

Invloed van een niet-rotatiesymmetrische geometrieverstoring op de eigenfrequenties en trilvormen van klokken

Citation for published version (APA):

Termeer, M. K. (1996). *Invloed van een niet-rotatiesymmetrische geometrieverstoring op de eigenfrequenties en trilvormen van klokken*. (DCT rapporten; Vol. 1996.040). Technische Universiteit Eindhoven.

Document status and date:

Gepubliceerd: 01/01/1996

Document Version:

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

www.tue.nl/taverne

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

openaccess@tue.nl

providing details and we will investigate your claim.

Invloed van een
niet-rotatiesymmetrische
geometrieverstoring op de
eigenfrequenties en trilvormen van
klokken.

M.K. Termeer
WFW-Rapport 96.040

Stageverslag	Martijn Termeer
Col. nr:	329044
Studie	Werktuigbouwkunde
Vakgroep	WFW
Richting	Dynamica
Begeleiding:	Bert Schoofs Rens Kodde
maart 1996	

Inhoudsopgave.

1 Inleiding.	1
2 Algemene theorie trilvormen.	2
3 Omschrijving van het experiment.	4
3.1 Inleiding.	4
3.2 Omschrijving van de opstelling en klokgeometrie.	4
3.3 Het geometrie model.	6
3.4 Modale analyse, bepaling modale parameters.	6
3.5 Uitvoering van de metingen.	7
3.6 Problemen bij de metingen.	8
4 Resultaten van het experiment.	9
4.1 Meetresultaten.	9
4.2 Verwerking van meetresultaten.	10
4.3 Conclusies uit de meetresultaten.	15
5 Eindige elementen modellering.	16
5.1 Inleiding.	16
5.2 Omschrijving van het model.	16
6 Resultaten EEM berekeningen.	19
6.1 Programma output.	19
6.2 Interpretatie van de trilvormen uit EEM berekening.	23
7 Nabeschuwing.	25
7.1 Vergelijking numerieke en experimentele resultaten.	25
7.2 Mogelijkheden voor een grote tertsklok?	27
8 Conclusies en aanbevelingen.	29
8.1 Conclusies.	29
8.2 Aanbevelingen.	29
Literatuurlijst	31
Bijlage 1 Experimenteel bepaalde eigentrilvormen	
Bijlage 2 Numeriek bepaalde eigentrilvormen	
Bijlage 3 Effecten van verstoring op enkele modes	

1 Inleiding.

Westeuropesche luid- en carillionklokken worden zo goed mogelijk rotatiesymmetrisch gemaakt. Afwijkingen van de rotatiesymmetrie leiden in principe tot ongewenste zwevingen van partiaaltonen in het klankspectrum. Te grote zwevingen tracht men dan ook door een speciale manier van stemmen te reduceren.

Echter het bewust aanbrengen van niet-axisymmetrische veranderingen in de geometrie van een klok opent misschien mogelijkheden tot beïnvloeding van het klankspectrum op een gewenste manier.

Het doel van deze stage is dan ook het onderzoeken van het effect, dat zo'n niet-rotatiesymmetrische geometrie verstoring heeft op het klankspectrum van een kleine tertsklok. In dit geval is de verstoring het onder gelijke hoeken aanbrengen van drie even grote massa's op de rand van de klok.

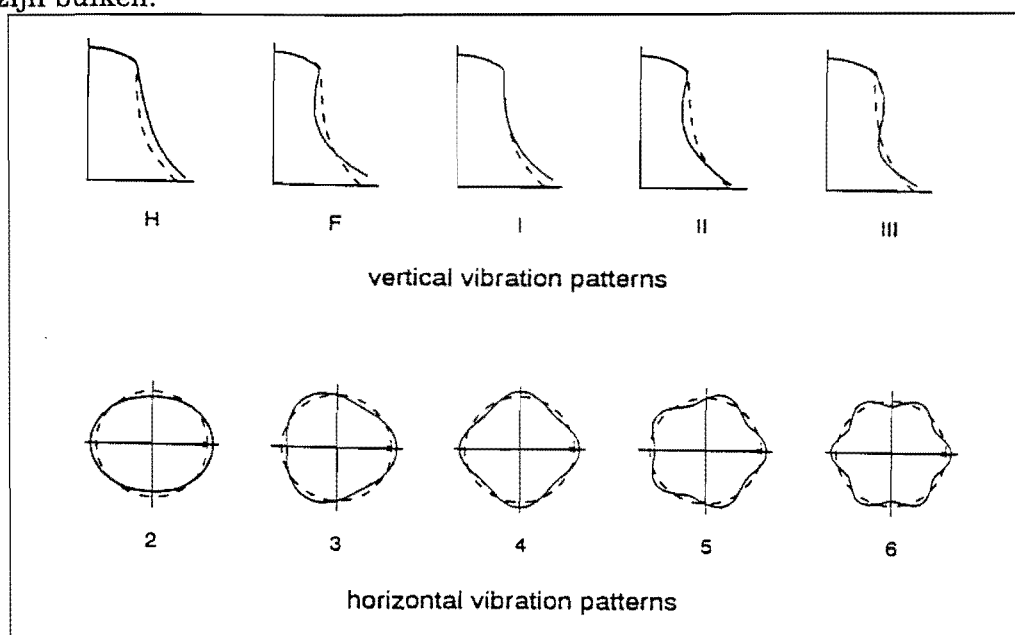
Op de in het WFW-lab aanwezige kleine-tertsklok zullen drie massa's worden bevestigd. Met modale analyse apparatuur zal nagegaan worden wat het effect hiervan is op akoestisch belangrijke eigenfrequenties en trillingsvormen.

Ook zal dit idee numeriek worden onderzocht met het eindige elementen pakket MARC. Van de klok met en zonder massa's zullen eigenwaarden en eigentrilvormen worden berekend. De numerieke resultaten kunnen dan met de experimenten worden vergeleken.

2 Algemene theorie trilvormen.

In dit hoofdstuk wordt kort het klankspectrum van een klok behandeld.

Als een klok wordt aangeslagen zal de trillende wand de omringende lucht in beweging zetten. Het geluidsspectrum dat dan ontstaat is een superpositie van een groot aantal deeltonen of partialen. Iedere deeltoon heeft een specifieke eigenfrequentie en trilvorm. De klokwand maakt sinusvormige bewegingen in het horizontale en in het verticale vlak. Een trilvorm ligt dus vast als het aantal perioden over de omtrek en het aantal knopen op de flank bekend is. Dit wordt in het vervolg genoteerd als (x-y), waarbij x het aantal perioden over de hele omtrek* is en y het aantal knopen op de flank. Er zijn allerlei combinaties van deze twee aantallen mogelijk. Een trilvorm toont dus een patroon van knoopcirkels in horizontale vlakken die snijden met knoopmeridianen in verticale vlakken. Op die lijnen beweegt de wand niet, precies tussen die lijnen beweegt de wand maximaal, dit zijn buiken.



De akoestisch belangrijkste modes zijn in onderstaande tabel te vinden.

Trilvorm	Freq. verhouding	Aanduiding zoals boven	Aanduiding in verslag
Grondtoon	1	H-2	2-1
Priem	2	F-2	2-2
Terts	2.4	I-3	3-1
Quint	3	II-3	3-2
Oktaaf	4	I-4	4-1
Duodeciem	6	I-5	5-1
Dubbeloktaaf	8	I-6	6-1

* Aantal periode over de hele omtrek is gelijk aan het aantal knopen op de halve omtrek.

De frequenties van de modes hebben onderling specifieke verhoudingen. Deze verhoudingen bepalen onder andere of sprake is van een kleine- of grote-tertsklok. Een kleine tertsklok heeft een mineur akkoord (droevige klank) en een grote tertsklok heeft een majeur akkoord (vrolijke klank). In de tabel staan de frequentieverhoudingen voor een kleine-tertsklok, voor een grote-tertsklok verschilt alleen de tertsklok, deze ligt dan factor 2.5 in plaats van 2.4, hoger dan de grondtoon.

Als een klok wordt aangeslagen dan treedt het hele spectrum van trillingen op. Op de plaats van de aanslag zal iedere trilvorm een buik krijgen.

De rotatiesymmetrische vorm van klokken beperkt de mogelijkheden om de onderlinge frequentieverhoudingen van partiaal tonen te wijzigen. Het ontwerpen van een grote tertsklok wordt bemoeilijkt doordat de te wijzigen tertspartiaal op ongeveer dezelfde manier wordt beïnvloed door rotatiesymmetrische geometrievariaties, als de partialen oktaaf, duodeciem en dubbeloktaaf. Dit omdat de trilvormen langs de flank sterk op elkaar lijken.

In het horizontale vlak zijn deze partialen echter wel sterk verschillend. De tertsklok heeft over de omtrek drie perioden, de anderen respectievelijk vier vijf en zes. Is de tertsklok misschien te beïnvloeden door geometrische verstoringen die 'passen' bij de trilvorm van de tertsklok?

Tijdens deze stage zal dit idee experimenteel en numeriek worden onderzocht. De geometrische verstoringen zijn in dit geval drie massa's, aangebracht op gelijke hoeken op de rand van de klok. In het WFW-lab zal de invloed van deze extra massa's op de eigentrilvormen en eigenfrequenties van een kleine tertsklok met modale analyse apparatuur worden onderzocht. De effecten hiervan zullen ook numeriek met het EEM pakket MARC worden bestudeerd.

