

Verslag van een onderzoek naar de toepasbaarheid van een m.b.v. membranen voorgespannen kruisrollager

Citation for published version (APA): Duuren, van, H. M. J. M. (1989). *Verslag van een onderzoek naar de toepasbaarheid van een m.b.v.* membranen voorgespannen kruisrollager. (TH Eindhoven. Afd. Werktuigbouwkunde, Vakgroep Produktietechnologie : WPB; Vol. WPA0833). Technische Universiteit Eindhoven.

Document status and date: Gepubliceerd: 01/01/1989

Document Version:

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

Please check the document version of this publication:

• A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.

• The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.

• The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

Link to publication

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- · Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
 You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

www.tue.nl/taverne

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

openaccess@tue.nl

providing details and we will investigate your claim.

BB 449275

TECHNISCHE UNIVERSITEIT EINDHOVEN FACULTEIT DER WERKTUIGBOUWKUNDE VAKGROEP PRODUKTIETECHNOLOGIE EN -AUTOMATISERING

> VERSLAG VAN EEN ONDERZOEK NAAR DE TOEPASBAARHEID VAN EEN m.b.v. MEMBRANEN VOORGESPANNEN KRUISROLLAGER

H.M.J.M. van Duuren rapportnr.: WPA 0833

ONDERZOEKOPDRACHT

in opdracht van: Prof. Ir. J.M. van Bragt

onder begeleiding van: Ing. J.J.M. Schrauwen (TUE) Ing. J. van Duppen (Philips)

Eindhoven, december 1989

SAMENVATTING

Sinds eind jaren '70 wordt binnen de productiedivisie "Licht" van Philips gebruik gemaakt van een intermitterend bewegende draaimolen, de basismolen. Naar aanleiding van stabiliteitsproblemen, die optreden bij temperatuurschommelingen in de hoofdlagering van de basismolen, is door Philips een nieuw hoofdlager ontworpen.

Dit verslag beschrijft een onderzoek naar de toepasbaarheid van dit, met behulp van membranen voorgespannen kruisrollager in de huidige serie basismolens.

In een reeds eerder gedaan onderzoek is een statisch model ontwikkeld. Dit model is in dit onderzoek verder uitgewerkt. Daarnaast is een dynamisch model ontwikkeld, maar door te vergaande vereenvoudigingen blijkt dit model de praktijk niet goed te beschrijven. Verder zijn stijfheidsmetingen gedaan, die lieten zien dat de membranen tijdens gebruik van de basismolen plastisch vervormen.

Een en ander leidde tot enkele constructieve aanbevelingen en tot de conclusie, dat de lagering in deze vorm niet praktisch toepasbaar is.

SYMBOLENLIJST

α	:	Hoekverdraaiing van de omzetrolkrans
ß	:	Hoekverdraaiing van de aandrukring
r	:	Straal van de omzetrolkrans
R	:	Afstand van pool A tot de draaias van de rollichamen
s _x	:	X-component van het aangrijpingspunt van de belastings- kracht
sy	:	Y-component van het aangrijpingspunt van de belastings- kracht
С	:	Membraanstijfheid
с*	:	Membraanstijfheid
c ₁	:	Membraanstijfheid
∆y	:	Verschil in Y-richting tussen belast en onbelast punt
Р	:	Belastingskracht
Q	:	Belasting op de rollichamen
δρ	:	Toenadering bij puntcontact
δ1	:	Toenadering bij lijncontact
δt	:	Totale toenadering

INHOUDSOPGAVE		Pagina
SAME	ENVATTING	2
SYMB	BOLENLIJST	3
1.	INLEIDING	5
2.	STATISCH MODEL	8
2.1	Inleiding	8
2.2	Mogelijke oorzaken van afwijking model	10
2.3	Elastische toenadering	11
2.4	Conclusie	13
3.	DYNAMISCH MODEL	14
3.1	Inleiding	14
3.2	Modelvorming	14
3.3	Uitwerking van model	15
3.4	Conclusie	18
4.	STIJFHEIDSMETING	19
4.1	Inleiding	19
4.2	Theoretische voorbereiding	19
4.3	Proefopstelling	21
4.4	Resultaten	21
4.5	Conclusie	22
5.	CONSTRUCTIEVE AANBEVELINGEN	23
6.	CONCLUSIE EN AANBEVELING	25
LITE	RATUUR	26
BIJL	AGEN	27

1. INLEIDING

Tegen het einde van de zeventiger jaren ontstond in de productiedivisie "Licht" van Philips de behoefte aan een modulair bouwsysteem voor productiemachines. Een van de resultaten van ontwikkelingen naar aanleiding van deze behoefte, is een serie intermitterend bewegende draaimolens, basismolens genaamd. De molens worden hiertoe aangedreven met een rollenwielomzetschijfcombinatie. De hoofdfunctie van de basismolen is het transporteren van de te bewerken producten langs bewerkingsapparatuur, en het continu aandrijven van deze bewerkingsapparatuur. De basismolens verschillen onderling in steek en voudigheid. Verdere informatie over de basismolens kan worden opgevraagd bij Philips Eindhoven, Centrale Groep BM Licht.

De hoofdlagering van de basismolen is uitgevoerd met een standaard draadlager (figuur 1). (Bijlage 1)



Figuur 1: Draadlager

Uit praktische ervaring blijkt dat warmte, die bij bewerkingsprocessen ontstaat, via de producten worden doorgeleid naar de omzetrolkrans. De warmte dringt in veel mindere mate door tot de bevestigingsring en de aandrukring. De hierdoor ontstane temperatuurverschillen leiden tot verschillen in uitzetting en er ontstaan stabiliteitsproblemen (men denke aan speling). Om dit probleem op te vangen is een nieuw lager ontworpen. Het is een kruisrollager, dat met behulp van membranen onder continue voorspanning wordt gehouden (figuur 2). (Bijlage 2)



6: Membraan

Figuur 2: Kruisrollager

De continue voorspanning zorgt ervoor dat geen spelingen kunnen ontstaan. Van het kruisrollager is een prototype beschikbaar, ingebouwd in een basismolen nr. 14.

De opdracht bestaat uit een onderzoek naar de toepasbaarheid van dit, met behulp van membranen voorgespannen, kruisrollager in de huidige serie basismolens. Concreet houdt de opdracht in, dat er een model wordt opgesteld, dat er metingen worden verricht en dat aan de hand hiervan conclusies worden getrokken en aanbevelingen worden gedaan. De opdrachtomschrijving is gegeven in bijlage 2.

Tijdens het onderzoek is gebruik gemaakt van de projectstrategie (lit. 2). De strategie onderscheidt de volgende drie deelprocessen:

oriëntatie (0)

> planproces (P) ----

> uitvoering (U) -

Elk van deze deelprocessen wordt opnieuw aangepakt met de drieslag O - P - U. Hierdoor ontstaan negen deelprocessen (Oo, Op, Ou, Po, enz.), die in bijlage 3 verder zijn uitgewerkt.

2. STATISCH MODEL

2.1 Inleiding

In dit hoofdstuk wordt gekeken naar een model waaraan de lagering voldoet, als deze wordt belast met een statische kracht P. Als de omzetrolkrans hiertoe wordt belast met P, zal deze draaien over hoek α en de aandrukring over hoek β (bijlage 4).

In deze bijlage zijn ook X-, Y- en Z-as gedefinieerd. Krachten worden positief genomen in de positieve richting van de assen. Hoekverdraaiingen en momenten worden linksom positief gedefinieerd.

Er is reeds in een eerder onderzoek afgeleid (lit. 1):

De verplaatsing van de omzetrolkrans in punt X is r in Y-richting is:

$$Y = \frac{\tan \alpha \cdot R}{\sqrt{2}}$$
(2.1)

De verplaatsing van de aandrukring in het punt X is r in Yrichting is:

$$Y = \frac{2 \cdot \tan \alpha \cdot R}{\sqrt{2}}$$
(2.2)

en:

$$\alpha = \arctan \underline{P \cdot s_X}$$
(2.3)
$$\sqrt{2 \cdot R \cdot C \cdot r}$$

De vergelijkingen werden geverifieerd aan de hand van metingen. Er werd gevonden met P = -1300 N:

$$\alpha = -2,90 \cdot 10^{-2}$$

De berekende waarde met vergelijking 2.3 en P = -1300 N $s_x = 272,5 \text{ mm}$ R = 363,5 mm $C = 7,5 \cdot 10^3 \text{ N/mm}$ r = 251,3 mm

is:

$$\alpha = -2,09 \cdot 10^{-2}$$
 °

De verplaatsingen die hierbij horen, zijn met vergelijking 2.1 en 2.3 te berekenen. Er volgt:

$$Y = \underline{P \cdot s_{X}}_{2 \cdot C \cdot r}$$
 voor de omzetrolkrans (2.4)

Invullen levert voor de belaste kant van het lager Y=-0,094 mm. Natuurlijk geldt voor de onbelaste kant Y=0.094 mm.

Verder volgt met vergelijking 2.2 en 2.3:

$$Y = \underline{P \cdot s_{X^-}}$$
 voor de aandrukring (2.5)
C · r

Invullen levert voor de belaste kantY=-0,188 mmen voor de onbelaste kant van het lagerY=0,188 mm.

De berekende en gemeten waarden (lit.1) zijn uitgezet in tabel 1.

		gemeten	berekend		
Belast nunt	aandrukring	-0.240 mm	-0 188 mm		
Derast pant	omzetrolkrans	-0,145 mm	-0,094 mm		
Onbelast punt	aandrukring	0,215 mm	0,188 mm		
	omzetrolkrans	0,115 mm	0,094 mm		

Tabel 1

2.2 Mogelijke oorzaken van afwijking model

Tabel 1 laat zien dat er verschillen bestaan tussen de berekende waarden en de gemeten waarden.

Allereerst is er verschil tussen de gemiddelde grootte van de waarden van omzetrolkrans en aandrukring. De theoretische waarde van C is waarschijnlijk te hoog aangenomen. In hoofdstuk 4 wordt daarom een stijfheidsmeting uitgevoerd. Een tweede verschil is dat de gemeten waarden van de aandrukring niet precies tweemaal zo groot zijn als de gemeten waarden van de omzetrolkrans. Het meetpunt van de omzetrolkrans heeft een grotere arm, dus wordt een grotere daling gevonden.

Verder valt op dat er verschillen zijn tussen belast en onbelast punt van de omzetrolkrans en aandrukring. In de tabel valt te zien dat de belaste kant van het lager verder daalt dan de onbelaste kant stijgt.

Een mogelijke oorzaak voor dit verschil ligt in het feit dat de omzetrolkrans is gelagerd op het bovenste gedeelte van een bol. Bij verdraaiing van de omzetrolkrans zal de belaste kant verder zakken dan de onbelaste kant stijgt (bijlage 5). Voor het verschil tussen dalen en stijgen geldt

$$\Delta Y = -\sqrt{2} \cdot R \cdot \sin \alpha \qquad (2.6)$$

Duidelijk is dat bij kleine hoekverdraaiingen dit verschil weinig invloed heeft. Pas bij grote hoekverdraaiing α wordt ook de verschilfactor groter.

Een andere mogelijke oorzaak voor het verschil tussen dalen en stijgen van de omzetrolkrans is, dat er elastische indrukking optreedt van rollen, bevestigingsring, aandrukring en omzetrolkrans door de optredende krachten.

Een model van de elastische toenadering wordt afgeleid in de volgende paragraaf.

-10-

2.3 Elastische toenadering

Door het ontwerp van het kruisrollager zijn er twee soorten contacten. Puntcontact treedt op tussen rol en aandrukring, en tussen rol en bevestigingsring; lijncontact treedt op tussen rol en omzetrolkrans.

