

Modellen en analyse : de flens

Citation for published version (APA):

Sniekers, R. J. J. M., & Hoogenboom, S. M. (1991). *Modellen en analyse : de flens*. (TH Eindhoven. Afd. Werktuigbouwkunde, Vakgroep Produktietechnologie : WPB; Vol. WPA1062). Technische Universiteit Eindhoven.

Document status and date:

Gepubliceerd: 01/01/1991

Document Version:

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

www.tue.nl/taverne

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

openaccess@tue.nl

providing details and we will investigate your claim.

**IOP-M Dieptrekken
Modellen en Analyse : De Flens**

**ir. R.J.J.M. Sniekers
ir. S.M. Hoogenboom**

IOP-M 007 WPA 1062

Inhoud

–Inhoud	1
Hoofdstuk 1 – Inleiding	2
1.1. –Probleemstelling	2
1.2. –Doel van de analyse	3
Hoofdstuk 2 – Bovengrensanalyse	4
2.1. –Modellering	4
2.2. –Analyse	5
2.3. –Dimensieloze formulering	10
2.4. –Numerieke verwerking	12
Hoofdstuk 3 – Evenwichtsanalyse	14
3.1. –Modellering	14
3.2. –Analyse	15
3.3. –Dimensieloze formulering	18
3.4. –Numerieke verwerking	20
Hoofdstuk 4 – Vergelijking resultaten analysemethoden en conclusies	21
4.1. –Resultaten	21
4.2. –Conclusies	24
–Literatuurlijst	25

Hoofdstuk 1 – Inleiding

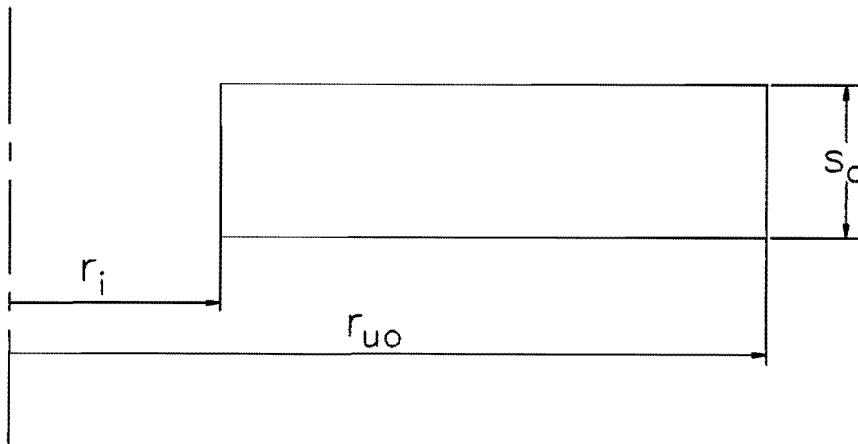
1.1. Probleemstelling

Bij het analyseren van de deformatieprocessen welke optreden in de flens tijdens het dieptrekproces wordt veelal uitgegaan van de aanname dat de flens tijdens het dieptrekproces planparallel blijft. In het nu volgende zal worden nagegaan in hoeverre deze aanname juist is.

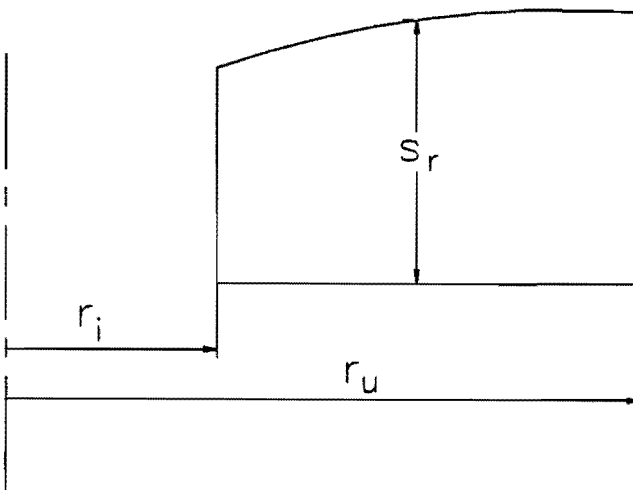
In dit rapport zijn grootheden gebruikt conform concept "IOP–M Dieptrekken, TUE 1990, Terminologie". Uitzondering hierop vormt het gebruik van r_i . In dit verslag is r_i gedefinieerd als de binnenrand van de flens. Verder zijn in de analyse enkele extra grootheden gedefinieerd om het schrijfwerk te vereenvoudigen.

1.2. – Doel van de Analyse.

Doel van de analyse is de berekening van de momentane geometrie van de flens tijdens het dieptrekproces.



figuur 1.1 – de initiele toestand



figuur 1.2 – de momentane toestand

In de bovenstaande figuren zijn respectievelijk de initiele en een mogelijke momentane toestand weergegeven. Middels modelleringen met behulp van enerzijds de bovengrensmethode en anderzijds de evenwichtsmethode zal getracht worden bovenstaande deformatie te beschrijven.

Hoofdstuk 2 – Bovengrensanalyse

2.1. – Modellerings

In de nu volgende analyse wordt gebruik gemaakt van het bovengrenstheorema (zie [1], [2] en [4]), gebaseerd op een modellerings van het snelheids veld.

De flens deformeert ten gevolge van het feit dat op de positie $r = r_1$ de radiale snelheid \dot{u}_0 is voorgeschreven.

Hierbij worden de volgende aannames gedaan :

$$-\dot{u}_z = \left(\alpha + \gamma \cdot \frac{r}{r_1} \right) \cdot \frac{z}{s_0} \dot{u}_0 \quad \text{en} \quad \dot{u}_r \neq \dot{u}_r(z) \quad 2.1$$

- Hierin zijn α en γ vrije parameters waarnaar geoptimaliseerd gaat worden.
- Vermogen verricht door de plooihouderkracht wordt verwaarloosd.
- De wrijving wordt gemodelleerd door een radiale trekspanning op de positie $r = r_u$ voor te schrijven
- Beschouwd wordt exponentieel verstevigend isotroop materiaal.

$$\sigma_f = C \cdot (\bar{\epsilon} + \epsilon_0)^n \quad 2.2$$

- Als vloeivoorwaarde wordt de von Mises vergelijking gebruikt.
- De elastische deformatie wordt verwaarloosd, het materiaal incompressibel is.

