

## Eigenfrequenties van een trillende plaat

**Citation for published version (APA):**

Vissers, J. P. C. (1993). *Eigenfrequenties van een trillende plaat: experimenteel onderzoek naar de invloed van luchtdemping op een trillende plaat*. (DCT rapporten; Vol. 1993.045). Technische Universiteit Eindhoven.

**Document status and date:**

Gepubliceerd: 01/01/1993

**Document Version:**

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

**Please check the document version of this publication:**

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

**General rights**

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

[www.tue.nl/taverne](http://www.tue.nl/taverne)

**Take down policy**

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

[openaccess@tue.nl](mailto:openaccess@tue.nl)

providing details and we will investigate your claim.

## **Eigenfrequenties van een trillende plaat**

Experimenteel onderzoek naar de invloed van  
luchtdemping op een trillende plaat

WFW nr: 93.045

H. Vissers

# **Eigenfrequenties van een trillende plaat**

**Experimentel onderzoek naar de invloed van luchtdemping  
op een trillende plaat**

**In opdracht van:   Faculteit werktuigbouwkunde  
                          WFW-dynamica  
                          Technische Universiteit Eindhoven  
                          dr.ir. A. de Kraker**

**Schrijver:           Hans Vissers  
                          student T.U.Eindhoven  
                          Faculteit werktuigbouwkunde WET  
                          nr: 353031**

**WFW nr: 93.045**

**Eindhoven, april 1993**

# INHOUDSOPGAVE

## SAMENVATTING

INHOUDSOPGAVE .....	1
1 INLEIDING .....	4
1.1 Introductie .....	4
1.2 Het Model .....	4
1.3 Het doel van het experiment .....	5
2 HET EXPERIMENT .....	7
2.1 De proefopstelling en de materiaolgegevens. ....	7
2.2 Uitvoering .....	8
3 BEREKENING VAN DE EIGENFREQUENTIES .....	9
3.1 de formule .....	9
3.2 Oplossingen. ....	9
4 DE MEETRESULTATEN .....	12
4.1 Inleiding .....	12
4.2 Resultaten met M4 draadeinden .....	12
4.3 Resultaten met M2 draadeinden .....	13
4.4 Vergelijking resultaten .....	14
4.5 Andere excitatiemethodes .....	15
5 KONKLUSIE EN AANBEVELING .....	17
5.1 numerieke resultaten .....	17
5.2 Vergelijking van alle methodes. ....	17

---

5.3	Konklusie .....	19
	LITERATUURLIJST: .....	19

BIJLAGES

- 1) Materiaalgegevens van de PVC plaat
- 2) Materiaalgegevens van de messing draadeinden
- 3) De meetopstelling
- 4) Bepaling van de elasticiteitsmodulus
- 5) De formules voor berekening van eigenfrequenties van een trillende plaat
- 6) Meetresultaten met M4 ophanging
- 7) Weerstand tot hoekverdraaiing van de ophanging
- 8) Meetresultaten met M2 ophanging
- 9) Difa metingen met hamertje
- 10) Difa metingen met excitator
- 11) Numerieke resultaten met vierkante plaat
- 12) Numerieke resultaten met rechthoekige plaat
- 13) Meetresultaten met laminaat

# SAMENVATTING

De interne stage van 60 middagen heb ik doorlopen bij de vakgroep WFW-dynamica op de Technische Universiteit in Eindhoven. De opdracht die ik kreeg was het bepalen van de frequentieafhankelijkheid van een trillende plaat, in afhankelijkheid van de afstand tot een vaste vlakke ondergrond. Met de resultaten hoopt men meer inzicht te krijgen in het soms destructieve trillingsgedrag van de zonne-panelen van een satelliet. Tijdens de lancering liggen deze panelen in ingeklapte vorm. De trillingen die ontstaan ten gevolge van deze lanceringen, veroorzaken dat de panelen tegen elkaar gaan klapperen.

De experimenten worden uitgevoerd met een pvc plaat, omdat deze flexibel is en gemakkelijk in trilling kan worden gebracht. Met een parallel lopende numerieke simulatie, uitgevoerd door P. Harrewijne, poogt men om dezelfde resultaten te krijgen, de werkelijke situatie dus te benaderen. Aan de hand daarvan kan men uitbreidingen gaan maken, en complete zonne-panelen simuleren die op een kleine onderlinge afstand van elkaar liggen. Naast het uitvoeren van deze metingen worden ook aanbevelingen gegeven voor eventuele experimenten met zonne-panelen.

Met de proefopstelling zijn metingen uitgevoerd waarbij de plaat op verschillende manieren werd opgehangen en aangestoten. Het meten van de eigenfrequenties is ook op verschillende manieren gedaan. De resultaten behaald met deze metingen komen goed overeen met de numerieke simulatie. De manieren van meten en aanstoten resulteren echter in kleine verschuivingen van de eigenfrequenties. De meest geschikte manier van aanstoten met een speciale excitator. Het meten gebeurt met een krachtopnemer en een versnellingsopnemer. De gegevens worden daarna verwerkt met een computer en een programma voor frequentie analyse waarmee de overdrachtsfunctie wordt bepaald.

De volgende stap die met de numerieke simulatie zal worden genomen is het bepalen van de luchtdemping ten gevolge van een onderliggende vlakke plaat. Tijdens de metingen is gebleken dat de eigenfrequentie duidelijk daalt bij het kleiner worden van de luchtspleet. Deze daling is echter nagenoeg onafhankelijk van de frequentie waarmee de plaat trilt. Bij hoge en lage eigenfrequenties is deze daling, in absolute zin even groot.

In dit verslag zijn alle meetgegevens uitgezet. Een vergelijking met een numerieke simulatie kan dus snel worden uitgevoerd.

# 1 INLEIDING

## 1.1 Introductie

Het lanceren van satellieten gaat gepaard met hevige trillingen. De te lanceren satelliet moet daarom dusdanig geconstrueerd zijn zodat deze trillingen tot een minimum beperkt blijven. De konstruktie moet daarnaast sterk genoeg zijn om weerstand tegen te bieden tegen deze trillingen. Als de satelliet eenmaal in een baan om de aarde is gebracht heeft deze geen last meer van trillingen. Een andere belangrijke eis die men aan satellieten stelt is dat ze licht dienen te zijn, daar de kosten van de lancering van één kilo materie ongeveer 10.000 gulden kost. De konstruktie van een satelliet moet dus zo licht mogelijk te zijn en juist sterk genoeg om het transport te kunnen doorstaan.

De energie die de satelliet nodig heeft om in de ruimte te kunnen funktioneren komt rechtstreeks van de zon. De zonne-energie wordt opgevangen door zonnepanelen. De configuratie waar wij aandacht aan zullen schenken is ontworpen door Fokker Space & Systems B.V..

Tijdens de lancering liggen enkele van deze zonne-panelen op geringe afstand van elkaar en worden uitgeklat zodra de satelliet in de juiste baan om de aarde is gebracht. Door de geringe sterkte van de panelen kan het gebeuren dat door grote trillingen deze panelen blijvende beschadigingen oplopen. Het gaat hier dan voornamelijk om trillingen beneden de 100 Hz, omdat deze gepaard gaan met de grootste amplitude. Een belangrijke invloedsfactor op de trillingen is waarschijnlijk de luchtlaag tussen de zonnepanelen. Het reduceren van deze trillingen is noodzakelijk. Tot nu toe heeft dynamisch onderzoek nog weinig opgeleverd.

## 1.2 Het Model

Dynamisch onderzoek begint vaak met een theoretische analyse van de constructie. Hierbij wordt een numeriek model gemaakt aan de hand van technische en fysische aannamen. Door bepaalde keuzes van aannamen is het mogelijk dat, met name bij complexe structuren, numerieke modellen onbetrouwbare resultaten opleveren. In sommige gevallen is het dus aan te raden om een aanvullend experimenteel onderzoek te doen. Over het algemeen heeft experimenteel onderzoek drie belangrijke doelstellingen.

- het verifiëren van aannamen en resultaten van de numerieke analyse
- het analyseren van theoretisch moeilijk te benaderen gedrag van de structuur/konstruktie
- het aantonen dat aan bepaalde funktioneringsvoorschriften is voldaan.

Deze doelstellingen leiden tot een aantal randvoorwaarden voor zowel de numerieke als experimentele analyse.

Een numerieke benadering van een trillende plaat boven een kleine luchtspleet heeft tot nu toe nog geen bevredigende resultaten opgeleverd. Daarom is hier gekozen voor een zorgvuldige benadering van het probleem. Om te bekijken of een numerieke simulatie van de zonnepanelen mogelijk is wordt eerst bekeken of de simulatie van een dunne luchtlaag onder een kleine trillende plaat realiseerbaar en ook realistisch is. Er is in dit geval dus ook een experiment nodig om te bekijken in hoeverre een numerieke simulatie overeenkomt met de realiteit.

### **1.3 Het doel van het experiment**

Het doel van het experiment is het bepalen in hoeverre een dunne luchtlaag invloed heeft op het verloop van de eigenfrequenties van een trillende plaat. Met een dunne luchtlaag wordt de afstand tussen de plaat en de vaste ondergrond bedoeld. Uiteindelijk willen we van de laagste vier eigenfrequenties hun afhankelijkheid in relatie tot de hoogte van de luchtlaag bepalen.

In eerste instantie zullen de proeven worden uitgevoerd met een pvc-plaat in plaats van met het zonnepaneel. Omdat pvc gemakkelijk in beweging kan worden gebracht zullen we sneller de invloed van een luchtspleethoogte kunnen meten. Daarnaast is het gebruik van



pvc praktischer omdat ook om bovengenoemde reden de afmetingen van de proefopstelling beperkt kunnen blijven.

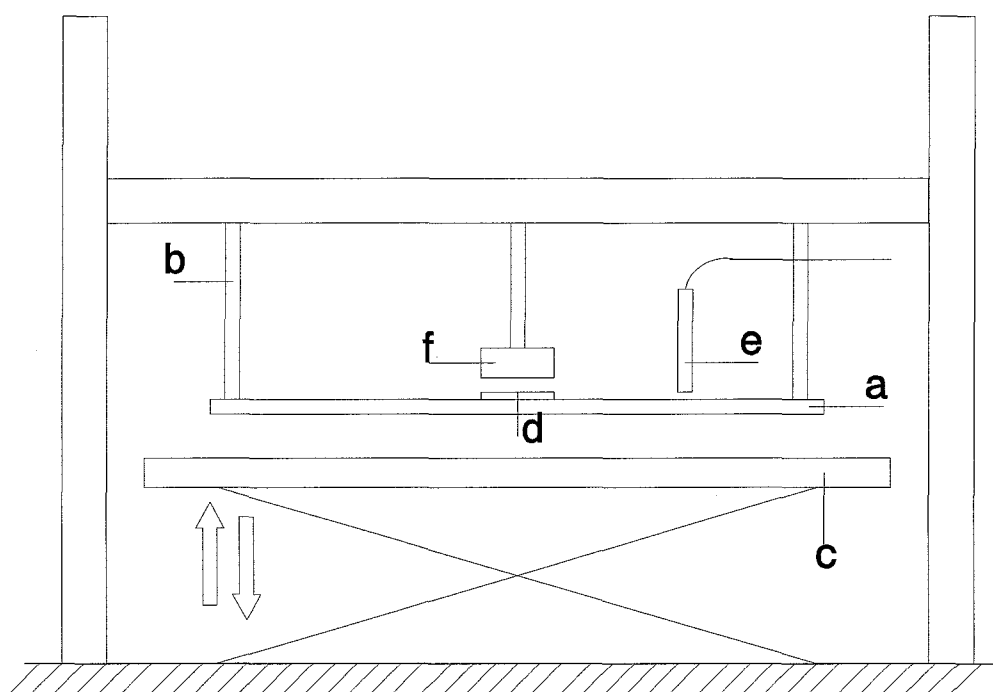
De excitatie kan op verschillende manieren worden gerealiseerd. In het experiment zal eerst een inductieve excitatie worden toegepast. Dit heeft als voordeel dat deze kontaktloos is en het trillingsgedrag van de plaat niet zal beïnvloeden. Later zal ook nog gezocht worden naar andere methodes om de plaat in trilling te brengen. De beste methode zal dan worden gebruikt in een eventueel experiment met een zonnepaneel.

In de literatuur wordt hier en daar ingegaan op het trillingsgedrag van platen. De laagste eigenfrequenties kunnen daarmee worden berekend. Als uit berekening blijkt dat de eigenfrequenties redelijk overeenkomen met de experimenteel bepaalde waarden kan worden opgemaakt in hoeverre in de juiste richting wordt gedacht. Hierbij moet echter wel worden opgemerkt dat het hier gaat om vrije trillingen. Een eventuele luchtspleet onder de plaat wordt dus ook niet mee in rekening gebracht. Ondanks het laatste kan het resultaat hiervan hulpzaam zijn bij het volbrengen van het numerieke model.

## 2 HET EXPERIMENT

### 2.1 De proefopstelling en de materiaolgegevens.

Voor de uitvoering van de proeven is voor een redelijk eenvoudige konstruktie is gekozen. Hierdoor wordt het ook eenvoudig om snel wijzigingen aan te brengen.



*Afbeelding 1: de proefopstelling. a)PVC-plaat b)draadeind c)vlakke plaat d)ijzeren plaatje e)fotoonische sensor (probe) f)magneet*

Het onderzoek wordt dus gestart met een dunne pvc-plaat. Op deze plaat wordt, om deze inductief aan te stoten, een ijzeren plaatje aangebracht. Met behulp van een magneet wordt dit in beweging gebracht. De plaat wordt verondersteld vrij te trillen, dat wil zeggen dat hij geen rotatieverhindering ondervindt van de zijn ophanging in de vier hoekpunten. De draadeinden die voor de ophanging zorgen fixeren de plaat in z-richting met behoud van de mogelijkheid tot enige rotatie om de hoekpunten.

De hoogte van de luchtlag wordt ingesteld door een vlakke onderplaat, die met twee laboratoriumstandaarden op de juiste afstand van de pvc plaat wordt ingesteld. De opstelling is weergegeven in afbeelding 1.

De magneet (f) wordt aangestuurd met een funktiegenerator die elke willekeurige frequentie kan aansturen. Om het signaal, in ons geval een sinus golf, sterk genoeg te krijgen is er een versterker geplaatst tussen de funktiegenerator en de magneet. De verplaatsing en frequentie worden gelezen met een fotonic sensor (e). Ook dit gebeurt kontaktloos. Om de ingang en de uitgangssignalen duidelijk te kunnen uitlezen is er ook oscilloscoop aangesloten die signalen van de versterker en de fotonic sensor weergeeft.

Gegevens zoals afmetingen en materiaaleigenschappen zijn weergegeven in bijlage 1 en 2. Daarnaast zijn in bijlage 3 de gegevens van de gebruikte apparaten en de opstelling weergegeven.

## 2.2 Uitvoering

Tijdens de uitvoering van de proef zal het frequentiegebied van 0-200 Hz worden doorlopen. Hierbij zullen enkele eigenfrequenties aan het daglicht komen. Een resonantie van de plaat zal waarneembaar zijn door de toename van de uitgangsspanning van de fotonic sensor. Een maximale spanning bij een bepaalde frequentie geeft een maximale amplitude aan bij de betreffende frequentie. Op deze manier kunnen alle eigenfrequenties worden gevonden. Hierbij dient te worden opgemerkt dat de frequentie waarmee de plaat zal gaan trillen 2\* de frequentie is waarmee de magneet wordt aangestuurd. Deze situatie treedt op omdat we een ijzeren plaatje hebben gebruikt dat geen pool heeft en geen onderscheid maakt tussen een positief of negatief magnetisch veld.

Door bij verschillende luchtspleethoogtes het frequentiegebied te doorlopen krijgt men uiteindelijk een beeld van frequentieverschuiving als functie van de luchtspleethoogte.

Om te voorkomen dat er wordt geëxciteerd of gemeten in een knooppunt van een eigenmode worden deze beide handelingen op verschillende plaatsen verricht.

### 3 BEREKENING VAN DE EIGENFREQUENTIES

#### 3.1 de formule

Naast de experimenteel bepaalde eigenfrequenties kunnen de eigenfrequenties van een trillende plaat worden berekend.

Voor de statische doorbuiging  $w(x,y)$  van een belaste plaat  $q(x,y)$  geldt de differentiaalvergelijking:

$$\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \nabla^4 w(x,y) = q(x,y)$$

Als de traagheidskrachten een rol gaan spelen gaat de gegeven differentiaalvergelijking over in:

$$\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \nabla^4 w(x,y,t) + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = q(x,y,t)$$

Bij een vrije trilling is  $q(x,y,t)=0$ .

De mode of vorm van de eigenfrequenties is afhankelijk van het aantal plaat dimensies. In dit geval zijn er dat twee die met de indices  $i$  en  $j$  worden aangegeven. Voor een vrije trillende plaat bestaat er voor iedere  $i$  en  $j$  een trillingsmode met zijn specifieke eigenfrequentie. De totale deformatie van de plaat is de som van alle afzonderlijke mode deformaties.

$$W(x,y,t) = \sum_i \sum_j A_{ij} w_{ij}(x,y) \sin(2\pi f_{ij} t + \phi_{ij})$$

Hierin is  $w_{ij}$  de trillingsvorm van de  $ij$  mode,  $A_{ij}$  is de amplitude en  $\phi_{ij}$  de faseverschuiving. De natuurlijke frequentie van de plaat wordt beschreven volgens de volgende formule. Voor verdere informatie verwijst ik u naar de literatuurlijst: lit 1.

$$f_{ij} = \frac{\lambda_{ij}^2}{2\pi a^2} \left[ \frac{Eh^3}{12\gamma(1-\nu^2)} \right]^{\frac{1}{2}}$$

De dimensiloze parameter  $\lambda_{ij}$  is afhankelijk van de randvoorwaarden en de mode van de eigenfrequentie (i,j). ( $\nu$ ) is de Poisson constante en ( $\gamma$ ) staat voor de massa per oppervlakte van de plaat.  $a$  is de karakteristieke afmeting van de plaat.

De parameter  $\lambda_{ij}$  is in lit. 1 numeriek berekend. De nauwkeurigheid van de berekende frequenties wordt op deze manier binnen 5% van de werkelijke oplossing geschat. De waarden van deze parameter zijn weergegeven in bijlage 5, afkomstig uit lit. 1. Hierbij zijn de randvoorwaarden gelijk aan die bij het experiment.

### 3.2 Oplossingen.

Voor het oplossen van de formule hebben we eerst enkele materiaalgegevens nodig. Deze zijn weergegeven in bijlage 1 en 2. De dichtheid is gevonden door het plaatje te wegen en deze te delen door zijn inhoud. De enige onbekende is de elasticiteitsmodulus. Met een proefje en enig rekenwerk is deze bepaald. Het resultaat is weergegeven in bijlage 4.

Uitvoering van de berekening levert de volgende resultaten. Hierbij veranderd  $\lambda_{ij}$  in  $\lambda_{ij}^2$  omdat het hier om een symmetrische plaat gaat.

*Tabel I: berekening van eigenfrequenties*

lambda $i^2$	frequentie [Hz]
7,14	24,98
15,79	55,24
19,69	68,88
2*15,79	110,48
3*15,79	165,72

De resultaten geven echter een vertekend beeld omdat de draadeinden niet helemaal in de hoekpunten aangrijpen, maar een klein stukje verder naar het midden. Om deze afwijking te kunnen omzeilen ben ik gaan interpoleren met als resultaat de aangepaste waarden van lambda  $i$ . Gebruikt men deze waarden in de berekening dan krijgt men het volgende resultaat:

*Tabel II: Berekende eigenfrequenties met aangepaste lambda  $i$* 

lambda $i^2$	frequentie [Hz]
9,44	33,03
17,35	60,70
21,40	74,87
2*17,35	121,40
3*17,35	182,09

De interpolatie is weergegeven in bijlage 5.

Later zullen we zien of dat deze aanpassing al dan niet zinvol is geweest.

## 4 DE MEETRESULTATEN

### 4.1 Inleiding

Dit hoofdstuk handelt over de meetresultaten gevonden bij een trillende plaat. De excitatie hierbij is uitgevoerd met een magneet, die de plaat in trilling brengt. De ophanging speelt hierbij een belangrijke rol. Deze wordt eerst gerealiseerd met M4 draadeinden. Later wordt deze vervangen door M2 draadeinden. In de loop van dit hoofdstuk zal duidelijk worden waarom.