Voor het puntcontact is afgeleid (bijlage 6):

$$\delta_{\rm p} = 8,01 \cdot 10^{-5} \cdot Q^{2/3}$$
 (2.7)

Voor het lijncontact is afgeleid (bijlage 7):

$$\delta_1 = 5,27 \cdot 10^{-6} \cdot Q^{0,925} \tag{2.8}$$

Een lagerrol bevat beide contacten. Voor de toenadering van omzetrolkrans en bevestigingsring geldt dus:

$$\delta_{t} = \delta_{p} + \delta_{1} \tag{2.9}$$

$$S_{+} = 8,01 \cdot 10^{-5} \cdot 0^{2/3} + 5,27 \cdot 10^{-6} \cdot 0^{0},925$$
 (2.10)

Deze vergelijking geldt natuurlijk ook voor de toenadering van de omzetrolkrans en aandrukring. Voor de verplaatsing in Y-richting, die ontstaat door de toenadering, geldt (bijlage 8):

$$Y = \sqrt{2} \cdot \delta_{t} \tag{2.11}$$

Er wordt nu geprobeerd inzicht te krijgen in de optredende krachten in het lager. Het lager wordt belast met een excentrisch aangrijpende vertikale kracht op de omzetrolkrans. Er heerst evenwicht door een moment, geleverd door de membranen.

Voor de bepaling van de krachten Q worden de volgende aannamen gedaan: - Er treden geen schuifkrachten op. De krachten

- worden dus radiaal door de rollen doorgeleid.
- De voorspankracht, geleverd door de membranen, levert een te verwaarlozen bijdrage in de toenadering, daar deze wordt verdeeld over 94 rollichamen.

-11-

Het lager wordt schematisch weergegeven in bijlage 9.

Omdat de kracht P excentrisch aangrijpt, geldt als goede benadering dat deze kracht aangrijpt op één rol (bijlage 10). Er werkt ter plaatse van de belaste cilinderrol dus een axiale kracht van 1300 N. De resulterende kracht Q, die in radiale richting van de cilinderrol werkt, is: $\sqrt{2}$. 1300 = 1838 N. Met behulp van vergelijking 2.10 en 2.11 volgt voor de verplaatsing: $\Delta Y = 25 \ \mu m$. De excentrisch aangrijpende kracht P zorgt naast een axiale

kracht voor een radiale kracht. De radiale kracht (1300 N) moet worden opgevangen aan de onbelaste kant van het lager. Er wordt daarom aangenomen, dat de onbelaste kant van het lager als radiaal lager fungeert. De radiale kracht wordt door verschillende cilinderrollen opgevangen (bijlage 11). Er geldt nu:

$$F_{max} = \frac{4.06}{z} \cdot F_{r}$$
 (2.12)

Met $F_r = 1300$ N en z = 94 wordt $F_{max} = 56$ N.

De kracht in radiale richting van de maximaal belaste lagerrol is dan $\sqrt{2}$. 56 = 79 N. Hierna volgt met behulp van vergelijking 2.10 en 2.11: $\Delta Y = 3 \mu m$.

De axiale component van de radiale kracht zorgt voor het benodigde moment.

Teruggaande naar tabel 1 zien wij dus dat de oorzaak van het verschil in daling en stijging van de omzetrolkrans

$$\Delta Y = -0,145 + 0,115 = -0,030 \text{ mm} = -30 \mu \text{m}$$

gelegen is in elastische indrukking

$$\Delta Y = 25 + 3 = 28 \ \mu m$$
.

De aandrukring volgt deze daling en levert door de verdeelde belasting op de rollen geen extra daling.

2.4 Conclusie

Bij grote excentrische belasting dient in de theorie rekening te worden gehouden met de daaruit voortvloeiende elastische toenadering. Met behulp van de theorie in paragraaf 2.3 is een goede benadering te geven voor deze elastische toenadering. Er wordt nog opgemerkt dat een excentrische belasting nooit de grootte mag krijgen van de maximale belastbaarheid van het lager, maar slechts de maximale belastbaarheid van één rollichaam.

3.1 Inleiding

In dit hoofdstuk zal worden geprobeerd een model op te stellen, waaraan de basismolen voldoet wanneer hij wordt aangedreven door een nokschijf met een 90° opzet. Reeds eerder is er een model opgesteld en zijn dynamische metingen verricht (lit.1). Er werd stilzwijgend de aanname gedaan, dat op het moment dat de maximale kracht of versnelling optreedt, ook de maximale scheefstand wordt bereikt. Bij nadere beschouwing van de eerder gedane metingen blijkt deze aanname echter niet juist te zijn.

(Voor het model, de meetopstelling en -resultaten wordt verwezen naar lit.1.)

Eén van de karakteristieke meetcurven is gegeven in bijlage 12. Als in deze curve de 90° opzet -de nokschijf is uitgevoerd met een scheve sinus, de maximale versnellingen treden dus op bij 22,5° en 67,5°- en de 270° arretstand worden aangegeven (bijlage 13), dan blijkt inderdaad dat de maximale scheefstand niet optreedt bij de maximale versnelling, maar later. Tevens valt op dat de omzetrolkrans langere tijd gedurende de arretstand nog scheefstand vertoont. De omzetrolkrans glijdt tijdens de arretstand naar de evenwichtstand. In de volgende paragrafen wordt getracht het gedrag wiskundig te beschrijven met behulp van een sterk vereenvoudigd model.

3.2 Modelvorming

De omzetrolkrans met lagering wordt vereenvoudigd tot het volgende massa-veersysteem (figuur 3).



Figuur 3: Massa-veersysteem

-14-

Hierin is:
$$m = massa van de omzetrolkrans$$

 $c_1 = membraanstijfheid tegen scheefstelling$
 $F = kracht geleverd door de nok (F = m . a)$
 $b = dempingsfactor$
 $y = daling van de belaste kant van het lager$
 $Fw = wrijvingskracht (positief, negatief afhanke-
lijk van ŷ)$
 $F = kracht geleverd door de doorzetschijf$

Het model voldoet aan de volgende differentiaalvergelijking:

$$m\ddot{y} + b\dot{y} + c_1 y = F \pm Fw$$
 (3.1)

of (lit. 6):

$$\ddot{y} + 2.\xi w_e \dot{y} + \omega_e^2 y = a \pm Fw/m$$
 (3.2)

met:

$$= \frac{b}{2 \cdot \sqrt{(m.c_1)}}$$

$$\omega_e^2 = \underline{c}_{1-m}$$

a = F/m

3.3 Uitwerking van model.

Ę

De nokkracht wordt verdeeld in een component in X-richting Fx, en een in Z-richting Fz (bijlage 14). Er wordt aangenomen dat het in bijlage 14 geïntroduceerde moment geen scheefstelling veroorzaakt. Voor de versnellingen in X- en Z-richting is afgeleid (bijlage 15).

$$a_{X} = 9,0 \sin(44,9.t) - 9,0 \sin(44,9.t) \cdot \cos(44,9.t)$$
 (3.3)

 $a_z = 25,6 \sin(44,9.t)$ (3.4)

De versnellingen met de bijbehorende, uit metingen bepaalde daling (bijlage 16) van de omzetrolkrans, zijn afgebeeld in figuur 4.



Figuur 4: Versnellingen met bijbehorende daling

De differentiaalvergelijking wordt nu uitgewerkt voor de negatieve helling van de daling, rekening houdend met een aandrijfkracht in Z-richting en een tegenwerkende Fw. (Het teken van Fw is afhankelijk van ý.) De vergelijking wordt dan met:

 $\begin{aligned} \xi &= 0,05 \text{ (onderkritisch gedempt)} \\ m &= 59 \text{ kg (massa omzetrolkrans)} \\ c_1 &= \underbrace{\text{C.r}}_{\text{Sy}} = \underbrace{7,5 \cdot 10^3 \cdot 251,3}_{38} = 5,0.10^4 \text{ N/mm} = 5,0.10^7 \text{ N/m} \\ &= \underbrace{38}_{\text{Sy}} & 38 \end{aligned}$ Fw = 200 N (schatting van de wrijvingsweerstand) $\begin{aligned} \omega e^{2e} &= \underbrace{c_{1-}}_{\text{m}} = \underbrace{5,0 \cdot 10^7}_{59} = 8,5 \cdot 10^5 \\ &= \underbrace{\sqrt{(8,5 \cdot 10^5)}}_{9} = 920,6 \end{aligned}$

 $\ddot{y} + 92 \dot{y} + 8,5.10^5 y = 25,6 . \sin(44,9.t) - 3,4$ (3.5)

De oplossing van deze vergelijking is (bijlage 17):

$$y = e^{-46} \cdot t \cdot (4,15.10^{-6} \cdot \cos(919.t) - 1,26.10^{-6} \cdot \sin(919.t)) + 3,0.10^{-5} \cdot \sin(44,9.t) - 1,5.10^{-7} \cdot \cos(44,9.t) - 4,0.10^{-6} \quad (3.6)$$

Wanneer de vergelijking wordt uitgezet in grafiek (bijlage 18) valt te zien, dat de berekende grootte van de daling niet overeenstemt met de praktisch afgeleide waarde. Verlaging van de theoretische c_1 waarde kan leiden tot de juiste waarde. In hoofdstuk 4 wordt een stijfheidsmeting gedaan ter bepaling van de werkelijke waarde van C. Verder valt op dat de tijdvertraging die in de praktijk optreedt, niet wordt gehaald met het model. Iets gewijzigde waarden voor de geschatte $\underline{\xi}$ en Fw geven echter niet het gewenste resultaat. Blijkbaar zijn met de introductie van het model te grote vereenvoudigingen gemaakt. Men denke hierbij aan:

- Verwaarlozing van de spelingskrachten. Bij het doorlopen van de opzethoek door de opzetschijf worden ook spelingen doorlopen. Deze spelingen zorgen voor extra krachten.
- Het optreden van een hysterese-lus bij de stijfheid van de membranen (figuur 5).

in bless ? range have borney. Due to hard





Figuur 5: Hysterese lus

Bij de teruggaande beweging blijkt, dat bij een veer bij grote vermindering van de kracht slechts kleine vermindering van de uitwijking te zien is. Hoe groot de hysterese-lus is, zal in hoofdstuk 4, de stijfheidsmeting, worden bepaald.

- Verwaarlozing van de elastische indrukking.
- Verwaarlozing van de stijfheid van het contact tussen nokschijf en omzetrolkrans.
- Verwaarlozing van de scheefstelling van de omzetrolkrans, de tijdelijke scheefstand van de omzetrolkrans zorgt voor een langer contact met de opzethoek en verkorten van de arrettijd (bijlage 19).

3.4 Conclusie

Als de basismolen wordt aangedreven, treedt tijdens de opzet scheefstand op. Na de opzet is nog enige tijd scheefstand aanwezig, zodat de omzetrolkrans tijdens de arretstand naar zijn evenwichtsstand glijdt. Dit zorgt voor een aanzienlijke verkorting van de arretstand, wat tijdens een productieproces onaanvaardbaar kan zijn.

Het beschrijven van het gedrag met het dynamisch model van figuur 3 leidt niet tot het gewenste resultaat. Er zijn in dit model te grote vereenvoudigingen gedaan of te grote effecten verwaarloosd. Uitbreiding van het model zorgt er echter voor, dat het wiskundig niet meer te beschrijven is.

-18-

4. STIJFHEIDSMETING

4.1 Inleiding

In de hoofdstukken 2 en 3 is gebleken, dat er behoefte is aan torsie-stijfheidsbepaling van de membranen. Door de stijfheidsmeting zal moeten blijken of de C-waarde een constante is -dus of er een lineair verband bestaat tussen kracht en scheefstellingof een ander verband, en zal de grootte van de stijfheid worden afgeleid. Verder zullen wij een indruk krijgen van de grootte van de voorspanning. De metingen zijn verricht bij BM Licht Philips op een standaard meettafel.

4.2 Theoretische voorbereiding

Wanneer de omzetrolkrans wordt belast met een kracht, wordt er een evenwichtssituatie bereikt door een moment, geleverd door de membranen. Dit moment onstaat doordat aan de belaste kant van het lager de voorspanning van de membranen afneemt, en deze aan de onbelaste kant toeneemt. Om dit moment te meten als functie van scheefstand, worden enkele onderdelen geïsoleerd van de de basismolen. Dit zijn de membranen, de aandrukring, de tussen- en bovenring. Een extra ring (bijlage 20) werd ontworpen ter vervanging van de bevestigingsring, en om verplaatsingen te kunnen opdringen.