Bovenstaande aannames zijn gedaan op basis van kwalitatieve beschouwingen. Ten gevolge van het feit dat de omtreksspanning aan de buitenrand het grootste is, zal hier de meeste stuik in omtreksrichting plaatsvinden, waardoor aan die buitenrand de diktetoename ook het grootst zal zijn. Aangezien de plooihouder als star lichaam mag worden beschouwd, zal de plooihouderkracht zich dan ook op een smalle ring aan de buitenrand van het materiaal concentreren. De invloed van de wrijving ter plaatse wordt nu gemodelleerd door een trekspanning op de rand. E.e.a. blijkt in de praktijk ook op te treden. Om dit in de berekening te realiseren wordt verondersteld dat de wrijving aangrijpt op $r = r_u$. De tweede aanname volgt uit het feit dat de plooihoudersnelheid verwaarloosbaar is.

Om de wrijvingschuifspanning te berekenen wordt het model volgens Coulomb gebruikt. Dit wrijvingsmodel is gekozen omdat de plooihouderdruk relatief laag is, ondanks het feit dat deze geconcentreerd is op een smalle ring, ten opzichte van de vloeispanning. Bij lage contactdrukken voldoet het model van Coulomb beter dan het von Mises model.

2.2. — Analyse

Om de radiale snelheid \dot{u}_r te bepalen wordt gebruik gemaakt van het incompressibele materiaalgedrag. Met locale volumeinvariantie geldt dan :

$$\frac{\partial \dot{u}_z}{\partial z} + \frac{\partial \dot{u}_r}{\partial r} + \frac{\dot{u}_r}{r} = 0 \quad 2.3$$

Met (2.1) is

$$\frac{\partial \dot{u}_z}{\partial z} = \left(\alpha + \gamma \cdot \frac{r}{r_i} \right) \cdot \frac{\dot{u}_0}{s_0} \quad 2.4$$

Of met (2.3)

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \cdot (r \cdot \dot{u}_r) = - \left(\alpha + \gamma \cdot \frac{r}{r_i} \right) \cdot \frac{\dot{u}_0}{s_0} \quad 2.5$$

Opgelost geeft dit :

$$\dot{u}_r = - \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\gamma}{3} \cdot \frac{r}{r_i} \right) \cdot r \cdot \frac{\dot{u}_0}{s_0} + \frac{K}{r} \quad 2.6$$

In de bovenstaande formule staat nog een integratieconstante K, welke bepaald moet worden met behulp van de randvoorwaarde $\dot{u}_r = -\dot{u}_0$ op de positie $r = r_i$, ofwel

$$-\dot{u}_0 = - \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\gamma}{3} \right) \cdot r_i \cdot \frac{\dot{u}_0}{s_0} + \frac{K}{r_i} \quad 2.7$$

Hiermee is

$$K = \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\gamma}{3} - \frac{s_0}{r_i} \right) \cdot \frac{\dot{u}_0}{s_0} \cdot r_i^2 \quad 2.8$$

Nu het snelheidsveld bekend is kunnen de reksnelheden, welke de momentane deformatiesnelheid van een deeltje beschrijven, afgeleid worden, er geldt :

$$\begin{aligned}\dot{\epsilon}_r &= \frac{\partial \dot{u}_r}{\partial r} = - \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{2\gamma}{3} \cdot \frac{r}{r_i} \right) \cdot \frac{\dot{u}_0}{s_0} - \frac{K}{r^2} \\ \dot{\epsilon}_\varphi &= \frac{\dot{u}_r}{r} = - \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\gamma}{3} \cdot \frac{r}{r_i} \right) \cdot \frac{\dot{u}_0}{s_0} + \frac{K}{r^2} \\ \dot{\epsilon}_z &= \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial z} = \left(\alpha + \gamma \cdot \frac{r}{r_i} \right) \cdot \frac{\dot{u}_0}{s_0}\end{aligned}\tag{2.9}$$

$$\dot{\epsilon}_{rz} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial \dot{u}_z}{\partial r} + \frac{\partial \dot{u}_r}{\partial z} \right) = \frac{\gamma}{2} \cdot \frac{z}{r_i} \cdot \frac{\dot{u}_0}{s_0}$$

$$\dot{\epsilon}_{r\varphi} = \dot{\epsilon}_{z\varphi} = 0$$

De effectieve reksnelheid kan nu bepaald worden met :

$$\dot{\epsilon} = \sqrt{\frac{2}{3} \left[\dot{\epsilon}_r^2 + \dot{\epsilon}_\varphi^2 + \dot{\epsilon}_z^2 \right] + \frac{4}{3} \left[\dot{\epsilon}_{rz}^2 + \dot{\epsilon}_{r\varphi}^2 + \dot{\epsilon}_{z\varphi}^2 \right]}\tag{2.10}$$

Invullen en uitwerken van de respectievelijke termen levert uiteindelijk :

$$\dot{\epsilon} = \frac{|\gamma| \dot{u}_0}{\sqrt{3} s_0} \sqrt{3 \frac{\alpha^2}{\gamma^2} + 6 \frac{\alpha}{\gamma} \frac{r}{r_i} + \frac{28}{9} \left[\frac{r}{r_i} \right]^2 + \frac{4}{3} \frac{K^*}{\gamma} \frac{r_i}{r} + 4 \frac{K^{*2}}{\gamma^2} \left[\frac{r_i}{r} \right]^4 + \left[\frac{z}{r_i} \right]^2}\tag{2.11}$$

Hierin is :

$$K^* = \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\gamma}{3} - \frac{s_0}{r_i} \right) \text{ Met 2.8 is dan : } K = K^* \cdot \frac{\dot{u}_0}{s_0} r_i^2\tag{2.12}$$

Het voorgaande levert een momentane beschrijving op basis van een snelheidsveld. Door in de tijd te integreren is het mogelijk om de gedeformeerde geometrie en de effectieve rek te bepalen volgens :

Effectieve rek :

$$\bar{\epsilon} = \int_0^t \dot{\epsilon} \cdot dt \quad 2.13$$

Verplaatsingen :

$$u_r = \int_0^t \dot{u}_r \cdot dt \quad 2.14$$

$$u_z = \int_0^t \dot{u}_z \cdot dt \quad 2.15$$

Echter vanwege het feit dat de in de formules voor $\dot{\epsilon}$, \dot{u}_r en \dot{u}_z voorkomende coördinaten en vrije parameters impliciete functies van de tijd [$x = f(x_0, t)$] zijn, is het niet mogelijk deze integraties analytisch uit te voeren. Dit betekent dat numeriek geïntegreerd moet worden.

