

Beweglichkeitsundersuchungen im Zusammenhang mit Genauigkeitsforderungen in ebenen Mechanismen

Citation for published version (APA):

Jucha, J., & Muller, H. L. (1979). Beweglichkeitsundersuchungen im Zusammenhang mit Genauigkeitsforderungen in ebenen Mechanismen. *Mechanism and Machine Theory*, 14(6), 373-384. [https://doi.org/10.1016/0094-114X\(79\)90002-8](https://doi.org/10.1016/0094-114X(79)90002-8)

DOI:

[10.1016/0094-114X\(79\)90002-8](https://doi.org/10.1016/0094-114X(79)90002-8)

Document status and date:

Gepubliceerd: 01/01/1979

Document Version:

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

www.tue.nl/taverne

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

openaccess@tue.nl

providing details and we will investigate your claim.

Beweglichkeitsuntersuchungen im Zusammenhang mit Genauigkeitsforderungen in ebenen Mechanismen

H. L. Muller†

und

J. Jucha‡

Eingegangen am 11 September 1978

Zusammenfassung

Es werden Mechanismen auf ihre Beweglichkeit untersucht. Erstens wird gezeigt, wie durch Änderung der Klasse der Gelenke überbestimmte Mechanismen zwangsläufig werden. Zweitens wird eine Beweglichkeitsuntersuchung mit Hilfe eines Ersatzgelenkes durchgeführt. Dieser Untersuchungsweg läßt Forderungen definieren, die erfüllt werden müssen, damit der Mechanismus zwangsläufig wird. Diese Forderungen sind konstruktiver Art und betreffen die Fertigungsgenauigkeit der Mechanismenelemente.

1. Einleitung

ÜBER BEWEGLICHKEIT in Mechanismen wurde schon vielfach in der Literatur berichtet[1, 2]. Ebenfalls findet man einige Veröffentlichungen über Genauigkeitsforderungen[3, 4]. Diese befassen sich grundsätzlich mit ebenen Mechanismen. Es sind aber nur wenige Veröffentlichungen zu finden, die beide Probleme vereinigen. Einen guten Ansatz hat Bögelsack[3] gemacht, der mit Hilfe der Ballschen Schraubachsentheorie die Beweglichkeit an mechanischen Führungen untersucht hat.

In Anlehnung an die dort gemachten Voraussetzungen soll hier der Zusammenhang zwischen der Beweglichkeit und Genauigkeitsforderungen in ebenen Mechanismen untersucht werden. Es werden auch Hinweise gegeben für die anschließende Toleranzberechnungen, dh. für die Genauigkeitsanalyse.

2. Beweglichkeitsuntersuchungen in Mechanismen

Bezeichnet man in einer kinematischen Kette mit n die Gliederzahl und mit p_i die Anzahl der Gelenke mit i Freiheitsgraden, so kann der Freiheitsgrad F der Kette gegenüber einem als Gestell angenommenen Glied aus den bekannten formeln[2]

$$F = 6(n - 1) - 5p_1 - 4p_2 - 3p_3 - 2p_4 - p_5 \quad (1)$$

für räumliche und

$$F = 3(n - 1) - 2p_1 - p_2 \quad (2)$$

für ebene Ketten berechnet werden. Diese Formeln haben nur dann Gültigkeit, wenn in der Kette keine "Überbestimmtheiten" oder "lokale" Beweglichkeiten auftreten. Dies ist nicht

†Prof. dr. ir. H. L. Muller Technological University Eindhoven, Department of Mechanical Engineering, Eindhoven-Netherlands, Insulindenlaan 2.

‡J. Jucha, Technische Hochschule Wroclaw, Institut der Konstruktion und Maschinenbetrieb, PL-50-370 Wroclaw, Wybrzeże Wyspiańskiego 27.

immer leicht in der Kette feststellbar. Deshalb kann gesagt werden, daß die Formeln (1) und (2) mehr Gefühlsgleichungen als exakte Berechnungsformeln sind. Für einfache kinematische Ketten liefern sie brauchbare Ergebnisse. Wobei aber noch "Erfahrung" herangezogen werden muß, um zwischen den Bewegungseigenschaften zu unterscheiden.

Betrachtet man als Beispiel die einfachste Kette des Viergelenks. Wird diese Kette als ebener Mechanismus betrachtet, ergibt sich mit $n = 4$ und $p_1 = 4$ (nur Drehgelenke) aus Gl. (2) $F = 3(4 - 1) + -2.4 = 1$. D.h., der Mechanismus ist zwangsläufig, müssen besondere als ebene sondern als räumliche Kette, erhält man aus Gl.(1) $F = 6(4 - 1) - 5.4 = -2$. Das Getriebe ist überbestimmt und unbeweglich. Damit es zwangsläufig wird, müssen besondere Bedingungen erfüllt werden. Um den Zwangslauf zu erreichen wird folgender Lösungsweg vorgeschlagen. Man will, daß $F = 1$ wird, ohne zusätzliche konstruktive Bedingungen erfüllen zu müssen. Setzt man in Gl. (1) $F = 1$ und $n = 4$ ein, so bekommt man nach Umwandlungen

$$17 = 5p_1 + 4p_2 + 3p_3 + 2p_4 + p_5. \quad (3)$$

Mit verschiedenen Kombinationen der Freiheitsgrade von Gelenken kann diese Bedingung erfüllt werden. Dabei muß immer $\sum p_i = 4$ bleiben. Werden aus konstruktiven Gründen—Schmierung und Staubschutz die Gelenke p_4 und p_5 außer Betracht gelassen, bekommt man die in der Tabelle 1 zusammengestellte Kombinationen.

Wie aus der Tabelle zu sehen ist, erfüllen die Kombinationen 2.1.1 und 1.3.0 exakt die Bedingung (3). Die übrigen besitzen zusätzliche Freiheitsgrade, die nicht immer ohne Einfluß auf die Bewegung der Kette bleiben. Zur Bestätigung dieser Aussage betrachten wir beispielsweise näher die Kombination 2.0.2 (zwei Drehgelenke und zwei Kugelgelenke). Es gibt zwei Möglichkeiten für die Verteilung der Gelenke, Bild 1.