In een ander hoofdstuk zullen we andere excitatiemethodes aan het licht brengen.

### 4.2 Resultaten met M4 draadeinden

De uitvoering van de meting is op de beschreven manier volbracht. Het frequentiegebied is doorlopen, en de gevonden eigenfrequenties worden hierbij opgeschreven.

De meetresultaten zijn in een tabel in bijlage 6 weergegeven. Ter verduidelijking zijn de meetpunten ook uitgezet in een grafiek. Omdat in één grafiek het verloop niet erg duidelijk te zien is heb ik ook elke frequentie afzonderlijk in een grafiek gezet. Om geen vertekend beeld te krijgen is hierbij een constant frequentie bereik genomen.

Enkele opvallende punten in de resultaten zijn:

- Het frequentieverloop is bij afnemende hoogte van de luchtspleet duidelijk meetbaar
- Het frequentieverloop is bij een vermindering van de luchtspleethoogte schijnbaar onafhankelijk van de ligging van de eigenfrequentiefrequentie. De frequentiedaling is absoluut gezien bij elke frequentie even groot.
- De gevonden eigenfrequenties hebben niet allemaal een korte felle piek. In sommige gevallen kruipen ze langzaam naar het maximum toe.
- De eigenfrequenties bij een vrije trilling, d.w.z. zonder invloed van de luchtspleet, zijn aanzienlijk hoger als de berekende eigenfrequenties.

Dit laatste wil zeggen dat de gevonden resultaten van een van de twee methodes onbetrouwbaar of onnauwkeurig mag worden verondersteld. Gezien het feit dat alle ingevoerde waarden in de formule reëel zijn, nemen we de resultaten van de proef eens onder de loep. Het is echter onverstandig om meteen te veronderstellen dat de proef fout is in plaats van de formuleberekening, omdat we de precieze achtergrond van de gebruikte formule niet kennen. Het kan best zijn dat deze geldig is voor andere randvoorwaarden. Enige voorzichtigheid is dus wel gepast.

Het hoger liggen van de gemeten eigenfrequenties kan veroorzaakt worden door een te stijve ophanging, die de trilling van de plaat belemmerd. In bijlage 7 is dit fenomeen op een eenvoudige manier met wat vergeetmijnetjes gecontroleerd. Ophanging in M2 zal waarschijnlijk een verbetering geven.

### 4.3 Resultaten met M2 draadeinden

De pvc-plaat is opgehangen in M2 draadeinden. Dit is gerealiseerd op een manier die weergegeven is in bijlage 1. De metingen zijn op dezelfde manier uitgevoerd als bij de M4 ophanging. Al snel blijkt dat het meten moeilijker gaat. Dat wil zeggen dat al veel sneller opslingeren worden waargenomen. Deze kunnen worden veroorzaakt door externe storingen of door storingen afkomstig van eigenfrequenties van de de opstelling.

Een tweede optredende verschijnsel was dat de plaat niet in de opgelegde frequentie van  $\pm 60$  Hz ging trillen, maar met de halve frequentie van  $\pm 30$  Hz. Deze laatste is dus waarschijnlijk ook de eerste en laagste eigenfrequentie.

De resultaten zijn weergegeven in bijlage 8. Ook hier zijn grafieken gebruikt om de resultaten te visualiseren. Net als bij de M4 draadeinden is ook hier een duidelijke daling van de frequenties waarneembaar bij een verkleining van de luchtspleethoogte. Omdat bij deze opstelling op verschillende plaatsen is gemeten is de spreiding wat groter. Dit is onder andere te danken aan

- het niet geheel symmetrisch zijn van de plaat.
- Niet konstante kracht-verplaatsings karakteristiek van de magneet.



Dit laatste geval geeft een hinderlijke bijwerking. Zodra de opslingering van de frequentie groter is en de plaat dichter bij de magneet komt, wordt de aantrekkingskracht van de magneet ook groter. Met deze methode krijgt men toch een goed beeld van de ligging van de eigenfrequenties. De amplitudes, die overigens niet worden gemeten, kunnen geen zuiver beeld van de werkelijkheid geven.

#### 4.4 Vergelijking resultaten

Nu we een aantal metingen hebben gedaan en een berekening hebben uitgevoerd kunnen we een vergelijking gaan uitvoeren. Dit kan eenvoudig door de resultaten in een tabel weer te geven. Hierbij bekijken we de luchtspleetafhankelijkheid nog niet. Dit komt later aan de orde.

In tabel 3 zijn dus de eigenfrequenties weergegeven.

*Tabel III: Eigenfrequenties van trillende plaat.*

Berekende eigenfrequentie	Gemeten eigenfrequenties	
	M4 draadeind	M2 draadeind
		15.4
33.0	42.3	32.2
60.7	84.4	68.4
74.9	177.5	176.6
121.4		189.0
182.1		

Als we de eigenfrequenties bekijken valt direct op dat deze nogal verschillen van elkaar. Als we eerst de gemeten frequenties bekijken zien we dat de laagste frequenties verschillen. Dit is waarschijnlijk te wijten aan de stijfheid van de draadeinden en hebben dus een vrij grote invloed op de eigenfrequenties. Bij de hogere frequentie vinden we weer dezelfde waarden. Dit valt te verklaren door het feit dat bij lage frequenties de amplitude van de plaat groot is ten gevolge van de trilvorm. Hierbij gaat de stijfheid van de

draadeinden een rol spelen. Bij de frequentie van 177 Hz is de trilvorm geheel anders en de amplitude veel kleiner. De draadeinden hoeven dus geen grote hoekverdraaiing meer te maken. De stijfheid van de draadeinden speelt geen noemenswaardige rol meer.

De laagste frequentie van 15.4 Hz, gemeten bij M2 draadeinden, is waarschijnlijk geen eigenfrequentie van de plaat maar van de draadeinden. Deze was overigens slecht meetbaar.

De frequentie van 32 Hz is zeer duidelijk meetbaar en gaat gepaard met een grote amplitude. Ook gezien het feit dat de plaat in deze frequentie gaat trillen terwijl deze wordt aangestoten in de dubbele frequentie geeft aan dat het hier om een zeer sterke eigenfrequentie gaat. Dit is dus waarschijnlijk de eerste echte eigenfrequentie.

De laagste eigenfrequentie (plaat is opgehangen met M2) komt redelijk overeen met de berekende frequentie. De tweede geeft een al iets grotere afwijking. De hogere frequenties komen echter niet meer overeen.

Op zich geeft dit een redelijk resultaat. We moeten niet vergeten dat dit een theoretische benadering is waarvan we de achtergrond niet helemaal kennen.

Verdere conclusies volgen nadat we verschillende meetmethodes te hebben bekeken.

## 4.5 Andere excitatiemethodes

Een uitstekende methode voor het bepalen van de eigenfrequentie is die met een frequentieanalyseprogramma. Dit is een programma dat de overdrachtsfunctie van een systeem berekend aan de hand van een ingang en een uitgang. Dit zijn kracht respectievelijk versnelling die worden gemeten aan het systeem. De kracht kan op twee manieren worden overgebracht op de PVC plaat. Deze zijn:

1. Een hamertje waarmee iedere keer een tik op de plaat wordt gegeven. Door verschillende metingen te doen en deze te middelen krijgt men een goed beeld van de ligging van de frequenties. De overgedragen kracht wordt gemeten in het hamertje.
2. Een excitator die een witte ruis trillingsgedrag overbrengt op de plaat. Tussen de excitator en de plaat zit een rubberen slangetje, omdat deze twee niet helemaal star met

elkaar verbonden mogen zijn. De opnemer voor de kracht zit tussen het slangetje en de plaat zodat de overgedragen kracht wordt gemeten.

In beide gevallen wordt de versnelling gemeten met een kleine versnellingsopnemer die op de PVC-plaat wordt bevestigd. Gedurende een bepaalde tijd worden beide signalen gemeten.

De meetapparatuur waarmee in eerste instantie alles werd bestuurd en gemeten wordt in deze opstelling overbodig. Een computer zorgt voor de registratie en verwerking van de gegevens.

De resultaten van de metingen die hiermee zijn gedaan zijn weergegeven in bijlage 9 en bijlage 10. Hierbij dient te worden opgemerkt dat bij de proef met de excitator de PVC-plaat niet meer vierkant is maar rechthoekig. Een strookje van de plaat was gebruikt om de elasticiteitsmodulus te meten. De eigenfrequenties verschuiven hierdoor een beetje. Om de methodes toch goed te kunnen vergelijken zijn de difa metingen met het hamertje ook nog uitgevoerd met de rechthoekige plaat. De afmeting van dit plaatje zijn nu 249 mm \* 221 mm. Voor de rest blijft alles gelijk.

De meetresultaten worden in het volgende hoofdstuk bekeken.

## 5 KONKLUSIE EN AANBEVELING

### 5.1 numerieke resultaten

Naast deze experimenten zijn ook numeriek berekeningen uitgevoerd van een trillende PVC plaat. Een zelfde situatie is genomen om het experiment zo goed mogelijk te benaderen. De invloed van de lucht is in eerste instantie buiten beschouwing genomen. Op deze manier kan worden bekeken in hoeverre de numerieke benadering voor een vrije trillende plaat goed is. Later zal de luchtafhankelijkheid worden meegenomen. Enkele vooruitlopende berekeningen hiermee lieten al wel een daling in de eigenfrequentie zien. De betrouwbaarheid van deze resultaten was echter nog niet groot. Er wordt hier dus nog niet nader op in gegaan.

In bijlage 11 zijn de numerieke resultaten te zien van een vrije trillende plaat. In bijlage 12 is de rechthoekige plaat te zien met zijn eigenfrequenties.

### 5.2 Vergelijking van alle methodes.

In de loop van dit verslag zijn een aantal verschillende methodes de revue gepasseerd waarmee de eigenfrequenties van een trillende plaat worden bepaald. Dit is zowel theoretisch, experimenteel als numeriek gebeurd. In tabel IV zijn deze resultaten van al deze methodes weergegeven.

Als we de metingen bekijken zien we dat alle metingen redelijk overeenkomen, m.u.v. de metingen waarbij de plaat is opgehangen in M4 draadeinden.

De verschillen in deze metingen worden waarschijnlijk grotendeels veroorzaakt door de verschillende manieren van exciteren en meten.

- Een belangrijk gegeven bij de excitatie met de magneet is dat de aantrekkingskracht hiervan niet constant is. Deze neemt toe naarmate de afstand tussen de magneet en de plaat kleiner wordt. Met name bij de lagere frequenties waarbij de amplitudes groter zijn kan

Tabel IV: Gemeten en berekende eigenfrequenties van PVC-plaat

	Theoret. berekening	magneet M4 oph.	magneet M2 oph.	DIFA hamer	numeriek
frequentie staafje			15.4		
1e eigenfrequentie	33.03	42.3	32.2	33.3	32.0
2e eigenfrequentie	60.70	84.8	68.4	72.0	64 - 67
3e eigenfrequentie	74.87	177.4	176.4	172.9	170 - 175
4e eigenfrequentie	121.40		189.0	188.9	190
5e eigenfrequentie	182.09				

deze invloed groot zijn.

- Een nadeel van het meten met DIFA waarbij de plaat in trilling wordt gebracht door een tik met de hamer is dat deze kracht zeer plaatselijk wordt aangebracht. Een materiaal dat niet zo'n grote hardheid heeft kan daardoor beschadigen.

Tabel V: Eigenfrequenties met rechthoekige plaat. Verschillende methodes.

	DIFA excitator	DIFA hamer	Numerieke berekening
1e eigenfreq.	36.6	37.5	35.8
2e eigenfreq.	81.2	84.4	69.9
3e eigenfreq.	192.0	202.	77.9
4e eigenfreq.			195

Gaat men exciteren met de excitator zoals in het voorgaande hoofdstuk is beschreven, dan heeft men geen last van deze beschadigingen. De meetwaarden van de trillende rechthoekige plaat zijn ook in tabel V weergegeven. De gemeten eigenfrequenties liggen, gebruik makend van de excitator, iets lager als de frequenties die met het exciteren met de hamer zijn verkregen. Deze verschuiving van de frequenties is te wijden aan de toegevoegde massa van de krachtopnemer die op de plaat bevestigd zit. De stijfheid van het slangetje waarmee de plaat met de excitator is verbonden heeft waarschijnlijk geen grote invloed, of wordt ook opgegeven door de extra massa.

In alle gevallen ligt de numeriek benaderde frequentie lager als die van de metingen. Dit zal waarschijnlijk liggen aan bijvoorbeeld invloeden van buitenaf. Dit kunnen zijn:

- Spanningen in de draadeinden voor de ophanging.
- Het niet isotroop zijn van het materiaal. Structuur of spanningen.
- Invloeden van de totale constructie.
- Invloed van de versnellingsopnemer op de plaat.
- Invloed van de overbrenging van de kracht.

Gezien de doelstelling kunnen we zeggen dat de bereikte resultaten goed zijn.

### 5.3 Konklusie

In eerste instantie was het doel van deze experimenten de afhankelijkheid van de luchtspleethoogte op het trillingsgedrag vast te stellen. Hierbij werd als ideaalbeeld gesteld dat deze afhankelijkheid ook numeriek moest worden beschreven. Als de resultaten worden bekeken kunnen we duidelijk zien dat de hoogte van de luchtspleet een duidelijke invloed heeft op het verloop van de eigenfrequenties van de plaat. We kunnen hierbij verder concluderen dat de frequentiedaling bij het kleiner worden van de luchtspleethoogte, bij elke frequentie ongeveer even groot is. Dus ongeacht de frequentie. Het verloop zal ongeveer beschreven worden door:

$$f(h) = f_{\text{vrije trilling}} (1 - \alpha e^{-\alpha h})$$

Na enig rekenwerk zal de onbekende parameter kunnen worden achterhaald.

Na wat numerieke experimenten werd al snel doorzien dat het beschrijven van een luchtlaag enige problemen opleverde. Reden waardoor het accent van de experimenten meer op de vrije trillingen kwam te liggen. De luchtafhankelijkheid is ook steeds gemeten, zodat hiervan in een later stadium nog gebruik van kan worden gemaakt.

De resultaten van het numerieke model komen goed overeen met de gemeten frequenties van de vrije trillende plaat. Hiermee is dus aangetoond dat het experiment ook numeriek te simuleren is. Een volgende stap is het simuleren van de luchtlaag onder de plaat.

Als er in de toekomst nog proeven worden genomen kan naar mijn mening het beste de excitator worden gebruikt.

- De gemeten frequenties komen goed in de buurt van de numerieke simulatie.
- Deze methode van aanstoten is beter als aanstoten met de hamer. De plaat is onderhevig aan witte ruis. Deze is altijd konstant. De tik van de hamer kan sterk variëren.
- Metingen uitgevoerd met de magneet als excitator liggen dicht bij de numeriek benaderde resultaten. Deze methode is echter zeer omslachtig. Metingen met de opnemers waarbij de gegevens direkt worden verwerken met een frequentieanalyse programma gaan zoveel sneller zodat hier de voorkeur naar uitgaat. Een ander nadeel van de magneet is dat de aantrekkingskracht niet konstant is met de afstand tot de plaat.

Concluderend kunnen we stellen dat als excitatiemethode het beste de excitator kan worden genomen. Deze methode is eenvoudig en betrouwbaar.

## **LITERATUURLIJST:**

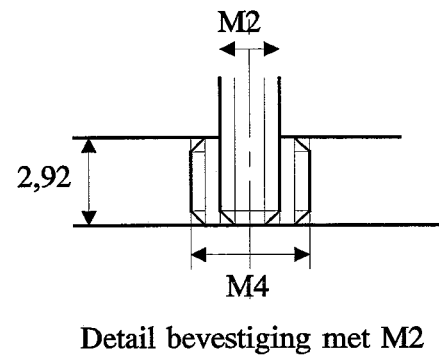
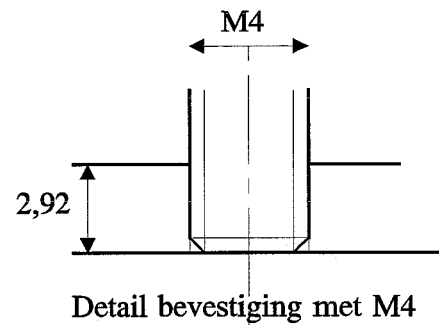
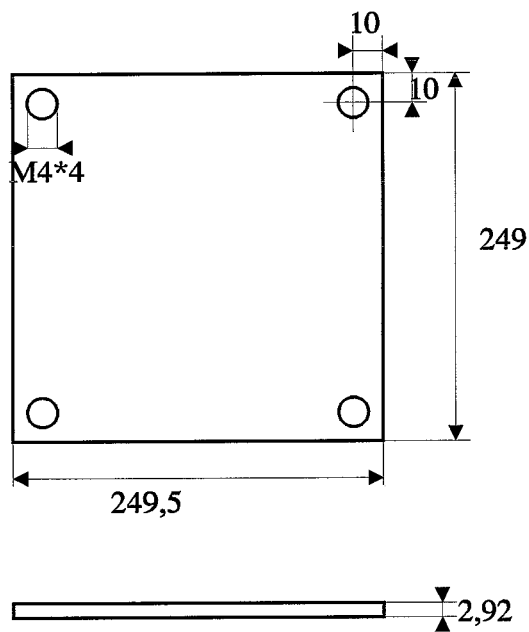
- 1) Robert D.Blevins Ph.D.  
Formulas for natural frequency and mode shape, 1979
  
- 2) P. Hagedorn.  
Technische Schwingungslehre.  
Band2, Lineare Schwingungen kontinuierlicher mechanischer Systeme  
Springer-Verlag 1989.



# BIJLAGES

**Materiaalgegevens van de PVC plaat:**

materiaal: PVC Polyvinylchloride  
afmetingen: lengte: 249 mm  
                  breedte: 249.5 mm  
                  dikte: 2.92 mm  
inhoud :  $1.814 * 10^{-4} \text{ m}^3$   
gewicht : 0.27 kg  
          :  $4.32 \text{ kg/m}^2$   
dichtheid :  $1480 \text{ kg/m}^3$   
E-modulus :  $2000-4140 \text{ N/mm}^2$   
            :  $3380 \text{ N/mm}^2$   
G-modulus :  $60-80 \text{ N/mm}^2$   
poisson const : 0.36



**Materiaalgegevens van de messing draadeinden:**

afmetingen : M4 \* 165 mm  
: M2 \* 150 mm  
dichtheid : 8500 kg/m<sup>3</sup>  
E-modulus : 100\*10<sup>3</sup> N/mm<sup>2</sup>

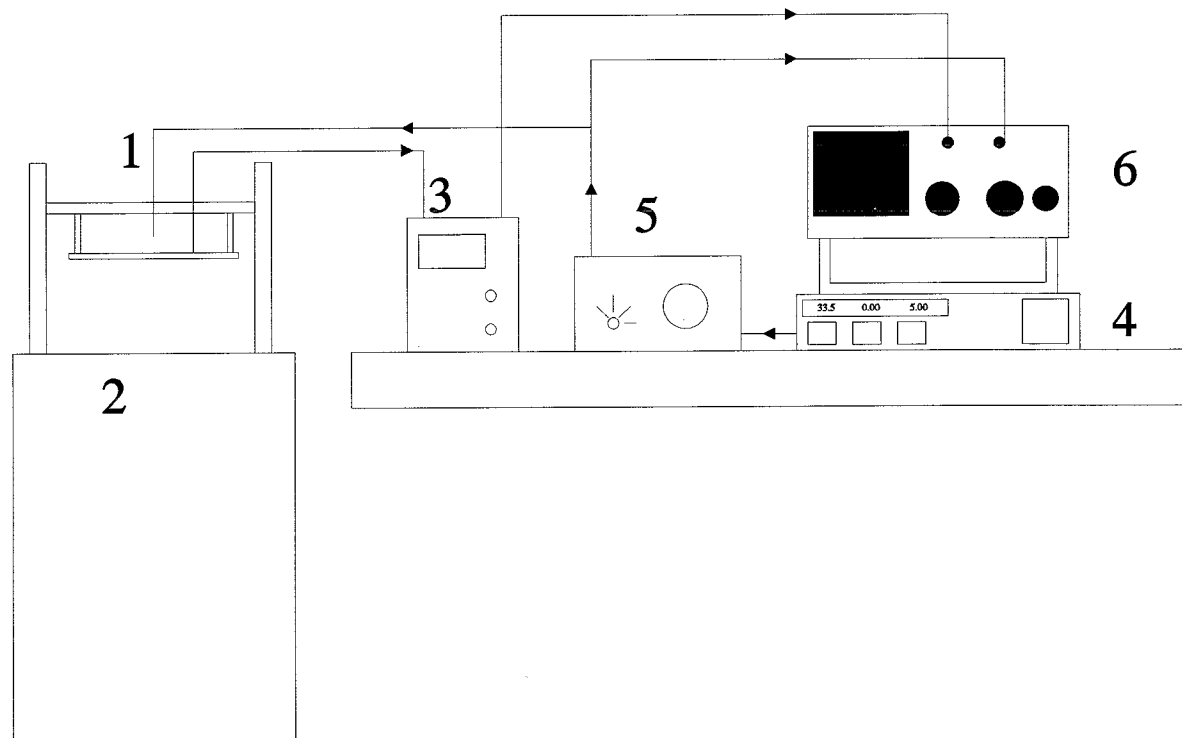
Controle op verlenging in axiaale richting:

$$\begin{aligned}\Delta L &= \frac{F}{AE} L \\ &= \frac{F}{\frac{1}{4} \pi (1.6 * 10^{-3})^2 * 100 * 10^9} * 18 * 10^{-3} \\ \Delta L &= 9.0 * 10^{-5} * F \quad [mm]\end{aligned}$$

Gezien de kleine krachten die op de staafjes in axiale richting komen, kunnen we veronderstellen dat de axiale verlenging nihil is. In de berekening is uitgegaan van de M2 draadeinden.

