

# Über den Gesamtwirkungsgrad von Verdrängerpumpen

**Citation for published version (APA):**

Schlösser, W. M. J. (1968). Über den Gesamtwirkungsgrad von Verdrängerpumpen. *Oelhydraulik und Pneumatik*, 12(10), 415-420.

**Document status and date:**

Gepubliceerd: 01/01/1968

**Document Version:**

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

**Please check the document version of this publication:**

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

**General rights**

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

[www.tue.nl/taverne](http://www.tue.nl/taverne)

**Take down policy**

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

[openaccess@tue.nl](mailto:openaccess@tue.nl)

providing details and we will investigate your claim.

# Über den Gesamtwirkungsgrad von Verdrängerpumpen

About the Overall Efficiency of Positive-Displacement Pumps

Sur le rendement total de pompes à déplacement

Prof. Dr.-Ing. W. M. J. Schlösser, Eindhoven

Bericht aus dem Laboratorium für Antriebstechnik der Technischen Hochschule, Eindhoven, Holland

## Die verwendeten Größen, ihre Bedeutungen und Dimensionen

Größe	Bedeutung	Dimension	Größe	Bedeutung	Dimension
$C_{pv}$	Verlustfaktor, der die von $\Delta p$ abhängigen mechanischen und hydraulischen Verluste berücksichtigt	—	$j$	Scheinbarer Leckquerschnitt des von $\varrho_1$ abhängigen Leckstromes	[L <sup>2</sup> ]
$C_{st}$	Verlustfaktor, der die von $\varrho_1$ abhängigen volumetrischen Verluste berücksichtigt	—	$l$	Länge eines Leckspaltes	[L]
$C_{sv}$	Verlustfaktor, der die von $\mu_1$ abhängigen volumetrischen Verluste berücksichtigt	—	$\Delta p$	Druckunterschied über die Pumpe	[ML <sup>-1</sup> T <sup>-2</sup> ]
$C_{iv}$	Verlustfaktor, der die von $\varrho_1$ abhängigen mechanischen Verluste berücksichtigt	—	$\Delta p_i$	Innerer Druckunterschied als Folge des inneren Widerstandes der Pumpe	[ML <sup>-1</sup> T <sup>-2</sup> ]
$C_w$	Verlustfaktor, der die von $\mu_1$ abhängigen hydraulischen Verluste berücksichtigt	—	$p_1$	Saug- oder Vordruck	[ML <sup>-1</sup> T <sup>-2</sup> ]
$Eu$	Kennzahl von Euler	—	$p_2$	Hochdruck	[ML <sup>-1</sup> T <sup>-2</sup> ]
$F_p$	Oberfläche bei einem Druckunterschied $\Delta p$	[L <sup>2</sup> ]	$r$	Abstand von der Wellenmittellinie zu einem Leckspalt	[L]
$F_R$	Oberfläche bei einer Flüssigkeitsreibung	[L <sup>2</sup> ]	$s$	Höhe eines Leckpaltes	[L]
$F_f$	Oberfläche bei einer Dichte $\varrho$	[L <sup>2</sup> ]	$\alpha$	Linearer Vergrößerungsfaktor	—
$M_a$	Moment an der Pumpenwelle	[ML <sup>2</sup> T <sup>-2</sup> ]	$\eta_{hm}$	Hydraulisch-mechanischer Wirkungsgrad	—
$N_a$	Mechanische Leistung an der Pumpenwelle	[ML <sup>2</sup> T <sup>-3</sup> ]	$\eta_t$	Gesamtwirkungsgrad	—
$N_v$	Hydraulische Leistung, die von der Pumpe geliefert wird	[ML <sup>2</sup> T <sup>-3</sup> ]	$\eta_v$	Volumetrischer Wirkungsgrad	—
$Q_e$	Effektiver Volumenstrom	[L <sup>3</sup> T <sup>-1</sup> ]	$\lambda$	Kennzahl	—
$Re$	Kennzahl v. Reynolds	—	$\mu_1$	Dynamische Viskosität der Flüssigkeit an der Saugseite der Pumpe	[ML <sup>-1</sup> T <sup>-1</sup> ]
$S^*$	Reziproker Wert der Kennzahl von Sommerfeld	—	$\varrho_1$	Dichte der Flüssigkeit an der Saugseite der Pumpe	[ML <sup>-3</sup> ]
$W_{th}$	Theoretisches Hubvolumen	[L <sup>3</sup> ]	$\sigma$	Kennzahl	—
$e$	Breite eines Leckspaltes	[L]	$\omega$	Winkelgeschwindigkeit	[T <sup>-1</sup> ]
$f$	Reibungsbeiwert	—	$\Theta$	Temperatur	[ $\Theta$ ]

### 1. Einleitung

In einer Reihe von Veröffentlichungen hat der Autor ein mathematisches Modell der Verdrängerpumpen und -motoren beschrieben. Dieses mathematische Modell geht davon aus, daß die geförderte Flüssigkeit eine vom Wert Null verschiedene dynamische Viskosität  $\mu$  und Dichte  $\varrho$  hat. Vor allem der Einfluß der Dichte  $\varrho$  auf das Verhalten der Verdrängerpumpen und -motoren scheint nicht vernachlässigbar zu sein.

In der ersten Veröffentlichung dieser Reihe wird das mathematische Modell beschrieben [1]. Dieses bleibt nach wie vor bestehen. Nur in der Schreibweise der Einflußgrößen wurde eine kleine Veränderung vorgenommen durch das konsequente Teilen des theoretischen Hubvolumens  $W_{th}$  durch den Faktor  $2\pi$ .

In der zweiten Veröffentlichung [2] wird das theoretische Hubvolumen  $W_{th}$  betrachtet. Diese Größe erweist sich als nicht konstant. Sie verändert sich mit dem Betriebszustand von Pumpe und Motor, u. a. durch die Kompressibilität der geförderten Flüssigkeit, durch die elastische und durch die thermische Ausdehnung von Pumpe und Motor, durch Veränderungen in dem Mittschleppvolumen. Die integralen Veränderungen von  $W_{th}$  sind sehr gut reproduzierbar und können mit geeigneten Meßmethoden bestimmt werden. Die Schwierigkeit bei diesen Untersuchungen liegt darin, die obengenannten Einflüsse in bezug auf die Veränderung von  $W_{th}$  zu trennen. Über diese Untersuchungen soll in kommenden Veröffentlichungen berichtet werden. Die integrale Veränderung von  $W_{th}$  wird schon in dieser Veröffentlichung beim Trennen der Verluste bei Verdrängerpumpen berücksichtigt.

In der dritten Veröffentlichung [3] wurde der volumetrische Wirkungsgrad und in der vierten Veröffentlichung [4] der hydraulisch-mechanische Wirkungsgrad von Verdrängerpumpen beschrieben.