Im Bild 1a ist leicht zu erkennen, daß die "lokale" Bewegung nichts anders ist, als die Drehung des Gliedes CD um eine Achse, die durch die Mittelpunkte der Gelenke C und D verläuft. Diese Drehbewegung hat keinen Einfluß auf die Kinematik des gesamten Getriebes. Man spricht hier von einer lokalen Bewegung eines Gliedes. Im Bild 1b ist eine lokale Bewegung wie im Bild 1a nicht auffindbar. Man kann aber auch die Mittelpunkte der Kugelgelenke A und C verbinden. Um diese Achse kann sich dann das Getriebeglied ABC gegenüber dem Glied CDA bewegen. Diese zusätzliche Bewegung bleibt nicht ohne Einfluß auf die Bewegung des Gesamtgetriebes. Hier kann man nicht mehr von einer lokalen Bewegung sprechen. Mit einem Antriebsglied ist das Getriebe nicht zwangsläufig. Der Konstrukteur muß also bei der Strukturanalyse diese auftretende Störeeigenschaften erkennen und dementsprechende Maßnahmen treffen. Die Gl. (1) und (2) versagen auch beim Auftreten nicht "vollkommener" Beweglichkeit. Diese Erscheinung kommt vor bei der Struktursynthese von kinematischen Ketten und wird nicht immer rechtzeitig erkannt. Man betrachtet eine Kette, die in Wirklichkeit eine ganz andere Gestalt haben kann. Bei nicht vollkommener Beweglichkeit ist in der betrachteten Kette nur ein Teil beweglich, und der übrige Teil bildet ein Fachwerk, das

Tabelle 1. Mögliche Viergelenkketten ohne Überbestimmtheiten

Lfd. Nr.	Anzahl der Gelenke (Kombinationen)			Anzahl der lokalen Beweglichkeiten	Kombination
	p_1	p_2	p_3		
1	2	1	1	—	2.1.1
2	2	0	2	1	2.0.2
3	1	3	0	—	1.3.0
4	1	2	1	1	1.2.1
5	1	1	2	2	1.1.2
6	1	0	3	3	1.0.3
7	0	4	0	1	0.4.0
8	0	3	1	2	0.3.1
9	0	2	2	3	0.2.2
10	0	1	3	4	0.1.3
11	0	0	4	5	0.0.4

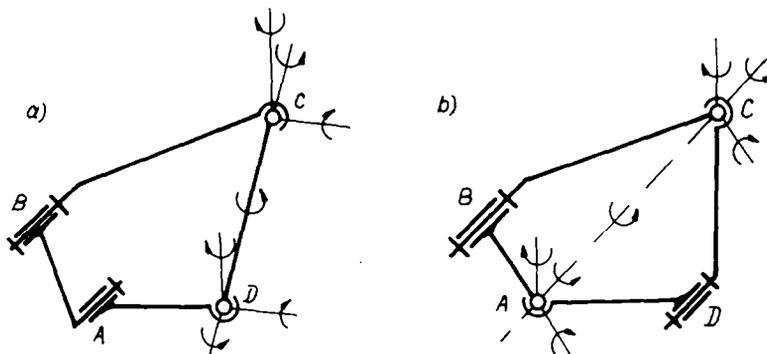


Abbildung 1. Viergliedrige Kette aus der Kombination 2.0.2 (Tabelle 1).

als ein Glied betrachtet werden muß. Auch diese nicht vollkommene Beweglichkeit muß vom Konstrukteur erkannt und die ganze Kette entsprechend behandelt werden.

Einen wesentlichen Fortschritt bei Beweglichkeitsuntersuchungen gibt die Anwendung der Ballschen Schraubachsentheorie und Einführung eines sogenannten denkbaren Ersatzgelenkes.

3. Beweglichkeitsuntersuchungen mit Hilfe eines Ersatzgelenkes

Hierzu werden zunächst folgende Bezeichnungen eingeführt

—Gelenkfreiheitsgrad f .

Wie bekannt setzt sich ein Gelenk aus zwei Elementen zusammen. Jedes der Elemente besitzt im Bezugssystem 6 Freiheitsgrade. Werden die Elemente zu einem Gelenk geschlossen, so nimmt ein Element dem anderen eine gewisse Anzahl Freiheitsgrade ab. Die übrig gebliebene Bewegungsmöglichkeiten eines Elementes gegenüber dem anderen bestimmen den Gelenkfreiheitsgrad f , wobei $1 \leq f \leq 5$ [1].

—Koinzidenz k (identischer Gelenkfreiheitsgrad).

—Ersatzgelenk e .

Unter einem Ersatzgelenk wird ein künstlich eingeführtes Gelenk im Getriebe verstanden, das die Beweglichkeitsuntersuchungen wesentlich erleichtert.

—Gelenkfreiheitsgrad f_e des Ersatzgelenkes.

—Zwangs- und Lagebedingungen k_{rez} .

Es handelt sich hier um normalerweise konstruktive Maßnahmen, die eingehalten werden müssen, damit eine gewünschte Bewegung des behandelten Getriebes stattfinden kann. Um den Zusammenhang dieser einzelner Größen deutlich zu machen, wird die Beweglichkeit von ebenen Mechanismen anhand von Beispielen erläutert.

Es soll die Beweglichkeit der Kette im Bild 2a untersucht werden. Beginnen wir vom Punkt A. Von der Kette werden das Gelenk A und B getrennt, Bild 2b. Zwischen diesen Gelenken können die Koordinatensysteme nicht so gelegt werden, dass eine Koinzidenz möglich wird. Es ist also $k_{A/B} = 0$.

Zwischen den Schraubachsen der Gelenke B und A ist zwar eine Koinzidenz möglich, wenn die Drehachsen in einer Linie liegen werden. Diese wird aber ausgeschlossen, weil das Getriebe sich zur einer Welle umwandeln würde.

