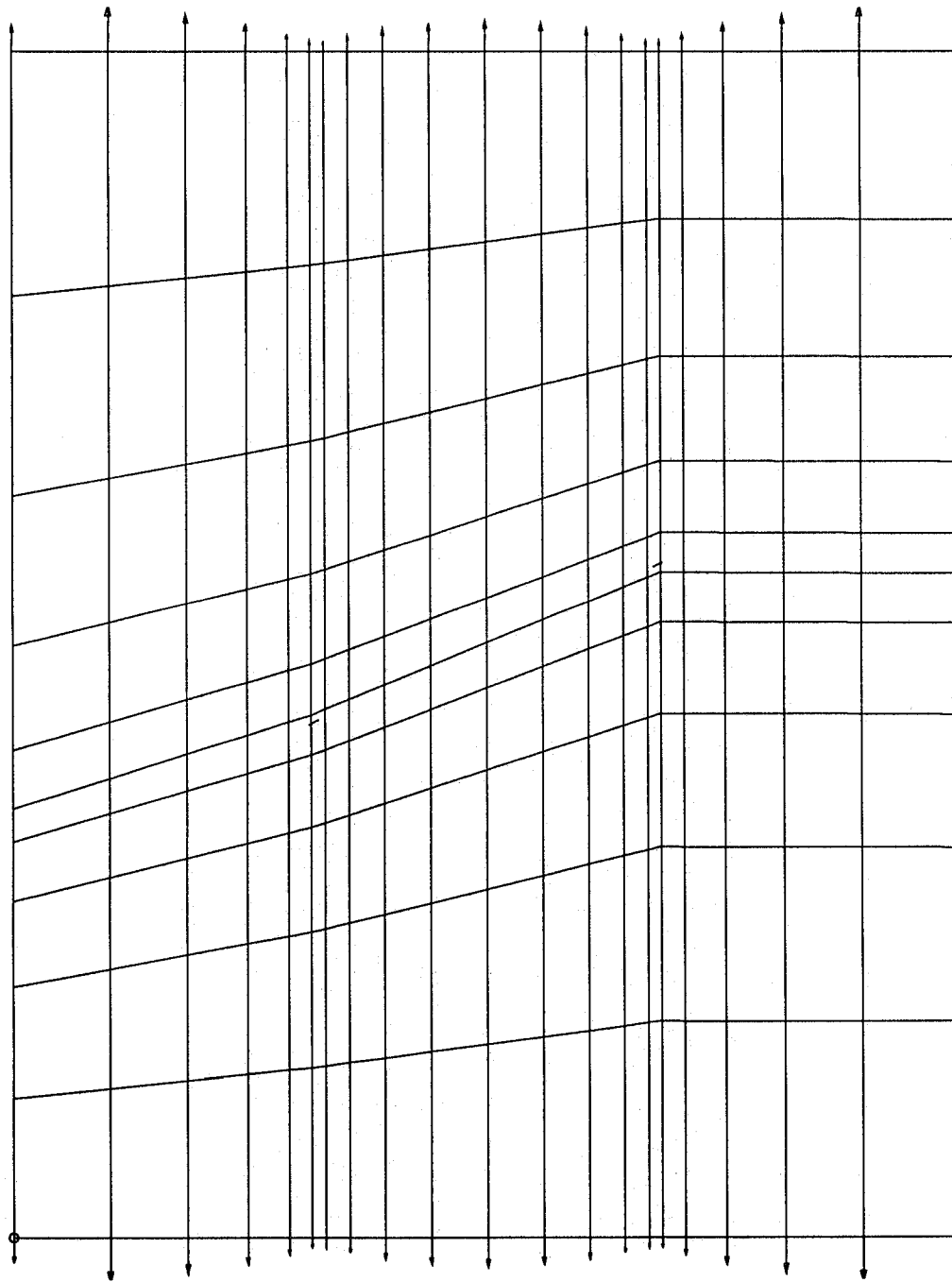


Eye point:  
X= 0.000E+00  
Y= 0.000E+00  
Z= infinity

ANALYSIS  
Nonlinear  
Step 30

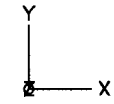
NODAL DATA  
Total loads  
Extreme values:  
max= 4.412E+03  
min= 0.000E+00  
Deform. x 2.158E-05  
Figure x 2.158E-05

ELEMENT DATA  
Crack status



PLOT FILE  
 plat02.pic

MODEL

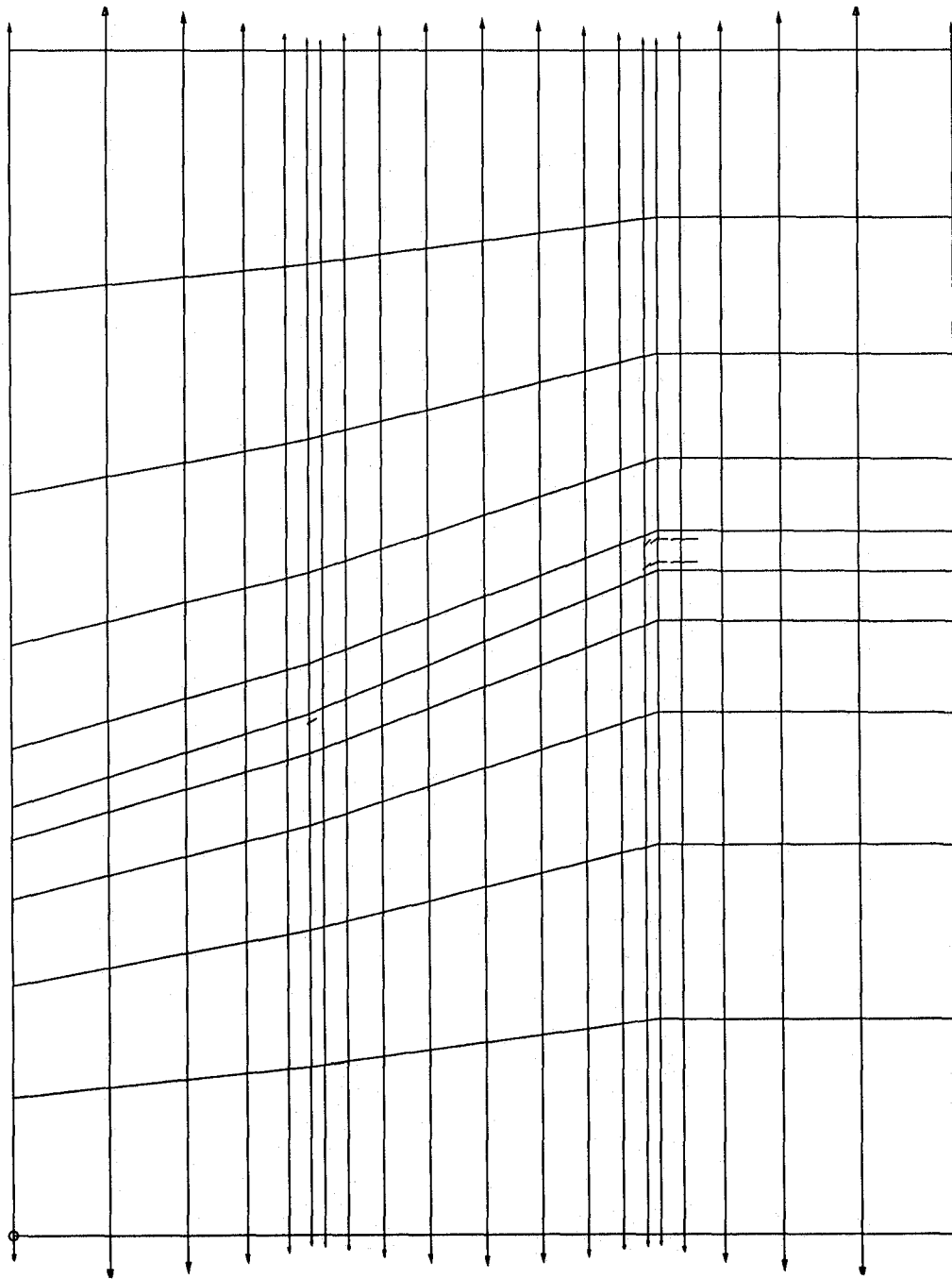


Eye point:  
 X= 0.000E+00  
 Y= 0.000E+00  
 Z= infinity

ANALYSIS  
 Nonlinear  
 Step 50

NODAL DATA  
 Total loads  
 Extreme values:  
 max= 4.780E+03  
 min= 0.000E+00  
 Deform. x 1.992E-05  
 Figure x 1.992E-05

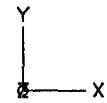
ELEMENT DATA  
 Crack status



Y

PLOT FILE  
plaat03.pic

MODEL



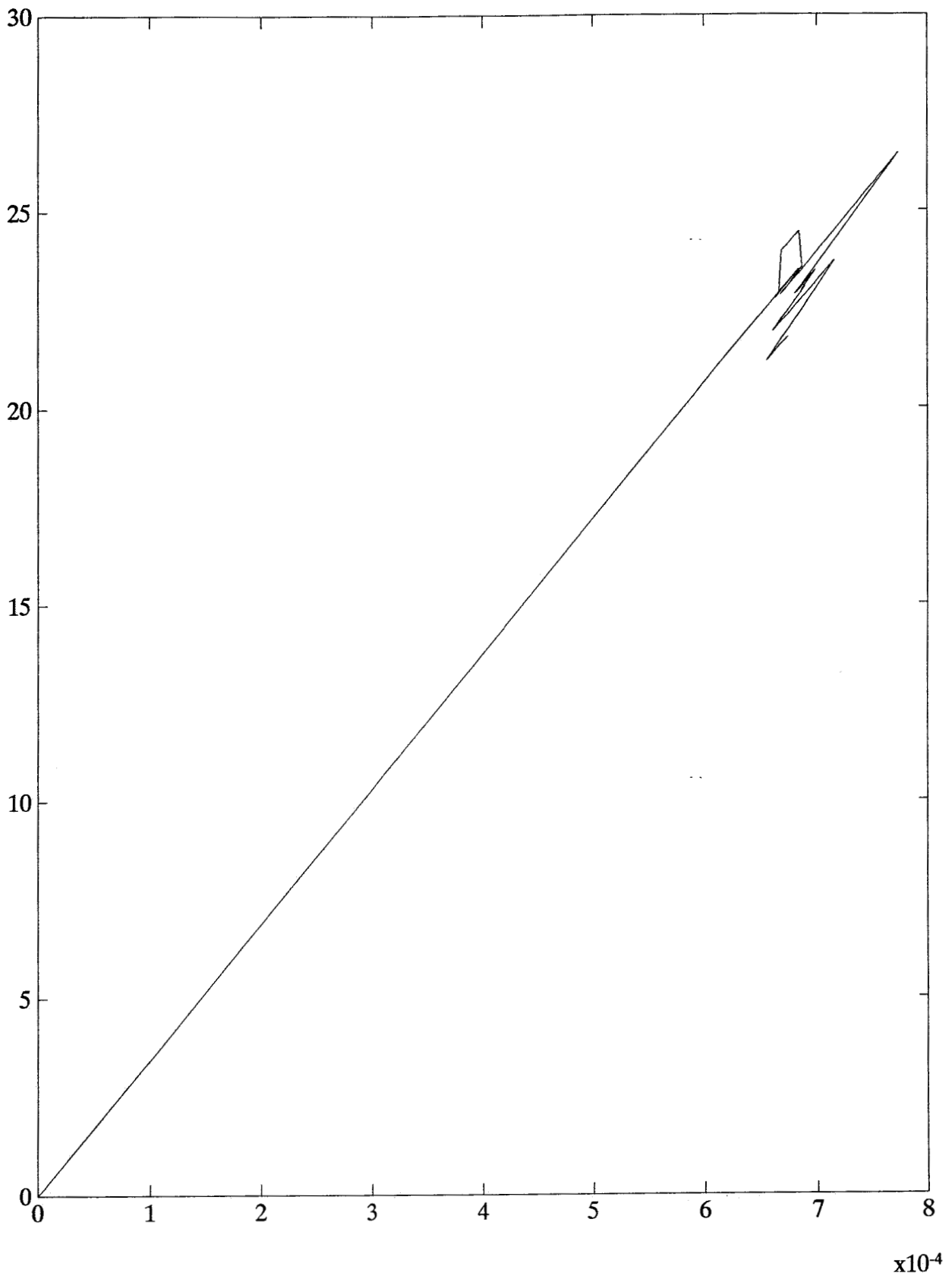
Eye point:  
X= 0.000E+00  
Y= 0.000E+00  
Z= infinity

