

Regeling van flexibele manipulatoren m.b.v. ingang-uitgang-linearisering met dynamische extensie

Citation for published version (APA):

van Beek, A. M. (1994). *Regeling van flexibele manipulatoren m.b.v. ingang-uitgang-linearisering met dynamische extensie*. (DCT rapporten; Vol. 1994.024). Technische Universiteit Eindhoven.

Document status and date:

Gepubliceerd: 01/01/1994

Document Version:

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

www.tue.nl/taverne

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

openaccess@tue.nl

providing details and we will investigate your claim.

Regeling van flexibele
manipulators m.b.v.
ingang-uitgang-linearisering
met dynamische extensie

A.M. van Beek

TUE, Faculteit Werktuigbouwkunde
WFW rapport 94.024

stageverslag

Professor : Prof. dr. ir. J.J. Kok
Begeleider : Ir. T. van de Broek

Technische Universiteit Eindhoven (TUE)
Faculteit Werktuigbouwkunde
Vakgroep Fundamentele Werktuigkunde
Februari 1994

Inhoudsopgave

Notatie	3
Samenvatting	4
1 Inleiding	5
2 Ingang-uitgang-linearisering/ontkoppeling	6
2.1 SISO systemen	7
2.2 MIMO systemen	10
2.3 Het dynamisch extensie algoritme	12
3 Manipulators met elastische overbrengingen	13
3.1 Het model	13
3.2 Ingang-uitgang linearisering/ontkoppeling	15
4 Een flexibele translatie-rotatie robot	17
4.1 Model TR-robot	17
4.2 Ingang-uitgang linearisering/ontkoppeling TR robot	20
4.3 Simulaties	22
5 Conclusies en aanbevelingen	26
5.1 Conclusies	26
5.2 Aanbevelingen	26
Bibliografie	28

Notatie

In dit verslag worden de volgende notaties gebruikt:

v	scalar v
\underline{x}	vector x
G	matrix G
∇	gradiëntoperator $[\frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial}{\partial x_n}]$
$L_{\underline{f}}h$	Lie-afgeleide van h met betrekking tot \underline{f} , $L_{\underline{f}}h = \nabla h \underline{f}$
$L_{\underline{f}}^i h$	$L_{\underline{f}}(L_{\underline{f}}^{(i-1)}h)$

Samenvatting

Het voornaamste probleem bij de regeling van manipulators met flexibele overbrengingen wordt veroorzaakt doordat het aantal graden van vrijheid groter is dan het aantal ingangen. Een methodiek die geschikt is om dit probleem aan te pakken is ingang-uitgang-ontkoppeling. Deze methodiek leidt echter meteen tot een tweede probleem als niet *alle* overbrengingen flexibel gemodelleerd kunnen/hoeven te worden. De ingangen van actuators met flexibele overbrengingen, \underline{u}_e , komen dan namelijk pas later in de uitgang voor dan de ingangen van actuators met stijve overbrengingen, \underline{u}_s . Ingang-uitgang-ontkoppeling is dan alleen mogelijk met een dynamische regelaar. Met behulp van het zogenaamde dynamisch extensie algoritme kan voor de gehele klasse van manipulators met één of meerdere flexibele overbrengingen ingang-uitgang-ontkoppeling toegepast worden om een dergelijke dynamische regelaar te ontwerpen. Het doel van deze regelaar is om alle afzonderlijke schakels van een manipulator een bepaald trajectorie te laten volgen terwijl de elastische krachten/momenten in de overbrengingen begrensd blijven. Ter illustratie zijn simulaties uitgevoerd voor een translatie-rotatie robot met één flexibele overbrenging. De elastische krachten/momenten blijken niet beïnvloed te worden door de stijfheid van de overbrenging maar alleen door de systeemdynamica en het gekozen trajectorie.

Hoofdstuk 1

Inleiding

De regeling van veel huidige manipulators is gebaseerd op de veronderstelling dat de aandrijvingen onvervormbaar zijn en dat de schakels beschouwd mogen worden als starre lichamen. Het ontwerp is hier dan ook vaak aan aangepast, de manipulators worden stijf (en zwaar) geconstrueerd om ongewenste vervormingen en trillingen te minimaliseren met als gevolg lage versnellingen en een hoog energieverbruik. Om met dezelfde inspanningen te komen tot hogere versnellingen zijn lichtgewicht constructies nodig. Het gevolg is echter dat, vooral tijdens versnelde bewegingen, de schakels kunnen doorbuigen en vervormingen kunnen optreden in de aandrijvingen. Dit kan leiden tot verminderde volgnauwkeurigheid en zelfs tot instabiliteit. Voor de meeste manipulators speelt de elasticiteit in de overbrenging een grotere rol dan de vervorming van de schakels. In dit verslag zal daarom alleen gekeken worden naar de regeling van manipulators met één of meerdere flexibele aandrijvingen. Voor deze klasse van systemen zal aangetoond worden dat, als het model van het systeem bekend is, de volledige toestand gelineariseerd kan worden m.b.v. ingang-uitgang-linearisering in combinatie met een dynamische extensie. Het doel van de te ontwerpen regeling is om elke schakel van de manipulator een bepaald trajectorie te laten volgen waarbij de elastische krachten/momenten in de overbrengingen begrensd blijven.

In hoofdstuk 2 wordt het principe van ingang-uitgang-linearisering behandeld voor SISO (paragraaf 2.1) en MIMO systemen (paragraaf 2.2). In paragraaf 2.3 wordt het kort het dynamisch extensie algoritme behandeld. In hoofdstuk 3 wordt aangetoond dat hiermee de volledige toestand van een hele klasse van manipulators gelineariseerd kan worden. Ter illustratie wordt, in hoofdstuk 4, de hierboven genoemde techniek toegepast op een manipulator met 2 schakels en 3 graden van vrijheid, de TR-robot. In hoofdstuk 5 worden tenslotte enkele conclusies getrokken en aanbevelingen gedaan voor verder onderzoek.

Hoofdstuk 2

Ingang-uitgang-linearisering/ontkoppeling

Ingang-uitgang-ontkoppeling is een methodiek die toegepast kan worden om regelaars te ontwerpen voor niet-lineaire systemen met meer graden van vrijheid dan ingangen. Elk niet-lineair systeem kan, eventueel na herdefinering van de ingang, als volgt beschreven worden:

$$\begin{aligned}\dot{\underline{x}} &= \underline{f}(\underline{x}) + G(\underline{x})\underline{u} \\ \underline{y} &= \underline{h}(\underline{x})\end{aligned}\quad (2.1)$$

met toestand $\underline{x} \in \mathcal{R}^n$, ingang $\underline{u} \in \mathcal{R}^m$, uitgang $\underline{y} \in \mathcal{R}^p$ en $G = [g_1, g_2, \dots, g_m]$.

Het basisidee achter ingang-uitgang-linearisering is de transformatie van een niet-lineair systeem naar een geheel of gedeeltelijk lineair systeem. De transformatie bestaat uit 2 onderdelen:

- Een ingangstransformatie zodat elke uitgang y_i bepaald wordt door slechts één, nieuw gedefinieerde ingang v_i d.m.v. een eenvoudige lineaire differentiaalvergelijking. Elke ingang v_i kan vervolgens zo gekozen worden dat de corresponderende uitgang y_i op den duur gelijk wordt aan een gewenste uitgang $y_{d,i}$. De ingang v_i kan tenslotte terugvertaald worden naar de oorspronkelijke ingang \underline{u} . Bij een MIMO systeem is er dus naast linearisering ook sprake van ingang-uitgang-ontkoppeling.
- Een geheel of gedeeltelijke toestandstransformatie. Als de transformatie gedeeltelijk is, is een deel van de systeem-dynamica niet zichtbaar in de externe ingang-uitgang relatie. De stabiliteit van deze interne dynamica is niet gegarandeerd en moet dus gecontroleerd worden. Dit gebeurt door te kijken naar de stabiliteit van de zogenaamde "zero-dynamics".

Een belangrijk nadeel van deze methode is dat deze volledig afhankelijk is van het model van het systeem en dus niet robuust is voor variatie in de parameters of voor verstoringen.

