

De hexagonische gordel als loopmechanisme

Citation for published version (APA):

van Rijckevorsel, J. W. (1984). *De hexagonische gordel als loopmechanisme*. (TH Eindhoven. Afd. Werktuigbouwkunde, Vakgroep Produktietechnologie : WPB; Vol. WPB0133). Technische Hogeschool Eindhoven.

Document status and date:

Gepubliceerd: 01/01/1984

Document Version:

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

www.tue.nl/taverne

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

openaccess@tue.nl

providing details and we will investigate your claim.

BB.430407

T E C H N I S C H E H O G E S C H O O L E I N D H O V E N

Afdeling Werktuigbouwkunde

Vakgroep Produktietechnologie en Bedrijfsmechanisatie

De hexagonische gordel als
loopmechanisme

J.W. van Rijckevorsel

WPB - rapport 0133 november 1984

Verslag van een I-1 ontwerpkunde opdracht
verricht in het voorjaar 1984

Begeleider Dr.E.A. Dijksman

Inhoud

Samenvatting	II
1. Inleiding	1
1.1 Defenitie van de hexagonische gordel	1
1.2 Eigenschappen van de hexagonische gordel	2
1.3 Eisenpakket loopmechanisme	3
1.4 Eigenschappen van de hexagonische gordel m.b.t. een mogelijk loopmechanisme	6
2. Vervangingsmechanismen	9
3. Enkele bijzondere gevallen van de hexagonische gordel	15
4. Koppelpuntsverzwagering	24
Schema vervangingsmechanismen	28
5. Rechtgeleidingsmechanismen	29
6. Systematiek	37
7. Mechanismen die vervangingsmechanismen en rechtgeleidingsmechanismen tegelijk zijn en de daarvan afgeleide hex. gordels	45
7.1 Het lambda-mechanisme	45
7.2 Het Chebyshev-mechanisme	55
8. Andere benaderd-rechtgeleidingsmechanismen	57
9. Spaken	59
10. Resultaten	63
Conclusies	69

SAMENVATTING

Dit is het verslag van de ontwerpkunde 70 opdracht van J.W. van Rijckevorsel in het kader van zijn werktuigbouwkundige studie aan de Technische Hogeschool te Eindhoven.

De opdracht betreft het onderzoeken van de mogelijke toepassing van de hexagonische gordel als loopmechanisme voor een voertuig. Dit twaalfstangenmechanisme is ontdekt door Dr. E.A. Dijkman die deze opdracht begeleidde.

De meest voor de hand liggende toepassing van dit twaalfstangenmechanisme als loopmechanisme is het gebruiken van een stang als voet (die stang ligt dus plat op de grond).

Onderzocht moet dus worden of het mogelijk is deze stang een rechte translatiebaan te laten ondergaan t.o.v. een aan het voertuig te bevestigen punt van dit mechanisme.

Dit punt moet echter nog gedefinieerd worden d.m.v. extra stangen. Ook dit moet nog onderzocht worden.

Na het uitvoerig beschrijven van de hex. gordel met al haar symmetrie-eigenschappen in het eerste hoofdstuk wordt ingegaan op vierstangenvervangingsmechanismen waarmee het mogelijk is de baan van evenwijdige stangen, die in de hex. gordel voorkomen, t.o.v. elkaar te beschrijven. Het is mogelijk ^{op} dit vierstangenmechanisme koppelpuntsverzwagering toe te passen zodat men bij elk van de drie verschillende vervangingsmechanismen nog eens twee varianten verkrijgt.

Al deze verschillende varianten zijn in een schema geplaatst.

Om inzicht in de mogelijke gordel-varianten en het omzetten van vervangingsmechanismen in deze hex. gordels te verwerven zijn een aantal essentieel van elkaar verschillende mechanismen in hexagonische gordels omgezet.

Daarna is gezocht naar geschikte vierstangenmechanismen met een rechtgeleide baan die onder bepaalde voorwaarden omgezet kunnen worden in een hex. gordel.

Dit levert een aantal hex. gordels op waarvan bepaalde stangen een rechtgeleide baan t.o.v. elkaar beschrijven.

Hieruit is duidelijk de meest voordelige uit te kiezen alhoewel van het mooie gordelkarakter geen sprake meer is. Verder is nog bekeken hoe men het zogenaamde middelpunt van de hex. gordel door enkele extra stangen vast kan leggen.

Het resultaat is een leuk maar nogal in elkaar gedrongen mechanisme dat continu een voet aan de grond houdt doordat telkens een andere stang als voet dienst doet.

1. Inleiding

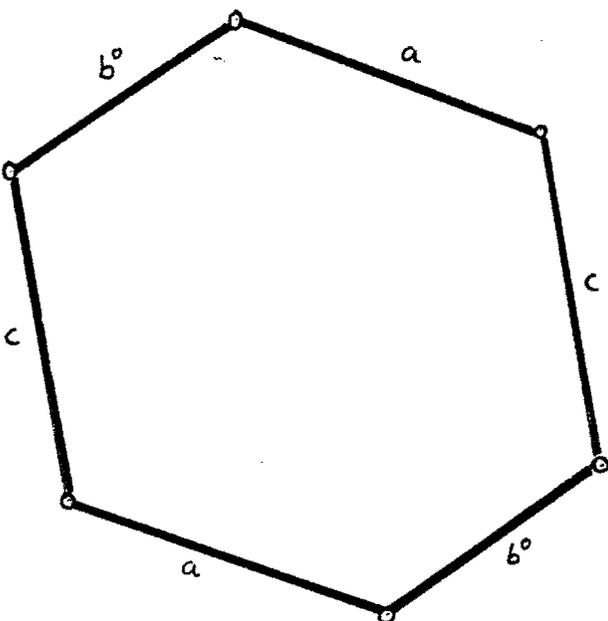
Dit is het verslag van de ontwerpkundeopdracht ten behoeve van het I-1 examen van de werktuigbouwkundige studie van J.W. van Rijckevorsel aan de Technische Hogeschool Eindhoven. De opdracht betrof het onderzoeken van de mogelijke toepassing van de hexagonische gordel (hexagoon = zeshoek) als loopmechanisme.

1.1 Defenitie van de hexagonische gordel

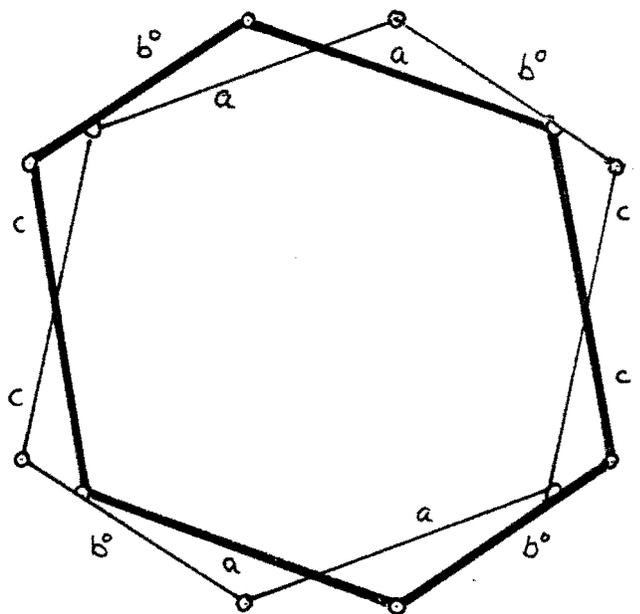
De hexagonische gordel is bij toeval ontdekt door Dr.E.A. Dijkstra en is als volgt opgebouwd:

- de hexagonische gordel is een stangenmechanisme met 12 stangen;
- hij bestaat uit twee zesstangengordels die op vier plaatsen met elkaar verbonden zijn;
- alle tegenoverelkaar liggende stangen in elk zesstangenmechanisme zijn gelijk van lengte en hebben dezelfde richting;
- de twee zesstangen mechanismen zijn elkaars spiegelbeeld.

De hexagonische gordel is dus opgebouwd uit drie maal vier gelijke stangen.

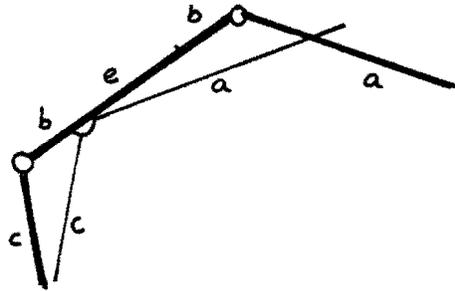


zesstangengordel



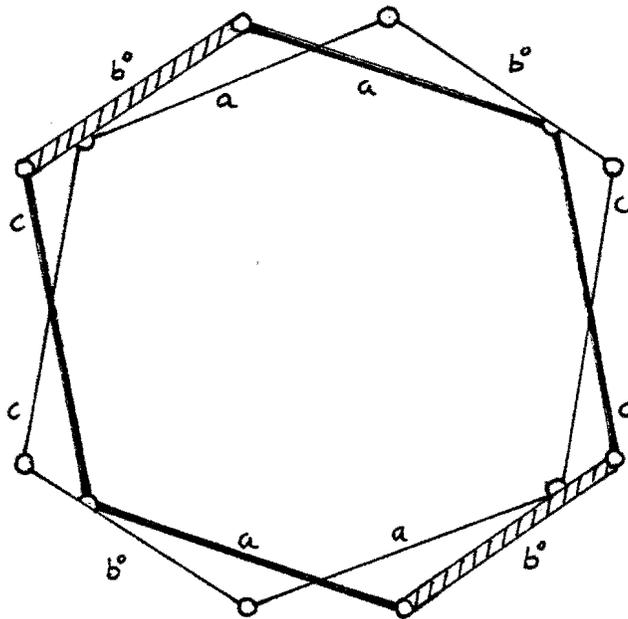
hexagonische gordel

De stangen b° zijn door de draaipunten, waaraan het andere zesstangenmechanisme is gekoppeld, in twee stukken gedeeld. Het kortste stuk wordt hier b genoemd, het langste stuk wordt gedeeld in e en b .



1.2 Eigenschappen van de hexagonische gordel

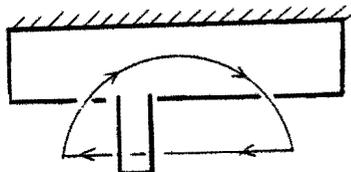
- In elk van de beide zesstangengordels, waaruit de hexagonische gordel is opgebouwd, blijven de twee tegenoverelkaarliggende stangen steeds evenwijdig.



- aantal poten/voeten in een mechanisme
 - a. 1 voet per mechanisme
 - b. 2 of meer voeten per mechanisme
- soort mechanisme: a. alleen voor vlakke grond
 - b. geschikt voor ruw terrein

Een paar eenvoudige gevallen:

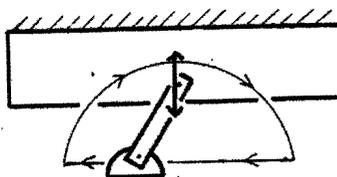
- a) - één poot
 - poot blijft verticaal
 - vlakke grond



voertuig vast
gedacht;
aarde bewegend.

Niet alleen de baan van de poot is belangrijk, maar ook de snelheid waarmee deze baan doorlopen wordt.

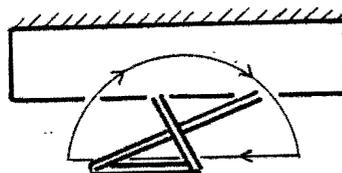
- b) - één poot
 - poot draaiend
 - vlakke grond



Het draaipunt moet hier de juiste verticale beweging maken.

- c) Als b) alleen maakt het draaipunt ook nog eens een horizontale beweging.

- d) - zonder poten
 In het mechanisme is een stang die plat op de grond ligt en als voet fungeert
 - vlakke grond



Eisenpakket:

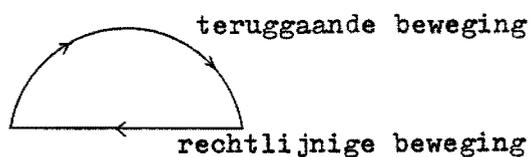
voor een loopmechanisme is nodig:

I rechtgeleide beweging van de voet

- a) een rechtgeleidingsmechanisme dat een rechtlijnige beweging maakt ten opzichte van een vast ophangingspunt van het voertuig.
Voor een mechanisme zonder poten moet deze rechte baan lopen in de richting van de stang die als voet fungeert.
- b) de voet moet deze rechte lijn bij voorkeur met constante snelheid doorlopen bij een eenparige aandrijving.

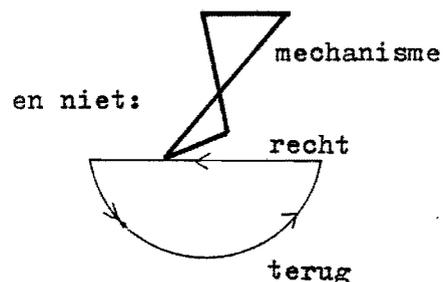
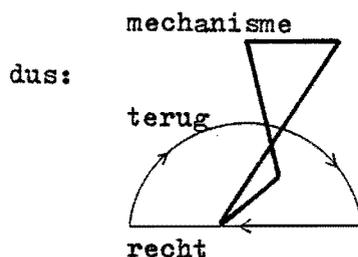
II teruggaande beweging van de voet

- a) deze mag niet te dicht in de buurt komen van de rechtlijnige bewegingsbaan omdat dan de voet op een ongewenst moment de grond kan raken.
- b) wanneer de rechtlijnige beweging overgaat in een teruggaande (of andersom) moet deze teruggaande beweging zoveel mogelijk loodrecht staan op de rechtlijnige.



baan van de voet

- c) de teruggaande beweging moet t.o.v. de rechtlijnige beweging aan de kant van het mechanisme liggen.



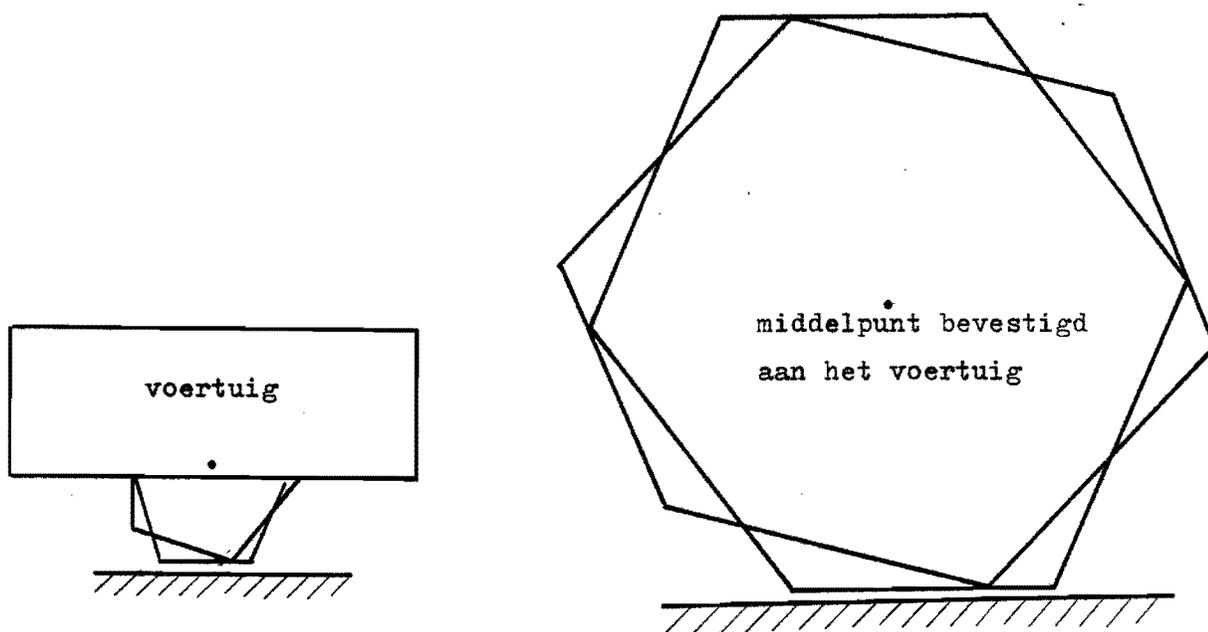
1.4 Eigenschappen van de hexagonische gordel m.b.t. een mogelijk loopmechanisme.

Door dat alle tegenover elkaar liggende stangen in de hexagonische gordel onder alle omstandigheden evenwijdig blijven is het idee geopperd er een loopmechanisme van proberen te maken.

Het feit dat de hexagonische gordel symmetrisch is maakt dat dit mechanisme ondanks haar grote aantal stangen niet al te gecompliceerd aandoet.

Dat dit symmetrische karakter voor het loopmechanisme van dienst kan zijn is een van de overwegingen waarom de aanwending van dit mechanisme tot loopmechanisme onderzocht wordt.

De waarschijnlijkste toepassing van de hexagonische gordel als loopmechanisme is die zonder poten.



Het is zeer waarschijnlijk dat er mogelijkheden zijn om het middelpunt vast te leggen door enkele extra stangen.

Het zou zeer gewenst zijn als elke keer een andere stang als voet de loopfunctie over zou kunnen nemen, zodat eenzelfde mechanisme continu voor een voet aan de grond zorgt.

Het is uiteraard niet verplicht de stang b° steeds als voet te gebruiken ook de stangen a en c maken een translatiebeweging t.o.v. het middelpunt.

Ter vereenvoudiging moet voorlopig aangenomen worden dat het loopmechanisme alleen over vlakke grond hoeft te lopen.

Nu kan men opmaken in hoeverre een willekeurige hexagonische gordel al aan de eisen voldoet en aan welke eisen nog extra aandacht gegeven dient te worden.

Zoals gezegd is het middelpunt van de hexagonische gordel zeer waarschijnlijk met enkele extra stangen vast te leggen.

De voet (een stang van de hex. gordel) maakt een translatiebeweging t.o.v. dit middelpunt.

Deze translatiebeweging is echter niet rechtlijnig voor een willekeurige hex. gordel .

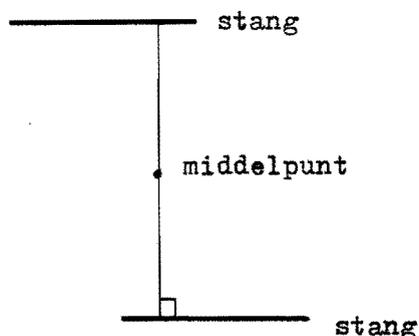
M.a.w. de afstand tussen het middelpunt en de stang, loodrecht gemeten op de stang, is in het algemeen niet constant.

Onderzocht dient te worden of deze afstand in een bepaald gebied voor

bepaalde afmetingen van de hex. gordel wel constant te maken is.

De aandrijving van de hex. gordel kan moeilijkheden opleveren.

Als een stang van de gordel een eenparige draaibeweging maakt (de tegenoverliggende stang moet deze beweging dan ook maken en vanwege de twee symmetrieassen maken de twee andere stangen van het zelfde type ook een dergelijke beweging) draait de hex. gordel op een gegeven moment helemaal naar binnen.



Van een hexagonische "gordel" kan men dan eigenlijk niet meer spreken. Omdat juist de mooie gordeleigenschap van dit mechanisme er heeft toe doen besluiten het als mogelijke toepassing als loopmechanisme te onderzoeken, moet men er ernstig rekening mee houden dat een continue eenparige aandrijving van een stang niet de juiste aandrijving voor dit mechanisme is.

Nietemin kan het mechanisme ook wel zonder deze eenparige aandrijving nuttig zijn.

Op deze plaats dient nog vermeld te worden dat het onmogelijk is in het kader van een ontwerpkuude 70 opdracht de hex. gordel op alle mogelijkheden als loopmechanisme te onderzoeken.

Dit verslag beperkt zich dan ook tot het hier boven genoemde geval met een bevestiging van het mechanisme aan het voertuig door een middelpunt en een stang (a, b° of c) als voet te zien.

Met deze beperkingen diende in deze opdracht dus onderzocht te worden hoe men, door de hex. gordel te construeren op de juiste manier, een rechtgeleide translatiebeweging van een type stang (a, b° of c) krijgt t.o.v. het middelpunt.

2. Vervangingsmechanismen

De bewegingen van de hex. gordel zijn zeer ondoorzichtig.

Daarom wordt eerst naar vervangingsmechanismen gezocht.

De stangbeweging t.o.v. de tegenoverliggende stang kan beschreven worden m.b.v. een vierstangenmechanisme.

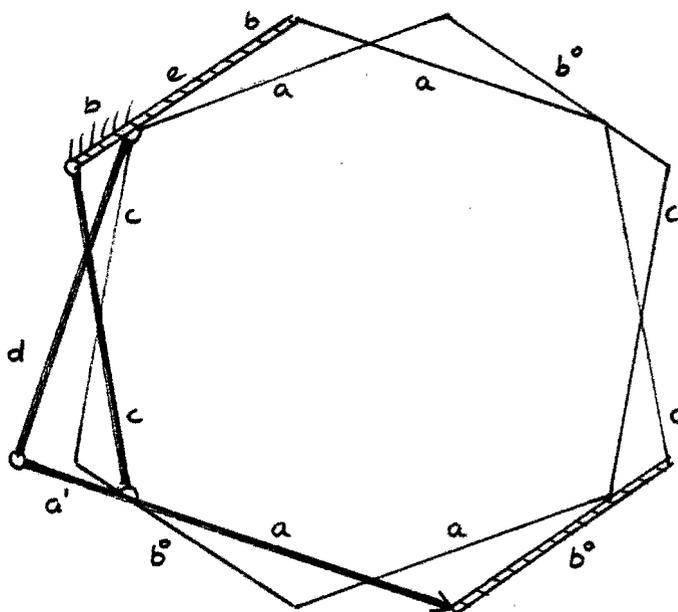
Omdat elke stang en haar tegenoverliggende puntsymmetrisch zijn in het middelpunt M kan hiermee ook de stangbeweging t.o.v. dit middelpunt beschreven worden.

Over vierstangenmechanismen is veel bekend en ze zijn eenvoudiger te doorzien.

Dus m.b.v. deze vierstangen-vervangingsmechanismen is het niet moeilijk de baan van een stang van de hex. gordel t.o.v. het middelpunt voor bepaalde afmetingen van deze gordel te beschrijven.

Om mij op weg te helpen had mijn begeleider bij deze opdracht,

Dhr. Dijkstra, mij het volgende vervangingsmechanisme meegegeven:



Met dit vierstangenmechanisme kan men de baan beschrijven van een b^0 stang t.o.v. haar tegenoverliggende.

Het mechanisme beschrijft slechts de baan van één punt van de tegenoverliggende stang .

Maar omdat men weet dat de stangen evenwijdig liggen is uit de positie van de gestelstang de positie van de gehele tegenoverliggende stang af te leiden.

Als alleen het vervangingsmechanisme bekend is moet hieruit een hex. gordel af te leiden zijn.

Daartoe zijn de volgende overwegingen nodig.

Uit de figuur blijkt dat de verhouding $a':a$ gelijk is aan $b:b+e$

Voor een vervangingsmechanisme kan men dus de stang b^0 afleiden uit de verhouding $a':a$ omdat $b^0 = b + e + b$.