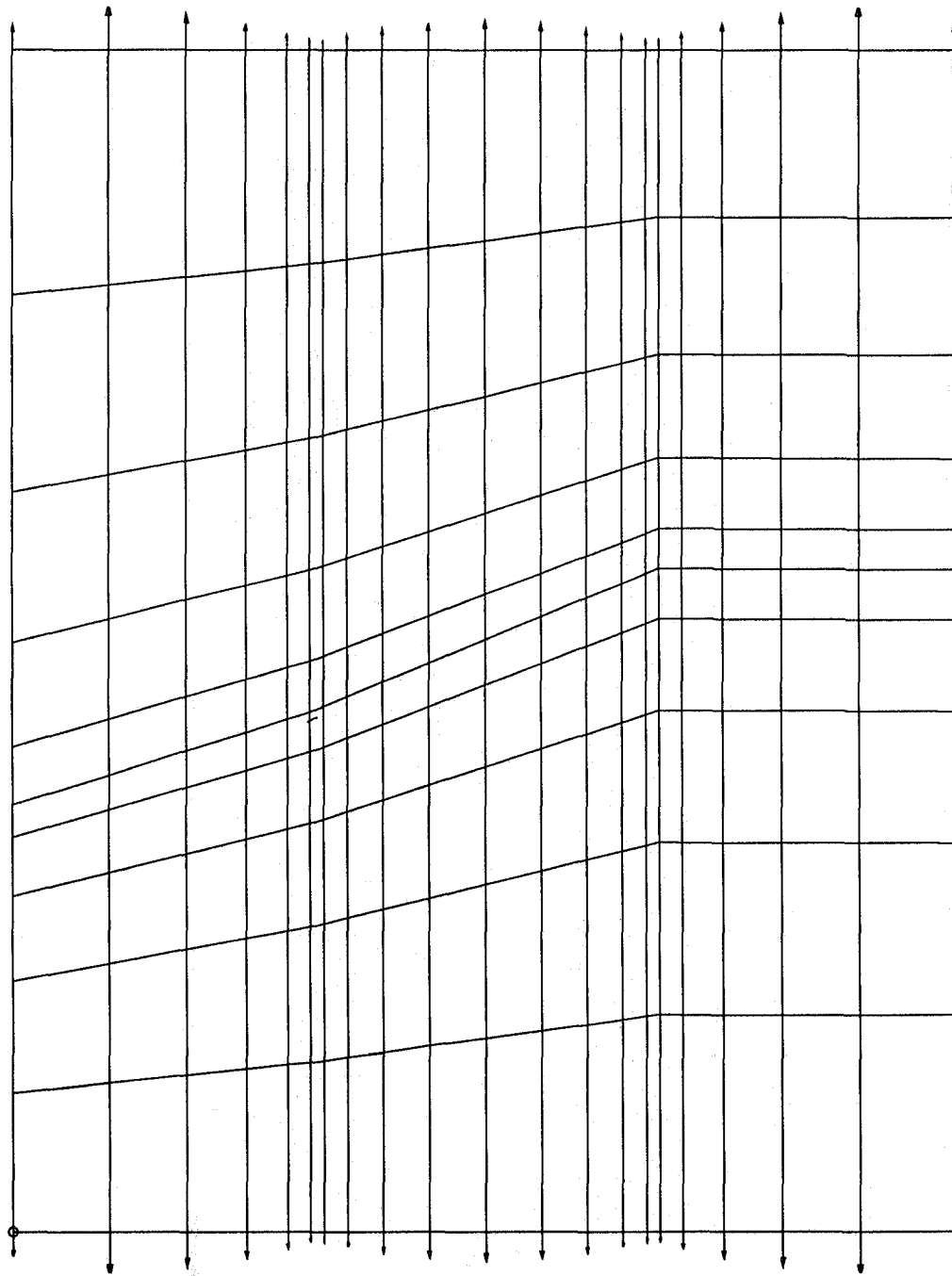
ANALYSIS  
Nonlinear  
Step 90

NODAL DATA  
Total loads  
Extreme values:  
max= 4.011E+03  
min= 0.000E+00  
Deform. x 2.374E-05  
Figure x 2.374E-05

ELEMENT DATA  
Crack status

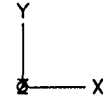






PLOT FILE  
plot00.pic

MODEL

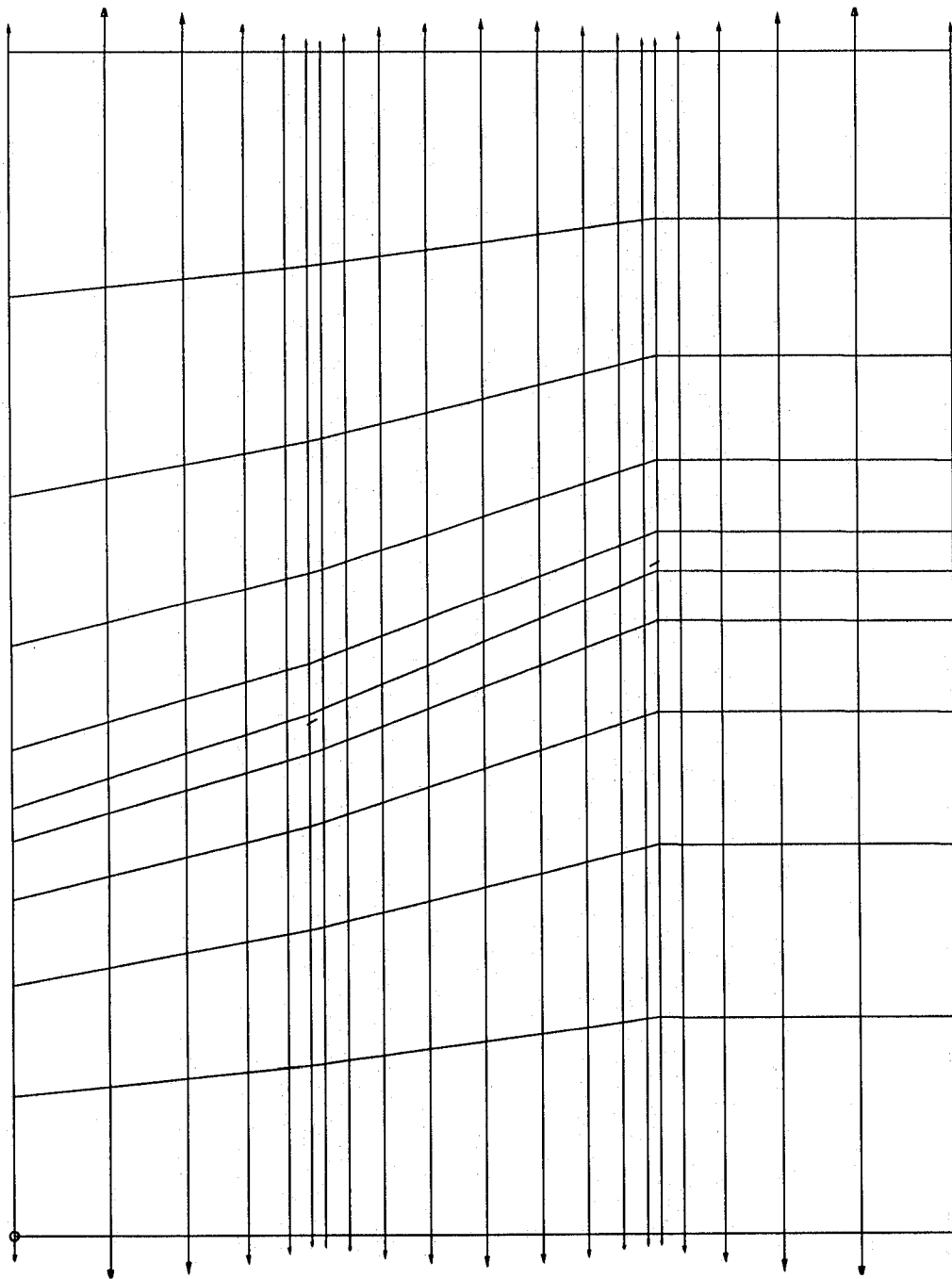


Eye point:  
X= 0.000E+00  
Y= 0.000E+00  
Z= infinity

ANALYSIS  
Nonlinear  
Step 10

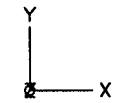
NODAL DATA  
Total loads  
Extreme values:  
max= 4.193E+03  
min= 0.000E+00  
Deform. x 2.271E-05  
Figure x 2.271E-05

ELEMENT DATA  
Crack status



PLOT FILE  
plaat01.pic

MODEL

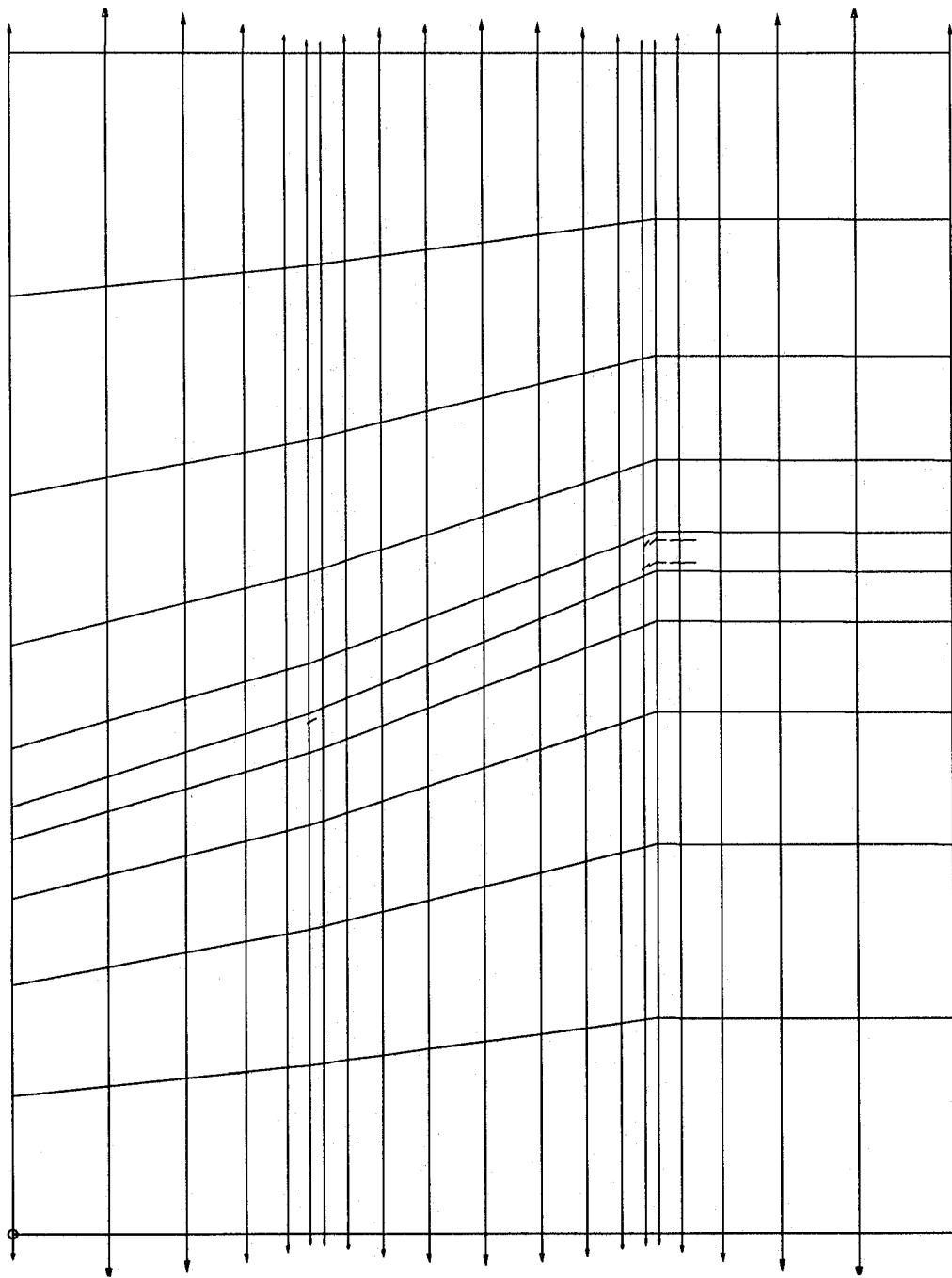


Eye point:  
X= 0.000E+00  
Y= 0.000E+00  
Z= infinity

ANALYSIS  
Nonlinear  
Step 30

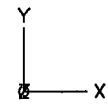
NODAL DATA  
Total loads  
Extreme values:  
max= 4.412E+03  
min= 0.000E+00  
Deform. x 2.158E-05  
Figure x 2.158E-05