De aandrukring wordt op drie plaatsen ondersteund door middel van krachtopnemers. Op deze plaatsen zijn in de extra ring gaten geboord om met behulp van draadeinden en moeren de verplaatsingen te kunnen opdringen en bevinden zich ook verplaatsingsopnemers om de verplaatsingen van het membraan te meten (figuur 6).

-19-



Figuur 6: Proefopstelling

Ø

neutrale lijn

De meting zal als volgt worden uitgevoerd: Allereerst wordt er een voorspanning opgedrongen. De grootte van de verplaatsing, die oorzaak is van de voorspanning, is afgeleid in bijlage 21. Deze bedraagt 1,4 mm. Om een zo goed mogelijke benadering te krijgen van de situatie die aanwezig is bij de basismolen, wordt eerst de extra ring gefixeerd op 1,4 mm verplaatsing en worden daarna pas de membranen hierop vastgezet. Nu wordt er een neutrale lijn gekozen (figuur 5). Deze is niet willekeurig, daar slechts twee krachtopnemers ter beschikking stonden. De derde ondersteuning is een kogelstuk. Aangenomen wordt, dat door de introductie van de neutrale lijn het kogelstuk even zwaar wordt belast als krachtopnemer 2.

In punt 1 wordt nu stapsgewijs de voorspanning groter gemaakt, in punten 2 en 3 zal op dezelfde manier het membraan worden ontspannen, en wel zodanig dat de neutrale lijn op 1,4 mm voorspanning blijft. De absolute waarde van de verplaatsing van punt 1 moet tweemaal groter zijn dan die van punt 2 en 3. De verplaatsingen worden afgelezen op de verplaatsingopnemers, de kracht met behulp van krachtopnemers. Voor het moment geldt nu:

 $M = x \cdot F1 + 1/2 \cdot x \cdot F2 + 1/2 \cdot x \cdot F3$ (4.1)

Met $F_2 = F_3$ volgt:

$$M = x \cdot (F1 + F2)$$
 (4.2)

Met vergelijking 2.5 wordt :

$$C = \underline{M}$$
(4.3)

Voor de metingen geldt dan:

$$C = \underline{M}$$
(4.4)

De proefopstelling als eerder omschreven is afgebeeld in bijlage 22.

De gebruikte meetapparatuur is:

-	Krachtopnemers	Peekel type D 201 (1 Ton)		
		nr 173 en nr 174 en		
		als extra ondersteuning		
		een hulpkogelstuk.		
-	Meetversterker	Hottinger Baldwin MGT 232		
-	Digitale uitlezing	Hottinger Baldwin DA 24		
-	Microklok	Compac type 355 ter plaatse van punt 1		
-	Microklok	Compac type 556 ter plaatse van punt 2		
		en punt 3		
-	Magneetstatieven	Deze werden vastgezet op de extra ring.		

De Peekel drukdozen zijn geijkt op een trekbank van het type Zwick 1464. De ijkgegevens zijn vermeld in bijlage 23.

4.4 Resultaten

De meetresultaten -de digitaal afgelezen waarden van F1 en F2zijn vermeld in bijlage 24. Met vergelijking 4.4 en x = 0,240 m kunnen de bijbehorende momenten worden berekend (bijlage 25). In bijlage 25 is ook de voorspanning berekend.

De momenten zijn in grafiek uitgezet als functie van Y in bijlage 26. Als maximale waarde van Y werd uitgegaan van eerder gedane metingen (hoofdstuk 2). Wat meteen opvalt is, dat nadat een scheefstelling heeft plaatsgevonden er een blijvend negatief moment ontstaat. Dit blijvend negatief moment is niet het gevolg van het verschuiven van membranen maar van plastische zetting. Deze plastische zetting treedt waarschijnlijk op bij de bevestiging van de membranen aan de aandrukring. Er trad bolling van de membranen op. Blijkbaar treden in de buurt van de boutbevestigingen te hoge spanningspieken op. De grootte van het negatief moment is afhankelijk van de grootte van de scheefstelling die heeft plaatsgevonden. Bij toepassing van de membranen in de basismolen zal dit negatief moment niet ontstaan, maar wel een blijvende scheefstand van de aandrukring en omzetrolkrans.

-21-

De grootte van deze blijvende scheefstand hangt af van de grootst eerder opgetreden scheefstand.

De waarde van de stijfheid C^{*} is gelijk aan de richtingscoëfficient uit de figuur in bijlage 26. Er blijkt:

$$C^{*} = 300 / 120 \cdot 10^{-6} = 2,5 \cdot 10^{6} N$$

$$C = \frac{C^{*}}{x}$$

$$C = 2,5 \cdot 10^{6} / 0,24 = 1,0 \cdot 10^{7} N/m$$

$$C = 1,0 \cdot 10^{4} N/mm$$

Deze waarde van C is zelfs groter dan de theoretisch aangenomen waarde van C = 7,5 . 10^3 ^N/mm, maar het zal duidelijk zijn dat door de optredende plastische vervorming geen duidelijke uitspraken meer te doen zijn ten aanzien van de relatie tussen kracht en scheefstand van omzetrolkrans en aandrukring.

4.5 Conclusie

De gedane metingen laten als resultaat zien, dat wanneer er scheefstand van de aandrukring optreedt, er ook plastische zetting plaatsvindt. Deze plastische vervorming treedt ogenschijnlijk op bij de bevestiging van membraan aan de aandrukring door middel van bouten. De met behulp van metingen bepaalde stijfheid C is groter dan de theoretisch aangenomen C. Maar als gevolg van de plastische vervorming van de membranen is het gedrag tussen kracht en scheefstelling van de aandrukring of omzetrolkrans niet met behulp van de stijfheid C te beschrijven. Dit gedrag hangt namelijk af van in het verleden opgetreden scheefstellingen.

5. CONSTRUCTIEVE AANBEVELINGEN

De lagering werd ontworpen aan de hand van DDP 126 (lit.5) (Bijlage 27)

De grondgedachte hierbij was, dat bij toepassing van twee membranen, die voor de voorspankracht moeten zorgen, de aandrukring alleen kan transleren. Hierdoor ontstaat een stabiel lager. Uit de gedane metingen blijkt echter, dat de aandrukring bij belasting van de basismolen scheefstand gaat vertonen, en dat de lagering dus niet anders reageert dan is aangegeven in bijlage 27, figuur 126g, een instabiel lager.

Een betere lagering zal ontstaan, waneer de membranen zich verder van elkaar bevinden. De zuiver translerende beweging zal dan beter worden benaderd, maar nog blijft dan de vraag bestaan in hoeverre scheefstand van de aandrukring mogelijk is. Een verder punt van discussie kan de benodigde inbouwruimte zijn.

Een ander principe, dat kan zorgen voor het beoogde stabiel voorgespannen kruisrollager, is afgebeeld in bijlage 27, figuur 126f. Deze lagering heeft echter ook als nadeel, dat er een grote inbouwruimte aanwezig moet zijn.

Een lagering met beheerste voorspanning, die slechts een kleine inbouwruimte vergt, is afgebeeld in bijlage 27, figuur 126k. De aandrukring kan hierbij een schroefbeweging maken, waarvan alleen de translatiebeweging van belang is.

Uitgaande van een kruisrollager wordt het lager voorgespannen als is weergegeven in figuur 7.





- 1: Bevestigingsring
- 2: Omzetrolkrans
- 3: Aandrukring
- 4: Pennen

Figuur 7: Kruisrollager met voorspanning m.b.v. schroefbeweging

De aandrukring is in radiale richting geborgd door middel van een krans vastgelaste radiaal gerichte pennen. Deze pennen staan, onder elastische vervorming, de aandrukring scheefstelling en beweging in axiale richting toe.

Verder kan de aandrukring draaien om zijn as. Dit is essentieel om een schroefbeweging toe te laten. De radiale beweging van de aandrukring is geheel onderdrukt.

De pennen van de andere krans zijn ook vastgelast en lopen onder 45° met een axiale en een tangentiale richtingscomponent.

Ze onderdrukken de mogelijkheid tot scheefstelling van de aandrukring. Verder zorgen ze ervoor, dat draaien van de aandrukring alleen mogelijk is als er ook axiale verplaatsing plaatsvindt. Er ontstaat een schroefbeweging. De voorspankracht ontstaat door de elastische buiging van de pennen. De elastische buiging ontstaat door de schroefbeweging.

Omdat de aandrukring geen scheefstand meer kan vertonen, kunnen de loopbanen van de bevestigingsring en aandrukring zonder bolling worden uitgevoerd. Dit verhoogt de belastbaarheid van de lagering. Na monteren (bijlage 27, bewerkingsvolgorde) van het lager zal het lager pas de schroefbeweging uitvoeren -en dus speling gaan vertonen- als een kracht, die in radiale richting op het lager aangrijpt, groter is dan de totale voorspankracht.

6. CONCLUSIE EN AANBEVELING

Op de vraag uit hoofdstuk 1 of het kruisrollager toepasbaar is in de basismolen, kan het volgende worden gezegd.

Het statisch gedrag van de lagering is niet voorspelbaar door de optredende plastische vervorming van de membranen.

Het dynamisch gedrag van de lagering is niet beschrijfbaar met eenvoudige wiskundige vergelijkingen. Er moeten te grote simplificaties worden doorgevoerd om de vergelijkingen in handzame vorm te houden.

Door de plastische vervorming van de membranen treedt tijdens bedrijf een blijvende scheefstand op. Deze blijvende scheefstand is vermijdbaar door te zorgen dat de membranen alleen elastisch kunnen vervormen.

Verder kan worden gezegd dat tijdens bedrijf de omzetrolkrans en aandrukring periodieke scheefstand vertonen. De scheefstand treedt niet alleen op tijdens de doorzet, maar blijft gedurende langere tijd tijdens de arretstand aanwezig.

Een en ander leidt tot de conclusie, dat de lagering in deze vorm in de praktijk niet zal moeten worden toegepast. Een beter voorspelbaar gedrag wordt bereikt door te zorgen dat er geen plastische zetting optreedt in de membranen, maar het verdient aanbeveling om de molen uit te rusten met één van de lageringen als beschreven in hoofdstuk 5. De praktische toepasbaarheid van deze lagering zou hierna nogmaals moeten worden onderzocht.

LITERATUUR

- 1 : Barten H.J.M., Onderzoek naar de toepasbaarheid van een kruisrollager in de basismolen, Rapport WPA 0604, juni 1988
- 2 : Bragt J.M. van, Projectstrategie in de innovatie, Dictaat, augustus 1987
- 3 : Brandes E.A., Smithells Metals Reference Book, Butterworths, London 1983, 6e editie
- 4 : Eschman,
 Die Wälzlagerpraxis,
 R. Oldenbourg Verlag, München 1978, 2e editie
- 5 : Hoek W. van der, Des Duivels Prentenboek, Dictaat, januari 1989
- 6 : Koster M.P., Het dynamisch gedrag van mechanismen en systemen Dictaat, september 1985
- 7 : Koumans P.W., Nokmechanismen Dictaat, 1988

BIJLAGEN

1.	Tekeningenpakket	28
2.	Opdrachtomschrijving	29
3.	OPU van deze opdracht	30
4.	Model kruisrollager	33
5.	∆Y door bolvorm	34
6.	Elastische toenadering, puntcontact	35
7.	Elastische toenadering, lijncontact	42
8.	Verband Y en toenadering	44
9.	Schematisch lager met krachten Q, axiaal en radiaal	45
10.	Verdeling axiale kracht	46
11.	Verdeling radiale kracht	48
12.	Dynamische meetcurve	50
13.	Meetcurve met nokschijfhoek	51
14.	Nokkracht	52
15.	Afleiding versnellingen a _x en a _z	53
16.	Gemeten verplaatsingen van de omzetrolkrans (dynamisch)	55
17.	Oplossing differentiaalvergelijking	56
18.	Oplossing in waarden en grafiek	58
19.	Scheefstelling levert langer contact met opzethoek	59
20.	Extra ring	60
21.	Afleiding voorspanning	61
22.	Proefopstelling	62
23.	IJkgegevens drukdozen Peekel	63
24.	Meetgegevens (digit aflezing)	65
25.	Momenten (uit meting)	68
26.	Grafiek M - Y (met richtingscoëfficiënt)	71
27.	DDP 126	72

Het tekeningenpakket kan worden opgevraagd bij Philips Eindhoven, Centrale Groep BM Licht, gebouw EEC - 2.