3 Omschrijving van het experiment.

3.1 Inleiding.

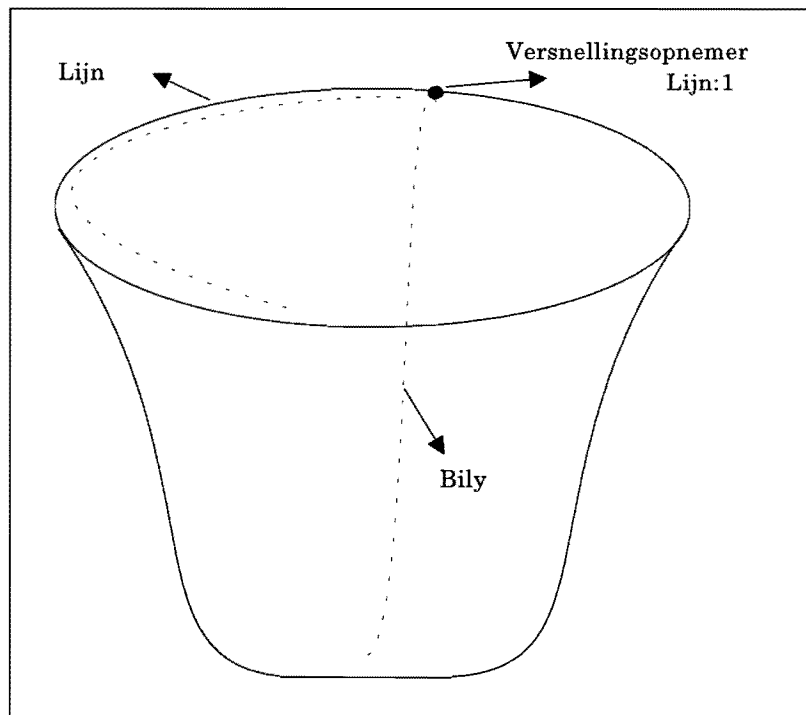
In de vakgroep WFW is al verschillende jaren experimenteel onderzoek naar kleine- en grote-tertsklokken gedaan. De meetresultaten die beschikbaar zijn van de kleine tertsklok zullen gebruikt worden als vergelijkings materiaal. Zie hiervoor ook WFW-rapport 95.079 van H.J. Cappon en WFW-rapport 95.034 van P.D. Schwarte.

3.2 Omschrijving van de opstelling en klokgeometrie.

De metingen worden verricht aan een kleine tertsklok met een omtrek van 2.444 meter en een grondtoon van 260 Hz. Deze klok is omgekeerd op een frame bevestigd, om geen trillingen aan het frame door te geven rust de klok op rubbers.

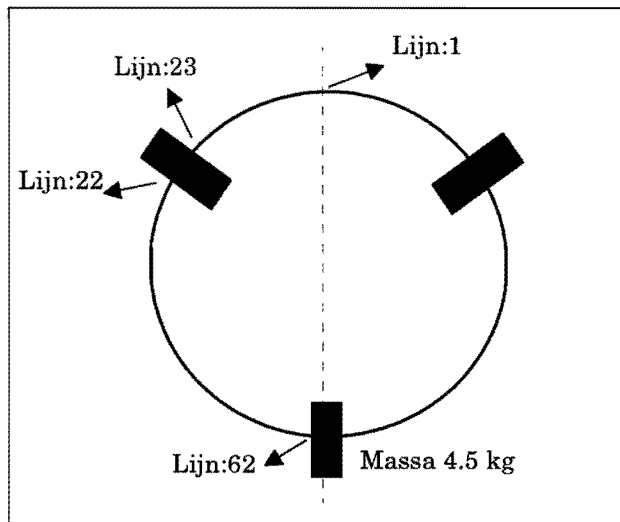
Langs de helft van de omtrek van de klok zijn 62 aanslagpunten (iedere 2 cm één punt) afgetekend, deze punten hebben de naam 'lijn'. Langs de binnenzijde van de klok zijn 29 aanslagpunten afgetekend, deze punten hebben de naam 'bily'. Het snijpunt van de lijnen bily en lijn is het punt lijn:1. Zie hiervoor de figuur hieronder, op de stippellijnen liggen de aanslagpunten.

Op 't punt lijn:1 wordt met bijenwas een versnellingsopnemer bevestigd. Dit punt vormt het referentie punt voor de metingen. Een tweede stuk gereedschap is een excitatiehamer met ingebouwde krachtopnemer. Hiermee zal ieder punt op de lijnen worden geëxciteerd. De tip van de hamer is van brons, dit resulteert in een goed gevuld autopowerspectrum van

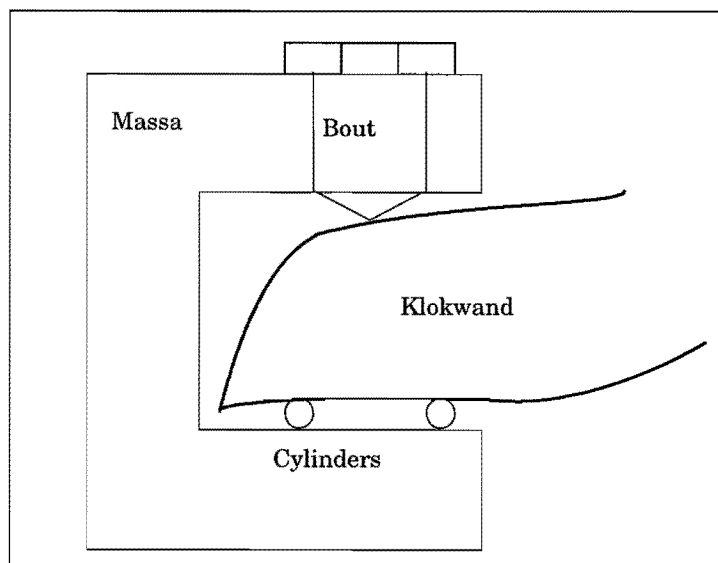


het impact signaal in een bandbreedte tot ongeveer 3,5 kHz. De hamer en de versnellingsopnemer zijn met data acquisitie apparatuur van DIFA (DSA-200) verbonden. Op de rand van de klok zijn op gelijke hoeken van 120° langs de omtrek drie massa's

geklemd. Eén massa bevindt zich met z'n hartlijn op 't punt lijn:62. Door dit punt en door lijn:1 loopt nu een symmetrielijne die de klok in twee helften verdeelt. Een andere massa bevindt zich precies tussen lijn:22 en lijn:23. De derde massa zit op de helft die niet wordt beschouwd. Zie hieronder.



Doordat de massa's over de aanslaglijnen zitten kunnen de punten lijn:22, lijn:23 en lijn:62 niet met de hamer worden aangeslagen. Deze vrijheidsgraden worden dus niet meegenomen. Dit is echter geen ramp voor de interpretatie van de eigentrilvormen omdat er gewoon geïnterpoleerd kan worden. In totaal worden dus $62-3+29=88$ vrijheidsgraden beschouwd.



De massa's zijn stalen U-vormige blokken van 4.5 kg, die voorzien zijn van twee cilindervormige oplegvlakken aan één zijde en een angespitste bout aan de andere zijde. Hierdoor is een stevige verbinding, met niet te veel microslip, tussen de massa en de klok wand gegarandeerd.

3.3 Het geometrie model.

In het data-analysepakket CADA-PC van LMS is een model gedefinieerd met dezelfde referentie en aanslagpunten als op de werkelijke klok. De Frf's kunnen in DIFA met dezelfde referenties en aanslagpunten worden gelabeld. Daarna worden zij geëxporteerd naar CADA-PC. In dit pakket kunnen met het geometriemodel en de gelabelde Frf's de eigenmodes en eigenkolommen worden bepaald en weergegeven.

In het model zijn de aanslaglijnen 'lijn' en 'bily' gedefinieerd als twee loodrecht op elkaar staande lijnen. In werkelijkheid zijn deze lijnen niet recht, maar dit levert geen grote problemen op. In het model ontbreken ook de punten lijn:22, 23 en 61 (dit wegens de positie van de massa's).

Slechts de halve omtrek van de klok hoeft te worden beschouwd, omdat alle interessante trilvormen op de helft zichtbaar zullen zijn. Zelfs het feit dat de constructie door de drie massa's niet langer axisymmetrisch is doet hieraan geen afbreuk. Dit komt omdat er geen eisen worden gesteld aan randvoorwaarden, zoals in een EEM model. Als de klokwand op de symmetrielijne een hoekverdraaiing wil maken (zoals de terts met massa's in de knopen zal willen doen), dan kan dat in de werkelijkheid natuurlijk gewoon gebeuren en dit zal in het experiment ook zichtbaar zijn in de eigenkolommen. Hier wordt op terug gekomen bij de bespreking van het EEM model in hoofdstuk 5.2.3.

3.4 Modale analyse, bepaling modale parameters.

De modale parameters van een systeem zijn voor de k_{de} mode:

- de polen ($\mu_k + v_{kj}$), met μ de modale demping (sec^{-1}) en v de gedempte eigenhoekfrequentie (rad/sec).
- de residuën A_k , op een schaalfactor na gelijk aan de eigenkolommen.

Verder geldt ook: de dimensieloze dempingscoëfficiënt $\xi = -\frac{\mu}{v}$; en de gedempte

eigenhoekfrequentie: $\omega_d = \omega_0 \sqrt{1 - \xi^2}$, waarin ω_0 de ongedempte eigenhoekfrequentie is.

Om van een constructie de eigenhoekfrequenties met bijbehorende modale dempingen te bepalen (de polen dus) is het in principe voldoende om de constructie op één plaats met een klap te exciteren en op één plaats de versnelling te meten. Uit het krachtsignaal en het versnellingssignaal kan dan een schatter voor de frequentieresponsfunctie, de overdracht tussen de ingang en de uitgang, bepaald worden. Uit deze overdracht kan dan door een fit-procedure voor iedere resonantiepiek een pool en een residu worden gevonden. Een residu voor maar één graad van vrijheid heeft geen fysische betekenis.

Bij dit experiment zijn we ook geïnteresseerd in de eigentrilvormen van de klok en dus is het noodzakelijk om de overdrachten te bepalen van iedere graad van vrijheid die je wilt beschouwen naar de referentie-vrijheidsgraad. De kolom residuën die dan voor iedere piek uit de fit procedure komt, is op een schalingsfactor na gelijk aan de eigenkolom, horende bij die resonantie piek.