ELEMENT DATA  
Crack status



PLOT FILE  
plaat03.pic

MODEL

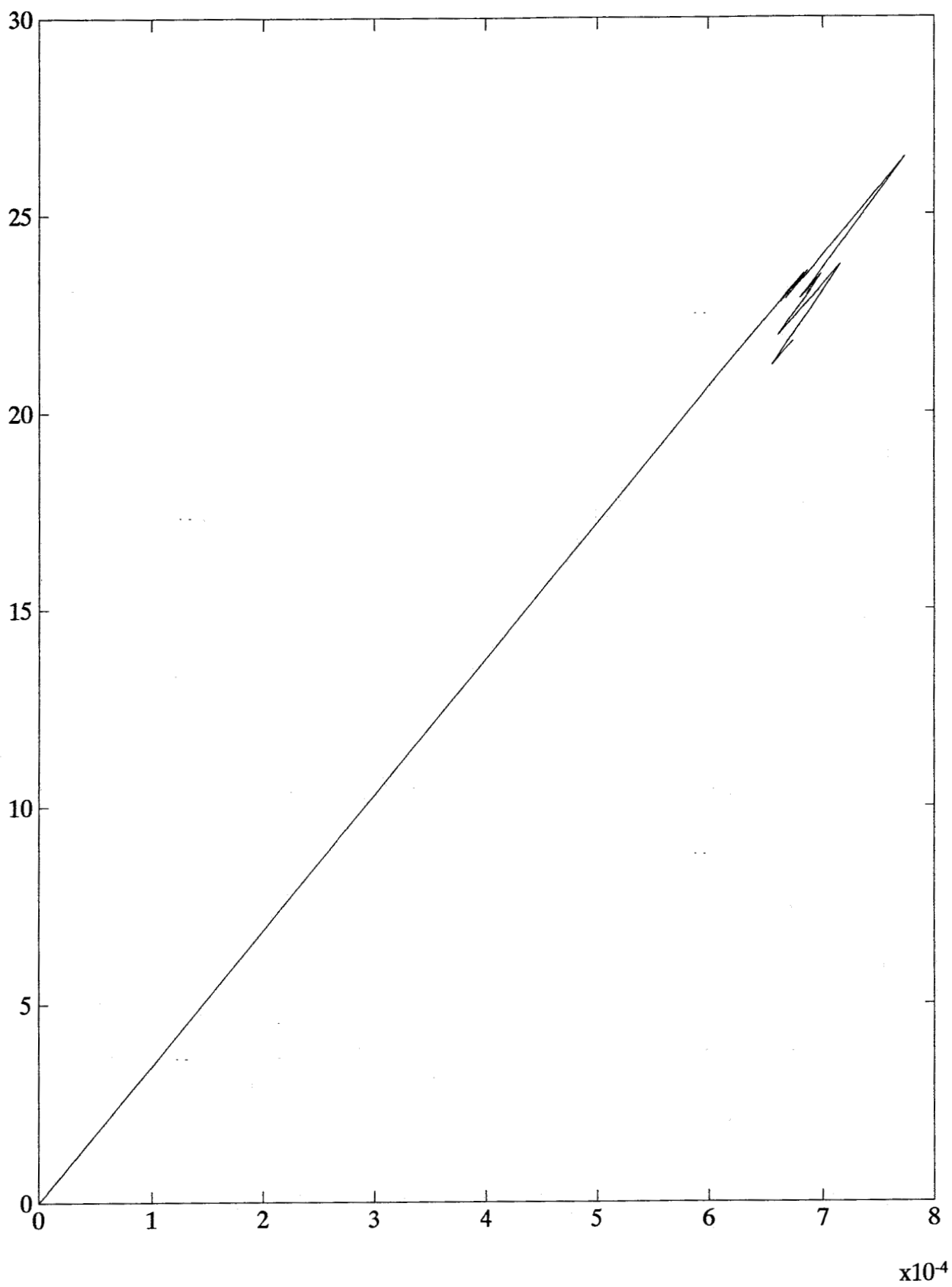


Eye point:  
X= 0.000E+00  
Y= 0.000E+00  
Z= infinity

ANALYSIS  
Nonlinear  
Step 90

NODAL DATA  
Total loads  
Extreme values:  
max= 4.011E+03  
min= 0.000E+00  
Deform. x 2.374E-05  
Figure x 2.374E-05

ELEMENT DATA  
Crack status



**BIJLAGE D**

2 XAXIS 1.0 0.0 0.0 file.dat

### 3.1.3 Cracking

This section describes the input syntax of cracking for generic elements. Cracking is specified as tension cut-off, tension softening and shear retention.

#### Syntax: Cracking generic elements

'MATERI'	
1	80
<p><b>CRACK</b> <b>CRKVAL</b></p>	<p><i>Tension cut-off:</i> <u>tconr<sub>n</sub></u>  ft, ft, fc,</p>
<p><b>TENSIO</b> <b>TENVAL</b></p>	<p><i>Tension softening:</i> <u>tsonr<sub>n</sub></u>  epsu, snn, enn, ... ft, gf, b,</p>
<p><b>TAUCRI</b> <b>BETA</b></p>	<p><i>Shear retention:</i> <u>shrn<sub>r</sub></u>  beta, beta0,</p>

- CRACK** Tension cut-off criterion number *tconr* (figure 3.2a):
- 1 Constant stress cut-off: a crack arises if the major principal tensile stress exceeds  $f_t$ .
  - 2 Linear stress cut-off: a crack arises if the major principal tensile stress exceeds the minimum of  $f_t$  and  $f_t ( 1 + \frac{\sigma_{lateral}}{f_c} )$ , with  $\sigma_{lateral}$  being the lateral principal stress.
- CRKVAL** Values to describe tension cut-off criterion:
- Constant stress cut-off:*
  - ft* Tensile strength  $f_t$ .
  - Linear stress cut-off:*
  - ft* Tensile strength  $f_t$ .
  - fc* Compressive strength  $f_c$ .
- TENSIO** Tension softening criterion number *tsonr* (figure 3.2b):
- 0 Immediate stress drop to zero.
  - 1 Linear.
  - 2 Multi-linear.
  - 3 Nonlinear, according to Moelands and Reinhardt:

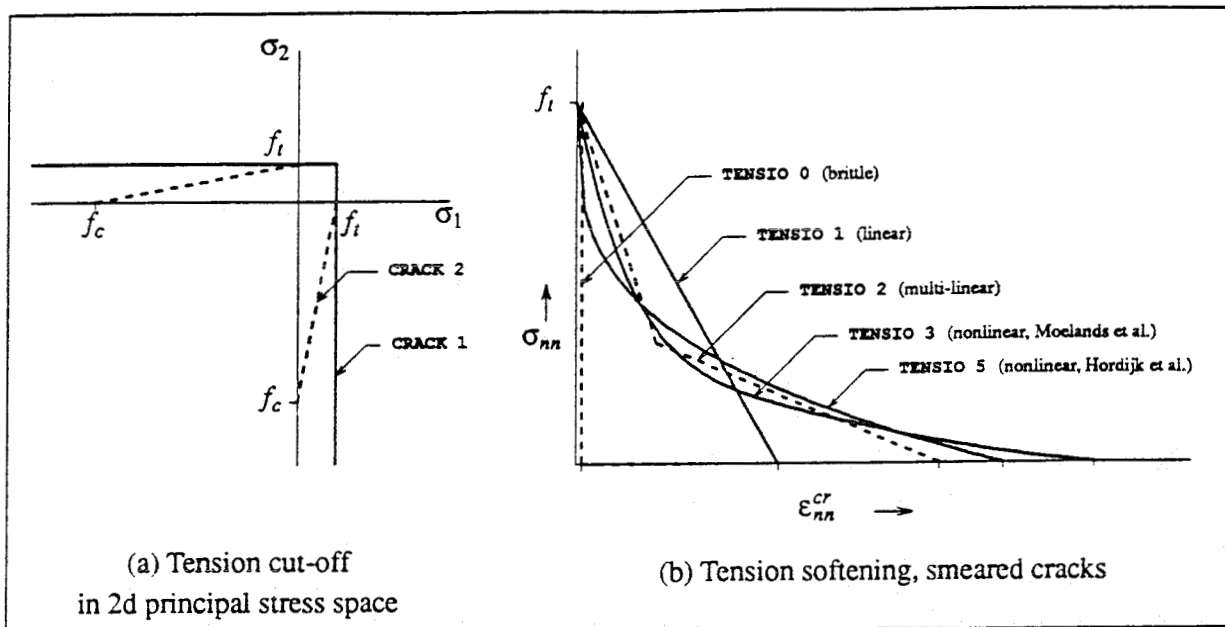


Figure 3.2 Cracking criteria

$$\frac{\sigma_{nn}}{f_t} = 1 - \left( \frac{\epsilon_{nn}^{cr}}{\epsilon_u} \right)^k$$

4  
5

Nonlinear, according to Hordijk, Cornelissen and Reinhardt:

$$\frac{\sigma_{nn}}{f_t} = \left\{ 1 + \left( c_1 \frac{\epsilon_{nn}^{cr}}{\epsilon_u} \right)^3 \right\} \exp \left( -c_2 \frac{\epsilon_{nn}^{cr}}{\epsilon_u} \right) - \frac{\epsilon_{nn}^{cr}}{\epsilon_u} (1 + c_1^3) \exp(-c_2)$$

with  $c_1 = 3.0$  and  $c_2 = 6.93$ .

**TENVAL** Values to describe tension softening criterion:

*Immediate stress drop to zero:*  
No values to be specified.

*Linear tension softening:*  
**epsu** Ultimate strain  $\epsilon_u$  of diagram.

Note: With tension stiffening for reinforced concrete, take  $\epsilon_u = \frac{\sigma_{y,steel}}{E_{steel}}$ . With tension softening for unreinforced concrete, take  $\epsilon_u = 2 \frac{G_f}{f_t \cdot h}$ , with  $G_f$  the fracture energy, and  $h$  the estimated crack band width.

*Multilinear tension softening:*  
**snn** Tensile stress  $\sigma_{nn}$  normal to crack.  
**enn** Tensile crack strain  $\epsilon_{nn}^{cr}$  normal to crack.  
Two values for each breakpoint in the diagram.  
Condition: number of breakpoints  $\leq 5$ .

Note: the diagram may also contain ascending parts (hardening).  
Note: last (zero) branch must also be specified, via a point far away with zero



stress and very high strain.

*Nonlinear tension softening:*

*ft* Tensile strength  $f_t$ .  
*gf* Fracture energy  $G_f$ .  
*h* Estimated crack band width  $h$ .

**TAUCRI** Shear retention criterion number *shrnz*:

0 Full shear retention, i.e. elastic shear stiffness maintained.  
 1 Constant shear retention factor  $\beta$ .  
 2 Variable shear retention factor  $\beta = \frac{1}{1 + 4447 \epsilon_{rn}^{cr}}$ .