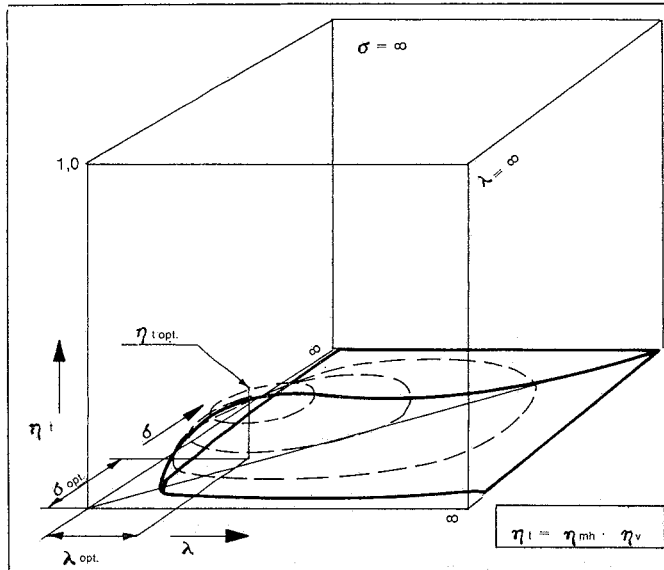
Van den Kroonenberg hat eine Untersuchung über das Verhalten von Hydromotoren in Hinsicht auf das mathematische Modell gemacht [5]. Bei niedrigen Drehzahlen der Hydromotoren trat bei der dann entstehenden Grenzschmierung eine Abnahme des abgegebenen Drehmomentes auf. Das steht nicht in Widerspruch zu dem mathematischen Modell für Verdrängermotoren, wenn man die Verlustfaktoren als von den Betriebsparametern  $\Delta p$ ,  $\omega$ ,  $\mu$ ,  $\varrho$  und  $\Theta$  abhängige Veränderliche betrachtet.

Mit der heute noch meist in der Praxis gebräuchlichen Meßapparatur ist es keineswegs einfach, das Verhalten von Pumpen und Motoren richtig festzustellen. Man benötigt schon eine verfeinerte Meßtechnik, wenn man Einblick in die Größe und Art von Verlusten erhalten will, wie sie in dem mathematischen Modell beschrieben sind. Eine hierzu geeignete Meßapparatur wird in [6] beschrieben. Ein gleichzeitiges Messen aller Betriebsgrößen sowie eine Verarbeitung der Meßergebnisse zeigen sehr große Korrelationen auf zwischen dem Verhalten des Meßobjektes und dem mathematischen Modell.

In dieser Veröffentlichung soll versucht werden, eine Zusammenfassung des Gesamtwirkungsgrades von Verdrängerpumpen zu geben.

### 2. Das mathematische Modell

Für den Gesamtwirkungsgrad von Verdrängerpumpen wurde schon in [1], außer



1: Der Gesamtwirkungsgrad von Pumpen als Funktion von  $\lambda$  und  $\sigma$  — The overall efficiency of pumps as a function of  $\lambda$  and  $\sigma$  — Rendement total de pompes en fonction de  $\lambda$  et  $\sigma$

dem bereits genannten Teilen durch  $2\pi$ , geschrieben.

$$\eta_t = \frac{N_e}{N_a} = \frac{\Delta p \cdot Q_e}{M_a \cdot \omega} \quad (1)$$

$$\eta_t = \frac{1 - \frac{C_{sv}}{\lambda} - \frac{C_{st}}{\sigma}}{1 + C_{pv} + C_{vv} \lambda + C_{tv} \sigma^2} \quad (2)$$

$$\eta_v = 1 - \frac{C_{sv}}{\lambda} - \frac{C_{st}}{\sigma} \quad (3)$$

$$\eta_{mh} = \frac{1}{1 + C_{pv} + C_{vv} \lambda + C_{tv} \sigma^2} \quad (4)$$

$$\text{wenn: } \lambda = \frac{\mu_1 \omega}{\Delta p} \quad (5)$$

$$\sigma = \frac{\omega \sqrt[3]{\frac{W_{th}}{2\pi}}}{\sqrt[3]{\frac{2\Delta p}{\rho_1}}} \quad (6)$$

und:  $C_{sv}$ ,  $C_{st}$ ,  $C_{pv}$ ,  $C_{vv}$ ,  $C_{tv}$  Verlustfaktoren sind.

Zur Bedeutung dieser Größen kann verwiesen werden auf die Veröffentlichungen [1], [2], [3], [4], [5]. Die neu eingeführte Teilung durch den Faktor  $2\pi$  hat auf einige Verlustfaktoren keinen Einfluß. Andere Verlustfaktoren entziehen sich dieser Beeinflussung nicht. Darum sollen die heute gültigen Definitionen hier noch einmal angeschrieben werden.

$$C_{sv} = \frac{\sum \left( \frac{s^3 e}{12l} \right)}{\left( \frac{W_{th}}{2\pi} \right)} \quad (7)$$

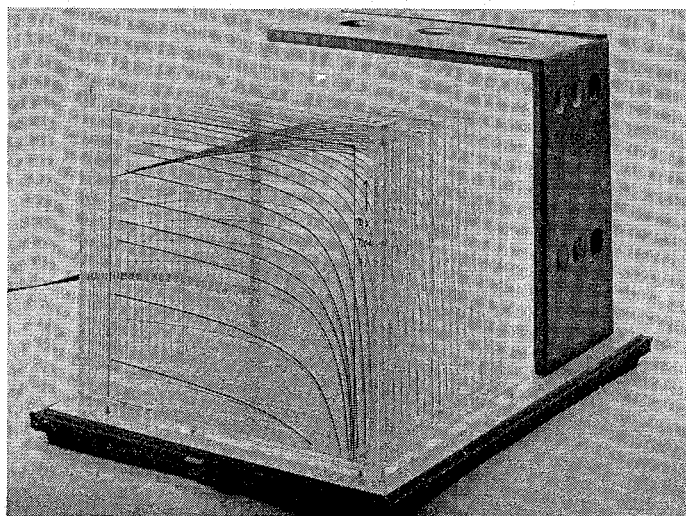
$$C_{st} = \frac{\sum (j)}{\sqrt[3]{\left( \frac{W_{th}}{2\pi} \right)^2}} \quad (8)$$

$$C_{pv} = \frac{\sum (F_p \cdot f \cdot r)}{\left( \frac{W_{th}}{2\pi} \right)} \quad (9)$$

$$C_{vv} = \frac{\sum (F_R \cdot r^2)}{s} \quad (10)$$

$$C_{tv} = \frac{\sum (F_t \cdot r^3)}{\sqrt[3]{\left( \frac{W_{th}}{2\pi} \right)^5}} \quad (11)$$

Diese Verlustfaktoren sind abhängig von den Betriebsparametern  $\omega$ ,  $\Delta p$ ,  $\mu$  und  $\rho$  sowie von der Temperatur  $\Theta$ . Die Untersuchungen über diese Zusammenhänge sind heute noch im Gange. Einige Ergebnisse darüber sind in [5] veröffentlicht. Der Gesamtwirkungsgrad  $\eta_t$  von Pumpen in Abhängigkeit von  $\lambda$  und  $\sigma$  ist in Bild 1 wiedergegeben. In Bild 2 ist ein räumliches Modell dieses Zusammenhanges dargestellt für konstante Werte von  $W_{th}$  und



2: Räumliche Wiedergabe von  $\eta_v$ ,  $\eta_{MH}$  und  $\eta_{tot}$  als Funktion von  $\lambda$  und  $\sigma$  — Spatial depiction of  $\eta_v$ ,  $\eta_{MH}$  and  $\eta_{tot}$  as a function of  $\lambda$  and  $\sigma$  — Représentation dans l'espace de  $\eta_v$ ,  $\eta_{MH}$  et  $\eta_{tot}$  en fonction de  $\lambda$  et  $\sigma$

konstante Werte der Verlustfaktoren. Der geringe Einfluß der Veränderlichkeit dieser Größen ist bei dieser allgemeinen Betrachtung ohne Bedeutung.