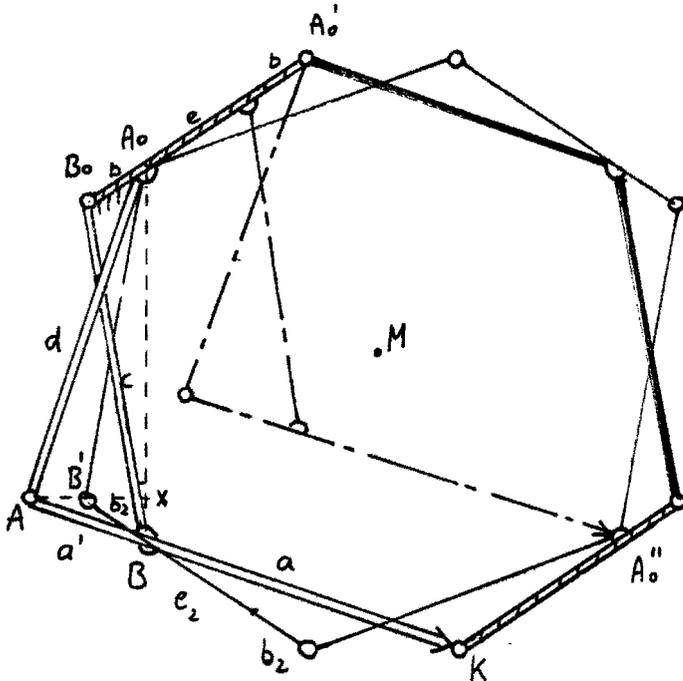
$$e = \left(\frac{a}{a'} - 1 \right) \cdot b$$

$$\text{dus } b^0 = \left(\frac{a}{a'} + 1 \right) \cdot b$$

Dhr. Dijkman had afgeleid dat dit vervangingsmechanisme moet voldoen aan $a'^2 - b^2 = d^2 - c^2$

Indien een willekeurig vierstangenmechanisme aan deze voorwaarde voldoet is zij om te zetten in een hex. gordel.

Een vervangingsmechanisme komt op de volgende wijze tot stand:



- 1) trek een lijn tussen de twee dubbele draaipunten A_0 en B ;
- 2) teken loodrecht hierop een lijn door B' ;
- 3) verleng stang a (lijnstuk KB) totdat de onder 2) getrokken lijn gesneden wordt;
- 4) noem dit snijpunt A ;
- 5) trek A_0A en AB .

Het vervangingsmechanisme is dan A_0ABB_0 met koppelstang AB .

Omdat de tegenover elkaar liggende stangen b_0 altijd evenwijdig zijn, kan men het vervangingsmechanisme naar believen langs deze stangen verschuiven.

- = eerste zesstangengordel.
- = tweede zesstangengordel.
- ||||** = de stangen waarvan de beweging t.o.v. elkaar door het hier afgeleide vierstangenvervangingsmechanisme beschreven wordt.
- ==** = afgeleide vierstangen-vervangingsmechanisme.
- = verschoven vervangingsmechanisme. **||||** = gestel van het vervangingsmech.

Indieneen vierstangenmechanisme bij de juiste stangenbenoeming voldoet aan de voorwaarde $a'^2 - b^2 = d^2 - c^2$ dan kan het omgezet worden in een hexagonische gordel:

- 1) nummer de draaipunten van het vierstangenmechanisme A_0, A, B en B_0 en punt K op de koppelstang zodanig dat de volgorde van de punten op deze stang is: ABK .
Benoem ook de stangen $A_0A=d$, $A_0B_0=b$, $AB=a'$, $B_0B=c$ en $BK=a$.
- 2) Verleng B_0A_0 tot $B_0A'_0$ volgens de verhouding:

$$\frac{AB}{AK} = \frac{B_0A_0}{B_0A'_0} \quad \text{en noem } B_0A'_0 = b^0$$

- 3) Trek $A_0'K$, het midden van dit lijnstuk is M .
- 4) Spiegel a, b^0 . en c in M .

Nu heeft men de eerste zesstangengordel, de tweede komt als volgt tot stand:

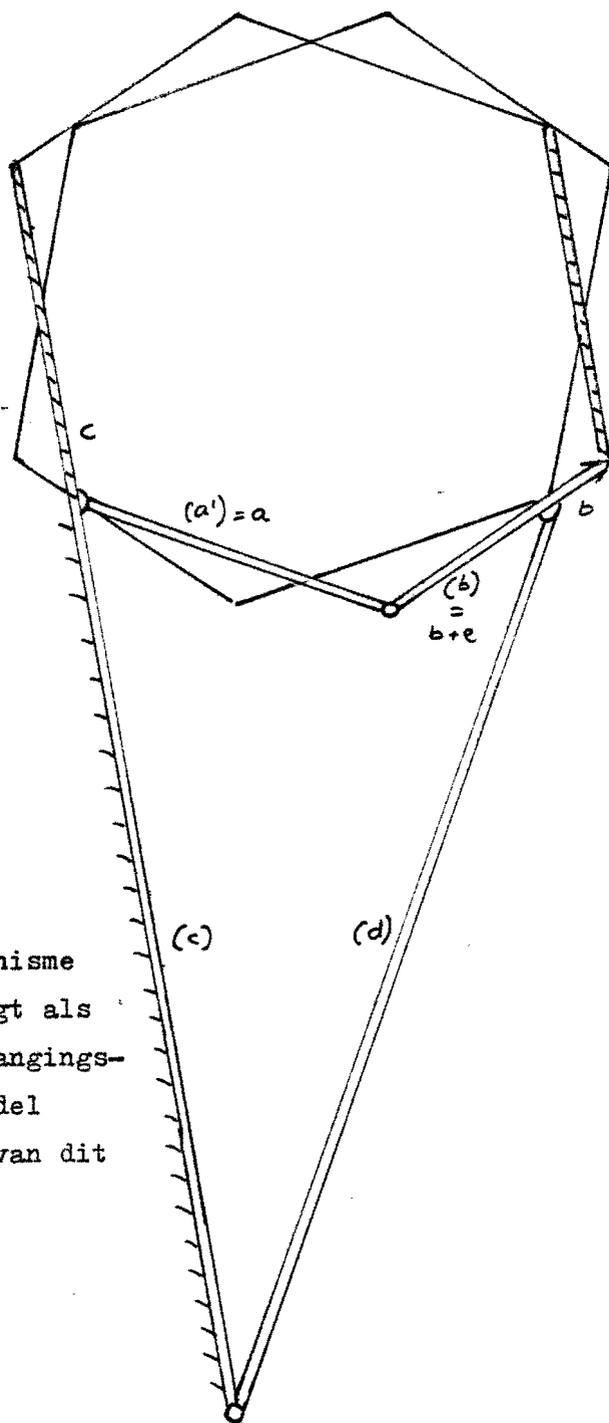
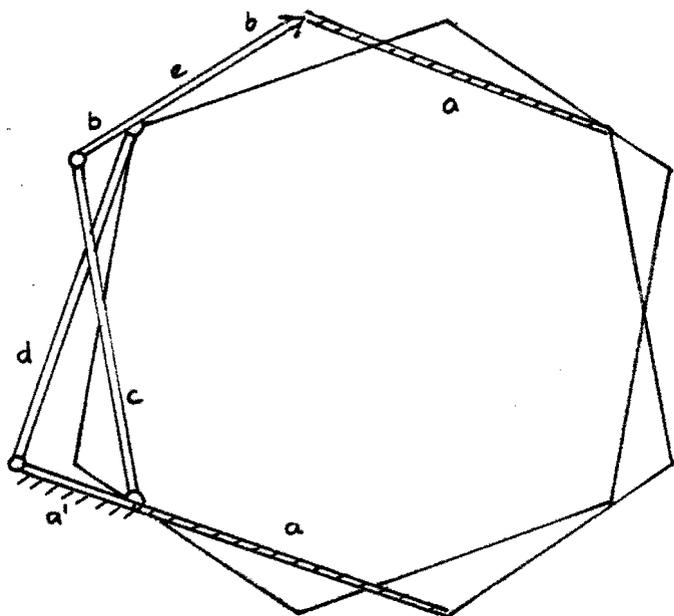
- 5) Trek AX loodrecht op A_0B met X als snijpunt.
- 6) Trek b_2 met lengte $|b|$ van B naar AX (eventueel passer gebruiken)
- 7) Verleng b_2 met e_2b_2 met lengte $|eb|$, zodanig dat B ingesloten wordt.
- 8) Spiegel A_0 in M en noem dit punt A_0'' .
- 9) Trek van de uiteinden van $b_2e_2b_2$ achtereenvolgens de lijnen naar A_0 en A_0'' .
Deze lijnstukken zijn stangen van de tweede zesstangengordel.
- 10) Spiegel de tot nu toe gevonden stangen van de tweede zesstangengordel in M .

Daarmee is de hexagonische gordel gevonden.

Men kan deze echter ook op een eenvoudigere manier vinden:

Teken de eerste zesstangen gordel volgens de bovenstaande methode. Duidt daarbij extra duidelijk de punten A_0, B en hun spiegelbeelden in M aan, dit zijn de zgn. dubbele draaipunten die de beide zesstangen gordels met elkaar verbinden. Trek deze eerste zesstangengordel over op doorzichtig papier. Draai dit doorzichtige papier om zodat men het spiegelbeeld krijgt. Pas de aldus verkregen tweede zesstangengordel zodanig op de eerste dat de dik aangeduide punten samenvallen. Dan heeft men de volledige hexagonische gordel.

Behalve dit ene vierstangenmechanisme dat de relatieve beweging van twee tegenover elkaar liggende stangen b^0 t.o.v. elkaar beschrijft kan men het bovenstaande vierstangenmechanisme ook als vervangingsmechanisme zien dat de tegenover elkaar liggende stangen a t.o.v. elkaar beschrijft.

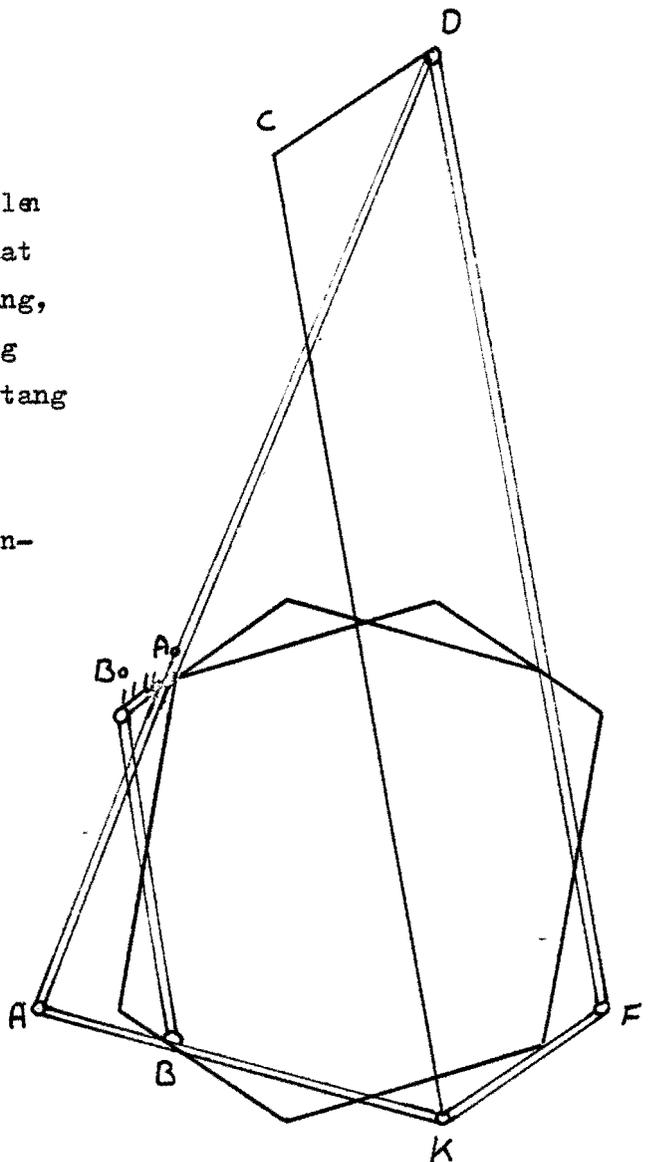


Op dezelfde manier als het vervangingsmechanisme b^0 - b^0 kan het vervangingsmechanisme c - c afgeleid worden.

Opm. Omdat een vervangingsmechanisme op precies dezelfde manier beweegt als de hex. gordel kan men zo'n vervangingsmechanisme altijd in de hex. gordel aanbrengen zonder de bewegingen van dit mechanisme te belemmeren.

Men kan als men dat zou willen ook een mechanisme zoeken dat behalve één punt van de stang, die tegenover de gestelstang ligt, beschrijft deze hele stang beschrijft.

Dit is in het algemeen niet mogelijk met een vierstangenmechanisme maar wel met een zesstangenmechanisme dat afgeleid is van het eerder gevonden vierstangenmechanisme.



De procedure om van het vierstangenmechanisme over te gaan naar het zesstangenvervangingsmechanisme is als volgt:

1. strek-roteer A_0ABB_0 om A zodanig dat punt B in K overgaat, i.p.v. A_0ABB_0 heeft men dan $DAKC$.
2. AA_0D is een starre stang
3. vul DCK aan tot het parallellogram $DCKF$.
4. het zesstangen mechanisme bestaat uit de stangen :

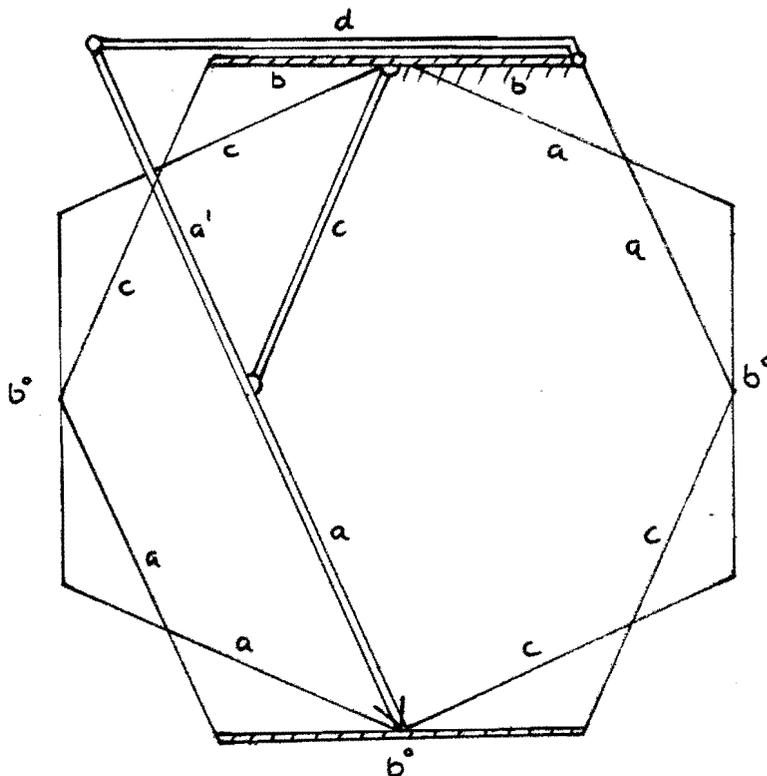
A_0B_0 (gestel)	ABK
A_0A	AA_0D
B_0B	KF

De stangen A_0B_0 en KF maken dezelfde beweging t.o.v. elkaar als twee bij elkaar horende stangen b^0 in de hexagonische gordel.

3. Enkele bijzondere gevallen van de hexagonische gordel.

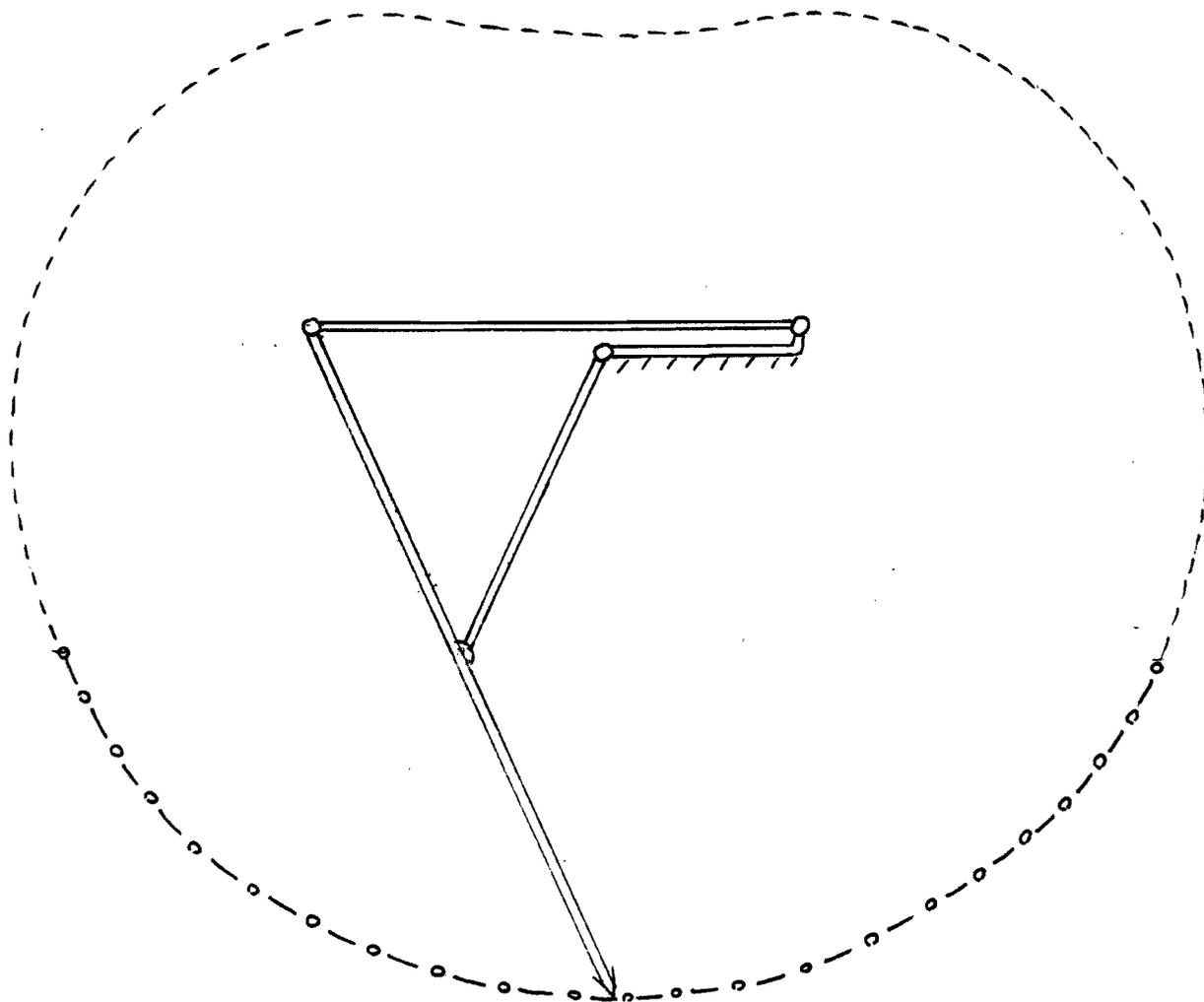
Om wat meer inzicht in het verband tussen hex. gordel, vervangingsmechanismen en de kromme van dit vervangingsmechanisme te krijgen worden enkele bijzondere gevallen bekeken.

Een bijzonder geval is bv. als $b^0 = a = c$ en $e = 0$:



Het vervangingsmechanisme $b^0 b'$ is met $\left\{ \begin{array}{c} \text{diagonal hatching} \\ \text{vertical hatching} \end{array} \right\}$ aangegeven.

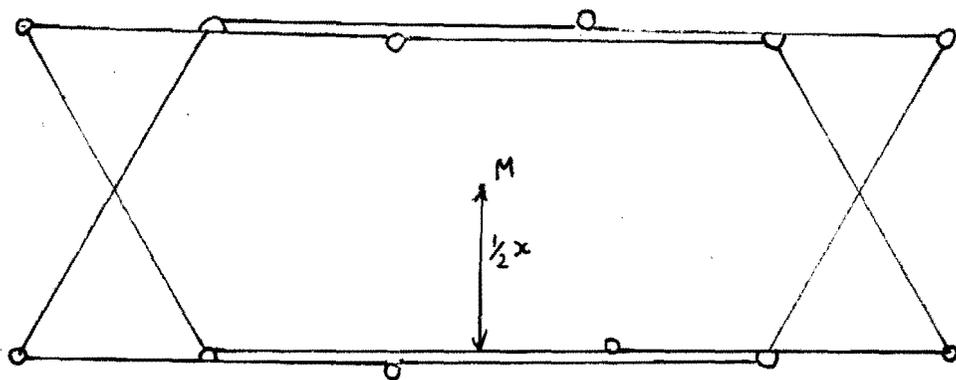
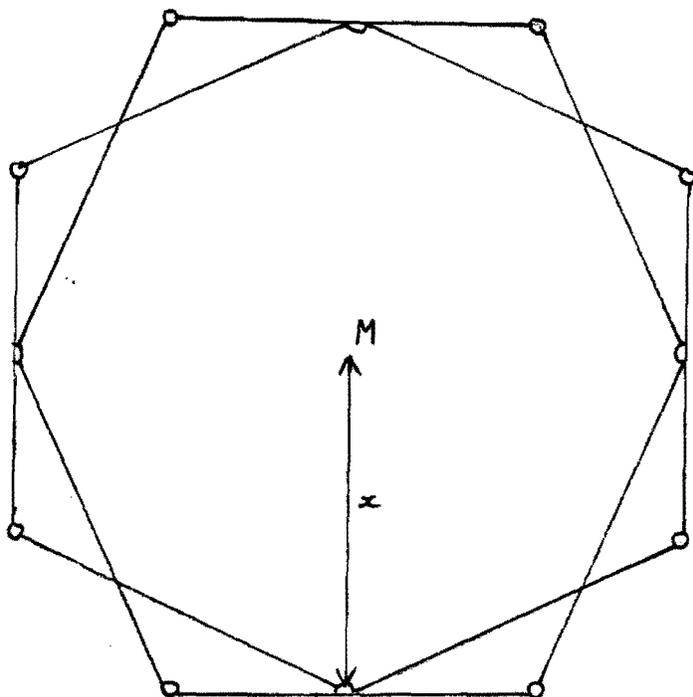
De baan van dit vervangingsmechanisme ziet er als volgt uit
 (dit is dus de baan van twee tegenover elkaar liggende stangen
 b° t.o.v. elkaar):



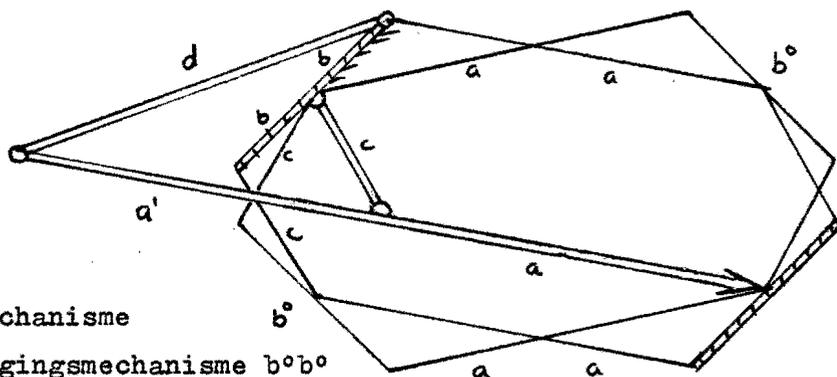
De baan is symmetrisch omdat $a'=a=c$.

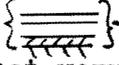
Het $-o-o-$ deel van de baan is als de hex. gordel min of meer
 een "gordel" is; bij het $-----$ deel klapt de hex. gordel naar binnen
 zodat men eigenlijk niet meer van een gordel kan spreken.

Dit kan men afleiden uit de volgende standen van de hex. gordel.