**BETA** Values to describe shear retention criterion. Only for criteria 1 and 2:

*Constant shear retention factor:*  
*beta* Value of  $\beta$ .  
 Condition:  $0.0 \leq \beta < 1.0$ .

*Variable shear retention factor:*  
*beta0* Starting value  $\beta_0$ , required to avoid that  $\beta$  becomes exactly 1.0 when the crack arises, i.e. when  $\epsilon_{rn}^{cr} = 0.0$ .  
 Condition:  $0.0 \leq \beta_0 < 1.0$ .  
 Recommended:  $\beta_0 = 0.999$ .

### Example: Smearred cracking

```

file.dat
'MATERI'
:constant stress cut-off
:constant shear retention
:linear tension softening, ft=3. N/mm2, Gf=0.05 N/mm, h=10. mm
  1 CRACK 1
    CRKVAL 3.
    TAUCRI 1
    BETA 0.03
    TENSIO 1
    TENVAL 0.00333
: bilinear tension softening, ft=3. N/mm2, Gf=0.05 N/mm, h=10. mm
: diagram Hillerborg, breakpoint at 1/3 times ft and 2/9 times epsu
: last branch must also be specified!
  2 TENSIO 2
    TENVAL 3. 0. 1. 0.00133 0. 0.006 0. 100000.
: nonlinear tension softening, ft=3. N/mm2, Gf=0.05 N/mm, h=10. mm
  3 TENSIO 5
    TENVAL 3. 0.05 10.
: linear tension stiffening, sigy=400. N/mm2, Esteel=210000. N/mm2
  4 TENSIO 1
    TENVAL 0.0019
file.dat

```

## 3.1.4 Visco Elasticity

This section describes the input syntax of visco elasticity for generic elements. Two visco elastic models are available: Maxwell chain and Power law. The Maxwell chain model is specified by the number of units in the chain, and for each unit the elasticity (optionally time and/or temperature dependent) and the relaxation (optionally). The Power law model is specified by four parameters. The

## 5. Analysis Commands (\*NONLIN)

This chapter describes the commands for a nonlinear analysis. The \*NONLIN command must be followed by a number of subcommands mostly grouped together in blocks:

### Syntax: General lay-out NONLIN commands

*Commands for preliminary linear analysis (§5.1)*

\*NONLIN

INITIA

*Initialization commands (§5.2)*

END INITIA

LOADIN

*Specification of nonlin loads (§5.3)*

END LOADIN

[SELECT PRINT

*Output selection commands (§5.4)*

END SELECT PRINT]

[SELECT NEUTRA

*Neutral data selection commands (§5.5)*

END SELECT NEUTRA]

[SELECT ARCLIN

*Indirect displacement control selection commands (§5.6)*

END SELECT ARCLIN]

EXECUT

*Step execution commands (§5.7)*

END EXECUT

[PRINT STEP]

*Print last step command (§5.8)*

[NEUTRA]

*Print on the neutral file command (§5.9)*

\*END

\*END

The various commands are described in the referred sections. Below, three introductory remarks are made for novice users.

### Separated or concatenated command files

The user is free to split up commands into separate files, or to concatenate them, i.e. to put them one after another in a single command file.

A popular splitting method is to put the commands for the preliminary linear analysis into a file, say `lin.com`, the commands for initialization and loading specification into, say `nlini.com`, the commands for output selection and step execution into, say `nlexe.com`. The former two files are fixed and executed only once, whereas `nlexe.com` is executed several times in various forms (e.g. with subsequent steps, smaller steps, other iterative procedure, other output selection etc.). Separate GRAPHI command files may be inserted as well, to plot step results. A set of DIANA jobs then looks like:

```

diana lin.com input.dat lin.out user.ff
diana nlini.com nlini.out user.ff
diana nlexe1.com nlexe1.out user.ff
diana graph1.com graph1.out user.ff graph1.pic
diana nlexe2.com nlexe2.out user.ff
diana graph2.com graph2.out user.ff graph2.pic
d...

```

The alternative way is to concatenate all six command files into, say `total.com`, and to run the job as

```
diana total.com input.dat total.out user.ff
```

The names of the plot files then must be specified in the command file, as for instance `PLOT FI='graph1.pic'`.

### Saving the FILOS-file

In an incremental-iterative procedure, it is useful to save the database after certain steps. If divergence might occur in subsequent steps, a restart can be made from a previously saved step, whereby smaller load increments or different solution strategies can be inserted to retry and find convergence.

Two possibilities exist to save the FILOS file:

- Via copy command of operating system, e.g. under UNIX

```

diana nlexe1.com nlexe1.out user.ff
cp user.ff svuser1.ff
diana nlexe2.com nlexe2.out user.ff

```

If `nlexe2.out` signals divergence, adapt `nlexe2.com` and restart as

```

cp svuser1.ff user.ff
diana nlexe2.com nlexe2nw.out user.ff

```

If disc-space is a bottle neck on your UNIX system, you may compress the saved FILOS-files like

```

diana nlexe1.com nlexe1.out user.ff
cp user.ff svuser1.ff
compress svuser1.ff
diana nlexe2.com nlexe2.out user.ff

```

and make the restart via

```

uncompress svuser1.ff
cp svuser1.ff user.ff
diana nlexe2.com nlexe2nw.out user.ff

```

- Via the copy command of module FILOS, see (Vol.0 §5).

Create command file like:

```

*FILOS
COPY FI="svuser1.ff"
*END
*END
ficopl.com
ficopl.com

```

and run this in between the NONLIN commands, either stand-alone or concatenated to the NONLIN command files. The return copy prior to a restart is made most conveniently via the copy command of your operating system.

## 5.1 Preliminary Linear Analysis

Before performing a nonlinear analysis, a linear elastic analysis with the 'extended store option' `STORE.X` in Module `ELASSE` must be completed.

### Example: Preliminary linear analysis

```

file.com
*FILOS
  INITIALIZE MA=40000
*INPUT
*ELASSE
  STORE.X
*ELMAT
*LOADS
*ORDER
*SOLVE
*END
*END
file.com

```

- \*FILOS    Module `FILOS` is used to maintain the `FILOS`-file, i.e. the central database for each analysis with `DIANA` (Vol.0 §5).
- INITIA    Initializes the `FILOS`-file, in this example with maximum size 40000 blocks. Be sure to specify a safe maximum, since nonlinear continuation of the analysis requires additional space. In case of trouble, the `FILOS EXPAND` or `COPY` commands may help you, see (Vol.0 §5).
- \*INPUT    Module `INPUT` reads the complete input data file (Vol.1A §13.1). This file must not only contain data for the linear elastic analysis, but also the nonlinear material data (§3) and the special nonlinear data, e.g. temperature data if any (§4).
- \*ELASSE    Module `ELASSE` evaluates the FE-model, with respect to element shapes and properties, boundary conditions and the like (Vol.1A §13.2).
- STORE.X    Activates the 'extended storage' option: the `FILOS` file is organized for nonlinear analysis and additional data required for nonlinear analysis is stored.
- \*ELMAT    Module `ELMAT` by default determines and stores the element stiffness matrices (Vol.1A §13.3). For combined nonlinear/dynamic analysis with Module `SHOCK` the element mass matrices must be stored as well (Vol.1A §13.3).
- \*LOADS    Module `LOADS` generates the loading vector(s) for input load set(s) (Vol.1A §13.4).
- \*ORDER    Module `ORDER` does an internal reordering of node numbers to reduce the band width of the system of equations (Vol.1A §13.5). This is of particular importance for nonlinear analysis because of the necessity to solve the system of equations very frequently during equilibrium iterations.
- \*SOLVE    Module `SOLVE` solves the system of equations and calculates the displacements for the load sets (Vol.1A §13.6).
- \*END
- \*END    Indicates end of the commands; comment or inactive commands may follow.

Although the preliminary commands described above are formally sufficient, `NONLIN` users are urged to also post-process the linear analysis, before continuing with the nonlinear analysis. This is to detect possible modeling mistakes in an early stage, thus avoiding frustrations after a time-consuming nonlinear analysis.

A typical addition to the above command file is

**Example: Post-processing linear analysis**

```

*STREAC
  NODES DISPLA REACTI
  ELEMEN STRESS.SP
*OUTPRI
  SELECT
    NODES 1-5 8 /
    ELEMEN 2-6 / IP=1 / 7 //
  END SELECT
  NODES DISPLA REACTI
  ELEMEN STRESS.SP
*GRAPHI
  MODEL
  END MODEL
  DATA
  CASE 1
  NODES DISPLA
  END DATA
  PLOT FI="dlin"
  TEXT "Deformations, linearly elastic, case 1"
  MODEL LI=..
  NODES. DATA.D LI=-
  END PLOT
  DATA
  CASE 1
  ELEMEN STRESS.P .12
  END DATA
  PLOT FI="slin"
  TEXT "Principal stresses, linearly elastic, case 1"
  MODEL LI=-
  ELEMEN. DATA.F
  END PLOT
*END
*END

```

*STREAC	Module STREAC calculates and stores strains, stresses and/or reactions for the load sets of the linear analysis (Vol.1A §13.7).
NODES DISPLA REACTI ELEMEN STRESS.SP	Calculate and store nodal displacements and reactions. Calculate and store primary and principal stresses for element integration points.
*OUTPRI	Module OUTPRI produces a printed output for the load sets of the linear elastic analysis (Vol.1A §14.2).
SELECT	Select block specifies node and element numbers for which printed output is asked. As an appetizer for nonlinear analysis, selection of a few nodes and/or elements will do in most cases.
NODES DISPLA REACTI ELEMEN STRESS.SP	Print displacements and reactions for selected nodes. Print primary and principal stresses for selected element integration points.
*GRAPHI	Module GRAPHI is activated to produce a picture of the finite element model and linear results, see (Vol.0 §7). A picture of the deformed shape and a display of stress rosettes gives a quick and complete insight

## 5.2 Initialization (INITIA)

After the preliminary linear analysis, the nonlinear analysis must once be initialized to open up the possibility for using nonlinear phenomena and solution options during the analysis, and to add initial conditions, if any. The initialization commands are supplied in a command block starting with **INITIA** and terminated with **END INITIA**.

### Syntax: Initialization nonlinear analysis

```

INITIA ( _____ )
  MS=mstepsn
  ML=mnlloan
  MT=mtimlon
  ST=sttimen

ANALYS PHYSIC ( _____ )
  PLASTI
  CREEP
  TEMPER
  CONCEN
  CRACKI
  ELASTI
  VISCEL
  HYPER
  INTERF

ANALYS GEOMET ( _____ )
  NONCLO

[OPTION ( _____ )]
  TANGEN
  NONSYM
  RIKS

[START ( _____ )]
  DISPLA(.CI) (loasetn) facr /
  STRESS(.CI) (loasetn) facr /
  STRESS(.C) (loasetn) facr OC=dirgra3r /
  PRESTR (loasetn) facr /

END INITIA

```

<b>INITIA</b>	Initialize for nonlinear analysis.
<b>MS=<i>mstep</i></b>	Maximum number of steps [ <b>MS=200</b> ]. Warning: avoid frustrations, take safe maximum.
<b>ML=<i>mnlloa</i></b>	Maximum number of nonlin loads to be specified [ <b>ML=5</b> ].
<b>MT=<i>mtimlo</i></b>	Maximum number of time-load diagrams to be specified [ <b>MT=1</b> ].
<b>ST=<i>sttime</i></b>	User specified starting time [ <b>ST=0</b> ].
<b>ANALYS PHYSIC</b>	Specification of physically nonlinear phenomena (arbitrary order) that <i>may possible be used</i> in the analysis. The <i>actual usage</i> for each load or time step is specified in the EXECUT command block. The necessary input data for physically nonlinear phenomena is supplied via the input file, as described in (§2-3).
<b>PLASTI</b>	Plasticity.
<b>CREEP</b>	Creep.
<b>TEMPER</b>	Temperature influence on material properties, and/or temperature load.
<b>CONCEN</b>	Concentration influence on material properties, and/or concentration load.