### 3. Der optimale Wert von $\eta_t$

Der Gesamtwirkungsgrad  $\eta_t$  hat einen Größtwert für bestimmte Werte der Koordinaten  $\lambda$  und  $\sigma$  (wie in Bild 1 wiedergegeben). Diese Werte, bei denen  $\eta_t$  maximal ist, können durch Lösen folgender Gleichungen gefunden werden:

$$\frac{\delta \eta_t}{\delta \lambda} = 0 \quad (12)$$

$$\frac{\delta \eta_t}{\delta \sigma} = 0 \quad (13)$$

Als Bedingung stelle man auch hier, daß die Verlustfaktoren unabhängig sind von  $\lambda$  und  $\sigma$ . Hierdurch verliert das Ergebnis dieser Analyse an praktischem Wert, die Einsicht wird jedoch erhöht. Diese Analyse für Verdränger-Pumpen wurde durch da Costa [7] ausgeführt. Betrachtet man jetzt eine bestimmte Pumpe ( $W_{th}$ ), die eine bekannte Flüssigkeit fördert ( $\mu_1$ ,  $\rho_1$ ), so kann man über die aus den Gleichungen 12 und 13 gefundenen Werte  $\lambda_{opt}$  und  $\sigma_{opt}$ , die Werte für  $\Delta p_{opt}$  und  $\omega_{opt}$  bestimmen. Damit kann auch  $\eta_{opt}$  errechnet werden.

$$\Delta p_{opt} = \frac{2 \cdot \sigma_{opt}^2 \cdot \mu_1^2}{\lambda_{opt}^2 \cdot \rho_1 \sqrt[3]{\left( \frac{W_{th}}{2\pi} \right)^2}} \quad (14)$$

$$\omega_{opt} = \frac{2 \cdot \sigma_{opt}^2 \cdot \mu_1}{\lambda_{opt} \cdot \rho_1 \sqrt[3]{\left( \frac{W_{th}}{2\pi} \right)^2}} \quad (15)$$

$$\eta_{t_{opt}} = \frac{1 - \frac{C_{sv}}{\lambda_{opt}} - \frac{C_{st}}{\sigma_{opt}}}{1 + C_{pv} + C_{vv} \lambda_{opt} + C_{tv} \sigma_{opt}^2} \quad (16)$$

### 4. Nähere Betrachtung über den Verlauf von $\eta_t$ in der $\lambda\sigma$ -Fläche

Man betrachte eine Pumpe mit einem konstanten Hubvolumen  $W_{th}$ , wobei auch die Veränderungen von  $W_{th}$  als Funktion der Betriebsparameter vernachlässigt werden. Diese Pumpe fördert eine Flüssigkeit von konstanter Eintritts-Temperatur  $\Theta_1$ , wobei  $\mu_1$  und  $\rho_1$  bekannt sind. Für diese Pumpe lassen sich in der  $\lambda\sigma$ -Fläche Geraden für konstante  $\Delta p$  und Parabeln für konstante  $\omega$  zeichnen. Die Ableitung hierzu siehe in [3]. Mit Hilfe dieser Linien in der  $\lambda\sigma$ -Fläche kann man Diagramme für  $\eta_t$  ableiten als Funktion von  $\Delta p$  oder  $\omega$  bei konstantem  $W_{th}$ ,  $\mu_1$ ,  $\rho_1$ ,  $\omega$  bzw. bei konstantem  $W_{th}$ ,  $\mu_1$ ,  $\rho_1$ ,  $\Delta p$ , wie in Bild 3 und Bild 4 wiedergegeben wird.

Bringt man horizontale Schnitte an für verschiedene Werte von  $\eta_t = \text{konstant}$  mit der Oberfläche  $\eta_t(\lambda, \sigma)$ , dann lassen sich diese Schnitte auf die  $\lambda\sigma$ -Fläche projizieren. Für die oben beschriebene Pumpe entsteht dann ein Diagramm nach Bild 5. In diesem Diagramm kann man den Belastungszustand der Pumpe wiedergeben (Bild 6).

Diese Betrachtung deutet den Nutzen einer flach verlaufenden  $\eta_t(\lambda, \sigma)$ -Fläche an, wenn

beim Einsatz der Pumpe große Veränderungen in  $\Delta p$  oder  $\omega$  auftreten.

### 5. Über die Art der Betriebsparameter-Kennzahlen $\lambda$ und $\sigma$

Eine nähere Betrachtung der dimensionslosen Kennzahl  $\lambda$ , z. B. durch Multiplizieren von Zähler und Nenner mit einer Oberfläche, zeigt, daß:

$$\lambda = \frac{\text{viskose Reibungskräfte}}{\text{hydrostatische Kräfte}}$$

Hier liegt eine Ähnlichkeit mit der Kennzahl von Sommerfeld bei hydrodynamischen Lagern vor. Man setzt daher  $\lambda = S^*$  [8].

Die dimensionslose Kennzahl  $\sigma$  gibt nach Quadrieren und Multiplizieren von Zähler und Nenner mit der Oberfläche  $\left(\frac{W_{th}}{2\pi}\right)^{2/3}$

folgendes Verhältnis wieder:

$$\sigma^2 = \frac{\frac{1}{2} \rho_1 \omega^2 \left(\frac{W_{th}}{2\pi}\right)^{4/3}}{\Delta p \left(\frac{W_{th}}{2\pi}\right)^{2/3}} \quad (17)$$

$$\sigma^2 = \frac{\text{Trägheitskräfte}}{\text{hydrostatische Kräfte}}$$

Demzufolge ist  $\sigma^2 = \frac{1}{Eu}$  der reziproke Wert der Kennzahl von Euler [8].

Aus dem Verhältnis  $\frac{\sigma^2}{\lambda}$  ergibt sich schließlich noch eine dritte Kennzahl, die das Verhältnis der Trägheitskräfte zu den viskosen Kräften wiedergibt. Diese Kennzahl ist somit die Kennzahl von Reynolds:

$$Re = \frac{\sigma^2}{\lambda} = \frac{\text{Trägheitskräfte}}{\text{viskose Reibungskräfte}}$$

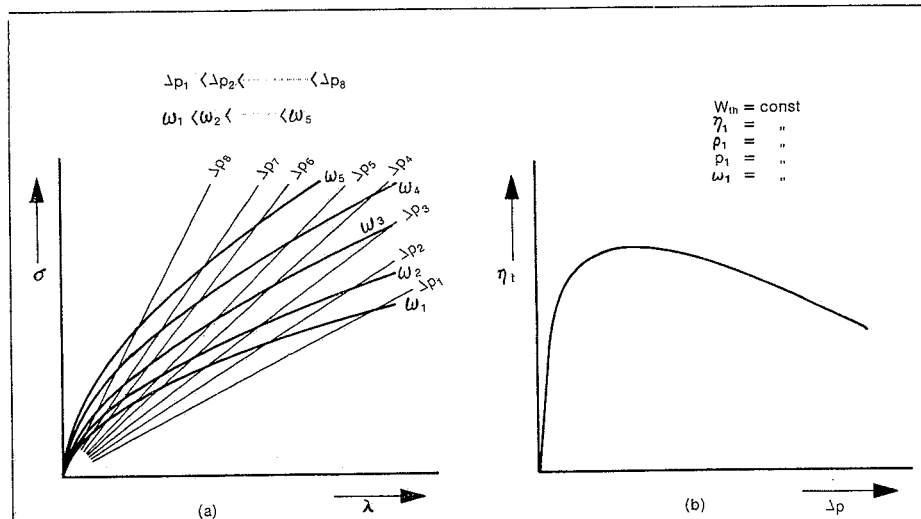
Kurven mit  $\frac{\sigma^2}{\lambda} = \text{konstant}$  sind demnach

Kurven für  $Re = \text{konst.}$  in der  $\lambda\sigma$ -Fläche. Diese Kurven fallen in der  $\lambda\sigma$ -Fläche zusammen mit den Kurven von  $\omega = \text{konstant}$