Het basisidee wordt eerst uitgewerkt voor SISO systemen (paragraaf 2.1) en vervolgens voor (vierkante) MIMO systemen (paragraaf 2.2). In beide paragrafen wordt een statische regelaar afgeleid, d.w.z de uitgang \underline{u} is alleen een functie van de toestand \underline{x} en een nieuw extern ingangssignaal \underline{v} .

$$\underline{u} = \underline{\alpha}(\underline{x}) + \underline{\beta}(\underline{x})\underline{v}\quad (2.2)$$

Bij sommige systemen echter is ingang-uitgang ontkoppeling alleen mogelijk met een dynamische regelaar.

$$\begin{aligned} \underline{u} &= \underline{\alpha}(\underline{x}, \underline{\xi}) + \underline{\beta}(\underline{x}, \underline{\xi})\underline{v} \\ \dot{\underline{\xi}} &= \underline{\gamma}(\underline{x}, \underline{\xi}) + \underline{\delta}(\underline{x}, \underline{\xi}) \end{aligned} \quad (2.3)$$

De afleiding van deze regelaar wordt behandeld in paragraaf 2.3, het dynamisch extensie algoritme.

2.1 SISO systemen

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}} &= \underline{f}(\underline{x}) + \underline{g}(\underline{x})u \\ y &= \underline{h}(\underline{x}) \end{aligned} \quad (2.4)$$

met toestand $\underline{x} \in \mathcal{R}^n$, ingang $u \in \mathcal{R}^1$ en uitgang $y \in \mathcal{R}^1$. Aangenomen wordt dat $\underline{f} = \underline{f}(\underline{x})$, $\underline{g} = \underline{g}(\underline{x})$ en $h = h(\underline{x})$ voldoende gladde functies zijn.

Bij SISO systemen kan er natuurlijk geen sprake zijn van ingang-uitgang-ontkoppeling, er vindt alleen een linearisering plaats van de ingangs-uitgangs relatie.

Stap 1: Om een lineaire ingangs-uitgangs relatie te krijgen wordt de uitgang y gedifferentieerd totdat de ingang u verschijnt. Stel dat de uitgang r keer gedifferentieerd moet worden:

$$\begin{aligned} y &= h(\underline{x}) \\ \dot{y} &= \nabla h \dot{\underline{x}} = \nabla h (\underline{f} + \underline{g}u) = L_f h + L_g h u = L_f h \\ \ddot{y} &= \nabla \dot{y} \dot{\underline{x}} = \nabla (L_f h) (\underline{f} + \underline{g}u) = L_f^2 h + L_g L_f h u = L_f^2 h \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$y^{(i)} = L_f^i h + L_g L_f^{(i-1)} h u = L_f^i h \quad (2.6)$$

$$y^{(r)} = L_f^r h + L_g L_f^{(r-1)} h u = q(\underline{x}) + s(\underline{x})u \quad (2.7)$$

Het getal r wordt dan de relatieve graad van het systeem genoemd. Aangetoond kan worden (zie [4] voor bewijs) dat $r \leq n$.

Stap 2: Bepaal u zodanig dat de niet-lineariteit in (2.7) verdwijnt en y d.m.v. een lineaire differentiaalvergelijking direct gekoppeld wordt aan een nieuwe ingang v .

$$u = \frac{1}{L_g L_f^{(r-1)} h} (-L_f^r h + v) = \frac{1}{s(\underline{x})} (-q(\underline{x}) + v) \quad (2.8)$$

Vergelijking (2.8) ingevuld in (2.7) levert: $y^{(r)} = v$.

Stap 3: Vervolgens kan het niet-lineaire systeem (2.4) als volgt getransformeerd worden naar de zogenaamde de normaal vorm:

$$\underline{z} = \begin{bmatrix} z_0 \\ z_u \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} z_0 &= [y, \dot{y}, \ddot{y}, \dots, y^{(r-1)}]^T \\ z_u &\in \mathcal{R}^{n-r} \end{aligned} \quad (2.9)$$

z_u moet daarin zo gekozen worden zodat de uiteindelijke transformatie, $z = T(x)$ een diffeomorfisme is, dat wil zeggen inverteerbaar ($x = T^{-1}(z)$) en voldoende vaak differentieerbaar. De transformatie is inverteerbaar als geldt dat: $\text{rang}(\nabla T) = n$. Als de transformatie inverteerbaar is voor alle mogelijke x , is T een globaal diffeomorfisme. Het resultaat is dan globaal, in de hele toestandsruimte, geldig.

De dynamica van het systeem (2.4) kan nu als volgt geschreven worden:

$$\dot{z}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} z_0 + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} v \quad (2.10)$$

A_0 \underline{b}_0

$$\dot{z}_u = \underline{f}_u(z) + \underline{g}_u(z)v \quad (2.11)$$

Merk op dat z_u zo gekozen kan worden dat $\underline{g}_u(z) = 0$.

Om te zorgen dat y op den duur gelijk wordt aan y_d kan v als volgt gekozen worden:

$$v_d = y_d^{(r)}$$

$$v = v_d - \underline{k}^T(z_0 - z_{0d}) \quad \underline{k} = [k_1, k_2, \dots, k_r]^T \quad (2.12)$$

$$z_{0d} = [y_d, \dot{y}_d, \ddot{y}_d, \dots, y_d^{(r-1)}]^T$$

Vergelijking (2.12) ingevuld in (2.10) levert:

$$\dot{z}_0 = (A_0 - \underline{b}_0 \underline{k}^T) z_0 + \underline{b}_0(v_d + \underline{k}^T z_{0d}) = \tilde{A}_0 z_0 + \underline{b}_0 \tilde{v} \quad (2.13)$$

Kies \underline{k} zodat $(A_0 - \underline{b}_0 \underline{k}^T)$ een Hurwitz-matrix is.

Stap 4: De dynamica van het niet-lineaire systeem is nu opgesplitst in een lineair extern deel z_0 dat te maken heeft met de in- en uitgang en een i.h.a. niet-lineair intern deel z_u dat niet observeerbaar is. De bovenstaande poolplaatsing garandeert dat de externe dynamica zich gedraagt zoals voorgeschreven. Er moet echter nog gecontroleerd worden of de interne dynamica wel stabiel is, d.w.z. of de toestanden z_u begrensd blijven. Kijk daarvoor naar de "zero-dynamics": de interne dynamica wanneer de ingang u zo gekozen wordt dat de uitgang 0 blijft.

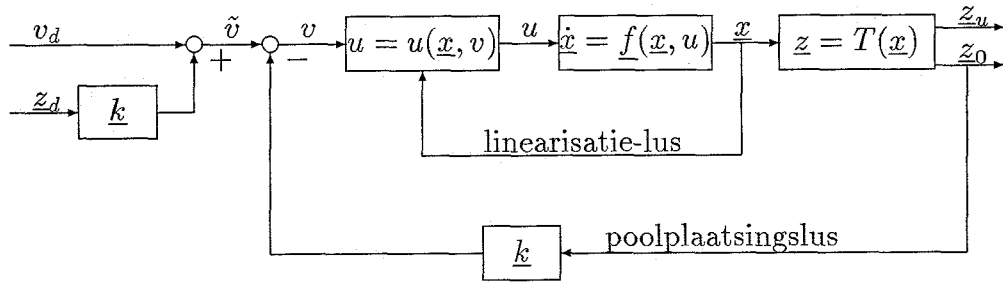
$$\dot{z}_u = \dot{z}_u(z) = \dot{z}_u(z_0, z_u) \Rightarrow \dot{z}_u = \dot{z}_u(0, z_u) \quad (2.14)$$

$$u_0(x) = -\frac{q(x)}{s(x)} \Rightarrow y^{(r)} = 0$$

Als deze zero-dynamics lokaal/globaal asymptotisch stabiel is dan blijft de totale toestand z begrensd en is het niet-lineaire systeem een lokaal/globaal asymptotisch minimum fase systeem. In het bijzondere geval dat $r = n$ is het hele getransformeerde

systeem lineair en is er dus geen sprake van een intern deel z_u . Ingang-uitgang ont koppeling gaat dan over in toestand linearisering door terugkoppeling.