Der Freiheitsgrad eines denkbaren Ersatzgelenkes e_1 (Bild 2c) beträgt $f_{e_1} = f_A + f_B - k_{A/B} = 2$. Glied 3 koppelt über das Drehgelenk C mit Glied 4, (Bild 2d). Eine Koinzidenz zwischen den Gelenken e_1 und C ist nicht möglich, d.h., $k_{e_1/C} = 0$. Der Freiheitsgrad für das Ersatzgelenk beträgt $f_{e_2} = f_{e_1} + f_C - k_{e_1/C} = 3$. Die Beweglichkeitsuntersuchung zwischen dem Ersatzgelenk e_2 und dem Drehgelenk D im Bild 2e zeigt, daß zwischen e_2 und D eine Koinzidenz möglich ist. Also $k_{e_2/D} = 1$.

Der Freiheitsgrad des Getriebes beträgt dann

$$F = \sum f - q. \quad (4)$$

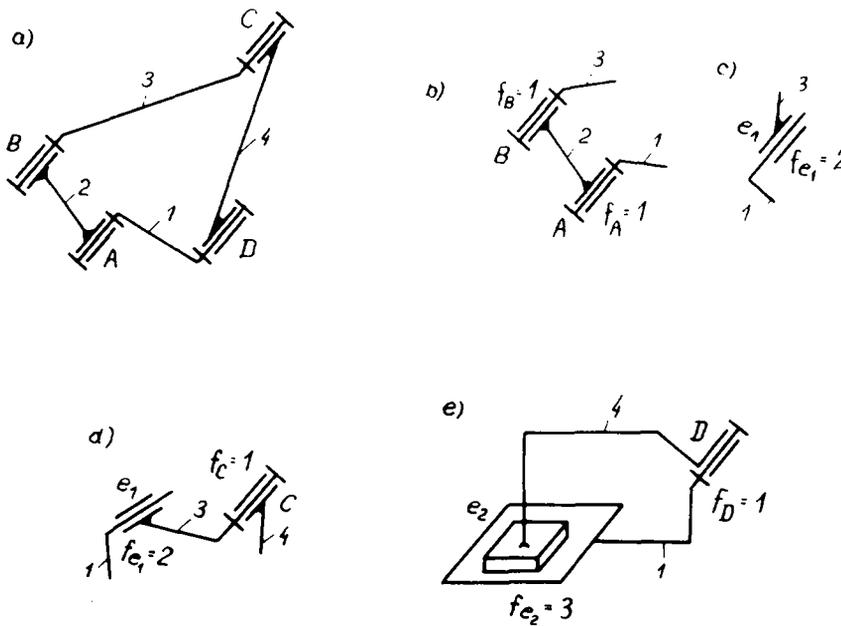


Abbildung 2. Viergliedrige Kette und dessen Ersatz durch Ersatzgelenk, (a) Viergliedrige Kette, (b) Getrennte Gelenke B und A, (c) Ersatzgelenk zwischen den Gliedern 3 und 1, (d) Getrennte Glieder 1,3 und 4 mit Ersatzgelenk e_1 , (e) Ersatzkette zur Beweglichkeitsuntersuchung der viergliedrigen Kette.

Hierzu ist

$$\Sigma f = f_{e_1} + f_D \quad \text{und}$$

q der Freiheitsgrad des Systems, reduziert um die letztlich koinzidierenden Achsen, also

$$q = f_{e_1} + f_D - k_{e_1/D}.$$

Schließlich wird

$$F = 3 + 1 - (3 + 1 - 1) = 1.$$

Die Zwangsbedingungen werden berechnet aus der Formel

$$k_{\text{rez}} = 6 - q. \quad (5)$$

Es ist

$$k_{\text{rez}} = 6 - (3 + 1 - 1) = 3.$$

Damit das Getriebe einwandfrei arbeitet, müssen besondere Bedingungen beachtet werden. Auf diese wird später eingegangen. Betrachten wir als nächstes Beispiel die Kette von Bild 1, die nochmals im Bild 3a dargestellt wurde. Zwischen dem Gelenk A und B ist keine Koinzidenz möglich (mit der oben gemachten Anmerkung); also $k_{A/B} = 0$. Der Freiheitsgrad des Ersatzgelenkes beträgt $f_{e_1} = f_A + f_B - k_{A/B} = 3 + 1 = 4$.

Mit dem Ersatzgelenk e_1 reduziert sich die Kette zur der im Bild 3b. Zwischen den Gelenken e_1 und C können die Koordinaten so gelegt werden, daß eine Koinzidenz möglich ist, also $k_{e_1/C} = 1$. Der Freiheitsgrad des zweiten Ersatzgelenkes beträgt $f_{e_2} = f_{e_1} + f_C - k_{e_1/C} = 4 + 3 - 1 = 6$ und die Kette reduziert sich zur Darstellung im Bild 3c.

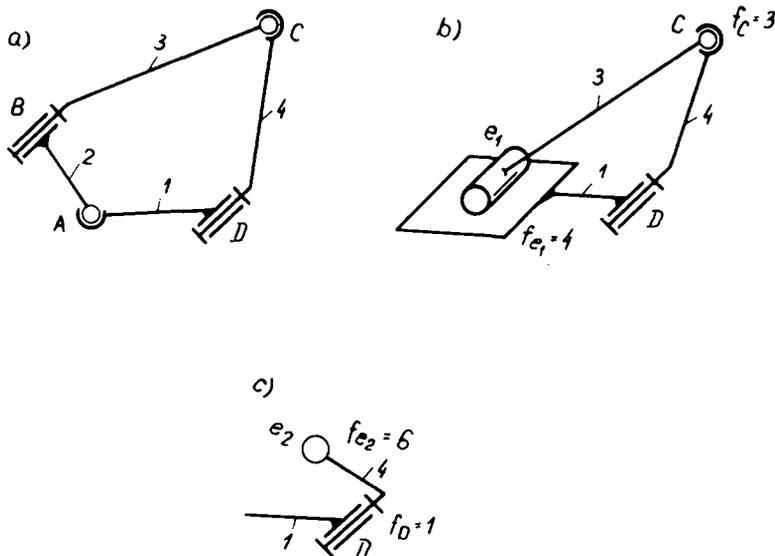


Abbildung 3. Viergliedrige Kette zur Beweglichkeitsuntersuchung mit $F = 2$, (a) Viergliedrige Kette, (b) Kette mit einem Ersatzgelenk, (c) Reduzierte Kette mit Ersatzgelenk.