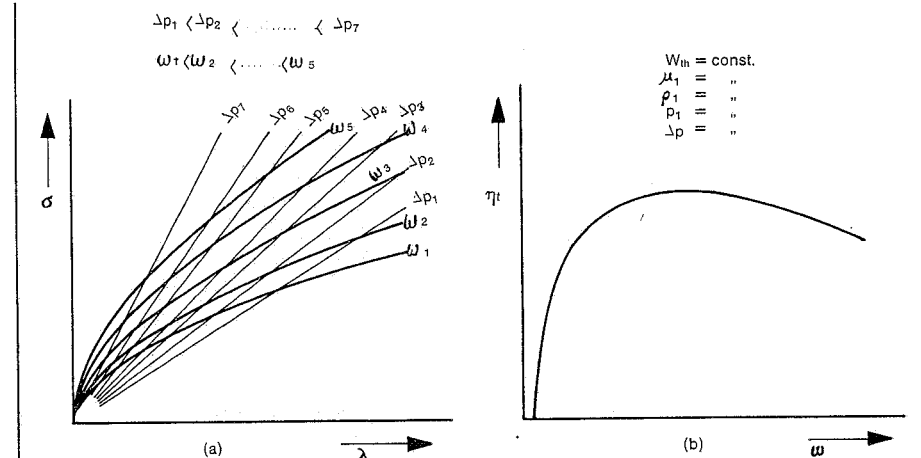
für eine bestimmte Pumpe mit  $\left(\frac{W_{th}}{2\pi}\right)$ , die eine Flüssigkeit mit der dynamischen Viskosität  $\mu_1$  und mit der Dichteit  $\rho_1$  fördert. Gibt man in der  $\lambda\sigma$ -Fläche einige Kurven für  $Re = \text{konst.}$  an, so kann man bei einer Veränderung des Belastungszustandes die Veränderung im Verhalten von viskosen Reibungsflächen und Trägheitskräften ablesen. Mit der so gewonnenen Einsicht wird in dem mathematischen Modell der Gesamtwirkungsgrad  $\eta_t$  nach der Gleichung 2 auch geschrieben als:

$$\eta_t = \frac{1 - \frac{C_{sv}}{S^*} - C_{st} \cdot \sqrt{Eu}}{1 + C_{pv} + C_{vw} \cdot S^* + \frac{C_{tv}}{Eu}} \quad (18)$$

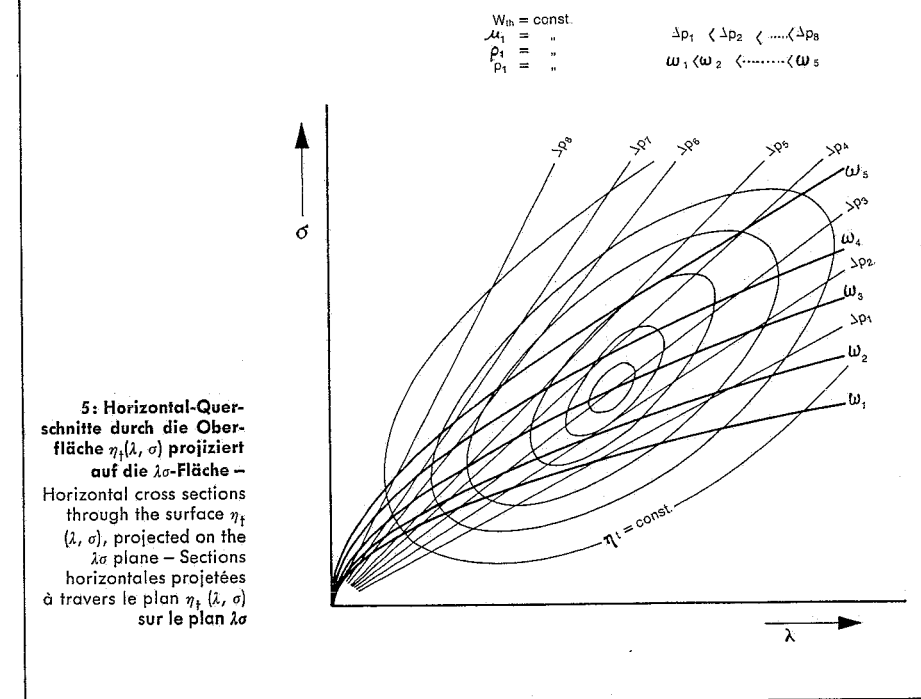
Schließlich soll noch angeführt werden, daß das beschriebene mathematische Modell die Möglichkeit bietet, eine Theorie über geometrisch gleichförmige Gruppen von Pumpen verschiedener Abmessungen zu entwickeln. Diese Theorie ist inzwischen ausgearbeitet worden. Sie ist aber für den Rahmen dieser Veröffentlichung zu um-



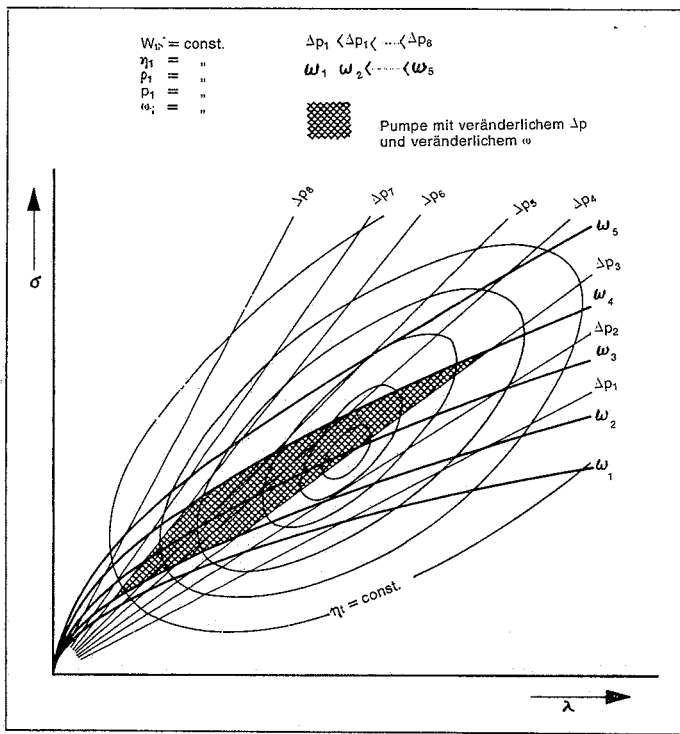
3: Der Verlauf von  $\eta_t$  als Funktion von  $\Delta p$  (Bild 3b). Diese Figur kann aus den entsprechenden Linien in der  $\lambda\sigma$ -Fläche abgeleitet werden (Bild 3a) -  $\eta_t$  as a function of  $\Delta p$  (see Fig. 3b). This configuration can be derived from the pertinent lines in the  $\lambda\sigma$  plane (see Fig. 3a) - Allure de  $\eta_t$  en fonction de  $\Delta p$  (fig. 3b). Cette figure peut être dérivée des courbes relatives dans le plan  $\lambda\sigma$  (fig. 3a)



4: Der Verlauf von  $\eta_t$  als Funktion von  $\omega$  (Bild 4b). Diese Figur kann aus den entsprechenden Linien in der  $\lambda\sigma$ -Fläche abgeleitet werden (Bild 4a) -  $\eta_t$  as a function of  $\omega$  (see Fig. 4b). This configuration can be derived from the pertinent lines in the  $\lambda\sigma$  plane (see Fig. 4a) - Allure de  $\eta_t$  en fonction de  $\omega$  (fig. 4b). Cette figure peut être dérivée des courbes relatives dans le plan  $\lambda\sigma$  (fig. 4a)