Het geregelde systeem met de bij stap 2 afgeleide regelwet is weergegeven in figuur 2.1. Er zijn 2 terugkoppel lussen, de binnenste lus zorgt voor de linearisatie van de ingangs- uitgangsrelatie (2.8), de buitenste lus zorgt voor de stabilisatie van het, lineaire, externe deel.



Figuur 2.1

Om deze strategie toe te kunnen passen moet de hele toestand bekend zijn. Als de nieuwe toestand z geen fysische betekenis heeft, of niet meetbaar is moet deze m.b.v. (2.9) bepaald worden uit \underline{x} . Mogelijke onzekerheid in de parameters veroorzaakt dan naast fouten in de bepaling van de ingang u (2.8) ook fouten bij de bepaling van de nieuwe toestand z . De te volgen trajectorie moet uitgedrukt worden in termen van de gehele nieuwe toestands vector z_0 , zie (2.12).

2.2 MIMO systemen

Ingang-uitgang-ontkoppeling voor MIMO systemen verloopt analoog aan die voor SISO systemen. Uitgangspunt is de systeembeschrijving (2.1) met 1 beperking: $p = m$, er wordt alleen gekeken naar vierkante systemen, systemen met evenveel ingangen als uitgangen.

Stap 1: Ieder component y_i van de uitgang \underline{y} wordt r_i keer gedifferentieerd totdat één of meerdere componenten van de uitgangs vector \underline{u} verschijnen. De relatieve graad is nu een vector geworden i.p.v. een scalar, $r = [r_1, r_2, \dots, r_m]^T$. De componenten r_i zijn als volgt gedefinieerd:

$$[L_{g_1} L_f^k h_i, L_{g_2} L_f^k h_i, \dots, L_{g_m} L_f^k h_i]^T = \underline{0} \quad k = 0, 1, \dots, r_i - 2 \quad (2.15)$$

$$[L_{g_1} L_f^{r_i-1} h_i, L_{g_2} L_f^{r_i-1} h_i, \dots, L_{g_m} L_f^{r_i-1} h_m]^T \neq \underline{0} \quad (2.16)$$

Analoog aan (2.7) krijgen we nu:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} y_1^{(r_1)} \\ \vdots \\ y_m^{(r_m)} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} L_f^{r_1} h_1 \\ \vdots \\ L_f^{r_m} h_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{g_1} L_f^{(r_1-1)} h_1 & \dots & L_{g_m} L_f^{(r_1-1)} h_1 \\ \vdots & & \vdots \\ L_{g_1} L_f^{(r_m-1)} h_m & \dots & L_{g_m} L_f^{(r_m-1)} h_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix} \\ \underline{y}^r &= \underline{q}(\underline{x}) + \underline{S}(\underline{x}) \underline{u} \end{aligned} \quad (2.17)$$

Definieer $R = \sum_{i=1}^m r_i$, aangetoond kan worden (zie [4] voor bewijs) dat $R \leq n$.

Stap 2: Als $S(\underline{x})$ inverteerbaar is is het eenvoudig om \underline{u} zo te bepalen dat elke component y_i van \underline{y} bepaald wordt door slechts één component v_i van een nieuw te definiëren ingangsvector \underline{v} d.m.v. een lineaire differentiaalvergelijking.

$$\underline{u} = S^{-1}(\underline{x})[-\underline{q}(\underline{x}) + \underline{v}] \quad (2.18)$$

Vergelijking (2.18) ingevuld in (2.17) levert: $\underline{y}^{(r)} = \underline{v}$.

Stap 3: De toestandstransformatie van systeem (2.1) ziet er als volgt uit:

$$\begin{aligned} \underline{z}_0 &= [\underline{z}_1, \underline{z}_2, \dots, \underline{z}_R]^T \\ \underline{z} &= \begin{bmatrix} \underline{z}_0 \\ \underline{z}_u \end{bmatrix} \quad \underline{z}_i = [y_i, \dot{y}_i, \ddot{y}_i, \dots, y_i^{(r-1)}]^T \\ \underline{z}_u &\in \mathcal{R}^{n-R} \end{aligned} \quad (2.19)$$

\underline{z}_u moet daarin zo gekozen worden zodat de uiteindelijke transformatie, $\underline{z} = T(\underline{x})$ een diffeomorfisme is. De dynamica van het systeem (2.1) kan nu als volgt geschreven

worden:

$$\dot{z}_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} z_i + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} v_i \quad (2.20)$$

A_i \underline{b}_i

$$\dot{z}_0 = \begin{bmatrix} A_1 & \emptyset & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \emptyset & A_2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & A_m \end{bmatrix} z_0 + \begin{bmatrix} \underline{b}_1 & \emptyset & \dots & 0 \\ 0 & \underline{b}_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \underline{b}_m \end{bmatrix} \underline{v} \quad (2.21)$$

A_0 B_0

$$\dot{z}_u = \underline{f}_u(z) + G_u(z)\underline{v} \quad (2.22)$$

Om te zorgen dat \underline{y} op den duur gelijk wordt aan \underline{y}_d moet \underline{v} als volgt gekozen worden:

$$\underline{v} = \begin{bmatrix} v_{d1} \\ \vdots \\ v_{dm} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \underline{k}_1^T & \emptyset & 0 & \dots & 0 \\ \emptyset & \underline{k}_2^T & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \underline{k}_m^T \end{bmatrix} (\underline{z}_0 - \underline{z}_{0d}) \quad (2.23)$$

\underline{v}_d K

met

$$\begin{aligned} v_{di} &= y_{di}^{(r_i)} \\ \underline{z}_{0d} &= [z_{1d}, z_{2d}, \dots, z_{md}]^T \\ \underline{z}_{id} &= [y_{di}, \dot{y}_{di}, \dots, y_{di}^{(r-1)}]^T \\ K &\in \mathcal{R}^{m \times n} \quad \underline{k}_i \in \mathcal{R}^{1 \times r} \end{aligned} \quad (2.24)$$

Kies K zodat $(A_0 - \underline{b}_0 K)$ een Hurwitz matrix is.

Stap 4: Voor de zero-dynamics geldt nu:

$$\begin{aligned} \dot{z}_u &= \dot{z}_u(z) = \dot{z}_u(z_0, z_u) \\ \underline{u}_0(x) &= -\frac{q(x)}{S(x)} \Rightarrow \underline{y}^{(r)} = \underline{0} \end{aligned} \Rightarrow \dot{z}_u = \dot{z}_u(\underline{0}, z_u) \quad (2.25)$$

2.3 Het dynamisch extensie algoritme

Als de matrix $S(\underline{x})$ uit (2.17) niet inverteerbaar is dan is het niet mogelijk om een statische regelwet van de vorm (2.18) te bepalen. Ingang-uitgang ontkoppeling is dan alleen mogelijk met een dynamische regelaar van de vorm (2.3).

Om de notatie eenvoudig te houden worden alleen systemen bekeken met 2 ingangen en 2 uitgangen. Als S niet inverteerbaar is kan (2.17), eventueel na verwisseling van de ingangen, als volgt geschreven worden:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} y_1^{(r_1)} \\ y_2^{(r_2)} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} L_f^{r_1} h_1 \\ L_f^{r_2} h_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{g_1} L_f^{(r_1-1)} h_1 & 0 \\ L_{g_2} L_f^{(r_2-1)} h_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \\ &= \underline{q}(\underline{x}) + S(\underline{x}) \underline{u} \end{aligned} \quad (2.26)$$

Na differentiëren kan dit als volgt herschreven worden:

$$\begin{bmatrix} y_1^{(r_1+1)} \\ y_2^{(r_2+1)} \end{bmatrix} = \underline{q}_1(\underline{x}, u_1) + S_1(\underline{x}) \begin{bmatrix} \dot{u}_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

Als de matrix S_1 inverteerbaar is dan kan analoog (2.18) de volgende regelwet afgeleid worden:

$$\begin{bmatrix} \dot{u}_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = S_1^{-1} [\underline{v} - \underline{q}_1(\underline{x}, u_1)] \quad (2.28)$$

\dot{u}_1 en u_2 worden dan gezien als de nieuwe ingangen van het systeem, u_1 wordt opgenomen in de toestands vector \underline{x} . Vervolgens kan dezelfde procedure gevolgd worden als bij "normale" MIMO-systemen. De werkelijke systeemingang u_1 wordt bepaald d.m.v. integratie. De uiteindelijke regelwet bevat dus een integrator en leidt tot een dynamische regelaar.