Hier beträgt $k_{e_1/D} = 1$, und der Freiheitsgrad des Gesamtgetriebes ist

$$F = f_{e_1} + f_D - (f_{e_1} + f_D - k_{e_1/C} - k_{e_1/D}) = 2.$$

Im reziproken System besagt

$$k_{rez} = 6 - (f_{e_2} + f_D - k_{e_2/D}) = 0,$$

daß besondere Strukturbedingungen nicht zu beachten sind. Hier muß noch eine besondere Erscheinung besprochen werden. Wie es aus den Überlegungen folgt, wurde zwischen dem Ersatzgelenk e_1 und Kugelgelenk C eine Koinzidenz festgestellt. Das bedeutet, daß hier eine Bewegung stattfinden kann. Diese kam auch zum Ausdruck bei Berechnung des Freiheitsgrades des Gesamtgetriebes. Tritt eine Koinzidenz zwischen einem Ersatzgelenk und einem Gelenk auf, so kann von einer lokalen Bewegung gesprochen werden, jedoch nicht die eines einzelnen Gliedes sondern einer Gliedergruppe. Diese Beweglichkeit beeinflusst die gesamte Beweglichkeit des Getriebes negativ. Diese Erscheinung muß bei Festlegung der Antriebe berücksichtigt oder rechtzeitig behoben werden.

Die Kette im Bild 4a ist eine Kette mit nicht vollkommener Beweglichkeit. Am Anfang wird das Dreieck ABC untersucht. Zwischen den Gelenken A und B ist keine Koinzidenz möglich, also $k_{A/B} = 0$ und $f_{e_1} = f_A + f_B = 2$. Die Kette mit Ersatzgelenk e_1 reduziert sich gemäß Bild 4b. Zwischen den Gelenken e_1 und C ist eine Koinzidenz nicht möglich, also $k_{e_1/C} = 0$. Der Freiheitsgrad beträgt

$$F = f_{e_1} + f_C - (f_{e_1} + f_C - k_{e_1/C}) = 0.$$

Diese Teilkette hat keine Bewegungsmöglichkeit. Die gesamte Kette reduziert sich entsprechend Bild 4c. Diese Kette wurde schon auf Beweglichkeit untersucht, und es bedarf hier keiner Wiederholung. Die Beweglichkeitsuntersuchung läßt sich auch leicht bei mehrgliedrigen Ketten anwenden. Hierzu noch ein Beispiel eines achtgliedrigen Getriebes, Bild 5a.

Beginnen wir mit der Teilkette $ABCDE$.

Wie schon bekannt hat das Ersatzgelenk für das Teil ABC den Freiheitsgrad $f_e = 3$. Die Teilkette reduziert sich wie im Bild 5b dargestellt wurde.

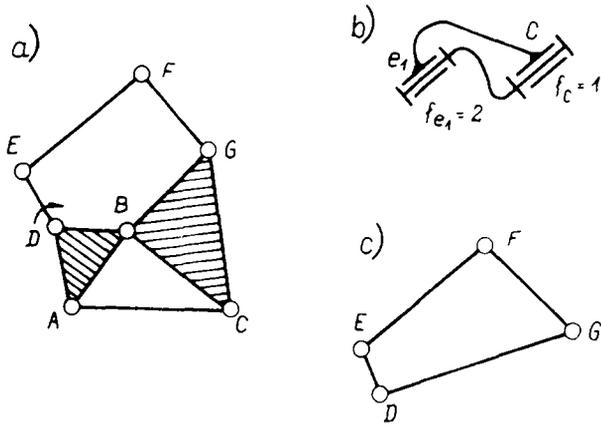


Abbildung 4. 6-gliedrige Kette zur Beweglichkeitsuntersuchung, (a) 6-gliedrige Kette, (b) Reduzierte Teilkette ABC mit Ersatzgelenk, (c) Reduzierte Kette.

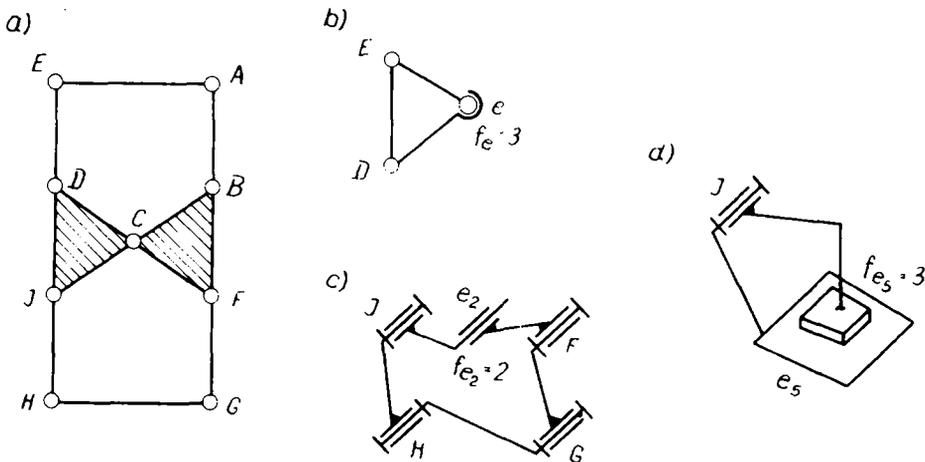


Abbildung 5. 8-gliedrige Kette zur Beweglichkeitsuntersuchung, (a) 8-gliedrige Kette, (b) Reduzierte Kette für die Teilkette ABCDE, (c) Reduzierte Kette mit Ersatzgelenk für die Teilkette ABCDE, (d) Reduzierte 8-gliedrige Kette.

Zwischen e und D ist eine Koinzidenz möglich, $k_{e/D} = 1$. Die Gelenke e und D reduzieren sich zu einem Ersatzgelenk e_1 mit dem Freiheitsgrad $f_{e_1} = f_e + f_D - k_{e/D} = 3$.