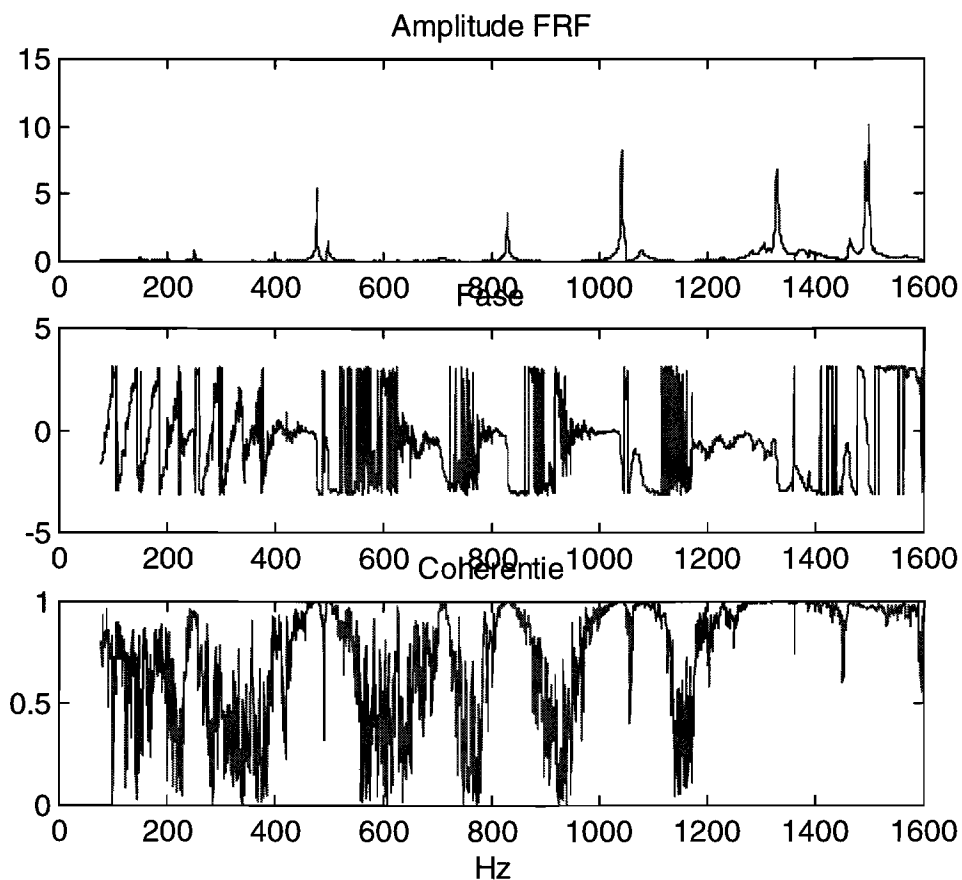
Er zijn in principe twee reciproke manieren om de Frf's te verkrijgen: De versnellingsopnemer op een vaste referentie plaats zetten en met de hamer de constructie op alle punten aanslaan (de hamer is 'roving'). Of de omgekeerde situatie, met de hamer op dezelfde plaats blijven slaan en in ieder punt de versnelling meten. Deze laatste manier is verre van handig, maar het geeft wel een goede voorstelling van wat gemeten wordt. Zie voor Frf-schatters dictaat Numerieke Experimentele Analyse van Dynamische Systemen (A. de Kraker).

3.5 Uitvoering van de metingen.

Door de impact van de hamer met bronzen tip, worden alle frequenties in een breedbandig spectrum tot ongeveer 3.5 kHz aangeslagen. Dit is meer dan voldoende voor de akoestisch belangrijkste trillingen. Bij dit experiment zullen trillingen worden bekeken t/m de oktaaf, zo'n 1.1 kHz. De ingestelde frequentieband is 1.6 kHz, er wordt dan op 3.2 kHz gesampled. Door het anti-aliasing filter blijft dan tot 1.2 kHz betrouwbare informatie over. De sample grootte is 4096, zodat in het frequentie domein een resolutie van $3.200/4096 = 0.78$ Hz wordt bereikt. Op het impact signaal wordt een force-window van 4% gezet. Dit om storingen in het signaal na de klap weg te gooien. Op het versnellingssignaal wordt een exponentieel window van 30% gezet om minder signaallek te krijgen. Verder wordt een pretrigger van 2% opgegeven.

Alle punten zullen zes keer worden aangeslagen zodat de software door middeling goede schatters voor de Frf's kan genereren. Meetruis en eventuele aanslagfouten (in richting en plaats) zullen zo flink worden gereduceerd. Na iedere aanslag wordt op grond van het hamersignaal en het versnellingssignaal, beoordeeld of dat de meting goed was. Er moet bijvoorbeeld duidelijk maar één hamerslag zijn.

Een hulpmiddel voor de beoordeling van de kwaliteit van de Frf-schatter is de coherentie, een getal tussen de 0 en 1. Een coherentie van 1 betekend een optimaal lineair verband tussen in en uitgang. Als bij een frequentie de Frf een piek vertoont en tegelijk de coherentie ongeveer 1 is, duidt dit op een eigenfrequentie. Hieronder is een willekeurige Frf weergegeven: amplitude, fase en bijbehorende coherentie:



3.6 Problemen bij de metingen.

- De metingen kunnen behoorlijk verstoord worden door magnetische velden die in het lab ruimschoots aanwezig bleken te zijn. De klok werkt als antenne en pikt velden met een lichtnet frequentie van 50 Hz op. In een wisselend magnetisch veld ontstaan in een geleider inductie-spanningen en -stromen. Als de versnellingsopnemer niet galvanisch gescheiden op de klok wordt bevestigd zijn deze signalen duidelijk te zien in de Frf's. Er ontstaan piekjes bij 50 Hz en oneven veelvouden hiervan (150, 250, 350 Hz enz...). Een verklaring hiervoor is dat de velden niet variëren volgens een perfecte sinus, maar volgens een blok-vorm. De fourier getransformeerde van een bloksignaal is inderdaad een piek op de basisfrequentie, plus oneven veelvouden daarvan. Een effectieve oplossing voor dit probleem is ervoor zorgen dat overal onder de versnellingsopnemer genoeg bijenwas zit.
- De DSA-200 van DIFA blijkt niet in staat te zijn om op een bepaald frequentie gebied in te zoomen. Als er een zoomspan wordt opgegeven reageert de apparatuur niet meer op de trigger t.g.v. een klap en blijft in de trigger-mode staan. Gevolg hiervan is dat er alleen gedetailleerde spectra kunnen worden verkregen als over het hele gebied van bijvoorbeeld 1.6 kHz wordt gemeten met een kleine frequentieafstand en dus zeer grote hoeveelheden meetdata en lange meettijden. In DIFA kan op deze manier dus wel worden gekeken of er bijvoorbeeld meerdere pieken zeer dicht op elkaar zitten.
- Het vorige punt is een extra groot probleem omdat CADA-PC niet overweg kan met een groter aantal samples dan 4096 reële getallen, of 2048 complexe getallen. Samplen met grote aantallen over de bandbreedte van bijvoorbeeld 1.6 kHz is dus geen oplossing. Het is dan ook niet mogelijk om trilvormen in CADA-PC te bekijken van resonanties die dicht bij elkaar liggen.

4 Resultaten van het experiment.

4.1 Meetresultaten.

In de frequentieband tot ongeveer 1.2 kHz zijn met CADA-PC de volgende akoestisch interessante modes gevonden. Bijbehorende eigentrilvormen staan in bijlage 1.

Kleine tertsklok met massa's:

N_0	Frequentie (Hz)	Demping (%)	Trilvorm
1	250.7	0.15	2-1 grond *
2	473.2	0.13	2-2 priem
3	477.2	0.1	2-2 priem
4	497.7	0.26	3-1 terts
5	627.1	0.32	3-1 terts
6	706.5	0.89	3-2 */**
7	740.1	0.63	3-2 quint *
8	829.5	0.11	3-2 **
9	1039	0.09	4-1 oktaaf
10	1045	0.09	4-1 oktaaf
11	1074	0.34	1-3 -

* Eigentrilvorm met lopende golven.

** Moeilijk te benoemen trilvorm.

Ter vergelijking:

Kleine tertsklok zonder massa's:

Frequentie (Hz)	Demping (%)	Trilvorm
258.5	0.03	2-1 grond
521.5	0.03	2-2 priem
623.4	0.02	3-1 terts
782.1	0.04	3-2 quint
1041	0.04	3-2 oktaaf

4.2 Verwerking van meetresultaten.

4.2.1 Constateringen.

Uit de tabellen, de trilvormen in bijlage 1, en de animaties met CADA-PC kan het volgende worden opgemerkt:

- 1 De dimensieloze dempingscoëfficiënten (ξ) zijn structureel groter in het geval met opgeklemde massa's dan normaal.
- 2 Enkele punten trillen met een fase die duidelijk afwijkt van de fase van naaste punten.
- 3 Enkele trilvormen manifesteren zich als lopende golven, knopen en buiken staan niet stil langs de omtrek.
- 4 Gelijknamige trilvormen* kunnen op twee manieren optreden. Ze splitsen zich als het ware in twee verschillende modes. Eigentrilvormen zijn daarbij verschoven over een hoek langs de omtrek zodat ze t.o.v. de massa's anders georiënteerd zijn. Dit kan resulteren in verschillende frequenties.
- 5 De meeste eigenfrequenties zijn door de massa's gedaald, echter de tert-2 en de oktaaf-2 zijn licht in frequentie gestegen.
- 6 Het versnellings signaal in het tijdsdomein ziet er niet voor alle aanslagpunten hetzelfde uit, soms zijn zwevingen te zien.
- 7 De modes 6, 7 en 8 zijn niet goed te categoriseren. Lage pieken en hoge demping.

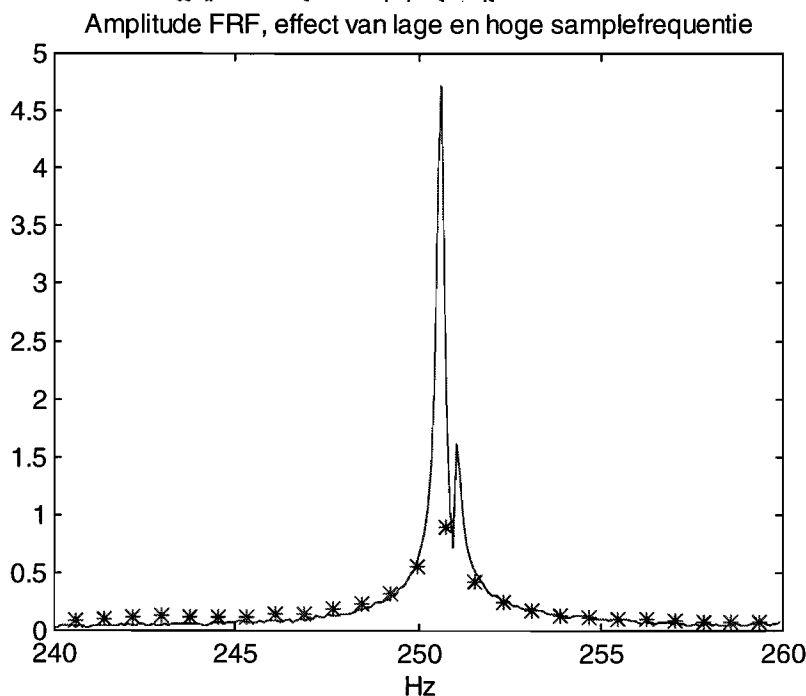
4.2.2 Interpretatie meetresultaten.