**De meetopstelling:**

- 1) Testkonstruktie
- 2) Een stabiele opspantafel
- 3) Fotonic Sensor. MTI-1000
- 4) PM-5193 programmable synthesizer/funktiongenerator 0,1 mHz - 50 MHz Philips
- 5) Versterker-power oscillator TPO 25
- 6) Oscilloscoop PM 3208 20MHz Philips



De meet- proefopstelling

**De MTI 1000 Fotonic sensor**

Dit is een fiber optisch meetinstrument dat contactloos verplaatsings vibratie en oppervlakteconditie metingen uitvoert. De sensor meet zonder het oppervlak te belasten en is ongevoelig voor magnetische en elektrische velden. Door het gebruik van verschillende plug-in modules kan een zeer groot meetbereik worden behaald. Deze module zendt licht uit en vangt via de meetprobe het gereflecteerde deel weer op met behulp van een tweetal sensoren. Voor men met het meten gaat beginnen moet het instrument worden gecallibreerd. Het meten van frequenties en ook verplaatsingen wordt sterk vereenvoudigd als je gebruik maakt van een oscilloscoop. Ook de meetnauwkeurigheid gaat hierbij omhoog.

**De PM 5193 Programmable synthesizer/funktiongenerator 0,1 mHz - 50 MHz**

Deze funktiegenerator wordt in deze opstelling gebruikt om de magneet in elke willekeurige frequentie aan te sturen met als doel dat de plaat in diezelfde frequentie gaat trillen. Het is mogelijk om zeer kleine stapjes in het frequentiegebied te nemen zodat de eigenfrequenties zeer precies kunnen worden bepaald. De mogelijkheden van dit apparaat zijn echter veel groter. Hiervan zullen wij in deze situatie geen gebruik van maken.

### De bepaling van de elasticiteitsmodulus.

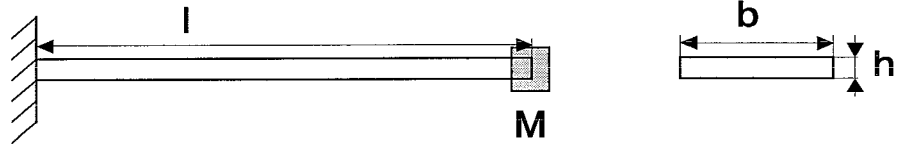
Met behulp van een eenvoudig proefje en de volgende formules kan men op eenvoudige manier de elasticiteitsmodulus van pvc bepalen zonder destructief onderzoek. Hiertoe neemt men een strip met bekende afmetingen, weergegeven in de onderstaande afbeelding, en met een bekende massa. Vervolgens stoot men de

$$\omega = 2\pi f = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\begin{aligned} k &= m\omega^2 \\ &= m(2\pi f)^2 \\ &= \frac{3EI}{l^3} \end{aligned}$$

hieruitvolgt:

$$E = \frac{l^3 m (2\pi f)^2}{3 I}$$



eenzijdig ingeklemde strip aan en meet zijn specifieke eigenfrequentie. Bij deze proef is extra massa aan het uiteinde van de balk aangebracht. Dit is gedaan met als doel om de eigenfrequentie te laten dalen zodat met de hand de frequentie gemeten kan worden. In de uitgevoerde proef was deze 5.4 Hz. Na wat rekentijd volgt de elasticiteitsmodulus.

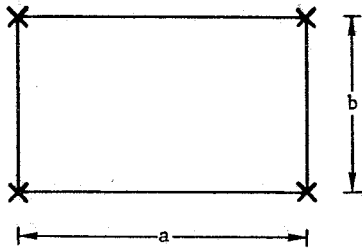
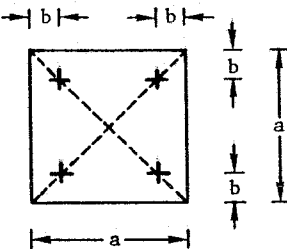
$l =$	200	mm	$I = \frac{1}{12} b h^3$
$b =$	28	mm	$= \frac{1}{12} * 0.028 * (2.92 * 10^{-3})^3$
$h =$	2.92	mm	$= 5.8 * 10^{-11} \quad [m^4]$
$\rho =$	1474.4	kg/m <sup>3</sup>	
$m_{balk} =$	30	gr	
$m_{massa} =$	56.5	gr	$E = \frac{l^3 m (2\pi f)^2}{3 I}$
$m_{verv} =$	$\frac{1}{4} m_{balk} + m_{massa}$		$= \frac{0.2^3 * 0.064 (2\pi * 5.4)^2}{3 * 5.8 * 10^{-11}}$
$=$	64	gr	$= 3.38 * 10^9 \quad [N/m^2]$
			$= 3380 \quad [N/mm^2]$

Formule voor theoretische berekening van eigenfrequenties van een trillende plaat, opgehangen in vier hoekpunten.

Table 11-6. Point Supported Rectangular Plates.

Notation:  $a$  = width of plate;  $b$  = length of plate;  $h$  = thickness of plate;  $C$  = clamped edge;  $E$  = modulus of elasticity;  $S$  = simply supported edge;  $\gamma$  = mass per unit area of plate ( $\mu h$  for a plate of material of density  $\mu$ );  $\nu$  = Poisson's ratio;  $X$  denotes a point support which prevents displacement but places no restriction on rotation; unmarked edges of plates are free; see Table 3-1 for consistent sets of units

$$\text{Natural Frequency (hertz), } f_1 = \frac{\lambda_1^2}{2\pi a^2} \left[ \frac{Eh^3}{12\gamma(1-\nu^2)} \right]^{1/2}; \quad i = 1, 2, 3, \dots$$

Description	$\lambda_i^2$ and Remarks		
	$\frac{a}{b}$	$\lambda_1^2$	$\lambda_2^2$
1. Rectangular Plate, Corner Supports 	1.0	7.12	15.8
	1.5	8.92	21.5
	2.0	9.29	27.5
	2.5	9.39	35.5
	$\nu = 0.3$ ; Ref. 11-50		
2. Square Plate, Four Point Supports 	$\frac{b}{a}$	$\lambda_1^2$	$\lambda_2^2$
	0:0	7.14	15.79*
	0.1	12.89	19.69
	0.2	19.69	23.13
	0.3	19.31	19.72
	0.4	13.35	14.06*
	0.5	11.34	13.47
	*Repeated values.		
	$\nu = 0.3$ ; Ref. 11-51.		
	Note: $b/a = 0.5$ gives a single point support at center of plate.		

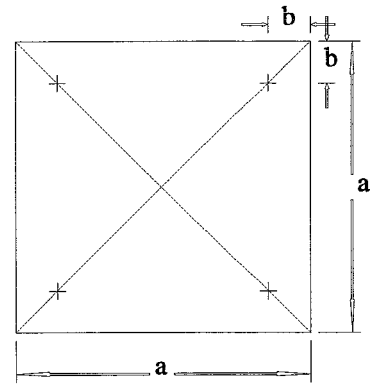
**Interpolatie van lambda i<sup>2</sup>**

$$f_i = \frac{\lambda_i^2}{2\pi a^2} \left[ \frac{Eh^3}{12\gamma(1-\nu^2)} \right]^{\frac{1}{2}}$$

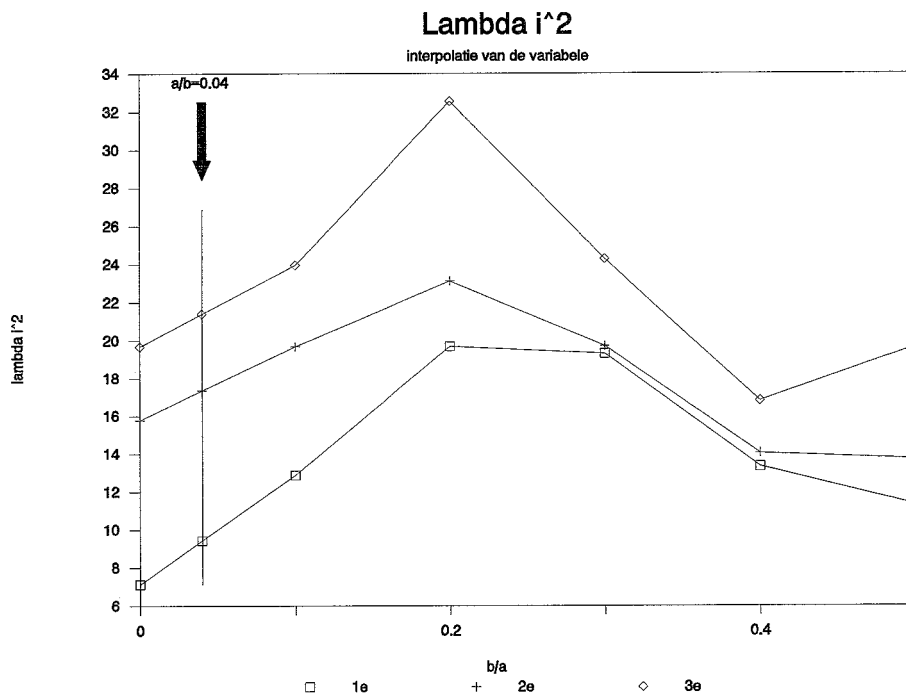
Bij de vierkante plaat die met de proeven is gebruikt zijn a en b 250 respectievelijk 10 mm. a/b is dan 0.04.

a/b	lambda1	lambda2	lambda3
0,00	7,14	15,79*	19,69
0,04	9,44	17,35	21,40
0,10	12,89	19,69	23,97*
0,20	19,69	23,13	32,56
0,30	19,31	19,72	24,30*
0,40	13,35	14,06*	16,83
0,50	11,34	13,74	19,69

\*=Repeated values



square plate, four points supports

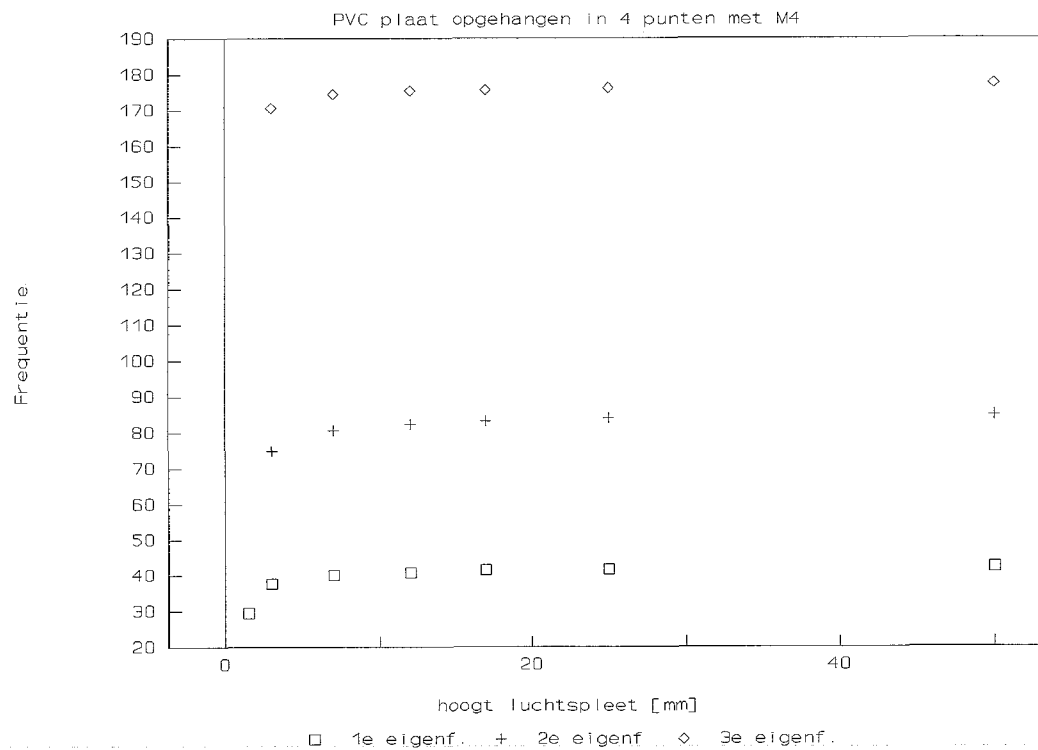


**Meetresultaten van trillende PVC-plaat met M4 draadeinden opgehangen.**

De gemeten eigenfrequenties van een trillende PVC plaat opgehangen in vier punten met M4 draadeinden. De hoogte van de luchtspleet is de instelbare parameter.

lucht-spleet hoogte [mm]	1e eigenfrequentie [Hz]	2e eigenfrequentie [Hz]	3e eigenfrequentie [Hz]
50	42,3	84,8	177,4
25	41,6	84,0	176,2
17	41,4	83,2	175,6
12	40,8	82,3	175,4
7	40,0	80,6	174,4
3	37,6	74,8	170,6
1,5	29,4		

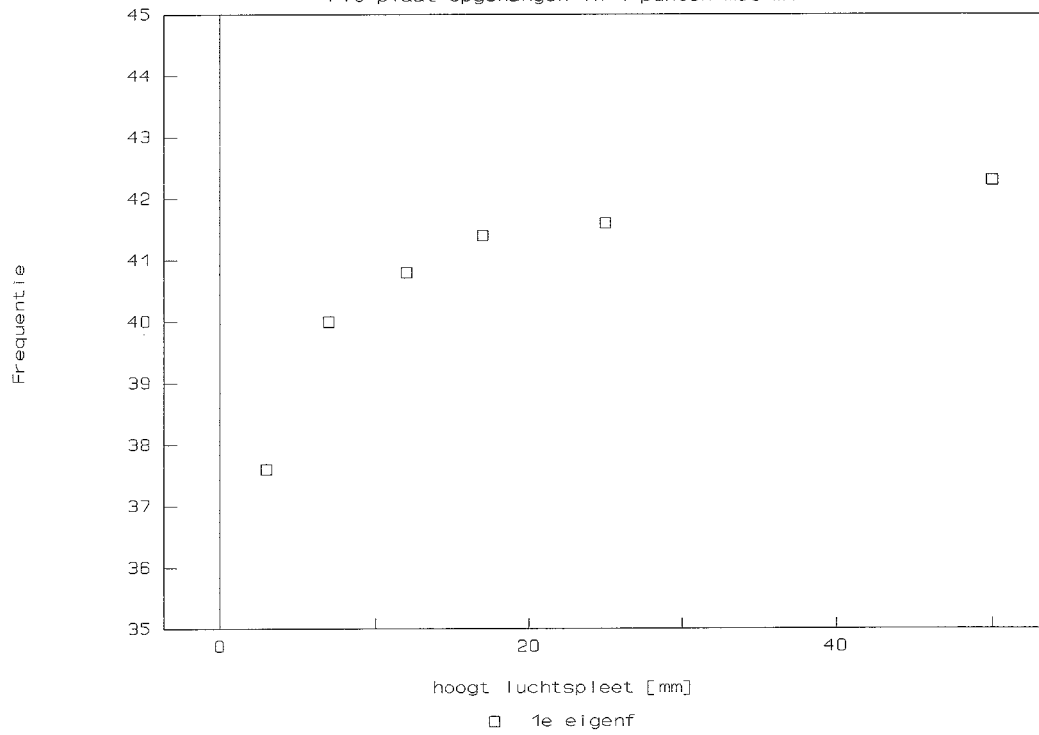
## Eigenfrequenties





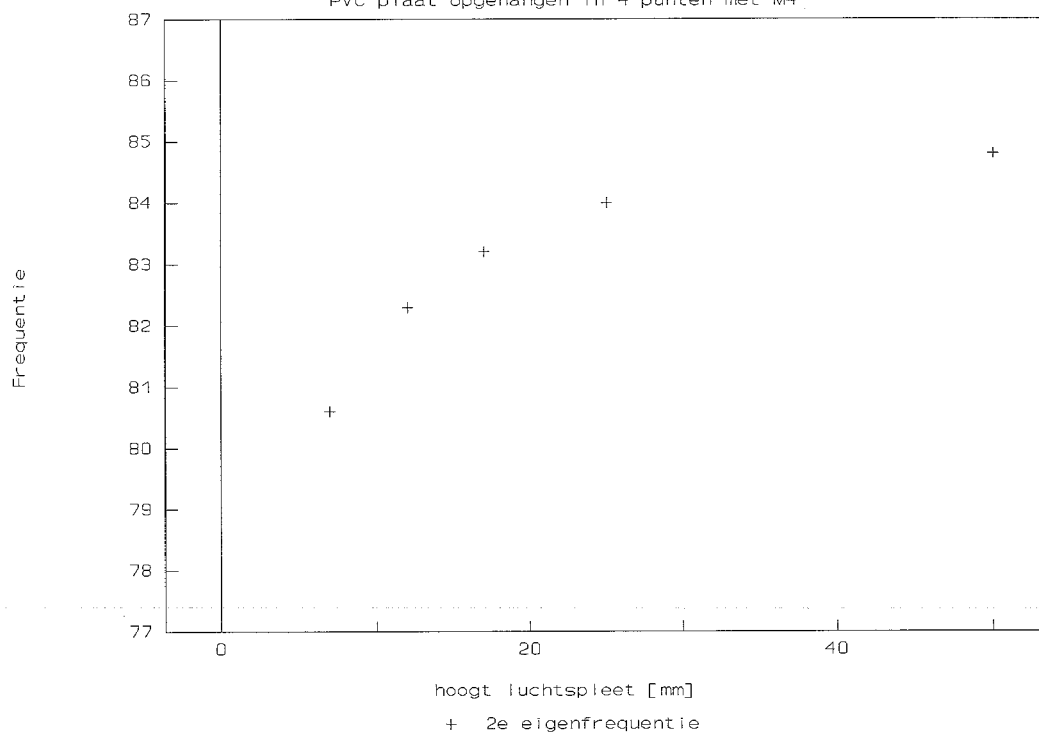
### Eigenfrequenties

PVC plaat opgehangen in 4 punten met M4



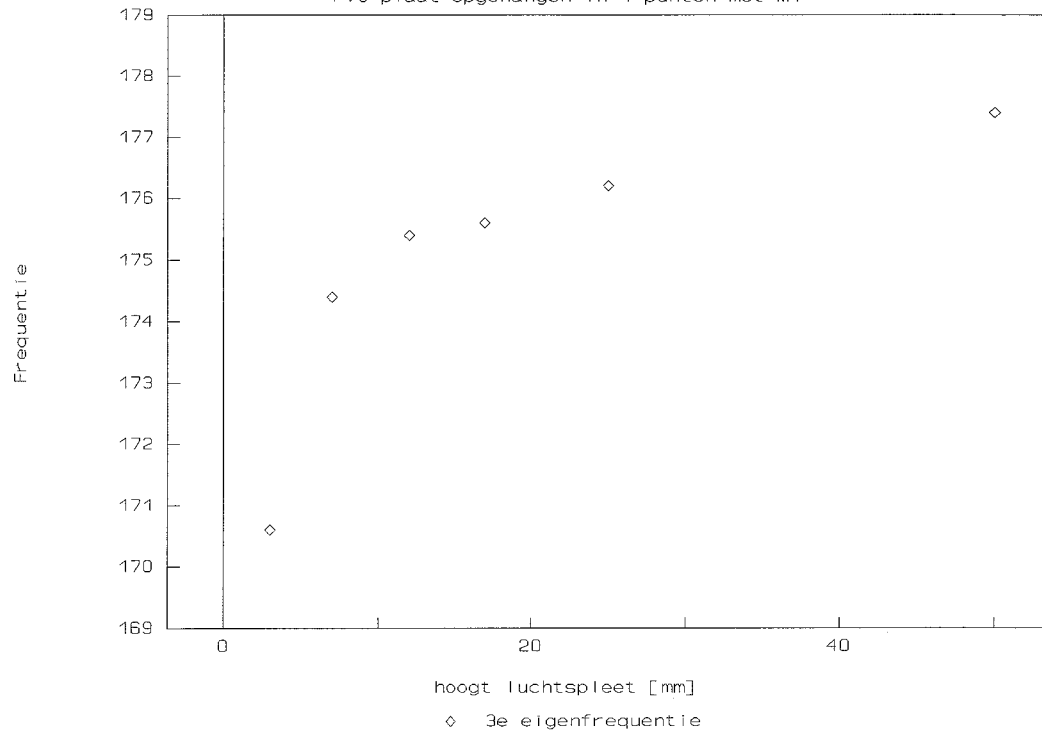
### Eigenfrequenties

PVC plaat opgehangen in 4 punten met M4



## Eigenfrequenties

PVC plaat opgehangen in 4 punten met M4



### Weerstand tot hoekverdraaiing van de ophanging.

De noodzakelijke gegevens van de messing draadeinden komen uit bijlage 2. In de huidige opstelling is de plaat opgehangen in M4 draadeinden. Ik ga nu bekijken wat de invloed is als ik de draadeinden 2\* zo dun maak (M2).