Zwischen dem neuen Ersatzgelenk e_1 und Gelenk E ist wiederum eine Koinzidenz möglich, $k_{e_1/E} = 1$.

Der Freiheitsgrad des Teilgetriebes $ABCD$ beträgt $F = f_{e_1} + f_E - (f_{e_1} + f_E - k_{e_1/E} - k_{e/D}) = 2$. Es kann also durch ein Gelenk mit dem Freiheitsgrad $f_{e_2} = 2$ ersetzt werden, Bild 5c.

Zwischen den Gelenken e_2 und F ist eine Koinzidenz nicht möglich, $k_{e_2/F} = 0$. Das Ersatzgelenk e_3 hat den Freiheitsgrad $f_{e_3} = f_{e_2} + f_F - k_{e_2/F} = 3$.

Zwischen den Gelenken e_3 und G ist eine Koinzidenz möglich, $k_{e_3/G} = 1$. Das hierdurch gebildete Ersatzgelenk hat den Freiheitsgrad $f_{e_4} = f_{e_3} + f_G - k_{e_3/G} = 3$.

Zwischen den Gelenken e_4 und H ist auch eine Koinzidenz möglich, $k_{e_4/H} = 1$. Das folgende Ersatzgelenk hat den Freiheitsgrad $f_{e_5} = f_{e_4} + f_H - k_{e_4/H} = 3$.

Man bekam schließlich eine reduzierte Kette (Bild 5d) mit einer Koinzidenz $k_{e_5/J} = 1$ und gesamten Freiheitsgrad

$$F = f_{e_5} + f_J - (f_{e_5} + f_J - k_{e_5/J} - k_{e_4/H} - k_{e_3/G}) = 3.$$

Im reziproken System besagt $k_{rez} = 6 - (f_{es} + f_j - k_{es/j}) = 3$, daß besondere Strukturbedingungen beachtet werden müssen. Wie aus den Beispielen zu sehen ist, wird bei ebenen Ketten von einer Koinzidenz gesprochen, wenn die Bewegung zwischen Gelenken untersucht wird, von denen eins von mindestens III-Klasse ist. Das ist verständlich, da bei ebener Bewegung der Freiheitsgrad eines Ersatzgelenkes nicht größer als $f_e = 3$ sein darf. Die Koinzidenz ist aber nur dann möglich, wenn gewisse konstruktive Bedingungen erfüllt werden. Diese sind vermutlich auf die Fertigungsgenauigkeit zurückzuführen, deshalb werden sie hier näher besprochen. Es sei noch vorweg betont, daß sie nicht nur bei ebenen Getrieben von Bedeutung sind, sondern auch bei räumlichen—wie z.B. beim Cardan-Gelenk. Ein Gelenk der III-Klasse eben betrachtet kann nur zwei Schubbewegungen und eine Drehbewegung haben.

Wird mit diesem Gelenk ein Drehgelenk gekoppelt, so tritt eine Koinzidenz nur dann auf, wenn die Drehachse des Gelenkes die xz -Ebene senkrecht durchstößt (Bild 6), also die Winkel β und γ 90° betragen. In Wirklichkeit weichen diese Winkel von 90° ab. Dies ist durch die Fertigungsfehler bedingt. Im Arbeitszyklus des Getriebes wird dann die xz -Ebene zur einer gewölbten Fläche.

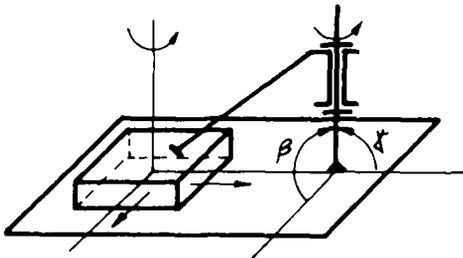


Abbildung 6. Koinzidenz zwischen Ersatzgelenk III-Klasse und Drehgelenk.

4. Zusammenhang der Beweglichkeit mit Genauigkeitsforderungen in ebenen Mechanismen

In der bisherigen Genauigkeitsanalyse von ebenen Mechanismen in der Literatur wurden nur die Glieder und selten die Gelenke selbst berücksichtigt. Wie es aus der obigen Beweglichkeitsuntersuchungen hervorgeht, hat auch die Gestaltung der Gelenke einen Einfluß auf die Qualität des Getriebes. Man muß also bei der Genauigkeitsanalyse oder-synthese ebener Mechanismen als weiteren Aspekt die Abweichungen der Gelenkform berücksichtigen. Zu diesen zählen in Drehgelenken die Winkel β und γ (Bild 6), sowie die Bolzenlänge l . Mit diesen Begriffen kommt man aus der Ebene heraus, und das Getriebe muß dann räumlich betrachtet werden. Die unerwünschten Abweichungen von den Winkeln β und γ verursachen unter anderem

- Deformation der Glieder (Torsion und Biegung) und in der Praxis eine erhebliche Beschränkung der Beweglichkeit,
- Vergrößerung der Lagerkräfte (Reibungswiderstand auch ohne Belastung) und
- Vergrößerung des Verschleißes der Lager und Minderung der Lebensdauer.

Wie es aus den obigen Anmerkungen zu sehen ist, kann die sog. "dritte" Dimension der Gelenke auch in ebenen Mechanismen einen bedeutenden Einfluß auf die Qualität haben. Im weiteren wird das hinsichtlich der Genauigkeit der mechanischen Funktion untersucht. Werden in Gliedern Bohrungen für Gelenke gefertigt, so werden deren Achsen nur näherungsweise eine senkrechte Lage zur meßtechnisch angenommenen Bezugsebene haben. Die Lage der Achsen zur Ebene wird mit den Winkeln β und γ beschrieben. Weichen die Winkel β und γ von 90° ab, so wird der Lagerbolzen einen schiefen Sitz haben, was sich entsprechend auf die Getriebefunktion auswirkt. Das Lagerspiel verursacht auch ein Verkanten des Bolzens. Dieses Verkanten kann aber ausgenutzt werden zur Behebung der Achsenneigung auf Grund ungenauer Fertigung. Zunächst werden jedoch die Fertigungsfehler der Lagerbohrung und deren Einfluß auf das Endergebnis untersucht. Wie bekannt, ist beim zweigelenkigen Glied AB (Bild 7) als Maß der Abstand zwischen den Bohrungsachsen von Interesse. Zu diesem Maß kommen jetzt noch die Winkelmaße hinzu, die die Achslagen der Gelenke beschreiben. Das Lagerspiel

soll zunächst noch unberücksichtigt bleiben. Die neuen Lagen der Drehachsen des zweigelenkigen Gliedes AB wurden auf dem Bild 7 dargestellt. Als Maßbezugsebene wurde die xz -Ebene angenommen. Die Lage der Bohrungsachsen wird mit den Winkeln β_{ij} und γ_{ij} beschrieben.