5: Horizontal-Querschnitte durch die Oberfläche  $\eta_t(\lambda, \sigma)$  projiziert auf die  $\lambda\sigma$ -Fläche - Horizontal cross sections through the surface  $\eta_t(\lambda, \sigma)$ , projected on the  $\lambda\sigma$  plane - Sections horizontales projetées à travers le plan  $\eta_t(\lambda, \sigma)$  sur le plan  $\lambda\sigma$



	$C_{sv}$	$C_{st}$	$C_{pv}$	$C_w$	$C_{\eta}$
Schneckenpumpen	$45 \cdot 10^{-8}$ $10 \cdot 10^{-8}$	$38 \cdot 10^{-4}$ $8 \cdot 10^{-4}$	0,06 0,03	$0,4 \cdot 10^5$ $0,2 \cdot 10^5$	1400 500
Zahnradpumpen (Plattentyp)	$40 \cdot 10^{-8}$ $2 \cdot 10^{-8}$	$30 \cdot 10^{-4}$ $2 \cdot 10^{-4}$	0,12 0,01	$1,0 \cdot 10^5$ $0,2 \cdot 10^5$	140 20
Zahnradpumpen (druckkompensiert)			0,06 0,03	$0,6 \cdot 10^5$ $0,3 \cdot 10^5$	270 60
Flügelpumpen	$4,3 \cdot 10^{-8}$ $3,0 \cdot 10^{-8}$	$9,0 \cdot 10^{-4}$ $3,5 \cdot 10^{-4}$	0,30 0,02	$1,6 \cdot 10^5$ $0,4 \cdot 10^5$	60 10
Axialkolbenpumpen	$2,0 \cdot 10^{-8}$ $0,5 \cdot 10^{-8}$	$2,8 \cdot 10^{-4}$ $0,5 \cdot 10^{-4}$	0,10 0,01	$2,0 \cdot 10^5$ $0,2 \cdot 10^5$	250 100
Radialkolbenpumpen			0,08 0,01	$0,8 \cdot 10^5$ $0,2 \cdot 10^5$	50 10

**Tabelle 1: Obere und untere Grenzwerte für die Verlustfaktoren von Verdrängerpumpen mit einem theoretischen Hubvolumen zwischen 10 und 50 cm<sup>3</sup> – Upper and lower limit values for the loss factors of positive-displacement pumps having a theoretical piston displacement ranging from .61 cu.-in. to 2.44 cu.in. – Valeurs limites supérieures et inférieures pour les facteurs de pertes de pompes à déplacement avec une cylindrée théorique variant de 10 à 50 cm<sup>3</sup>**

**6: Belastungszustand der Pumpe, angegeben in der  $\lambda\sigma$ -Fläche – Load condition of the pump, shown in the  $\lambda\sigma$  plane – Etat de la pompe chargée, représenté dans le plan  $\lambda\sigma$**

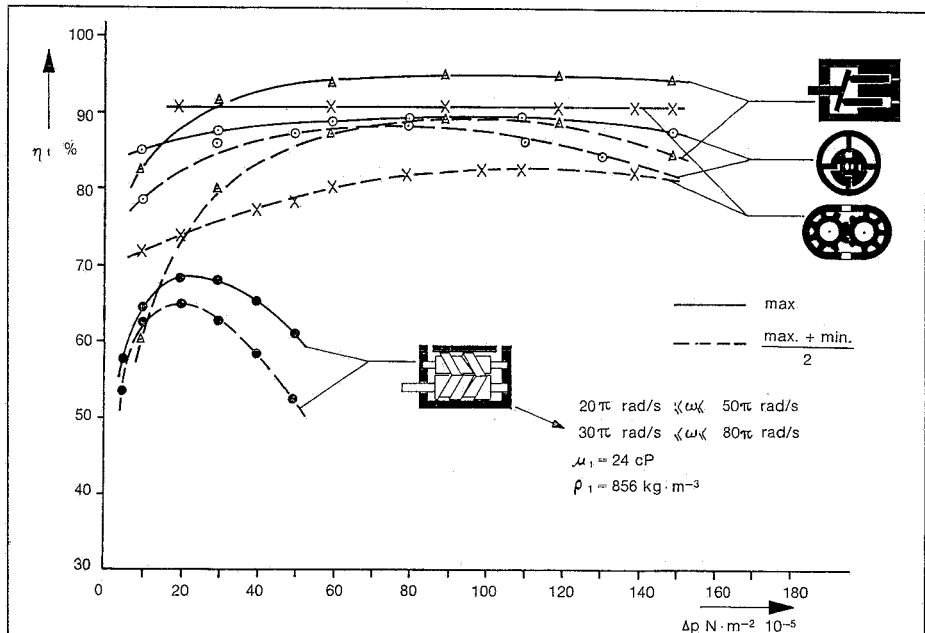
fangreich. Hier sollen jedoch einige Hinweise gegeben werden, nach denen jeder diese Theorie selbst weiterentwickeln kann. Bei einer linearen Vergrößerung aller Abmessungen einer Pumpe mit dem Faktor  $\alpha$ , also auch aller Spiele  $s$ , verändern sich die Verlustfaktoren nicht. Diese Verlustfaktoren nach den Gleichungen 7 bis einschließlich 11 sind demnach nicht abhängig vom Vergrößerungsfaktor  $\alpha$ . Nach den Gleichungen 5 und 6 hängt nur  $\sigma$  von dem Vergrößerungsfaktor  $\alpha$  ab und nimmt linear mit  $\alpha$  zu, wobei  $W_{th}$  mit  $\alpha^3$  ansteigt. Bei konsequenter linearer Vergrößerung unter Konstanthaltung von  $\Delta p$ ,  $\omega$ ,  $\mu_1$  in  $\varrho_1$  verschiebt sich der Betriebspunkt in der  $\lambda\sigma$ -Fläche so, daß die durch die Flüssigkeit

bewirkten Trägheitskräfte gegenüber den hydrostatischen und viskosen Kräften stärker spürbar werden. Der volumetrische Wirkungsgrad nimmt nach der Gleichung 3 zu, der hydraulisch-mechanische Wirkungsgrad nach der Gleichung 4 ab. Die Auswirkung dieser Veränderungen auf  $\eta_1$  hängt von der Größe der Verlustfaktoren ab. Für den Leser mag es sehr lehrreich sein, diese Theorie auszuarbeiten, wenn die Pumpe nicht konsequent vergrößert wird. Damit ist gemeint, daß die Spiele  $s$  nicht in dem Maße zunehmen wie die anderen Abmessungen der Pumpe. Ähnliches gilt für die Vergrößerung einer Pumpe unter der hinzukommenden Bedingung, daß sich  $\omega$  verändert, z. B. daß  $\omega$  abnehmen muß

mit zunehmenden  $\alpha$ , um Füllungsverluste zu vermeiden.