De hoekverdraaiing van het draadeind wordt veroorzaakt ten gevolge van een moment dat op het einde van dit draadeind aangrijpt. Voor de lengte van het draadeind nemen we 150 mm. De hoekverdraaiing wordt op de volgende manier berekend:

$$\varphi(l) = \frac{Ml}{EI}$$

$$\text{met } I = \frac{\pi d^4}{64}$$

Indien alle verdere gegevens hetzelfde blijven zien we dat de kwadratische oppervlakte-momenten slechts een bijdrage leveren in de verandering van de hoekverdraaiing. De hoekverdraaiingen verhouden zich volgens:

$$\frac{\varphi_{M2}}{\varphi_{M4}} = \frac{I_{M4}}{I_{M2}} = \left( \frac{d_{M4}}{d_{M2}} \right)^4 = \left( \frac{3.4}{1.6} \right)^4 = 20.4$$

Dit is ruim een faktor 20. De doorbuiging daat dus 20 \* zo gemakkelijk.

Bijlage 8

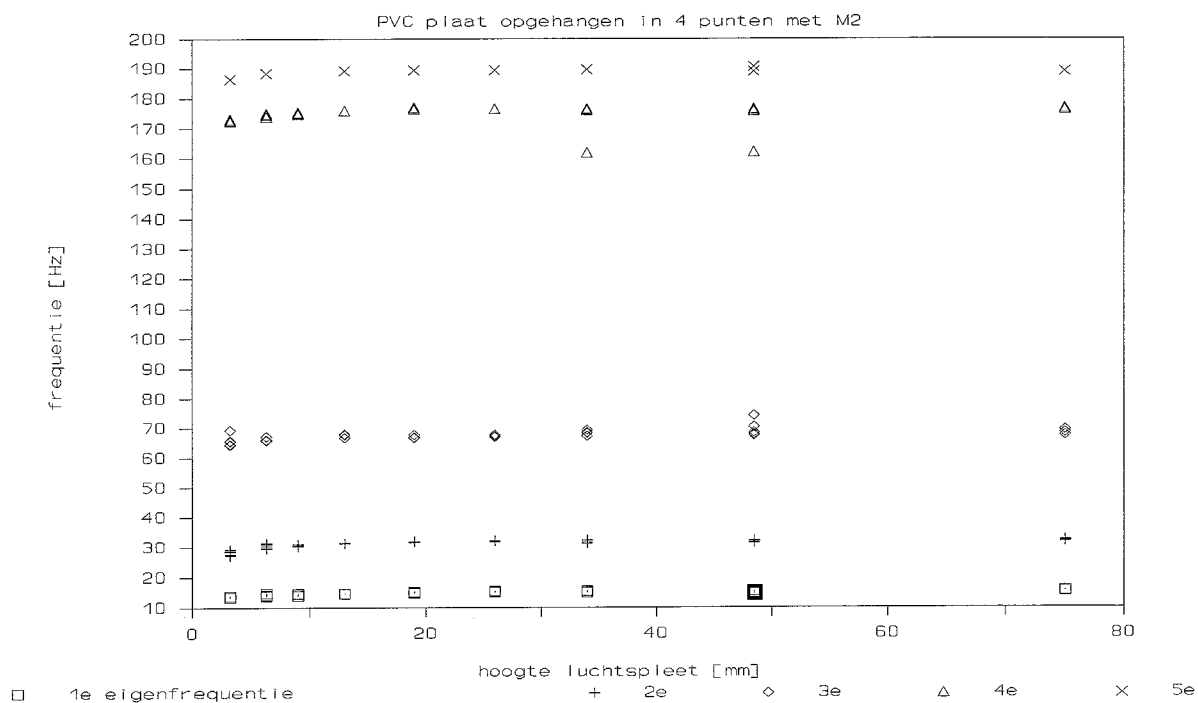
De verschillende gemeten eigenfrequenties van een in trilling gebrachte pvc plaat, opgehangen in vier hoekpunten met M2 draadeinden.

Hoogte van de luchtspleet	1e eigen-frequentie	2e eigen-frequentie	3e eigen-frequentie	4e eigen-frequentie	5e eigen-frequentie
[mm]	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]
75,0	15,4	31,8	67,5	176,4	189,0
75,0	15,6	32,4	69,3	176,8	
75,0	15,6	32,4	68,4	176,8	
75,0	15,6	32,4		176,4	
75,0		32,1			
75,0		32,4			
75,0		32,2			
75,0		32,1			
48,5	14,8	31,4	68,0	176,4	189,0
48,5	14,6	31,6	67,5	162,2	190,6
48,5	15,4	31,4	68,5	176,0	
48,5	14,6	31,4	70,4	176,6	
48,5		32,1	74,1	176,4	
48,5		32,3			
48,5		32,1			
48,5		32,0			
34,0	15,4	32,4	67,3	162,0	189,6
34,0	15,4	32,4	68,3	176,6	
34,0	15,0	32,4	68,6	176,6	
34,0	15,0	32,4	69,3	162,0	
34,0		32,2		176,2	
34,0		31,8			
34,0		31,2			
34,0		31,2			
26,0	15,0	32,0	67,0	176,6	189,4
26,0	15,4	32,0	67,8	176,6	
26,0	15,2	32,2	67,3		
26,0	15,0	32,2	67,8		
26,0		31,9			
26,0		31,9			
26,0		32,0			
26,0		32,0			

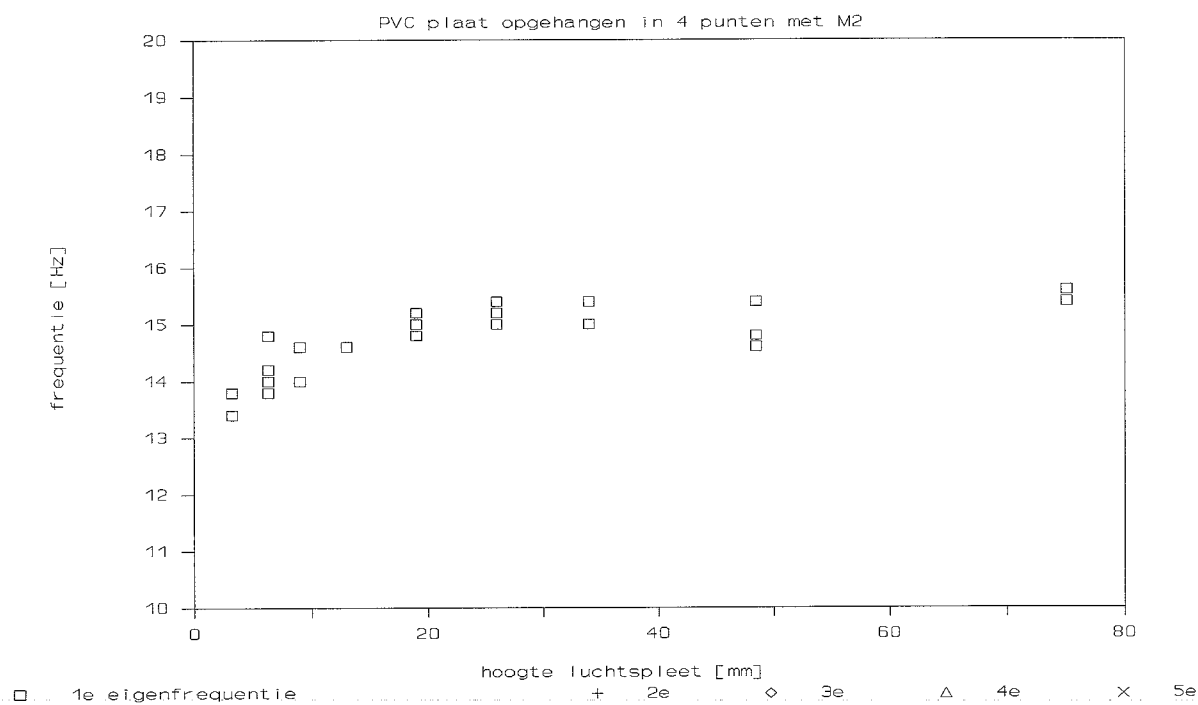
Bijlage 8

Hoogte van de luchtspleet	1e eigen-frequentie	2e eigen-frequentie	3e eigen-frequentie	4e eigen-frequentie	5e eigen-frequentie
19,0	15,0	32,0	67,8	176,4	189,4
19,0	15,2	31,8	66,8	176,4	
19,0	14,8	31,8	67,7	177,0	
19,0	15,0	31,8	66,9	176,6	
19,0		31,7			
19,0		31,8			
19,0		31,8			
19,0		31,7			
13,0	14,6	31,2	68,0	176,0	189,2
13,0	14,6	31,2	66,8	176,0	189,2
13,0	14,6	31,4	67,8	176,0	
13,0	14,6	31,4		176,0	
13,0		31,3			
13,0		31,4			
13,0		31,4			
13,0		31,4			
9,0	14,6	30,6		174,8	
9,0	14,0	30,6		175,0	
9,0	14,0	31,0		175,4	
9,0	14,0	31,0		175,2	
9,0		30,3			
9,0		30,4			
9,0		30,9			
9,0		30,3			
6,3	14,2	29,8	66,0	174,6	188,4
6,3	13,8	31,4	67,2	175,0	
6,3	14,0	31,4	65,9	175,0	
6,3	14,8	31,0	67,2	174,0	
6,3		29,8			
6,3		29,5			
6,3		29,8			
6,3		30,4			
3,2	13,4	27,6	65,6	173,2	186,4
3,2	13,4	27,6	64,4	172,8	
3,2	13,4	27,4	69,4	172,4	
3,2	13,8	29,2	64,5		
3,2		28,6	65,7		
3,2		27,2			
3,2		27,2			
3,2		28,7			