<b>CRACKI</b>	Smeared cracking.
<b>ELASTI</b>	Nonlinear elasticity.
<b>VISCEL</b>	Visco elasticity.
<b>HYPER</b>	Hyper elasticity for rubber-like materials.
<b>INTERF</b>	Interface nonlinearity.
<b>ANALYS GEOMET</b>	Specification of the fact that geometrical nonlinearity <i>may possible be used</i> in the analysis. The <i>actual usage</i> for each load or time step is specified in the EXECUT command block. Note: geometrical nonlinearity is implemented as 'Total Lagrange' method.
<b>NONCLO</b>	Non-conservative load Restriction: only for beam elements and CQ40S shell element. Note: for non-conservative pressure load for CQ40S shell elements also PRESSU command in loading specification block must be given, (§5.3).
<b>OPTION</b>	Options that <i>may possibly be used</i> in the analysis. The <i>actual usage</i> for each load or time step depends on specifications in EXECUT command block.
<b>TANGEN</b>	Tangential stiffness method. Obligatory if e.g. regular or modified Newton-Raphson is intended to be used.
<b>NONSYM</b>	Non-symmetric matrices. Obligatory if e.g. regular or modified Newton-Raphson is intended to be used in combination with non-associated plasticity or crack dilatancy.
<b>RIKS</b>	Riks' arc length method (or modified arc length method). Note: not in combination with prescribed nodal displacements ( 'LOADS' - DEFORM ); only in combination with nodal or element loads. Neither in combination with time steps.
<b>START</b>	Start with initial conditions:
<b>STRESS . I</b>	Specified initial stresses. Start with initial stresses as specified via an element prestress load set in input table 'LOADS'. The specification of the element prestress load is described in {Vol. 1A §11}.
<b>STRESS . C</b>	Calculated initial stresses. Start with initial stresses as calculated for a load set of the linear-elastic analysis. Condition: Module STREAC must have been executed with subcommand STRESS such that linear elastic stresses are available.
<b>DISPLA . I</b>	Specified initial displacements. Start with initial displacements as specified via input table 'INIVAR'. The syntax of the input table is described in (§4.4).
<b>DISPLA . C</b>	Calculated initial displacements. Start with initial displacements as calculated for a load set of the linear-elastic analysis.
<b>PRESTR</b>	Prestressed reinforcement. Start with initial reinforcement stresses as specified via a reinforcement prestress load set in input table 'LOADS'. The specification of the reinforcement prestress load is described in {Vol. 1A §12}.
	<i>For all start options:</i>
<b>loaset</b>	Load set number from linear analysis. Note: The load sets from the linear-elastic analysis are defined via subtable COMBIN in input table 'LOADS' (Vol. 1A §10.7). If this subtable has not been specified, there is a one-to-one relation

## 5.3 Loading Specification (LOADIN)

The external nonlin loads are composed of the load sets of the linear-elastic analysis. For time-dependent analyses, time-load diagram(s) must be specified in addition. The nonlin loads and time-load diagrams are specified in a command block starting with **LOADIN** and terminated with **END LOADIN**.

### Note

*If subtable COMBIN in input table 'LOADS' (Vol. 1A §10.7) has been specified, the load set numbers of the linear-elastic analysis are defined via this subtable. If subtable COMBIN has not been specified, the load sets of the linear-elastic analysis are defined as the load cases of the linear-elastic analysis, i.e. the load set numbers directly refer to the load cases.*

### Note

*Loading specification should be done only once, at the beginning of the nonlinear analysis. Later, the specified loadings are actually incremented in the EXECUTE command blocks where reference is made to the numbers defined in the LOADIN block.*

### Syntax: Loading specification nonlinear analysis

```
LOADIN
LOAD(nllonrn): _____ / ...
                (loasetn) facr ...
[TIME tim1;tim2, LOAD(nllonrn) fac1;fac2,]
[PRESSU loasetsn... /]
END LOADIN
```

- LOADIN** Starts the specification of nonlin loads and (optional) time-load diagrams.
- LOAD** Specifies one particular nonlin load; consists of one or more pairs of load set numbers and multiplication factors, terminated with an end-of-record slash:
- nllonr** Number of the nonlin load.  
**loaset** Load set number of linear analysis.  
**fac** Multiplication factor.
- Note: the nonlin loads are defined for reference from EXECUT blocks, where they are actually incremented.
- TIME** Specifies one interval of the time-load diagram. A complete time-load diagram is specified with one or more **TIME** commands.
- tim1** Interval start-time.  
**tim2** Interval end-time.
- LOAD** Specification of the active nonlin load in the time interval:
- nllonr** Nonlin load number.  
**fac1** Multiplication factor at interval start-time.  
**fac2** Multiplication factor at interval end-time.
- PRESSU** Non-conservative pressure load In combination with ANALYS GEOMET NONCLO. Restriction: only available for CQ40S shell elements.
- loasets** Load set numbers of linear analysis. Only the *element loads* of the specified load sets are considered to be non-conservative.



## 5.4 Output Selection (SELECT PRINT)

The optional command block **SELECT PRINT STEPS** specifies a selection of analysis results to be printed as a result of a **PRINT** command. The actual **PRINT** command can be given either inside the execute block, or outside the execute block, see next sections. A description of the resulting printed output is given in (§6).

### Syntax: Selection for printed output

```
[SELECT PRINT STEPS
NODES nodnrsn... /
ELEMEN _____ /
      elmnrsn... / [IP=iptnrsn... /] ...
REINFO _____ /
      reinrsn... / [IP=iptnrsn... /] ...
DISPLA(.ML) { _____ }
              TOTAL
              INCREM
              PHASE
LOAD(.ML) { _____ }
           TOTAL
           RESIDU
STRAIN { _____ }
        TOTAL{.SP}
        ELASTI
        CREEP
        PLASTI
        CRACK
        TEMPER
        CONCEN
STRESS { _____ }
        TOTAL{.SPG}
        CAUCHY{.SP}
        CRACK
STATUS
[SUPPRE LOAD{.FT}]
END SELECT PRINT]
```

#### SELECT PRINT STEPS

Specifies selection for printed output.

#### NODES

Selection of nodes for nodal oriented results: displacements, loadings.

*nodnrs*

Node numbers.

Default: all nodes.

#### ELEMEN

Selection of elements for element oriented results: strains, stresses, status.

*elmnrs*

Element numbers.

Default: all elements.

*IP=iptnrs* Integration points numbers of the selected elements.

Default: all integration points of the selected elements.

<b>REINFO</b>	Selection of reinforcements for reinforcement oriented results: strains, stresses, status.
<b>reinrs</b>	Reinforcement numbers. Default: all reinforcements.
	<b>IP=iptnrs</b> Integration points numbers of the selected reinforcements. Default: all integration points of the selected reinforcements.
<b>DISPLA</b>	<i>Displacements</i> [DISPLA.M].
<b>DISPLA.M</b>	Displacement in model-XYZ directions.
<b>DISPLA.L</b>	Displacement in local degree of freedom directions.
<b>TOTAL</b>	Total displacements, i.e. displacements accumulated up to and including last step. (In case of phased analysis: total of all phases, only available in model axes.)
<b>INCREM</b>	Incremental displacements, i.e. displacement increments of last step only.
<b>PHASE</b>	Total displacement of the current phase (only in case of phased analysis).
<b>LOAD</b>	<i>Loads</i> [LOAD.M].
<b>LOAD.M</b>	Load in model-XYZ directions.
<b>LOAD.L</b>	Load in local degree of freedom directions.
<b>TOTAL</b>	Total load, for definition see (§6.1).
<b>RESIDU</b>	Residual load, for definition see (§6.1).
<b>STRAIN</b>	<i>Strains</i> .
<b>TOTAL.S</b>	Total strains (default).
<b>TOTAL.P</b>	Total principal strains.
<b>ELASTI</b>	Elastic strains.
<b>CREEP</b>	Creep strains.
<b>PLASTI</b>	Plastic strains.
<b>CRACK</b>	Crack strains.
<b>TEMPER</b>	Thermal strains
<b>CONCEN</b>	Concentration strains
<b>STRESS</b>	<i>Stresses</i> .
<b>TOTAL.S</b>	Total stresses (default).
<b>TOTAL.P</b>	Total principal stresses.
<b>TOTAL.G</b>	Generalized stresses (Forces and Moments), only for L2TRU, L4TRU, L6TRU, L6BEN, L12BE, L18B and the curved shell elements.
<b>CAUCHY.S</b>	Cauchy stresses, for geometrically nonlinear analysis only (default).
<b>CAUCHY.P</b>	Principal cauchy stresses, for geometrically nonlinear analysis only.
<b>CRACK</b>	Crack stresses.
<b>STATUS</b>	<i>Status</i> . Indication whether element and/or integration point is yielding or cracked. If applicable the temperature and/or concentration of the integration point is printed.
<b>SUPPRE</b>	<i>Suppress output of:</i>
<b>LOAD.F</b>	Load-time step table.
<b>LOAD.T</b>	Specification of loading history.
<b>END SELECT PRINT</b>	End of print selection.

## 5.6 Indirect control selection (SELECT ARCLLEN)

The optional command block **SELECT ARCLLEN** specifies a selection of displacements to be accounted for in Riks' arc length method (**PERFORM.R**). In the iterations of the standard arc length method, the load increment (or decrement) is scaled as a function of *all* nodal displacements. When localization of deformation occurs, the standard method may fail and a selection of a *limited number* of displacements on either side of the localization to scale the load increments or decrements can yield better results. This option, which is called here 'indirect displacement control' offers the possibility to trace the equilibrium path in such cases, which may display snap-through or snap-back behavior. The indirect displacement control option can only be used in combination with Riks' arc length method (**PERFORM.R**). To continue with automatic arc length control (**PERFORM.A**), after indirect displacement control, use a **SELECT ARCLLEN** block without selection lines to reset the selection (see example).

### Syntax: Indirect Displacement Control Selection

```
[SELECT ARCLLEN
 type, dirnr, alpha, nodes, /
END SELECT ARCLLEN]
```

<b>SELECT ARCLLEN</b>	Specifies selection for indirect displacement control
<i>type</i>	Type of degree of freedom, <b>TR</b> for translation, <b>RO</b> for rotation.
<i>dirnr</i>	Direction number as indicated in table 'DIRECTIONS' in the input file.
<i>alpha</i>	Weight factor
<i>nodes</i>	Node numbers of selected nodes
<b>END SELECT ARCLLEN</b>	End of indirect displacement control selection.

The increment or decrement of the load is based on the incremental displacements of the previous iteration  $\Delta a_{i-1}$ , the unit displacements  $\delta a_i^I$  due to the normalized (unscaled) load vector  $q$ ,

$$\delta a_i^I = K_{i-1}^{-1} q$$

and the displacements  $\delta a_i^{II}$  due to the total load vector at the end of the previous load step minus the vector of internal forces at the end of the previous iteration  $p_{i-1}$

$$\delta a_i^{II} = K_{i-1}^{-1} p_{i-1}$$

The normalized load vector  $q$  is scaled by the load parameter  $\lambda$ . In the standard Riks' arc length control method  $\Delta \lambda$  is computed as:

$$\Delta \lambda_i = \frac{\sum (\Delta a_{i-1} \delta a_i^{II})}{\sum (\Delta a_{i-1} \delta a_i^I)}$$

with summation over all degrees of freedom. While in the indirect displacement control method it is computed as:

$$\Delta \lambda_i = \frac{\sum \Delta a_{i-1} \sum \alpha \delta a_i^{II}}{\sum \Delta a_{i-1} \sum \delta a_i^I}$$

with  $\alpha$  the weight factor for the corresponding displacement and summation over the selected displacements.

If the selected displacements correspond to the displacements on either side of a discrete crack (on one side with a positive weight factor and on the other side with a negative weight factor), the indirect displacement control results in crack opening displacement (COD) control.