Onderstaande verklaringen slaan op de nummers in bovenstaande paragraaf.

- Ad 1. Dempingscoëfficiënten.
De nauwkeurigheid waarmee deze dimensieloze dempingscoëfficiënten worden berekend laat te wensen over. Op verschillende manieren fitten op dezelfde modes levert al snel verschillende dempingsconstanten op. Er moet namelijk gefit worden met tamelijk weinig punten. Dit is te zien in de grafiek op de volgende pagina, van de breedte en hoogte van de piek is niet veel meer te maken.
Toch geven deze coëfficiënten wel een grove indicatie voor de demping. Het is niet verwonderlijk dat de opgeklemde massa's, in hun oplegvlakken, extra demping introduceren. Dit is ook duidelijk te horen, de klok dempt veel eerder uit dan normaal. Er kan echter nog steeds van een licht gedempte constructie worden gesproken. Voor de quinten worden de grootste dempingsconstanten gevonden 0.89% en 0.63%.
- Ad 2. Fase fout.
In de animaties van de eigentrilvormen zijn enkele punten met afwijkende fase te zien. Deze punten hebben een fase die net buiten het gebied -180° $+180^{\circ}$ ligt. Deze fase schuift dan 360° op. Hierdoor vallen deze punten nogal uit de toon, dit is verder niet belangrijk.
- Ad 3. Lopende knopen en buiken.
Als wordt gekeken naar de animaties in CADA-PC, dan valt meteen op dat bij sommige eigentrillingen de knopen en de buiken niet op dezelfde plaats langs de klokwand blijven zitten. Ze lopen langs de wand, er zijn lopende golven te zien. Dit trad met name op bij de grondtoon en de quint. Dit kan duiden op twee dingen:

* Dus bijvoorbeeld een priem of een tert-3.

- 1 De bewuste mode is niet-licht, of niet-proportioneel-gedempt. Bijbehorende complexe eigenkolom heeft fases die niet persé 180^0 uit elkaar hoeven te liggen. Niet alle punten van de constructie gaan tegelijk door de nulstand. Er treedt dan een lopende golf op. Het is echter onwaarschijnlijk dat dit fenomeen hier optreedt. Alle pieken in de Frf's zijn behoorlijk scherp (op de quint na) en de dempingscoëfficiënten zijn van de orde grootte 0.3%. Dit duidt op lichte demping.
 - 2 Verschillende modes die zeer dicht bij elkaar liggen, zullen door de fit-procedure als één mode worden herkend. De geringe gedetailleerdheid van het spectrum is hier de oorzaak van (DIFA kan niet zoomen en CADA-PC kan maar 4096 samples verwerken). Dit geeft natuurlijk vertekende beelden omdat de residuën van twee verschillende modes bij elkaar worden opgeteld. Wat eigenlijk twee aparte, tegelijk optredende eigentrillingen zijn wordt gezien als één eigentrilling. De residuën krijgen dan fases die horen bij de beweging die ontstaat als twee sinussen van bijna gelijke frequentie worden opgeteld. Deze beweging is inderdaad een lopende golf langs de omtrek, niet alle punten gaan tegelijk door de nulstand. Dit effect kan bij 'normale' klokken ook optreden omdat geen enkele klok perfect rotatiesymmetrische is. In plaats van zuivere partiaaltonen ontstaan dan zwevingen. Dit ongewenste gedrag wordt zoveel mogelijk met stemmen gecorrigeerd.
- Met de beschikbare apparatuur kan een 'dubbele mode' alleen aangetoond worden door in DIFA een zeer gedetailleerde Frf te bepalen, met een kleine frequentieafstand over het volle frequentie gebied. Voor de frequentieafstand geldt: $\Delta f = \frac{1}{T}$ en de hoeveelheid detail is dus rechtstreeks gekoppeld aan de meettijd. Een gedetailleerde Frf is vergeleken met een Frf met grote frequentieafstanden. Er is gedetailleerd naar de grondtoon gekeken. Met kleine frequentieafstanden (doorgetrokken lijn) zijn duidelijk twee pieken te zien. Bij grote frequentieafstanden (sterretjes) is echter maar één piek te onderscheiden en die is ook veel te laag, het echte maximum valt door de 'kam' van het samplen.



De priem was in eerste instantie ook als één mode gefit, met als gevolg een lopende golf. Later bleek bij het gedetailleerde spectrum in DIFA dat deze mode eigenlijk twee pieken waren die 4 Hz uit elkaar te liggen. Daarom is nogmaals geprobeerd of in CADA-PC deze twee modes apart konden worden gevonden. Dit bleek mogelijk en het 'lopende golfverschijnsel' was daarmee verdwenen. De modes priem-1 en priem-2 werden gevonden. Dit maakt deze verklaring voor de lopende golven dus heel plausibel.

- Ad 4. Eigenfrequenties en eigentrilvormen. Door het toevoegen van de massa's zijn 'opsplitsingen' van de trilvormen ontstaan. Een trilvorm bijvoorbeeld de tert, zal op twee verschillende manieren optreden* : Terts-1 met buiken op de plaats waar de massa's zitten en tert-2 met knopen ter plekke van de massa's. Het gevolg hiervan is dat tert-1 meer massa in beweging moet zetten dan tert-2 en dus 'meer massa ervaart' dan tert-2. Als wordt aangenomen dat door het opklemmen van de massa's geen stijfheid wordt toegevoegd zal, in termen van een één massa-veer-systeem, de verhouding $\sqrt{\frac{k}{m}}$ dalen. Dan is evident dat tert-1 een lagere eigenfrequentie zal hebben dan tert-2; het verschil blijkt dan ook 130 Hz. De eigenvectoren van deze modes zijn dus alleen over een hoek van 30° over de omtrek opgeschoven. Deze hoek is een kwart van een volledige periode, $\frac{1}{4} * 120^\circ = 30^\circ$ ofwel de halve lobhoek**.

Dezelfde effecten zijn in mindere mate ook bij het oktaaf en de priem.

Een oktaaf heeft echter in de omtrek vier sinussen, waardoor bovenstaand verhaal niet precies past. Er ontstaan dan nog steeds twee eigentrilvormen, echter met bijna gelijke frequenties (6 Hz verschil): oktaaf-1 met één massa in een buik en oktaaf-2 met één massa in een knoop. De eigenvectoren zijn dus weer over een kwart van een volledige sinus, ofwel 22.5° , verschoven over de klokrand. Ook voor de priem werden twee modes gevonden: priem-1 met één massa in een buik en priem-2 met één massa in een knoop, beide modes slechts 4 Hz uit elkaar.

Bij bestudering van de EEM modellen wordt op het gedrag van alle trilvormen uitvoerig teruggekomen. Dan zal blijken dat goed te verklaren is waarom de tertsen verder uit elkaar liggen dan bijvoorbeeld de priemen, grondtonen en oktaven.

- Ad. 5 Meeste modes dalen in frequentie, enkele stijgen. Dit effect is te zien bij de tert-2 en de oktaaf-2. Het is aannemelijk dat er twee effecten een rol spelen: blijkbaar is door het opklemmen van de massa's toch enige stijfheid toegevoegd. Dit is bij de andere trilvormen echter 'overschaduwde' door het 'massa-effect', dat zorgt voor een frequentie daling. In het FEM model zal blijken dat geen enkele frequentie stijgt, er worden dan immers puntmassa's toegevoegd, dus alleen massa en geen stijfheid. Juist de tert-2 (massa's in de knopen) en ook de quint-2 (massa's op verticale knoop) voelen het minste van de massa's. Hier is het 'massa-effect' dan ook heel klein. Het 'stijfheids-effect' wint het hier dus van het 'massa-effect', en de frequentie stijgt licht. Voor de duidelijkheid: de andere modes zullen deze extra stijfheid in meer of mindere mate ook voelen alleen wordt deze invloed dus door het 'massa-effect' onzichtbaar.

* Voor de duidelijkheid noem ik dit in het vervolg tert-1 en tert-2, priem-1 en priem-2 etc. De 1 slaat dus op trilvorm met tenminste één massa in een buik. De 2 slaat op de trilvorm met tenminste één massa in een knoop.

** Met lobhoek wordt bedoeld de hoek tussen twee buiken, dus de halve periode.

- Ad 6. Optreden van eigentrilling is afhankelijk van plaats van excitatie. Bovenstaande gaat over eigentrillingen, dit zijn eigenschappen van de constructie. Of bepaalde eigentrillingen zich ook in het spectrum manifesteren hangt af van de manier van aanslaan. Bij rotatiesymmetrische constructies zal op de plaats van de aanslag een buik worden gevormd.

Bij de klok met de massa's hangt het af van de plaats van aanslaan welke mode van een trilvorm wordt geëxciteerd. Er zal slechts één mode van een trilvorm worden geëxciteerd als juist op de plaats van een massa wordt aangeslagen. Als een halve lobhoek verder wordt aangeslagen wordt alleen mode-2 geëxciteerd. Wordt ergens tussen deze punten aangeslagen dan zullen beide modes optreden. Wordt op een hele lobhoek vanaf een massa aangeslagen dan treedt weer mode-1 op.