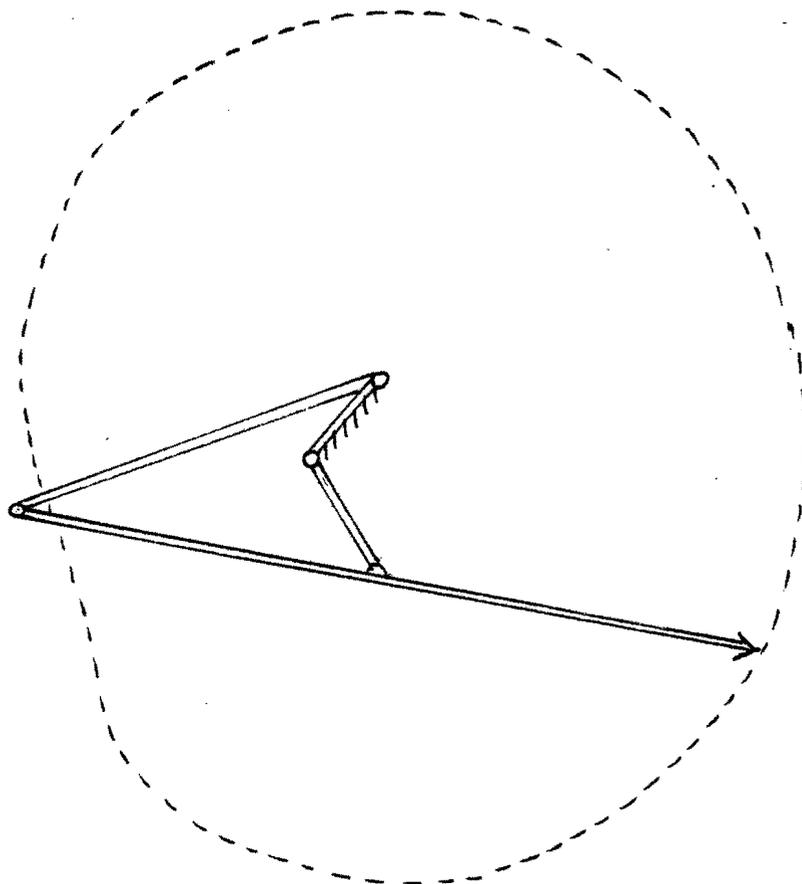


Een meer algemeen geval is als men de staaf lengten willekeurig neemt maar toch $e=0$ laat:

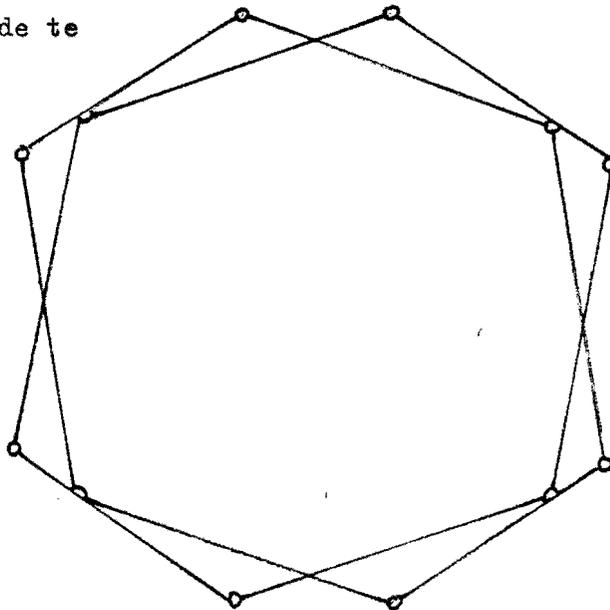


Het -mechanisme
is het vervangingsmechanisme b^0b^0

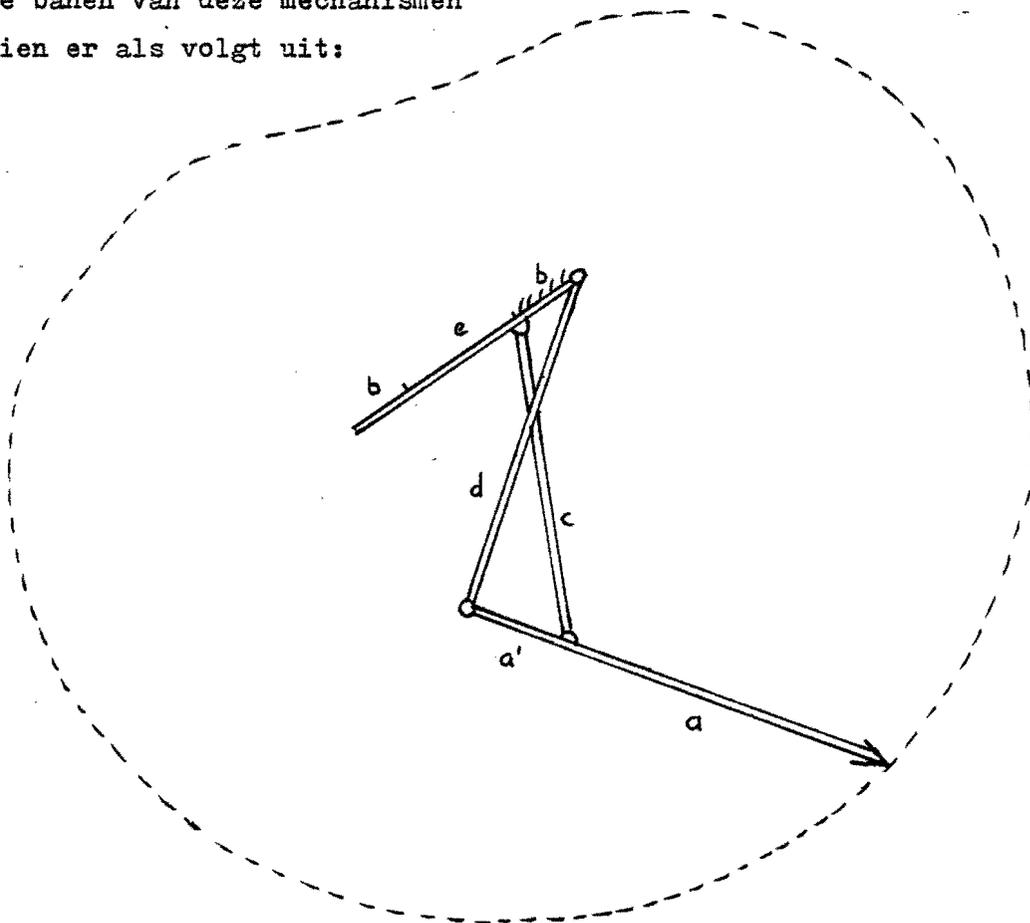
De baan van de staven b^0 t.o.v. elkaar ziet er als volgt uit.



Een nog algemener geval is om "e" een waarde te geven groter dan nul.

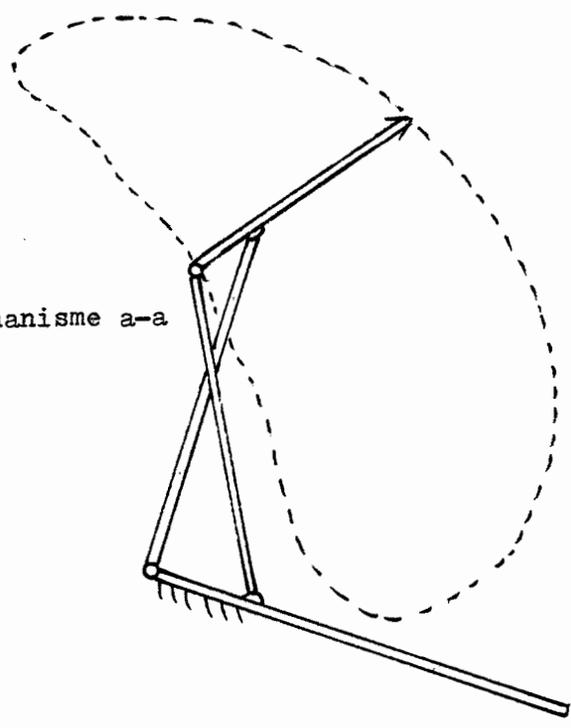


In het hoofdstuk over vervangingsmechanismen zijn voor dit geval de vervangingsmechanismen b^0-b^0 ; a-a en c-c afgeleid. De banen van deze mechanismen zien er als volgt uit:

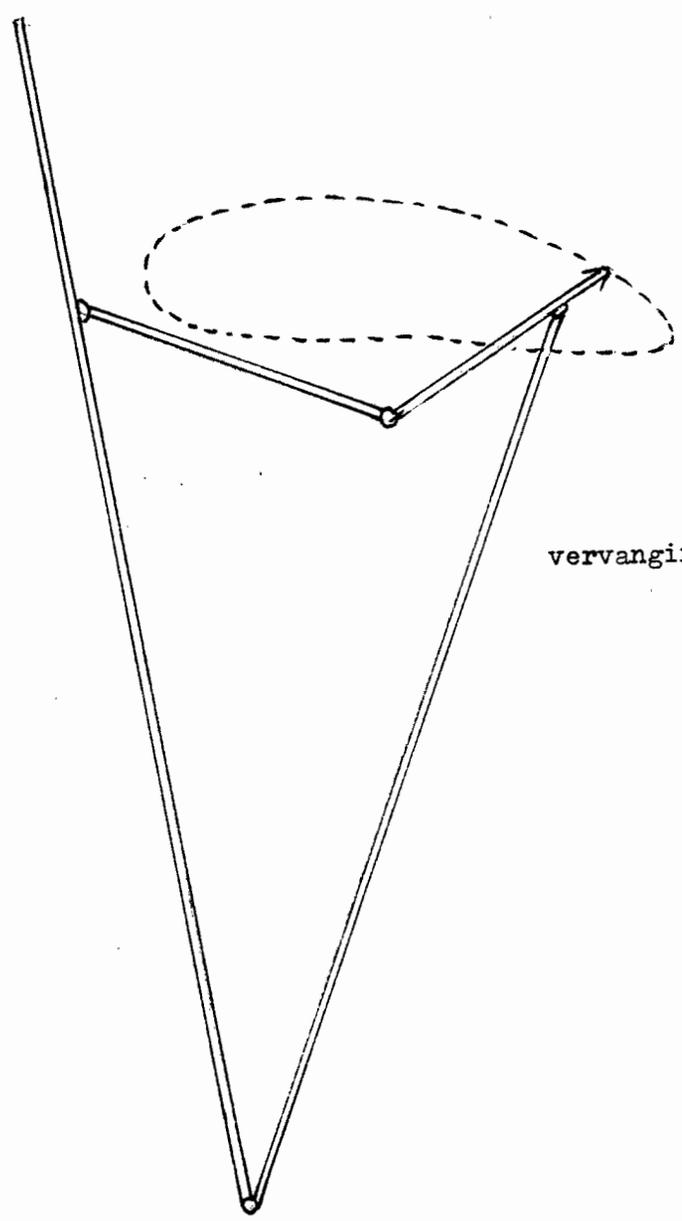


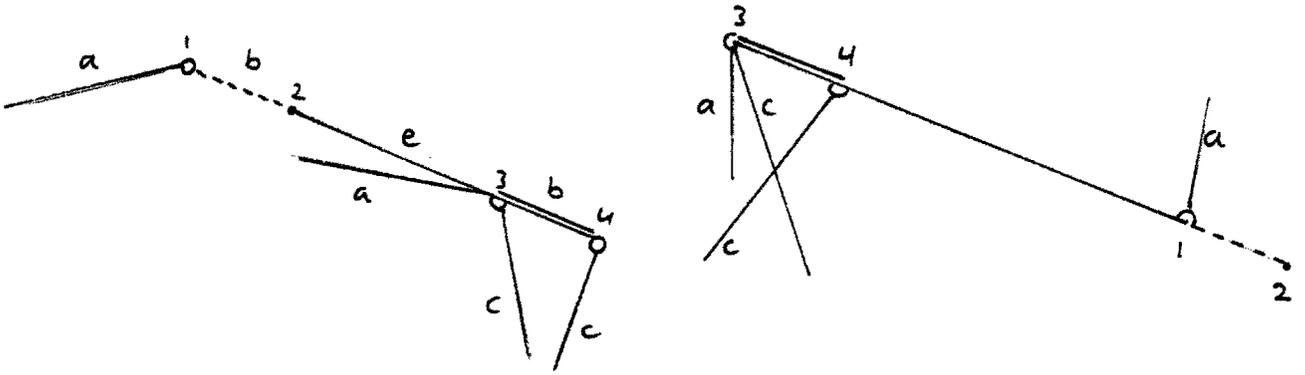
Vervangingsmechanisme b^0-b^0

vervangingsmechanisme a-a



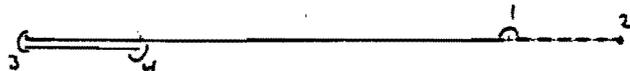
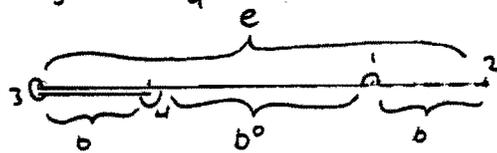
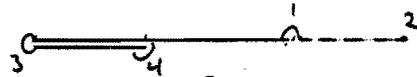
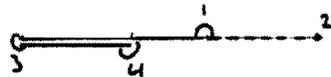
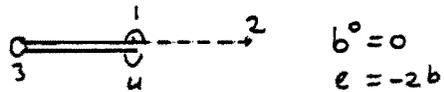
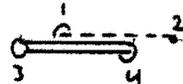
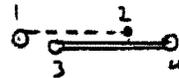
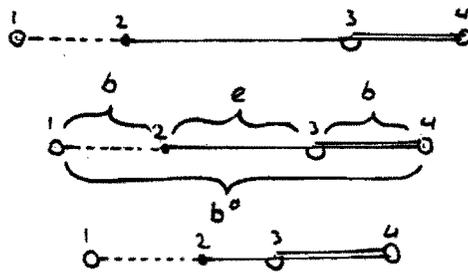
vervangingsmechanisme c-c



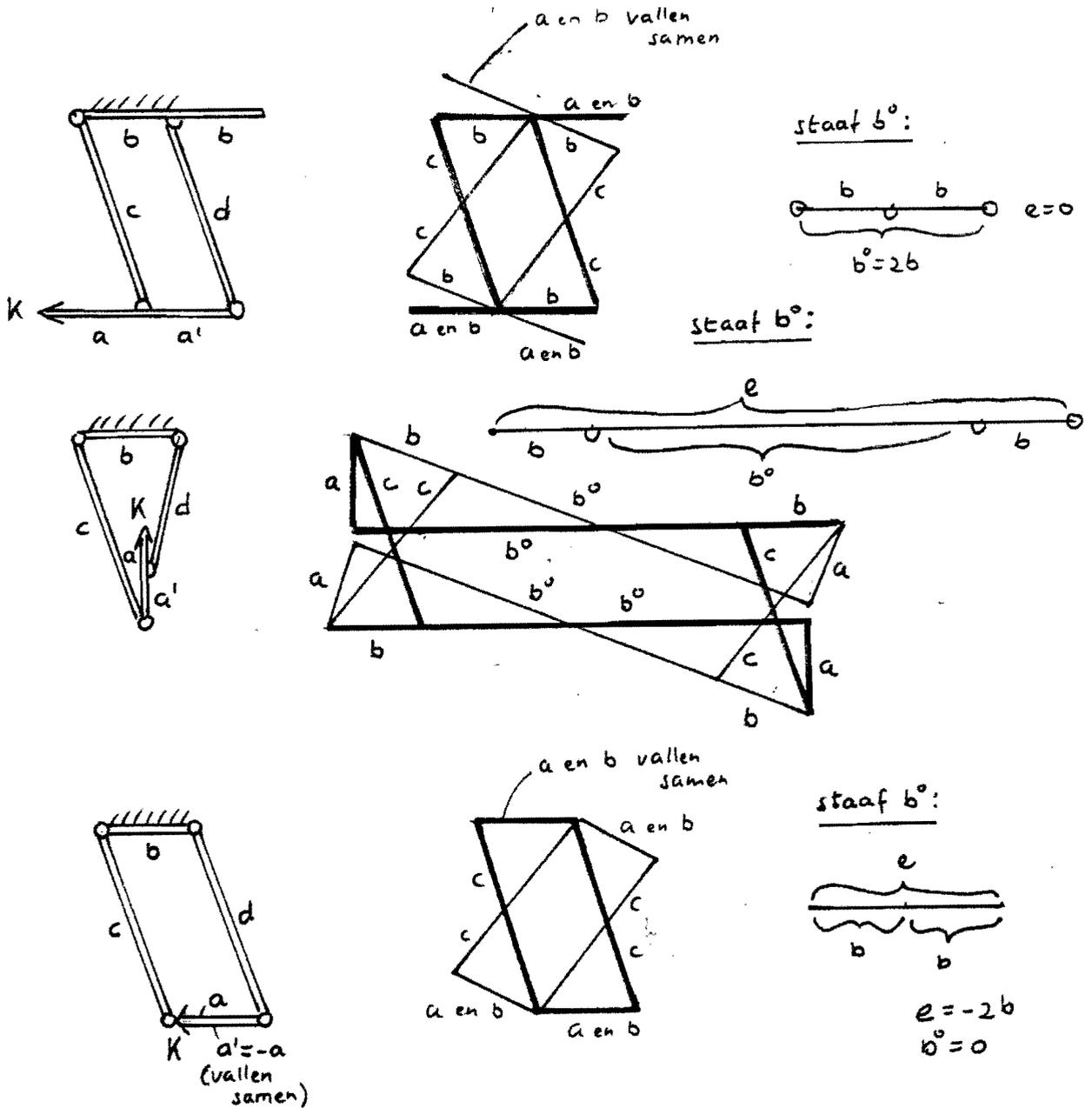


Men kan het gebied van de meest algemene gevallen nog uitbreiden door ook $e < 0$ niet uit te sluiten.

De stang b^0 kan zich dan op verschillende manieren voordoen:



Om enig inzicht te krijgen hoe een hex. gordel eruit kan zien voor een negatieve e staan hieronder enkele voorbeelden:



Uit de laatste twee voorbeelden blijkt dat de stang b^0 voor een negatieve e eigenlijk langer is dan volgens de definitie $b^0=b+e+b$. Indien b^0 volgens de definitie gelijk aan nul is zit er in de hex. gordel toch nog een stang " b^0 ".

Men zou in de plaats van een negatieve e ook een negatieve b kunnen nemen.

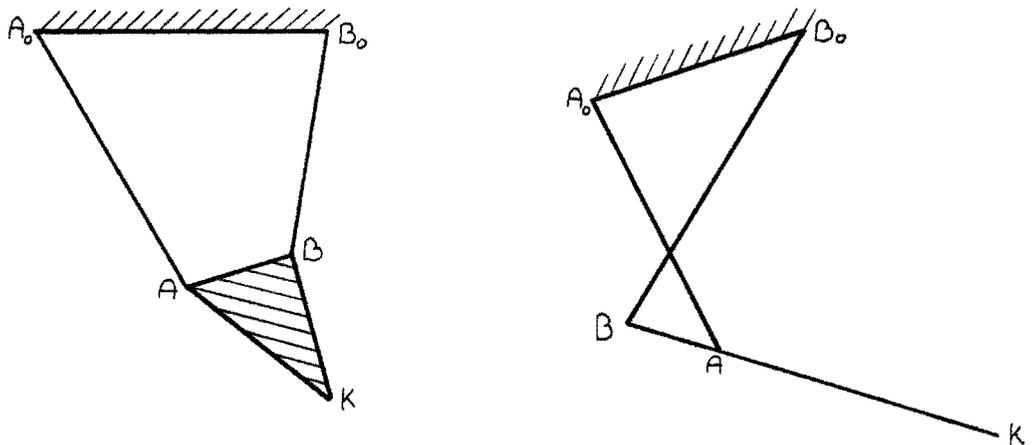
De resultaten daarvan kunnen ook beschreven worden met een negatieve e.

Op deze wijze kan men ook een negatieve b^0 krijgen, men zou ook negatieve a en c kunnen nemen.

Dit heeft echter geen invloed op de voorwaarde: $a^2 - b^2 = d^2 - c^2$.
Het geeft dan ook geen extra mogelijkheden door deze stangen negatief te noemen.

4. Koppelpuntsverzwagering

Een koppelpunt is een speciaal gekozen punt van het vlak AB.



Een koppelkromme is de baan die het koppelpunt beschrijft bij het bewegen van de stangenvierzijde.

De stelling van Roberts omschrijft de drievoudige voortbrenging van koppelkrommen van het stangenvierzijde.

Dat houdt in dat voor elk vierstangenzijde met een koppelpunt nog twee andere stangenvierzijden te construeren zijn waarvan het koppelpunt precies dezelfde baan beschrijft als van de oorspronkelijke stangenvierzijde.

Eerste verzwagering:

Regels: 1. verwissel de staven AB en BB_0 ,

dan krijgt men het parallellogram ABB_0B''

2. verwissel de staven KB en BB_0 ,

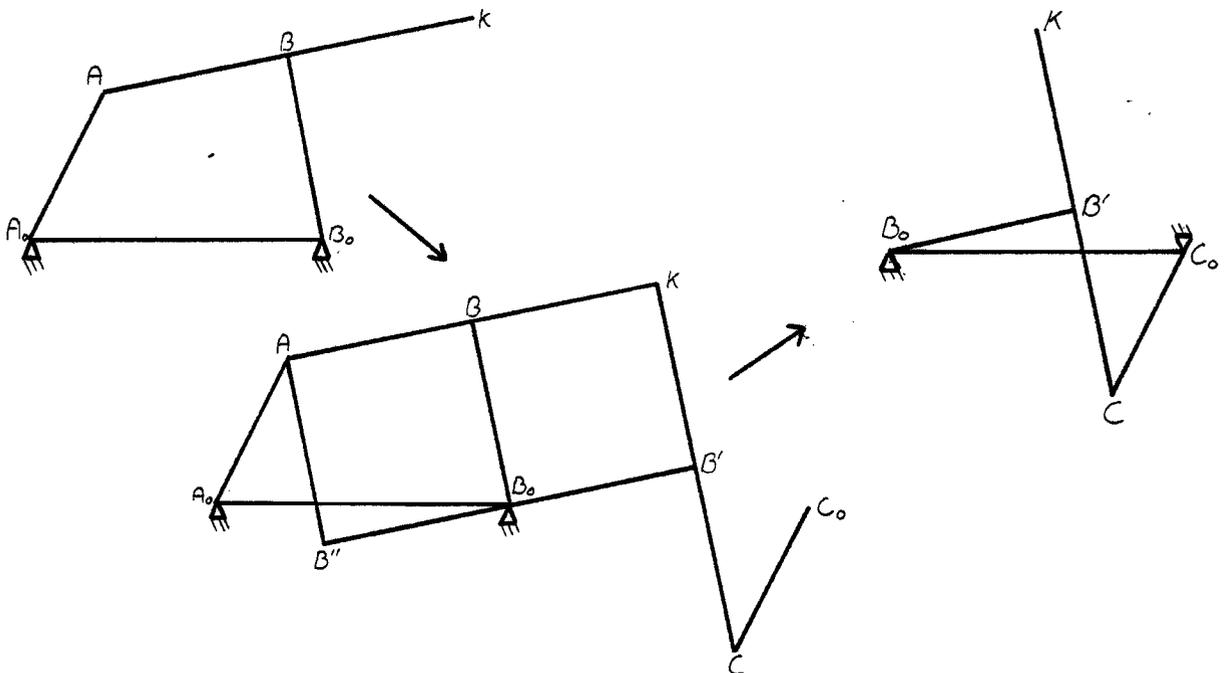
dan krijgt men het parallellogram KBB_0B'

3. strek-roteer de vierhoek $A_0AB''B_0$ om B_0 zodanig dat B'' in B' overgaat.