Standaarddraadlager	tekeningnummer	7222	185	50822	e.a.

Kruisrollager

tekeningnummer 7222 183 9346 e.a.

TECHNISCHE UNIVERSITEIT EINDHOVEN Faculteit Werktuigbouwkunde Vakgroep WPA

<u>Onderzoekopdracht</u>

Uitvoerder	:	H.M.J.M. van Duuren
Afstudeerhoogleraar	:	Prof. ir. J.M. van Bragt
Begeleider TUE	:	Ing. J.J.M. Schrauwen

Opdracht

Gegeven een met behulp van membranen voorgespannen kruisrollager.

- Geef een "correctie" van het in rapport nr. 0604 afgeleide model .
- "Herhalen" van proeven ter toetsing van het model.
- Doe voorstellen voor een definitieve constructie.
- Doe eventueel een levensduurschatting afhankelijk van
 - * materiaalkeuze/-bewerking
 - belasting.

<u>Duur</u>: 400 uur

Oriëntatieproces

Oriëntatie (Oo): In deze fase wordt een vragenlijst opgesteld van te verzamelen gegevens.

- Wat is de doelstelling van de opdracht?
- Wat is het beoogde resultaat?
- Welk probleem moet eigenlijk worden opgelost?
- Wat zijn de ingangsgegevens?
- Zijn er relaties met andere projecten?
- Wie zijn de klanten betreffende de opdracht?
- Wat zijn de eisen?
- Plan (Op): De gegevens worden verzameld middels een denkproces, gesprekken met medewerkers en het bekijken van literatuur, met name WPA rapport nr. 0604.

Uitvoering (Ou): De volgende gegevens werden verzameld.

- Het doel van de opdracht is beoordelingscriteria op te stellen, waarmee de praktische toepasbaarheid van het met behulp van membranen voorgespannen kruisrollager te toetsen is.
 - Het beoogde resultaat is een wiskundige beschrijving (model), waaraan de lagering voldoet. Er zijn reeds modellen voorhanden, maar deze beschrijven de praktijk niet goed genoeg.
- Het model moet worden geverifieerd met een aantal metingen.
- Ingangsgegeven is het reeds eerder genoemde WPA rapport nr. 0604
- De opdracht is een vervolg op een reeds eerder gedaan onderzoek naar de toepasbaarheid van deze lagering.
- De relatie is Philips Eindhoven.
- Voor de opdracht zijn 400 uur beschikbaar.

Planproces

- Oriëntatie (Po): In deze fase worden door o.a. brainstormen enkele mogelijkheden bedacht om de opdracht uit te voeren.
- Plan (Pp): In deze fase wordt een keuze gemaakt uit de mogelijkheden die zijn gevonden.
- Uitvoering (Pu): Gekozen wordt voor een aanpak, die reeds in rapport nr. 0604 naar voren komt.

De opdracht wordt in 4 deelprojecten opgesplitst:

- Statische modelvorming.
- Dynamische modelvorming.
- Verifiërende metingen.
- Het doen van constructieve aanbevelingen en het trekken van conclusies.

Uitvoeringsproces

- Oriëntatie (Uo): Voor de opdracht staan 400 uur ter beschikking, die te verdelen zijn over de deelprocessen. Verwacht wordt dat het opbouwen van een meetopstelling langere tijd in beslag neemt en dat hierdoor de projecten toch min of meer door elkaar lopen. Een verdere tijdsindeling zal niet worden gedaan.
- Plan (Up): Begin met uitbreiding van het eerder geïntroduceerde statisch model aan de hand van de gevonden verschillen met eerder gedane metingen.
 - Hierna wordt begonnen aan een dynamische modelvorming. Dit model is ook te verifiëren aan de hand van eerder gedane metingen.
 - Begin in vroegtijdig stadium met voorbereiding voor een stijfheidsmeting, die reeds is vermeld bij de aanbevelingen in rapport nr. 0604.
 - Doe als laatste constructieve aanbevelingen en trek conclusies met betrekking tot de praktische toepasbaarheid van de lageringen.

Uitvoering (Uu): De uitvoering geschiedde volgens plan.

De resultaten zijn gebundeld in een verslag.

In deze aanpak zijn op verschillende plaatsen besprekingen (toetsen) gehouden tussen de uitvoerder, de begeleider en de afstudeerhoogleraar, ter evaluatie van de gevonden resultaten.





Ter plaatse van 1: Y = R . sin
$$(\varphi + \alpha) - R . \sin \varphi$$
 (1)

$$X = R \cdot \cos(\psi + \alpha) - R \cdot \cos\psi$$
 (2)

Ter plaatse van 2: Y = R . sin (180 -
$$\psi$$
 + α) - R . sin ψ (3)

$$X = R \cdot \cos (180 - \psi + \alpha) - R \cdot \cos \psi \qquad (4)$$

Met 1 en 3 volgt:

$$\Delta Y = R.\sin (180 - \psi + \alpha) - R.\sin \psi - R.\sin (\psi + \alpha) - R.\sin \psi (5)$$

$$\Delta Y = R.\sin (180 - \psi + \alpha) - R.\sin (\psi + \alpha)$$
(6)

Met $\cos \varphi = r/R$ volgt $\varphi = 45^{\circ}$ en $\Delta Y = R$. sin (135 + α) - R. sin (45 + α)

Met sin $(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$ volgt:

 $\Delta Y = R.(\sin 135.\cos \alpha + \cos 135.\sin \alpha - \sin 45.\cos \alpha - \cos 45.\sin \alpha) \quad (7)$

$$\Delta Y = R \cdot (\frac{1}{2}/2 \cos \alpha - \frac{1}{2}/2 \sin \alpha - \frac{1}{2}/2 \cos \alpha - \frac{1}{2}/2 \sin \alpha)$$
(8)

$$\Delta Y = -/2 \cdot R \cdot \sin \alpha \tag{9}$$

Krümmungsverhältnisse

In der Hertzschen Theorie wird die Berührung zweier allseitig gekrümmter Körper betrachtet, die mit der Kraft Q gegeneinander gepreßt werden (Bild 145 und 146).



Bild 145 Berührung zweier allseitig gekrümmter Körper mit ihren Hauptkrümmungsebenen

Bild 146 Die Krümmungsradien zweier allseitig gekrümmter Körper in den Hauptkrümmungsebenen

Jeder der beiden Körper "1" und "2" ist durch seine Krümmungen in den beiden senkrecht zueinander stehenden Hauptkrümmungsebenen gekennzeichnet, in denen die Krümmung ihren Maximalwert bzw. Minimalwert annimmt.



Bild 147 Konvexe Krümmung



Bild 148 Konkave Krümmung
Die Krümmung ϱ ist der Reziprokwert des zugehörigen Krümmungsradius r. Das Vorzeichen von ϱ ist positiv, wenn der Krümmungsmittelpunkt innerhalb des Körpers liegt (Bild 147), negativ dagegen, wenn der Krümmungsmittelpunkt außerhalb des Körpers liegt (Bild 148).

Die Krümmungen werden durch zwei Indices erläutert, von denen sich der erste auf den Körper und der zweite auf die Hauptkrümmungsebene bezieht. So bedeutet z.B. ϱ_{12} die Krümmung des Körpers "1" in der Hauptkrümmungsebene "2", während ϱ_{21} die Krümmung des Körpers "2" in der Hauptkrümmungsebene "1" darstellt.

Die Hertzschen Beiwerte μ , v und 2 K/ $\pi\mu$

Für die Berechnung der Annäherung der Druckfläche und der Flächenpressung nach der Hertzschen Theorie müssen aus den Krümmungsverhältnissen in der Berührungsstelle zunächst die Hertzschen Beiwerte μ , v und 2 K/ $\pi\mu$ bestimmt werden. Durch diese Werte wird die Verteilung der Beanspruchung an der Berührungsstelle charakterisiert. Es soll vorausgesetzt werden, daß die Hauptkrümmungsebenen der beiden Körper, wie in Bild 145 dargestellt, zusammenfallen. Bei Wälzlagern ist das immer der Fall. Die Krümmungen ϱ_{11} und ϱ_{21} sowie die Krümmungen ϱ_{12} und ϱ_{22} liegen also jeweils in der gleichen Ebene (Bild 146). Zunächst ist der Hilfswert cos τ zu berechnen aus:

$$\cos \tau = \frac{\varrho_{11} - \varrho_{12} + \varrho_{21} - \varrho_{22}}{\Sigma \varrho},$$
(43)

wobei

$$\Sigma \varrho = \varrho_{11} + \varrho_{12} + \varrho_{21} + \varrho_{22} \tag{44}$$

ist. Mit dem Hilfswert $\cos \tau$ – sein Vorzeichen spielt keine Rolle – lassen sich dann entsprechend der Hertzschen Ableitung die Beiwerte μ , v und 2 K/ $\pi\mu$ berechnen. Bild 149 zeigt, wie sich diese Beiwerte mit $\cos \tau$ ändern; die genauen Werte sind in Tafel 150 aufgeführt.



cost	μ	V	μν	<u>2Κ</u> πμ	cosτ	μ	V	μν	<u>-2Κ</u> πμ
0,9995	23,95	0,163	3,91	0,171	0,9770	5,63	0,338	1,90	0,476
0,9990	18,53	0,185	3,43	0,207	0.9765	5.58	0,339	1.89	0.478
0.9985	15.77	0.201	3.17	0.230	0.9760	5.53	0.340	1.88	0.481
0.9980	14.25	0.212	3.02	0.249	0.9755	5.49	0.342	1.88	0.483
0,9975	13,15	0,220	2,89	0,266	0,9750	5,44	0,343	1,87	0,486
0,9970	12,26	0,228	2,80	0,279	0,9745	5,39	0,345	1,86	0,489
0.9965	11,58	0,235	2,72	0.291	0.9740	5,35	0,346	1,85	0,491
0,9960	11,02	0.241	2,65	0.302	0.9735	5,32	0,347	1,85	0,493
0,9955	10,53	0,246	2.59	0.311	0.9730	5.28	0,349	1,84	0,495
0,9 950	10,15	0.251	2,54	0,320	0,9725	5,24	0,350	1.83	0,498
0,9945	9,77	0.256	2,50	0,328	0,9720	5,20	0,351	1,83	0,500
0,9940	9,46	0,260	2,46	0,336	0,9715	5,16	0,353	1.82	0,502
0,9935	9,17	0.264	2,42	0,343	0,9710	5,13	0,354	1,81	0,505
0,9930	8,92	0.268	2,39	0.350	0,9705	5,09	0,355	1,81	0,507
0,9925	8,68	0,271	2,36	0,356	0,9700	5,05	0,357	1,80	0,509
0,9920	8,47	0,275	. 2.33	0,362	0,969	4,98	0,359	1,79	0,513
0,9915	8,27	0,278	2,30	0,368	0,968	4,92	0,361	1,78	0,518
0,9 910	8,10	0,281	2,28	0,373	0,967	4,86	0,363	1.77	0,522
0,9905	7,93	0,284	2,25	0,379	0,966	4,81	0,365	1,76	0,526
0,9900	7,76	0,287	2,23	0,384	0,965	4,76	0,367	1,75	0,530
0,9895	7,62	0,289	2,21	0,388	0,964	4,70	0,369	1,74	0,533
0,9890	7,49	0,292	2,19	0,393	0,963	4,65	0,371	1,73	0,536
0,9885	7,37	0,294	2,17	0,398	0,962	4,61	0,374	1,72	0,540
0,9880	7,25	0,297	2,15	.0,402	0,961	4,56	0,376	1,71	0,543
0,9875	7,13	0,299	2,13	0,407	0,960	4,51	0,378	1,70	0,546
0,9870	7,02	0,301	2,11	0,411	0,959	4,47	0,380	1,70	0,550
0,9865	6,93	0,303	2,10	0,416	0,958	4,42	0,382	1,69	0,553
0,9860	6,84	0.305	2,09	0,420	0,957	4,38	0,384	1,68	0,556
0,9855	6,74	0,307	2,07	0,423	0,956	4,34	0,386	1,67	0,559
0,9850	6,64	0,310	2,06	0,427	0,955	4,30	0,388	1,67	0,562
0,9845	6,55	0,312	2,04	0,430	0,954	4,26	0,390	1,66	0,565
0,9840	6,47	0,314	2,03	0,433	0,953	4,22	0,391	1,65	0,568
0,9835	6,40	0,316	2,02	0,437	0,952	4,19	0,393	1,65	0,571
0,9830	6,33	0,317	2,01	0,440	0,951	4,15	0,394	1,64	0,574
0,9825	6,26	0,319	2,00	0,444	0,950	4,12	0,396	1,63	0,577
0,9820	6,19	0,321	1,99	0,447	0,948	4,05	0,399	1,62	0,583
0,9815	6,12	0,323	1,98	0,450	0,946	3,99	0,403	1,61	0,588
0,9810	6,06	0,325	1,97	0,453	0,944	3,94	0,406	1,60	0,593
0,9805	6,00	0,327	1,96	0,456	0,942	3,88	0,409	1,59	0,598
0,9800	5,94	0,328	1,95	0,459	0,940	3,8 3	0,412	1,58	0,603
0,9795	5,89	0,330	1,94	0,462	0,938	3,78	0,415	1,57	0,608
0,9790	5,83	0,332	1,93	0,465	0,936	3,73	0,418	1,56	0,613
	5,78	0,333	1,92	0,468	0.934	3,68	0,420	1,55	0,618
0,9785				-,			0.400		
0,9785 0,9780	5,72	0,335	1,92	0,470	0.932	3.63	0,423	1,54	0,622