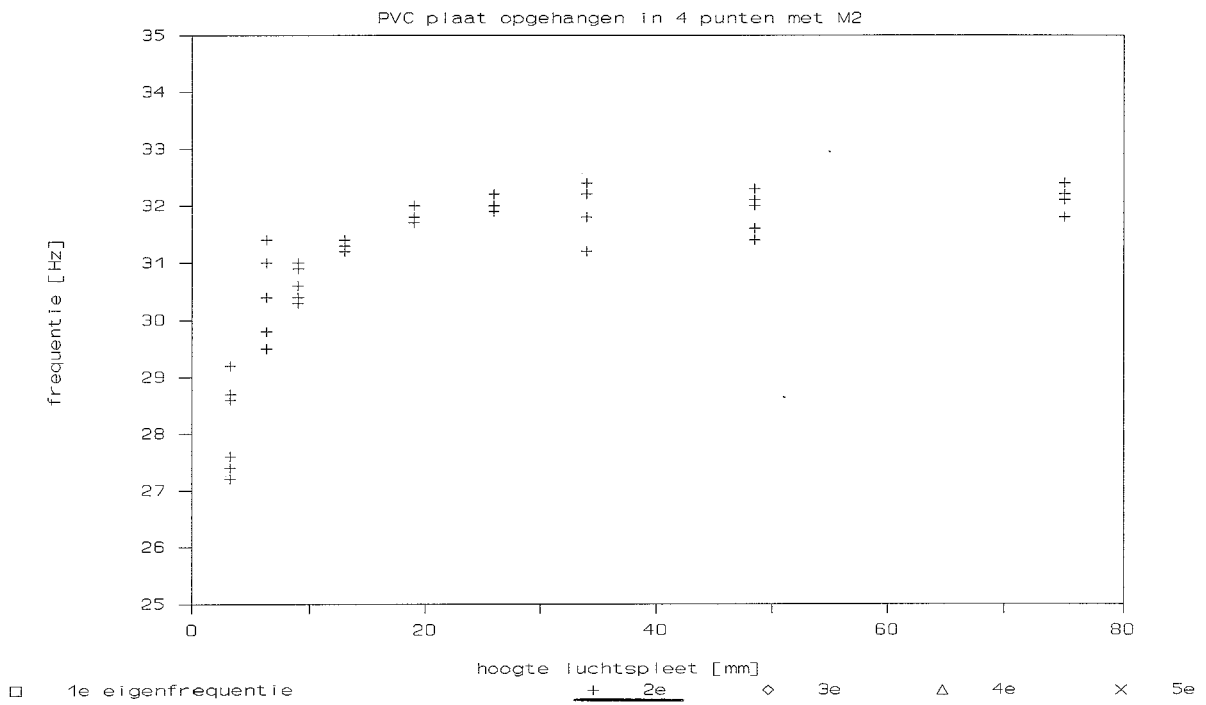
### Gevonden Eigenfrequenties



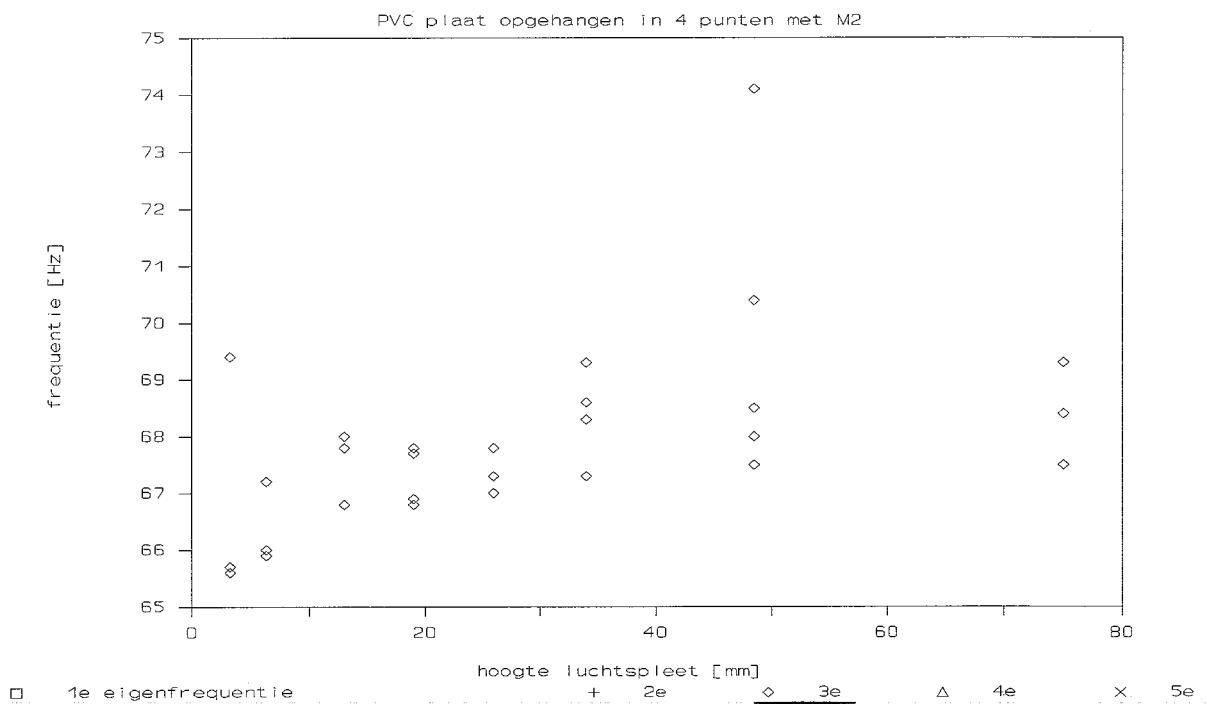
### Gevonden Eigenfrequenties



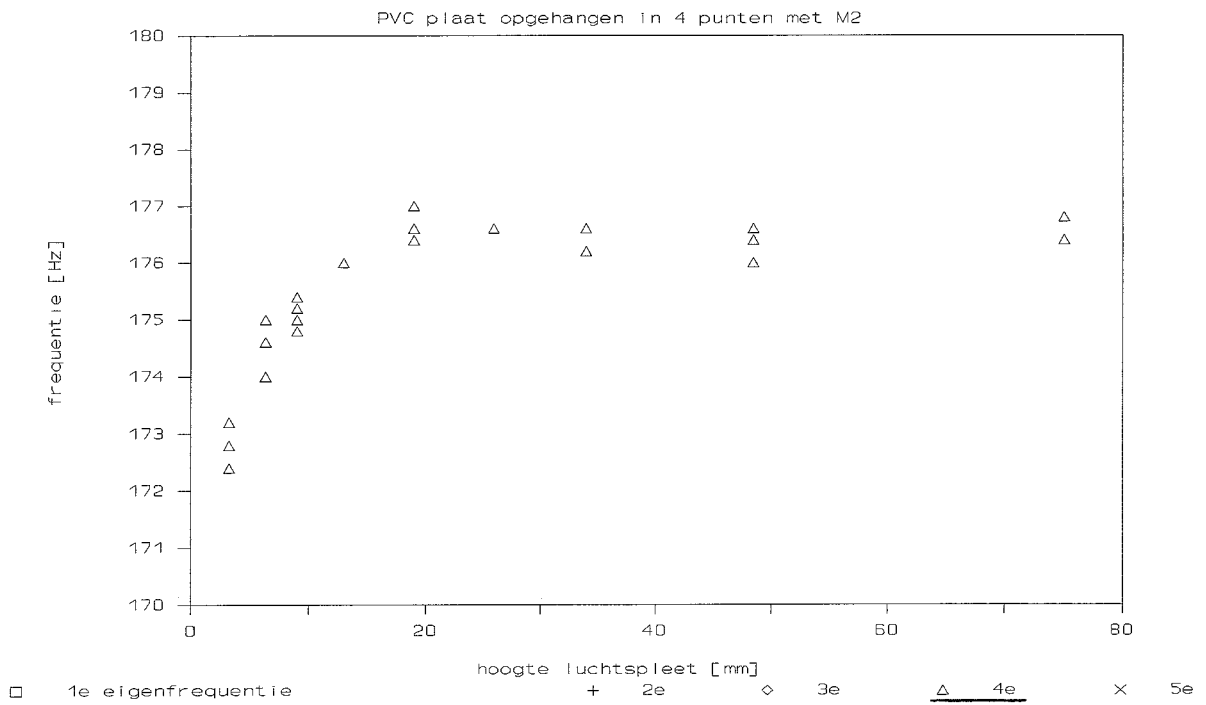
### Gevonden Eigenfrequenties



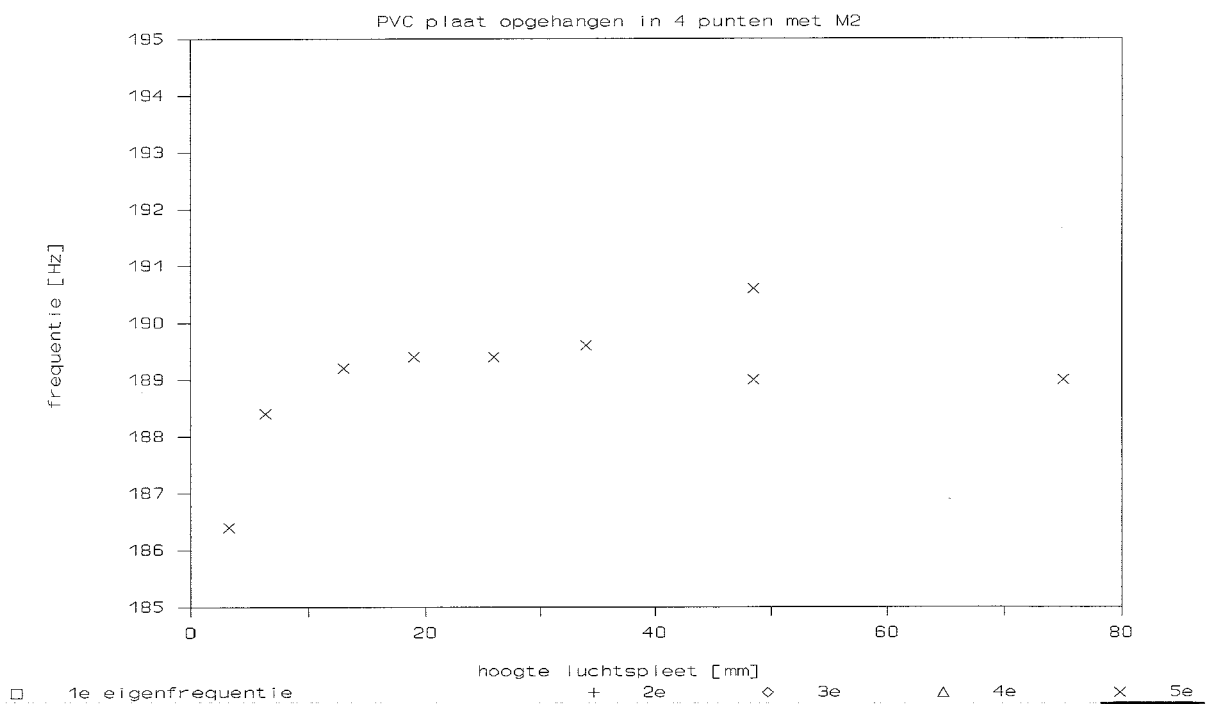
### Gevonden Eigenfrequenties



### Gevonden Eigenfrequenties



### Gevonden Eigenfrequenties



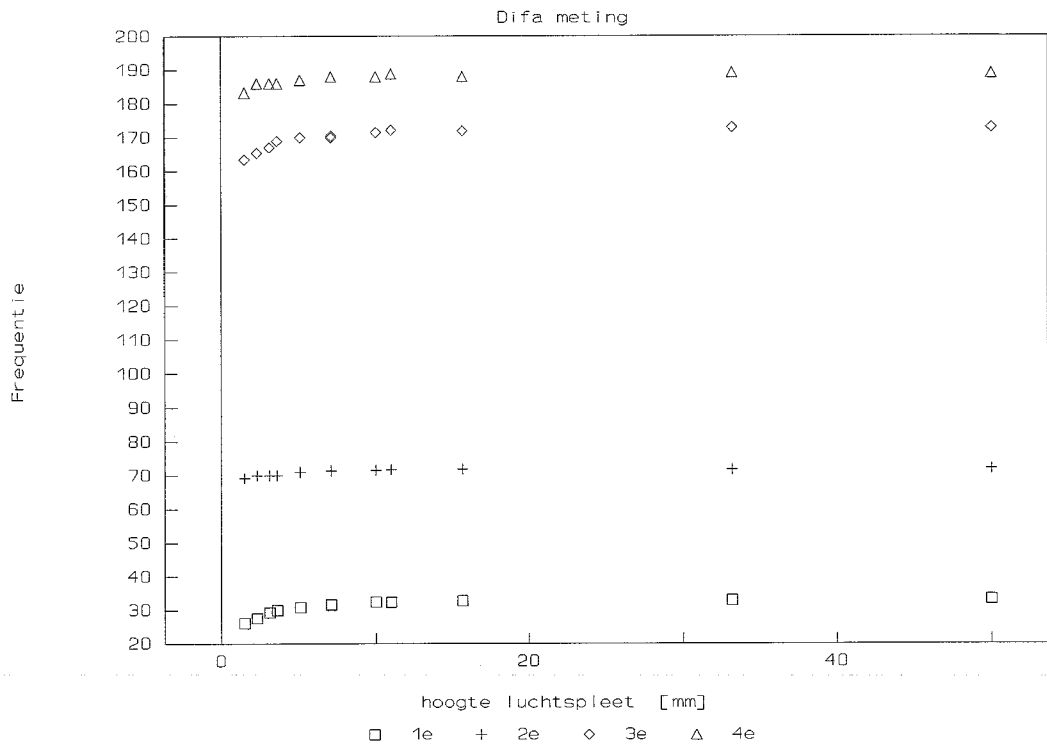




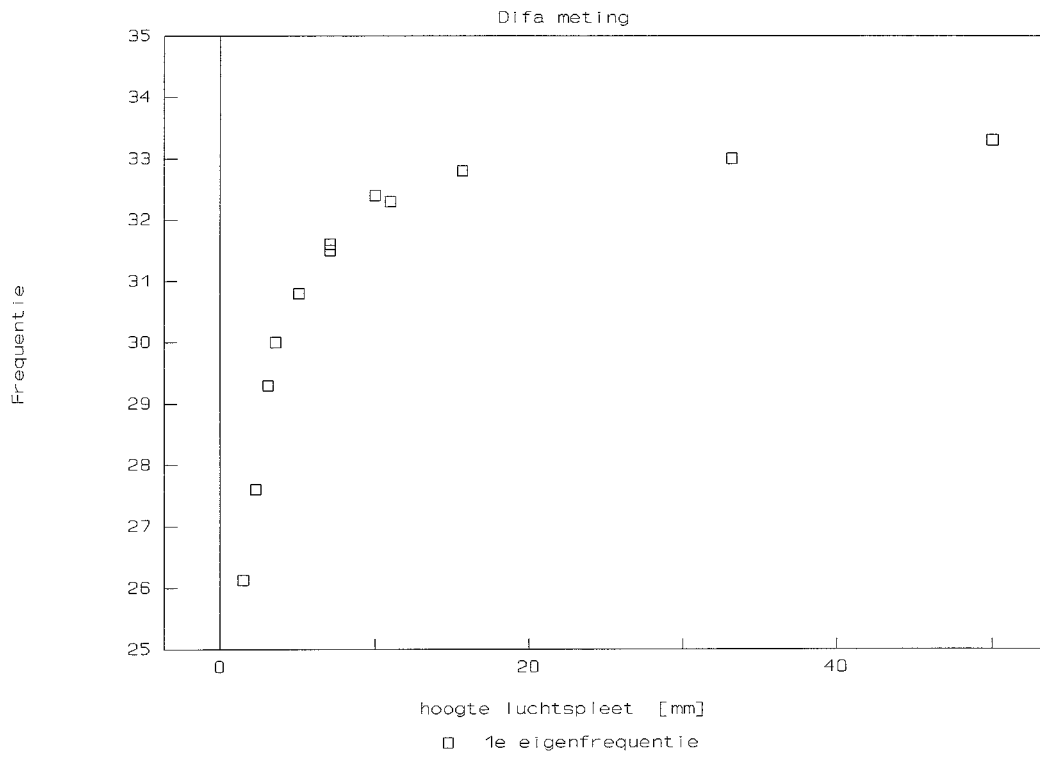
Resultaat van de meting met DIFA waarbij de plaat in trilling werd gebracht met een hamertje. De plaat is in de vier hoekpunten opgehangen met M2 draadeinden.

luchtspleet hoogte [mm]	1e eigenfrequentie [Hz]	2e eigenfrequentie [Hz]	3e eigenfrequentie [Hz]	4e eigenfrequentie [Hz]
50,0	33,3	72,0	172,9	188,9
33,2	33,0	71,7	173,0	189,2
15,7	32,8	71,8	171,9	188,0
11,0	32,3	71,7	172,1	188,8
10,0	32,4	71,5	171,5	188,0
7,1	31,6	71,5	170,0	188,0
7,1	31,5	71,3	170,5	188,0
5,1	30,8	71,0	170,0	187,0
3,6	30,0	70,0	169,0	186,0
3,1	29,3	70,0	167,0	186,0
2,3	27,6	70,0	165,4	186,0
1,5	26,1	69,3	163,5	183,3

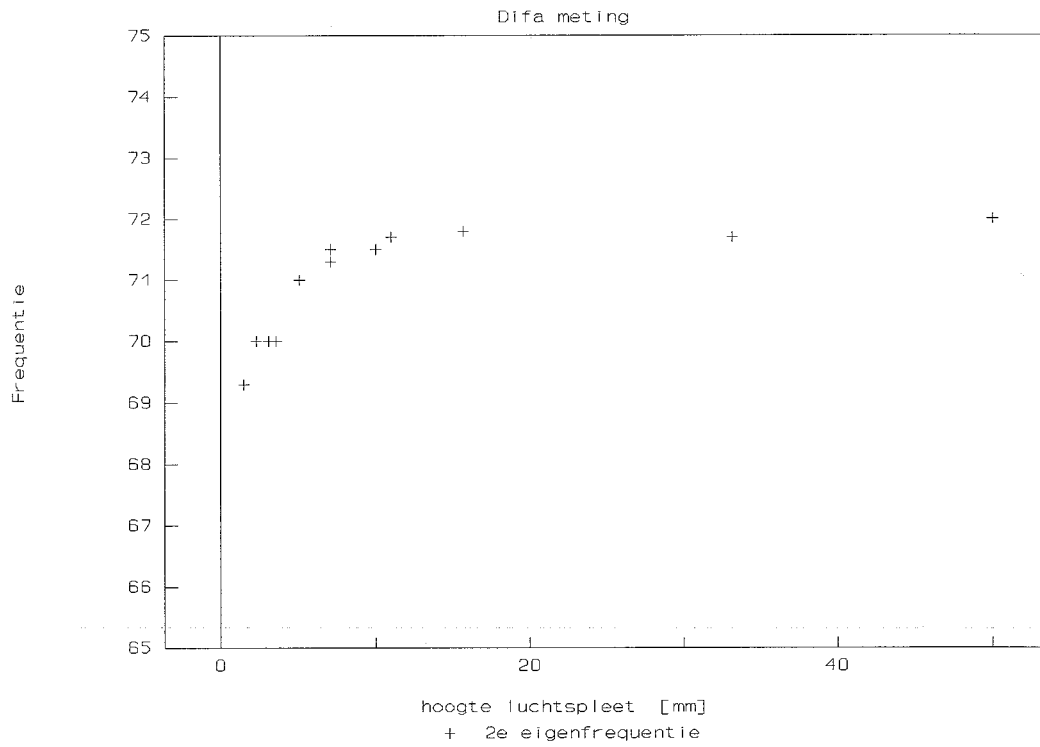
### Gemeten Eigenfrequentie



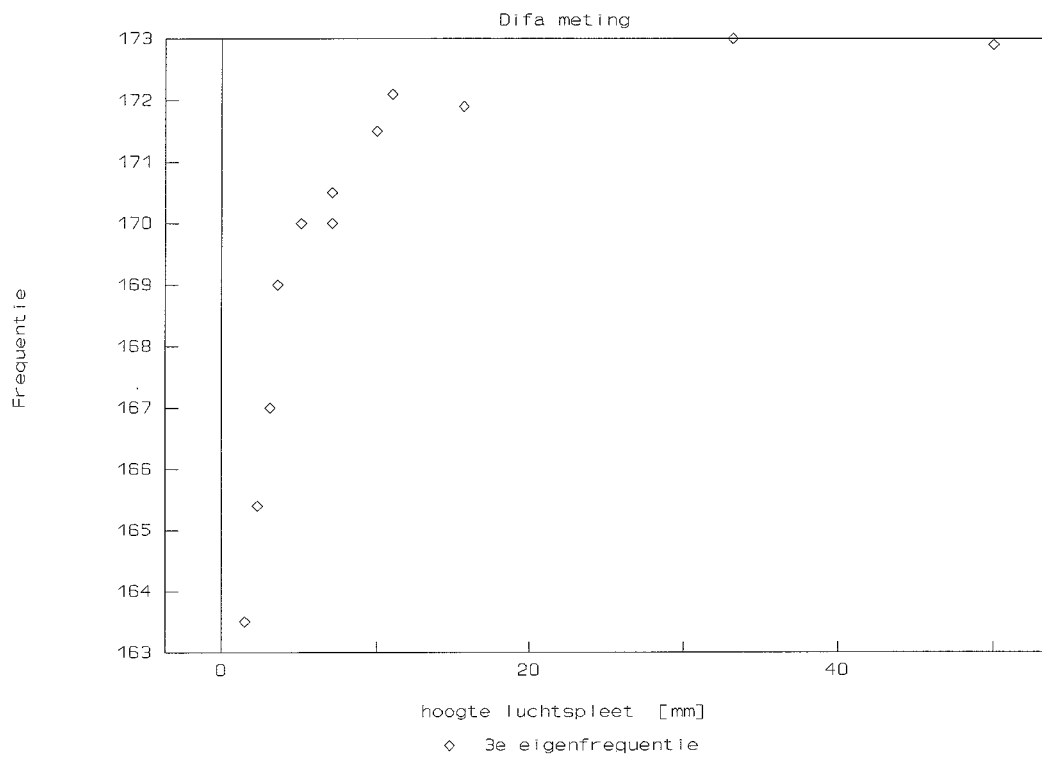
### Gemeten Eigenfrequentie



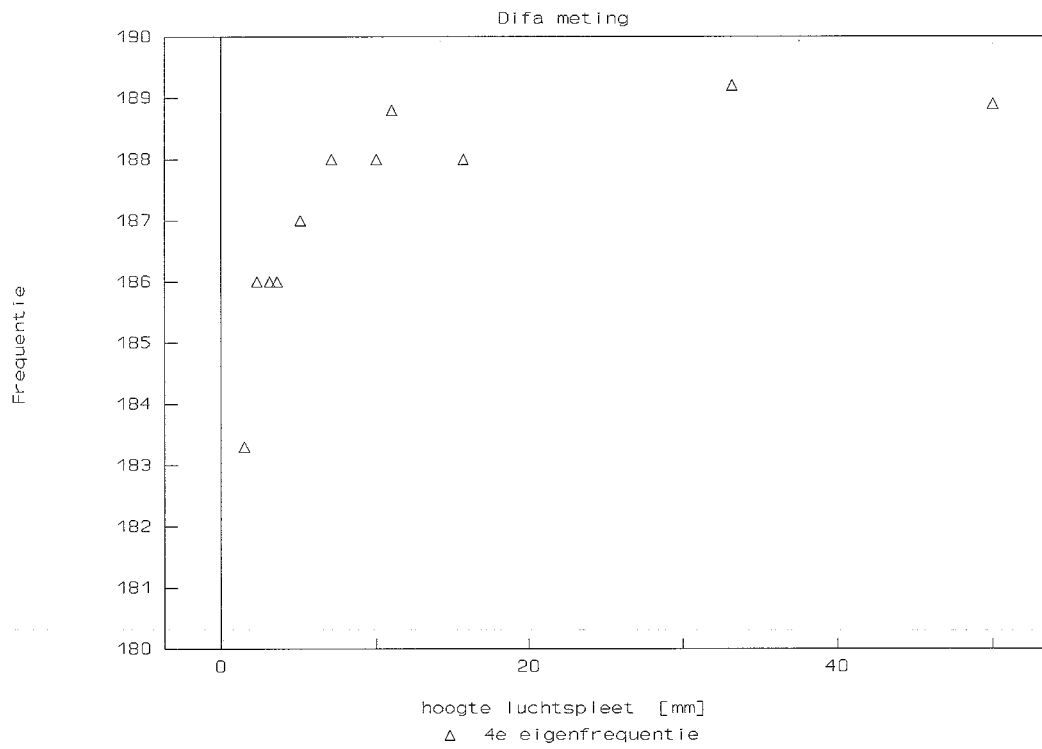
### Gemeten Eigenfrequentie



### Gemeten Eigenfrequentie



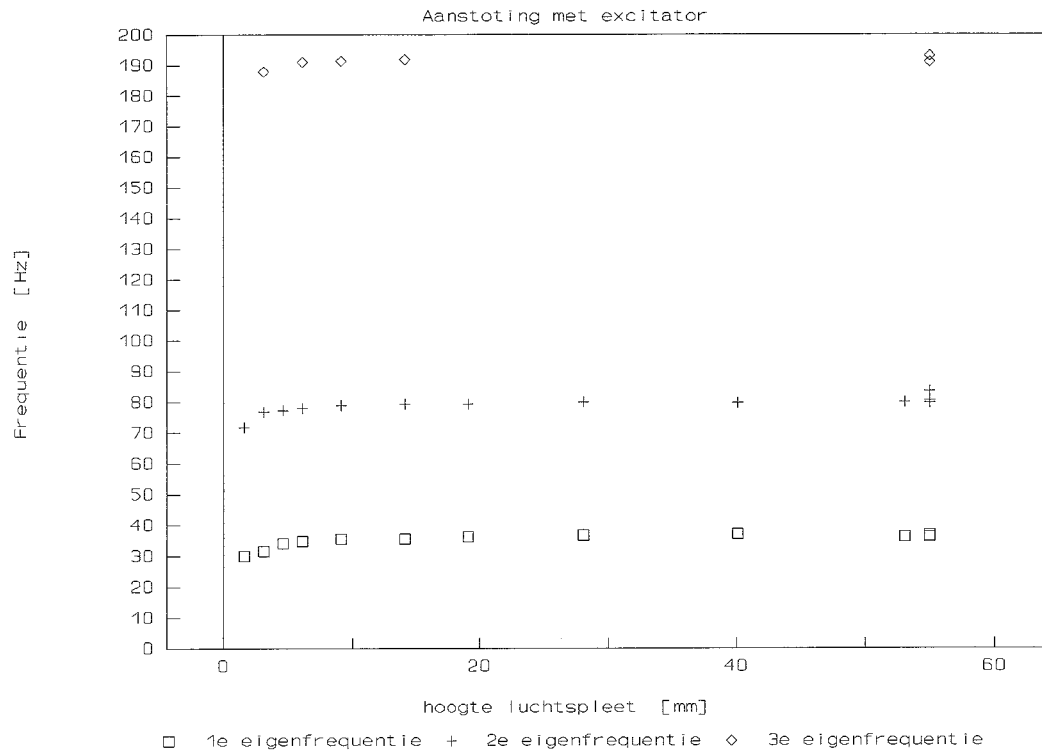
### Gemeten Eigenfrequentie



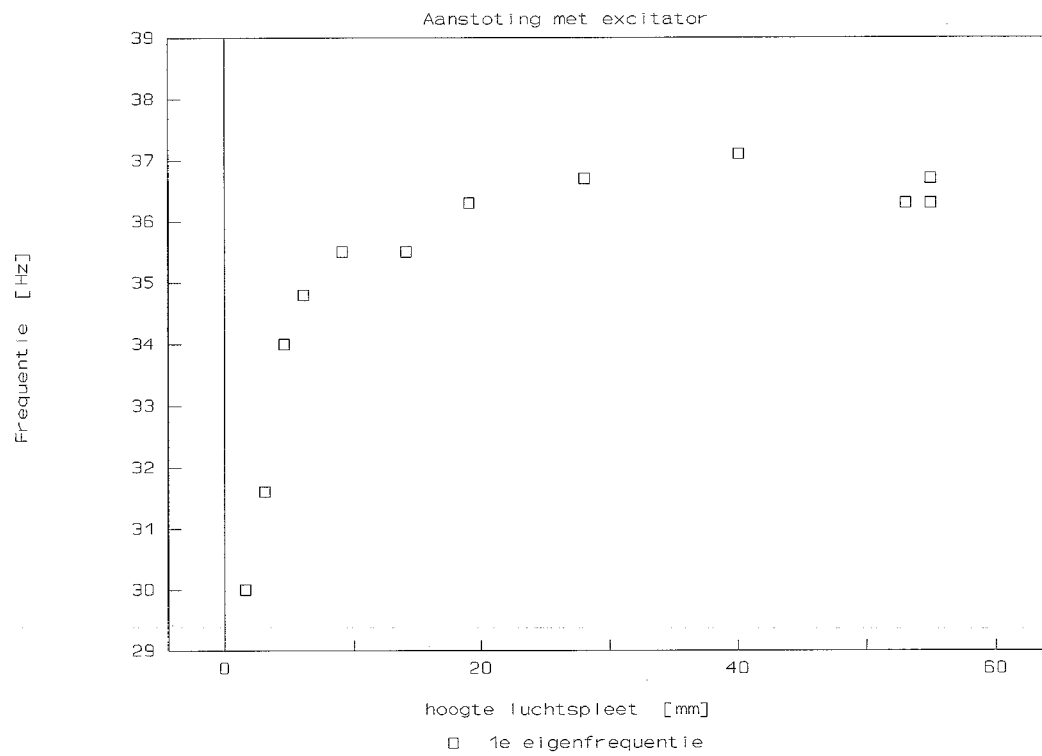
De gemeten eigenfrequenties gemeten met DIFA waarbij de plaat werd aangestoten met een excitator. De in dit geval **rechthoekige plaat** is opgehangen in vier hoekpunten met M2 draadeinden.