Om de flens op de positie $r = r_i$ met voorgeschreven snelheid diep te trekken moet er een totaal procesvermogen geleverd worden dat gelijk is aan de som van het deformatievermogen en het wrijvingsvermogen.

$$P = P_{\text{def}} + P_{\text{fr}} \quad 2.16$$

Voor het deformatievermogen geldt :

$$P_{\text{def}} = \int_V \sigma_f \cdot \dot{\epsilon} \cdot dV \quad 2.17$$

Of met 2.2 :

$$P_{\text{def}} = 2 \cdot \pi \cdot C \cdot \int_{r_i}^{r_u} \int_0^{s_r} (\bar{\epsilon} + \epsilon_0)^n \cdot \dot{\epsilon} \cdot dz \cdot r \cdot dr \quad 2.18$$

In de voorgaande formule is $\dot{\bar{\epsilon}}$ een functie van zowel r en z . Tevens is $\bar{\epsilon}$ een functie van r en z . Nadere beschouwing van deze functies leert dat de z -afhankelijkheid van zowel $\bar{\epsilon}$ als $\dot{\bar{\epsilon}}$ klein is (kleiner dan 1%). Om rekentijden te verkorten is besloten om de afhankelijkheid van $\bar{\epsilon}$ in z niet te verdisconteren. Met gebruikmaking van het voorgaande kan dan de bovenstaande integraal in de z -richting analytisch uitgewerkt worden.

(2.11) Herschreven geeft :

$$\dot{\bar{\epsilon}} = k \cdot \sqrt{g(r) + z^2} \quad 2.19$$

Met

$$k = \frac{|\gamma|}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\dot{u}_0}{s_0} \cdot \frac{1}{r_i} \quad 2.20$$

en

$$g(r) = r_i^2 \left[3 \cdot \frac{\alpha^2}{\gamma^2} + 6 \cdot \frac{\alpha}{\gamma} \frac{r}{r_i} + \frac{28}{9} \left[\frac{r}{r_i} \right]^2 + \frac{4}{3} \frac{K^*}{\gamma} \frac{r_i}{r} + 4 \cdot \frac{C^{*2}}{\gamma^2} \left[\frac{r_i}{r} \right]^4 \right] \quad 2.21$$

Hiermee is

$$\int_0^{s_r} \dot{\bar{\epsilon}} \cdot dz = k \cdot \left[\frac{g(r)}{2} \cdot \text{Ln} \left[\frac{\sqrt{g(r) + s_r^2} + s_r}{\sqrt{g(r)}} \right] + \frac{s_r}{2} \sqrt{g(r) + s_r^2} \right] \quad 2.22$$

Zodat met 2.18 geldt

$$P_{\text{def}} = 2\pi \cdot C \cdot \int_{r_i}^{r_u} (\bar{\epsilon} + \epsilon_0)^n \cdot k \cdot \left[\frac{g(r)}{2} \cdot \text{Ln} \left[\frac{\sqrt{g(r) + s_r^2} + s_r}{\sqrt{g(r)}} \right] + \frac{s_r}{2} \sqrt{g(r) + s_r^2} \right] \cdot r \cdot dr \quad 2.23$$

De functies s_r en $\bar{\epsilon}$ zijn alleen numeriek te bepalen, zodat bovenstaande formule numeriek opgelost moet worden.

Met betrekking tot de plooihouderkracht wordt aangenomen dat deze gedurende het proces constant gehouden wordt.

$$F_{pl} = p \cdot \pi \cdot (r_{uo}^2 - r_i^2)$$

Voor het wrijvingsvermogen geldt dan :

$$P_{fr} = \mu \cdot p \cdot \pi \cdot [r_{uo}^2 - r_i^2] \cdot |\dot{u}_r(r = r_u)| \quad 2.24$$

Ofwel met (2.6)

$$P_{fr} = \mu \cdot p \cdot \pi \cdot [r_{uo}^2 - r_i^2] \cdot \left| \left[\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\gamma}{3} \frac{r_u}{r_i} \right) \cdot r_u + K^* \cdot \frac{r_i^2}{r_u} \right] \cdot \frac{\dot{u}_o}{s_o} \right| \quad 2.25$$

2.3. – Dimensieloze formulering

Aanvullende dimensieloze grootheden :

In formule 2.19 wordt de functie $g(r)$ gebruikt, als dimensieloze functie wordt nu $g^*(r)$ gebruikt.

$$g^*(r) = \frac{g(r)}{r_i^2} \quad 2.26$$

In het algemeen wordt in procesanalyses de stempelverplaatsing als tijdsbasis gebruikt. Dit is hier echter niet mogelijk, vanwege het feit dat er geen materieel vlakje is waarvan de verplaatsing is voorgeschreven. Daarom wordt hier een fictieve procestijd geïntroduceerd, welke wordt gedefinieerd als :

$$\text{procestijd} = \frac{r_{u0} - r_i}{\dot{u}_0}$$

Als dimensieloze tijd wordt nu ingevoerd :

$$t^* = \frac{t}{\text{procestijd}}$$

Tenslotte wordt de dimensieloze effectieve reksnelheid gegeven door :

$$\dot{\epsilon}^* = \frac{\dot{\epsilon} \cdot s_0}{\dot{u}_0}$$

Vereenvoudigd kunnen dan de volgende vergelijkingen afgeleid worden :

Dimensieloos wrijvingsvermogen

$$P_{fr}^* = \frac{\mu}{2} p^* \cdot \frac{1}{s_0^*} \left[r_{u0}^{*2} - 1 \right] \cdot \left| - \left[\frac{\alpha}{2} + \frac{\gamma}{3} r_u^* \right] \cdot r_u^* + \frac{K^*}{r_u^*} \right| \quad 2.27$$

Dimensieloos deformatievermogen

$$P_{\text{def}}^* = \frac{|\gamma|}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{s_0^*} \int_1^{r_u^*} \bar{\epsilon}_t^* \cdot \left[\frac{g(r)^*}{2} \cdot \text{Ln} \left[\frac{\sqrt{g(r)^* + s_r^{*2}} + s_r^*}{\sqrt{g(r)^*}} \right] + \frac{s_r^*}{2} \sqrt{g(r)^* + s_r^{*2}} \right] \cdot r^* \cdot dr^* \quad 2.28$$

Hierin is $\bar{\epsilon}_t^*$ de totale effectieve rek van een deeltje.

$$\bar{\epsilon}_t^* = \bar{\epsilon} + \epsilon_0 \quad 2.29$$

Effectieve rek

$$\bar{\epsilon} = \int_0^{t_m^*} \frac{\dot{\epsilon}^* \cdot r_u^* - 1}{s_0^*} \delta t^* \quad 2.30$$

Dimensieloze verplaatsingen

$$u_r^* = \int_0^{t_m^*} \dot{u}_r^* \cdot (r_{u0}^* - 1) \cdot \delta t^* \quad 2.31$$

$$u_z^* = \int_0^{t_m^*} \dot{u}_z^* \cdot (r_{u0}^* - 1) \cdot \delta t^* \quad 2.32$$

Waarbij met t_m^* de momentane situatie wordt beschreven.