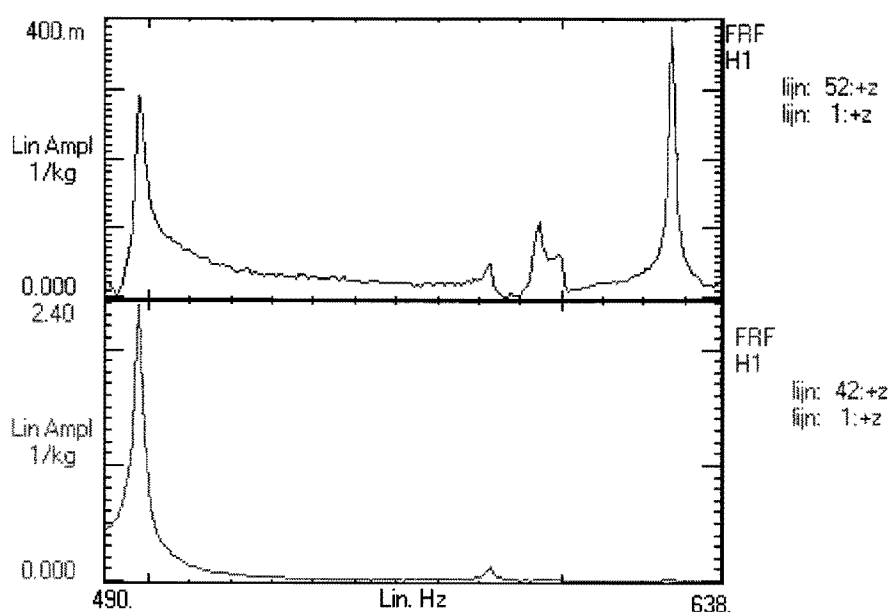
Tijdens de metingen zijn in het versnellingssignaal in het tijdsdomein, afhankelijk van de plaats van excitatie, lichte zwevingen te zien. Als op een massa wordt geslagen, of precies tussen twee massa's in, is er weinig zweving waar genomen. Wordt elders aangeslagen dan kan zweving optreden. Dit is echter niet echt overtuigend te zien en bovendien is niet te zien welke tonen zweven. In het frequentiedomein zou dit wel duidelijk te zien moeten zijn. Gekeken wordt naar de twee tertsen:

Aléén terts-1 (497.7 Hz), met de buiken op plaats van de massa's, zou moeten optreden als precies tussen twee massa's in (of op een massa) wordt geëxciteerd. Voor een terts is dit immers een hele lobhoek van een massa af. Dit is punt 'lijn:42'.

Aléén terts-2 (627.1 Hz), met de knopen op plaats van de massa's, zou moeten optreden als op 30° (halve lobhoek) van een massa wordt geëxciteerd, bijvoorbeeld 'lijn:52'. Op andere plaatsen aanslaan levert beide modes op.

Dit moet uit de Frf's in onderstaande grafiek blijken. Als de amplitude van de Frf's van de twee genoemde aanslagpunten met elkaar worden vergeleken, dan is te zien dat bij terts-1 (497.7 Hz) de overdracht van lijn:42 groter is dan die van lijn:52. Dit klopt, terts-1 heeft op lijn:42 een buik en op lijn:52 een knoop.

Bij terts-2 (627.1 Hz) is dit andersom: de overdracht van lijn:42 is kleiner dan die van lijn:52. Terts-2 heeft een buik bij lijn:52 en een knoop bij lijn:42.



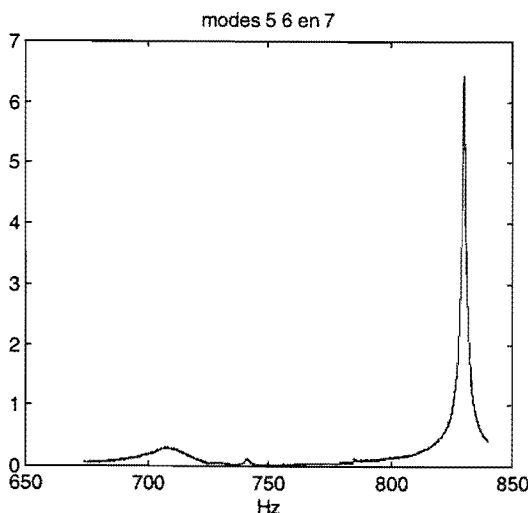
Let op het verschil in schaal: in bovenste grafiek staat 400 m dit is 400e-3.

De meest linkse piek is terts-1 (497.7 Hz)
De meest rechtse piek is terts-2 (627.1 Hz)

Het valt ook op dat de absolute grootte van de beide overdrachten bij terts-2 klein is t.o.v. de absolute grootte van de overdrachten bij terts-1. Dit is te verklaren uit het feit dat de versnellingsopnemer op lijn:1 precies tussen twee massa's in zit. De mode terts-2 heeft hier een knoop en daarom zal deze mode, als hij wordt geëxciteerd, bijna niet gedetecteerd kunnen worden. Als de opnemer iets van dit punt af zou zijn geplaatst dan was de mode wel te zien en zou de rechtse piek in de Frf van lijn:52 veel hoger zijn geweest. Tert-1 zou dan niet meer voor 100% worden geregistreerd. Een goed compromis voor de tertsen zou zijn om de versnellingsopnemer 15° van lijn:1 te zetten (dus 45° van een massa af). Daar hebben beide modes namelijk een even grote amplitude. Echter hogere modes hebben daar dan misschien weer een knoop. Om dit probleem te verminderen zouden meerdere versnellingsopnemers met 'multiple reference techniek' een uitkomst kunnen bieden. Met deze techniek worden meerdere referenties meegenomen, er worden dus Frf's bepaald van ieder aanslagpunt (ingang) naar iedere referentie (uitgang). Dit levert natuurlijk meer informatie op, mits de opnemers slim worden geplaatst. Het komt niet snel voor dat er drie versnellingsopnemers tegelijk in knopen zitten. Ook kunnen met deze techniek eerder 'dubbele modes' worden gevonden, zelfs al zouden die modes op exact dezelfde frequentie zitten. CADA-PC en DIFA ondersteunen multiple reference techniek, mits er een licentie voor is.

• Ad 7 Onduidelijke Modes 6 7 en 8.

Deze drie modes zijn wat onduidelijk. Mode 6 is in de FRF's te zien als een laag uitgesmeerde piek. In de fit wordt hier ook een hoge dempingscoëfficiënt van 0.89 % gevonden. De animatie gaf een lopende golf te zien. De trilvorm langs de flank duidt niet op een quint, daarvoor ligt de knoop te hoog. Mode 7 is wel typisch een quint vorm, in de FRF's is het slechts een klein piekje. Een verklaring kan zijn dat de quint op de aanslag lijn een knoopcirkel heeft. In de animaties gaf mode 7 ook een lopende golf te zien. Mode 8 is een duidelijke scherpe piek, een lage demping en geen lopende golf. Maar de trilvorm is geen quint, daarvoor ligt de knoop op de flank te hoog. In de figuur hieronder zijn deze modes te zien van links naar rechts, bij respectievelijk 627 706 en 829 Hz. Zie ook de trilvormen in bijlage 1.



4.3 Conclusies uit de meetresultaten.

Bovenstaande nog eens kort samengevat:

- Door enkele beperkingen van de apparatuur zijn de metingen niet heel gedetailleerd. Daardoor kunnen niet alle modevormen even goed zichtbaar worden gemaakt. Toch verschaffen de metingen veel inzicht in het gedrag van de klok met niet-rotatiesymmetrische massaverdeling. Alle experimentele resultaten zullen duidelijker worden na bestudering van het numerieke model.
- Met name van de grondtoon en de priem zijn trilvormen met lopende buiken en knopen gevonden in de animaties. Na bestudering van een gedetailleerd spectrum in DIFA kon voor grondtoon en priem worden geconstateerd dat onder één piek toch twee pieken zaten. Bij de grondtoon zaten deze zeer dicht op elkaar zodat ze met fitten niet te onderscheiden waren. Bij de priem lagen deze pieken wat verder uit elkaar en konden toch beide modes gevonden worden, de lopende golven waren verdwenen.
- Door het opklemmen van de massa's dalen de meest eigenfrequenties, de terts-2 en oktaaf-2 stijgen licht in frequentie.
- Door het opklemmen van de drie massa's ontstaan twee modes die gelijke trilvormen hebben, maar over een hoek langs de omtrek zijn verdraaid. Dit is met name duidelijk te zien voor de tertsen, quinten en oktaven. Als de trilvorm bestaat uit drie sinussen over de omtrek (terts en quint) dan vormt de laagfrequente mode buiken ter plaatse van de massa's, de hoger frequente heeft daar knopen. Als trilvormen geen drie sinussen over de omtrek hebben (grond, priem en oktaaf), dan treedt iets dergelijks op: mode-1 trilt met één buik ter plaatse van een massa, mode-2 trilt met één knoop ter plaatse van een massa. In die gevallen zijn de verschillen in frequenties tussen mode-1 en mode-2 veel kleiner.
- Bij niet-rotatiesymmetrische klokken heeft de plaats van aanslag invloed op het wel of niet optreden van bepaalde modes. Wordt op een massa geslagen dan wordt van iedere trilvorm alleen mode-1 geëxciteerd, wordt op een kwart periode, ofwel halve lobhoek, naast een massa geslagen dan wordt van iedere trilvorm alleen mode-2 geëxciteerd. Tussen deze aanslagpunten in exciteren levert beide modes op.

5 Eindige elementen modellering.

5.1 Inleiding.

In de vakgroep wordt sinds enkele jaren met eindige elementen pakketten gerekend aan kleine- en grote-tersklokken. Vaak gebeurt dit gekoppeld met optimalisatie routines. Meestal werd hiervoor het in de vakgroep ontwikkelde programma DYNOPT gebruikt. Voor deze stage is gekozen voor het eindige elementen pakket MARC. Hiermee zal de klok, met en zonder de extra massa's worden gemodelleerd. De resultaten van de eigenwaarden berekeningen kunnen met MENTAT worden geïnterpreteerd en daarna met de experimenten worden vergeleken.

5.2 Omschrijving van het model.

5.2.1 Het maken van een 2D-mesh.

Om een mesh van de kleine-tersklok te maken is het profiel van de klokwand opgemeten van een tekening. Deze profieltekening is gebruikt voor het maken van de gietmallen van de klok. Een klok wordt altijd iets te ruim en te dikwandig gegoten zodat hij daarna nog met verspanende bewerkingen kan worden gestemd. Daarom is de profieltekening en dus ook de EEM mesh iets te dikwandig. Het effect hiervan is dat alle eigenfrequenties in het EEM model iets hoger uit moeten vallen dan die van de klok in het experiment, want die is gestemd.