Wird im ebenen Mechanismus am Gelenk A ein weiteres Glied angeschlossen, so müßte theoretisch die Meßebeene II des folgenden Gliedes mit der Meßebeene I zusammenfallen. In meisten Fällen ist diese Forderung schwer erfüllbar und deshalb läßt man zu, daß die Glieder sich in parallelen Ebenen bewegen werden. Die Entfernung der parallelen Ebenen wird durch die bereits eingeführte Bolzenlänge l_i (hier l_1) bestimmt, Bild 8. Im Sonderfall kann $l_i = 0$ sein. Weiterhin werden die Durchstoßpunkte der Gelenkachsen durch die parallelen Ebenen entsprechend mit A_{11} , A_{12} , B_{22} , B_{23} usw. bezeichnet.

Auf Grund von Fertigungsfehler weichen die Winkel β_{ij} und γ_{ij} von 90° ab, und es tritt die Situation auf, die im Bild 9 dargestellt wurde. Die Koordinaten wurden so gelegt, daß immer entlang der y -Achse der neue, gekoppelte Punkt fällt (A_{12} , B_{22} , usw.). Theoretisch sollen auch die Glieder a_1 und a_2 parallel sein. Das gleiche betrifft auch die Meßebenen x_1z_1 und x_2z_2 . Wie aus dem Bild 9 zu sehen ist, ist bei Reihenschaltung der Glieder die y -Achse eines Gliedes identisch mit der x -Achse des gekoppelten Gliedes.

In Wirklichkeit ist auf Grund von Herstellungsfehler die y -Achse nicht senkrecht zur xz -Ebene, wodurch das gekoppelte Glied verdreht wird. Der Punkt A_{12} der ersten Gelenkachse geht in A_{12}^* über. Zu diesem addiert sich noch der Achslagenfehler der Bohrung des Gliedes a_2 , und die Meßebeene x_2z_2 bleibt nicht parallel zur Meßebeene x_1z_1 . Vom Punkt A_{12}^* kann jetzt zum Punkt B_{22}^* übergegangen werden. Die Achslage der Bohrung dieses Gelenkes wird zur Meßebeene x_2z_2 durch die Winkel β_{22} und γ_{22} beschrieben. Der Punkt B_{22}^* fällt nicht mit dem theoretischen Punkt B_{22} zusammen, und die Achslagen y_3 und y_3^* sind nicht parallel.

Zwischen der Achslage des Drehgelenkes und Bezugsebene xz gibt es folgende Zusammenhänge (Bild 10)

$$\sin \Delta\delta = \sqrt{(\sin^2 \Delta\beta + \sin^2 \Delta\gamma)}$$

$$\delta = 90 - \Delta\delta$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \Delta\beta}{\sin \Delta\gamma}$$

Wobei:

$$\Delta\gamma = 90 - \gamma$$

$$\Delta\beta = 90 - \beta$$

Dabei müssen bei den Abweichungen $\Delta\beta$ und $\Delta\gamma$ als Vektoren die Vorzeichen beachtet werden.

Ist die Lagerlänge l_1 bekannt, so kann die Lage des Punktes A_{12}^* im Bezug zur Basis A_{11} (Bild 9) aus folgenden Formeln berechnet werden:

$$x_{A_{12}^*} = l_1 \cdot \sin \Delta\gamma_{11}$$

$$y_{A_{12}^*} = l_1 \cdot \cos \Delta\delta_1$$

$$z_{A_{12}^*} = l_1 \cdot \sin \Delta\beta_{11}$$

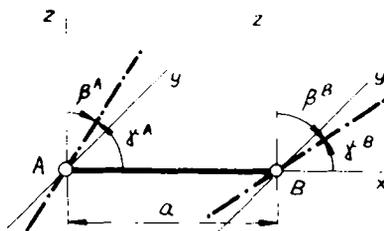


Abbildung 7. Maße an einem zweigelenkigen Glied mit Drehgelenken.

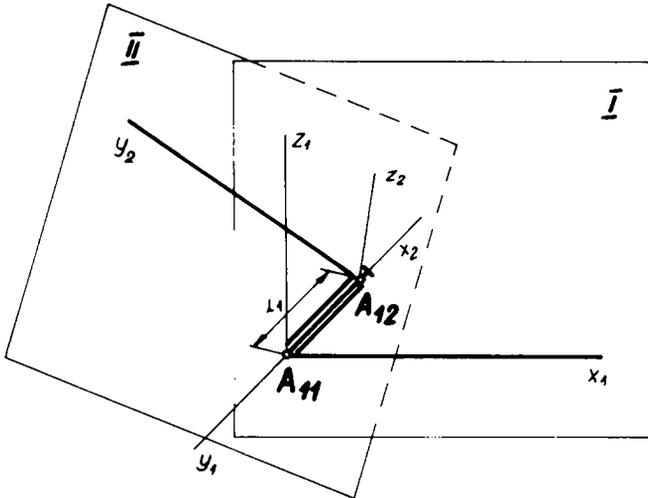


Abbildung 8. Kopplung zweier Glieder in parallelen Ebenen.