2.4. – Numerieke verwerking

De geometrie van de flens moet gediscretiseerd worden, d.w.z. dat de continue contour van de flens beschreven wordt door middel van een aantal punten van die contour. Deze punten dienen in de tijd gevolgd te worden. Van het ondervlak van de flens wordt eenvoudigheidshalve aangenomen dat die recht blijft. Dit betekent dat de totale geometrie en rekgeschiedenis van de flens is beschreven indien het bovenvlak van de flens in de tijd gevolgd wordt, in aanmerking genomen dat de afhankelijkheid van $\bar{\epsilon}$ in z is verwaarloosd. Uitvoering van de genoemde discretisatie wordt gerealiseerd door in matrixvorm een aantal punten van de contour van het bovenvlak op te slaan, waarbij tevens aan elk punt een extra parameter betreffende de rekgeschiedenis van dat punt is bevestigd.

Het berekenen van de contour en rek van de flens gaat nu als volgt.

- 1 Op het initiële tijdstip is van de flens de geometrie en de voordeformatie bekend. Met deze waarden kan dan de matrix gevuld worden.
- 2 Vervolgens moet het totale procesvermogen in de huidige situatie geoptimaliseerd worden naar α en γ . Hiermee worden zowel α , γ en P gevonden (in de initiële situatie).
- 3 Vervolgens worden α en γ voor een tijdsincrement constant gehouden, en hierdoor kan nu de nieuwe (momentane) geometrie bepaald worden met (2.31) en (2.32). Tevens kan met (2.30) de baan van een deeltje volgend, de rek die deze baan met zich meebrengt berekend worden.
- 4 Indien het proces nog niet beëindigd is ($r_u > r_i$) wordt vervolgd met stap 2, en deze berekeningen worden herhaald totdat $r_u \leq r_i$.

De integraal voor het bepalen van het deformatievermogen wordt numeriek uitgewerkt middels een trapezium algoritme.

Middels een Powell 64 algoritme worden waarden voor de te optimaliseren parameters α en γ gegenereerd volgens een zoekpatroon. Bij elke combinatie α en γ wordt vervolgens het totale procesvermogen berekend. Op deze manier kan met dit algoritme het minimum vermogen bepaald worden. De waarden van de vrije parameters die bij dit vermogen horen zijn dus de optimale waarden.

De tijdsintegratie nodig om de momentane geometrie van de flens en de verdeling van de effectieve rek te berekenen wordt uitgevoerd middels een eerste orde Euler stap methode.

Hoofdstuk 3 – Evenwichtsanalyse

3.1. – Modelling

In de nu volgende analyse wordt gebruik gemaakt van de evenwichtsrelaties. Evenals in hoofdstuk 2 wordt hier nagegaan in hoeverre de flens planparallel blijft tijdens het dieptrekproces.

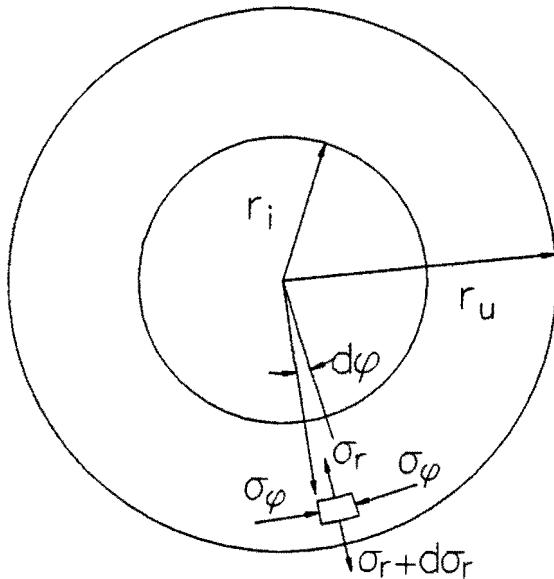
Hierbij worden de volgende aannames gedaan :

- Er heerst vlakspanning, met andere woorden $\sigma_z \simeq 0$.
- De wrijving wordt gemodelleerd door een radiale trekspanning op de positie $r = r_u$ voor te schrijven.
- Beschouwd wordt exponentieel versterkend isotroop materiaal.
- Als vloeivoorwaarde wordt de von Mises vergelijking gebruikt.
- De elastische deformatie wordt verwaarloosd, zodat het materiaal incompressibel is.

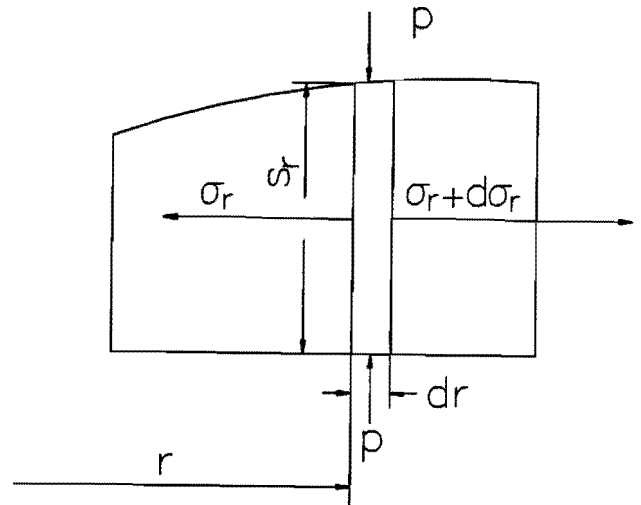
Hoewel uit de literatuur blijkt dat toepassing van het Tresca vloeicriterium een analyse gebaseerd op evenwicht sterk vereenvoudigd, is bij het nu volgende toch het von Mises criterium gebruikt; in de eerste plaats vanwege zijn grotere geldigheid en verder omdat in dat geval vergelijking met de resultaten verkregen bij de bovengrensanalyse beter mogelijk is.