**6. Über die Größe der Verlustfaktoren**

Die Größe der Verlustfaktoren ist abhängig von der Pumpentypen, der Konstruktion, der Fertigung und den Betriebsparametern  $\Delta p$ ,  $\omega$ ,  $\mu$  und  $\varrho$ . Der Einfluß der Betriebsparameter auf die Verlustfaktoren ist geringer als der der Pumpentypen, der Konstruktion oder der Herstellung. Für die Beurteilung einer Pumpe kann man als erste Annäherung den Einfluß der Betriebsparameter vernachlässigen. Bei einer kritischeren Analyse der Pumpe, z. B. bei konstruktiven Verbesserungen, muß man sich jedoch auf die Wahrnehmungen stützen, die sich aus der Veränderung der Verlustfaktoren hinsichtlich der Veränderungen der Betriebsparameter ergeben. Um diesen Zusammenhang festzustellen, ist eine sehr genaue elektronische Verarbeitung der Meßergebnisse notwendig [6]. Um eine erste Orientierung möglich zu machen, sind in **Tabelle 1** einige obere und untere Grenzwerte für Verlustfaktoren von Verdrängerpumpen mit  $10 \text{ cm}^3 \leq W_{th} \leq 50 \text{ cm}^3$  angegeben. Bei einem Vergleich dieser Werte mit Werten aus [3] und [5] muß auf den Einfluß der Teilung durch den Faktor  $2\pi$  geachtet werden. Wenn man mit Hilfe der Tabelle 1 den Verlauf von  $\eta_1$  als Funktion von  $\Delta p$ ,  $\omega$  oder von Kombinationen  $\mu_1 - \varrho_1$  für eine Pumpe einer bestimmten Typen und Größe ( $W_{th}$ ) bestimmen möchte, muß man berücksichtigen, daß hohe Werte von  $C_{sv}$  meist mit niedrigen Werten von  $C_w$  zusammenreffen. Das wird deutlich, wenn man die Definitionen dieser beiden Größen in den Gleichungen 7 und 10 in bezug auf die Spalthöhe  $s$  der Leckspalte betrachtet. Gestützt auf gesammelte Erfahrungen wurde mit Hilfe der Werte aus der Tabelle 1 ein



**7: Der Gesamtwirkungsgrad als Funktion von  $\Delta p$  für eine Anzahl Pumpentypen – The overall efficiency as a function of  $\Delta p$  for a quantity of pump types – Le rendement total en fonction de  $\Delta p$  pour un nombre de types de pompes**

Diagramm für den Verlauf von  $\eta_t$  als Funktion von  $\Delta p$  zusammengestellt (Bild 7).

Dieses Diagramm kann zur Einschätzung der Leistungen neuer Pumpen verwendet werden gegenüber diesen Grenzwerten für eine bestimmte Pumpentype.

Hohe Werte von  $C_{pv}$  treten auf, wenn es konstruktiv nicht gelingt, Kontaktspannungen zwischen relativ zu einander bewegten Pumpenteilen zu vermeiden. Ist das jedoch konstruktiv gelungen, so äußert sich das bei den Messungen unmittelbar in niedrigen  $C_{pv}$ -Werten.

In Europa wurde in den Jahren 1956-1959 eine Verkleinerung der  $C_{pv}$ -Werte beim Übergang von der Plattentyp-Zahnradpumpe zu der druckkompensierten Zahnradpumpe festgestellt. Eine ähnliche Verschiebung trat beim Erscheinen der druckkompensierten Flügelumpen auf. Ein starkes Anpressen der Flügel gegen den Hubring ergab wohl niedrige Werte für  $C_{sv}$  und  $C_{st}$ , gleichzeitig jedoch hohe Werte für  $C_{vv}$  und  $C_{pv}$ . Eine Kompensation der radialen Kräfte auf die Flügel führte hier zu Verbesserungen. Heute macht sich vor allem der Einfluß der Druckkompensation und der Anwendung von hydrostatischen Lagern bei Axial- und Radialkolben-Pumpen bemerkbar, mit dem Ziel, die für die Lebensdauer kritischen Wälzlager auszuschalten [9]. Diese letzte Entwicklung ist noch zu neu, um schon in der Tabelle 1 bemerkbar zu werden.

Betrachtet man die Verluste in Verdrängerpumpen nach ihrer Art, so wird deutlich, daß alle Verluste, die die Lebensdauer einer Pumpe beeinflussen, durch den Verlustfaktor  $C_{pv}$  beschrieben werden. Hiervon ausgenommen ist der Verschleiß durch Kavitation und Erosion in Pumpen, der u. a. durch zu niedrige Ansaugdrücke verursacht wird. Es liegt somit nahe, daß die Größe des Faktors  $C_{pv}$  eine Aussage über die zu erwartende Lebensdauer einer neu entworfenen Verdrängerpumpe machen kann.

Hohe Werte für den Verlustfaktor  $C_{iv}$  weisen entweder auf hohe innere Strömungsverluste in der Pumpe oder auf große Verluste der meist mit Flüssigkeit gefüllten Wälzlager hin. Diese Verluste sind bei normalen Drehzahlen schon mit den viskosen Reibungsverlusten (Faktor  $C_{vv}$ ) vergleichbar. Bei vielen Pumpen sind sie sogar größer. Hieraus wird deutlich, daß der Einfluß der Dichte  $\rho$  der geförderten Flüssigkeit bei der Formulierung eines mathematischen Modelles für Verdrängerpumpen nicht vernachlässigt werden darf. Entstehen die Strömungsverluste auf der Ansaugseite des Hubraumes, dann hat das schlechte Ansaugeigenschaften der Pumpe zur Folge. Das führt zu der Notwendigkeit hoher Fülldrücke in der Saugleitung, um Kavitation und Erosion zu vermeiden.

Die Untersuchung über die Art dieser Verlustfaktoren und ihr Zusammenhang mit der Konstruktion und mit den Betriebsparametern der Pumpe wird weiter fort-

gesetzt. Es läßt sich aber jetzt schon feststellen, daß die Trennung der Verluste in Pumpen mit Hilfe der dazu geeigneten Meßaufstellungen ein nützliches Hilfsmittel für den Projekt- oder Entwicklungsingenieur sein kann.

Auch für die Analyse der Eigenschaften von Hydromotoren bieten die Verlustfaktoren große Möglichkeiten. Für Schraubmotoren ist das durch van den Kroonenberg untersucht worden [5]. Einen Einblick in das Auftreten von *Stick-slip* bei Schraubmotoren kann man ebenfalls über die Verlustfaktoren erhalten [10].

**7. Über den Einfluß der Kompressibilität der Flüssigkeit auf das Hubvolumen einer Verdrängerpumpe**

Das beschriebene mathematische Modell für Verdrängerpumpen hat anscheinend keinen Raum für den Einfluß der Kompressibilität der geförderten Flüssigkeit auf das Hubvolumen der Pumpe. Zu diesem unrichtigen Eindruck kommt der Leser, wenn er das Hubvolumen  $W_{th}$  einer Pumpe als eine sich nicht ändernde Größe ansieht. In [2] wurde bereits auf die Veränderung des Hubvolumens hingewiesen. Zu jener Zeit (1963) war die Meßgenauigkeit noch zu gering, um etwas über die Veränderung von  $W_{th}$  als Funktion von  $\Delta p$ ,  $\omega$  und  $\theta_1$  zu sagen. Inzwischen ist die Meßgenauigkeit so, daß diese Zusammenhänge bestimmt werden können [6].

Bei der Untersuchung entsteht die größte Schwierigkeit daraus, daß die Kompressibilität der Flüssigkeit und die Elastizität des Pumpengehäuses die gleiche Wirkung haben, nämlich ein Abnehmen von  $W_{th}$  bei zunehmenden  $p_2$ . Eine Trennung dieser

beiden Wirkungen durch eine Auswahl der dazu geeigneten Prüfbjekte ist noch nicht möglich gewesen.