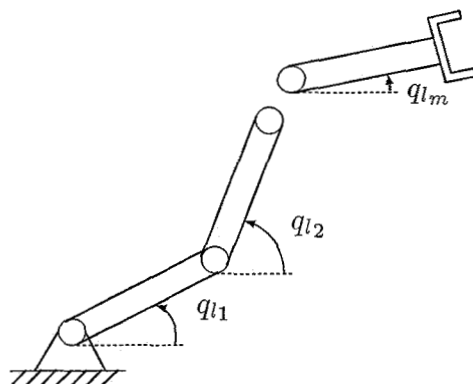
Als de matrix S_1 niet inverteerbaar is dan kan de procedure herhaald worden, met als gevolg dat de regelwet meerdere integrators bevat.

Hoofdstuk 3

Manipulators met elastische overbrengingen

Zoals al genoemd is ingang-uitgang-ontkoppeling een methodiek die geschikt is om regelaars te ontwerpen voor niet-lineaire systemen met meer graden van vrijheid dan ingangen. Een klasse van systemen die inderdaad meer graden van vrijheid heeft dan ingangen en waarvan tevens de hele toestand gelineariseerd kan worden is de klasse van manipulators met elastische motor overbrengingen.

3.1 Het model



Figuur 3.1

De bedoelde klasse van manipulators kan gemodelleerd worden als een open keten van m *starre* schakels met één of meer *flexibele* aandrijvingen in de verbindingen. Het doel is om met de grijper van de manipulator een object langs een voorgeschreven baan in de ruimte te bewegen. Omdat in elke verbinding slechts 1 relatieve beweging mogelijk is, zijn m gegeneraliseerde coördinaten nodig en voldoende om de kinematica van schakels te beschrijven. Deze coördinaten zijn element van een vector $\underline{q}_1 \in \mathcal{R}^m$ (zie fig 3.1). Elke schakel heeft een eigen actuator en een eigen overbrenging tussen de actuator en de aangedreven schakel. De door deze actuators uitgeoefende koppels

of krachten vormen de regelingen. Hier wordt het geval bekeken worden dat e van de m schakels aangedreven worden via een flexibele overbrenging. Om de elastische deformatie van deze flexibele overbrengingen te beschrijven is het nodig om e extra coördinaten in te voeren: $\underline{q}_m \in \mathcal{R}^e$ met $e \leq m$. De coördinaten \underline{q}_l kunnen opgesplitst worden in 2 vectoren $\underline{q}_s \in \mathcal{R}^{m-e}$ en $\underline{q}_e \in \mathcal{R}^e$, die respectievelijk de direct aangedreven schakels (met stijve overbrenging) en de elastisch aangedreven schakels beschrijven. Voor de regelingen \underline{u} kan een soortgelijke onderverdeling gemaakt worden: $\underline{u}_s \in \mathcal{R}^{m-e}$ en $\underline{u}_e \in \mathcal{R}^e$. De totale vector met gegeneraliseerde coördinaten $\underline{q} \in \mathcal{R}^{m+e}$ wordt:

$$\underline{q} = \begin{bmatrix} \underline{q}_s \\ \underline{q}_e \\ \underline{q}_m \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Voor regeldoeleinden wordt aangenomen dat alle gegeneraliseerde coördinaten en snelheden op elk moment bekend zijn d.m.v. filtering en reconstructie van gemeten signalen. De elastische deformatie van de overbrengingen wordt beschreven door de vector $\underline{\epsilon} = \underline{q}_m - \underline{q}_e$. Als aangenomen wordt dat de overbrengingen gemodelleerd kunnen worden als lineaire massaloze veren dan zijn de koppels/krachten in de overbrenging als volgt gerelateerd aan $\underline{\epsilon}$:

$$\underline{Z}_e = K^* \underline{\epsilon} \quad (3.2)$$

met $K^* \in \mathcal{R}^{e \times e}$ als (positief-definiete, diagonale) stijfheidsmatrix.

Met Lagrange kan het dynamisch model van de manipulator in de volgende vorm geschreven worden:

$$M(\underline{q})\ddot{\underline{q}} + K\underline{q} + \underline{n}(\underline{q}, \dot{\underline{q}}, t) = H\underline{u} \quad (3.3)$$

met: $\underline{q} \in \mathcal{R}^{m+e}$ gegeneraliseerde coördinaten,
 $\underline{u} \in \mathcal{R}^m$ actuator ingangen (koppels/krachten $\underline{u} = [\underline{u}_s, \underline{u}_e]^T$),
 $\underline{n} \in \mathcal{R}^{m+e}$ overige koppels/krachten (bijvoorbeeld t.g.v. coriolis- en centrifugaalversnellingen, wrijving, zwaartekracht, etc.),
 $M \in \mathcal{R}^{(m+e) \times (m+e)}$ symmetrische, positief-definiete massamatrix,
 $K \in \mathcal{R}^{(m+e) \times (m+e)}$ symmetrische stijfheidsmatrix,
 $H \in \mathcal{R}^{(m+e) \times m}$ distributie matrix.

Analoog aan \underline{q} kan (3.3) als volgt gepartitioneerd worden:

$$\begin{bmatrix} M_{ss} & M_{se} & 0 \\ M_{es} & M_{ee} & 0 \\ 0 & 0 & M_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\underline{q}}_s \\ \ddot{\underline{q}}_e \\ \ddot{\underline{q}}_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{ee} & K_{em} \\ 0 & K_{me} & K_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{q}_s \\ \underline{q}_e \\ \underline{q}_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{n}_s \\ \underline{n}_e \\ \underline{n}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{u}_s \\ 0 \\ \underline{u}_e \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

3.2 Ingang-uitgang linearisering/ontkoppeling

Voor de ingang-uitgang linearisering/ontkoppeling wordt nu niet uitgegaan van een systeembeschrijving in toestandsvorm zoals in hoofdstuk 2 maar van de in de vorige paragraaf afgeleide Lagrange vorm. Het doel is immers om een, ontkoppelde, relatie af te leiden tussen de componenten van (afgeleiden van) de uitgang en ingang. Uit de beschrijving in Lagrange vorm kan deze relatie direct afgeleid worden.

Als uitgang \underline{y} wordt gekozen:

$$\underline{y} = \underline{q}_I = \begin{bmatrix} \underline{q}_s \\ \underline{q}_e \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

De eerste 2 vergelijkingen van (3.4) kunnen als volgt geschreven worden:

$$\begin{bmatrix} M_{ss} & M_{se} \\ M_{es} & M_{ee} \\ M_1^* & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\underline{q}}_s \\ \ddot{\underline{q}}_e \\ \ddot{\underline{y}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -I & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset \\ D & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{u}_s \\ \underline{u}_e \\ \underline{u} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{n}_s \\ \underline{n}_e + K_{ee}\underline{q}_e + K_{em}\underline{q}_m \\ \underline{n}_1^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{0} \\ \underline{0} \\ \underline{0} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Hieruit volgt:

$$\ddot{\underline{y}} = -M_1^{*-1}\underline{n}_1^* + -M_1^{*-1}D\underline{u} = \underline{q}(\underline{x}) + S(\underline{x})\underline{u} \quad (3.7)$$

De matrix S is niet inverteerbaar, daarom wordt het dynamisch extensie algoritme toegepast. De uitgang \underline{u}_s moet als het ware 'vertraagd' worden. Aan de derde vergelijking van (3.4) is te zien dat \underline{u}_s 2 keer 'vertraagd' moet worden om gelijk voor te komen met \underline{u}_e . De nieuwe ingang wordt:

$$\tilde{\underline{u}} = \begin{bmatrix} \ddot{\underline{u}}_s \\ \underline{u}_e \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