3.2. – Analyse

Bij de analyse van een materieel blokje uit de flens (zie figuur 3.1) kan de volgende evenwichtsrelatie opgesteld worden.



figuur 5 doorsnede $r - \varphi$ vlak



doorsnede $r - z$ vlak

$$\frac{d}{dr} [s_r \cdot \sigma_r] + \frac{s_r}{r} [\sigma_r - \sigma_\varphi] = 0 \quad 3.1$$

Ten gevolge van de aanname dat de wrijving aangrijpt op de buitenrand, geldt als randvoorwaarde :

$$\sigma_r(r=r_u) = \sigma_w \quad 3.2a$$

Met het wrijvingsmodel van Coulomb geldt :

$$\sigma_w = \frac{\mu \cdot F_{pl}}{2 \cdot \pi \cdot r_u \cdot s_{ru}} = \mu \cdot p \frac{r_{u0}^2 - r_i^2}{2 \cdot r_u \cdot s_{ru}} \quad 3.2b$$

Waarin s_{ru} de momentane plaatdikte op $r = r_u$.

Met locale volumeinvariantie is :

$$\dot{\epsilon}_z + \frac{\partial \dot{u}_r}{\partial r} + \frac{\dot{u}_r}{r} = 0 \quad 3.3$$

Omdat $\dot{u}_r \neq \dot{u}_r(z)$ geldt dan :

$$\dot{\epsilon}_z = \frac{\dot{s}_r}{s_r} = -\frac{\partial \dot{u}_r}{\partial r} - \frac{\dot{u}_r}{r} \quad 3.4$$

Verder kan met Levy – von Mises worden gevonden :

$$\frac{\dot{\epsilon}_r}{\dot{\epsilon}_\varphi} = \frac{2 \cdot \sigma_r - \sigma_\varphi}{2 \cdot \sigma_\varphi - \sigma_r} \quad 3.5$$

Of :

$$\frac{\partial \dot{u}_r}{\partial r} = \frac{2 \cdot \sigma_r - \sigma_\varphi}{2 \cdot \sigma_\varphi - \sigma_r} \cdot \frac{\dot{u}_r}{r} \quad 3.6$$

De laatste vergelijking geeft de differentiaalvergelijking voor de radiale snelheid, met als randvoorwaarde :

$$\dot{u}_r(r=r_i) = \dot{u}_0 \quad 3.7$$

3.6 gesubstitueerd in 3.4 levert :

$$\frac{\dot{s}_r}{s_r} = - \left[1 + \frac{2 \cdot \sigma_r - \sigma_\varphi}{2 \cdot \sigma_\varphi - \sigma_r} \right] \cdot \frac{\dot{u}_r}{r} \quad 3.8$$

De evenwichtsvergelijking 3.1 uitgeschreven luidt:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} = \frac{1}{s_r} \left[\frac{s_r}{r} \cdot (\sigma_\varphi - \sigma_r) - \sigma_r \cdot \frac{ds_r}{dr} \right] \quad 3.9$$

Met gebruikmaking van de von Mises effectieve spanning :

$$\sigma^2 = \sigma_r^2 + \sigma_\varphi^2 - \sigma_\varphi \cdot \sigma_r \quad 3.10$$

En de vloeivoorwaarde :

$$\bar{\sigma}^2 = \sigma_f^2 \quad 3.11$$

Kan dan worden afgeleid ($\dot{\epsilon}_\varphi \leq 0$):

$$\sigma_\varphi = \frac{\sigma_r}{2} - \sqrt{\sigma_f^2 - \frac{3}{4}\sigma_r^2} \quad 3.12$$

Uiteindelijk volgt voor de evenwichtsvergelijking :

$$\frac{d\sigma_r}{dr} = \frac{1}{s_r} \left[\frac{s_r}{r} \left[-\sigma_r - \sqrt{\sigma_f^2 - \frac{3}{4}\sigma_r^2} \right] - \sigma_r \cdot \frac{ds_r}{dr} \right] \quad 3.13$$

Hetgeen een differentiaalvergelijking oplevert die met de randvoorwaarde 3.2 opgelost moet worden.

In de vergelijkingen komt σ_f voor. Daar we uit zijn gegaan van exponentieel versterkend materiaalgedrag moet om σ_f van een deeltje te kunnen bepalen de effectieve rek van een deeltje op een momentaan tijdstip bekend zijn. Hiertoe moeten we de effectieve reksnelheid in de tijd integreren :

$$\bar{\epsilon} = \int_{t_0}^t \dot{\epsilon} \cdot dt \quad 3.14$$

Hierin is de effectieve reksnelheid :

$$\dot{\bar{\epsilon}} = \sqrt{\frac{2}{3} \left[\dot{\epsilon}_r^2 + \dot{\epsilon}_\varphi^2 + \dot{\epsilon}_z^2 \right]} \quad 3.15$$

Met behulp van de relaties 3.4 en 3.6 volgt :

$$\dot{\bar{\epsilon}} = \left| \frac{\dot{u}_r}{r} \right| \cdot \sqrt{\frac{4}{3} \left[1 + \left[\frac{2 \cdot \sigma_r - \sigma_\varphi}{2 \cdot \sigma_\varphi - \sigma_r} \right] + \left[\frac{2 \cdot \sigma_r - \sigma_\varphi}{2 \cdot \sigma_\varphi - \sigma_r} \right]^2 \right]} \quad 3.16$$

Hierin is \dot{u}_r bekend uit relatie 3.6.

3.3. – Dimensieloze formulering

Analoog aan 2.3. wordt de tijd dimensieloos geschreven.

Vereenvoudigd kunnen dan de volgende vergelijkingen afgeleid worden. Voor definitie dimensieloze grootheden, zie [5].