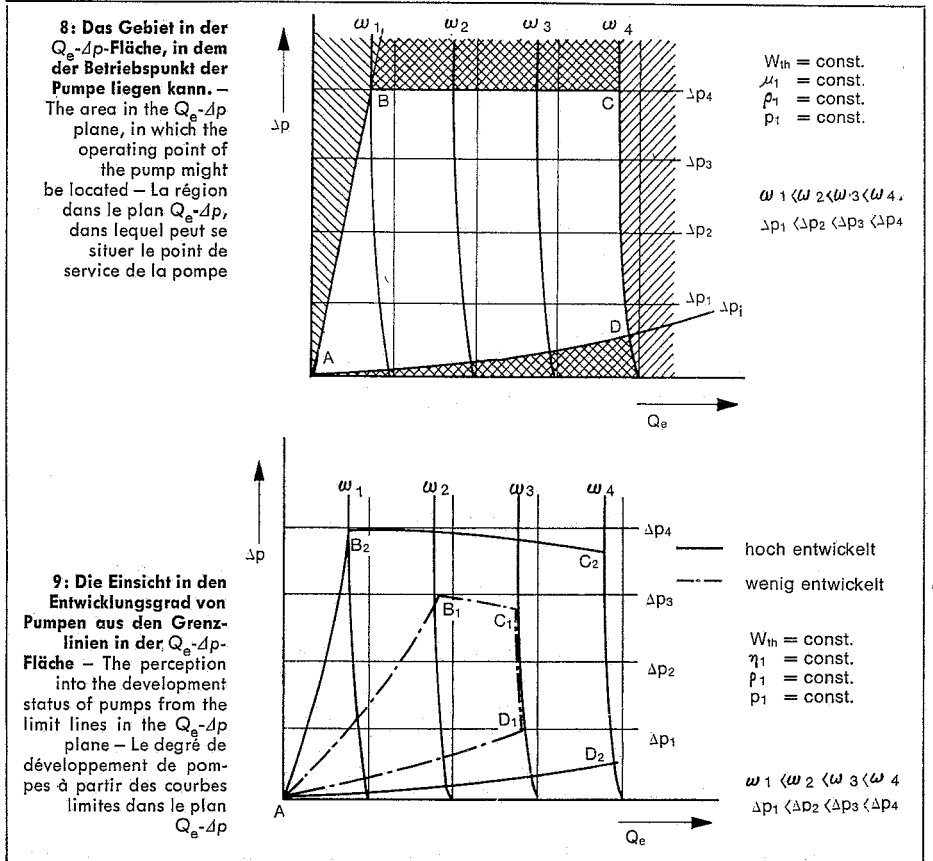
Für die Bestimmung von  $\eta_t$  ist die genaue Kenntnis des Hubvolumens  $W_{th}$  nicht notwendig. Der Wert  $\eta_t$  kann stets aus den gemessenen Werten von  $Q_e$ ,  $\Delta p$ ,  $\omega$  und  $M_a$  bestimmt werden. Nur wenn eine genaue Trennung der in der Pumpe auftretenden Verluste gewünscht wird, muß die Größe von  $W_{th}$  genau bekannt sein. Benutzt man bei den Verlusten einen zu kleinen Wert für  $W_{th}$ , dann wird  $\eta_v = \frac{Q_e}{\omega \frac{W_{th}}{2\pi}}$

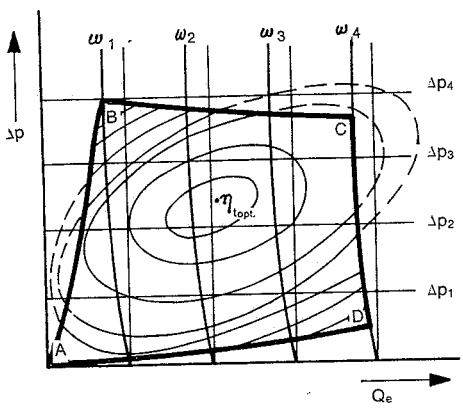
zu große Werte für  $\eta_v$  ergeben. Umgekehrt werden die Werte für  $\eta_{hm} = \frac{\Delta p \cdot W_{th}}{M_a \cdot 2\pi}$  zu klein sein. In diesem Fall wird der Einfluß durch die hydraulisch-mechanischen Verluste zu stark sein. Ein falsche Trennung der Verluste ist dann die Folge. Entsprechend umgekehrt ist der Fehler, wenn man einen zu großen Wert für  $W_{th}$  benutzt.

**8. Die Wiedergabe der Pumpenleistungen in einem  $Q_e$ - $\Delta p$ -Diagramm**

Dieses Diagramm wird in der Praxis am häufigsten gebraucht, um die Leistungen von Verdrängerpumpen graphisch wiederzugeben. Daher soll das Diagramm nach Bild 8 betrachtet werden.

In diesem Diagramm kann man den effektiven Volumenstrom  $Q_e$  einer Verdrängerpumpe mit dem theoretischen Hubvolumen  $W_{th}$ , die eine Flüssigkeit mit bekannter Viskosität  $\mu_1$  und Dichte  $\rho_1$  bei einem gegebenen Vordruck  $p_1$  fördert, als Funktion von  $\Delta p$  und  $\omega$  ablesen. Nicht alle Betriebs-

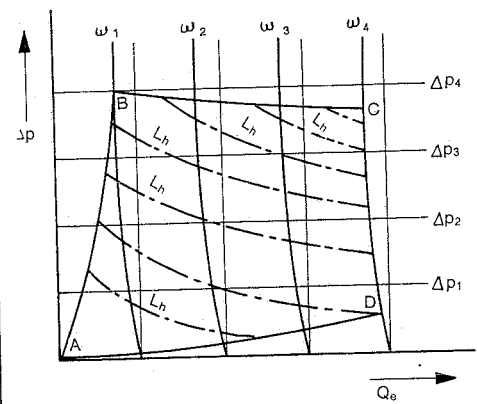




**10: Der Verlauf der  $\eta_t$ -Kurven in einem  $Q_e$ - $\Delta p$ -Diagramm** – The trends of  $\eta_t$  curves in a  $Q_e$ - $\Delta p$  diagram – Allure des courbes  $\eta_t$  dans un diagramme  $Q_e$ - $\Delta p$

$W_{th} = \text{const.}$   
 $\eta_1 = \text{const.}$   
 $p_1 = \text{const.}$   
 $p_1 = \text{const.}$

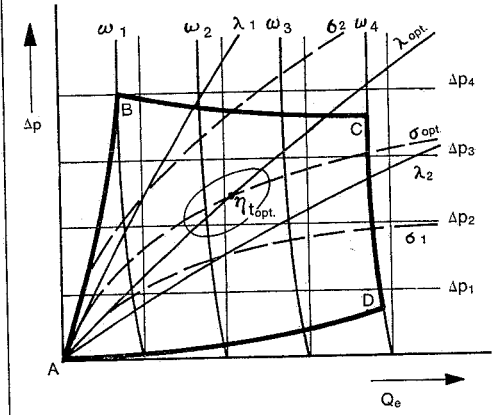
$\omega_1 < \omega_2 < \omega_3 < \omega_4$   
 $\Delta p_1 < \Delta p_2 < \Delta p_3 < \Delta p_4$



**11: Der Verlauf der  $L_h$ -Kurven in einem  $Q_e$ - $\Delta p$ -Diagramm** – The trends of  $L_h$  curves in a  $Q_e$ - $\Delta p$  diagram – Allure des courbes  $L_h$  dans un diagramme  $Q_e$ - $\Delta p$

$W_{th} = \text{const.}$   
 $\mu_1 = \text{const.}$   
 $p_1 = \text{const.}$   
 $p_1 = \text{const.}$

$\omega_1 < \omega_2 < \omega_3 < \omega_4$   
 $\Delta p_1 < \Delta p_2 < \Delta p_3 < \Delta p_4$