De gehele systeembeschrijving (3.4) kan nu als volgt geschreven worden:

$$\begin{bmatrix} M_{ss} & M_{se} \\ M_{es} & M_{ee} \\ M_1^* & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\underline{q}}_s \\ \ddot{\underline{q}}_e \\ \ddot{\underline{y}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -I & \emptyset \\ \emptyset & K_{em} \\ D & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{u}_s \\ \underline{q}_m \\ \underline{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{n}_s \\ \underline{n}_e + K_{ee}\underline{q}_e \\ \underline{n}_1^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{0} \\ \underline{0} \\ \underline{0} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

$$\begin{bmatrix} I & \emptyset \\ \emptyset & M_{mm} \\ M_2^* & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\underline{u}}_s \\ \ddot{\underline{q}}_m \\ \ddot{\underline{z}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{0} \\ \underline{n}_m + K_{me}\underline{q}_e + K_{mm}\underline{q}_m \\ \underline{n}_2^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{\underline{u}}_s \\ \underline{u}_e \\ \tilde{\underline{u}} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Differentieer (3.9) 2 keer:

$$\dot{M}_1^*\ddot{\underline{y}} + M_1^*\underline{y}^{(3)} + D\dot{\underline{z}} + \dot{\underline{n}}_1^* = \underline{0} \quad (3.11)$$

$$\ddot{M}_1^*\ddot{\underline{y}} + \dot{M}_1^*(\ddot{\underline{y}} + \underline{y}^{(3)}) + M_1^*\underline{y}^{(4)} + D\ddot{\underline{z}} + \ddot{\underline{n}}_1^* = \underline{0} \quad (3.12)$$

Gebruik (3.10) om $\ddot{\underline{z}}$ uit (3.12) te elimineren:

$$\ddot{M}_1^*\ddot{\underline{y}} + \dot{M}_1^*(\ddot{\underline{y}} + \underline{y}^{(3)}) + M_1^*\underline{y}^{(4)} + DM_2^{*-1}(\tilde{\underline{u}} - \underline{n}_2^*) + \ddot{\underline{n}}_1^* = \underline{0} \quad (3.13)$$

3.2 Ingang-uitgang linearisering/ontkoppeling

Als nu \underline{y} , $\dot{\underline{y}}$, \underline{u}_s en $\dot{\underline{u}}_s$ als elementen van de toestand \underline{x} gekozen worden (aantal toestanden $n = 2(m + e) + 2(m - e) = 4m$) dan kunnen de toestandstransformatie en de regelwet afgeleid worden uit (3.9), (3.11) en (3.13) (zie paragraaf 2.2).

$$\ddot{\underline{y}} = -M_1^{*-1}(D\underline{z} + \underline{n}_1^*)$$

$$\underline{y}^{(3)} = -M_1^{*-1}(\dot{M}_1^* \ddot{\underline{y}} + D\dot{\underline{z}} + \dot{\underline{n}}_1^*)$$

$$\begin{aligned} \underline{y}^{(4)} &= -M_1^{*-1}[\ddot{M}_1^* \ddot{\underline{y}} + \dot{M}_1^*(\ddot{\underline{y}} + \underline{y}^{(3)}) - DM_2^{*-1}\ddot{\underline{n}}_2^* + \dot{\ddot{\underline{n}}}_1^*] - M_1^{*-1}DM_2^{*-1} \frac{\ddot{\underline{u}}}{\ddot{\underline{u}}} \\ &= \underline{q}_4(\underline{x}) \qquad \qquad \qquad + S_4(\underline{x}) \qquad \qquad \qquad \frac{\ddot{\underline{u}}}{\ddot{\underline{u}}} \end{aligned}$$

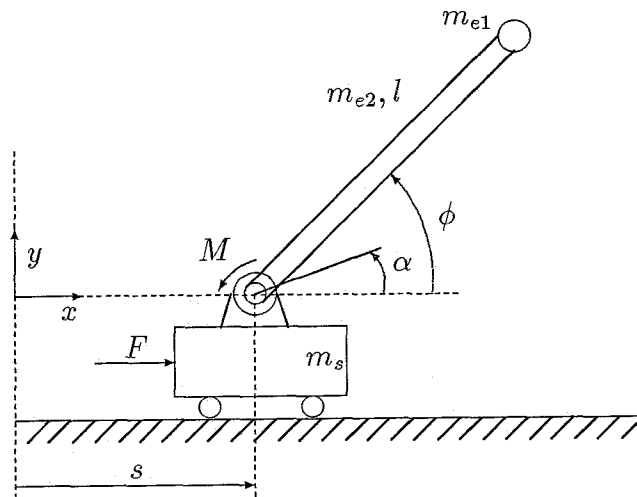
De relatieve graad $R = 4m$ is gelijk aan het aantal toestanden, de toestand $\underline{x} \in \mathcal{R}^{4m}$ is volledig overgegaan in een nieuwe, lineaire toestand $\underline{z}_0 \in \mathcal{R}^{4m}$.

Hoofdstuk 4

Een flexibele translatie-rotatie robot

Een voorbeeld van de in het vorige hoofdstuk genoemde klasse van manipulators met één of meerdere flexibele overbrengingen is een translatie-rotatie robot met één flexibele overbrenging.

4.1 Model TR-robot



Figuur 4.1: de TR-robot

De TR-robot bestaat uit een uit een wagentje (massa m_s) waarop een omgekeerde, stijve slinger (massa m_{e2} , lengte l), met aan het einde een puntlast (massa m_{e1}), is aangebracht die wordt aangedreven via een flexibele overbrenging. De overbrenging wordt gemodelleerd door een lineaire, elastische en massaloze torsie veer (stijfheid k).

De motor (J) oefent een moment M uit op de slinger. Dissipatie in de aandrijving wordt gemodelleerd door een lineaire, viskeuze torsie demper (dempingscoëfficiënt b) tussen slinger en wagentje. Op het wagentje, dat alleen in het horizontale vlak bewegen kan, wordt een actuator kracht F uitgeoefend. De positie wordt weergegeven door de coördinaat s . De rotatie van motor en de uiteindelijke rotatie van de slinger worden respectievelijk beschreven door α en ϕ . De stand van de TR-robot kan dus beschreven worden met de volgende gegeneraliseerde coördinaten:

$$\underline{q} = \begin{bmatrix} q_s \\ q_e \\ q_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s \\ \phi \\ \alpha \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

De bewegingsvergelijkingen luiden als volgt:

$$A_{11} \ddot{s} - A_{12} \sin(\phi) \ddot{\phi} - A_{12} \cos(\phi) \dot{\phi}^2 = F \quad (4.2)$$

$$A_{22} \ddot{\phi} - A_{12} \sin(\phi) \ddot{s} + A_{12} \cos(\phi) g = k(\alpha - \phi) = z_e \quad (4.3)$$

$$J \ddot{\alpha} + b \dot{\alpha} + k(\alpha - \phi) = M \quad (4.4)$$

met:

$$A_{11} = m_s + m_{e1} + m_{e2}$$

$$A_{12} = (m_{e1} + \frac{m_{e2}}{2})l$$

$$A_{22} = (m_{e1} + \frac{m_{e2}}{3})l^2$$

Er zijn 2 ingangen en 2 uitgangen, namelijk:

$$\underline{u} = \begin{bmatrix} F \\ M \end{bmatrix} \quad \underline{y} = \begin{bmatrix} s \\ \phi \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Als toestand wordt gekozen:

$$\begin{aligned} \underline{x} &= [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6]^T \\ &= [s, \dot{s}, \phi, \dot{\phi}, \alpha, \dot{\alpha}]^T \end{aligned} \quad (4.6)$$

Het systeem in toestandsvorm luidt:

$$\dot{\underline{x}} = \underline{f}(\underline{x}) + [\underline{g}_1 \ \underline{g}_2] \underline{u} \quad (4.7)$$

met daarin:

$$\underline{f} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{A_{12}^2 \sin(x_3) \cos(x_3) g - A_{12} \sin(x_3) k x_5 + A_{12} \sin(x_3) k x_3 - A_{12} \cos(x_3) x_4^2 A_{22}}{A_{12}^2 \sin(x_3)^2 - A_{22} A_{11}} \\ x_4 \\ \frac{A_{12} \cos(x_3) g A_{11} - k x_5 A_{11} + k x_3 A_{11} - A_{12}^2 \sin(x_3) \cos(x_3) x_4^2}{A_{12}^2 \sin(x_3)^2 - A_{22} A_{11}} \\ x_6 \\ -\frac{b x_6 + k x_5 - k x_3}{J} \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

$$\underline{g}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{A_{22}}{A_{12}^2 \cos(x_3)^2 - A_{12}^2 + A_{22} A_{11}} \\ 0 \\ \frac{A_{12} \sin(x_3)}{A_{12}^2 \cos(x_3)^2 - A_{12}^2 + A_{22} A_{11}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

$$\underline{g}_2 = [0, 0, 0, 0, 0, J^{-1}]^T \quad (4.10)$$

Deze systeembeschrijving in toestandsvorm vormt het uitgangspunt voor de ingang-uitgang-linearisering/ontkoppling in de volgende paragraaf.