Daarbij gaat A_0 over in C_0 en A over in C .

4. de nieuwe stangenvierzijde $C_0CB'B_0$ heeft op vlak CB' het punt K liggen.

Dit punt K beschrijft met dit mechanisme precies dezelfde koppelcurve als het oorspronkelijke mechanisme.



Tweede verzwagering:

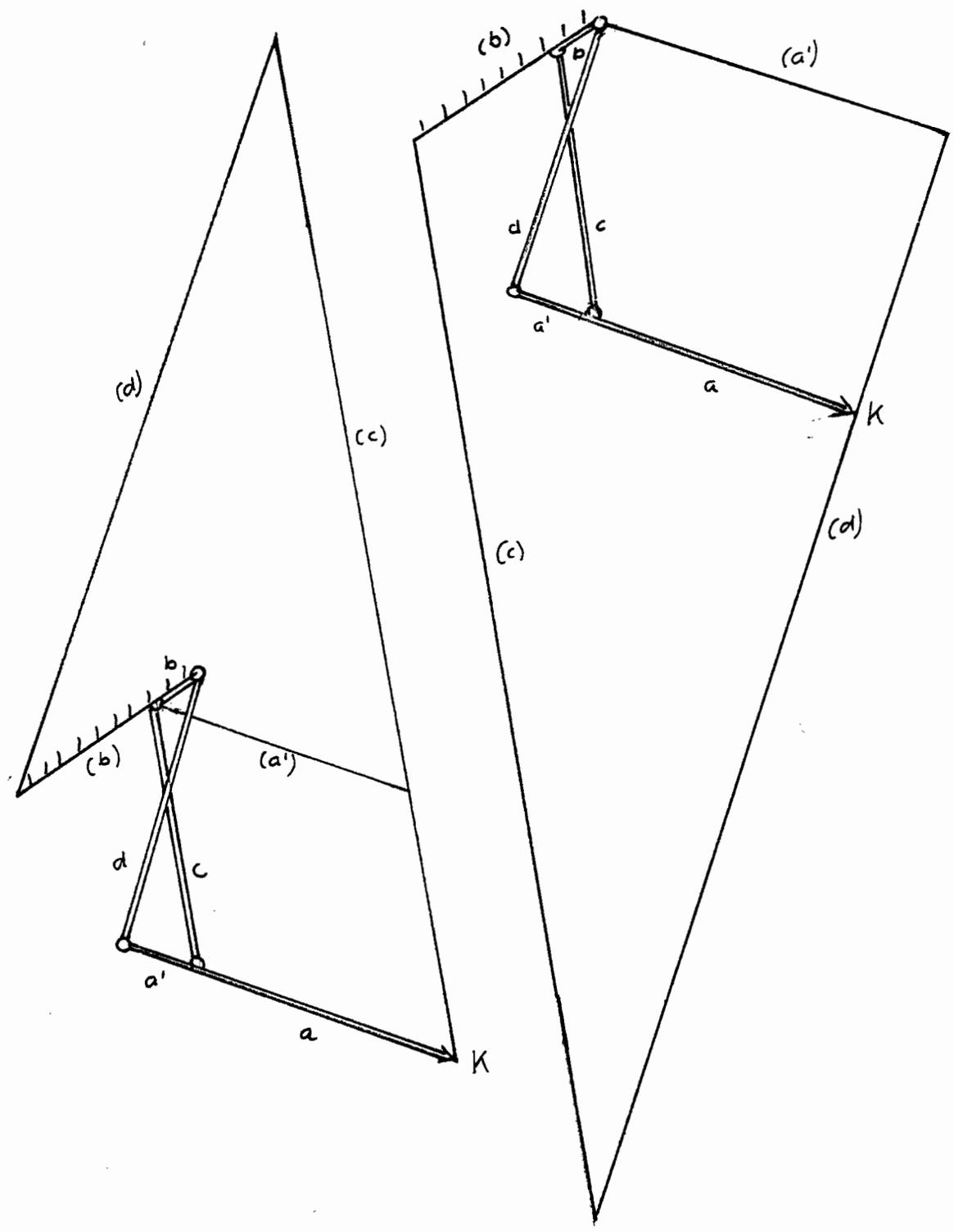
Verander de nummering in het oorspronkelijke vierstangenmechanisme : A_0 wordt B_0 ; B_0 wordt A_0

A wordt B ; B wordt A

Pas nu opnieuw de koppelpuntverzwageringsregels toe.

Nu kan men dus van elk vervangingsmechanisme twee verzwageringen maken.

De twee verzwageringen voor het mechanisme b^0-b^0 uit het hoofdstuk van de vervangingsmechanismen zien er als volgt uit:



Zo kan men ook verzwageringen maken voor het vervangingsmechanisme a-a en c-c.

Als men die allemaal uitgevoerd heeft kan men enige overeenkomsten zien in al deze mechanismen, zie het schema op de volgende bladzijde.

Men kan het schema uitbouwen voor de vervangingsmechanismen d-d. Deze mechanismen hebben stang d als gestel.

In de hex. gordel komt stang d echter niet voor, alhoewel je hem aan zou kunnen brengen samen met a', de verlengde van a, zonder de bewegingen van de gordel te belemmeren.

Deze mechanismen d-d zijn in eerste instantie niet interessant, maar men weet nooit of ze nog van pas komen.

Voorwaarde $a'^2 - b^2 = d^2 - c^2$ voor de verzwageringen.

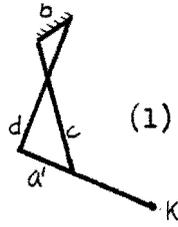
Voor het oorspronkelijke vervangingsmechanisme b°-b° gold de voorwaarde $a'^2 - b^2 = d^2 - c^2$.

Voor alle andere mechanismen in dit schema moet deze voorwaarde ook gelden omdat de stangen met gelijke aanduidingen afmetingen hebben met de vaste verhouding tot elkaar en omdat deze stangen dezelfde richting houden.

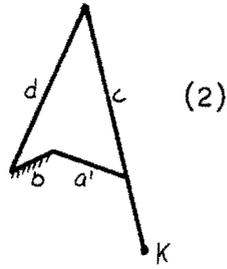
In weze zijn alle mechanismen uit dezelfde stangen opgebouwd, alleen de volgorde van de stangen is anders en de ligging van het koppelpunt is afhankelijk van de stangenvolgorde en de keuze van het gestel.

Dus voor alle mechanismen in het schema geldt de voorwaarde $a'^2 - b^2 = d^2 - c^2$.

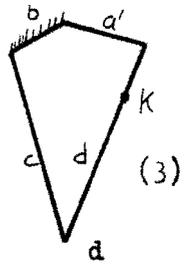
verv.mech. b^0-b^0
(gestel b^0)



(1)



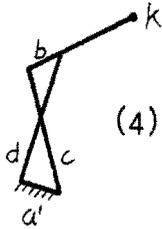
(2)



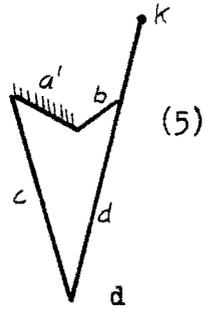
(3)

koppelpunt op: a'

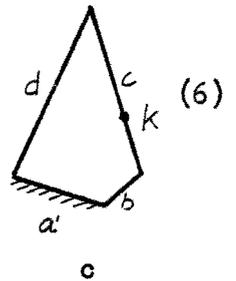
verv.mech. $a-a$
(gestel a)



(4)



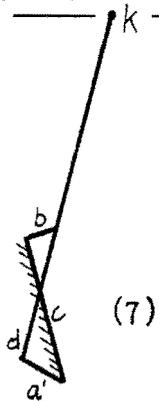
(5)



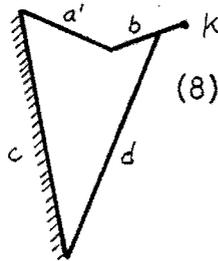
(6)

koppelpunt op: b

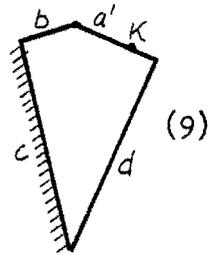
verv.mech. $c-c$
(gestel c)



(7)



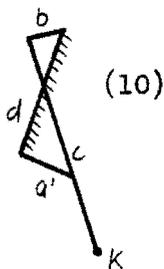
(8)



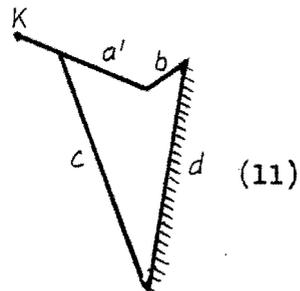
(9)

koppelpunt op: d

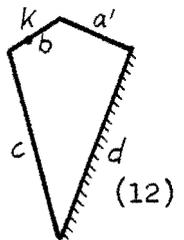
verv.mech. $d-d$
(gestel d)



(10)



(11)



(12)

koppelpunt op: c

5. Rechtgeleidingsmechanismen.

Dit zijn mechanismen waarvan het koppelpunt een rechte lijn beschrijft ten opzichte van het gestel.

Een exacte rechtgeleiding is in de vorm van een vierstangenmechanisme niet uit te voeren.

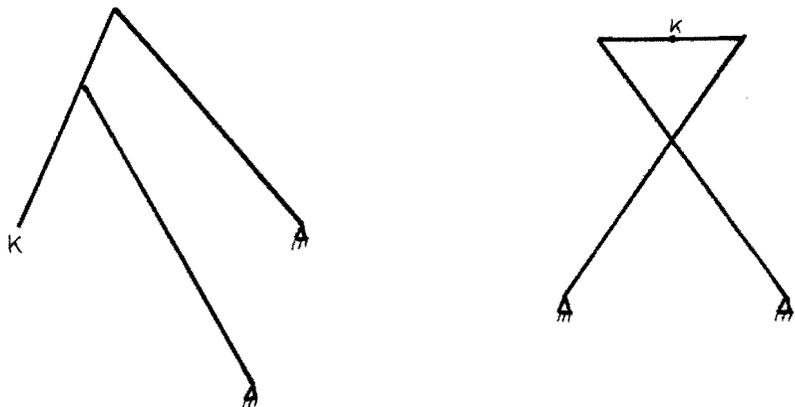
Men moet dus zijn toevlucht nemen tot benaderd-rechtgeleidingsmechanismen.

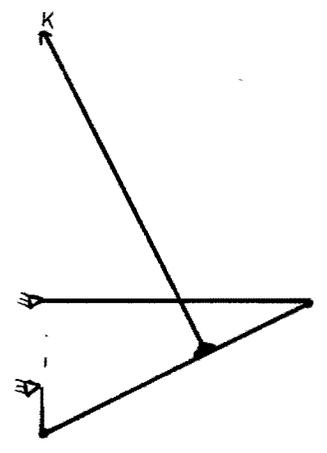
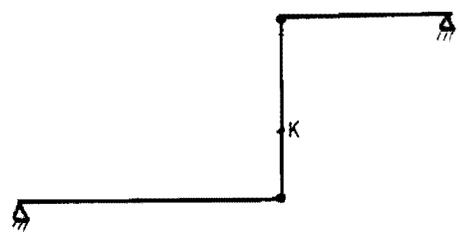
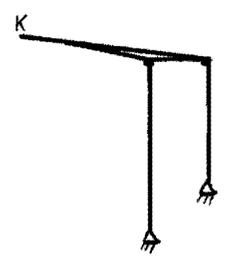
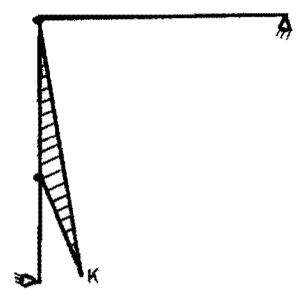
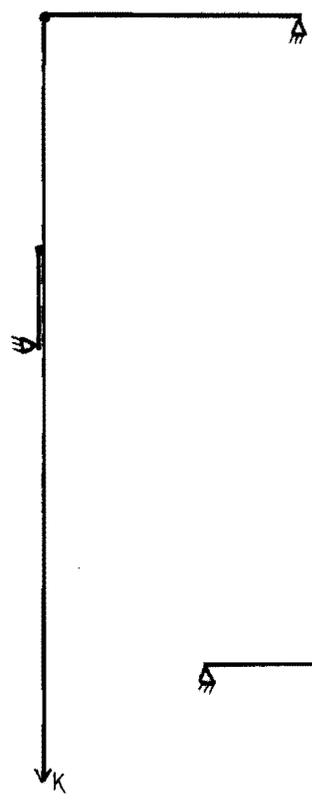
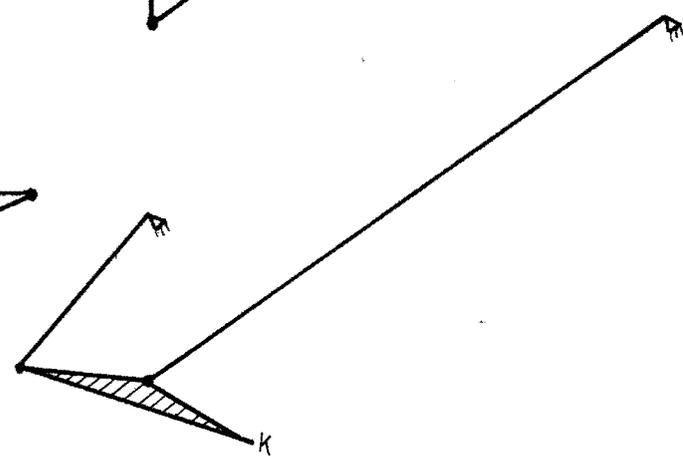
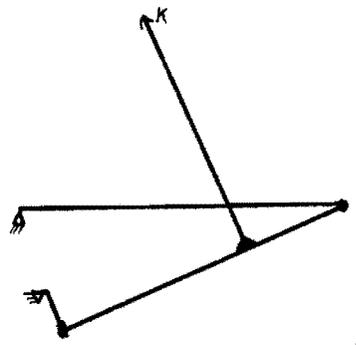
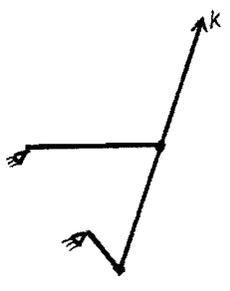
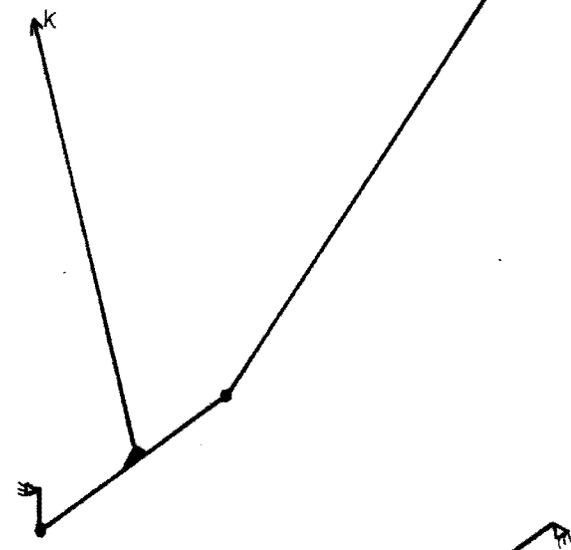
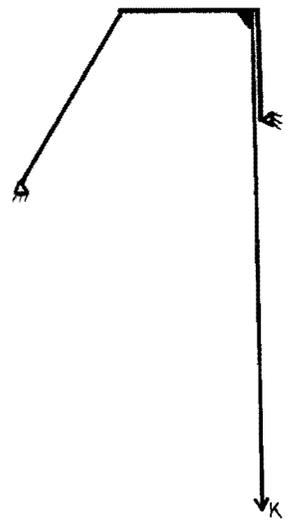
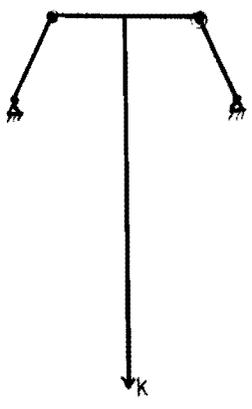
Deze mechanismen hebben een koppelbaan die voor een gedeelte benaderd rechtlijnig is. Men kan deze mechanismen vinden door uit te gaan van een aantal samenvallende buigpunten (punt van Ball) in de koppelbanen.

Van mechanismen met een dergelijk punt in de koppelbaan beweegt het koppelpunt zich in een benaderd rechtse lijn rond dit punt. Hier volstaat het de resultaten van deze rechtgeleidingstheorie te vergelijken met de vervangingsmechanismen die in het vorige hoofdstuk in een schema staan.

Zodoende is het niet nodig zeer diep in deze ingewikkelde rechtgeleidingsmaterie te gaan.

De rechtgeleidingstheorie levert de volgende benaderd-rechtgeleidingsvierstangenmechanismen:





Uiteraard zijn de afmetingen van de stangen van deze mechanismen aan bepaalde ontwerpregels gebonden.

Het is niet zo dat een bepaald mechanisme alleen in de afgebeelde toestand een rechte baan produceert.

Binnen bepaalde ontwerpregels is nog enige vrijheid om de lengte van de stangen t.o.v. elkaar te wijzigen.

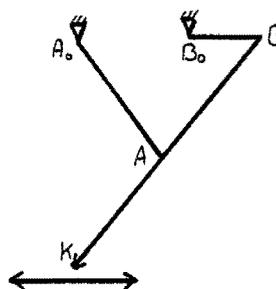
Men kan uit deze rechtgeleidingsmechanismen meteen al een eerste selectie maken omdat voor alle vervangingsmechanismen het koppelpunt in het verlengde van A en B ligt.

Een vervangingsmechanisme waarbij dit niet het geval is kan zich bij de tot nu toe gepresenteerde vorm van de hex. gordel niet voordoen.

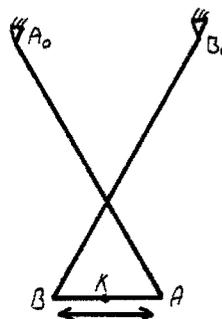
Dus de eerste selectie bestaat uit het doorschrappen van alle mechanismen waarbij men binnen de ontwerpregels K niet op het verlengde van A en B kan krijgen.

Men houdt dan de volgende zes mechanismen over:

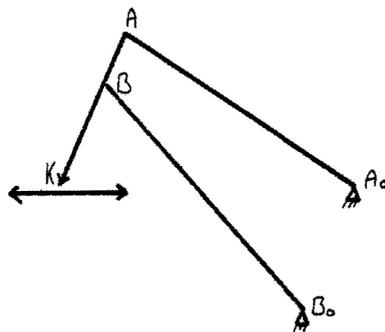
Het lambda-mechanisme



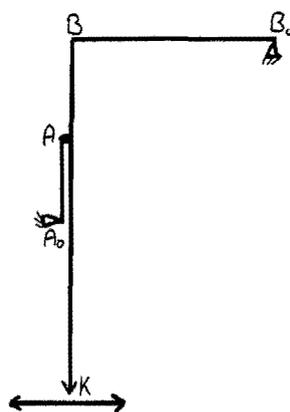
Het Chebyshev-mechanisme



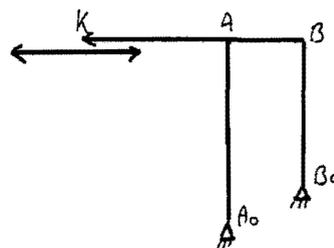
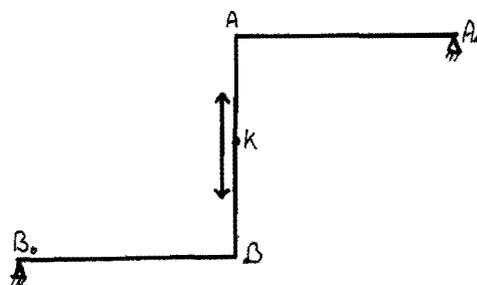
Het kraan mechanisme



Het Evans-mechanisme



Het Watt-mechanisme



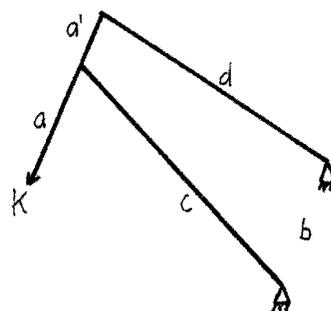
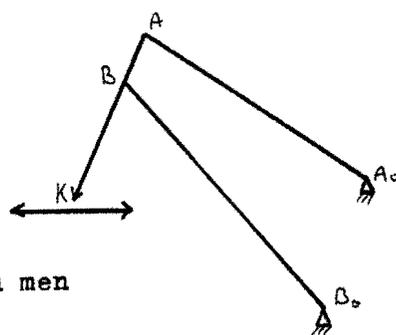
Aan de hand van een voorbeeld zal getoond worden hoe men aan de voorwaarden van een rechtgeleiding en van een vervangingsmechanisme tegelijkertijd kan voldoen en hoe men daaruit de hex. gordel afleidt. Verder kan men uit dit voorbeeld afleiden welke tweede selectie onder de rechtgeleidingsmechanismen nodig is.

Voorbeeld: het kraan mechanisme

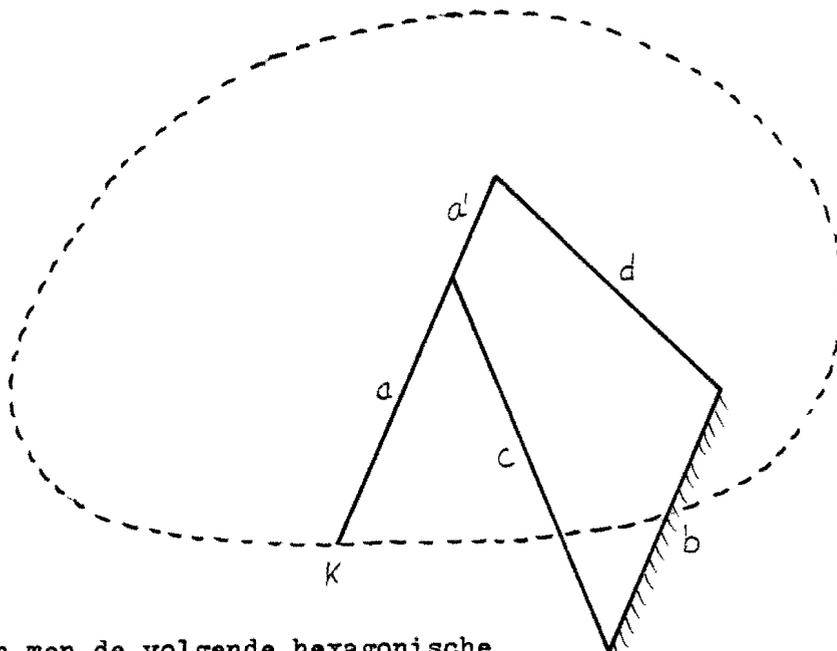
Het kraanmechanisme kan men op verschillende manieren konstrueren zodat het een benaderd rechte baan oplevert. Hiertoe zou men ontwerpregels kunnen formuleren.

Het blijkt mogelijk te zijn het mechanisme zodanig te konstrueren dat aan de ontwerpregels voldaan is (het koppel-punt doorloopt dus een rechte baan) en bovendien aan de voorwaarde $a'^2 - b^2 = d^2 - c^2$ voldaan is zodat er een hexagonische gordel uit af te leiden is.