Tafel 150 Zahlentafel zu Bild 149

còst	μ	v	μν	<u>2Κ</u> πμ	cos T	μ	V	μv	<u>2Κ</u> πμ
0,928	3,55	0,428	1,52	0,630	0,84	2,53	0.515	1,30	0,755
0,926	3,51	0,431	1,51	0,634	0,83	2,46	0,523	1,29	0,765
0,924	3,47	0,433	1,50	0,638	0,82	2,40	0,530	1,27	0,774
0,922	3,43	0,436	1,50	0,642	0,81	2,35	0,537	1,26	0,783
0,920	3.40	0,438	1,49	0,646	0,80	2,30	0,544	1,25	0,792
0,918	3,36	0,441	1,48	0,650	0,75	2,07	0,577	1,20	0,829
0,916	3,33	0,443	1,47	0,653	0,70	1,91	0,607	1,16	0,859
0.914	3.30	0,445	1,47	0.657	0,65	1,77	0,637	1,13	0,884
0,912	3,27	0,448	1,46	0,660	0,60	1,66	0,664	1,10	0,904
0,9 10	3,23	0,450	1,45	0,664	0,55	1,57	0.690	1,08	0,922
0,908	3,20	0,452	1,45	0,667	0,50	1,48	0,718	1,06	0,938
0,906	3,17	0,454	1,44	0,671	0,45	1,41	0,745	1,05	0,951
0,904	3,15	0,456	1,44	0,674	0.40	1.35	0,771	1.04	0.962
0,902	3.12	0,459	1,43	0,677	0.35	1,29	0,796	1,03	0,971
0,900	3,09	0,461	1,42	0.680	0,30	1,24	0,824	1,02	0,979
0,895	3,03	0,466	1,41	0,688	0,25	1,19	0,850	1,01	0,986
0,890	2,97	0,471	1,40	0,695	0.20	1,15	0,879	1,01	0,991
0,885	2,92	0,476	1,39	0,702	0.15	1.11	0,908	1,01	0,994
0,880	2,86	0,481	1,38	0,709	0.10	1.07	0.938	1.00	0,997
0,875	2,82	0,485	1,37	0,715	0,05	1,03	0,969	1,00	0,999
0,870	2,77	0,490	1,36	0,721	0	1	1	1	1
0,865	2,72	0,494	1,35	0,727					
0,860	2,68	0,498	1.34	0,733					
0.855	2.64	0.502	1.33	0.739					
0.850	2.60	0.507	1.32	0.745					

Tafel 150 Zahlentafel zu Bild 149 (Fortsetzung)

Einfluß verschiedener Werkstoffe

Die in den folgenden Abschnitten angeführten allgemeinen Gleichungen für die Berechnung der Druckfläche, Flächenpressung und Annäherung gelten für den Fall, daß beide Körper aus dem gleichen Werkstoff bestehen und somit den gleichen Elastizitätsmodul E und die gleiche Poissonsche Konstante 1/m haben. Die Beziehungen können auch für Fälle verwendet werden, in denen die beiden Körper aus verschiedenen Werkstoffen mit den elastischen Konstanten E_1 und m_1 bzw. E_2 und m_2 bestehen. Dann ist in den Gleichungen anstelle des Ausdrucks

$$\frac{1-\frac{1}{m^2}}{E}$$
(45)

der Ausdruck

$$\frac{1}{2} \left(\frac{1 - \frac{1}{m_1^2}}{E_1} + \frac{1 - \frac{1}{m_2^2}}{E_2} \right)$$
(46)

einzusetzen.

Bei den vereinfachten Gleichungen für Körper aus Stahl wurde mit dem Elastizitätsmodul $E = 2,08 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$ und der Poissonschen Konstanten 1/m = 3/10gerechnet. Auch diese Gleichungen lassen sich bei Körpern aus verschiedenen Werkstoffen verwenden, wenn man das Korrekturglied w einführt. Kennzeichnet man die elastischen Konstanten von Stahl durch den Index "st" und die der anderen Werkstoffe durch die Indices "1" und "2", so ist

$$w = \frac{1}{2} \cdot \frac{E_{st}}{\left(1 - \frac{1}{m_{st}^2}\right)} \cdot \left[\frac{1 - \frac{1}{m_1^2}}{E_1} + \frac{1 - \frac{1}{m_2^2}}{E_2}\right].$$
 (47)

Der Wert des Korrekturgliedes wist in Tafel 151 für verschiedene Werkstoffpaarungen angegeben.

Werkstoff des	E,	m,	Werkstoff des	E ₂	m ₂	Korrektur- glied
Körpers "1"	N/mm ²		Körpers "2"	N/mm ²		w
Stahl	2,08 · 10 ⁵	10/3	Stahl	$2,08 \cdot 10^{5}$	10/3	1
Stahl	$2,08 \cdot 10^5$	10/3	Grauguß	0,98 · 10 ⁵	4	1,59
Stahl	$2,08 \cdot 10^{5}$	10/3	Bronze	1,08 · 10 ⁵	10/3	1,46
Stahl	2,08 · 10 ⁵	10/3	Messing	0,88 105	10/3	1,68
Grauguß	0,98 · 10 ⁵	4	Grauguß	0,98 · 105	4	2,18
Grauguß	0,98 · 10 ⁵	4	Bronze	1,08.105	10/3	2,06
Grauguß	0,98 · 10 ⁵	4	Messing	0,88 · 10 ⁵	10/3	2,27
Bronze	1,08 · 105	10/3	Bronze	1,08 · 105	10/3	1,93
Bronze	1,08 · 10 ⁵	10/3	Messing	0,88 · 10 ⁵	10/3	2,16
Messing	0,88 · 10 ⁵	10/3	Messing	0,88 · 10 ⁵	10/3	2,36

Tafel 151 Korrekturglied w für verschiedene Werkstoffpaarungen

Bei der Berechnung der Druckfläche, der Flächenpressung und der Annäherung wird die Werkstoffpaarung durch einen Korrekturfaktor berücksichtigt, der eine Potenz von w darstellt (Tafel 152).

Tafel 152	Korrekturfaktor	zur	Berücksichtigung	verschiedener	Werkstoffe
-----------	-----------------	-----	------------------	---------------	------------

Fall	Berechnung der	Formel- zeichen	GI. Nr.	Korrek- turfaktor
Punkt- berührung	großen Achse der Druckellipse kleinen Achse der Druckellipse maximalen Flächenpressung Annäherung an einer Druckstelle	2a 2b Ρ ₀ δ _k	(65) (66) (77) (51)	$w^{1/3}$ $w^{1/3}$ $w^{-2/3}$ $w^{2/3}$
Linien- berührung	Breite der rechteckigen Druckfläche maximalen Flächenpressung Annäherung an einer Druckstelle	2b P_0 δ_k	(72) (81) (58)	$w^{1/2}$ $w^{-1/2}$ $w^{0.925}$

Besteht z. B. Körper "1" aus Stahl und Körper "2" aus Bronze, so ist nach Tafel 151 das Korrekturglied w = 1,46. Bei der Berechnung der Annäherung an einer Berührungsstelle mit Punktberührung ist dann in Gl. (51) der Korrekturfaktor $w^{2/3} = 1,29$ einzufügen, womit man erhält:

$$\frac{\delta_{\mathbf{k}}}{\mathbf{d}_{\mathbf{w}}} = 1,29 \cdot \mathbf{c}_{\delta} \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{\mathbf{Q}}{\mathbf{d}_{\mathbf{w}}^2}\right)^2}.$$

2.3.2 Elastische Verformung

Unter der elastischen Verformung δ_k wird im folgenden die Verformung oder Annäherung verstanden, die zwei gegeneinander gepreßte Körper an ihrer Kontaktstelle erfahren, z. B. die Verformung von Kugel *und* Innenring oder auch die Verformung von Kugel *und* Außenring. Im Gegensatz dazu wird mit δ die gesamte Verformung oder Annäherung bezeichnet, die an den beiden Kontaktstellen eines Körpers auftritt, der von zwei Gegenkörpern beansprucht wird, z. B. die gesamte Verformung von Kugel und Innenring plus der Verformung von Kugel und Außenring an ihren Kontaktstellen.