**Example**

```
file.com
SELECT ARCLEN
  TR 5 1.0 1 3 5 7-13 /
: direction number 5 as indicated in the input file
  TR 5 -1.0 2 4 6 /
  RO 2 0.5 1 /
END SELECT ARCLEN
...
EXECUTE ...
  PERFORM.R ...
...
END EXECUTE
...
SELECT ARCLEN
: to unselect indirect displacement control
: perform.a can not use indirect displacement control
END SELECT ARCLEN
...
EXECUTE ...
  PERFORM.A ...
...
END EXECUTE
file.com
```

	The number of values specifies the number of steps to be executed.
PERFOR	Specification of iterative procedure (§5.7.1).
NORM	Specification of convergence criterion (§5.7.2).
USE	Starts the description of used phenomena (§5.7.3).
END USE	Terminates the description of used phenomena.
SOLVE	Specification of the solution method to solve the linear systems of equations. (§5.7.4).
PRINT	Print results for steps inside this execute block. The results to be printed are specified in the SELECT PRINT STEP command block (§5.5). Default: for all steps in this EXECUT command block. Optional:
STEPS	Only for step numbers <i>stpnr</i> s, specified as relative numbers within the EXECUT command block.
NEUTRA	Store results for steps inside this execute block as temporary neutral data. The results to be printed are specified in the SELECT NEUTRA STEPS command block (§5.5). To actually put the stored neutral data on the neutral file, use the NEUTRA command outside the EXECUT block (§5.9). Default: for all steps in this EXECUT command block. Optional:
STEPS	Only for step numbers <i>stpnr</i> s, specified as relative numbers within the EXECUT command block.
END EXECUT	End of the EXECUT command block.

### 5.7.1 Iteration Scheme (PERFOR)

The PERFOR command in the EXECUT command block specifies the iteration scheme to be used in the equilibrium iteration process for steps. Examples are given in sub-section (§5.7.4).

#### Syntax: Iteration schemes

PERFOR(.CRA)	_____ [MI= <i>maxitr<sub>n</sub></i> ]
CONSTA	
LINEAR	
NEWTON	[_____]
MODIFI	{.LT}
REGULA	{.LT}
SECANS	[_____]
BFGS	{.LT}
BROYDE	{.LT}
CRISFI	{.LT}

PERFOR	Perform equilibrium iteration.
PERFOR.C	Perform iteration with <i>continuation method</i> .
PERFOR.R	Results of previous step are used to make first estimation (may accelerate). Perform iteration with <i>Riks'</i> arc length method (linearized, Normal Path). Initial step size is taken as specified. When peak load has been passed, decrements must be specified.
PERFOR.A	Perform iteration with automatic arc length method (quadratic, Spherical Path).

- Initial step size is automatically decreased when peak load is being approached, and made negative when peak load has been passed.  
 Note: method easily fails in case of bifurcations.
- MI=maxitr** Maximum number of iterations for each time or load step. Default value depends on iteration method.
- Note: PERFOR.A and PERFOR.R not in combination with prescribed nodal displacements ( 'LOADS' - DEFORM ); only in combination with nodal or element loads. Neither in combination with time steps. For both methods OPTION RIKS must have been specified in the initialization phase.
- CONSTA** *Constant stiffness method [MI=10].*  
 Iterate with stiffness left behind by the previous step. When used permanently from the beginning on, this is the initial linear-elastic stiffness method. May also be used to 'freeze' the tangent stiffness matrix.
- LINEAR** *Return to linear elastic stiffness [MI=10].*  
 Makes an explicit return to the linear-elastic stiffness (attractive in case of sudden unloading).
- NEWTON** *Newton-Raphson method [MODIFI].*
- MODIFI** *Modified Newton-Raphson [MI=10].*  
 Tangential stiffness is set up before the first iteration, and subsequently kept constant during the step.
- MODIFI.T** Tangential stiffness is set up before the second iteration, and subsequently kept constant during the step. Start in first iteration with stiffness left behind in previous step.
- MODIFI.L** Tangential stiffness is set up before the second iteration, and subsequently kept constant during the step. Start in first iteration with linear-elastic stiffness.
- REGULA** *Regular Newton-Raphson method [MI=5].*  
 Tangential stiffness matrix is set up before each iteration.
- REGULA.T** The same, except for first iteration which is made with stiffness left behind in previous step.
- REGULA.L** The same, except for first iteration which is made with linear elastic stiffness.
- SECANS** *Secans stiffness method [BFGS], [MI=5].*
- BFGS** *BFGS method*  
 Start with stiffness left behind in previous step.
- BFGS.T** The same, but start with new tangential stiffness.
- BFGS.L** The same, but start with linear elastic stiffness.
- BROYDE** *Broyden's method.*  
 Start with stiffness left behind in previous step.
- BROYDE.T** The same, but start with new tangential stiffness.
- BROYDE.L** The same, but start with linear elastic stiffness.
- CRISFI** *Crisfield's method.*  
 Start with stiffness left behind in previous step.
- CRISFI.T** The same, but start with new tangential stiffness.
- CRISFI.L** The same, but start with linear elastic stiffness.

## 5.7.2 Convergence Criteria (NORM)

The **NORM** command in the **EXECUT** command block specifies the convergence criterion for the equilibrium iteration process. A **NORM** command specifies either a reference norm: **NORM REFERE**, or a check criterion: **NORM CHECK**. To specify both, two **NORM** commands must be given. Examples are given in sub-section (§5.7.5).

### Syntax: Convergence criteria

<b>NORM</b>	_____	...
<b>REFERE</b>	_____	
	<b>ENERGY</b>	
	<b>DISPLA</b>	
<b>CHECK</b>	_____	[ <b>EP=tolacc</b> ,]
	<b>ENERGY</b>	
	<b>DISPLA</b>	

<b>NORM</b>	Specifies convergence criterion.	
<b>REFERE</b>	Determine reference norm:	
	<b>ENERGY</b>	Based on internal energy.
	<b>DISPLA</b>	Based on displacements.
<b>CHECK</b>	Check norm of equilibrium iteration with respect to reference norm.	
	<b>ENERGY</b>	Based on internal energy.
	<b>DISPLA</b>	Based on displacements.
	<b>EP=tolacc</b>	Tolerance on reference norm [ <b>EP=1.E-4</b> ] for energy norm, and [ <b>EP=1.E-6</b> ] for displacement norm.

#### Note

*The reference norm (either energy or displacements) must at least be calculated in the first loading or time step. Calculation of the reference norm in subsequent loading steps is optional, though strongly advised.*

## 5.7.3 Used Phenomena (USE)

The **USE** command block is a sub-block in the **EXECUT** command block. It specifies the phenomena to be used during the execution of the time or load steps. Examples are given in (§5.7.5).

#### Note

*Only phenomena initialized in the **INITIA** command block (§5.2) and with necessary input data specified, may be used.*

## Syntax: Nonlinear phenomena to be used

```

USE ( _____ )
  PHYSIC
  GEOMET

( _____ )
  PLASTI (.T) ( _____ )
                NS=nitrn
                TY=tolyldr
  CREEP (.T) ( _____ )
                NC=nitrn
                TO=tolcrpr
  TEMPER (.DM)
  CONCEN (.D)
  CRACKI (.T) ( _____ )
                TD=toldirr
                TC=toltcor

  ELASTI
  VISCEL
  HYPER
  INTERF

END USE

```

USE	Description of the phenomena to be used during time or load steps.
PHYSIC	Physically (materially) nonlinear phenomena.
PLASTI	Plasticity.
	Default with classical (first order) tangent stiffness.
PLASTI .T	Plasticity with consistent (second order) tangent stiffness.
	Note: only for Von-Mises, Drucker-Prager, Tsai-Hill and Hoffman.
	Gives acceleration when used in combination with NEWTON REGULA.
NS=nitr	Number of internal iterations [NS=5].
TY=tolyld	Tolerance on satisfaction of yield function [TY=0.0001].
CREEP	Creep.
CREEP .T	Creep with properly linearized tangent stiffness.
	Note: only for transient creep. Gives acceleration when used in combination with NEWTON REGULA.
NC=nitr	Number of internal creep iterations [NC=1].
TO=tolcrp	Tolerance on accuracy of stress for internal creep iterations [TO=0.0001].
TEMPER	Temperature influence on the strains (thermal strains).
TEMPER .D	Thermal strains and also temperature dependence of material properties.
TEMPER .M	Maturing of the material: temperature and time dependence of material properties. Used in stress analysis of young, hardening concrete in combination with power law visco elasticity.
CONCEN	Concentration influence on the strains ('concentration' strains).
CONCEN .D	Concentration strains and also concentration dependence of material properties.



<b>CRACKI</b>	Cracking. Default with secant crack normal stiffness, i.e. for all cracks (either on softening branch or not) the positive secant unloading modulus is used as 'tangent' stiffness.
<b>CRACKI . T</b>	Cracking with consistent crack normal stiffness, i.e. for cracks on softening branch the true negative softening modulus is used as tangent stiffness. Note: May give acceleration, especially when used in combination with <b>NEWTON REGULA</b> . Opens up the possibility to analyze snap-back behavior in combination with arc length method. Take care when the crack pattern is diffuse (e.g. with reinforced concrete); then the method easily fails because of bifurcations. In such cases, continue with <b>CRACKI</b> .
<b>TD=toldir</b>	Threshold angle [ <b>TD=60.0</b> ], in degrees, between multidirectional cracks.
<b>TC=toltco</b>	Tolerance on satisfaction of tension-cut-off criterion [ <b>TC=0.001</b> ].
<b>ELASTI</b>	Nonlinear elastic material behavior.
<b>VISCEL</b>	Visco elastic material behavior.
<b>HYPER</b>	Hyperelastic (rubber-like) material behavior.
<b>INTERF</b>	Interface nonlinearity. Type of nonlinearity depends on input (discrete cracking, crack dilatancy, bond-slip or friction).
<b>GEOMET</b>	Geometrically nonlinear analysis ("Total Lagrange Method"). Option non-conservative loading is used if specified in the <b>INITIA</b> command block (§5.2).
<b>END USE</b>	End of the <b>USE</b> command block.

### 5.7.4 Linear Equation Solving (SOLVE).

In a nonlinear analysis a nonlinear set of equations must be solved. In DIANA this must be done using one of the procedures described in (§5.7.1). In these procedures several systems of linear equations must be solved. Two different solution methods to solve the systems of linear equations are available: a direct Gauß-decomposition method and an iterative solution algorithm.

#### Syntax

```

SOLVE [ME=methodw]
[ITERAT
[_____ [MI=maxitrn] [DG=dgppn] [AL=alfan]]
CG
GMRES
[CHECK EP=epsr]
[BLOCK _____ / ]
      (bnrn) elmrsn... / ...
END ITERAT ]

```

- SOLVE** Specify the method to solve the systems of linear equations.
- ME=method** Indicates the method of solution [**ME=GENEL**]:
- ME=GENEL** A direct Gauß-decomposition method. See (Vol.1B §6.2).
- ME=ITER** An iterative solution algorithm. See (Vol.1B §6.3).
- ITERAT** Starts a block of commands to specify the parameters for the iterative solution algorithm.
- CG** Solution algorithm is Conjugate Gradient method (default iterative solution algorithm).
- GMRRES** Solution algorithm is Generalized Minimal RESidual method.
- MI=maxitr** The maximum number of iterations [**MI=400**].
- DG=dgpp** Maximum degree  $p$  of the preconditioning polynomial [**DG=0**].  
Condition:  $0 \leq p \leq 5$ .
- AL=alfa** Parameter  $\alpha$  to improve the Element-by-Element preconditioner [**AL=1.E0**].  
Condition:  $0 \leq \alpha \leq 2$ .
- CHECK** Specifies the accuracy check as termination criterion for the iteration process.
- EP=eps** Tolerance for accuracy check [**EP=1.E-6**].
- BLOCK** Specifies blocks of elements to be assembled  
Default: no blocks.
- bnr** Number of block.
- elmnr** Element numbers in block.
- END ITERAT** Terminates the command block for the iterative solution method.