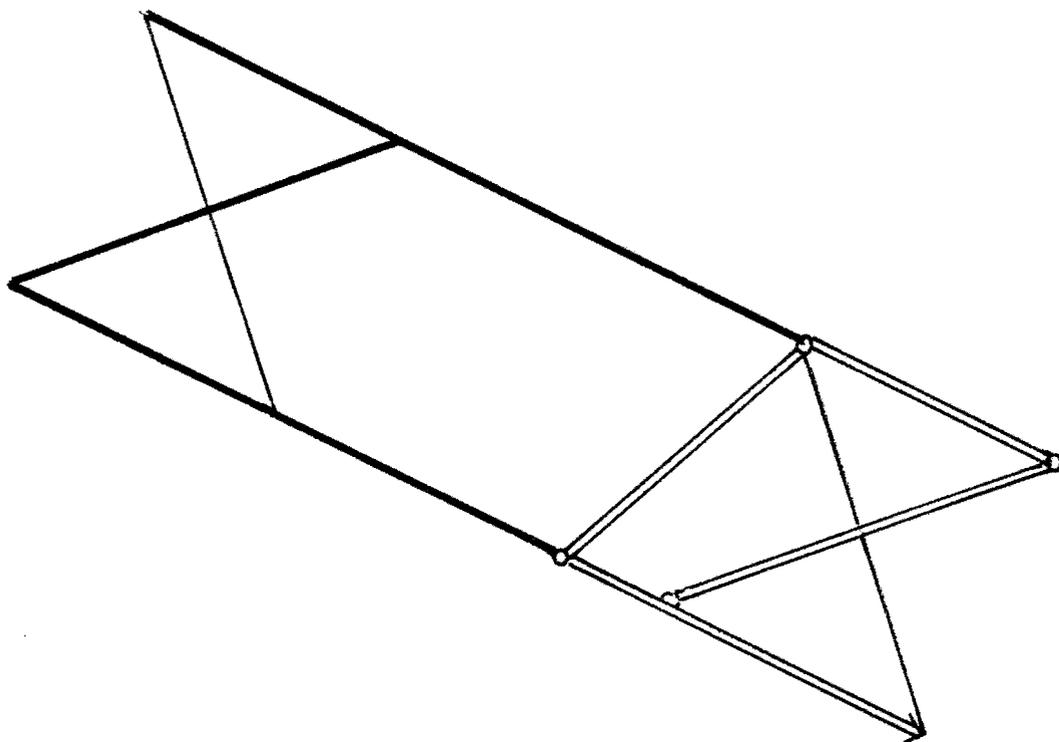
In dit voorbeeld is gekozen dit te proberen voor het kraanmechanisme met de volgende stangnummering:



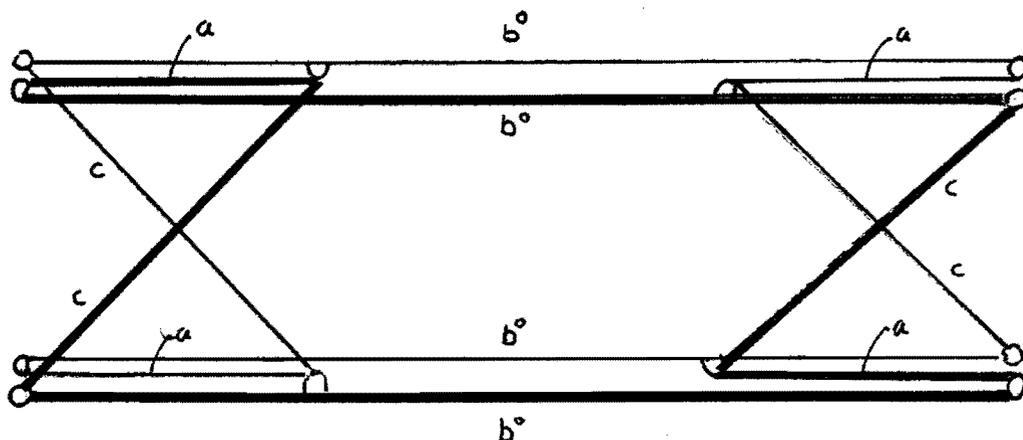
De oplossing is een kraanmechanisme met de volgende afmetingen en koppelpuntsbaan:



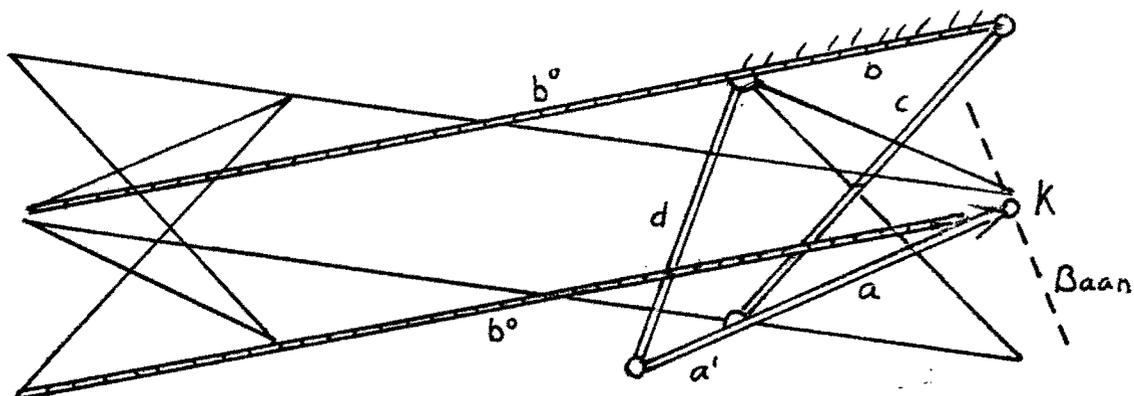
Hieruit kan men de volgende hexagonische gordel afleiden.



Om een duidelijker beeld van dit mechanisme te krijgen zijn hier de over elkaar liggende stangen naast elkaar getekend:



Hetzelfde mechanisme in een iets andere stand:

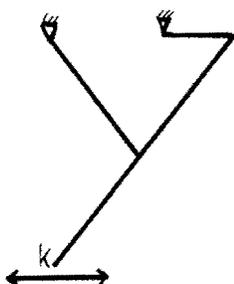


In de laatste figuur is de baan die stang b^0 beschrijft t.o.v. zijn tegenoverliggende aangegeven. Deze baan is voor een stuk recht maar toch kan men stang b^0 niet als voet gebruiken. Dit geeft dus het inzicht dat de rechte baan in de richting van de stang die als voet dienst doet moet liggen, m.a.w. de baan moet dezelfde richting hebben als de gestelstang van het vervangingsmechanisme.

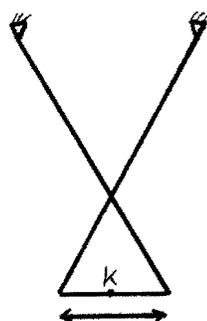
Aan de hand van het resultaat van het voorbeeld kan men zien dat men tot een tweede selectie moet overgaan.

Alleen de mechanismen die de rechtgeleide beweging evenwijdig aan het gestel maken blijven over.

Helaas zijn dat maar twee mechanismen:



Het lambda-mechanisme



Het Chebyshev-mechanisme

6. Systematiek

In het hoofdstuk over koppelpuntsverzwagering is een schema gepresenteerd van vervangingsmechanismen.

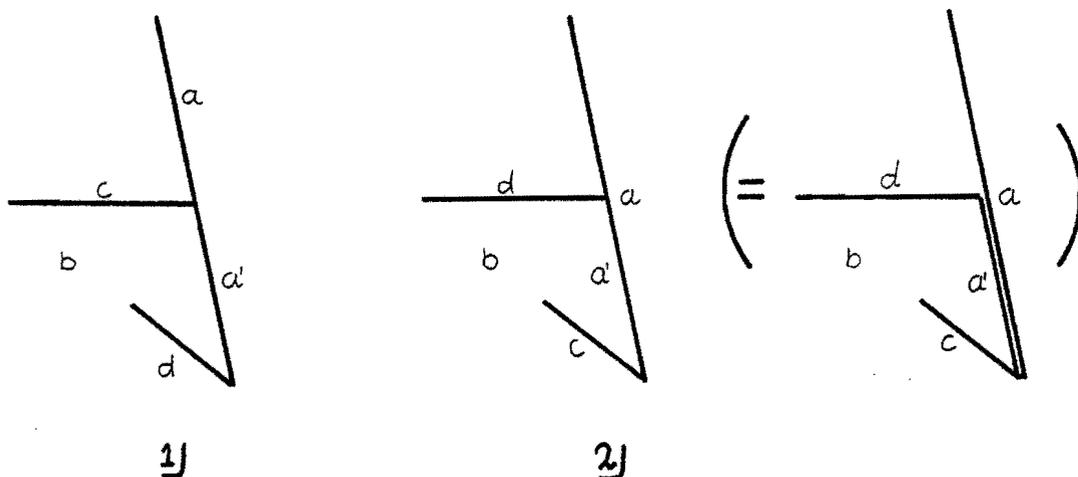
De voorwaarde $a'^2 - b^2 = d^2 - c^2$ kan dus op 12 manieren geïnterpreteerd worden.

Als men de manieren waar de niet bestaande stang d gestel is buiten beschouwing laat zijn het er nog negen.

Om er zeker van te zijn dat er geen mogelijkheden verloren gaan zou men elk van deze manieren met elk rechtgeleidingsmechanisme moeten vergelijken om te zien of er iets bruikbaar uitkomt.

Vermeld dient nog te worden dat elk vervangingsmechanisme uit het schema op twee manieren geïnterpreteerd kan worden.

bv. als men het lambda-mechanisme op dezelfde manier probeert op te bouwen als het eerste vervangingsmechanisme $b^0 - b^0$ uit het schema dan kan men dat op de volgende twee manieren doen:



Men moet voor elk rechtgeleidingsmechanisme nagaan op welke manieren er allamaal aan de voorwaarde voor vervangingsmechanismen voldaan kan worden.

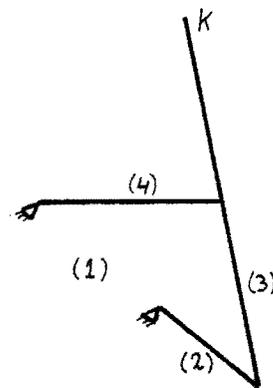
Daartoe moet men elk rechtgeleidingsmechanisme uitvoeren volgens alle $2 \times 9 = 18$ mogelijkheden die het schema van vervangingsmechanismen bied (de laatste 2×3 mogelijkheden niet meegeteld).

Het is echter gebleken dat deze achttien gevallen een aantal dezelfde mechanismen (die dus aan de voorwaarde van rechtgeleiding én aan de voorwaarde van vervangingsmechanisme van de hexagonische gordel voldoen) oplevert.

Het is mogelijk vooraf deze dezelfde oplossingen te herkennen zodat men slechts de werkelijk verschillende gevallen uit hoeft te voeren.

Dit gaat als volgt in zijn werk:

- Men heeft bv. het volgende rechtgeleidingsmechanisme:
- Van dit mechanisme nummert men de stangen.
- Men bekijkt watde voorwaarde $a^2 + b^2 = d^2 + c^2$ (die voor alle vervangingsmechanismen uit het schema geldt) in werkelijkheid inhoudt voor alle vervangingsmechanismen uit het schema (zie de volgende bladzijden)



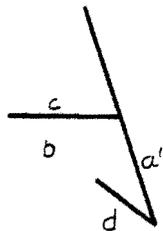
mechanisme
nummer

stangen
nummering

voorwaarde
 $a'^2 - b^2 = d^2 - c^2$

formule-
variëteit

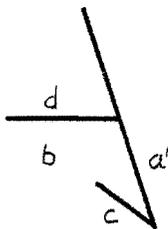
1 - I



$$(3)^2 - (1)^2 = (2)^2 - (4)^2$$

I

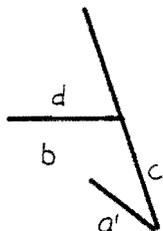
1 - II



$$(3)^2 - (1)^2 = (4)^2 - (2)^2$$

II

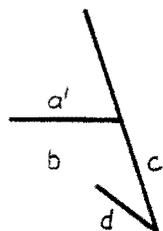
2 - I



$$(2)^2 - (1)^2 = (4)^2 - (3)^2$$

II

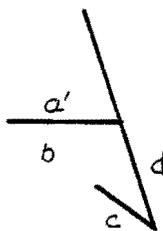
2 - II



$$(4)^2 - (1)^2 = (2)^2 - (3)^2$$

I

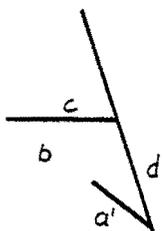
3 - I



$$(4)^2 - (1)^2 = (3)^2 - (2)^2$$

III

3 - II



$$(2)^2 - (1)^2 = (3)^2 - (4)^2$$

III

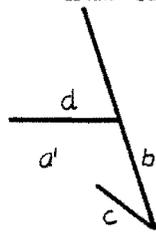
mechanisme
nummer

stangen
nummering

voorwaarde
 $a'^2 - b^2 = d^2 - c^2$

formule-
variëteit 40

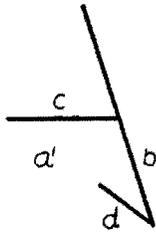
4 - I



$$(1)^2 - (3)^2 = (4)^2 - (2)^2$$

I

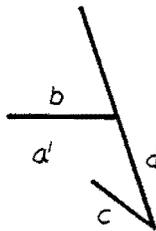
4 - II



$$(1)^2 - (3)^2 = (2)^2 - (4)^2$$

II

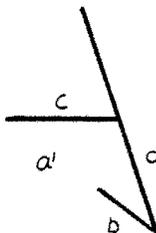
5 - I



$$(1)^2 - (4)^2 = (3)^2 - (2)^2$$

I

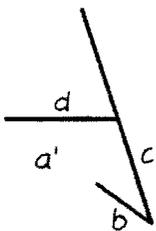
5 - II



$$(1)^2 - (2)^2 = (3)^2 - (4)^2$$

II

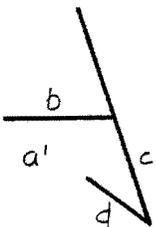
6 - I



$$(1)^2 - (2)^2 = (4)^2 - (3)^2$$

III

6 - II



$$(1)^2 - (4)^2 = (2)^2 - (3)^2$$

III

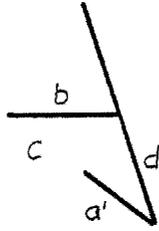
mechanisme
nummer

stangen
nummering

voorwaarde
 $a'^2 - b^2 = d^2 - c^2$

formule-
variëteit 41

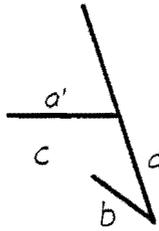
7 - I



$$(2)^2 - (4)^2 = (3)^2 - (1)^2$$

I

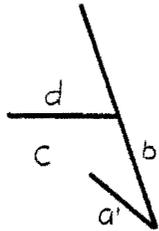
7 - II



$$(4)^2 - (2)^2 = (3)^2 - (1)^2$$

II

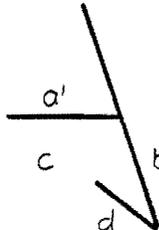
8 - I



$$(2)^2 - (3)^2 = (4)^2 - (1)^2$$

I

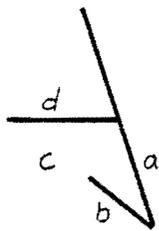
8 - II



$$(4)^2 - (3)^2 = (2)^2 - (1)^2$$

II

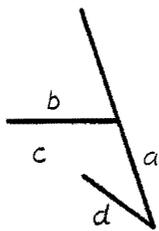
9 - I



$$(3)^2 - (2)^2 = (4)^2 - (1)^2$$

III

9 - II



$$(3)^2 - (4)^2 = (2)^2 - (1)^2$$

III

Door na te gaan welke van de bovenstaande (fig. A) hergeformuleerde voorwaarden mathematisch verschillen kan men nagaan welke vervangingsmechanismen een wezenlijk ander resultaat kunnen opleveren. Om deze verschillen in de voorwaarden op te kunnen sporen zijn hieronder alle dezelfde voorwaarden in rijtjes onder elkaar geschreven.

Formulevariëteit I	komt voor	Formulevariëteit II	komt voor
$(3)^2 - (1)^2 = (2)^2 - (4)^2$	x	$(3)^2 - (1)^2 = (4)^2 - (2)^2$	x
$(2)^2 - (4)^2 = (3)^2 - (1)^2$	x	$(1)^2 - (3)^2 = (2)^2 - (4)^2$	x
$(4)^2 - (1)^2 = (2)^2 - (3)^2$	x	$(4)^2 - (2)^2 = (3)^2 - (1)^2$	x
$(2)^2 - (3)^2 = (4)^2 - (1)^2$	x	$(2)^2 - (4)^2 = (1)^2 - (3)^2$	
$(3)^2 - (2)^2 = (1)^2 - (4)^2$		$(2)^2 - (1)^2 = (4)^2 - (3)^2$	x
$(1)^2 - (4)^2 = (3)^2 - (2)^2$	x	$(4)^2 - (3)^2 = (2)^2 - (1)^2$	x
$(1)^2 - (3)^2 = (4)^2 - (2)^2$	x	$(3)^2 - (4)^2 = (1)^2 - (2)^2$	
$(4)^2 - (2)^2 = (1)^2 - (3)^2$		$(1)^2 - (2)^2 = (3)^2 - (4)^2$	x
Formulevariëteit III	komt voor		
$(4)^2 - (1)^2 = (3)^2 - (2)^2$	x		
$(3)^2 - (2)^2 = (4)^2 - (1)^2$	x		
$(1)^2 - (4)^2 = (2)^2 - (3)^2$	x		
$(2)^2 - (3)^2 = (1)^2 - (4)^2$			
$(2)^2 - (1)^2 = (3)^2 - (4)^2$	x		
$(3)^2 - (4)^2 = (2)^2 - (1)^2$	x		
$(4)^2 - (3)^2 = (1)^2 - (2)^2$			
$(1)^2 - (2)^2 = (4)^2 - (3)^2$	x		

Achter de voorwaarden in figuur A is geschreven om welke van de drie variëteiten het gaat.

Achter de formules in bovenstaande rijtjes is een kruisje gezet als ze in figuur A voorkomen.

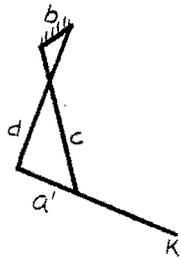
Er blijken zes gevallen niet in voor te komen.

Dit klopt precies met de drie gevallen die niet onderzocht zijn, welke elk op twee manieren te interpreteren zijn, nl. die waar stang d het gestel vormt.

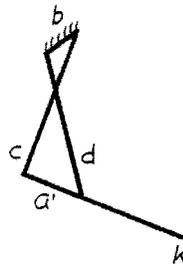
Conclusies

De voorwaarde van de vervangingsmechanismen kan op drie verschillende manieren geïnterpreteerd worden voor elk rechtsgleidingsmechanisme zodat telkens drie mechanismen af te leiden zijn die zowel aan de voorwaarden van rechtgeleiding als van vervanging van een hex. gordel voldoen.

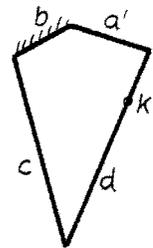
De drie gevallen uit het schema zijn:



1 - I

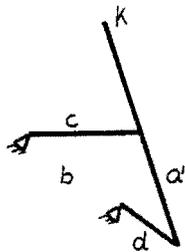


1 - II

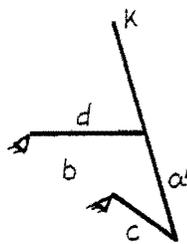


3 - I

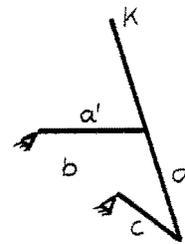
Hetgeen voor het hier als voorbeeld genomen rechtsgleidingsmechanisme inhoudt:



1 - I

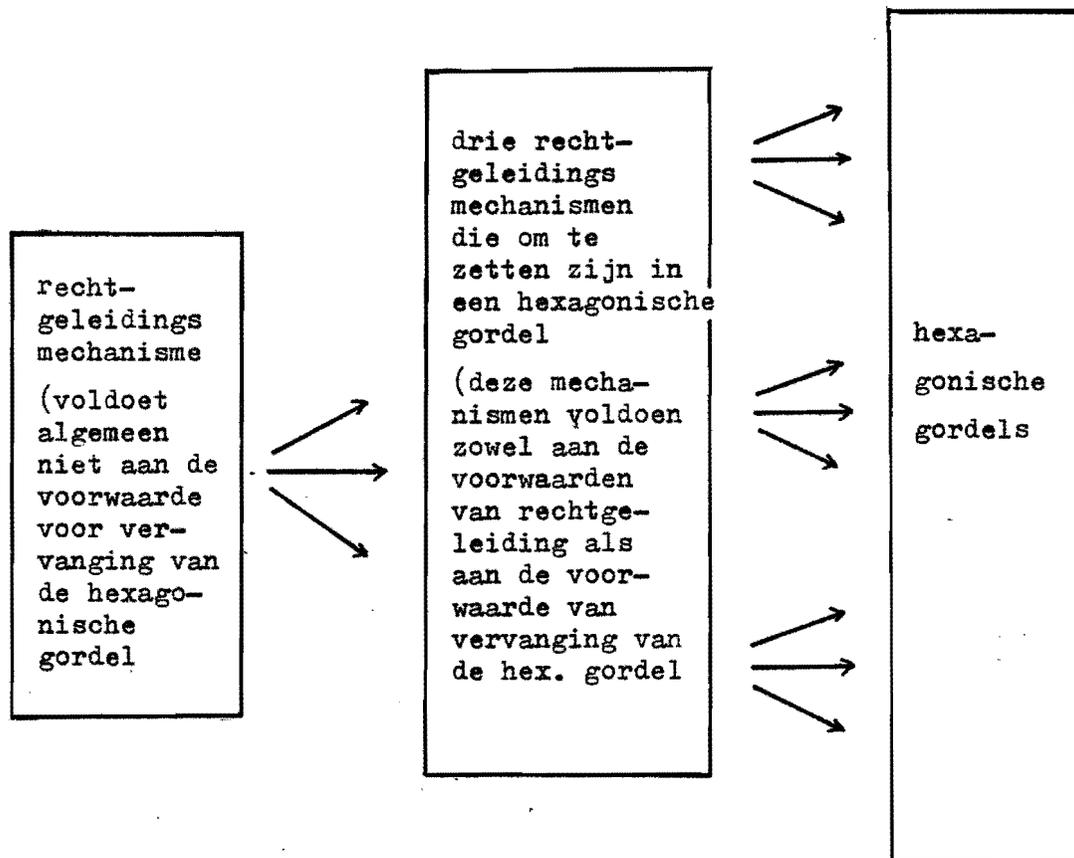


1 - II



3 - I

Bovenstaande theorie voor het vinden van mechanismen, die de gezochte hex. gordels met een gedeeltelijk rechte baan opleveren, houdt niet in dat voor elk gevonden mechanisme resulteert in maar één hex. gordel. Voor elk van de gevonden mechanismen leveren de binnen het eerder beschreven schema mogelijke stangvolgorden verschillende hex. gordels op.