Verformung δ_k bei Punktberührung

Für zwei Körper mit Punktberührung (s. S. 76), die aus dem gleichen Werkstoff bestehen und mit der Kraft Q [N] gegeneinander gepreßt werden, ergibt sich nach Hertz

$$\delta_{\mathbf{k}} = 1.5 \cdot \frac{2 \mathrm{K}}{\pi \cdot \mu} \cdot \sqrt[3]{\frac{\left(1 - \frac{1}{\mathrm{m}^2}\right)^2}{\mathrm{E}^2} \cdot \frac{\Sigma \varrho}{3} \cdot \mathrm{Q}^2} \qquad [\mathrm{mm}]. \tag{48}$$

Die Werte $2K/\pi\mu$ und $\Sigma\varrho$ sind dabei nach S. 98 ff. zu bestimmen. Ist die große Halbachse a der Druckellipse, die sich an der Kontaktstelle ausbildet, z. B. aus Gl. (62) bereits bekannt, so kann man die Verformung δ_k auch nach Gl. (49) berechnen:

$$\delta_{\mathbf{k}} = 1.5 \cdot \frac{2 \,\mathrm{K}}{\pi} \cdot \frac{\left(1 - \frac{1}{\mathrm{m}^2}\right)}{\mathrm{E} \cdot \mathrm{a}} \cdot \mathrm{Q} \qquad [\mathrm{mm}]. \tag{49}$$

Für den Fall, daß beide Körper aus Stahl mit den elastischen Konstanten $E = 2,08 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$ und 1/m = 3/10 bestehen, läßt sich Gl. (48) vereinfachen zu

$$\delta_{\mathbf{k}} = \frac{2.79}{10^4} \cdot \frac{2 \mathrm{K}}{\pi \cdot \mu} \cdot \sqrt[3]{\Sigma \varrho \cdot \mathrm{Q}^2} \qquad [\mathrm{mm}]. \tag{50}$$

Indrukking (elastisch) bij punt puntcontact

$$r_{11} = 8 \qquad \rho_{11} = 0,125$$

$$r_{12} = \infty \qquad \rho_{12} = 0$$

$$r_{21} = 355,5 \qquad \rho_{21} = 2,81 \cdot 10^{-3}$$

$$r_{22} = 355,5 \qquad \rho_{22} = 2,81 \cdot 10^{-3}$$

$$\Sigma \rho = \rho_{11} + \rho_{12} + \rho_{21} + \rho_{22}$$

$$\Sigma \rho = 0,125 + 2 \cdot (2,81 \cdot 10^{-3}) = 0,131$$

$$\cos \zeta = \rho_{11} - \rho_{12} + \rho_{21} - \rho_{22}$$

$$\cos \zeta = 0,125 = 0,954$$

Met behulp van grafiek 149 of tabel 150 (lit.4) volgt:

$$\frac{2 \cdot K}{\pi \cdot \mu} = 0,565$$

Beide lichamen zijn van staal, dus de correctiefactor w = 1.

$$\delta_{\rm p} = 2,79 / 10^4 \cdot \frac{2 \cdot K}{\pi \cdot \mu} \cdot \frac{3}{2} (\Sigma \rho \cdot Q^2)$$

$$\delta_{\rm p}$$
 = 2,79 / 10⁴ . 0,565 . $\frac{3}{7}$ (0,131 . Q²)

 $\delta_{\rm p}$ = 8,01 . 10⁻⁵ . Q ^{2/3}

Verformung δ_k bei Linienberührung

Für den Fall der Linienberührung geht man davon aus, daß zwei achsparallele Zylinder von der Kraft Q gegeneinander gepreßt werden (Bild 155).





In den nachfolgenden Gleichungen ist die effektive Rollenlänge l_{eff} einzusetzen, also die Länge, auf der sich die beiden Zylinder tatsächlich berühren. Das ist bei der heute üblichen modifizierten Linienberührung (s. S. 11) die gesamte Rollenlänge l_w abzüglich eventuell vorhandener Hinterstiche an den Laufbahnen bzw. abzüglich der beiden Kantenrundungen r der Rolle:

$$l_{eff} = l_w - 2r \qquad [mm]. \tag{57}$$

Die Verformung δ_k für Linienberührung läßt sich nach Hertz nicht berechnen [78; S. 33/34]. Bochmann [26] hatte empirisch ermittelt, daß die Verformung δ_k von der ersten Potenz der Belastung Q abhängt; in neueren theoretischen Untersuchungen [176; 199] wurde dagegen

$$\delta_{\mathbf{k}} = \frac{4.05}{10^5} \cdot \frac{\mathbf{Q}^{0.925}}{\mathbf{l}_{\text{eff}}^{0.85}} \qquad [\text{mm}] \tag{58}$$

De indrukking (elastisch) bij lijncontact

.

$$\delta_1 = (4,05 / 10^5) \cdot (Q^{0,925} / I_{eff}^{0,85}) \cdot w^{0,925}$$

De correctiefactor voor twee verschillende materialen:

$$w = \frac{1}{2} \cdot \frac{E_{st}}{\left(1 - \frac{1}{m_{st}^{2}}\right)} \cdot \left[\frac{1 - \frac{1}{m_{1}^{2}}}{E_{1}} + \frac{1 - \frac{1}{m_{2}^{2}}}{E_{2}}\right].$$
 (bijlage 6)

$$E_{st} = 2,08 \cdot 10^{5} \text{ N/mm}_{2}$$

$$m_{st} = 10 / 3$$

$$E_{1} = 2,08 \cdot 10^{5} \text{ N/mm}^{2}$$
 (lagerrol is van staal)

$$m_{1} = 10 / 3$$

$$E_{2} = 1,7 \cdot 10^{5} \text{ N/mm}^{2}$$
 (omzetrolkrans UN-N 1011)

$$m_{2} = 3,64$$
 (= 1 / 0,275) (tabel 15.1 lit.3)

Invullen levert:

w = 1,12

I_{eff} volgt uit tekening 7222 183 9350 (Philips)



•

 $I_{eff} = (19, 6 - 2) / 2 \cdot \sqrt{2} = 12,54 \text{ mm}$

$$\delta_1 = 4,05 / 10^5 \cdot 1,12^{0,925} / 12,45^{0,85} \cdot Q^{0,925}$$

 $\delta_1 = 5,27 \cdot 10^{-6} \cdot Q^{0,925}$

-43-



Er geldt $Y = \sqrt{2} \cdot \delta t$



Axiallager mit $\alpha_0 = 90^\circ$

In Axiallagern mit dem Druckwinkel $\alpha_0 = 90^\circ$ – hierzu zählen Axial-Rillenkugellager, Axial-Zylinderrollenlager und Axial-Nadellager – verteilt sich eine äußere, zentrisch angreifende Axiallast gleichmäßig auf alle Rollkörper, wobei gilt:

$$Q = Q_{max} = Q_m = \frac{F_a}{z},$$
(124)

so daß die Quotienten

$$\frac{z \cdot Q_{\max}}{F_a} = k = 1 \qquad \text{und} \qquad \frac{z \cdot Q_m}{F_a} = k_1 = 1$$

sind. Wirkt die Axiallast dagegen im Abstand I von der Lagerachse, so werden die Rollkörper ungleichmäßig beansprucht (Bild 183).



Bild 183 Druckverteilung in einem Axiallager mit $\alpha_0 = 90^\circ$ bei exzentrischem Kraftangriff

In Bild 184 und 185 ist dargestellt, wie sich die Faktoren k und k_1 mit zunehmender Exzentrizität e des Kraftangriffs vergrößern.

Auf der Abszisse beider Diagramme ist die Exzentrizität

$$e = \frac{1}{T/2}$$
(125)

aufgetragen. Darin ist I der Abstand der Kraft von der Lagerachse und T der Rollkörperteilkreis (Bild 183). Außer den Faktoren k und k_1 kann auch die Größe der tragenden Zone ψ den Diagrammen entnommen werden.

So wird z. B. bei einem Axial-Rillenkugellager bis e = 0.6 der ganze Umfang des Kugelkranzes ($\psi = 360^{\circ}$) beansprucht; in diesem Fall wird die Scheitelkugel mit $Q_{max} = 2.35 \cdot F_a/z$ beansprucht, während die entgegengesetzt liegende Kugel gerade spannungslos wird. Bei e = 0.82 trägt nur noch die Hälfte des Kugelkranzes ($\psi = 180^{\circ}$) und Q_{max} ist $3.58 \cdot F_a/z$.

360*

300*

ψ



ψ 240* 4 I 180* k 3 k₁ k 120* 2 k, 60° 1 0• 00 0,4 0,8 Q2 0,6 īo $e = \frac{1}{2T}$

7

6

5

Bild 184 Auswirkung einer exzentrischen Axiallast auf die Druckverteilung in Axial-Kugellagern ($\alpha_0 = 90^\circ$)

Bild 185 Auswirkung einer exzentrischen Axiallast auf die Druckverteilung in Axial-Rollenlagern ($\alpha_0 = 90^{\circ}$)



Bild 177 Druckverteilung in einem radial belasteten, spielfreien Radiallager

Radiallager mit dem Druckwinkel $\alpha_0 = 0^\circ$

Bild 177 zeigt die Druckverteilung in einem spielfreien Radiallager bei radialer Belastung. In diesem Fall werden alle Rollkörper in der unteren Lagerhälfte beansprucht; damit ist $\psi = 180^{\circ}$.

Wegen des unterschiedlichen Verformungsgesetzes (Gl. (54) und (60)) ergeben sich für Kugellager und Rollenlager verschiedene Beziehungen. Für spielfreie Lager mit $\alpha_0 = 0^\circ$ gilt:

Kugellager Rollenlager:

$$Q_{max} = \frac{4.37 \cdot F_r}{z}$$
 (97) $Q_{max} = \frac{4.06 \cdot F_r}{z}$ (98)

$$Q_m = \frac{2,46 \cdot F_r}{z}$$
 (99) $Q_m = \frac{2,49 \cdot F_r}{z}$ (100)

Die Quotienten

$$\frac{z \cdot Q_{\max}}{F_r} = k \quad \text{und} \quad \frac{z \cdot Q_m}{F_r} = k_r$$

sind also für spielfreie Lager konstant. Sie ändern sich jedoch bei Lagern, die ein bestimmtes Radialspiel haben, mit der Größe des Radialspiels e und der Radialbelastung F_r (Bild 178 und 179).

Auf der Abszisse beider Diagramme ist das Verhältnis



aufgetragen. Darin ist C_s die Verformungskonstante für Kugellager nach Bild 154



und $C_{\delta L}$ die Verformungskonstante für Rollenlager nach Bild 156. Radialspiel und Vorspannung sind mit ihrem absoluten Betrag|e| einzusetzen.

Wie man am Verlauf der k- und k₁-Kurven erkennt, hat die maximale Rollkörperbelastung

$$Q_{max} = \frac{k \cdot F_r}{z}$$
(101)

und die mittlere Rollkörperbelastung

$$Q_{m} = \frac{k_{1} \cdot F_{r}}{z}$$
(102)

bei Kugel- und Rollenlagern ein Minimum im Vorspannungsgebiet, und zwar etwa dort, wo sich die tragende Zone ψ gerade über den ganzen Umfang des Lagers erstreckt.

		1510			
•		0,	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1		Meting 11:-120
9					
A 4 210 .	6	ġ			
297 mm	200	1/10			
, B	lood bool	2			
	(erp				
_		+5			
		+4			
		-+3		7 7 7	
	ן ט	' -+ ₹			
	C I				
	[] [*]	-0			
			2 0,4	0,8 1,2 1,2	6 20 28 32 36 20
HADE #4 G					
ERMANY					

Bijlage 12



Bijlage 13



Scheve sinus:

Drukhoek
$$\alpha$$
:

$$h' = \frac{hm}{xm} - \frac{hm}{xm} \cdot \cos \frac{2\pi \cdot x}{xm}$$

$$xm = \frac{1}{3} \cdot 2\pi \cdot r \quad (90^{\circ} \text{ opzet})$$

$$m = \frac{1}{3} \cdot 2\pi \cdot 0,145 = 0,2277 \text{ m}$$

$$m = \frac{1}{3} \cdot 2\pi \cdot 0,145 = 0,2277 \text{ m}$$

$$m = 0,14 \text{ s}$$

$$\alpha = \arctan \left(\frac{hm}{m} - \frac{hm}{m} \cdot \cos \frac{2\pi \cdot x}{xm} \right)$$

$$\alpha = \arctan \left(\frac{hm}{m} - \frac{hm}{m} \cdot \cos \frac{2\pi \cdot x}{xm} \right)$$

$$h = \frac{1}{\sqrt{\alpha + \alpha^{2}}} \int_{xm}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\alpha + \alpha^{2}}}$$

Invullen levert:

$$a_{X} = \frac{2\pi \cdot 0.08}{(0.14)^{2}} \cdot \sin \frac{2\pi \cdot t}{0.14} \cdot (\frac{0.08}{0.2277} - \frac{0.08}{0.2277} \cdot \cos \frac{2\pi \cdot t}{0.14})$$

$$a_{Z} = \frac{2\pi \cdot 0.08}{(0.14)^{2}} \cdot \sin \frac{2\pi \cdot t}{0.14}$$

1

 $a_{X} = 9,0 \sin (44,9.t) - 9,0 \sin (44,9.t) \cdot \cos (44,9.t)$

$$a_z = 25,6 \sin (44,9.t)$$



-54-

Gemeten verplaatsingen



positie	I	:	-0,0173	mm
positie	II	:	-0,0574	mm
positie	III	:	-0,0489	mm
positie	IV	:	0,0141	mm
positie	v	:	0,0469	mm
positie	VI	:	0,0374	mm