Uit de tekening zijn ongeveer 80 punten opgemeten en in Mentat gezet. Door deze punten is een polyline getekend. Op dit 2D-profiel worden eerst 2D-elementenvormen geplaatst. Dit zijn zogenaamde 'quad-4' elementen, vierhoekige elementen met op iedere hoek een knooppunt. Deze vierhoeken worden omgezet in 'quad-8' elementen met 8 nodes, om kwadratische verplaatsingsvelden mogelijk te maken.

Voor de duidelijkheid: met elementen wordt hier alleen nog maar een element-vorm bedoeld, de echt element definitie komt later pas. Met het commando 'attach to curves' kunnen de elementen perfect op het profiel worden gefit. In totaal bestaat de 2D-mesh uit 28 elementen, de wanddikte wordt overal met één element beschreven. De onderste punt in de mesh is voor het gemak ook met een quad-8 vorm gemaakt. Zie voor de 2D-mesh de pagina hiernaast. De 2D-mesh kan later eenvoudig worden omgezet naar een 3D-mesh

5.2.2 Fourier elementen.

Evenals DYNOPT kan MARC ook met Fourier-elementen werken. Deze 2D-elementen zijn ontwikkeld om rotatiesymmetrische constructies, met eventueel niet-rotatiesymmetrische belastingen, door te rekenen. Van een constructie wordt alleen de doorsnede en symmetrie-as ingegeven. Op deze manier wordt flink bespaard op rekestijden.

Eventuele niet-axi-symmetrische belastingen worden met een som van Fouriertermen in rekening gebracht. Er is gekeken of het misschien mogelijk was om op deze manier massa's te kunnen toevoegen. Dit bleek niet mogelijk te zijn, de constructie zelf moet rotatiesymmetrisch zijn.

De klok zonder massa's is wel met deze elementen doorgerekend. Hierbij ontstonden echter problemen met een bijna singuliere stijfheidsmatrix. Dit heeft duidelijk met de randvoorwaarden te maken. In principe moet de hele dwarsdoorsnede van de klok alle

vrijheidsgraden krijgen. Alleen op de rotatie-as is een inklemming vereist. Als verplaatsingen uit het vlak (in MARC de z-richting) worden vast gelegd is het probleem van singulariteit opgelost en worden de eigenfrequenties en trilvormen berekend. Het model is dan echter stijver dan de werkelijkheid en de torsietrillingen worden onderdrukt. Als naar de constructie wordt gekeken, 'een grote flap aan èèn kant ingeklemd', dan is wel te verwachten dat de stijfheidsmatrix bijna singulier is. Er is gerekend met meer ingeklemde punten aan de kant van de inklemming, maar dat gaf dezelfde problemen. Misschien zijn de problemen met singulariteit op te lossen door de 'singulariteits-grens' te verruimen. MARC beslist namelijk op grond van een 'singularity-ratio' of er een foutmelding wordt gegeven, misschien kan dit iets minder kritisch worden ingesteld. Ik ben hier verder niet op door gegaan omdat toch is gebleken dat de klok met massa's niet met deze elementen kan worden berekend.

Een ander probleem met deze fourier elementen was ook dat MARC in de output van de sommen die wel draaiden alleen informatie gaf over de trilvormen in het vlak. Wat er in de omtrek van de klok gebeurt (het aantal sinussen over de omtrek) wordt nergens uitgevoerd.

MARC is op deze punten dus voor verbetering vatbaar.

5.2.3 3D-Modellering van de klok met en zonder massa's.

Uit bovenstaande blijkt dat over stappen op 3D-modellering noodzakelijk is. Een 2D-mesh is in MARC makkelijk om te zetten naar een 3D-mesh. Dit gaat met het commando 'expand', er moet dan een rotatiehoek en het aantal herhalingen worden opgegeven. In dit geval is gekozen voor 15° , zodat in omtreksrichting 24 elementen komen te liggen. De quad-8 elementen worden dan opgeblazen tot hex-20 elementen. Dit zijn brick elementen met nodes op iedere ribbe en hoek. In Marc is brick-element 21 gekozen. Dit element rekent met 'full-integration'. (Zie voor 3D-mesh hiernaast).

Om rekentijden te besparen is het zaak zo'n klein mogelijk deel van de klok te modelleren. Om echter een juiste modellering van de werkelijke klok te krijgen moet goed gekeken worden naar de trilvormen en randvoorwaarden. Als op grond van symmetrie een deel van de constructie kan worden weggelaten dan mogen op de snedevlakken geen hoekverdraaiingen optreden. Deze vrijheidsgraden moeten dan met randvoorwaarden worden vast gelegd (Brick-elementen hebben overigens geen hoekverdraaiingen als vrijheidsgraden en hoeven dus niet meer worden vast gelegd).

Door deze symmetrie voorwaarden kunnen alleen die trilvormen optreden die een buik hebben op het snedevlak. In een buik is de hoekverdraaiing namelijk nul, ergens anders niet. Dit impliceert het volgende:

- Als een rotatiesymmetrische constructie wordt beschouwd kan voor die modes die een even aantal perioden over de omtrek hebben, worden volstaan met het modelleren van een kwart. Deze trilvormen passen immers met de buiken op een kwart van de omtrek. Voor de modes met een oneven aantal perioden over de omtrek moet de helft worden beschouwd, anders zit er een knoop op de plaats van het snedevlak.

Als bij een rotatiesymmetrische constructie toch de hele constructie wordt beschouwd, zullen bij iedere eigenfrequentie twee onafhankelijke eigenvectoren worden gevonden. Deze eigentrillingen zijn dan alleen over een hoek langs de omtrek verschoven. Deze hoek is altijd de helft van de hoek tussen twee buiken (halve lobhoek), zodat een buik een knoop wordt en andersom. Daar de constructie rotatiesymmetrisch is 'voelen' deze twee trilvormen precies hetzelfde, daarom hebben ze ook dezelfde frequentie.

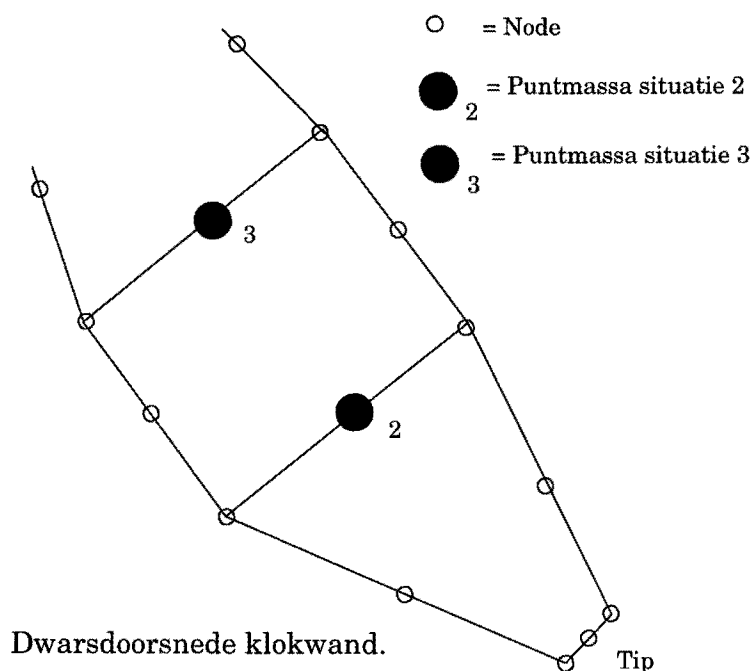
- Bij de niet-rotatiesymmetrische klok (met de drie extra massa's) is dit laatste echter niet voor alle modes waar. Sommige trilvormen zullen niet meer hetzelfde 'voelen' als ze over de halve lobhoek worden verdraaid. Als de effecten van deze massa's in kaart moeten worden gebracht, moet dus de hele klok worden gemodelleerd. Immers van iedere trilvorm zijn nu beide eigenvectoren interessant. Het is ook mogelijk om met anti-metrische randvoorwaarden te werken. Dan kan worden volstaan met de helft van de klok, alleen moeten dan twee modellen met verschillende randvoorwaarden worden gemaakt en doorgerekend. Voor de eenvoud is dus gekozen voor rekenen met de hele klok. Het is triviaal dat in het experimenteel deel van deze stage slechts aan de halve klok moest worden gemeten, bij een fysische constructie is immers geen sprake van randvoorwaarden voor symmetrie.

De massa's kunnen in de mesh makkelijk worden gemodelleerd als puntmassa's. Deze komen dan om de 120° in het middenvlak van de wand op een node te liggen. De grootte van de puntmassa kan voor de x- y- en z-richting apart worden opgegeven (de extra massatermen worden dan eenvoudig bij de corresponderende plaatsen in de massamatrix opgeteld). In dit geval is, zoals in het experiment, voor alle richtingen 4.5 kg opgegeven. In het experiment is niet precies aan te wijzen waar de massamiddelpunten van de gewichten zich bevinden. Daarom zijn twee verschillende berekeningen gedaan: in èèn geval zaten de massa's 30 mm van de punt, het andere geval 60 mm. Zie hiervoor onderstaand figuur.

Een bijkomend voordeel hiervan is dat kan worden bekeken of de resultaten die uit de EEM berekeningen komen gevoelig zijn voor een iets andere massa plaatsing.

In totaal zijn dus drie situaties doorgerekend en besproken:

1. De klok zonder extra massa's.
2. De klok met drie puntmassa's op een afstand van 30 mm van de tip.
3. De klok met drie puntmassa's op een afstand van 60 mm van de tip.



6 Resultaten EEM berekeningen.

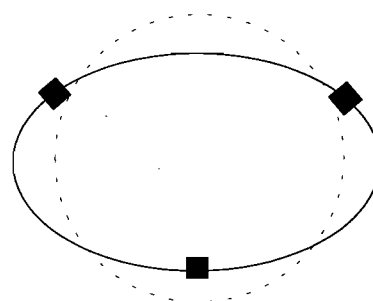
6.1 Programma output.