Uiteraard moet men op elk rechtgeleidingsmechanisme, dat aan de voorwaarde van vervanging van de hex. gordel voldoet, niet alle stangvolgorden van het schema loslaten. Immers dan wordt in een aantal gevallen de voorwaarde van vervanging van de hex. gordel teniet gedaan. Slechts de gevallen die hetzelfde mechanisme opgeleverd hebben moet men op het desbetreffende mechanisme toepassen.

7. Mechanismen die vervangingsmechanismen en rechtgeleidingsmechanismen tegelijk zijn en de daarvan afgeleide hexagonische gordels.

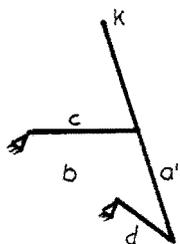
De volgende stap is de theorie uit het vorige hoofdstuk toe te passen, dus de verschillende rechtgeleidingsmechanismen, die men binnen de daarvoor bestaande ontwerpregels kan veranderen, zodanig te veranderen dat ze behalve een rechtgeleidingsmechanisme ook een vervangingsmechanisme van de hex. gordels zijn.

Om er zeker van te zijn dat er geen mogelijke oplossingen overgeslagen worden moet men dit volgens het vorige hoofdstuk voor elk rechtgeleidingsmechanisme op drie verschillende manieren doen. Er zijn slechts twee rechtgeleidingsmechanismen gevonden die aan de voorwaarden voldoen om mogelijk een nuttige hex. gordel op te leveren.

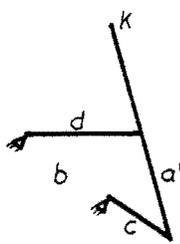
7.1 Het lambda-mechanisme

Allereerst wordt het lambda-mechanisme onderzocht.

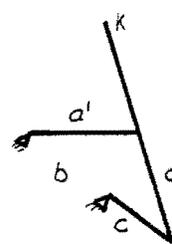
De drie te onderzoeken gevallen zien er als volgt uit.



Geval I



Geval II



Geval III

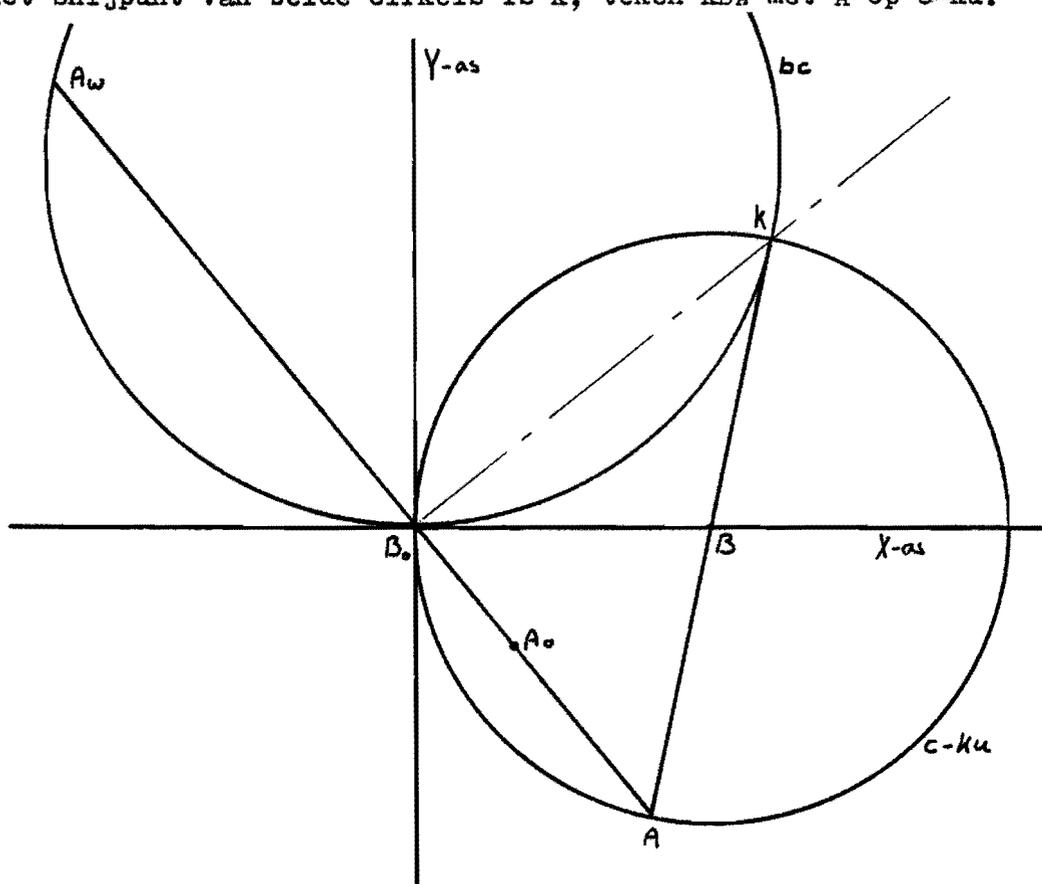
De ontwerpregels van het lambda-mechanisme kunnen als volgt geformuleerd worden:

- 1) teken een assenstelsel
- 2) teken B_0B met B_0 in de oorsprong en B op de X-as
- 3) trek cirkel c-ku met B als middelpunt door B_0
- 4) teken de stang ABK met A en K op de cirkel c-ku
- 5) teken een cirkel door B_0 en K met het middelpunt op de Y-as, deze cirkel is de buigcirkel (bc)
- 6) trek AB_0 en verleng dit lijnstuk totdat het voor de tweede maal de buigcirkel snijdt; noem dit snijpunt A_w
- 7) bereken de lengte van A_0A uit: $|B_0A|^2 = |A_0A| \times |AA_w|$

Nadat men punt A ingetekend heeft, heeft men een lambda-mechanisme met een benaderd-rechte koppelbaan die het koppelpunt K beschrijft. Omdat de lengte van AB gelijk is aan die van B_0B en BK , is deze baan symmetrisch rond de lijn door B_0 en K .

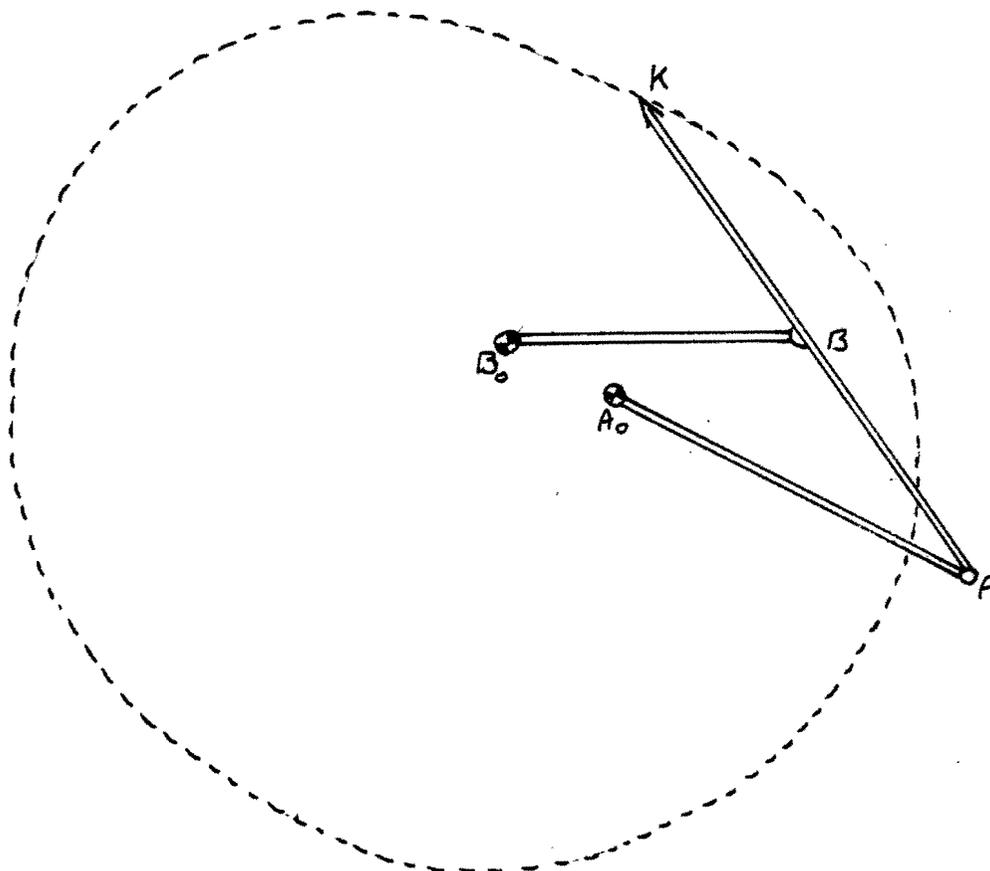
Men kan uiteraard ook eerst de buigcirkel tekenen na punt 3) en daaruit deligging van ABK afleiden. Dan veranderen punt 4) en 5):

- 4) teken de buigcirkel door B_0 met het middelpunt op de Y-as
- 5) het snijpunt van beide cirkels is K ; teken KBA met A op c-ku.



Indien men met bovenstaande ontwerpregels een lambda-mechanisme construeert is dit mechanisme tevens in de toestand dat het koppelpunt op het midden staat van het rechte stuk van de koppelbaan. Na enig zoekwerk vindt men op deze manier het lambda-mechanisme dat aan de voorwaarden $a'^2 - b^2 = d^2 - c^2$ voldoet.

7.1.1. Geval I

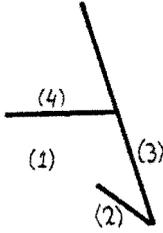


Het in bovenstaande figuur afgebeelde lambda-mechanisme is de enigste die mogelijk is, zodat aan de ontwerpregels van de rechtgeleiding en aan de voorwaarde van het vervangingsmechanisme voldaan wordt, bij deze keuze van de stangenbenoeming.

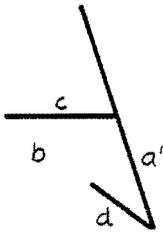
Dit mechanisme is de oplossing van alle gevallen uit het verzwageringsschema die de eerste formulevariëteit opleveren.

D.w.z. alle gevallen uit figuur A waarachter een I staat.

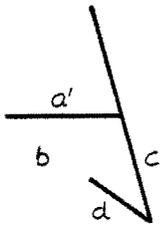
Dit waren de volgende gevallen:



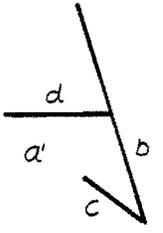
algemeen
geval



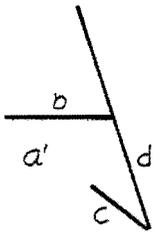
1 - I



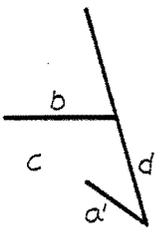
2 - II



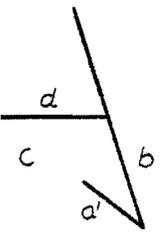
4 - I



5 - I

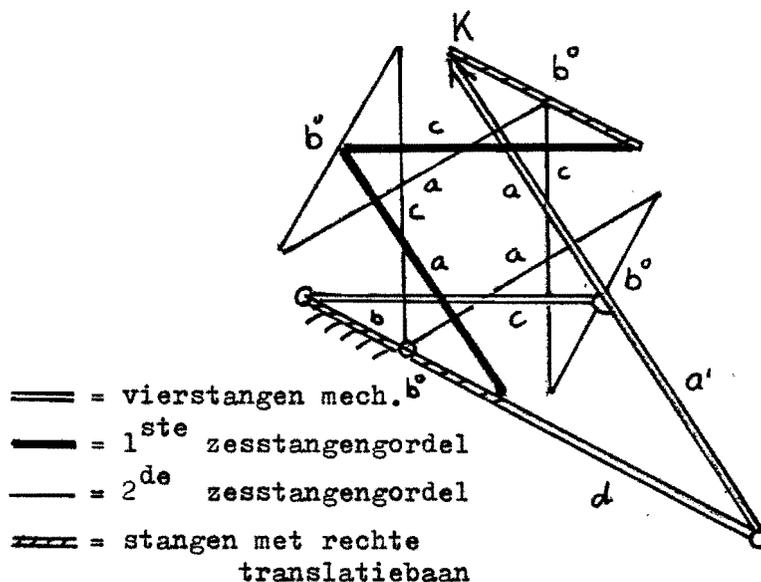


7 - I

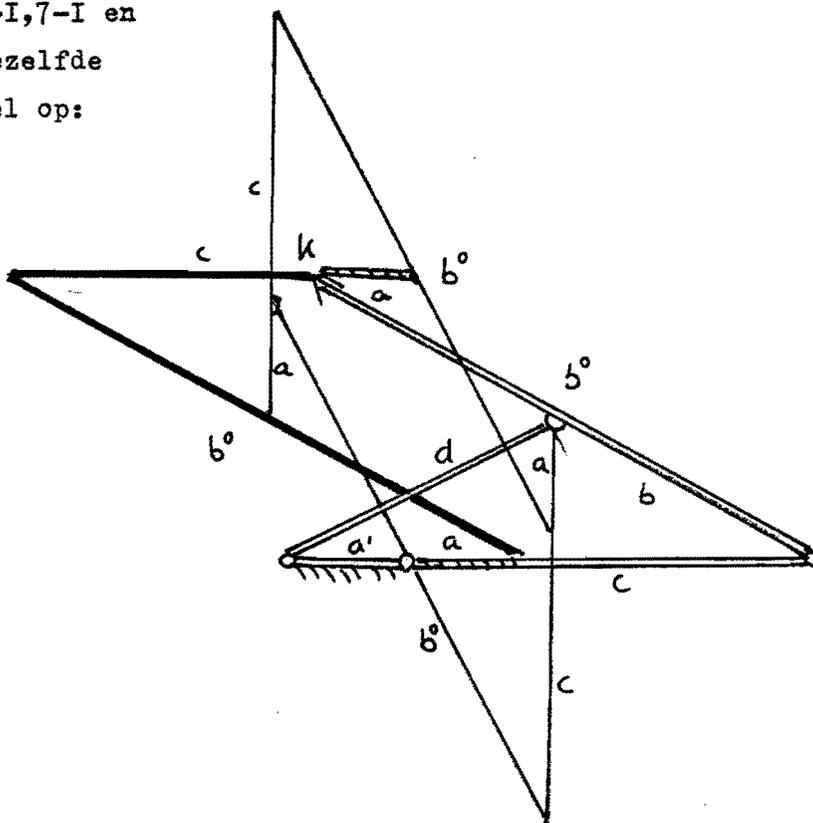


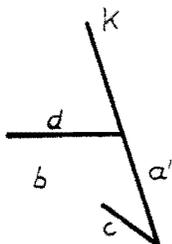
8 - I

Indien men voor de bovenstaande gevallen de hexagonische gordel tekent blijken de gevallen 1-I en 2-II hetzelfde resultaat op te leveren:



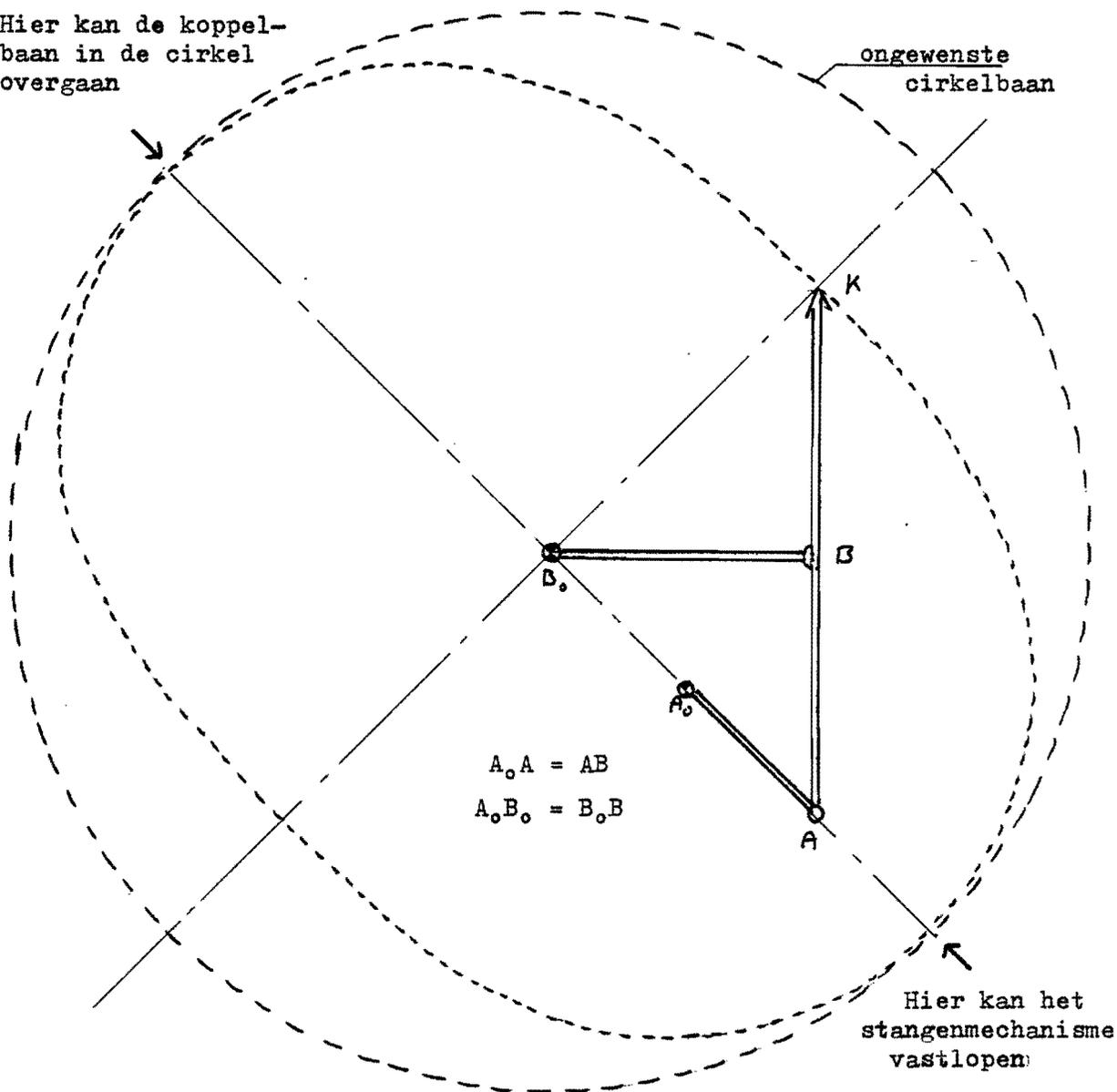
Evenals de andere hexagonische gordels die hier gevonden worden, wordt dit mechanisme in een volgend hoofdstuk verder onderzocht. De gevallen 4-I, 5-I, 7-I en 8-I leveren ook dezelfde hexagonische gordel op:



7.1.2 Geval II

Het geval met deze stangnummering (1-II) geeft tevens de oplossing voor de stangnummeringsvariëteiten: 2-I, 4-II, 5-II, 7-II en 8-II. Het enigste mechanisme dat hier aan de ontwerpregels van rechtgeleiding en aan de voorwaarde van vervanging voldoet is:

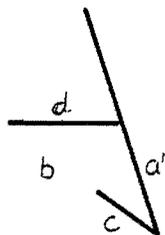
Hier kan de koppelbaan in de cirkel overgaan



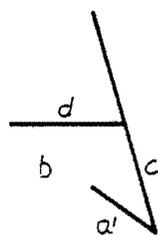
Opmerkingen bij de koppelbaan:

- om het koppelpunt K eenmaal de gewenste koppelbaan te laten doorlopen draait A_0A éénmaal en B_0B tweemaal helemaal rond
- als punt B samenvalt met A_0 kan de koppelbaan in een cirkel overgaan of kan het stangenmechanisme vastlopen
- het is mogelijk te bewijzen dat de koppelbaan symmetrisch is in twee loodrecht op elkaar staande symmetrie-assen (de koppelbaan is dus tevens puntsymmetrisch in A_0)

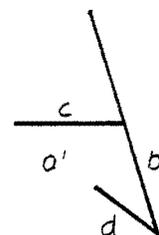
Uit dit mechanisme dient weer voor alle stangnummeringsvariëteiten die dit mechanisme als oplossing hebben een hexagonische gordel afgeleid te worden. Deze stangnummeringsvariëteiten waren:



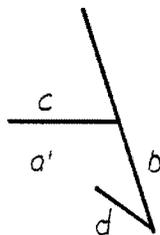
1 - II



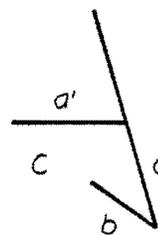
2 - I



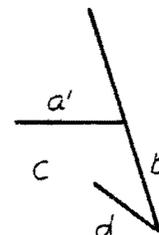
4 - II



5 - II

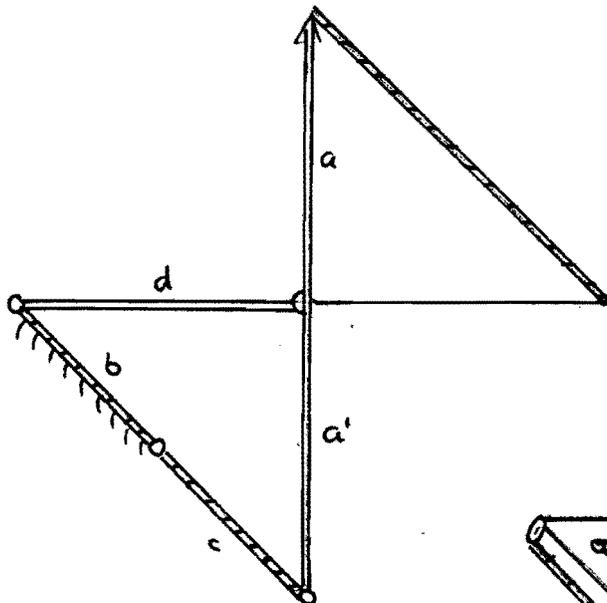


7 - II

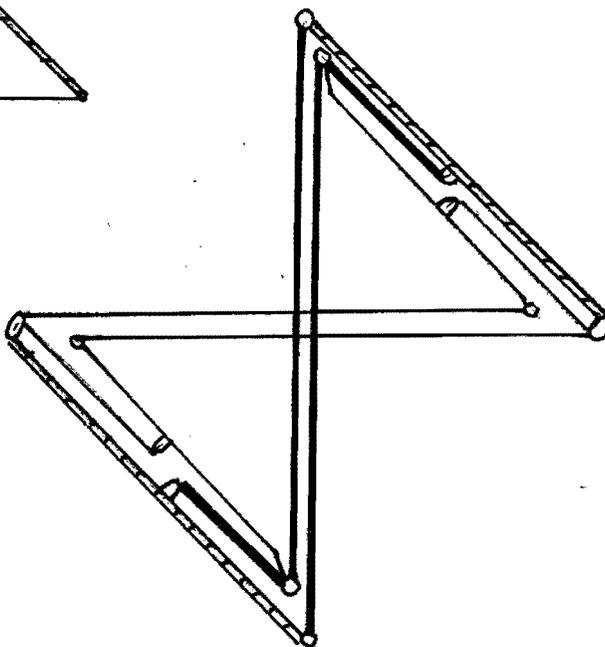


8 - II

De gevallen 1-II, 2-I, 5-II en 7-II blijken dezelfde hex. gordel op te leveren:

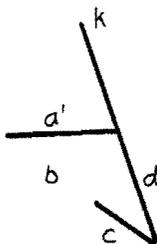


Indien men de over elkaar liggende stangen naast elkaar tekent:



Men krijgt wat meer overzicht van dit mechanisme door het in een andere stand te tekenen, dit is in een volgend hoofdstuk uitgevoerd.