4.2 Ingang-uitgang linearisering/ontkoppeling TR robot

Met de procedure zoals beschreven in paragraaf 2.2 kan de ingang-uitgang relatie van de TR robot gelineariseerd en ontkoppeld worden.

Ieder component y_i van de uitgang \underline{y} wordt r_i keer gedifferentieerd totdat één of meerdere componenten van de uitgangsvector \underline{u} verschijnen.

$$\underline{y} = h(\underline{x}) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{y}_1 \\ \ddot{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{A_{12} (A_{12} \sin(x_3) \cos(x_3) g - \sin(x_3) k x_5 + \sin(x_3) k x_3 - \cos(x_3) x_4^2 A_{22})}{A_{12}^2 \cos(x_3)^2 - A_{12}^2 + A_{22} A_{11}} \\ -\frac{A_{12} \cos(x_3) g A_{11} - k x_5 A_{11} + k x_3 A_{11} - A_{12}^2 \sin(x_3) \cos(x_3) x_4^2}{A_{12}^2 \cos(x_3)^2 - A_{12}^2 + A_{22} A_{11}} \end{bmatrix} + \quad (4.13)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{A_{22}}{A_{12}^2 \cos(x_3)^2 - A_{12}^2 + A_{22} A_{11}} & 0 \\ \frac{A_{12} \sin(x_3)}{A_{12}^2 \cos(x_3)^2 - A_{12}^2 + A_{22} A_{11}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

De matrix S is niet inverteerbaar, daarom wordt het dynamisch extensie algoritme toegepast. De uitgang \underline{y} moet 2 keer gedifferentieerd worden om matrix S inverteerbaar te maken. de toestand wordt uitgebreid met u_1 en \dot{u}_1 .

$$\begin{aligned} \underline{x} &= [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8]^T \\ &= [s, \dot{s}, \phi, \dot{\phi}, \alpha, \dot{\alpha}, u_1, \dot{u}_1]^T \end{aligned} \quad (4.14)$$

De nieuwe ingang wordt dan:

$$\tilde{\underline{u}} = \begin{bmatrix} \ddot{u}_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{F} \\ M \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

De gemodificeerde toestandsvergelijking luidt:

$$\dot{\underline{x}} = \underline{f}(\underline{x}) + [g_1 g_2] \tilde{\underline{u}} \quad (4.16)$$

met:

$$\underline{f} = \begin{bmatrix} \frac{x_2}{A_{12}^2 \sin(x_3) \cos(x_3) g - A_{12} \sin(x_3) k x_5 + A_{12} \sin(x_3) k x_3 - A_{12} \cos(x_3) x_4^2 A_{22}} + \frac{A_{22} x_7}{A_{12}^2 \cos(x_3)^2 - A_{12}^2 + A_{22} A_{11}} \\ \frac{x_4}{A_{12} \cos(x_3) g A_{11} - k x_5 A_{11} + k x_3 A_{11} - A_{12}^2 \sin(x_3) \cos(x_3) x_4^2} + \frac{x_7 A_{12} \sin(x_3)}{A_{12}^2 \cos(x_3)^2 - A_{12}^2 + A_{22} A_{11}} \\ -\frac{x_6}{J} \\ x_8 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

$$\underline{g}_1 = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1]^T \quad (4.18)$$

$$\underline{g}_2 = [0, 0, 0, 0, 0, J^{-1}, 0, 0]^T \quad (4.19)$$

Na 4 keer opnieuw differentiëren ontstaat de volgende uitdrukking:

$$\begin{bmatrix} y_1^{(4)} \\ y_2^{(4)} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} q_{41}(\underline{x}) \\ q_{42}(\underline{x}) \end{bmatrix}}_{\underline{q}_4} + \begin{bmatrix} \frac{A_{22}}{A_{12}^2 \cos(x_3)^2 - A_{12}^2 + A_{22} A_{11}} & \frac{A_{12} \sin(x_3) k}{J(A_{12}^2 \cos(x_3)^2 - A_{12}^2 + A_{22} A_{11})} \\ \frac{A_{12} \sin(x_3)}{A_{12}^2 \cos(x_3)^2 - A_{12}^2 + A_{22} A_{11}} & \frac{k A_{11}}{J(A_{12}^2 \cos(x_3)^2 - A_{12}^2 + A_{22} A_{11})} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

De matrix S_4 is wel inverteerbaar. De regelwet luidt:

$$\tilde{u} = S_4^{-1}(-\underline{q}_4 + \underline{v}) \quad (4.21)$$

De relatieve graad $R = \sum_{i=1}^{i=2} r_i = 4 + 4 = 8 = n_{uitgebred}$. Er is dus geen interne dynamica waarvan de stabiliteit gecontroleerd moet worden. De uiteindelijke toestandstransformatie wordt¹:

$$\underline{z} = \underline{z}_0 = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_1 \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

$$\underline{z}_1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ q_{21}(\underline{x}) \\ q_{31}(\underline{x}) \end{bmatrix} \quad \underline{z}_2 = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ q_{22}(\underline{x}) \\ q_{32}(\underline{x}) \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

De dynamica van het systeem kan nu als volgt geschreven worden:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= A_1 z_1 + \underline{b}_1 v_1 \\ \dot{z}_2 &= A_2 z_2 + \underline{b}_2 v_2 \end{aligned} \quad (4.24)$$

Om te zorgen dat \underline{y} op den duur gelijk wordt aan \underline{y}_d moet \underline{v} als volgt gekozen worden:

$$\begin{aligned} v_1 &= y_{d_1}^{(4)} - \underline{k}_1^T (z_0 - z_{1d}) \\ v_2 &= y_{d_2}^{(4)} - \underline{k}_2^T (z_0 - z_{2d}) \end{aligned} \quad (4.25)$$

met

$$\begin{aligned} z_{id} &= [y_{d_i}, \dot{y}_{d_i}, \ddot{y}_{d_i}, y_{d_i}^{(3)}]^T \quad i = 1, 2 \\ \underline{k}_i &\in \mathcal{R}^{1 \times 4} \end{aligned} \quad (4.26)$$

Kies \underline{k}_i zodat $(A_i - \underline{b}_i \underline{k}_i^T)$ Hurwitz matrices zijn.

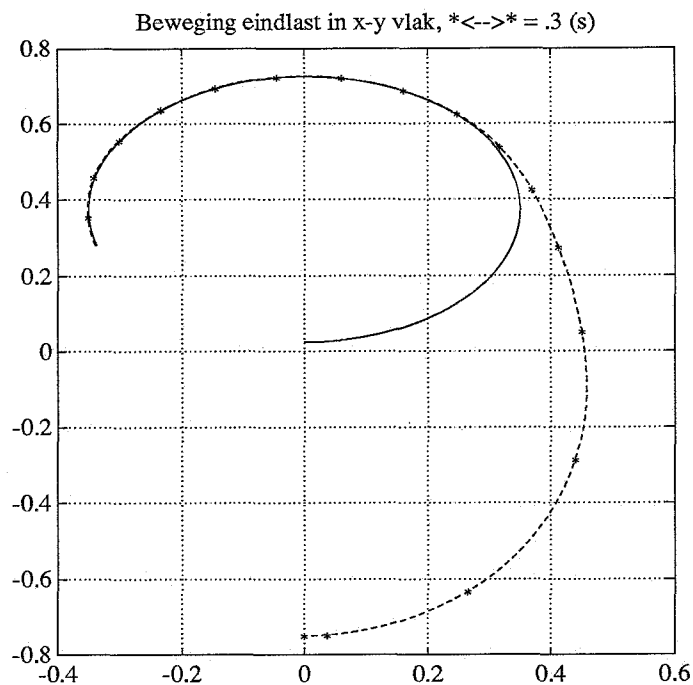
¹de uitdrukkingen $q_{ij}(\underline{x})$ met $(i = 3, 4 \quad j = 1, 2)$ zijn te lang om hier weer te geven