De differentiaalvergelijking voor de radiale spanning kan worden herschreven worden tot :

$$\frac{d\sigma_r^*}{dr^*} = \frac{1}{s_r^*} \left[\frac{s_r^*}{r^*} \left[-\sigma_r^* - \sqrt{\sigma_f^{*2} - \frac{3}{4} \sigma_r^{*2}} \right] - \sigma_r^* \cdot \frac{ds_r^*}{dr^*} \right] \quad 3.17$$

Met als randvoorwaarde :

$$\sigma_r^* (r^* = r_u^*) = \sigma_w^* \quad 3.18$$

Indien men \dot{s}_r^* dimensieloos schrijft door te delen door \dot{u}_0^* volgt voor vergelijking (3.8) :

$$\frac{\dot{s}_r^*}{s_r^*} = - \left[1 + \frac{2 \cdot \sigma_r^* - \sigma_\varphi^*}{2 \cdot \sigma_\varphi^* - \sigma_r^*} \right] \cdot \frac{\dot{u}_r^*}{r^*} \quad 3.19$$

En voor vergelijking (3.6), de D.V. voor de radiale snelheid volgt :

$$\frac{\partial \dot{u}_r^*}{\partial r^*} = \frac{2 \cdot \sigma_r^* - \sigma_\varphi^*}{2 \cdot \sigma_\varphi^* - \sigma_r^*} \cdot \frac{\dot{u}_r^*}{r^*} \quad 3.20$$

Tesamen met de randvoorwaarde :

$$\dot{u}_r^* (r^* = 1) = 1 \quad 3.21$$

Voor de vloeispanning geldt :

$$\sigma_f^* = \left[\bar{\epsilon} + \epsilon_0 \right]^n \quad 3.22$$

En voor de effectieve reksnelheid :

$$\dot{\epsilon} = \frac{\dot{u}_0}{r_i} \left| \frac{\dot{u}_r^*}{r^*} \right| \cdot \sqrt{\frac{4}{3} \left[1 + \left[\frac{2 \cdot \sigma_r^* + \sigma_\varphi^*}{2 \cdot \sigma_\varphi^* - \sigma_r^*} \right] + \left[\frac{2 \cdot \sigma_r^* + \sigma_\varphi^*}{2 \cdot \sigma_\varphi^* - \sigma_r^*} \right]^2 \right]} \quad 3.23$$

Zodat voor de effectieve rek geldt :

$$\bar{\epsilon} = \int_{t_0}^{t_e} \left| \frac{\dot{u}_r^*}{r^*} \right| \cdot \sqrt{\frac{4}{3} \left[1 + \left[\frac{2 \cdot \sigma_r^* + \sigma_\varphi^*}{2 \cdot \sigma_\varphi^* - \sigma_r^*} \right] + \left[\frac{2 \cdot \sigma_r^* + \sigma_\varphi^*}{2 \cdot \sigma_\varphi^* - \sigma_r^*} \right]^2 \right]} \cdot (r_{u0}^* - 1) \cdot dt^* \quad 3.24$$

Voor de verplaatsingen geldt dat als de resulterende differentiaalvergelijkingen (3.19) en (3.20) zijn opgelost, dat dan middels tijdsintegratie de baan van een deeltje gevolgd kan worden.

$$u_r^* = \int \dot{u}_r^* \cdot (r_{u0}^* - 1) \cdot dt^* \quad 3.25$$

$$s_r^* = \int \dot{s}_r^* \cdot (r_{u0}^* - 1) \cdot dt^* \quad 3.26$$

3.4. — Numerieke verwerking

De geometrie van de flens moet gediscrètiseerd worden, d.w.z. dat de continue contour van de flens beschreven wordt door middel van een aantal punten van die contour. Deze punten dienen in de tijd gevolgd te worden. Daar het ondervlak van de flens in contact blijft met de matrijs, blijven punten die initieel in contact zijn met de matrijs momentaan ook in contact met de matrijs. Verder geldt dat de radiale snelheid van een deeltje niet afhankelijk is van de axiale coördinaat z . De totale geometrie en rekgeschiedenis van de flens is beschreven indien het bovenvlak van de flens in de tijd gevolgd wordt. Uitvoering van deze discretisatie kan bijvoorbeeld gedaan worden door in matrixvorm een aantal punten van de contour van het bovenvlak op te slaan, waarbij tevens aan elk punt een extra parameter betreffende de rekgeschiedenis van dat punt is bevestigd.

Het berekenen van de contour en rek van de flens gaat nu als volgt.

- 1 Op het initiële tijdstip is van de flens de geometrie en de voordeformatie bekend. Met deze waarden kan dan de matrix gevuld worden.
- 2 Vervolgens moet de spanningstoestand in elk discreet punt bepaald worden.
- 3 Vervolgens wordt de spanningstoestand voor een tijdsincrement constant gehouden en hierdoor kan nu de nieuwe (momentane) geometrie bepaald worden, door de dv 's (3.40) en (3.41) op te lossen. Tevens kan de baan van een deeltje volgend, de rek die deze baan met zich meebrengt berekend worden met (3.42).
- 4 Indien het proces nog niet beëindigd is ($r_u > r_i$) wordt vervolgd met stap 2, en deze berekeningen worden herhaald totdat $r_u \leq r_i$.

Hoofdstuk 4 – Vergelijking analysemethoden en conclusies

4.1 – Resultaten

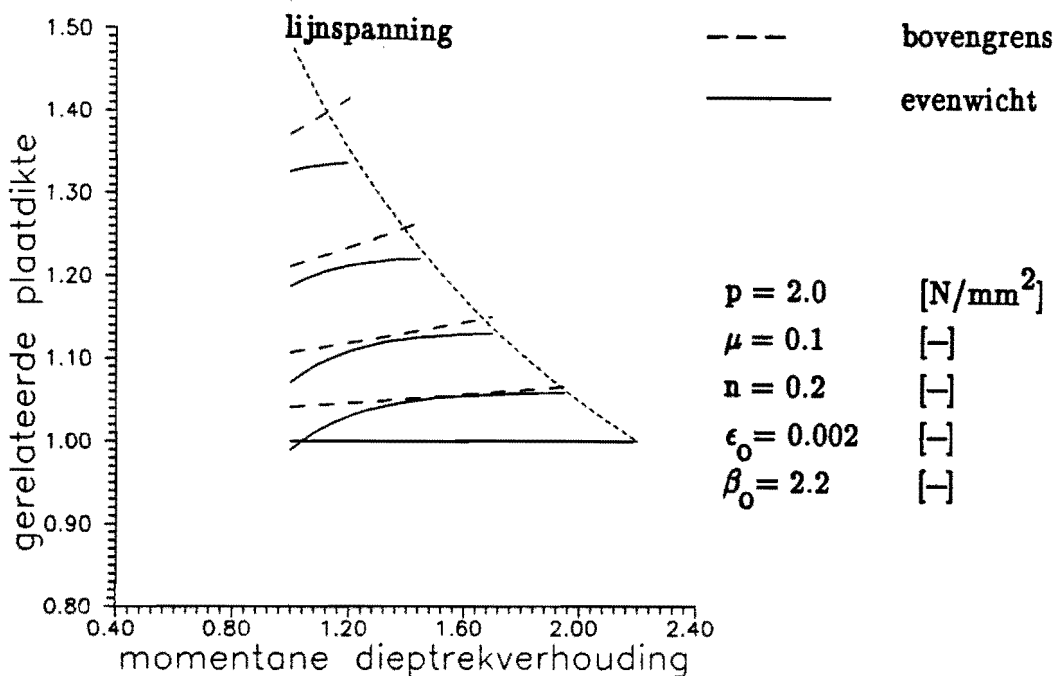
In het volgende zullen de beide analysemethoden, namelijk de bovengrensberekening uit hoofdstuk 2 en de evenwichtsbenadering uit hoofdstuk 3 met betrekking tot de momentane geometrie van de flens en het verloop van de kracht met elkaar vergeleken worden.