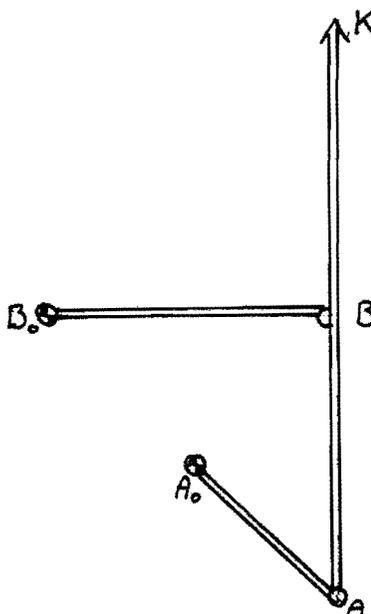
Voor de gevallen 4-II en 8-II is het niet mogelijk een hexagonische gordel te tekenen.

7.1.3 Geval III

Als men dit geval aan de vervangingsvoorwaarde en de rechtgeleidingsontwerpregels tegelijk laat voldoen dan krijgt men hetzelfde mechanisme als in geval II. Dit hangt waarschijnlijk samen met het feit dat deze twee gevallen zich onderscheiden in het verwisselen van de stangen (3) en (4) (hier a' en d). Deze twee stangen hebben voor het lambda-mechanisme per defenitie dezelfde lengte. Voor andere rechtgeleidingsmechanismen dan het lambda-mechanisme leveren geval II en III in het algemeen niet hetzelfde mechanisme op. De oplossing is dus weer:

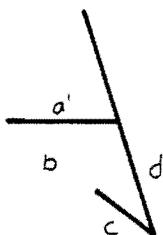
$$A_0A = AB = AK$$

$$A_0B_0 = B_0B$$

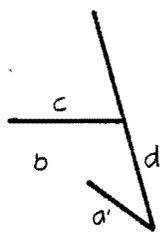


Dit mechanisme is de oplossing voor alle gevallen uit het verzwageringsschema (figuur A) die de derde formulevariëteit opleveren d.w.z. alle gevallen uit figuur A waarachter een III staat.

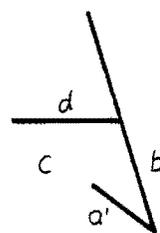
Dit zijn de volgende gevallen:



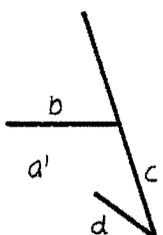
3 - I



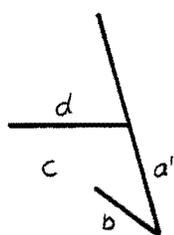
3 - II



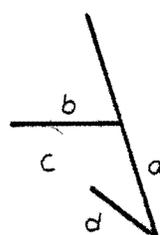
6 - I



6 - II



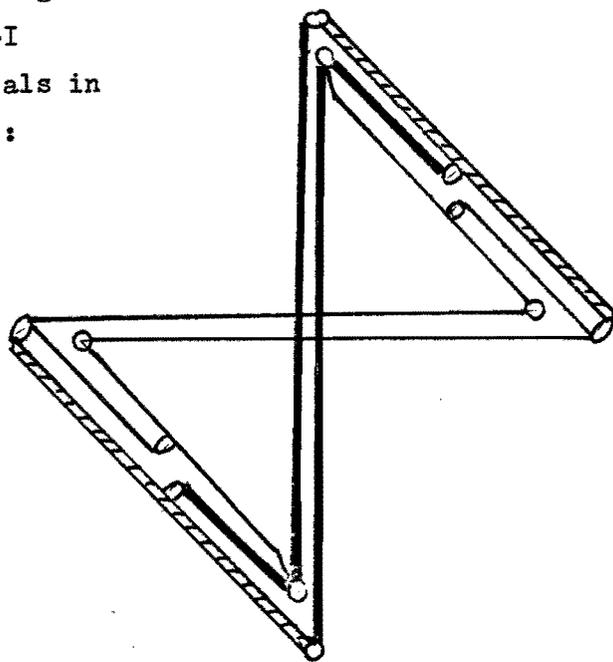
9 - I



9 - II

De hexagonische gordel voor deze gevallen
ziet er voor 3-I, 3-II, 6-I en 9-I
hetzelfde uit en wel hetzelfde als in
de vorige paragraaf (geval II):

De mechanismen 6-II en 9-II
geven weer geen resultaat.

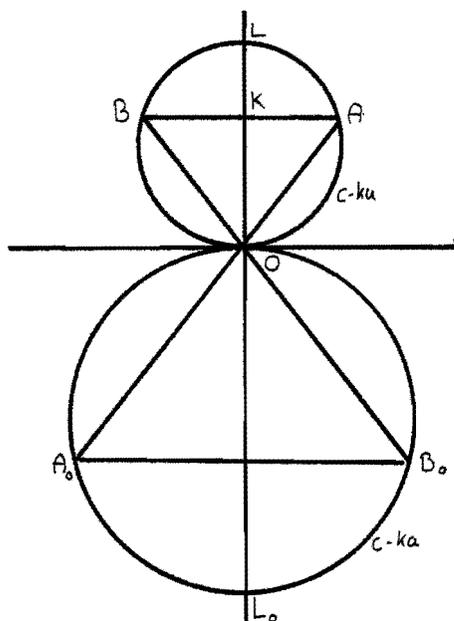


7.2 Het Chebyshev-mechanisme

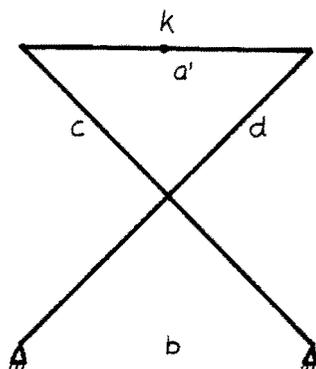
Ook voor dit mechanisme zijn ontwerpregels te formuleren:

- 1) teken een assenstelsel met oorsprong O
- 2) teken cirkel c -ku door de oorsprong met het midden op de Y -as
- 3) teken A en B op c -ku zodat AB evenwijdig loopt met de X -as
- 4) punt K is het midden van AB
punt L is het snijpunt van c -ku met de Y -as (niet O)
- 5) teken cirkel c -ka door de oorsprong en met het midden op de Y -as zodanig dat voor het snijpunt van deze cirkel met de Y -as (=punt L_0 ; niet O) geldt: $OL^2 = KL \cdot LL_0$
- 6) trek lijnstuk A_0A door A en O ; A_0 is het snijpunt met c -ka (niet O)
- 7) trek lijnstuk B_0B door B en O ; B_0 is het snijpunt met c -ka (niet O)

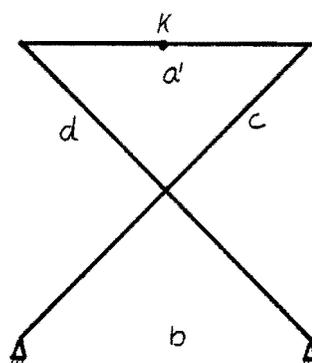
Op deze manier is automatisch voldaan aan de eis dat $A_0A = B_0B$ en staat het mechanisme in de positie dat koppelpunt K zich in het midden van het rechte stuk van de koppelbaan bevindt.



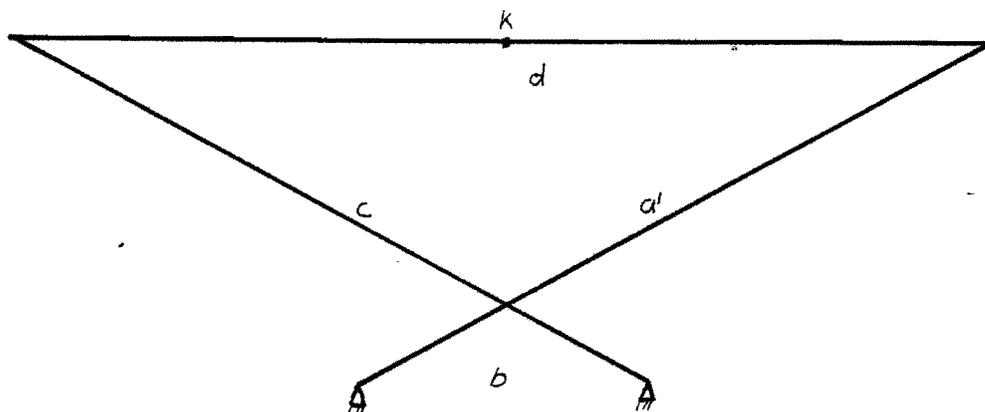
Indien men de drie verschillende vervangingsmechanismenvariëteiten op toepast krijgt men de verschillende Chebyshev-mechanismen:



geval I



geval II



geval III

Geval I en II leveren hetzelfde mechanisme op omdat deze twee gevallen zich onderscheiden door verwisseling van de staaf A_0A en B_0B (hier c en d).

A_0A en B_0B zijn echter per definitie even lang dus deze verwisseling levert geen nieuw mechanisme op.

Indien men de twee verschillende bovenstaande gevallen uitwerkt blijkt dat de baan en ook de hex. gordels precies hetzelfde zijn als die gevonden zijn voor het lambda-mechanisme.

De oorzaak hiervan is, zoals men kan bewijzen, dat het lambda-mechanisme en het Chebyshev-mechanisme elkaars verzwagering zijn daardoor hebben ze per definitie dezelfde koppelbaan.

Zoals in het hoofdstuk van de koppelingsverzwagering besproken is geven verzwagerde mechanismen ook dezelfde hex. gordels.

8. Andere benaderd-rechtgeleidingsmechanismen.

Buiten beschouwing latend of het eerder gevonden resultaat bruikbaar is mag gezegd worden dat het resultaat anders is dan eerst verwacht was.

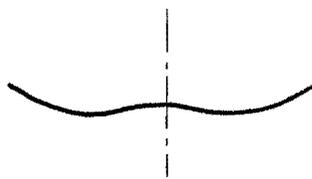
Hoewel de indruk naar boven kan komen dat de hexagonische gordel in een werkelijke gordeltoestand waarschijnlijk geen rechtgeleide beweging kan maken, zijn nog niet alle bronnen uitgeput.

De rechtgeleidingstheorie die tot nu toe bekeken is, is gebaseerd op het feit dat er buigpunten samenvallen en dat er rond deze samenvallende buigpunten een min of meer rechte koppelbaan bestaat. Hoewel deze theorie over het algemeen de beste rechtgeleidingsmechanismen oplevert is het niet noodzakelijk de enigste theorie waardoor men zo'n min of meer rechte baan kan krijgen.

Echter het is wel de enigste theorie waarover documentatie bestaat. Maar misschien is het wel mogelijk door iets minder eisen te stellen aan de rechtheid van de koppelbaan zelf een benaderd rechtgeleidingsmechanisme te vinden.

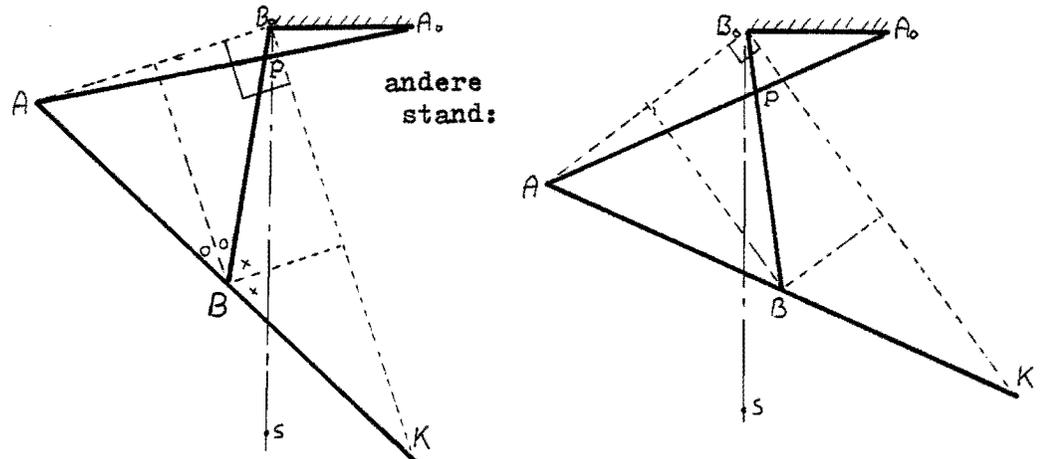
Enkele eisen aan dat mechanisme:

- de koppelbaan ziet er plaatselijk als volgt uit:

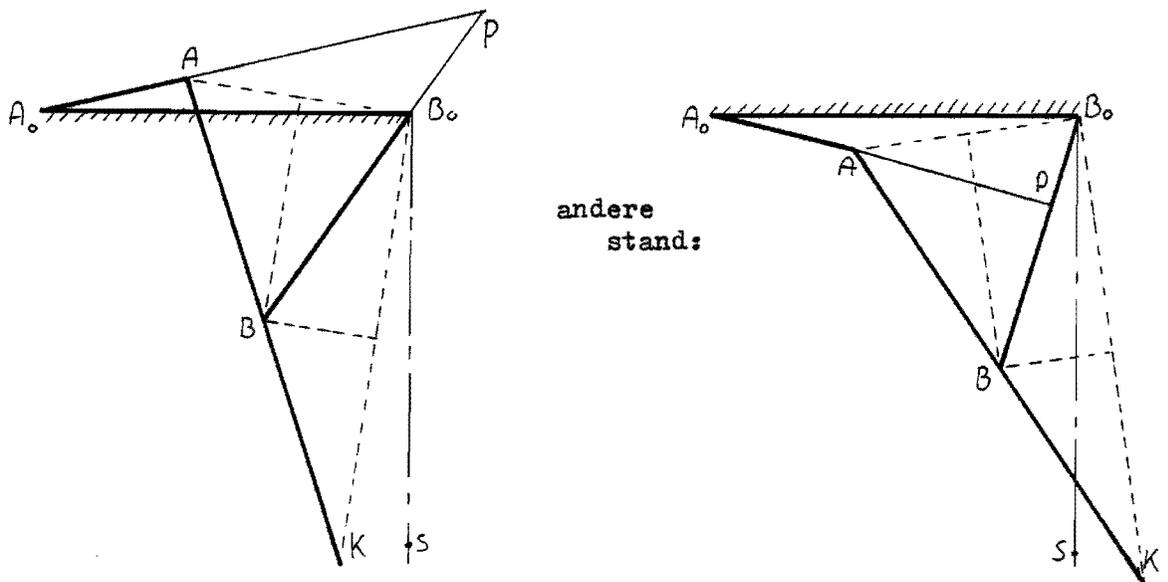


- uitgegaan wordt alleen van mechanismen met een symmetrische koppelbaan
- het mechanisme moet als het koppelpunt zich in het "rechte" stuk van de koppelbaan bevindt een vervangingsmechanisme zijn van een hex. gordel in uitgeklapte toestand (dus werkelijk een gordel)
- uiteraard moet het rechte stuk van de koppelbaan weer evenwijdig zijn met het gestel

Een symmetrische koppelkurve krijgt men door voor een aantal stangen de lengte gelijk te nemen bv $B_0B=BA=BK$ (zie de figuren). Uiteraard zijn er ook andere mogelijkheden dan dit soort lambda-mechanisme maar dat zijn dan toch verzwageringen hiervan.



De pool P van AB t.o.v. A_0B_0 ligt op het snijpunt van A_0A en B_0B . Wil men aan de eisen voldoen dan moet men PK evenwijdig laten lopen met B_0S (symm.as). Uit de figuren volgt dat dit niet mogelijk is behalve indien PK samenvalt met B_0S , dit geeft echter niet de gewenste baan. Een andere mogelijkheid is nog:



Ook hier volgt uit de figuren dat het niet mogelijk is PK evenwijdig te laten lopen met B_0S zonder dat ze samenvallen. Dus met de hier geformuleerde eisen is geen alternatief rechtgeleidingsmechanisme te vinden.

9. Spaken.

Wil men het middelpunt van de hex. gordel op een of andere manier vastleggen dan zal men extra stangen in dit mechanisme aan moeten brengen.

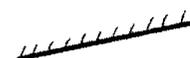
Deze stangen zou men op een symmetrische manier moeten kiezen zodat men dan met enige fantasie over spaken kan spreken.

Het middelpunt is het punt van puntsymmetrie voor elk tegenoverelkaarliggend stel stangen.

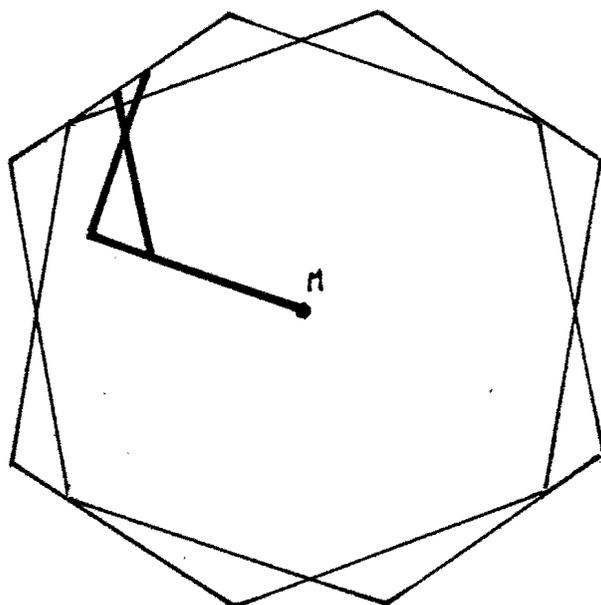
Indien men het middelpunt als gestel zou kunnen nemen bewegen de bij elkaar behorende stangen elk tegengesteld t.o.v. dit gestel.



Neemt men echter een van beide stangen als gestel dan beweegt het middelpunt met de helft van de snelheid van de tegenoverliggende stang.

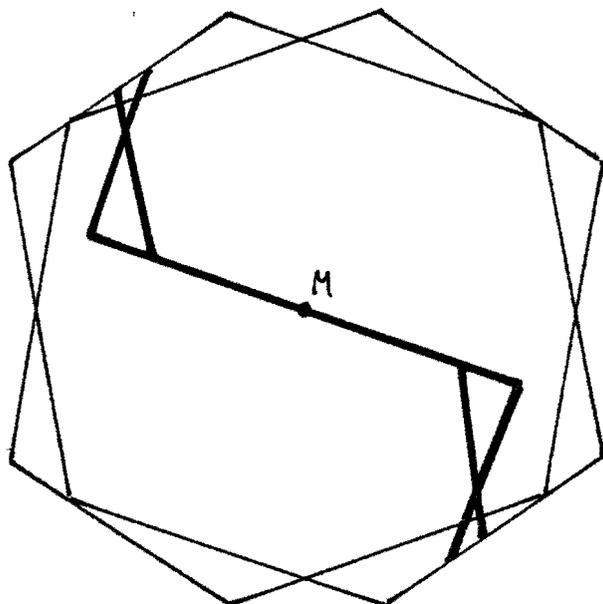


Deze overweging maakt het mogelijk een mechanisme te vinden dat de beweging van het middelpunt beschrijft t.o.v. elke stang. Dit is nl. het eerder gevonden vervangingsmechanisme behorende bij de desbetreffende stang en zijn tegenoverliggende maar dan met de helft verkleind .

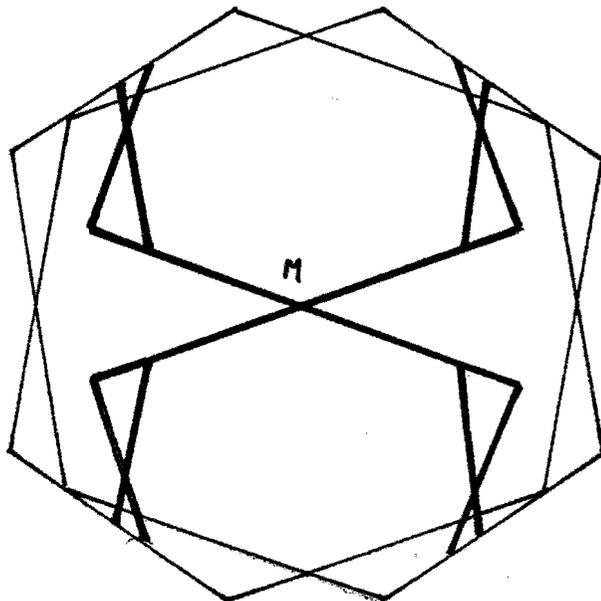


Men kan op de tegenover-
 liggende stang precies
 hetzelfde mechanisme tekenen.
 In het geval dat afgebeeld
 is in de figuur blijft de
 koppelstang voor elke stand
 van het mechanisme evenwijdig
 met stang a.

Hieruit kan men afleiden dat
 de koppelstangen van beide
 verkleinende middelpunts -
 beschrijvende mechanismen
 star aan elkaar bevestigd
 kunnen worden.



Men kan uiteraard hetzelfde doen voor een ander stel stangen bv. de twee andere stangen van hetzelfde type:



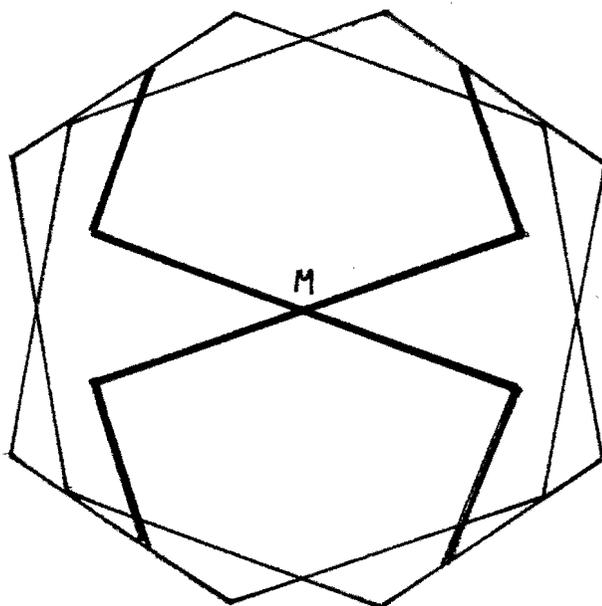
Omdat op beide starre stangen precies in het midden het middelpunt van de hex. gordel ligt blijven de stangen in dit punt altijd gekruist.

Men kan dus gerust de beide stangen door een draaipunt aan elkaar bevestigen.

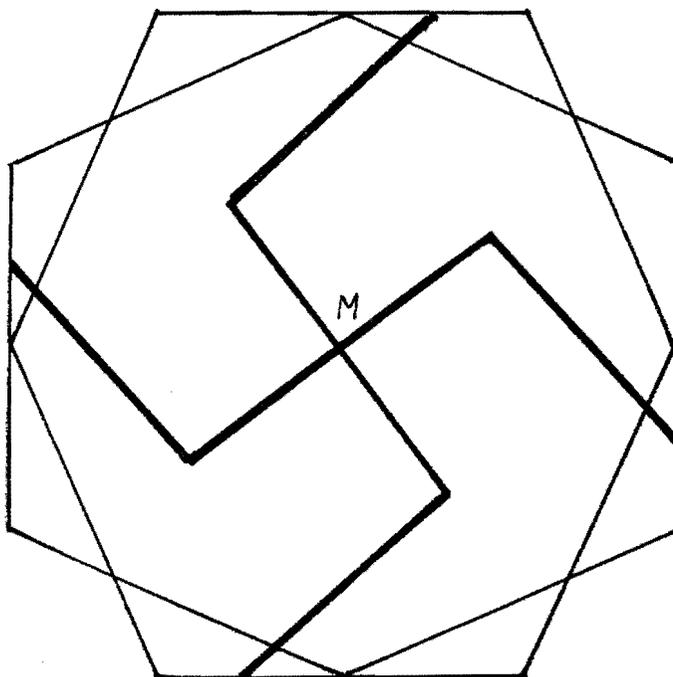
Indien men daarna een aantal stangen wegneemt zoals in de figuur gebeurd is blijft het middelpunt nog beschreven.