Ter plaatse van 1: $Y = \frac{1}{2} (I + IV) = -0,0016 \text{ mm}$ Ter plaats van 2: $Y = \frac{1}{2} (II + III) = \frac{1}{2} (-0,0574 - 0,0489) = -0,05315 \text{ mm}$

Ter plaatse van 3:



 $Y = \frac{-0,05315 + 0,0016}{300 \cdot \cos 30^{\circ}} \cdot 300 - 0,0016$

Y = -0,0595 - 0,0016 = -0,061 mm

Ter plaatse van 4: $Y = \frac{1}{2} (0.0469 + 0.0374) - 0.0016 - 0.0016$ cos 30°

Y = 0,0505 - 0,0016 = 0,0489 mm

```
\ddot{y} + 92 \dot{y} + 8,5 . 10<sup>5</sup> y = 25,6 sin (\omega. t) - 3,4
met \boldsymbol{\omega} = 44.9
Homogene oplossing:
y (h) = e^{-\xi} \cdot \omega_{e,t} (C1.cos(\omega_{e,t}/(1-\xi^{2}).t) + C2.sin(\omega_{e,t}/(1-\xi^{2}).t))
y (h) = e^{-46.t} . (C1.cos(919.t) + C2.sin(919.t))
Particuliere oplossing:
y(p) = A \cdot sin(\omega \cdot t) + B \cdot cos(\omega \cdot t) - h
Invullen levert:
-A.\omega^2.\sin(\omega.t) - B.\omega^2.\cos(\omega.t) + 92.(A.\omega.\cos(\omega.t) - B.\omega.\sin(\omega.t))
+ 8,5.10<sup>5</sup>. (A.sin(\omega.t) + B.cos(\omega.t) - h) = 25,6.sin(\omega.t) - 3,4
             -A.\omega^2 - 92.B.\omega + 8.5.10^5.A = 25.6
             -B.\omega^2 - 92.A.\omega + 8.5.10^5.B = 0
             -8,5.10^{5}.h = -3,4
             -2016.A - 4133.B + 8,5.10^5.A = 25,6
             -2016.B + 4133.A + 8,5.10^5.B = 0
             h = -3, 4 / -8, 5.10^5
             8,5.10^5.A - 4133.B = 25.6
             8,5.10^5.B = -4133.A
                                                            B = -4,9.10^{-3}.A
             h = 4,0.10^{-6}
             A = 25,6 / 8,5.10^5 = 3,0.10^{-5}
             B = -1, 5.10^{-7}
             h = 4, 0.10^{-6}
```

$$y = y (h) + y (p)$$

$$y = e^{-46.t} (C1.cos(919.t) + C2.sin(919.t))$$

$$+ 3,0.10^{-5}.sin(44,9.t) - 1,5.10^{-7}.cos(44,9.t) - 4,0.10^{-6}$$

$$\dot{y} = -46e^{-46.t} (C1.cos(919.t) + C2.sin(919.t))$$

$$+ e^{-46.t} (-919.C1.sin(919.t) + 919.C2.cos(919.t))$$

$$+ 3,0.10^{-5}.sin(44,9.t) - 1,5.10^{-7}.cos(44,9.t) - 4,0.10^{-6}$$

$$y(0) = 0 \qquad C1 - 1,5.10^{7} - 4,0.10^{-6} = 0$$

$$C1 = 4,15.10^{-6}$$

$$\dot{y}(0) = 0 \qquad -46.C1 + 919.C2 + 44,9.3,0.10^{-5} = 0$$

$$C2 = (46.4,15.10^{-6} - 44,9.3,0.10^{-5}) / 919$$

$$C2 = -1,26.10^{-6}$$

$$y = e^{-46} \cdot t \cdot (4,15.10^{-6} \cdot \cos(919.t) - 1,26.10^{-6} \cdot \sin(919.t)) + 3,0.10^{-5} \cdot \sin(44,9.t) - 1,5.10^{-7} \cdot \cos(44,9.t) - 4,0.10^{-6}$$

t	=	0,000 s	У	 0,0 µm	
		0,005		3,1	
		0,010		6,2	
		0,015		14,7	
		0,020		21,1	
		0,025		22,6	
		0,030		24,2	
		0,035		26,4	
		0,040		25,8	y < 0
		0,045		22,7	
		0,050		19,3	







Voorspanning:





IJkgegevens:

De drukdozen werden geijkt op een trekbank Zwick 1464 (Philips)

kN	digit (aflezing)
0,000	0002
7,440	3868
4,960	2577
2,452	1270
0,002	0000
1,065	0552
	kN 0,000 7,440 4,960 2,452 0,002 1,065

Peekel 2	кn	digit (aflezing)
	0,000	0000
	7,612	4420
	5,080	2940
	2,580	1495
	0,970	0562

Peekel 1 = digit . 1,925 [N]

Peekel 2 = digit . 1,727 [N]



Bijlage 23 vervolg

-64-

Torsiemeting: Meting 1

Datum: 5.10.1989

Ter plaatse van:

Digit aflezing:

1	2,3	Fl	F2,3	F1	F2,3	Fl	F2,3
0	0	70	78	1			
1400	1400	492	534	418	582	416	581
1420	1390	604	458	553	493	545	496
1440	1380	680	441	641	445	633	449
1460	1370	766	370	722	390	708	404
1480	1360	841	332	808	357	806	355
1500	1350	912	294	892	303	891	314
1520	1340	968	266	970	267	966	270
1500	1350	833	359	835	360	826	361
1480	1360	738	409	740	416	741	410
1460	1370	657	455	655	442	657	454
1440	1380	575	495	576	495	571	500
1420	1390	513	536	496	545	488	544
1400	1400	418	582	416	581	413	585

Torsiemeting: Meting 2

Datum: 5.10.1989

Ter plaatse van:

Digit aflezing:

1	2,3	Fl	F2,3	F1	F2,3	Fl	F2,3
1400	1400	418	584	354	616	355	623
1420	1390	545	503	477	533	469	538
1440	1380	634	447	582	480	574	482
1460	1370	721	404	665	436	659	440
1480	1360	806	357	729	395	738	392
1500	1350	887	314	830	343	826	349
1520	1340	968	270	916	298	907	301
1540	1330	1030	230	993	250	989	255
1560	1325	1079	234	1067	218	1058	250
1580	1325	1127	200	1127	198	1126	198
1560	1320	1010	261	1011	263	1017	269
1540	1330	922	294	913	310	909	313
1520	1340	825	359	825	364	818	365
1500	1350	714	400	740	410	737	409
1580	1360	663	446	656	456	656	455
1560	1370	581	493	582	491	574	494
1540	1380	503	534	516	534	509	531
1520	1390	431	578	422	581	430	578
1400	1400	352	616	354	623	350	621

Torsiemeting: Meting 3 Datum: 5.10.1989

Ter plaatse van:

Digit aflezing:

1	2,3	F1	F2,3	F1	F2,3
1400	1400	350	621	349	619
1420	1390	487	537	475	534
1440	1380	577	485	571	481
1460	1370	658	434	656	433
1480	1360	737	390	736	390
1500	1350	828	347	826	344
1520	1340	903	303	903	302
1500	1350	766	395	769	394
1480	1360	676	443	672	447
1460	1370	594	488	590	487
1440	1380	507	536	506	532
1420	1390	424	579	427	579
1400	1400	349	619	355	620

Losdraaien zorgt voor een blijvende daling van \pm 1 mm. Ter plaatse van 1 = 1,096 mm Ter plaatse van 2 = 1,084 mm Ter plaatse van 3 = 1,059 mm



*) Deze waarden worden veroorzaakt door de massa van de opstelling en hebben geen invloed op de momentberekening.

Uitwerking meting 1:

Verplaatsing:	M [Nm]	M [Nm]	M [Nm]	
0	6,0	-48,1	-48,6	
20	89,2	51,1	46,2	
40	131,4	111,7	106,3	
60	200,5	172,0	159,6	
80	250,9	225,3	225 , 2	
100	299,5	286,5	281,5	
120	337,0	337,5	334,5	
100	236,0	236,6	232,0	
80	171,4	169,5	172,4	
60	114,9	119,4	115,4	
40	60,5	60,9	58,4	
20	14,8	3,3	-0,0	
0	-48,1	-48,6	-51,7	

Uitwerking meting 2:

Verplaatsing:	M [Nm]	M [Nm]	M [Nm]
0	-48,9	-91,7	-94,2
20	43,3	-0,5	-6,3
40	107,6	69,9	65,4
60	165,7	126,5	122,1
80	224,4	173,1	178,5
100	279,6	241,3	237,0
120	335,3	299,7	294,3
140	380,5	355,1	351,2
160	401,5	402,6	385,2
180	437,8	438,6	438,1
160	399,9	358,1	358,4
140	304,1	293,3	290,2
120	232,4	230,3	226,6
100	176,6	171,9	171,0
80	121,4	114,1	114,5
60	64,1	65,4	60,4
40	11,1	17,1	15,1
20	-40,4	-45,8	-40,9
0	-92,7	-94,7	-95,7

Uitwerking meting 3:

Verplaatsing:	M [Nm]	M [Nm]	
0	-95,7	-95,3	
20	2,4	-1,9	
40	65,6	64,4	
60	124,1	123,6	
80	179,7	178,4	
100	238,7	239,0	
120	291,6	292,0	
100	190,2	192,0	
80	128,7	125,2	
60	72,2	70,7	
40	12,1	13,3	
20	-44,1	-42,7	
0	-95,3	-93,0	

De voorspankracht aan het begin van de meting:

Fv

= 1,925 . (F1 digit-70) + 2 . 1,727 . (F2 digit-78) = 1,925 . (492-70) + 2 . 1,727 . (534-78) = 1,925 . 422 + 2 . 1,727 . 456 = 812 + 2.788 = 2388 N

11 450 1 ų M [Nm] ii. 400 1 2 •••• ÷ E 14 1 350 1:11 11 300 1 250 đ 1 (B) œ ::: 200 A 1 H 1 đ 150 **(f)** 1 3 B -11 E 100 50 1 ÷ um V Z õ 140 180 40 60 80 120 łдо 160 3 • 311 ÷ -5 1 11 . . H 1 -100

-71-

Bijlage 26
D.D.P. 126

Wil men een schijf of as op afrolling (kogels) lageren met als enige graad van vrijheid de hoekrotatie ø, dan gebruikt men meestal ingekochte kogellagers. Daarbij steunt men terecht zo op het goede denk- en maakwerk van de kogellagerfahrikant dat men zich zelden gedwongen voelt om zelf het probleem te doordenken. Toch kan dit verhelderend werken.

Stel we willen een roterend lichaam lageren op kogels, liefst statisch bepaald en met beheerste vóórspanning.



Afb. D.D.P. 126a toont een principe-schets met boven een vaste loopring met drie kogels die een bolvlak dragen. De kogels bepalen de ligging van het bolmiddelpunt M₁ en daarmee één punt van de rotatiehartlijn van het te lageren lichaam L.



We moeten nu nog twee vrijheidsgraden (de hoeken ϕ en ξ) beperken, b.v. door van een ander punt M_2 van de hartlijn van het lichaam de x en de y vast te leggen (<u>niet</u> de z).

Dat kan b.v. met een hulpbol H die zelf gelagerd is door een analoge constructie als bij M_1 , en die zich zonder zijdelingse speling axiaal kan verplaatsen t.o.v. het te lageren lichaam L. Om op basis van dit principe tot een betrouwbaar werkend geheel te komen, moeten we een aantal principiële deelproblemen oplossen.

Die worden behandeld onder I, II en III in dit D.D.P.. Voor "exacte" lagering dient D.D.P. 128 mede in beschouwing genomen te worden.

I De liqqing van M_1 zou statisch bepaald zijn door 3 kogels onder ca 120° op de loopring. Bij rotatie zou echter de plaats van M_1 voortdurend veranderen t.g.v. onrondheid van de kogels en axiale en radiale slingering van zowel de vaste loopring als de loopbaan op L. Deze veranderingen vertonen een grillig patroon; men realisere zich dat als L 100 omwentelingen maakt, de kogels b.v. 30 maal hun baan doorlopen, daarbij dus 70 maal door de baan op L overrold worden en tevens enkele honderden malen om hun as dramien.