In de drie genoemde situaties zijn de eerste 30 modes berekend. Voor het overzicht zijn alleen voor situatie 2 (massa's 30 mm. van de rand) alle 30 modes uitgebreid beschreven in onderstaande lijst.

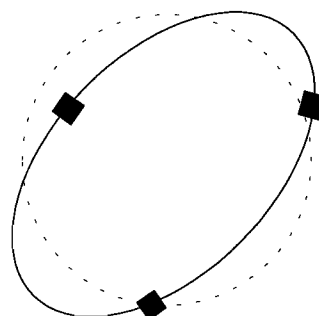
Van situatie 1 en 3 (zonder massa's en massa's op 60 mm van de rand) zijn alleen de akoestisch interessante modes in een tabel gegeven. De trilvormen van de belangrijke modes voor deze drie situaties zijn afgedrukt in bijlage 2.

Tussen haakjes staat het aantal knopen op halve omtrek en de flank. De aanduiding -1 achter een trilvorm betekent èèn of drie buiken ter plekke van de massa's, de aanduiding -2 betekent èèn of drie knopen ter plekke van de massa's.

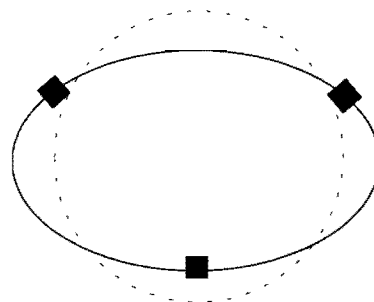
Mode	Frequentie	Trilvorm
1	24.03 Hz	(1-1)
2	24.03 Hz	(1-1); 90° verdraaid.
3	85.78 Hz	(0-1); vervormig als een tonnetje
4	187.8 Hz	(0-1); gehele klok transleert langs z-as
5	265.9 Hz	(2-1); grondtoon-1



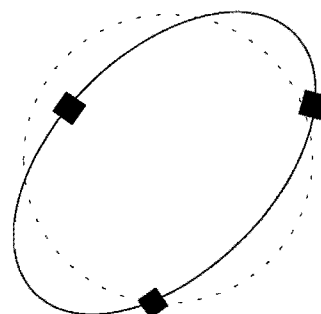
6	265.9 Hz	(2-1); grondtoon-2, 45° verdraaid
---	----------	-----------------------------------



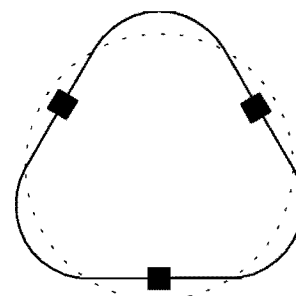
7 527.9 Hz (2-2); priem-1



8 527.9 Hz (2-2); priem-2, 45° verdraaid



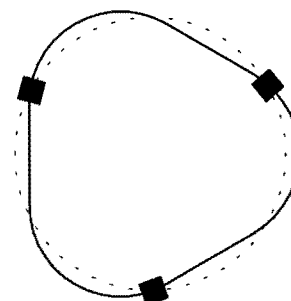
9 585.4 Hz (3-1); terts-1



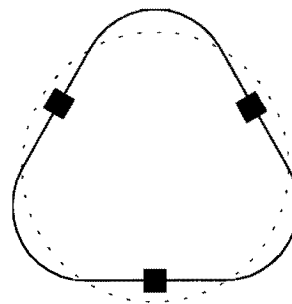
10 623.1 Hz Geen akoestisch bekende mode, rand van klok beweegt veel uit z'n vlak.

11 623.1 Hz Idem, verdraaid.

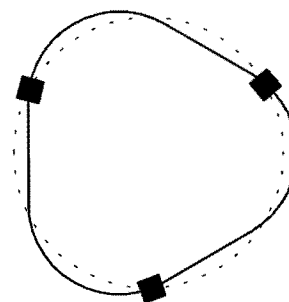
12 662.8 Hz (3-1); Terts-2, 30° verdraaid (t.o.v. terts-1).



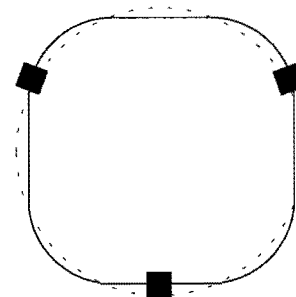
13 826.3 Hz (3-2); Quint-1.



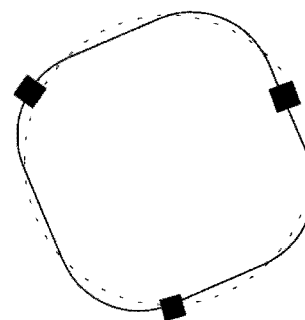
14 838.1 Hz (3-2); Quint-2, 30° verdraaid.



15 1024 Hz (4-1); Oktaaf-1



16 1024 Hz (4-1); Oktaaf-2, 22.5° verdraaid.

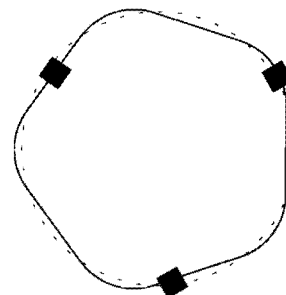


17 1231 Hz (0-3); Akoestisch niet interressant.

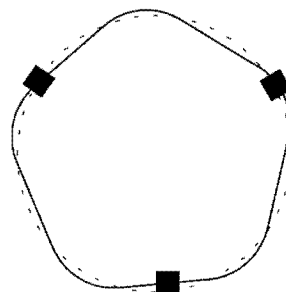
18 1348 Hz (4-2); Akoestisch niet interressant

19 1348 Hz Zelfde frequentie als 18, maar vreemde trilvorm.
6 knopen niet mooi verdeeld over de omtrek.

- | | | |
|----|---------|---|
| 20 | 1415 Hz | Ook vreemde vorm. |
| 21 | 1415 Hz | (1-4); Moeilijk te identificeren. |
| 22 | 1418 Hz | (3-3); Lob-hoeken in omtrek zijn niet $6 \cdot 60^\circ$ zoals bij een tert of quint, maar ongeveer $30-90-30-90-30-90^\circ$. Massa's in de buiken. |
| 23 | 1427 Hz | (1-4); |
| 24 | 1427 Hz | (1-4); Zelfde als voorgaande, 90° verdraaid. |
| 25 | 1448 Hz | (3-3); Massa's in de knopen. |
| 26 | 1506 Hz | Torsie om symmetrieas, doet akoestisch niets. |
| 27 | 1533 Hz | Zeer moeilijk te beschrijven trilvorm. |
| 28 | 1533 Hz | Zeer moeilijk te beschrijven trilvorm. |
| 29 | 1600 Hz | (5-1); Duodeciem, èèn massa in een buik (linksboven). |



- | | | |
|----|---------|--|
| 30 | 1600 Hz | (5-1); Duodeciem 18° verdraaid, èèn massa in een knoop. (linksboven). |
|----|---------|--|



Zie voor de trilvormen ook bijlage 2.

Voor het overzicht de belangrijkste modes van de drie situaties naast elkaar:

Mode vorm	Situatie 1 zonder massa's Frequentie (Hz)	Situatie 2 Massa's op 30 mm. Frequentie (Hz)	Situatie 3 Massa's op 60 mm. Frequentie (Hz)
2-1 Grond-1	273.9	265.9	266
2-1 Grond-2	273.9	265.9	266
2-2 Priem-1	557.8	527.9	539
2-2 Priem-2	557,8	527,9	539
3-1 Terts-1	666,4	585.4	606.3
3-1 Terts-2	666.4	662.8	662.7
3-2 Quint-1	838.7	826.3	830.5
3-2 Quint-2	838,7	838.1	838.7
4-1 Oktaaf-1	1,118	1,024	1,060
4-1 Oktaaf-2	1,118	1,024	1,060
5-1 Duodeciem-1	1,680	1,600	1,615
5-1 Duodeciem-2	-	1,600	1,615

6.2 Interpretatie van de trilvormen uit EEM berekening.

Uit bovenstaande tabel, de uitgebreide lijst en bijlage 2 kan het volgende worden geconstateerd.

- In het rotatiesymmetrische geval (situatie 1 zonder massa's), worden van iedere akoestisch relevante trilvorm twee modes gevonden. Bijbehorende (onafhankelijke) eigentrilvormen zijn alleen over een hoek langs de omtrek verdraaid. Omdat de klok rotatiesymmetrisch is heeft deze verdraaiing geen effect: de mode-paren hebben gelijke frequenties.
- In situatie 1 zijn de frequenties voor alle modes hoger dan in situatie 2 en 3 omdat er geen extra massa in trilling hoeft te worden gebracht. Alleen quint-2 heeft in situatie 1 dezelfde frequentie als situatie 3.
- In het niet-rotatiesymmetrische geval (situatie 2 en 3 met de massa's) worden er mode-paren van gelijke frequenties gevonden bij de grondtoon, de priem, het oktaaf en de duodeciem. (In het algemeen trilvormen met een aantal sinussen over de omtrek dat niet deelbaar is door drie). Er is altijd een trilvorm-1 met èèn buik op een massa en een trilvorm-2 met èèn knoop op een massa (waar andere buiken en knopen liggen is makkelijk uit te tekenen). De trilvormen 'passen' dus niet precies op de massa's. Beide trilvormen zijn welliswaar verschillend wat betreft de oriëntatie van buiken en knopen t.o.v. de massa's, maar blijktbaar is het totale 'massa-effect' gelijk voor beide modes. Als

naar de plaatjes wordt gekeken is dit ook wel aan te voelen: als trilvorm-1 over een hoek langs de omtrek wordt verschoven naar trilvorm-2, dan neemt de amplitude bij de ene massa net zoveel toe als hij bij de andere afneemt. Totaal gezien moeten de drie massa's dus met gelijke amplitude versneld worden.