In de eerste plaats is in fig. 4.1 de momentane flensgeometrie ($s_r = s_r(r)$) weergegeven waarbij de positie van de buitenrand van de flens parameter is. Hierbij blijkt dat bij beide analyses de flens globaal gesproken in dikte toeneemt. Tevens is te zien dat naarmate het proces vordert het verschil tussen hetgeen beide modellen voorspellen groter wordt.

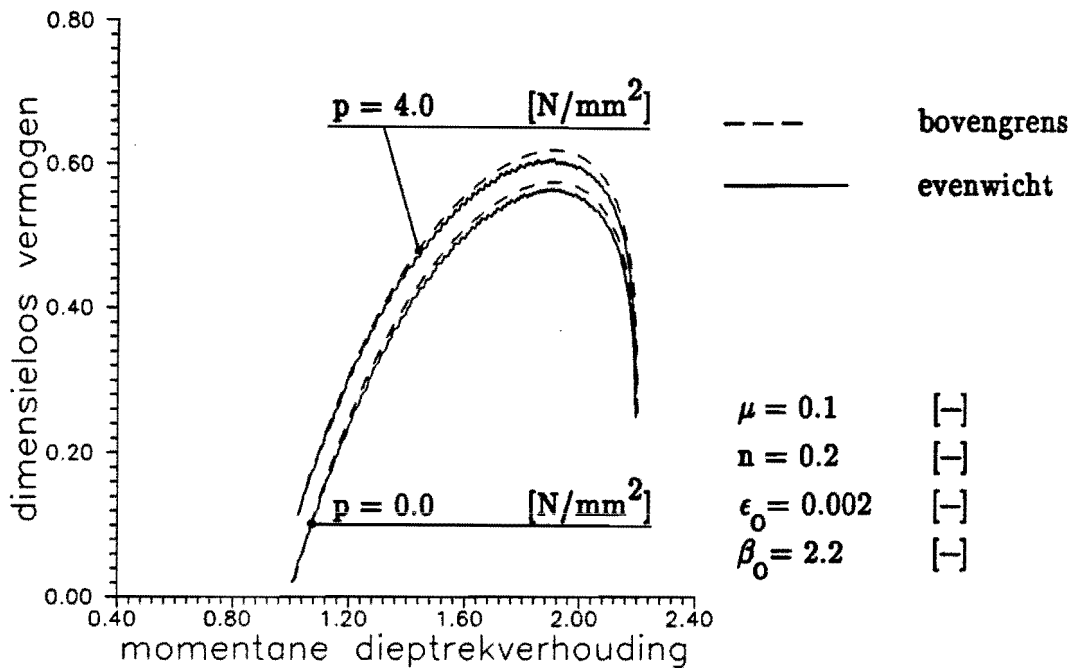
Verder is in de figuur het verloop van de buitenrand van de flens aangegeven voor geval er ter plaatse lijnspanningstoestand wordt aangenomen; in dat geval geldt :

$$s_r (r=r_u) = s_o \cdot \sqrt{\frac{r_{uo}}{r_u}} \quad 4.1$$

Ondanks de toepassing van de wrijvingsspanning als randvoorwaarde voor $\sigma_r(r=r_u)$ ligt de evenwichtoplossing toch dicht bij de lijnspanningsoplossing.