Zouden we (aanzienlijk) méér kogels invoeren en de lagering zóver voorspannen dat de elastische invering groot genoeg is om <u>alle</u> kogels <u>altijd</u> tot meedragen te nopen, dan zou de invloed van axiale en radiale slingering van de beide loopbanen tot nul zijn gereduceerd! (Pas op: Bij vóórgespannen complete kogellagers houdt men slingering, maar die is tussen loopvlak en passing op de as resp. in het huis, zie ook D.D.P. 128).

D.D.P. 126 - vervalg

Nen houdt elleen de invloed van oncondheld van de kogels, maar die is gering en door het grote mantel statistisch goed uitgemiddeld.

De els is nu dat enerzijds de lagering als geheel stijf genoeg is, maar dat anderzijds de atijfheid per konel (2 Hertze contacten in serie - voor de stijfheid daarvan zie o.m. D.D.P. 77 an eventueel een extra elasticiteit in de loopringen) laag genoeg om de gezamenlijke vormtolerantiés te overbruggen hij een belasting die bij de gewenste løvensduur toelaatbaar is. Men komt zo gauw tot hoge eisen aan de vormnauwkeurigheid van de loopbenen. In het bijzonder onregelmutigheden met een periodiciteit die gecorreleerd is met het santal kogels, zijn daarbij ontoelaathaar. Als simpel voorbeeld denke men aan een eenmalige axiale overhelasting waarbij elke kogel een putje in de loopring gedrukt heeft.

Zo'n lager is nooit meer goed te krijgen en het middelt per definitie niet uit. Aungezien de fouten die bij het slijpen van de loopbanen optreden het sterkst tot uiting komen in de periodiciteiten van 2 en 3x per omwenteling, prefereert men kogeluantallen die niet door 2 of 3 deelbaar zijn, dus de priemgetallen 5, 7 11, 13, 17 enz.

Toch lijkt de oplossing met voorspanning op veel kogels beter dan de "statisch bepaalde" met 3 kogels: H₁ is zo beter gedefinieerd en de stijfheld is (door het grote aantal kogels die bovendien voorgespannen zijn, dus extra stijf (zie D.D.P. 77)) aanzienlijk groter.

Kogellagers zijn een propositie sinds de bewerkingsnauwkeurigheid de toelaatbare (Hertze) invering overtreft!

Het op <u>buiging</u> verende rolbanen vindt men ze reeds in Hollandse windmolens en later in bruggen en krament met "starre" inopbanen (cups) pas sinds de flets in massafabricage kwam! Il Het volgende deelprobleem is de loopbaan.

In de uitvoering volgens aft. D.D.P. 126a mallen de kagels zich af om de lijn door de kantektpunten K_1 en K_2 .

In de contactpunten treedt nist alleen afroiling op doch ook "tollen" en dat geeft extra slijtage en rolweerstand.

(Een tollende kogel, straal R mm, belasting Q N, strust van het contactvlak a mm heeft een tolmoment M $= \frac{4}{7}\mu$ Qa; in een constructie als die van afh. D.D.P. 126a leidt dat tot een extra tegenwerkend moment op de as:

 $M_{BB} = \frac{\mu}{107} + R_{BB} (\frac{\eta^2}{R})^2/3$ Nmm wat in de praktijk neerkomt op een <u>extra</u> rolweerstand van cw. 0,002).

Het voordeel is de goede plaatsbepaling van de kogelbaan. In die baan kan men de kogels zich vrij laten verdelen, of men kan de verdeling bewerkstelligen met een kogelkooi of om en om een gewone en lets kleinere kogel. De verdeling van de kogels is in het algemeen een moeilijke technische opgave (zie ook D.D.P. 125) en vaak een bron van zorg: met name als de kogels en de eventuele kogelkooi versnellingskrachten ondervinden die niet vanuit het lagermiddelpunt gericht zijn, zoels b.v. bij een drijfstangkoplager.

Een alternatief met (nog wel geen zuivere muar toch veel) betere afrolling, tussen twee concentrische bolvlaken, geeft afb. D.D.P. 126b.



Hier

is echter een kogelkoni (met eigen borging tegen kantelingt) onndzakelijk. Kogelløgecføbrikanten kozen voor een derde alternatief, zie D.D.P. 126c.



De kogelkooi ontleent zijn borging tegen kantelen aan de kogels zelf. Het Hertze contact is gunstig omdat de loopringen de kogel met een negatieve kromtestraal omhullen.

Het punt M₁ uit afb. 126a is in eerste instantie in het middendeelvlak van het kogellager gekomen.

Van dat punt worden de x en y goed vastgelegd als althans de fabrikant voor de goede voorspanning heeft gezorgd en als in de praktijk die voorspanning ongeacht lager (pers)passingen, temperatuurverschillen en slijtage ongewijzigd gehandhaafd hleef. Aan de voorspanning is immers niets na te stellen!

.

De z wordt veel minder goed vastgelegd; het is in eerste instantie een "indifferent evenwicht", zodra axiale belasting optreedt, stellen de kogels -ich anders in, kiezen a.h.w. een nieuw punt M_1 en leggen nu daarvan de x, de y en naarmate M_1 verder uit het middenvlak ligt steeda beter - ook de z vast. De axiale kracht wordt opgenomen onder een zeer

ongunstige hoek, het lager zou snel overbelast raken. Daarom geven de meeste kogellagerfahrikanten hun groefkogellagers bewust enige positieve speling.

De hoek waaronder de axiale belæsting wordt opgenomen, wordt nu gunstiger en het axiale dræsgvermogen is dan ook groter næarmate de apeling groter is. Het "ultmiddelen" van de fouten van baan en kogels in x- en y-richting gaat nu echter verloren zodra de axiale belæsting daarvoor ontoereikend is. Het standaard enkelrijig diengroefkogellager komt zo uit de bus als een aantrekkelijk relatief hoog belastbaar en door de massafabricage toch zeer goedkoop en verrassend nauwkeurig constructie-element dat evenwel voor exacte plaatabepaling niet optimaal is, (Zie ook D.D.P. 136 -5, 6 en 7).

Dpgemerkt moet worden dat de fabrikanten in de loop der jaren hun assortiment hebben uitgebreid met verscheidene typen als kegeltagers, tonlagers, hoekcontactlagers en vierpuntscontactlagers, waarbij de voorspanning vaak wel in- en nastelbaar is.

111 Om van het principe van D.D.P. 126a een betrouwbaar werkend geheel te maken, moet nog een spelingsvrije axiale lagering van de hulphol H op de te lageren as t gevonden worden en een verende voorspanning. Voor de hand ligt dan een lagering op vlakke membranen onder de gewenste voorspanning.

Voor een goede axiale lagering zijn twee evenwijdige membrunen nodig die op twee plaatsen een x en y van de hartlijn vastleggen. We willen in ons geval echter alleen in punt M₂ de x, y van H vastkoppelen aan de x, y van L. We kunnen dus met één membraan volstaan <u>mits dit</u> ligt in het vlak van het bolmiddelpunt M₂.

G.W.B. van den Berg, THE, groep WP ontwierp zo een lagering voor een preparaat-rotatietafel in een electronenwicroscoop. Zie afb. D.D.P. 126d.



M₁ is hier in het beeldpunt gekozen. Voor een op strael R en straal r ingeklend membraan, dik δ uit materiaal met elepticiteitsmodulus E en dwarncontractiecoëfficiënt v (staal: v = 0,3) geldt: D.D.P. 126 - vervalg

zukking
$$z = \frac{3F_{BK}(1-u^2)}{4\pi E\delta^2} \left[R^2 - r^2 - \frac{4R^2 r^2}{R^2 - r^2} (1 n^R r)^2 \right]$$

en

$$\sigma = \frac{3^{2} H_{X}}{2\pi\delta^{2}} \left[1 - \frac{2R^{2}}{R^{2} - r^{2}} (tn^{R}/r) \right]$$

De vering mag ook in de buitenbaan zitten (afb. D.D.P. 126e)



126 e

1



D.D.P. 126f geeft hiervan een voorbeeld.



Reschauwen we nu het in D.D.P. 28 hespraken druadkonellaner.

Zo'n inger mmet nu inlopen vust sfgesteld worden en is dan erg gevoelig voor uitzettingsverschillen. Hen mag zo'n lager niet verend voorspannen door b.v. de gedeelde binnenring verend aan te drukken, want zo'n lager is dan van huis uit <u>in-</u> stablel, zelfs als we de verende ringhelft, b.v. d.m.v. een membraam goed gecentreerd houden t.o.v. de veste ringheift.



126 q

In afb. D.D.P. 126g kan men zien hoe de buitenring bij een kleine, b.v. constant naar linko gerichte kracht na verloop van tijd naar linka uitwijkt tezamen met de konelkrans, terwijt dan de binnenring links dicht- en rechts (aanvankelijk evenveel en later door de ronding van de koyel zelfs minder) opengaat.

Onze principeschets D.D.P. 126a en i.h.b. de uitvoeringsvorm D.D.P. 126f geven echter de oplossing aans we moeten zodanig verend aandrukken dat M₂ zich t.o.v. de vante wereld niet verplaatsen kan.





Een uitvoeringsvorm als D.D.P. 126h met één membraan ter hoogte van M₂ voldoet. Hierbij is hoek a kleiner dan 45° gekozen om bouwhoogte te winnen. Al te ver kan men hiermee niet gaan i.v.m. eisen aan diumetertoleranties, ongelijke kogelbelastingen en zelfremmendheid.



126 i

D.D.P. 1261 toont een uitvoering met parallelgeleiding d.m.v. 2 membranen. Nu is men in bouwhoogte niet gebonden san de ligging van M_2 . Voorwaarde is hier dat het parallelgeleide deel beschouwd kan worden als een <u>star</u> lichaam.

Aan deze eis is niet licht te voldoen: de bij draadkogellagers gebruikelijke ringen zijn relatief "alank" (afmetingen van ringdoorsnede klein t.o.v. ringdiameter), zodat in de uitvoering van D.D.P. 126i de parailelgeleide linkerdoorsnede gemakkelijk op een andere hoogte kan komen dan de rechterdoorsnede.

Uiternurd kan men in alle gevallen de voorspanning desgewenst ontlenen aan spart aangebrachte eventueel instelbare voerpakketten i.p.v. aan de membranen.

D.D.P. 126 - vervalg

De wellicht elegentate ultvæeringsvanm is gegeven in efb. D.D.P. 126k.

Hij berust op relatieve schroefheweging van de verende ringhelft t.o.v. de vaste ringhelft, afgedwongen door elastische deformatie van twee kransen van verende pennen. Ook hierbij wordt punt M_2 in de vaste hartlijn gehouden.

In ontspannen toestand staan de pennen van de ene krans zuiver radiaal gericht en koppelen zo de beide ringhelften (concentrisch).

De pennen van de andere krans lopen onder 45°, met een axiale en een tangentiële richtingscomponent.





126 k

De bewerkingsvolgorde van de constructie van D.D.P. 126k is:

- Voorgedraaide ringheiften op sanslag op elkaar vaatschroeven.
- Inhoren met penmaat: één krans van gaten radisal, één krana onder 45° axisal/tangentiaul.
- Demonteren en opboren van binnenuit (ruimte voor vering van de pennen).
- Pennen monteren en fixeren (achtereinden lijmen of lassen).
- 5. De nu nog sunwezige vrijheidsgraad (relatieve schroefbeweging) tijdelijk blokkeren door de ringhelften op elkasr vast te schroeven op een nieuwe aanslag, die zoveel hoger is dan de eerste dat de gewenste lagervoorspanning is opgewekt.
- 6. Loopgroof nadraaien.
- 7. Ringhelften losschroeven en zanslag wegnemen.
- B. Druadlager monteren (huitenring hiertoe voorzien van losse doch hij montage struk vast te zetten zijflens).