## 5.7.5 Examples

### Example 1

```

*NONLIN
SELECT PRINT STEP
  NODES 327 346 472 /
  DISPLA TOTAL INCREM
  LOAD RESIDU TOTAL
  ELEMEN 66 103 141 152 //
  STATUS
  STRAIN TOTAL.SP PLASTI
  STRESS TOTAL.SP
END SELECT PRINT
EXECUTE LOAD(1) STEPS
  SIZE 5.0 (2) 0.5 (10) 0.25 (8) 0.1 (3) /
  PERFOR NEWTON REGULA MI=10
  USE PHYSIC
    PLASTI.T
  END USE
  NORM REFERENCE ENERGY
  NORM CHECK ENERGY EP=.0001
  PRINT
END EXECUTE STEPS
*END

```

\*END

file.com

**Example 2**

file.com

```

:several iterative procedures
*NONLIN
EXECUTE LOAD(1) STEPS
  SIZE 0.1 /
  PERFOR.R NEWTON MODIFI.T MI=20
  USE PHYSIC
  PLASTI
  INTERF
  END USE
  NORM REFERENCE ENERGY
  NORM CHECK ENERGY EP=.001
  PRINT
END EXECUTE STEPS
EXECUTE LOAD(1) STEPS
  SIZE 0.05 (2) /
  PERFOR.RC SECANS BFGS.T MI=30
  USE PHYSIC
  PLASTI
  INTERF
  END USE
  NORM REFERENCE ENERGY
  NORM CHECK ENERGY EP=.001
  PRINT
END EXECUTE STEPS
EXECUTE LOAD(2) STEPS
  SIZE -0.1 /
  PERFOR CONSTANT MI=20
  USE PHYSIC
  PLASTI
  INTERF
  END USE
  NORM REFERENCE DISPLA
  NORM CHECK DISPLA EP=.001
  PRINT
END EXECUTE STEPS
*END
*END

```

file.com

**Example 3**

file.com

```

:time-dependent cracking of prestressed concrete
*NONLIN
INITIALIZE MS=500 MT=1
ANALYS PHYSIC VISCEL CRACKI
OPTION TANGEN
START PRESTRESS (3) 1. /
END INITIA
LOADING
LOAD (1): (1) 1. (2) 1. /
TIME 0.:2000. LOAD (1) 1.:1.
END LOADIN
SELECT PRINT STEP

```

## 7. Graphic Output (\*GRAPHI)

Module GRAPHI produces a device independent plot file containing information on the finite element model and nonlinear analysis results. The plot file conforms to the GKS<sup>1</sup> ISO-standard for graphical meta files (GKSM) and can be visualized on a plotting device with a *driver* program. To evaluate the FEM-model and nonlinear analysis results for graphical representation, and to produce a plot file, the command \*GRAPHI must be followed by a number of commands grouped together in blocks. The use of Module GRAPHI in general is comprehensively described in {Vol.0§7}. The general syntax of the GRAPHI commands in case of nonlinear analysis is as follows:

### Syntax

```
*GRAPHI
[MODEL
  Model evaluation (Vol.0§7.1.1)
END MODEL]
[LAYOUT
  Layout specification (§7.1)
END LAYOUT]
[PLOT AN=NONLIN
  Plot file creation with nonlinear analysis data (§7.2)
END PLOT]
```

The various commands have been described in the referred sections. In this volume only the commands related to nonlinear analysis data will be described.

### Note

*Nonlinear analysis results must be plotted immediately after execution of a step; results of previously executed steps are not available.*

---

1. GKS = Graphical Kernel System

## 7.1 Specify Layout (LAYOUT)

To specify the layout of the plot, commands must be given in the **LAYOUT – END LAYOUT** command block. The general syntax of this command block has been described in (Vol.0§7.1.2). This section describes the relation between the commands to plot nonlinear analysis results and the actual appearance of the data on the plot.

### Syntax

```
LAYOUT

[SELECT DATA ( _____ ) ]
      GT=vgrt,
      LE=vles,

ELEMEN DATA(.FVL)
NODES DATA(.DVFM)
REINFO ELEMEN DATA(.FVL)

END LAYOUT
```

### Note

*Selection of a limited number of elements or reinforcements in the lay-out block is possible, see (Vol.0§7.1.2).*

### Note

*For shells a layer of integration points can be selected inside the LAYOUT block.*

**SELECT DATA** See (Vol.0§7.1.2.1).

Selection of crack strains refers to the relative crack strain  $\frac{\epsilon_{nn}^{cr}}{\epsilon_u}$  with  $\epsilon_{nn}^{cr}$  the actual crack normal strain and  $\epsilon_u$  the ultimate strain of the softening branch. For instance **SELECT DATA GT=0.5** plots only the cracks of which the normal crack strain is greater than 0.5× the ultimate strain of the softening branch.

**ELEMEN DATA** Layout for element oriented analysis data in integration points:

**DATA . F** As figure:

*Stresses:* a line for normal stresses; a square for shear stresses. The size of the figure is relative to the magnitude of the stress; the orientation is the actual direction of the stress. Positive values are plotted with a solid line, negative values with a dashed line.

*Plasticity status:* a triangle. The size of the figure is relative to the magnitude of the plastic strain.

*Crack status:* a line for cracks due to in-plane stress in 2D-elements; a square for cracks due to hoop-stress  $\sigma_t$  in axi-symmetrical elements and cracks due to  $\sigma_z$  in plane strain elements. The size of the figure is relative to the element size, it does not represent the crack strain. Fully closed cracks are plotted with dashed lines.

**DATA . V** The value:

*Stresses:* the actual value.

*Plasticity status:* equivalent plastic strain.

*Crack status:* relative crack strain, if crack is closed a dummy value of -1.0.

**DATA . L** The label:

*Stresses:* see table 7.1 to table 7.8 .

*Plasticity status:*

(blank) elastic.  
 P plastic.  
 E! elastic but previously plastic.

*Crack status:*

O active fully open crack (crack beyond softening branch).  
 O! inactive crack that has been fully open previously.  
 C active partial crack (crack on softening branch).  
 C! inactive partial crack (crack on secant unloading branch).  
 E! fully closed crack (elastic again in compression).

**NODES DATA** Layout of analysis data in nodal points:

**DATA.D** Draws the deformed model.  
**DATA.V** Puts numerical values of analysis data next to the nodes.  
**DATA.F** Draws nodal analysis data as arrows.  
**DATA.M** Puts a marker on the 'displaced' location of the node.

**REINFO ELEMEN DATA**

Layout of analysis data in reinforcement integration points:

**DATA.F** As figure:  
*Stresses & Strains:* a triangle. The size of the figure is relative to the magnitude of the strain or stress. Positive values are plotted with solid triangles, negative values with dashed triangles.  
*Plasticity status:* a triangle. The size of the figure is relative to the magnitude of the plastic strain.

**DATA.V** The value:  
*Stresses & Strains:* the actual value.  
*Plasticity status:* equivalent plastic strain.

**DATA.L** The label:  
*Stresses & Strains:* see tables 7.8 and 7.9 .  
*Plasticity status:*  
 (blank) elastic.  
 P plastic.  
 E! elastic but previously plastic.

### Example Plot File Creation

```

LAYOUT
REINFO ELEMEN DATA.F
NODES DATA.D
END LAYOUT
PLOT AN=NONLIN
REINFO STRESS TOTAL .1
NODES DISPLA TOTAL
END PLOT
file.com
file.com

```

## 7.2 Plot Analysis Results (PLOT AN=NONLIN)

The commands in the **PLOT AN=NONLIN – END PLOT** command block cause evaluation and plotting of nonlinear analysis results for elements, reinforcements and/or nodes. The general structure of the command block is as follows:

### Syntax

```

PLOT AN=NONLIN
  ELEMEN _____
            Element data selection (§7.2.1)
  REINFO _____
            Reinforcement data selection (§7.2.2)
  NODES  _____
            Nodal data selection (§7.2.3)
END PLOT

```

#### PLOT AN=NONLIN

Plot nonlinear analysis results.

#### ELEMEN

Evaluate element data such as stresses and status (§7.2.1).

#### REINFO

Evaluate data in reinforcements such as strains, stresses and status (§7.2.2).

#### NODES

Evaluate nodal data such as displacements or loadings (§7.2.3).

#### END PLOT

Terminates the plot commands.

Detailed description of the commands is given in the referred sections.

### 7.2.1 Element Data Plot Selection (ELEMEN)

This command selects the nonlinear element oriented data for graphical evaluation.

### Syntax

```

ELEMEN _____
  STRAIN _____ (.123456789)
          TOTAL(.SP)
          ELASTI
          PLASTI
          CREEP
  STRESS _____ (.123456789)
          TOTAL(.SPG)
          CAUCHY(.SP)
  STATUS _____
          PLASTI (.123456789)
          CRACK(.OCP) [.123456] [LA=laynrn]

```

#### STRAIN

*Strains:*

TOTAL . S

Total strains (default).

TOTAL . P

Total principal strains.

ELASTI

Elastic strains.

PLASTI

Plastic strains.

**STRESS** *Stresses:*

**CREEP** Creep strains.

**TOTAL.S** Total stresses (default).

**TOTAL.P** Total principal stresses.

**TOTAL.GS** Generalized total stresses.

**TOTAL.GP** Generalized total principal stresses.

**CAUCHY.S** Cauchy stresses, for geometrically nonlinear analysis only (default).

**CAUCHY.P** Principal Cauchy stresses, for geometrically nonlinear analysis only.

.123456789 Selection of stress components to be plotted: index or indices in stress vector. Depends on element type (§7.1.2).

**STATUS** *Status:*

**PLASTI** Plasticity status.

.123456789 Fraction number(s) for which plasticity status must be plotted. Default: for all fractions.

**CRACK** Cracks, default open, partially open and closed cracks.

**CRACK.O** Fully open cracks (i.e. cracks beyond softening branch).

**CRACK.P** Partially open cracks (i.e. cracks on softening or on unloading branch).

**CRACK.C** Fully closed cracks.

.123456 Index or indices of arisen cracks to be plotted. Depends on element type:

*Plane stress:*

.123456 Selection of cracks to be plotted. Number refers to sequence in which cracks haven arisen at integration point. 1 plots only the first crack, 2 plots only the second crack, 12 plots the first and the second crack, and so on.

*Plane strain/axi-symmetry:*

.12345 Selection of cracks of which the normal vector is in the element plane. Number refers to sequence in which cracks haven arisen at integration point. 1 plots only the first crack, 2 plots only the second crack, 12 plots the first and the second crack, and so on.

.6 Cracks of which the normal vector is perpendicular to the element plane.

.123456 All cracks.

*Solids:*

.123456 Selection of cracks to be plotted. Number refers to sequence in which cracks haven arisen at integration point. 1 plots only the first crack, 2 plots only the second crack, 12 plots the first and the second crack, and so on.

Note: for solids only values and labels can be plotted.

*Shells:*

.123456 Selection of cracks to be plotted. Number refers to sequence in which cracks haven arisen at integration point. 1 plots only the first crack, 2 plots only the second crack, 12 plots the first and the second crack, and so on.

**LA=laynr** Selection of layer of integration points. Only relevant for shells. The layers are numbered in accordance with the first integration point number {Vol. 1A §11.10}.





element thickness is uniform:  $t = t1$  in all nodes (fig. 11.39b).  
 Condition:  $t > 0$ .

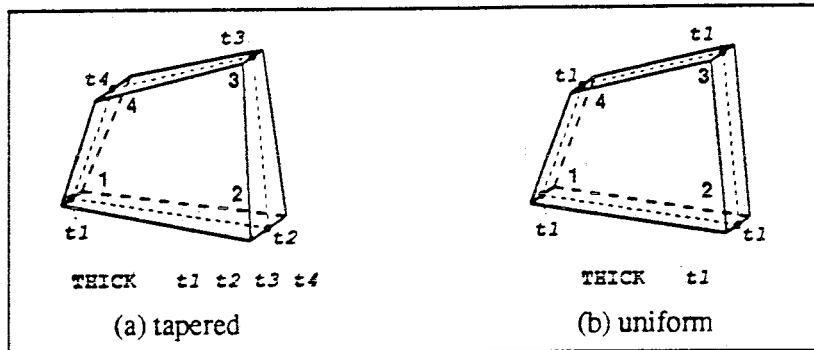


Figure 11.39 Q8MEM - Thickness

**XAXIS** User specified  $\bar{x}$ -axis:  $x y z$  are vector components in model XYZ-axes (fig. 11.40a).  
 Default:  $x$ -axis from node 1 to node 2 (fig. 11.40b).  
 Condition: specified  $\bar{x}$ -axis not  $\perp$  element plane.