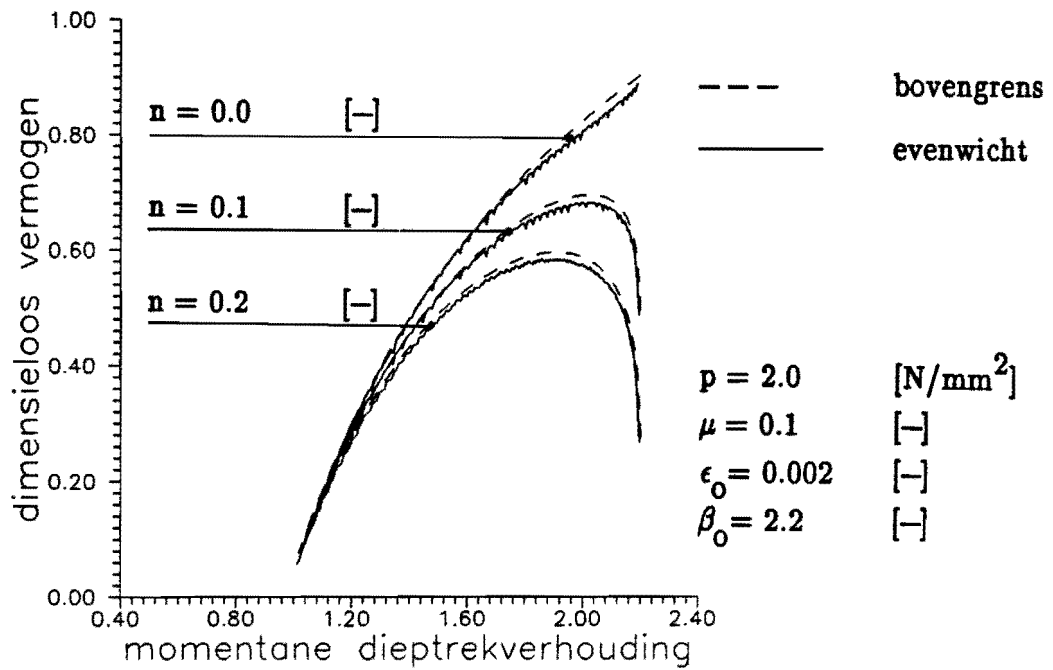
figuur 4.1



figuur 4.2

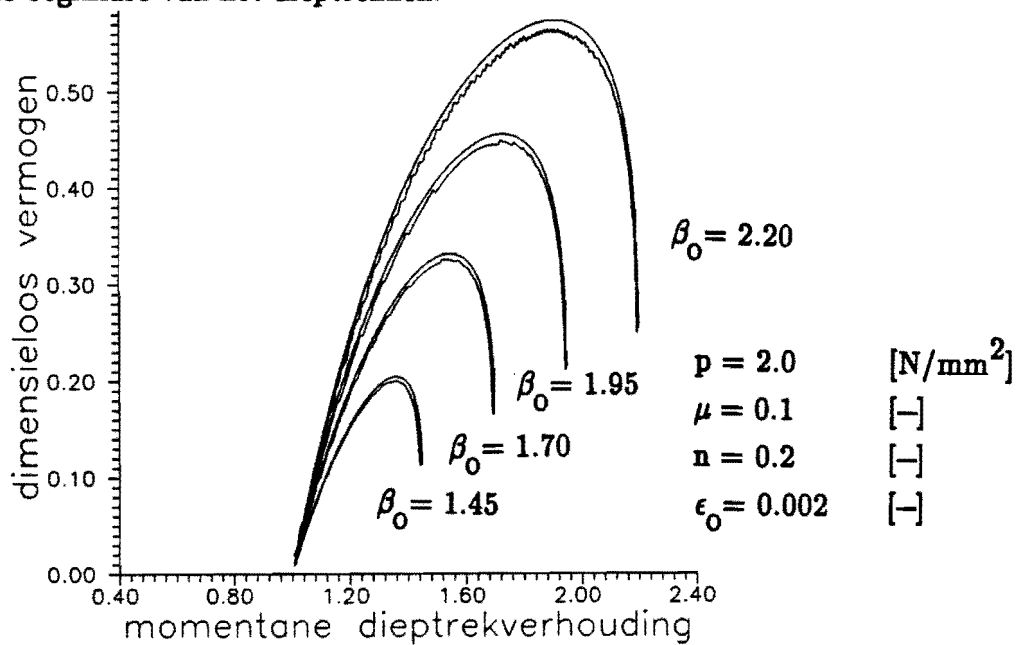
In fig 4.2 is voor een tweetal uiterste waarden van de gecombineerde factor $\mu \cdot p$ (wrijving·plooihouderdruk), namelijk 0 en 0.4, het krachtsverloop volgens de beide analyses weergegeven. De zaagtand in het verloop van de evenwichtskromme wordt door numerieke onnauwkeurigheden veroorzaakt welke ontstaan bij het discretiseren van de flensgeometrie. Verhoging van het aantal discretisatiepunten vermindert het zaagtand effect, zie ook figuur 4.4, waarin voor elke berekening evenveel discretisatiepunten zijn gebruikt, bij verschillende flensgrootten.

De bovengrenso oplossingen liggen iets boven de lijnen die met evenwicht worden gevonden. Verder is te zien dat de invloed van de wrijving klein is ($< 10\%$).



figuur 4.3

In fig 4.3 is de invloed van de versterkingsexponent n op het krachtsverloop weergegeven; daarbij blijkt dat bij afnemende n het krachtsmaximum zowel toeneemt als opschuift in de richting van de beginfase van het dieptrekken.



figuur 4.4

In fig 4.4 is het krachtsverloop afhankelijk van de initiële dieptrekverhouding β_0 weergegeven. Zoals te verwachten is de invloed van β_0 groot.

4.2 – Conclusies

1 Ten aanzien van de verschillen tussen hetgeen de beide analysesmethoden met betrekking tot de momentane geometrie voorspellen (fig 4.1) kan worden opgemerkt dat dat de evenwichtoplossing waarschijnlijk de betere is omdat de daarbij gehanteerde modellering minder vergaand is dan bij de bovengrensanalyse. Met name het bij de bovengrensberekening toegepaste lineaire snelheidsmodel is waarschijnlijk te eenvoudig gekozen.

2 De aanname van lijnspanningstoestand aan de buitenrand van de flens lijkt met betrekking tot de ter plaatse optredende dikteverandering acceptabel (fig 4.1). Dit biedt de mogelijkheid om bij toepassing van een verbeterde snelheidsmodellering genoemde lijnspanningstoestand als randvoorwaarde te gebruiken, en daarmee een vrijheidsgraad in het snelheidsveld te elimineren.

3 Het met behulp van beide analyses berekende verloop van de kracht (fig 4.2 t/m 4.4) komt goed met elkaar overeen. De bovengrensooplossingen liggen boven de lijnen gevonden met behulp van evenwicht, hetgeen karakteristiek is voor een bovengrensbepaling.

Tevens mag op basis van fig 4.2 worden geconcludeerd dat de invloed van de wrijving op de kracht beperkt is.

4 Uit de figuren 4.2 en 4.4 blijkt dat zowel n al β_0 grote invloed hebben op de maximaal optredende kracht; dit gevoegd bij het feit dat de kracht in de beginfase snel oploopt mag tot de conclusie leiden dat genoemde parameters van invloed zullen zijn op de inloophase van het dieptrekproces en dan met name op het buig–strekproces dat optreedt ter plaatse van de stempelradius. Dit laatste zal weer van betekenis zijn voor de kritische dieptrekverhouding omdat scheurvorming meestal gelokaliseerd is op de stempelafronding.

Literatuurlijst

- 1 Hill
The mathematical theory of plasticity
Clarendon Press, Oxford, 1950

- 2 Fukui, Yuri and Yoshida
Analysis for deepdrawing of cylindrical shell based on total strain theory, and
some formability tests.
Report Aeronautical Research Institute, University of Tokyo.
Reportno 332, June 1958.

- 3 Prager and Hodge
Theorie idealplastischer Körper
Springer Verlag 1954

- 4 Hoogenboom
Engineering Plasticity
EUT report 87 WPA 0560

- 5 Houtackers
Terminologie IOP–M Dieptrekken TUE
Nog te verschijnen