Hoogte luchtspleet	1e eigen- frequentie	2e eigen- frequentie	3e eigen- frequentie
[mm]	[Hz]	[Hz]	[Hz]
1,6	30,0	71,7	
3,1	31,6	76,9	187,9
4,6	34,0	77,3	
6,1	34,8	78,0	191,0
9,1	35,5	78,9	191,4
14,1	35,5	79,3	191,8
19,1	36,3	79,3	
28,1	36,7	80,0	
40,1	37,1	79,7	
53,1	36,3	80,0	
55,0	36,7	83,5	
55,0	36,7	79,7	193,0
55,0	36,3	80,5	191,0

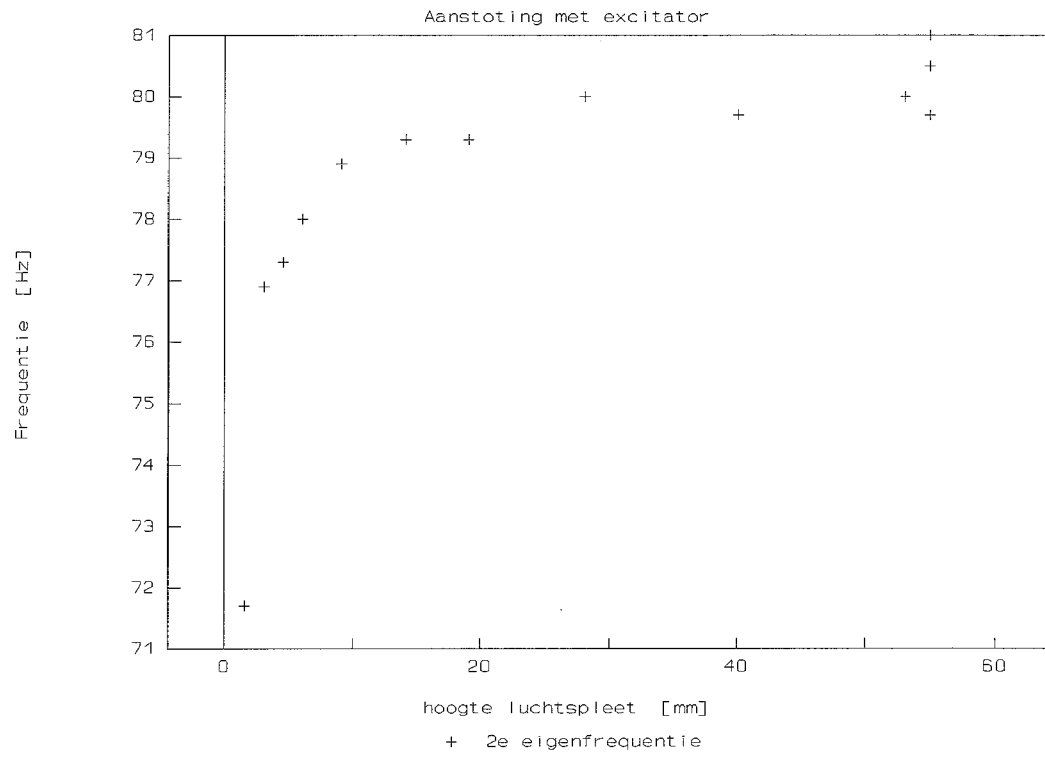
## Eigenfrequenties



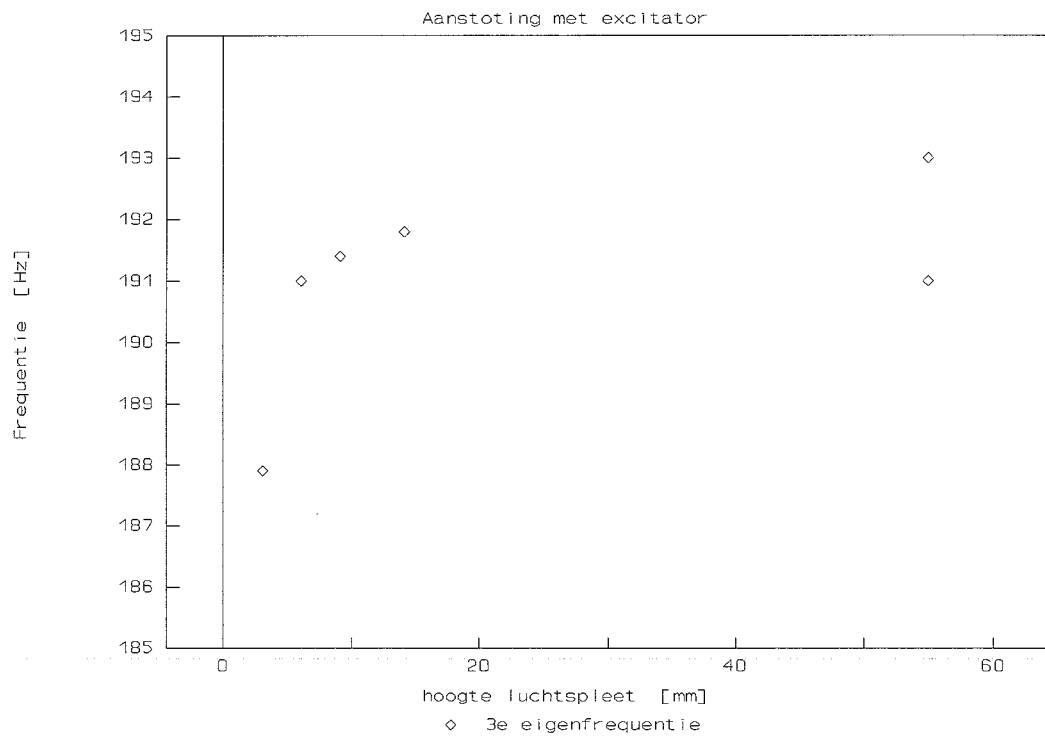
## Eigenfrequenties

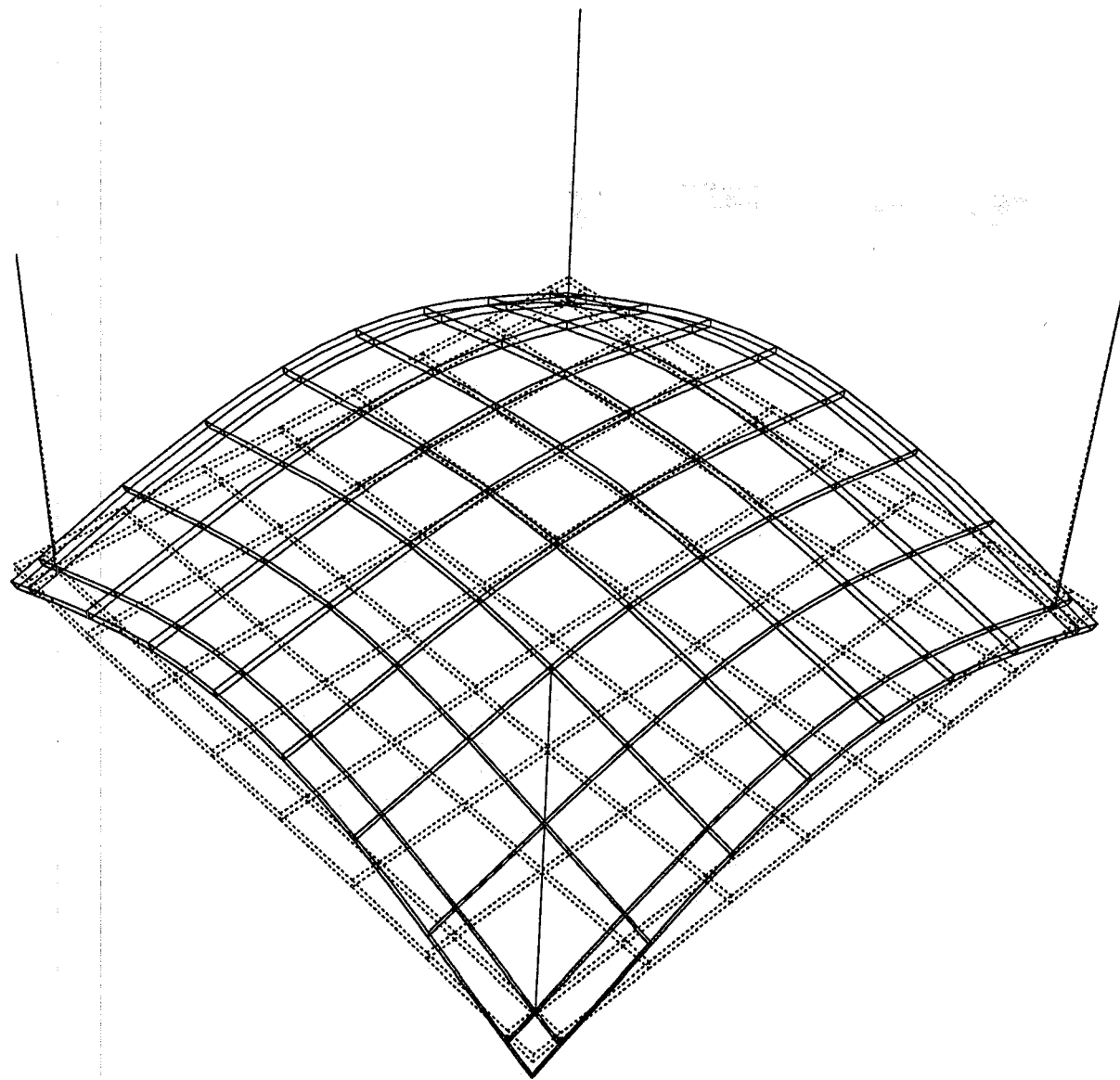


### Eigenfrequenties

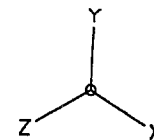


### Eigenfrequenties





MODEL



Eye point:

X= 5.000E+02

Y= 5.000E+02

Z= 5.000E+02

ANALYSIS

Eigenvalue

Eigenmode 3

frequency:

f= 31.99 Hz

NODAL DATA

Displacements

Extreme values:

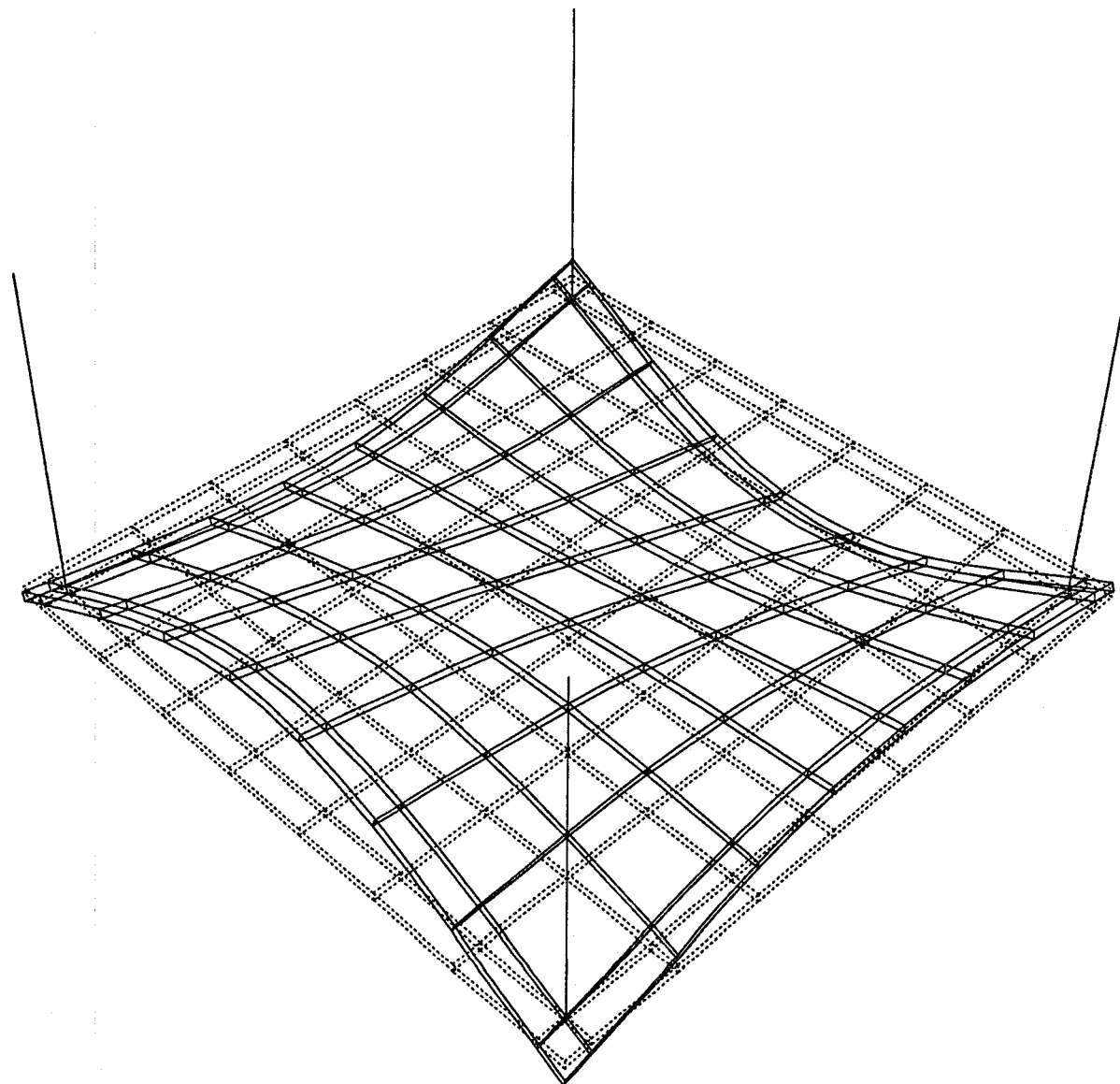
max= 1.000E+00

min= 0.000E+00

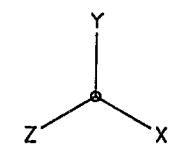
Deform. x 4.614E+01







MODEL



Eye point:  
 X= 5.000E+02  
 Y= 5.000E+02  
 Z= 5.000E+02

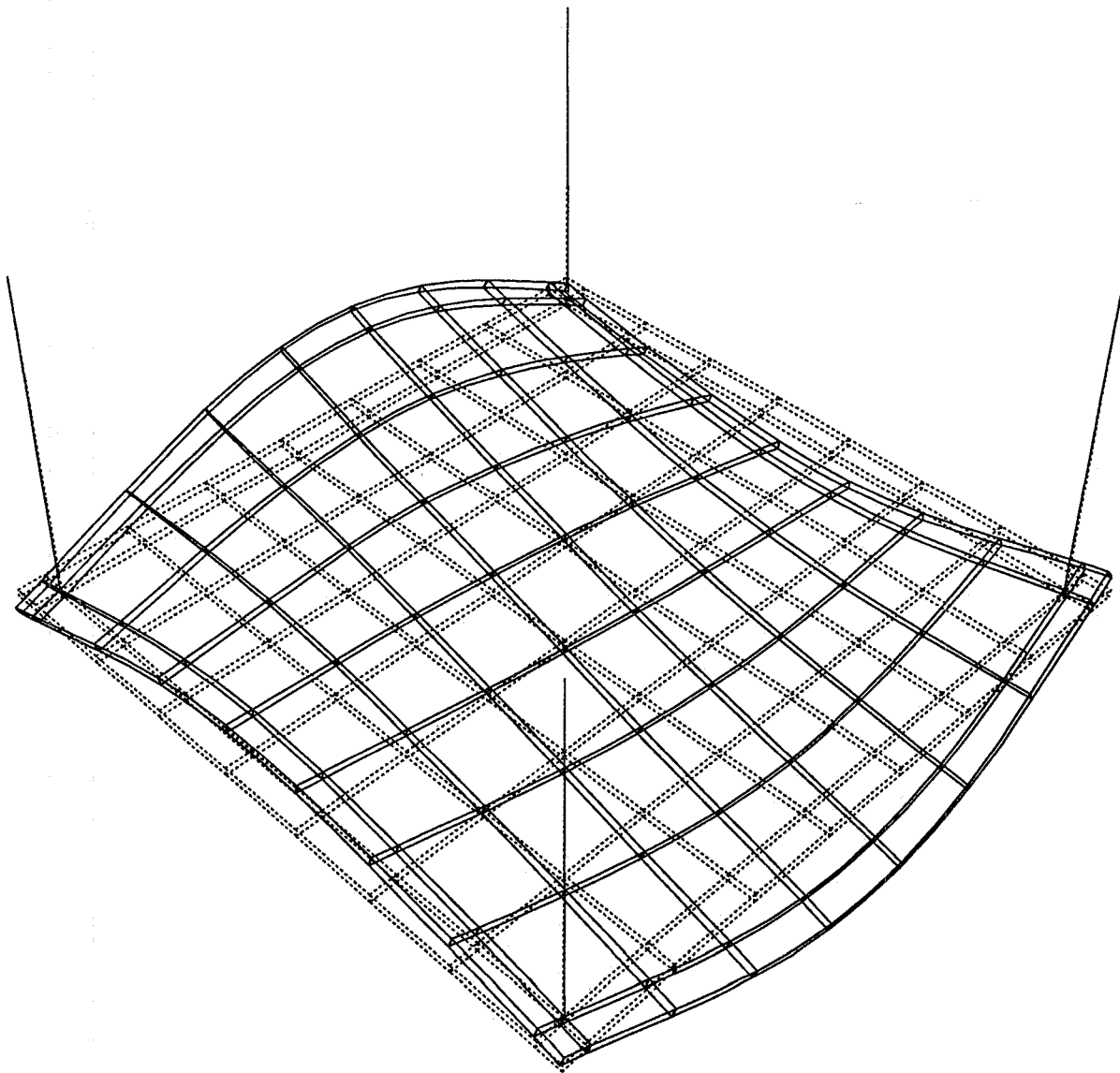
ANALYSIS

Eigenvalue  
 Eigenmode 5  
 frequency:  
 f= 64.20 Hz

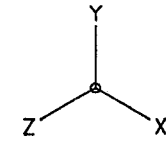
NODAL DATA

Displacements  
 Extreme values:  
 max= 1.000E+00  
 min= 0.000E+00  
 Deform. x 4.613E+01

IDEAS MODEL NAME : PLAATFINE



MODEL



Eye point:

X= 5.000E+02  
 Y= 5.000E+02  
 Z= 5.000E+02

ANALYSIS

Eigenvalue  
 Eigenmode 6  
 frequency:  
 f= 64.20 Hz

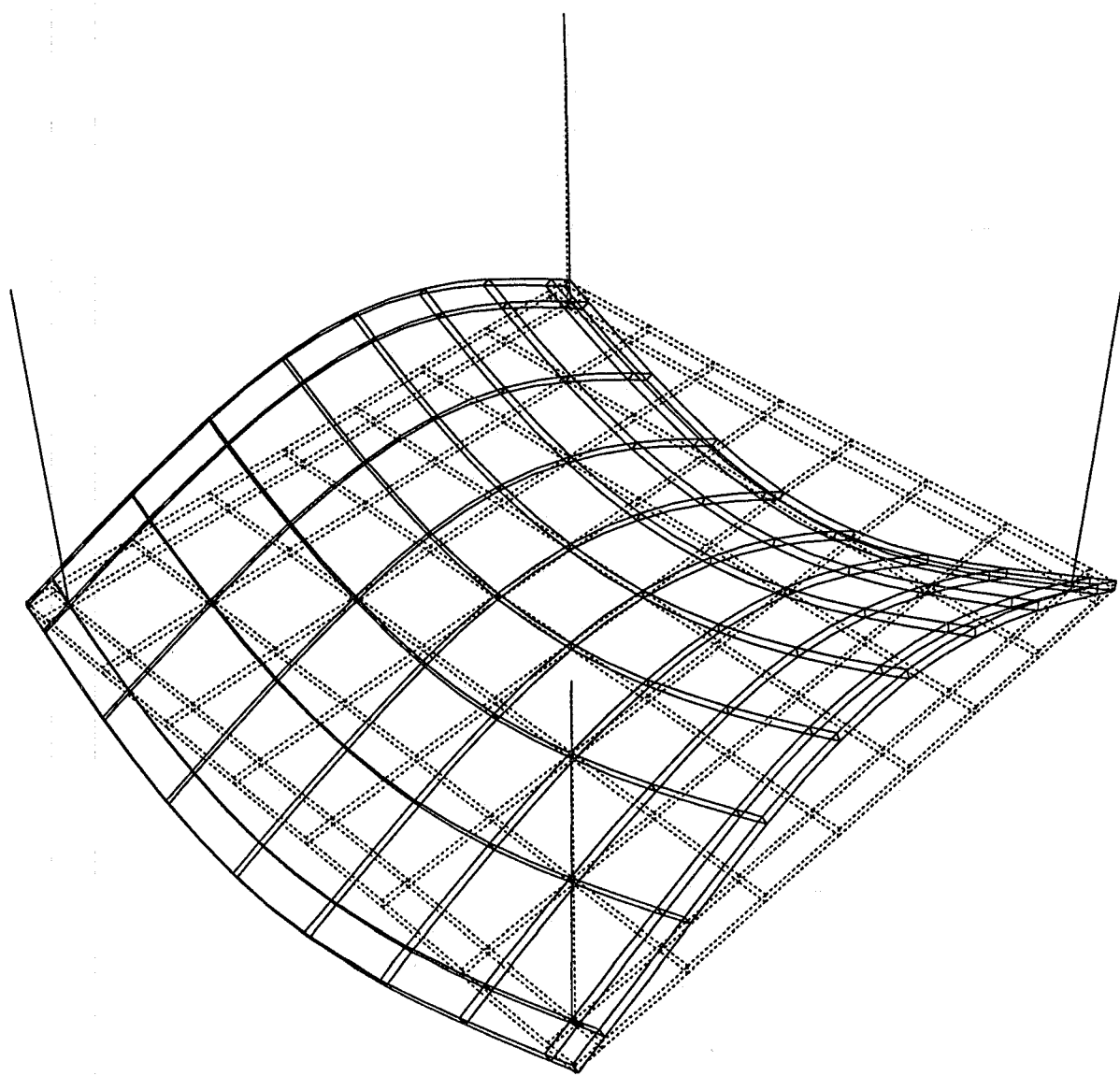
NODAL DATA

Displacements  
 Extreme values:  
 max= 1.000E+00  
 min= 0.000E+00  
 Deform. x 4.613E+01

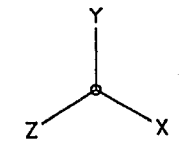
IDEAS MODEL NAME : PLAATFINE

DIANA 5.0  
 mode005.pic  
 8-Mar-93 15:53





MODEL



Eye point:  
 X= 5.000E+02  
 Y= 5.000E+02  
 Z= 5.000E+02

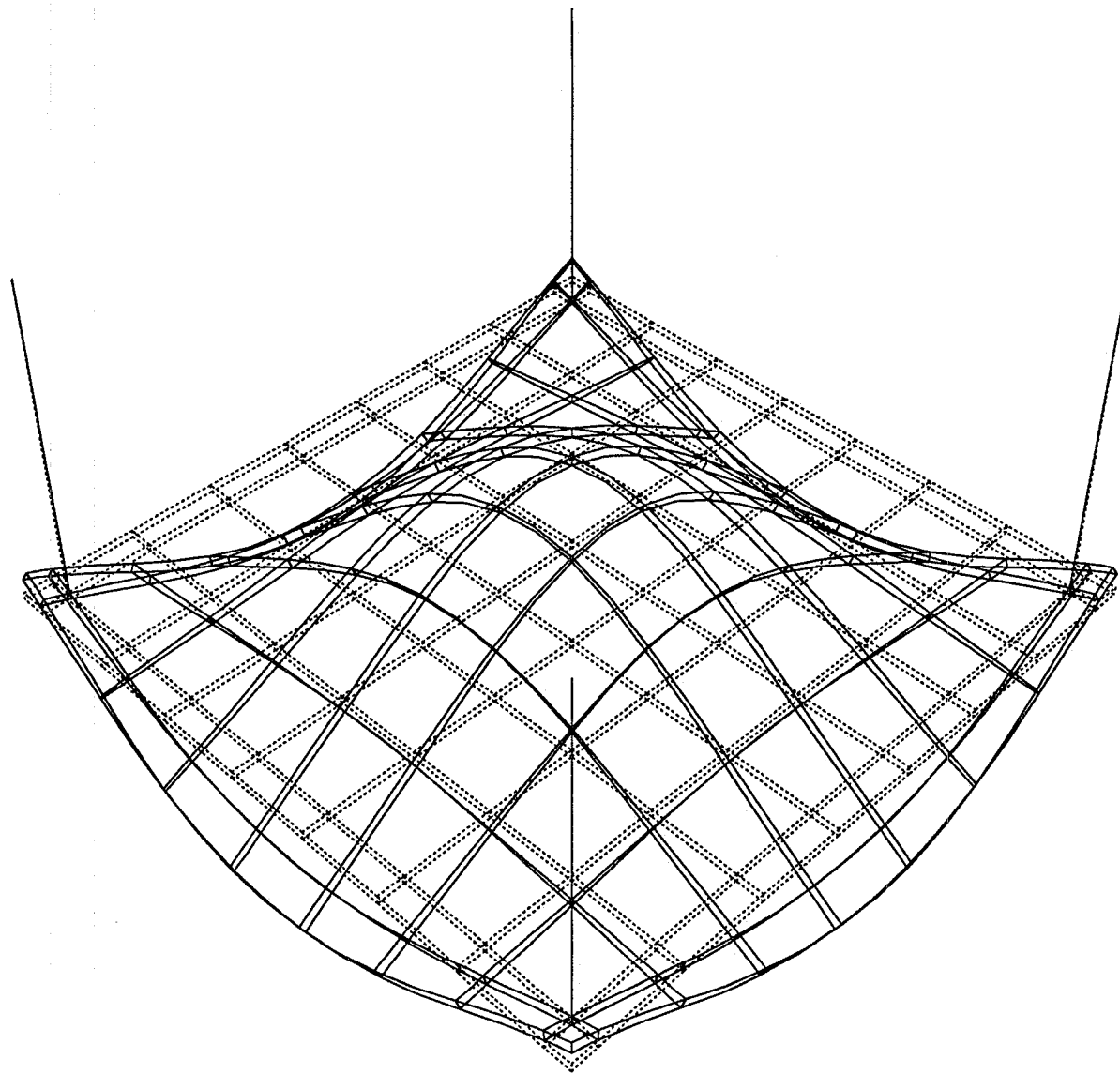
ANALYSIS  
 Eigenvalue  
 Eigenmode 7  
 frequency:  
 f= 66.58 Hz

NODAL DATA  
 Displacements  
 Extreme values:  
 max= 1.000E+00  
 min= 0.000E+00  
 Deform. x 4.613E+01

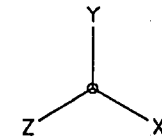
IDEAS MODEL NAME : PLAATFINE

DIANA 5.0  
 mode006.pic  
 8--Mar--93 15:54





MODEL



Eye point:  
 X= 5.000E+02  
 Y= 5.000E+02  
 Z= 5.000E+02

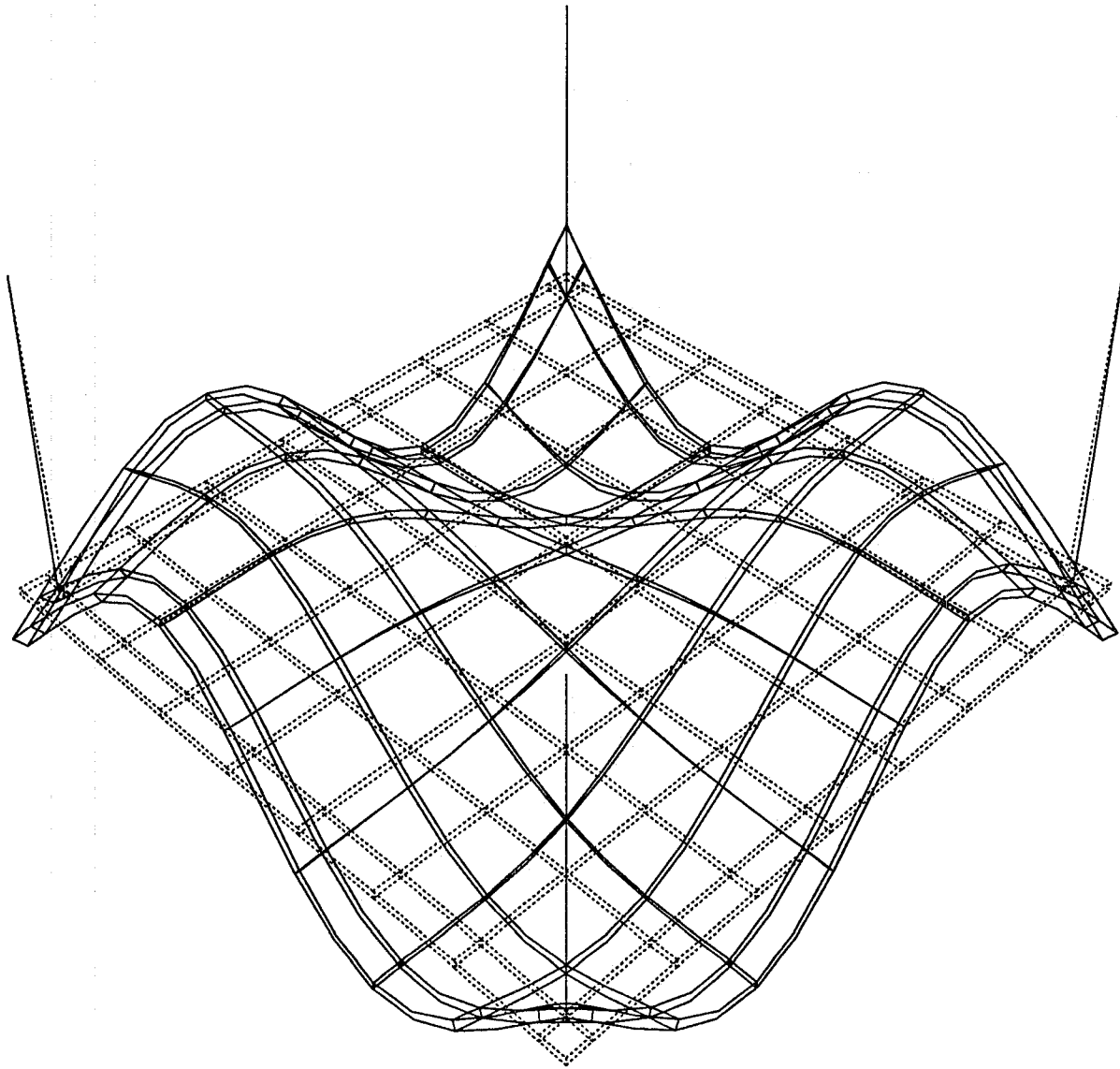
ANALYSIS  
 Eigenvalue  
 Eigenmode 8  
 frequency:  
 f= 170.0 Hz

NODAL DATA  
 Displacements  
 Extreme values:  
 max= 1.000E+00  
 min= 0.000E+00  
 Deform. x 4.617E+01

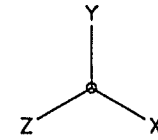
IDEAS MODEL NAME : PLAATFINE

DIANA<sup>5.0</sup>  
 made007.pic  
 8-Mar-93 15:54





MODEL



Eye point:  
 X= 5.000E+02  
 Y= 5.000E+02  
 Z= 5.000E+02

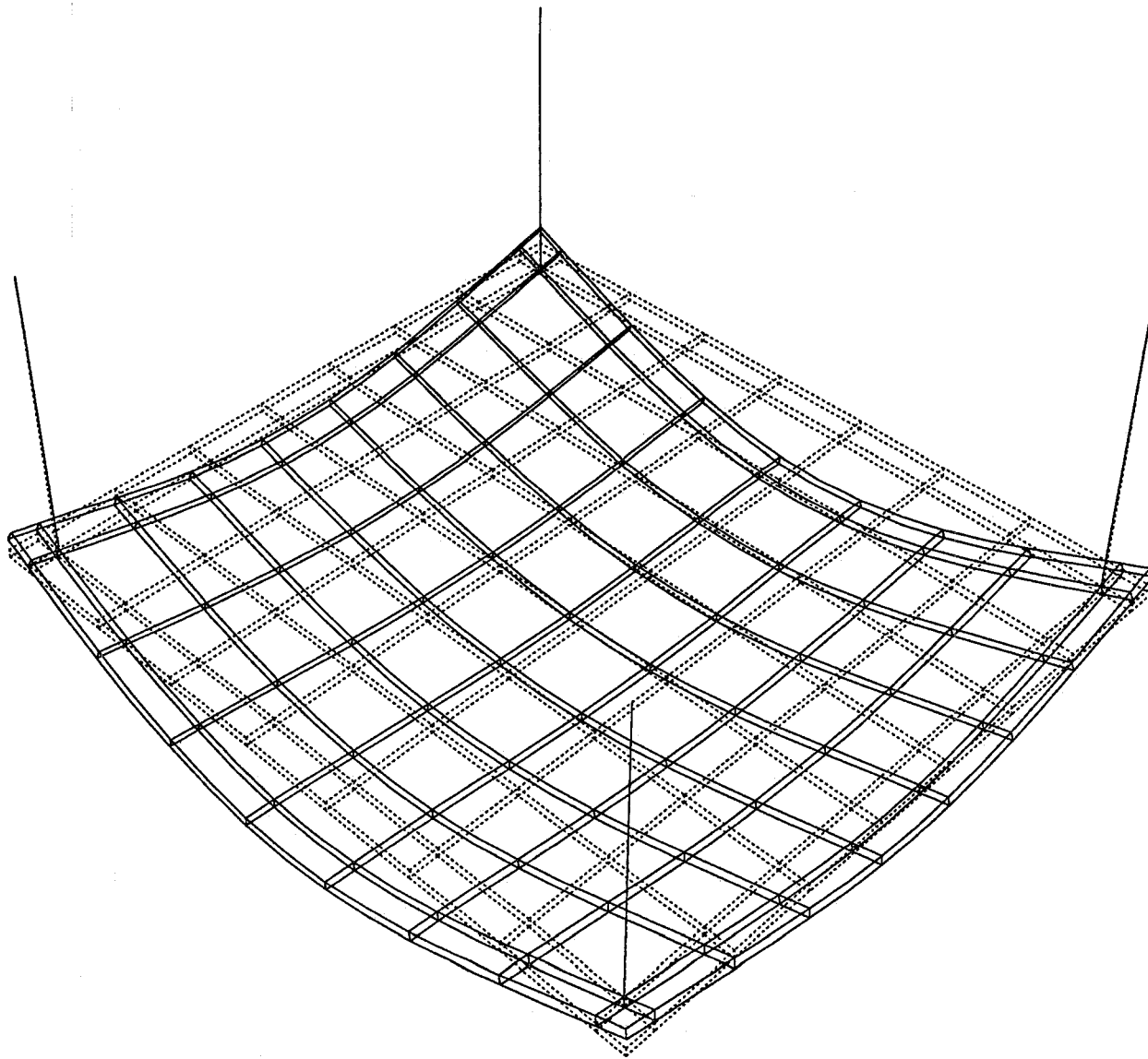
ANALYSIS

Eigenvalue  
 Eigenmode 9  
 frequency:  
 f= 174.5 Hz

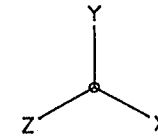
NODAL DATA

Displacements  
 Extreme values:  
 max= 1.000E+00  
 min= 0.000E+00  
 Deform. x 4.614E+01





MODEL



Eye point:

X= 5.000E+02  
 Y= 5.000E+02  
 Z= 5.000E+02

ANALYSIS

Eigenvalue  
 Eigenmode 4  
 frequency:  
 f= 35.83 Hz

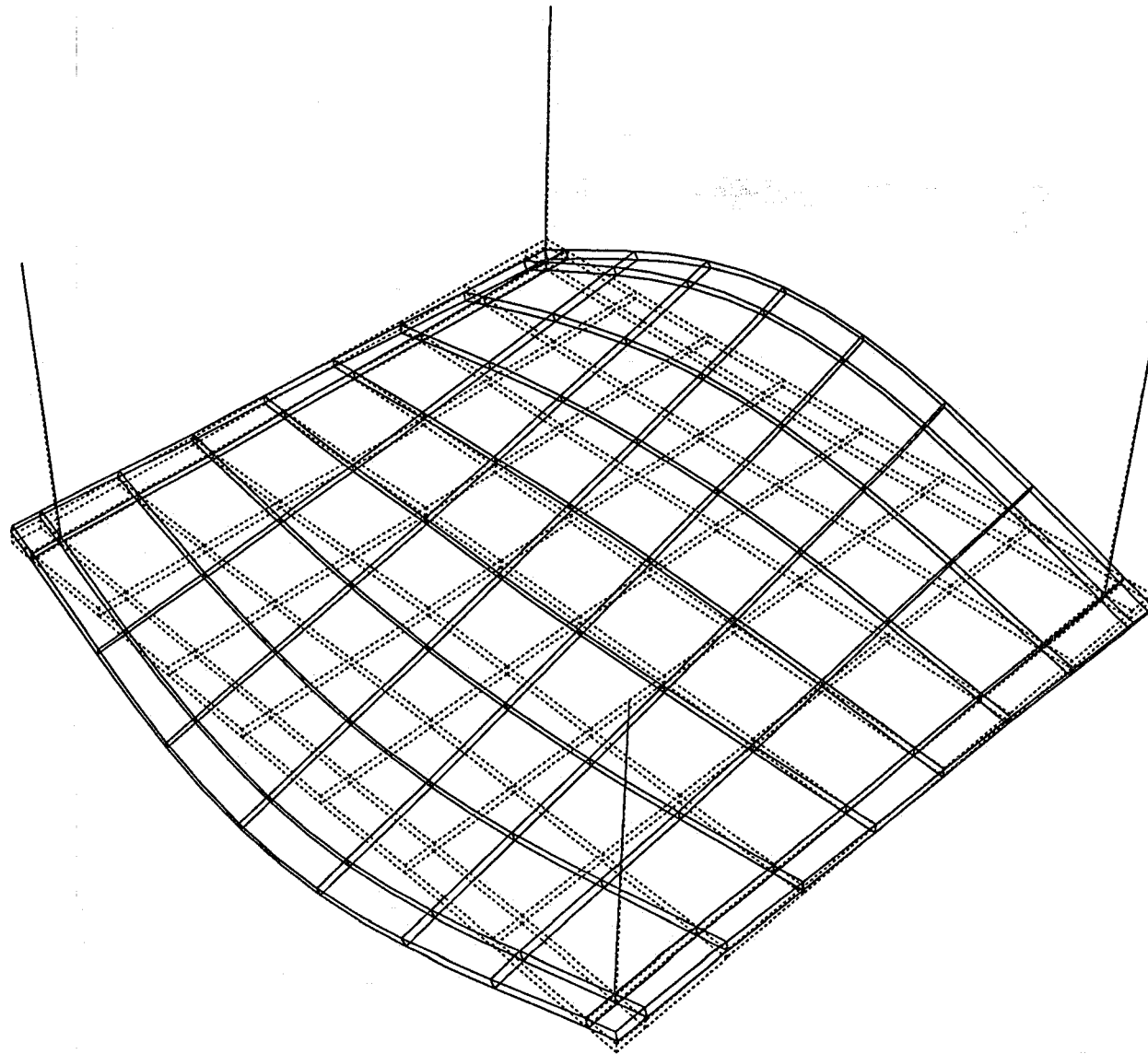
NODAL DATA

Displacements  
 Extreme values:  
 max= 1.000E+00  
 min= 0.000E+00  
 Deform. x 4.052E+01