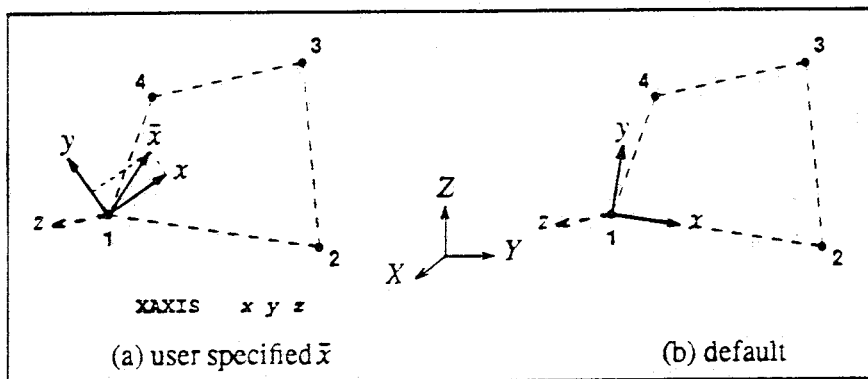


Figure 11.40 Q8MEM - Element axes

Note: element  $xy$ -axes are set up as follows: dummy  $z$ -axis  $\perp$  element plane,  $y \perp x\bar{x}$ -plane,  $x \perp yz$ -plane (fig. 11.40a).

**Example: Geometry Q8MEM**

						file.dat
'GEOMET'						
1	THICK	0.25				uniform thickness and default x-axis
2	THICK	0.25	0.35	0.20	0.28	variable thickness and specified x-axis
	XAXIS	.5	.5	0.3		
						file.dat

Syntax: Special data Q8MEM

```
'DATA'
1_____5 6_____12 13_____80
  [NGAUS      nxi neta ]
  [_____]  Options:
  INCMOD
  CSHEAR
  NOCSHE
```

**NGAUS** Number of integration points: *nxi* in  $\xi$ -direction, *neta* in  $\eta$ -direction (fig. 11.41).  
 Conditions: *nxi*=2 or 3, *neta*=2 or 3. Figure 11.41 shows the enumeration for the possible integration schemes.  
 Default: 2x2 integration [NGAUS 2 2] (fig. 11.41a).

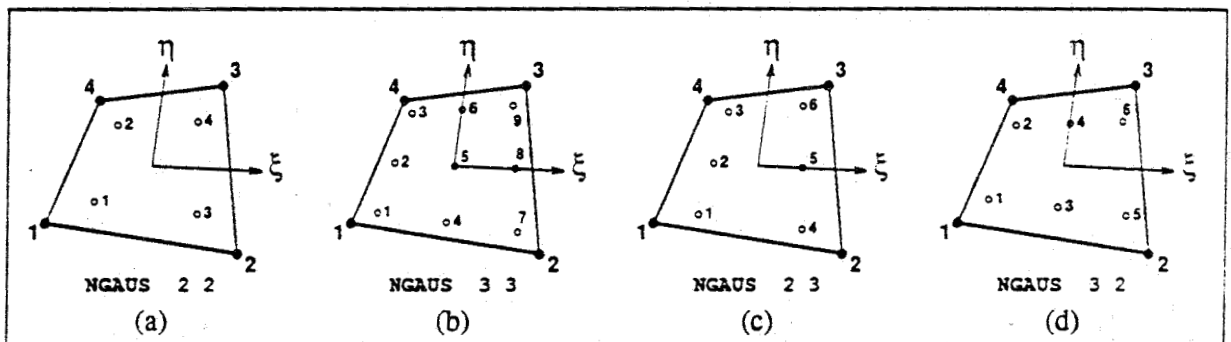


Figure 11.41 Q8MEM - Integration schemes

- INCMOD** Incompatible modes option included.
- CSHEAR** Constant shear option included.
- NOCSHE** Constant shear option not included.

Default: constant shear.

Note: incompatible modes and constant shear option may not be included both!

11.5.1.3 Loading

Four types of loads may be applied on a Q8MEM element: force load on an edge, force load on the entire face, temperature load and initial stress.

Syntax: Edge load Q8MEM

```
'LOADS'
ELEMEN
1_____5 6_____12 13_____80
  EDGE      edgnamw
  FORCE      f1, [f2, ]
  _____ Direction:
  DIRELM    dirnamw
  DIRECT    dirnrn
```

**EDGE** Load distributed on an edge: *edgnam* indicates which edge: KSI1, KSI2, ETA1 or ETA2 (fig. 11.42a).

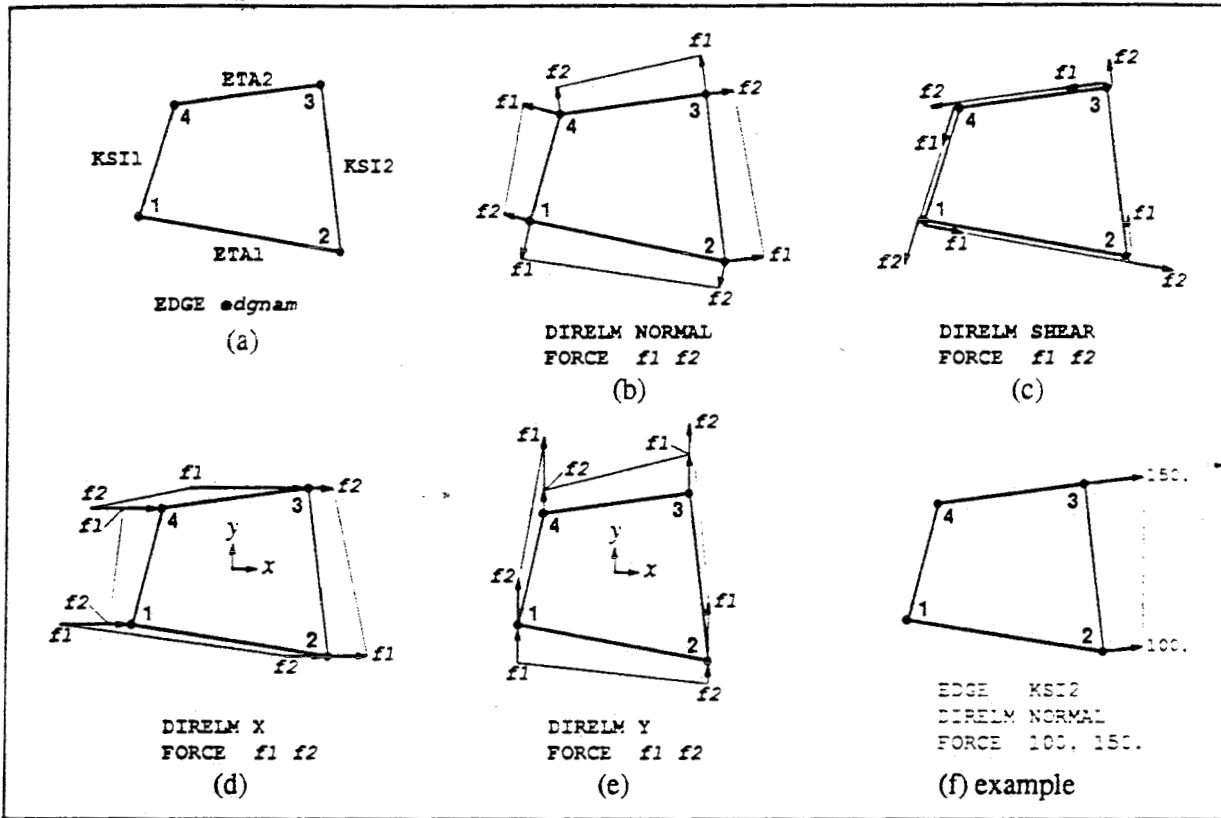


Figure 11.42 Q8MEM - Edge load

**FORCE** Force values  $f$  in the nodes per unit length:  $f = f1$  in the first node,  $f = f2$  in the second node. The load varies linearly along the edge. Figures 11.42b-e show the directions for positive values of  $f$ . If only  $f1$  is specified then the load is constant along the edge:  $f = f1$  in both nodes.

**DIRELM** Load direction is determined from the element shape; *dirnam* indicates the direction: **NORMAL** and **SHEAR** for  $\perp$  and along the edge (fig. 11.42b-c), **X** and **Y** in the direction of an element axis (fig. 11.42d-e).

**DIRECT** Load direction specified by *dirnr* referring to table 'DIRECT' (§3).  
 Note: if the direction is not in the element plane then the out-of-plane part of the load will be lost and a warning message given.

**Example: Edge load Q8MEM**

```

file.dat
'LOADS'
ELEMEN
  1  EDGE  KSI2          variable load normal to the edge (fig. 11.42f)
    FORCE  100. 150.
    DIRELM NORMAL
  / 2-20 /             uniform load in direction number 2
    EDGE  ETA1
    FORCE  100.
    DIRECT 2
file.dat
    
```

Syntax: Face load Q8MEM

```
'LOADS'
ELEMEN
1 _____ 5 6 _____ 12 13 _____ 80
      FACE
      FORCE      f1, [ f2, f3, f4, ]
      _____
      DIRELM      Direction:
      DIRECT      dirnamw
                  dirnrn
```

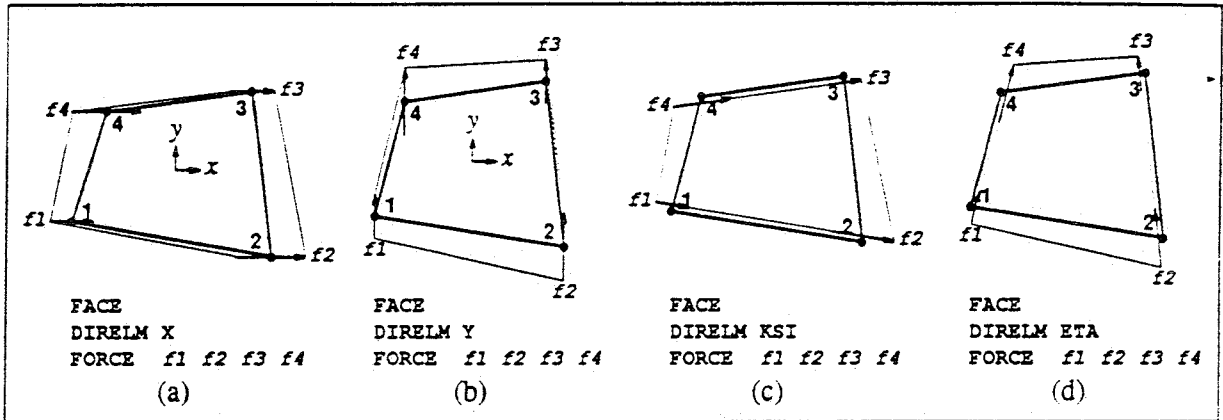


Figure 11.43 Q8MEM - Face load

- FACE** Load distributed on the entire element face.
- FORCE** Force values  $f$  in the nodes per unit square:  $f = f1 \dots f4$  in nodes 1 to 4 respectively. The load varies linearly in two directions. Figures 11.43a-d show the directions for positive values of  $f$ . If only  $f1$  is specified then the load is constant over the face:  $f = f1$  in all nodes.
- DIRELM** Load direction is determined from the element shape; *dirnam* indicates the direction: **X** and **Y** in the direction of an element axis (fig. 11.43a-b), **KSI** and **ETA** in an isoparametric direction (fig. 11.43c-d).
- DIRECT** Load direction specified by *dirnr* referring to table 'DIRECT' (§3).  
Note: if the direction is not in the element plane then the out-of-plane part of the load will be lost and a warning message given.

Example: Face load Q8MEM

```
'LOADS'
ELEMEN
1 FACE
  FORCE 100. 120. 130. 150.
  DIRELM X
/ 2-20 /
FACE
FORCE 100.
DIRECT 2
```

file.dat

variable face load in element x-direction

uniform face load in direction number 2

file.dat