4.3 Simulaties

Het doel van de regeling is om de eindlast een bepaald trajectorie te laten volgen in het x-y vlak. De x- en y-coördinaat van de eindlast zijn als volgt gerelateerd aan de gegeneraliseerde coördinaten uit (4.1):

$$(x, y)_{\text{eindlast}} = \begin{bmatrix} s + l \cos(\phi) \\ l \sin(\phi) \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

Het gewenste trajectorie is een cirkel met een straal $r = \frac{7}{15}l$ en middelpunt $(0, \frac{1}{2}l)$. deze cirkel moet doorlopen worden met een constante snelheid van $\omega = 1 [\text{rad/s}]$ (zie fig 4.2, de getrokken lijn). Uit (4.27) kunnen de gewenste trajectories $s_d = s_d(t)$ en $\phi_d = \phi_d(t)$ bepaald worden. Bij de simulaties is, tenzij anders vermeld, gebruik gemaakt van de



Figuur 4.2: beweging in xy-vlak

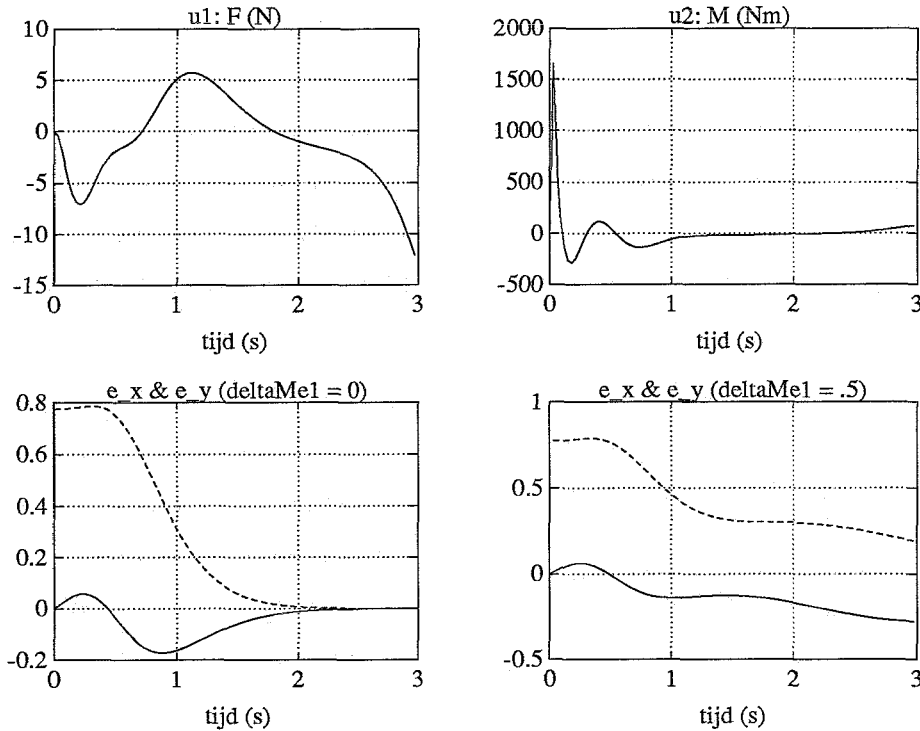
volgende parameter waarden:

$m_s = 10$ [kg]	massa wagentje
$m_{e2} = 3$ [kg]	massa arm
$m_{e1} = 2$ [kg]	massa last aan einde arm
$l = 0.75$ [m]	lengte arm
$b = 0.5$ [Nm]	dempingscoëfficiënt
$J = 5$ [kgm ²]	massatraagheid van de motor rotor
$k = 2$ [$\frac{Nm}{rad}$]	stijfheid overbrenging
$g = 9.81$ [$\frac{N}{kg}$]	gravitatie constante

4.3 Simulaties

De vectoren \underline{k}_1 en \underline{k}_2 uit (4.26) worden zo gekozen dat de polen van de polynomen (4.25) alle rond de -5 liggen. Dit betekent dat \underline{y} in ca. 2.5 [s] convergeert naar \underline{y}_d .

In fig 4.2 is, met een stippelijijn, aangegeven welke baan de eindlast in het x-y vlak beschrijft. In fig 4.3c is te zien dat de eindfout ($e_x = x_d - x, e_y = y_d - y$) na ca 2.5 [s] inderdaad 0 wordt. Hetzelfde geldt voor de afgeleiden van e_x en e_y . In fig 4.3a en b zijn de benodigde regelingen uitgezet.



Figuur 4.3: a,b,c en d

De invloed van parameter fouten wordt geïllustreerd aan de hand van fig 4.3c en d: als de opgegeven massa van de eindlast 0.5 [kg] afwijkt van de werkelijke massa gaan e_x en e_y niet naar 0.

Uit simulatie volgt verder dat het koppel z_e (fig 4.4b) in de overbrenging alleen afhankelijk is van de systeem dynamica en het gekozen trajectorie en niet van de stijfheid (k) van de overbrenging ($z_e = k \epsilon$: de grotere deformatie ϵ bij een slappere overbrenging wordt gecompenseerd door de kleinere k). Dit verklaart het opvallende resultaat dat het verloop van de volgfouten e_x en e_y niet beïnvloed wordt door de stijfheid van de overbrenging (de grootte van k). Het verloop van de volgfouten kan wel beïnvloed worden door de polen van de polynomen (4.25) verder weg in het linker halfvlak te kiezen. Het gevolg is dat \underline{y} sneller convergeert naar \underline{y}_d en dat de doorschot (in de x richting) verminderd.

In fig 4.3b is te zien dat het benodigde moment M vlak na $t = t_0$ erg groot wordt. De meeste actuatoren kunnen een dergelijke piek niet verwerken. Het is echter niet raadzaam om deze piek zonder meer af te kappen als $M_{benodigd} > M_{max}$. I.p.v. van een

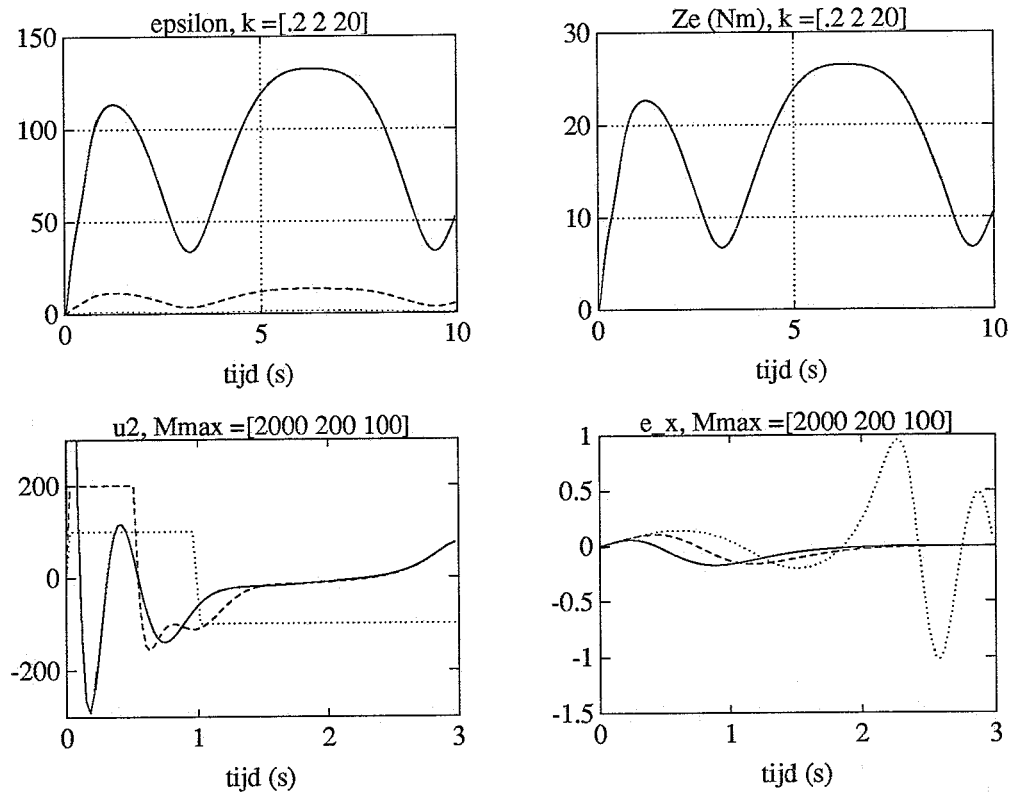
lineaire ingang-uitgang relatie

$$\begin{aligned} \ddot{u}_1 &= S_{11}^{-1}(v_1 - q_{41}) + S_{12}^{-1}(v_2 - q_{42}) && \implies y_1^{(4)} = v_1 \\ u_2 &= S_{21}^{-1}(v_1 - q_{41}) + S_{22}^{-1}(v_2 - q_{42}) = M_{benodigd} && \implies y_2^{(4)} = v_2 \end{aligned} \quad (4.28)$$