Op deze manier heeft men de zogenaamde "spaken".

Men kan in de plaats van de vervangingsmechanismen $b^{\circ}-b^{\circ}$ ook de andere vervangingsmechanismen gebruiken of een combinatie van verschillende vervangingsmechanismen.



Het vermoeden rijst zelfs dat men de spaken op een min of meer willekeurige manier kan kiezen.



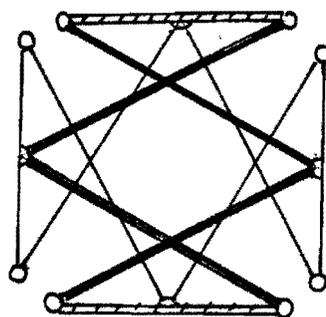
Of deze mogelijkheid echt goed funktioneert is moeilijk te bewijzen maar men kan het enigszins aanvoelen doordat zowel de hex. gordel als de spaken puntsymmetrisch zijn in M, zodat telkens aan twee tegenover elkaarliggende stangen precies dezelfde figuur (waarin ook de stangen van het spakenmechanisme) zou moeten ontstaan.

10. Resultaten

Er zijn in de vorige hoofdstukken drie hexagonische gordels gevonden waarvan enkele stangen de gewenste rechtgeleide translatiebaan beschrijven.

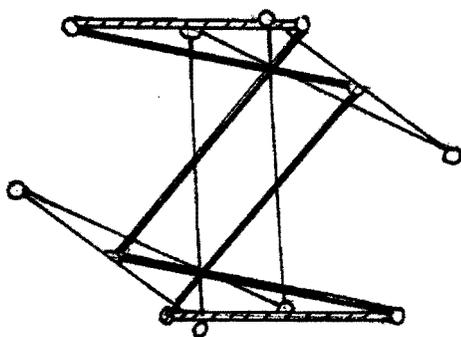
Om wat meer inzicht te krijgen in de bewegingen van deze mechanismen zijn ze hieronder in verschillende standen getekend.

Mechanisme I

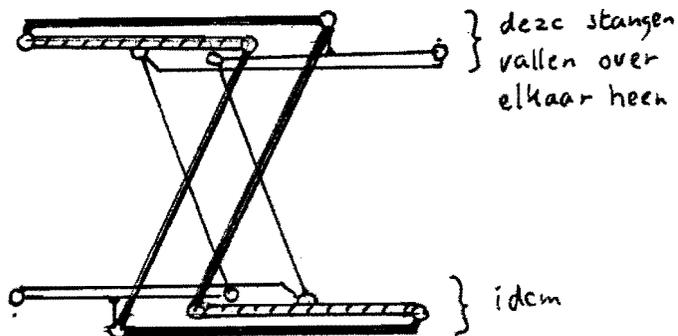


stand 1

In deze stand staan de stangen in het midden van het stuk rechte baan.



stand 2



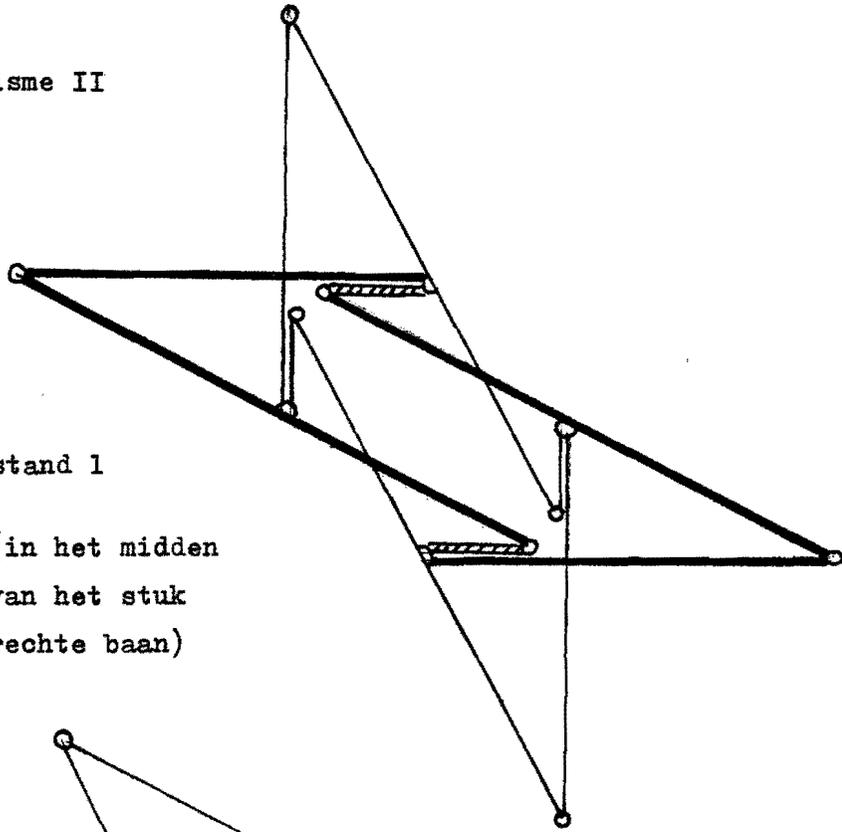
stand 3

In deze stand staan twee "voeten" op de grond

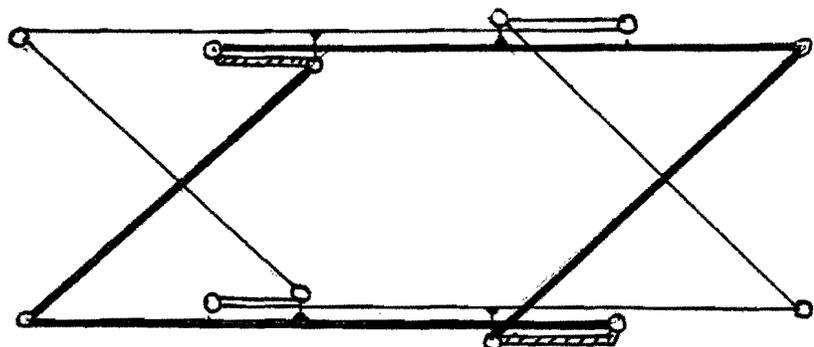
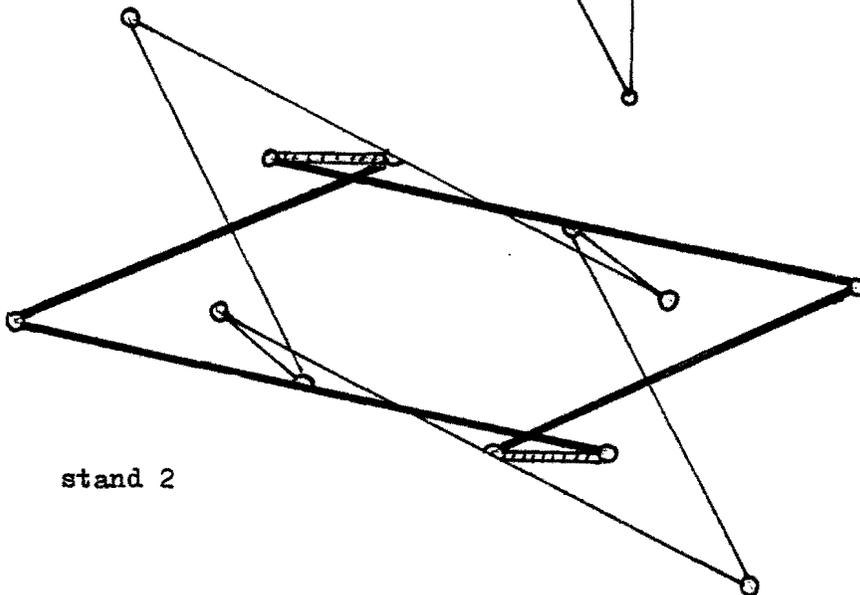
Mechanisme II

stand 1

(in het midden
van het stuk
rechte baan)



stand 2

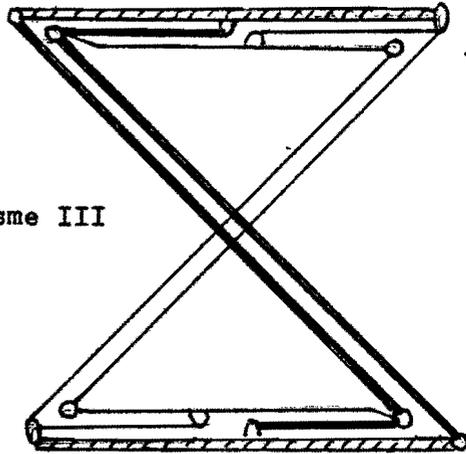


} deze stangen
vallen over
elkaar heen

} idem

Stand 3

(twee "voeten" op de grond)

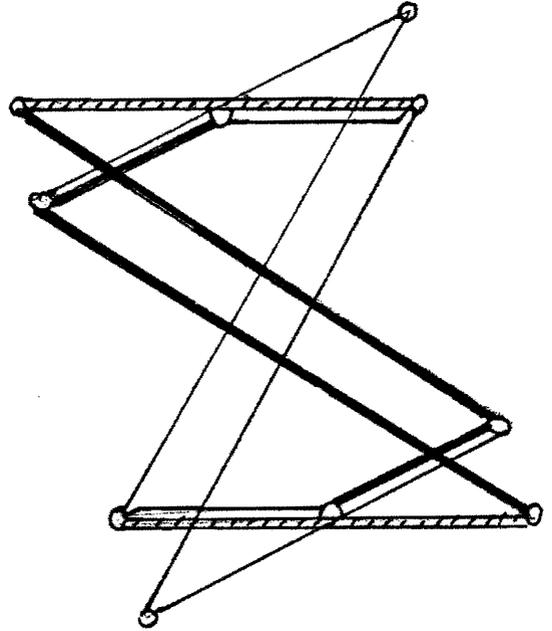


deze stangen
vallen over
elkaar heen.

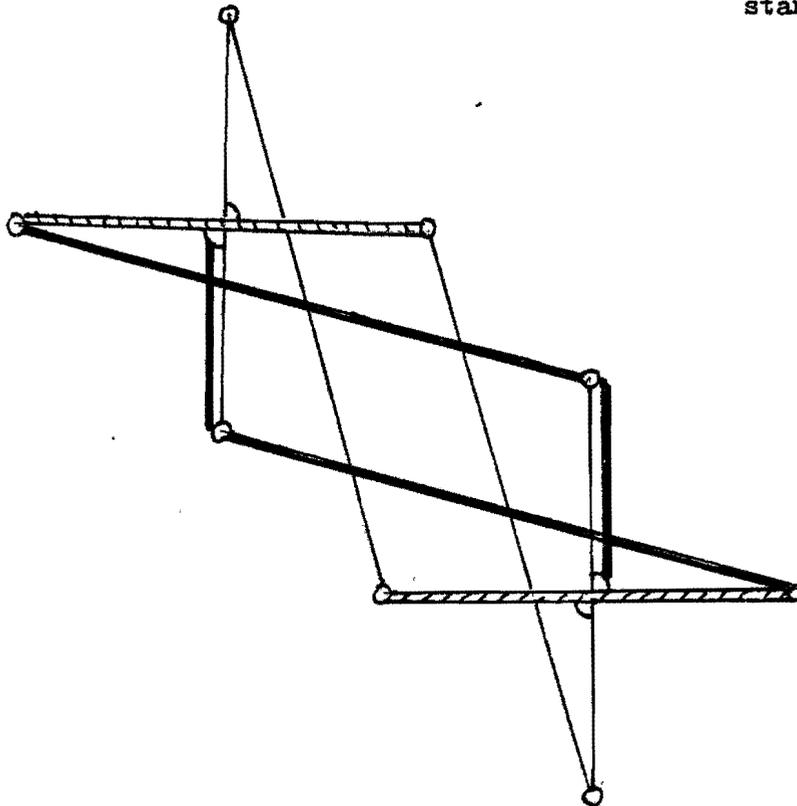
Mechanisme III

stand 1

In deze stand staan de gestip-
pelde stangen in het midden
van het stuk rechte baan en
staan twee "voeten" op de grond



stand 2



stand 3

In geen van de drie mechanismen is de "gordel" nog herkenbaar.

Men kan de mechanismen in twee categorieën indelen:

- indien de desbetreffende tegenover elkaar liggende stangen in het midden van het stuk rechte baan staan dan:
- a. staat het tweede stel stangen van hetzelfde type loodrecht op de desbetreffende tegenover elkaar liggende stangen (mechanisme I en II)
 - b. ligt het tweede stel stangen van hetzelfde type evenwijdig aan de desbetreffende tegenover elkaar liggende stangen (mechanisme III)

Het mechanisme dat onder de tweede categorie valt is niet geschikt voor een stap-voor stapsgewijze voortgang.

De mechanismen I en II die onder de eerste categorie vallen zijn hiervoor wel geschikt.

Deze zorgen continu voor een voet op de grond.

Van deze twee mechanismen ziet mechanisme I er verreweg het gunstigst uit. Dit bezit namelijk wat extra symmetrie en heeft geen zeer grote uitstekende stangen zoals mechanisme II.

De precieze afmetingen van de stangen zijn:

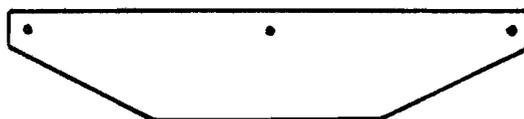
$$a = c$$

$$b/a = 0,39 \quad ; \quad e = 0 \quad ; \quad \text{dus } b^{\circ} = 0,78$$

$$(\text{vervangingsmech.: } d/a = 1,36 \quad ; \quad a' = a)$$

Omdat de stang die als voet dienst doet bij het lopen gekruist wordt door andere stangen moet men deze voetstang (dus alle stangen b°) iets anders uitvoeren zodat deze andere stangen de grond niet kunnen raken.

Bijvoorbeeld:



Stang b°

In de stand dat de beide voeten aan de grond zijn, dus als de ene voet de loopfunctie van de andere overneemt, is het mechanisme onstabiel, d.w.z. het mechanisme kan op verschillende manieren verder bewegen. Immers voor deze toepassing wordt de baan van het hex. mechanisme (oftewel van het vervangingsmechanisme) afgesloten en weer terug doorlopen.

Een ongewenste stand is dus indien het mechanisme doorgaat met het doorlopen van de baan van het vervangingsmechanisme.

Er zijn echter nog meer standen rond deze positie mogelijk, zelfs zodanig dat de tegenover elkaar liggende stangen niet meer evenwijdig blijven.

In de buurt van deze stand is het mechanisme ook gevoelig voor speling. Overigens hebben alle hex. gordels een stand waarin ze in verschillende andere standen kunnen overgaan.

Dus het mechanisme II kent dit probleem net zo goed zodat ook wat dit betreft dit mechanisme geen voordelen heeft boven mechanisme I.

Deze problemen hoeven echter niet onoverkomelijk te zijn.

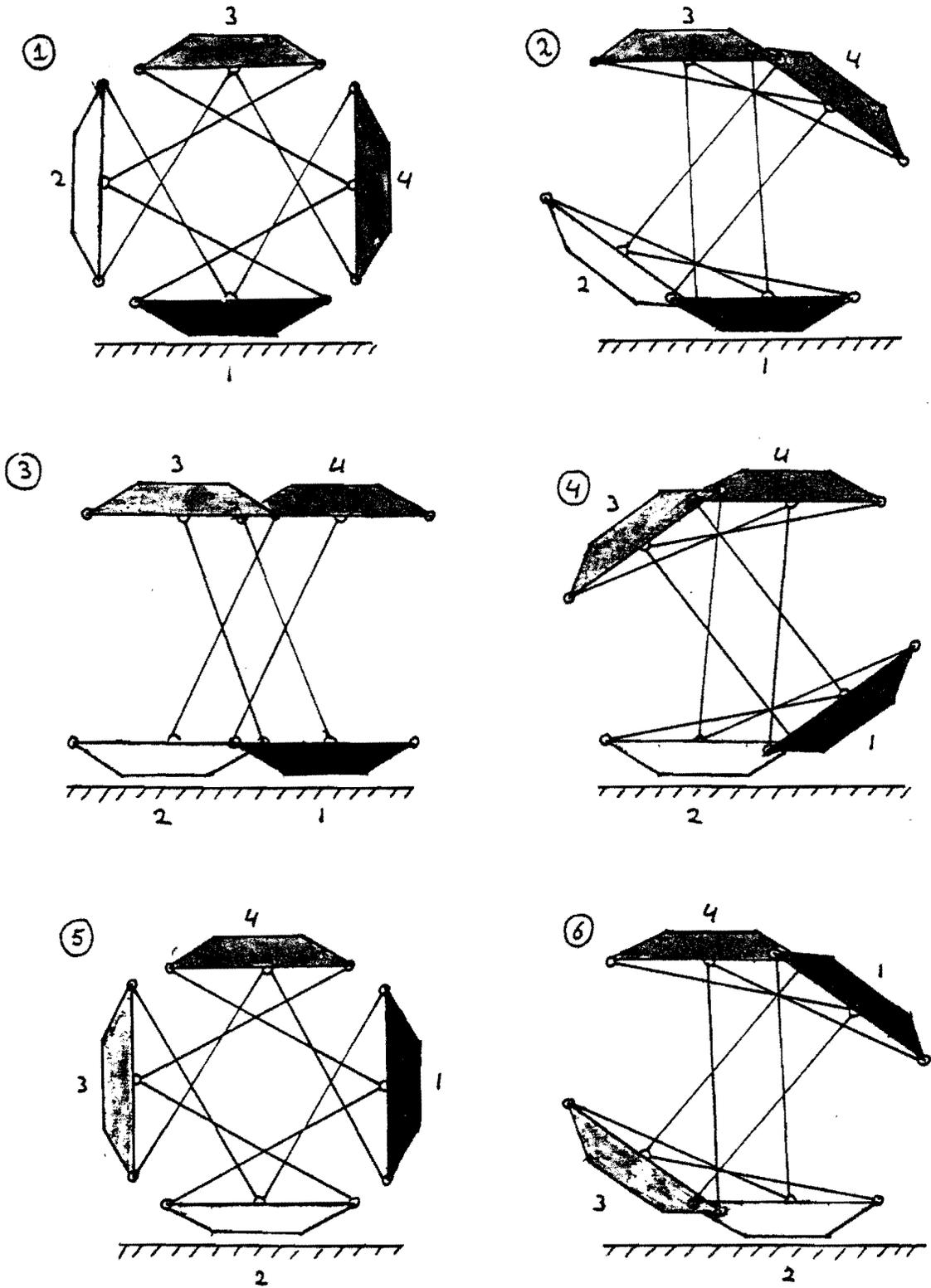
Indien het voertuig over een vlakke grond loopt dan gaat het mechanisme vanzelf in de goede stand verder.

De spaken kunnen hoogst waarschijnlijk op min of meer willekeurige manier aangebracht worden (zie vorige hoofdstuk) zolang ze de beweging maar niet blokkeren door te extreme afmetingen.

In bepaalde toepassingen zal een aandrijving van deze hex. gordel gewenst zijn.

Dit is hier echter niet onderzocht.

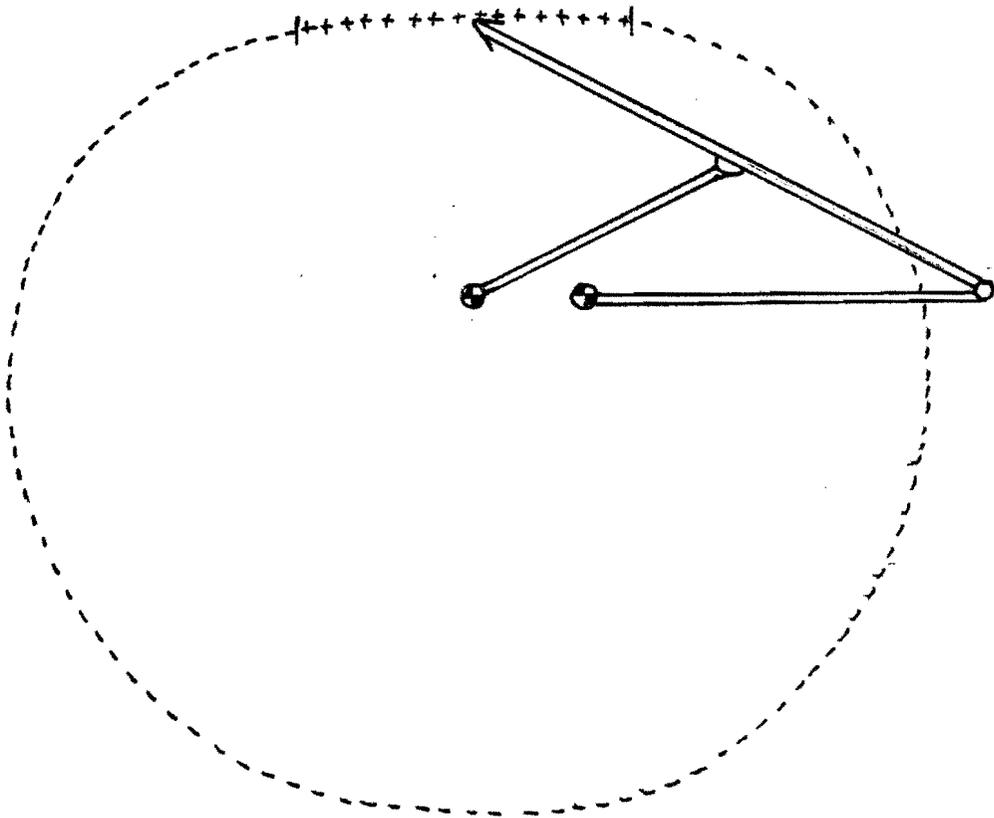
Het stap-voor-stap lopen van mechanisme I moet men zich als volgt voorstellen:



ENZ...ENZ...ENZ.

Bij het lopen van dit mechanisme houden de stangen b^0 (=voeten) die tegenoverelkaar liggen nagenoeg dezelfde afstand. Dus ook de afstand van elke voet-stang loodrecht gemeten op deze stang tot het middelpunt van de hex.gordel blijft nagenoeg konstant.

Dit kan men afleiden uit het stuk van de koppelbaan dat telkens op en neer doorlopen wordt (hier met +++++ aangegeven):



Vervangingsmechanisme met bijbehorende baan van de stangen b^0 van mechanisme I.

CONCLUSIES

De hexagonische gordel met het meeste perspectief is mechanisme I uit dit hoofdstuk.

Het bezit twee stel stangen die een benaderd rechtgeleide translatiebeweging maken in de langsrichting van de desbetreffende stang t.o.v. elkaar dus ook t.o.v. het door spaken vast te leggen middelpunt.

Deze spaken kunnen waarschijnlijk min of meer willekeurig gekozen worden.

Het grote voordeel van een hex. gordel boven andere mechanismen als loopmechanisme is dat deze continu een voet op de grond heeft zodat het aantal benodigde mechanismen voor een voertuig beperkt blijft.

De hex. gordel heeft als nadeel dat in een bepaalde stand het mechanisme in "andere" mechanismen kan overgaan.