**12: Der Zusammenhang zwischen dem  $Q_e$ - $\Delta p$ -Diagramm und dem  $\lambda\sigma$ -Diagramm** – The interrelation between the  $Q_e$ - $\Delta p$  diagram and the  $\lambda\sigma$  diagram – La relation entre le diagramme  $Q_e$ - $\Delta p$  et le diagramme  $\lambda\sigma$

$W_{th} = \text{const.}$   
 $\eta_1 = \text{const.}$   
 $p_1 = \text{const.}$   
 $p_1 = \text{const.}$

$\omega_1 < \omega_2 < \omega_3 < \omega_4$   
 $\Delta p_1 < \Delta p_2 < \Delta p_3 < \Delta p_4$

punkte in der  $Q_e$ - $\Delta p$ -Fläche können im stationären Betrieb erreicht werden (Bild 8). Links der Kurve AB liegen thermisch instabile Betriebspunkte. Über die in diesem Gebiet auftretenden Erscheinungen ist in [3] geschrieben worden. Oberhalb der Kurve BC können die zulässigen Materialspannungen durch zu hohe  $\Delta p$  überschritten werden. Rechts von der Kurve CD können die zulässigen Materialspannungen durch eine zu hohe dynamische Belastung überschritten werden. Auch für ein höchst zulässiges  $\omega$  kann eine Grenze festgelegt werden über die Füllungsverluste mit den dadurch zusätzlich auftretenden dynamischen Belastungen der Pumpenteile. Wenn die Füllungsverluste bestimmend sind für die CD-Grenze, so kann durch Erhöhung von  $p_1$  die zulässige Drehgeschwindigkeit zunehmen. Schließlich wird die Grenzlinie AD durch innere Strömungsverluste der Pumpe  $\Delta p_i$  bestimmt. Betriebspunkte unterhalb der AD-Kurve kommen bei normalen Betriebszuständen nicht vor. Hierüber wurde in [3] und [4] geschrieben.

Diese Grenzlinien werden in ihrer Lage bestimmt durch den Grad der technischen Entwicklung einer Pumpe. In Bild 9 sind die Grenzlinien für zwei Pumpen mit einem unterschiedlichen Entwicklungsgrad, sonst jedoch gleichen Eigenschaften, gezeichnet. Aus diesem Diagramm wird deutlich, wie notwendig die Auskunft über die Lage der Grenzlinien ist. Darüber wird jedoch meist zu wenig Auskunft gegeben. In den  $Q_e$ - $\Delta p$ -Diagramm läßt sich auch der Gesamtwirkungsgrad  $\eta_t$  einer Verdrängerpumpe wiedergeben. Durch das Ablesen zueinander gehörender Werte von  $\Delta p$ ,  $Q_e$ ,  $\omega$  und  $\eta_t$  im Diagramm, kann man das an der Pumpenwelle benötigte Drehmoment  $M_a$  berechnen mit Hilfe von:

$$M_a = \frac{p \cdot Q_e}{\eta_t \cdot \omega} \quad (19)$$

Die Beziehung zwischen diesen Größen wird in [1] erklärt. Bei einer gut entwickelten Pumpe darf man die Forderung stellen, daß der Betriebspunkt für  $\eta_{t,opt}$  innerhalb der Grenzkurve ABCD liegt. Weiterhin

darf man fordern, daß die Abnahme von  $\eta_t$  um den Betriebspunkt für  $\eta_{t,opt}$  bei Veränderung des Betriebszustandes ( $\Delta p$ ,  $\omega$ ) verhältnismäßig gering ist. Der Verlauf von  $\eta_t$ -Kurven in einem  $Q_e$ - $\Delta p$ -Diagramm ist in Bild 10 dargestellt.

Für Pumpen mit Wälzlagern oder mit anderen Konstruktionsprinzipien, bei denen Hertzische Spannungen auftreten, ist in [9] eine Analyse über die zu erwartende Lebensdauer vorgenommen worden. Bei konstantem Arbeitsdruck der Pumpe ( $\Delta p$  und  $p_1$  konstant) kann man Linien konstanter Lebensdauer in das  $Q_e$ - $\Delta p$ -Diagramm zeichnen (Bild 11). Durch den Lastprozeß wird der Pumpe aber meist ein stark veränderliches  $\Delta p$  auferlegt. Auf die hieraus entstehende Abnahme der Lebensdauer wird ebenfalls in [9] eingegangen.

Für Pumpen mit hydrodynamischen und hydrostatischen Lagern besteht diese numerische Berechnung nicht. Hier wird an die Lebensdauer eine Grenze gestellt durch den Verschmutzungsgrad der geförderten Flüssigkeit und durch Kavitations- und Erosions-Erscheinungen. Obwohl genügend numerische Information fehlt, kann man dennoch feststellen, daß eine Verlängerung der Lebensdauer bei Pumpen mit hydrostatischen und hydrodynamischen Lagern sehr wohl möglich ist gegenüber Pumpen mit Wälzlagern.

Zum Schluß soll noch auf den Zusammenhang zwischen dem  $Q_e$ - $\Delta p$ -Diagramm und dem  $\lambda\sigma$ -Diagramm des mathematischen Pumpenmodells verwiesen werden, wie in Bild 12 wiedergegeben.

Bei Pumpen mit veränderlichem Hubvolumen kann man obenstehende Analyse für jeden Schwenkstand der Pumpe aufs neue ausführen.

**Literatur:**

- [1] Schlösser, W. M. J.: Ein mathematisches Modell für Verdrängerpumpen und Motoren. oelhydraulik und pneumatik 5 (1961) Nr. 4, S. 122-130.
- [2] Schlösser, W. M. J. und J. W. Hilbrands: Das theoretische Hubvolumen von Verdrängerpumpen. oelhydraulik und pneumatik 7 (1963) Nr. 4, S. 133-138.
- [3] Schlösser, W. M. J. und J. W. Hilbrands: Der volumetrische Wirkungsgrad von Verdrängerpumpen. oelhydraulik und pneumatik 7 (1963) Nr. 12, S. 469-476.
- [4] Schlösser, W. M. J. und J. W. Hilbrands: Über den hydraulisch-mechanischen Wirkungsgrad von Verdrängerpumpen. oelhydraulik und pneumatik 9 (1965) Nr. 9, S. 333-338.
- [5] Kroonenberg, H. H. v. d.: Het meten en verklaren van de karakteristieken van een hydrostatische wormmotor. Dissertatie TH Eindhoven. Waltman Delft 1966.
- [6] Schlösser, W. M. J. und G. Toef: La mesure des caractéristiques stationnaires des organes de transmissions hydrauliques. Hydraulique Pneumatique et Asservissements (nov. 1967) 41, S. 47-61.
- [7] Costa, H. J. da: Bepaling van het optimale rendement van een hydraulische pomp. Intern rapport Laboratorium voor Hydraulische Werktuigen, TH Delft, januari 1961.
- [8] Boucher, D. F. und G. Alves: Dimensionless numbers. Chemical Engineering Progress 55 (sept. '59) Nr. 9.
- [9] Schlösser, W. M. J. und P. Wüsthof: Über die Lebensdauer von Axialkolbenpumpen mit Wälzlagern. Intern rapport Laboratorium voor Aandrijftechniek TH Eindhoven, juni 1967, oelhydraulik und pneumatik 12 (1968) Nr. 2, S. 43-50.
- [10] Schlösser, W. M. J.: Stick-slip phenomena in hydraulic motors. Hydraulic Pneumatic Power (april 1966), S. 224-231, deutsch: Stick-slip-Erscheinungen in Hydromotoren. oelhydraulik und pneumatik 11 (1967) Nr. 10, S. 371-375.

**Bildnachweis:** Verfasser.