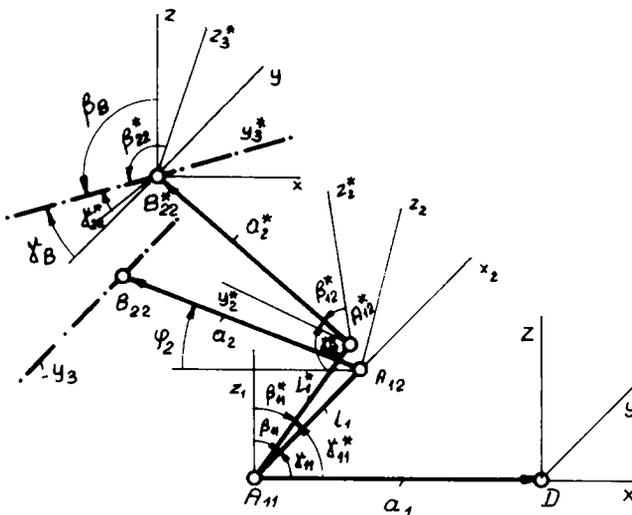


Abbildung 9. Reihenschaltung von Gliedern mit Berücksichtigung der "dritten" Dimension.

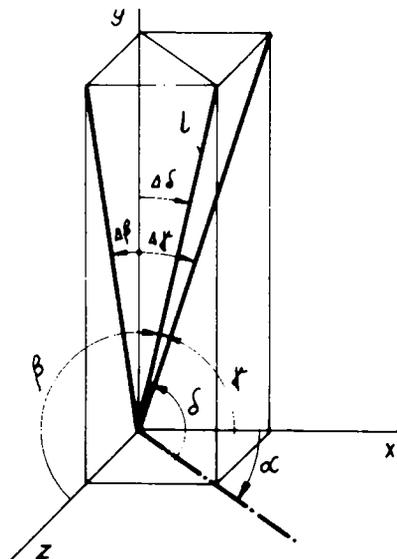


Abbildung 10. Winkelverhältnisse in einer Bohrung eines Drehgelenkes.

Auf den Bolzen 1 wurde folgendes Glied 2 mit dem Maß a_2 aufgesetzt. Die Bohrung des Gliedes 2 hat auch eine Abweichung $\Delta\beta_{12}$ und $\Delta\gamma_{12}$. Die Bezugsebene x_2y_2 ist um den Lagewinkel φ_2 des Gliedes 2 verdreht. Die Lage des Punktes B_{22}^* kann aus folgenden Formeln berechnet werden.

$$x_{B_2^*} = l_1 \cdot \sin \Delta\gamma_{11} + a_2 \cdot \cos \Delta\gamma_{12} \cdot \cos \varphi_2$$

$$y_{B_2^*} = l_1 \cdot \cos \Delta\delta_{11} + a_2 \cdot \sin \Delta\delta_{12}$$

$$z_{B_2^*} = l_1 \cdot \sin \Delta\beta_{11} + a_2 \cdot \cos \Delta\beta_{12} \cdot \sin \varphi_2$$

Die Bohrung des Gliedes 2 im Punkt B_{22} hat wiederum eine Abweichung $\Delta\beta_{22}$ und $\Delta\gamma_{22}$. Legt man im Punkt B_{22} parallel zur Basis ein Koordinatensystem, so kann die Achslage des Halbgelenkes B_{22}^* bestimmt werden. Diese wird durch die Winkel $\Delta\beta_B$ und $\Delta\gamma_B$ ausgedrückt. Es ist

$$\Delta\beta_B = \Delta\beta_{11} + \Delta\beta_{12} + \Delta\beta_{22}$$

und

$$\Delta\gamma_B = \Delta\gamma_{11} + \Delta\gamma_{12} + \Delta\gamma_{22}.$$

Wird diese Betrachtungsweise auf die folgenden Glieder fortgesetzt, so können gesamte kinematische Ketten untersucht werden. Eine Bewegung ohne Einschränkung ist nur dann möglich, wenn bestimmte Winkel gleich groß sind. Dies wird anhand einer Viergelenkkette (Bild 11) erläutert.

Diese Kette besteht aus den Gliedern a_1 bis a_4 und Drehgelenken A , B , C und D mit den Längen l_1 bis l_4 . Für die genaue Maßbestimmung wurde diese Kette in abgewandelter Form nochmals auf dem Bild 12 dargestellt. Die Maße a_1 bis a_4 bestimmen die Lagen der Mittelachsen der Glieder-Halbgelenke. l_1 bis l_4 bestimmen die Entfernungen der parallelen Ebenen, in denen die Glieder 2 bis 4 sich gegenüber 1 bewegen. Die Winkel β_{ij} und γ_{ij} werden Neigungswinkel der Bewegungsebenen genannt. Es wird gefordert, daß diese Winkel 90° betragen sollen. Weichen diese Maße von ihren nominellen Werten ab, so verdrehen sich die Bewegungsebenen der Glieder. Wird die Kette z.B. im Punkt C getrennt, bleiben die Achsen von den Punkten C_{33}^* und C_{34}^* (Bild 13) nicht mehr parallel. Ein Zusammenbau des Getriebes ist nur möglich, wenn innere Spannungen (Torsion, Biegung) in den Gliedern hervorgerufen werden, also

$$\beta_{w_1} = \beta_{w_2}$$

und

$$\gamma_{w_1} = \gamma_{w_2}$$

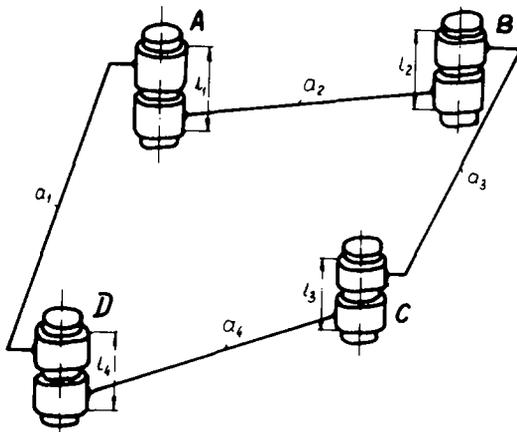


Abbildung 11. Viergliedrige Kette.