krijgen we dan immers een in het algemeen niet lineaire relatie:

$$\begin{aligned} \ddot{u}_1 &= S_{11}^{-1}(v_1 - q_{41}) + S_{12}^{-1}(v_2 - q_{42}) && \implies y_1^{(4)} = f_1(v_1, v_2, q_{41}, q_{42}, M_{max}) \neq v_1 \\ u_2 &= M_{max} * \text{sign}(M_{benodigd}) && \implies y_2^{(4)} = f_2(v_1, v_2, q_{41}, q_{42}, M_{max}) \neq v_2 \end{aligned} \quad (4.29)$$

De stabiliteit en het gewenste volgedrag van het systeem is niet langer gegarandeerd. In fig 4.4c en d is te zien wat er kan gebeuren als de regelingang afgekap wordt.



Figuur 4.4: a,b,c en d

Tabel 4.1: invloed k en poolligging ($P = p$: alle polen in het punt $-p$)

k	$P = 0.5$	5	50
0.2		$1.65 \cdot 10^4$	
2	$2.50 \cdot 10^2$	$1.65 \cdot 10^3$	$1.65 \cdot 10^3$
20		$1.65 \cdot 10^2$	

4.3 Simulaties

De getrokken curve is dezelfde als die in fig 4.2b, de beide onderbroken curves geven het verloop als u_2 begrensd wordt op 200 [Nm] en 100 [Nm] (als u_2 niet begrensd wordt dan geldt dat $|u_2(t > 2.5)| < 80$ [Nm]). Voor $M_{max} = 100$ [Nm] wordt het systeem instabiel. De hoogte van de piek wordt beïnvloed door de stijfheid van de overbrenging (k), de plaatsing van de polen van de polynomen (4.25) en de keuze van het trajectorie (zie tabel 4.1). Het kiezen van andere begincondities zodat de beginfouten $e_x(t = 0)$ en $e_y(t = 0)$ nul zijn levert geen reductie op van de piek.

Hoofdstuk 5

Conclusies en aanbevelingen

5.1 Conclusies

In dit verslag is gekeken naar het toepassen van ingang-uitgang-ontkoppeling in combinatie met dynamische extensie voor de regeling van manipulators met één of meerdere flexibele overbrengingen. Het doel van de regeling is om de afzonderlijke schakels een bepaald trajectorie te laten volgen terwijl de elastische krachten/momenten in de overbrengingen begrensd blijven. Simulaties zijn uitgevoerd voor een translatie-rotatie robot met één flexibele overbrenging.

De stijfheid van de de overbrenging blijkt geen invloed te hebben op de elastische krachten/momenten in overbrengingen en daardoor ook niet op de volgnauwkeurigheid.

Een tweede voordeel is dat, als het model correct is en er geen verstoringen optreden, de volgfouten binnen een van te voren te bepalen periode nul worden (te bepalen d.m.v. poolplaatsing).

Een nadeel is dat de regeling sterk gebaseerd is op de juistheid en de volledigheid van het model. Onzekerheid in de parameters (bijvoorbeeld de massa van de eindlast) veroorzaakt zowel fouten in de bepaling van de ingang als in de bepaling van de nieuwe toestand z .

Een tweede nadeel is dat alle toestandsvariabelen bekend moeten zijn door meting of on-line-schatting. De trajectorie van de eindlast moet omgerekend worden naar trajectories voor de coördinaten van alle afzonderlijke links.

Verder is de methode rekenintensief, na 4 keer recursief differentiëren kunnen omvangrijke uitdrukkingen ontstaan die veel rekentijd vergen (ter illustratie: de bepaling van de vierde afgeleide $y^{(4)}$ vergt ca. 1400 flops per tijdstap).

5.2 Aanbevelingen

Er zijn een aantal mogelijkheden voor verder onderzoek:

- Zoals al genoemd is de afgeleide regeling erg gevoelig voor onzekerheid in de parameters. Een volgende stap zou daarom kunnen zijn om de regeling uit te breiden met een adaptatie mechanisme (een mogelijke methode die ook geschikt is voor systemen die niet lineair zijn in de parameters wordt beschreven in [3]).

5.2 Aanbevelingen

- In dit verslag is alleen gekeken naar flexibiliteiten in de overbrengingen. Bij verder onderzoek zou gekeken kunnen worden naar de mogelijkheid om dit uit te breiden met flexibiliteiten in de schakels zelf.

Als er v flexibele links zijn wordt de vector met gegeneraliseerde coördinaten uitgebreid met q_v extra coördinaten. De totale vector $\underline{q} \in \mathcal{R}^{m+c+v}$ wordt dan:

$$\underline{q} = \begin{bmatrix} \underline{q}_s \\ \underline{q}_v \\ \underline{q}_e \\ \underline{q}_m \end{bmatrix} \begin{matrix} m - e \\ v \\ e \\ e \end{matrix} \quad (5.1)$$

De systeemvergelijkingen in Lagrange vorm kunnen vervolgens in een vorm als 3.9 en 3.10 geschreven worden. De relatieve graad blijft dus $R = 4m$, het aantal toestanden neemt echter toe: $n = 2(m + v + e) + 2(m - e) = 4m + 2v$ zodat er dan wel zero-dynamics ($\underline{z}_v \in \mathcal{R}^{2v}$) is waarvan de stabiliteit gecontroleerd moet worden (er zijn sterke aanwijzingen dat de desbetreffende zero-dynamics instabiel is, zie [2]).

- De afhankelijkheid van het model kan aanzienlijk verminderd worden als de nieuwe toestand \underline{z} volledig bekend zou zijn. De nieuwe ingang \underline{v} kan dan exact bepaald worden. Als de polen van de polynomen (4.25) maar ver genoeg weg in het linker halfvlak gekozen worden zal \underline{y} bij (voldoende kleine) parameterfouten toch convergeren naar \underline{y}_d . Ook kan dan gedacht worden aan het toepassen van een schakelvlak regeling. Het probleem dat dus aangepakt moet worden is de bepaling van $\ddot{\underline{y}}$ en $\underline{y}^{(3)}$ (de laatste 2 componenten van \underline{z} , deze kunnen niet gemeten worden) uit \underline{y} en $\dot{\underline{y}}$.

Bibliografie

- [1] Lammerts, I.M.M., Veldpaus, F.E., Kok, J.J. Composite computed torque control of robots with elastic motor transmissions. *Proc. of IFAC/IFIP/IMACS Symp. on Robot Control (SYROCO'91), Vienna, Austria, pp 351-355, Sept. 1991.*
- [2] Lammerts, I.M.M. Adaptive computed reference computed torque control of flexible manipulators. *Ph.D. thesis, Eindhoven University of Technology, Eindhoven, the Netherlands, Sept 1993.*
- [3] Marino, R. and Tomei, P. Global adaptive output-feedback control of nonlinear systems, part II: nonlinear parameterization. *IEEE Trans. Automatic control, vol. 38, no. 1, pp 33-48, Jan 1993.*
- [4] Nijmeijer, H. and Schaft, A.J. van der. Nonlinear dynamical control systems. *Springer-Verlag, New York, 1991.*
- [5] Slotine, J.-J.E. and Li, W. Applied nonlinear control. *Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, USA, 1991.*
- [6] Vidyasagar, M. Nonlinear system analysis, second edition. *Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, USA, 1993.*