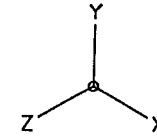
IDEAS MODEL NAME : PVC-PLAAT

DIANA 5.0  
 mode003.pic  
 23-Mar-93 16:04





MODEL



Eye point:

X= 5.000E+02  
 Y= 5.000E+02  
 Z= 5.000E+02

ANALYSIS

Eigenvalue  
 Eigenmode 5  
 frequency:  
 f= 69.85 Hz

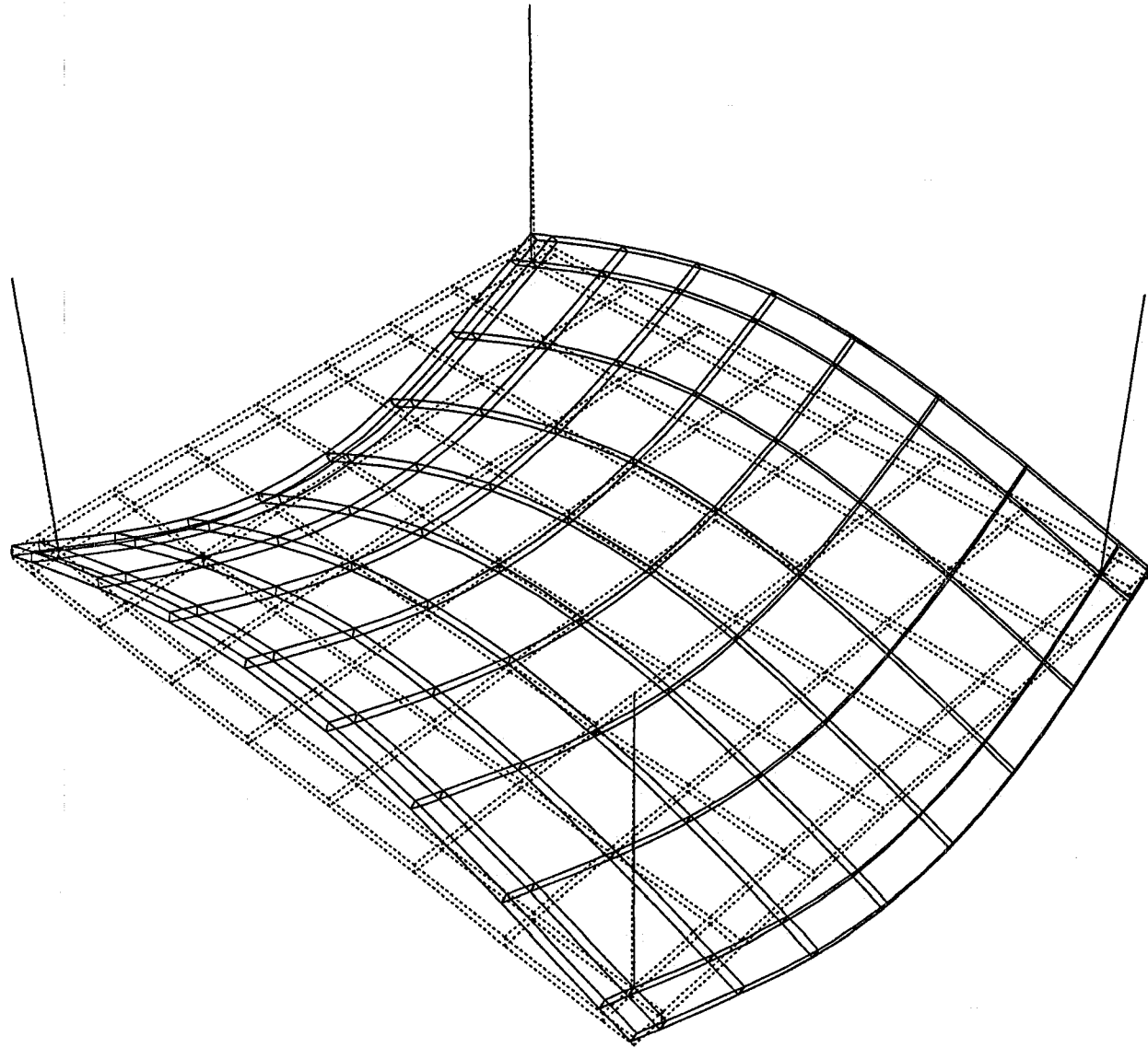
NODAL DATA

Displacements  
 Extreme values:  
 max= 1.000E+00  
 min= 0.000E+00  
 Deform. x 4.046E+01

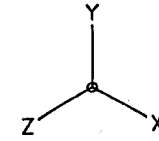
IDEAS MODEL NAME : PVC-PLAAT

DIANA 5.0  
 mode004.pic  
 23-Mar-93 16:05





MODEL



Eye point:

X= 5.000E+02

Y= 5.000E+02

Z= 5.000E+02

ANALYSIS

Eigenvalue

Eigenmode 6

frequency:

f= 77.70 Hz

NODAL DATA

Displacements

Extreme values:

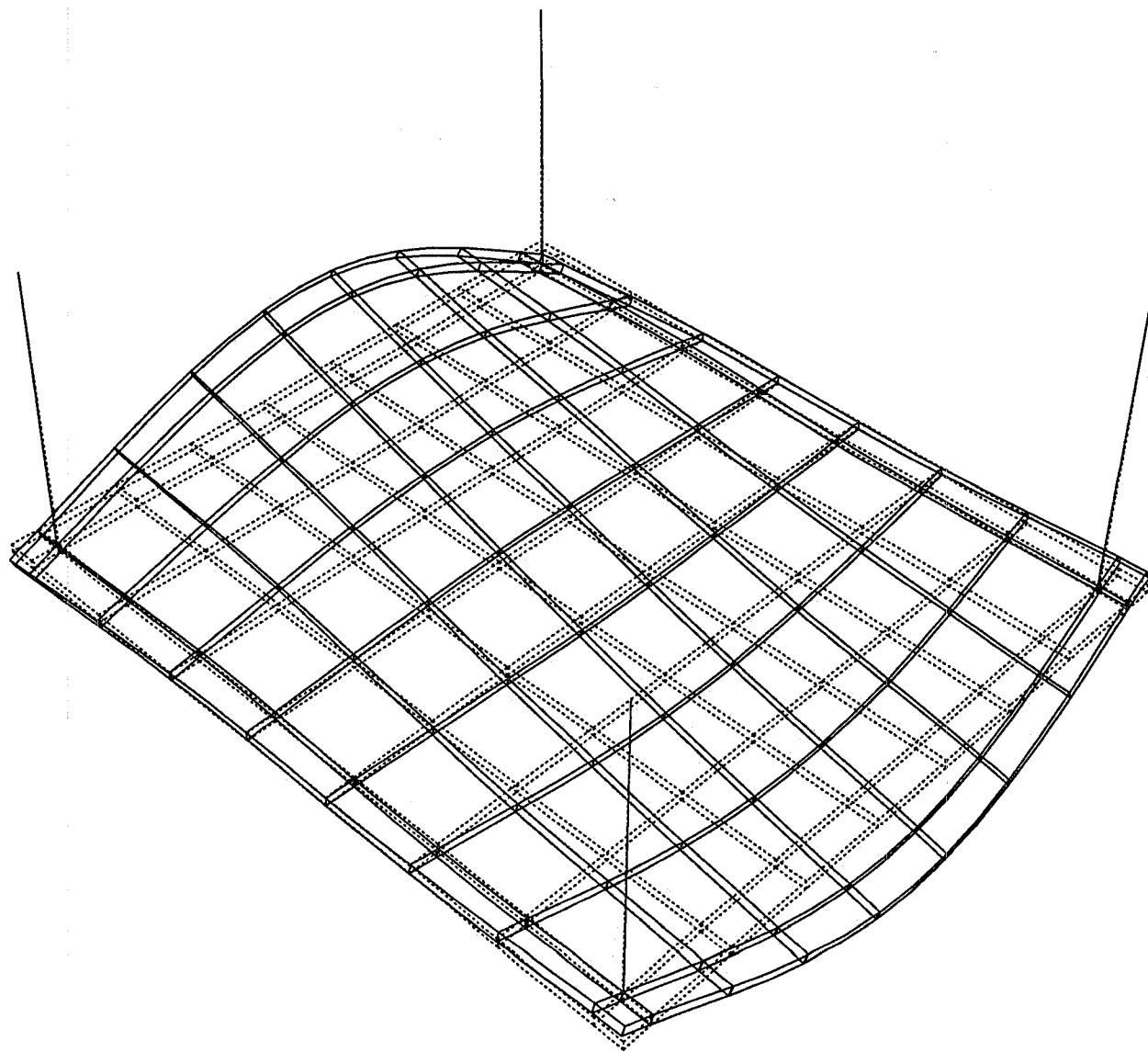
max= 1.000E+00

min= 0.000E+00

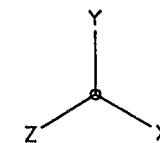
Deform. x 4.051E+01







MODEL



Eye point:  
 X= 5.000E+02  
 Y= 5.000E+02  
 Z= 5.000E+02

ANALYSIS

Eigenvalue  
 Eigenmode 7  
 frequency:  
 f= 78.02 Hz

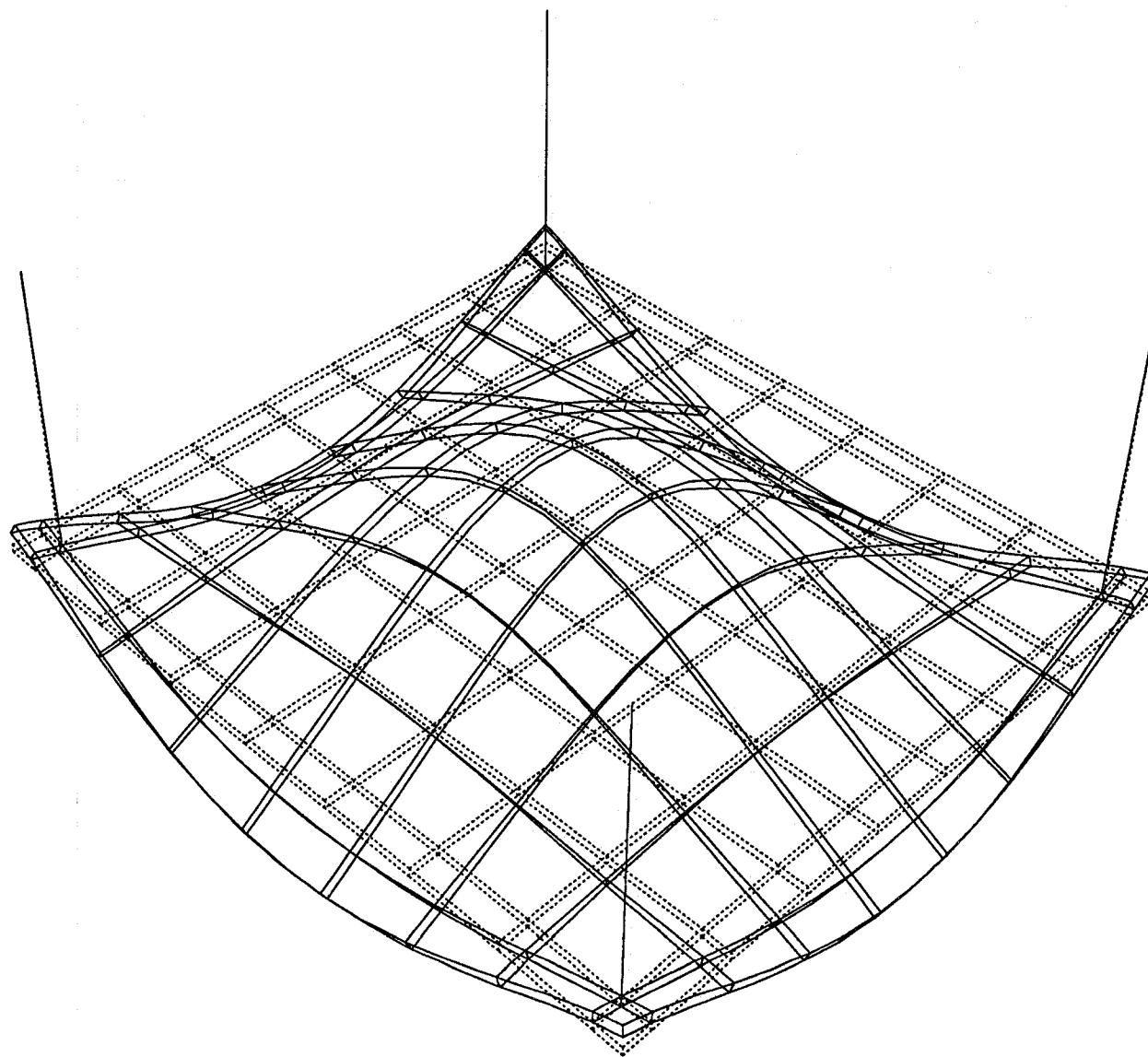
NODAL DATA

Displacements  
 Extreme values:  
 max= 1.000E+00  
 min= 0.000E+00  
 Deform. x 4.046E+01

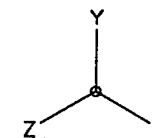
IDEAS MODEL NAME : PVC-PLAAT

DIANA<sup>5.0</sup>  
 mode006.pic  
 23-Mar-93 16:06





MODEL



Eye point:  
 X= 5.000E+02  
 Y= 5.000E+02  
 Z= 5.000E+02

ANALYSIS

Eigenvalue  
 Eigenmode 8  
 frequency:  
 f= 194.9 Hz

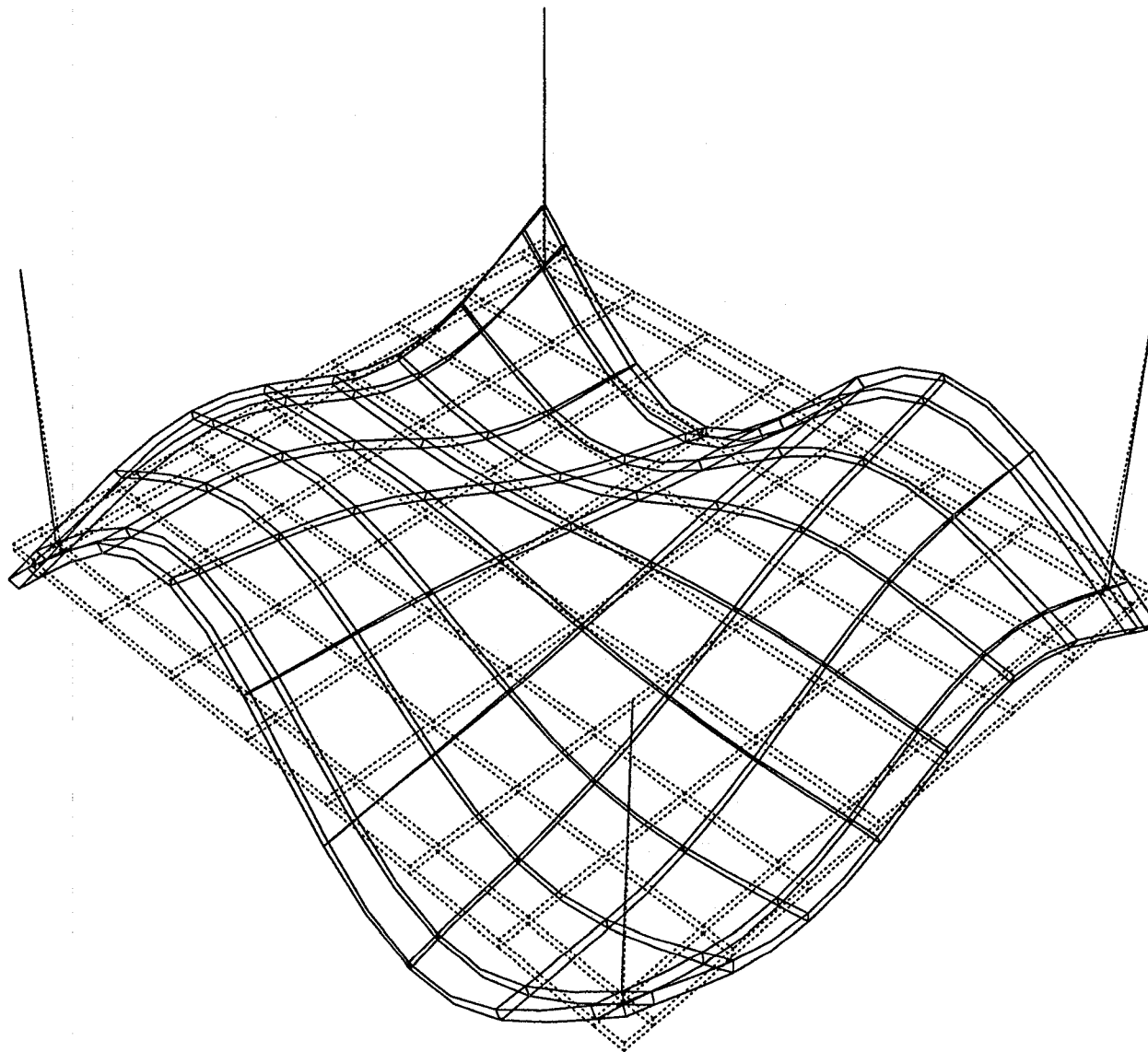
NODAL DATA

Displacements  
 Extreme values:  
 max= 1.001E+00  
 min= 0.000E+00  
 Deform. x 4.049E+01

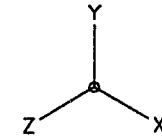
IDEAS MODEL NAME : PVC-PLAAT

DIANA 5.0  
 mode007.pic  
 23-Mar-93 16:07





MODEL



Eye point:  
X= 5.000E+02  
Y= 5.000E+02  
Z= 5.000E+02

ANALYSIS

Eigenvalue  
Eigenmode 9  
frequency:  
f= 195.3 Hz

NODAL DATA

Displacements  
Extreme values:  
max= 1.000E+00  
min= 0.000E+00  
Deform. x 4.047E+01





Omdat de structuur van de zonnepanelen een soort van laminaat is zijn er ook proeven gedaan met een materiaal, een laminaat, dat veel lichter en stijver als de PVC-plaat. In de huidige opstelling gaf dat de volgende resultaten. Hierin is het niet echt duidelijk hoe de frequenties verlopen. In deze opstelling is het dus niet gelukt om een duidelijk verloop te krijgen. Daarom is er ook niet verder gegaan met de simulatie en met het nemen van proeven van dit materiaal. Toch geef ik even de resultaten weer.

Gevonden eigenfrequenties van een laminaat, opgehangen in vier punten met M4. De luchtlaaghoogte wordt gevarieerd.

hoogte splt [mm]	frequentie [Hz]	hoogte splt [mm]	frequentie [Hz]	hoogte splt [mm]	frequentie [Hz]	hoogte splt [mm]	frequentie [Hz]
89	76,6	26	76,6	13	76,8	10	76,6
89	146,6	26	182,8	13	147,0	10	147,0
89	208,4	26	199,6	13	157,6	10	157,6
89	216,0	26	207,6	13	182,2	10	161,8
89	228,6	26	213,4	13	198,8	10	182,2
89	236,6	26	215,0	13	204,0	10	197,6
		26	228,0	13	211,6	10	202,6
		26	236,0	13	236,0		
7	76,6	4	76,6	1,5	76,6		
7	110,6	4	146,4	1,5	109,7		
7	146,8	4	157,6	1,5	144,8		
7	157,6	4	161,4	1,5	153,4		
7	161,6	4	176,2	1,5	159,5		
7	182,0	4	180,6	1,5	164,6		
7	194,2	4	184,4	1,5	0,0		

### Frequentieverloop

De invloed van de luchtlaagdikte