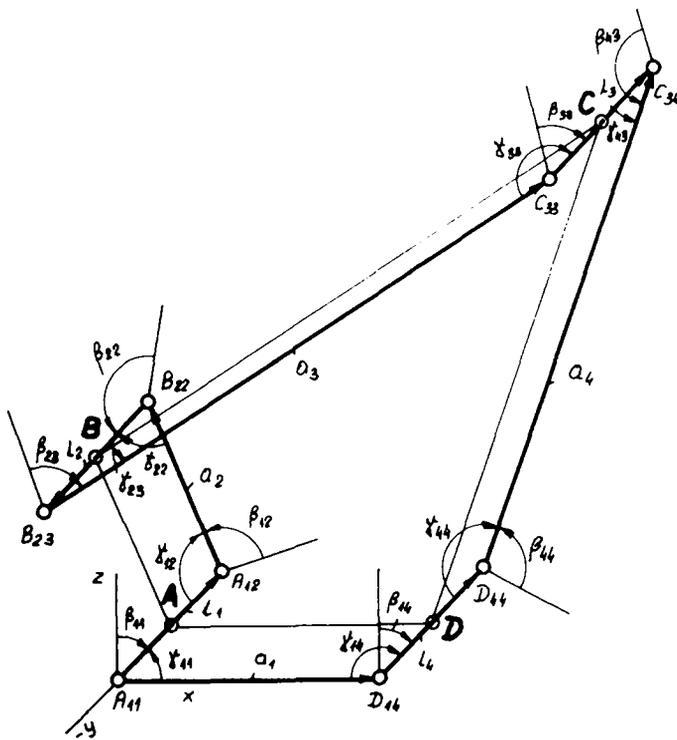


Abbildung 12. Bemaßte viergliedrige Kette.

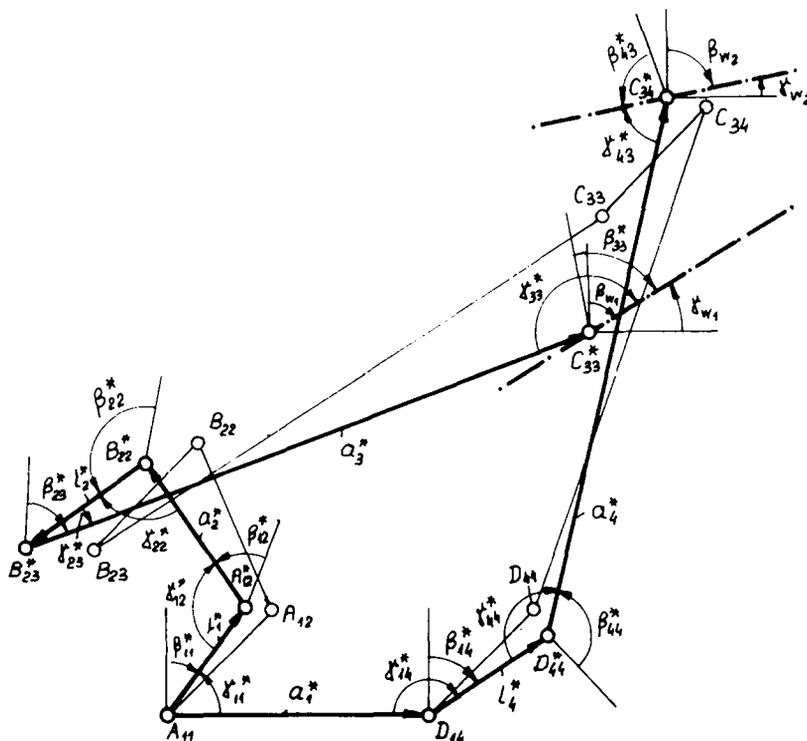


Abbildung 13. Auswirkung der Winkel β und γ in einer viergliedrigen Kette, wenn diese in Punkt C getrennt wird.

wird. Man kann auch das Getriebe in anderen Gelenken trennen, so daß eine Verdrehung der einzelner Gelenkachsen gegenüber dem Gestell bestimmt werden kann.

Die weitere Behandlung dieses Thema, besonders bei mehrgliedrigen Mechanismen ist nur mit Hilfe von Computern möglich. Die Gleichungen werden schwierig und unübersehbar.

An weiteren Behandlung dieses Themenkomplexes wird gegenwärtig gearbeitet. Besondere Aufmerksamkeit wird den zum Schluß vorgestellten Problemen gewidmet.

Literatur

1. J. Volmer, *Getriebetechnik-Lehrbuch*. VEB Verlag Technik, Berlin (1969).
2. Z. Parszewski, *Teoria Maszyn i Mechanizmów*. WNT, Warszawa (1974).
3. G. Bögelsack, Über die Anwendung der Ballschen Schraubachsentheorie bei Beweglichkeitsuntersuchungen an mechanischen Führungen. *Feingerätetechnik* 23(7) S.297-300 (1974).
4. J. Jucha, *Zagadnienia doboru tolerancji wymiarów wykonawczych dla określonych tolerancji wymiaru wynikowego w kilku położeniach płaskiego układu kinematycznego* (Probleme der Auswahl von Ausführungsmaßtoleranzen für vorgegebene Toleranz des Ergebnismaßes in mehreren Lagen von ebenen Mechanismen). Dissertation, Technische Hochschule Wrocław, Polen (1974).
5. K. H. Hunt, Screw axes and mobility in spatial mechanisms via the linear complex. *J. Mechanisms* 3, 307-327 (1967).

THE INTERDEPENDENCE BETWEEN THE MOBILITY AND THE REQUIREMENTS OF ACCURACY IN MECHANISMS

H. L. Müller, J. Jucha

Summary - The main objective of this work is to find the relation between mobility and the requirements of the accuracy in mechanisms.

At the beginning of this work the possibility of obtaining the mechanisms of mobility corresponding to the number of active parts in the system with the passive constraints was shown. It was achieved by changing the class of some kinematic pairs in the mechanism. For mechanisms where this procedure is not possible for the exhaustive analysis the so-called substitute pair was introduced. Such an analysis gives the possibility of specifying the active constraints existing in the mechanism. To replace the active constraints, the proper design conditions must be retained. These conditions are connected with the preservation of specified requirements regarding the accuracy of realization of the component elements of the mechanisms, and the mobility. The way to find this relationship was shown in an example.