- Bij trilvormen die een aantal sinussen rond de omtrek hebben dat deelbaar is door drie, dus tertsen quinten en dubbeloktaven, respectievelijk drie, drie en zes perioden over de hele omtrek, zijn de mode-paren van verschillende frequenties. Deze trilvormen 'passen' precies op de drie massa's. Voor deze trilvormen geldt duidelijk dat er twee situaties zijn: èèn vorm waarbij de drie massa's in buiken zitten en èèn vorm waarbij de drie massa's in knopen zitten. Zoals ook in het experiment is gebleken zijn deze twee modes duidelijk van verschillende frequentie, ze hebben beide een andere 'massa-ervaring': de eerste 'voelt' de massa's voor 100%, de tweede voelt de massa's niet of nauwelijks.
- Bij de quinten zijn de verschillen in frequenties tussen de drie situaties klein. Dit komt doordat de quint op de klokrand weinig beweegt. De klokrand ligt bijna op een knoopcirkel* en dus worden eventueel aanwezige massa's toch bijna niet bewogen.
- De verschillen in frequentie tussen de situaties 2 en 3 (dus een klein verschil in de plaatsing van de massa's) zijn voor sommige modes aanzienlijk. Met name voor terts-1 en beide oktaven is dit zo. Blijkbaar is het effect van massa toevoegen op de frequentie van deze modes gevoelig voor kleine variaties in de massageometrie.

* Knoopcirkels zijn lijnen in een vlak loodrecht op de symmetrie-as, waar de wand niet beweegt. De trilvorm langs de flank van de klok (bily) heeft daar dus een knoop.

7 Nabeschuwing.

7.1 Vergelijking numerieke en experimentele resultaten.

De resultaten gevonden met de EEM berekeningen kunnen vergeleken worden met de experimenten, zowel voor de rotatiesymmetrische klok zonder massa's als de niet rotatiesymmetrische klok met aangebrachte massa's.

Zonder massa's. (Van iedere trilvorm is èèn mode gegeven, de andere is van gelijke frequentie).

Mode	Experiment zonder massa's	EEM zonder massa's
2-1 Grond	260.4	273.9
2-2 Priem	521.5	555.8
3-1 Terts	623.4	666.4
3-2 Quint	782.5	838.7
4-1 Oktaaf	1,041	1,118
5-1 Twaalf	1,558	1,680

De frequenties in het EEM model vallen structureel hoger uit dan in het experiment. In het algemeen overschat een EEM berekening de stijfheid van de constructie een beetje. Hier zijn de hogere frequenties te verklaren door het feit dat de klok in het EEM model dikwandiger is dan de werkelijke kleine-tertsklok (t.g.v. het 'stemreserve'). Verder lijkt hier het experiment en model goed op elkaar.

Met massa's aangebracht:

Mode	Experiment Frequentie Hz	Eem massa's op 30 mm Frequentie Hz	Eem massa's op 60 mm Frequentie Hz
2-1 Grond-1	250.6	265.9	266
2-1 Grond-2	250.9	265.9	266
2-2 Priem-1	473.2	527.9	539
2-2 Priem-2	477.3	527,9	539
3-1 Terts-1	497.7	585.4	606.3
3-1 Terts-2	627.1	662.8	662.7
3-2 Quint-1	706/740 *	826.3	830.5
3-2 Quint-2	829 **	838.1	838.7
4-1 Oktaaf-1	1,039	1,024	1,060
4-1 Oktaaf-2	1,045	1,024	1,060

* Deze trilvormen waren zeer moeilijk te bepalen en te identificeren.

** Deze trilvorm zit wat betreft frequentie goed in de buurt van de quint, maar de trilvorm lijkt niet echt op een quint, zie bijlage 1.

De meest interessante manier om het experiment met de EEM resultaten te vergelijken is het vergelijken van de frequentie veranderingen . Hoe verandert iedere mode van frequentie door het toevoegen van de massa's in het experiment en in de EEM model? Om dit makkelijk te vergelijken is voor de EEM resultaten alleen het gemiddelde van situatie 1 en situatie 2 (dus massa's op 30 en 60 mm van de rand) bekeken:

Frequentie veranderingen door aanbrengen massa's.

Mode	Frequentie verandering in experiment (Hz)	Frequentie verandering in EEM model (Hz)
Grond-1	-9.9	-8
Grond-2	-9.4	-8
Priem-1	-48.3	-24.4
Priem-2	-44.3	-24.4
Terts-1	-125.7	-70.6
Terts-2	3.7	-3.7
Quint-1	-75.6?	-10.3
Quint-2	?	0.3
Oktaaf-1	-2	-76
Oktaaf-2	4	-76
Duodeciem-1	-	-72.5
Duodeciem-2	-	-72.5

Nu zijn toch behoorlijke verschillen te zien.

- Ten eerste moet nogmaals worden opgemerkt dat de klok in het experiment en het numeriek model niet dezelfde wanddikte hebben. Als naar verschillen in frequentie wordt gekeken is de invloed van de wand-dikte-fout natuurlijk kleiner dan wanneer frequenties absoluut met elkaar worden vergeleken.
- Met name terts-1 en de beide oktaven geven verschillende resultaten in experiment en numeriek model. Zoals al was geconstateerd waren juist deze modes in het numeriek model erg gevoelig voor kleine geometrische veranderingen. Als het model niet precies de werkelijkheid beschrijft, wat natuurlijk het geval is, zullen experiment en EEM berekeningen voor deze modes al snel verschillende resultaten te zien geven.
- Met een slag om de arm zou nog iets gezegd kunnen worden over terts-2. In het experiment is deze mode door de massa toevoeging 4 Hz in frequentie gestegen. Zoals al is vernoemd bij de beschrijvingen van het experiment moet dit komen door het 'stijfheids-effect'. Alleen massa kan immers niet een frequentie omhoog brengen. In het EEM model kan wel zuivere massa zonder extra stijfheid worden toegevoegd. Deze numerieke resultaten geven dan ook nergens frequentie stijgingen te zien. De terts-2 daalt ook licht, deze trilvorm zou zich eigenlijk niets van de puntmassa's moeten aantrekken, die zitten namelijk ter plekke van de knopen. Waarschijnlijk beweegt de wand ter plekke van de puntmassa's toch nog iets. Waar precies de knopen liggen is ook niet te zeggen, misschien liggen ze niet precies op het middenvlak van de klokwand.

- In theorie moet gelden dat de mode-paren van de grondtoon priem en oktaaf gelijke frequenties moeten hebben. Dit is in het experiment eigenlijk alleen voor de grondtoon echt zo. Dat mode-paar kon met CADA-PC niet los van elkaar worden gefit, slechts een verschil van 0.3 HZ. De mode-paren van de priem liggen 4 Hz uit elkaar en die van het oktaaf 6 HZ. In een perfect experiment zou dit dus 0 Hz moeten zijn. De afwijkingen zijn natuurlijk te verklaren door het feit dat de massa's maar met eindige nauwkeurigheid kunnen worden gemaakt en gemonteerd. De gewichten zullen geen precies gelijke massa hebben, de hoeken tussen de massa's zijn niet precies 120° . De klok zelf is ook niet precies rotatiesymmetrisch, zonder opgeklemden massa's kunnen ook lichte zwevingen worden optreden.

7.2 Mogelijkheden voor een grote tertsklok?

Het spectrum van een grote-terts-klok verschilt alleen van dat van een kleine-terts-klok in de frequentie van de tertspartiaal. Een grote-terts partiaal heeft een frequentie factor 2.5 hoger dan de grondtoon, een kleine-terts-partiaal ligt factor 2.4 hoger in frequentie dan de grondtoon.

Het is niet de bedoeling geweest van deze stage om te kijken of door het aanbrengen van drie massa's een grote tertsklok kan worden verkregen. Het is nogal voor de hand liggend dat het complexe klankspectrum van een klok niet op deze eenvoudige manier naar wens kan worden beïnvloed. Het ging bij dit onderzoek om het in kaart brengen van het effect op het spectrum van een niet-rotatiesymmetrische geometrie verstoring.

Het is gebleken dat trilvormen, die een aantal perioden op de omtrek hebben dat niet deelbaar is door drie, een mode-paar vormen met gelijke frequentie. Dit zijn dus bijvoorbeeld de grondtoon, priem en oktaaf. Ongeacht de plaats van aanslaan zal dus voor zo'n partiaal dezelfde frequentie klinken. Dit idee, gecombineerd met het feit dat twee tertsen, door de niet-rotatiesymmetrie verschillend van frequentie, apart tot klinken kunnen worden gebracht door een verschillende plaats van aanslaan, is misschien wel bruikbaar.

Het moet in theorie zelfs mogelijk om een klok te ontwerpen die afhankelijk van de plaats van aanslaan in het spectrum een grote of een kleine terts heeft.

Enkele belangrijke punten voor een gecombineerde kleine- / grote-terts klok zijn dan:

- De frequentieverhoudingen van alle partialen op de terts na moeten intact blijven.
- Trilvormen die 'niet passen op de verstoring' zullen overal gelijk klinken.
- De terts-1 moet in frequentie factor 2.4 boven de grondtoon liggen.
- De terts-2 moet in frequentie factor 2.5 boven de grondtoon liggen.
- De beide tertsen zijn apart te exciteren; terts-1 door op de plaats van een massa of precies tussen twee massa's in aan te slaan; terts-2 door op een halve lob-hoek (30°) verder dan een massa aan te slaan.
- De twee quinten (ook drie perioden in de omtrek) zullen net als de tertsen van verschillende frequentiezijn. Voor een gecombineerde klok moeten ze echter gelijk klinken. Dit moet niet zo'n groot probleem zijn daar de quint ongeveer op de rand van de klok een knooppunt heeft. Eventuele geometrie verstoring zal hier dus weinig effect hebben.

- Dubbeloktaaf-1en -2 hebben zes perioden rond de omtrek. Zij zullen dus verschillen in frequentie op hoeken van 15° (halve lob-hoek). Als echter terts-1 en terts-2 apart tot klinken moeten worden gebracht zal op hoeken die 30° uit elkaar liggen worden aangeslagen, voor de dubbeloktaaf* is dat een hele lob-hoek en dus zal in beide gevallen dubbeloktaaf-1 worden geëxciteerd.

Niet-rotatiesymmetrisch stijfheid en/of massa toevoegen kan op veel manieren gebeuren en de invloed op het spectrum is dan niet meer eenvoudig te overzien, zoals bij het idee van de discrete massa's toevoegen.

Een klok ontwerpen met een gewenst spectrum zoals hierboven beschreven, zal zonder de hulp van numeriek optimaliseren onbegonnen werk zijn. Als DYNOPT in de nabije toekomst over een 3D mesh generator** beschikt, kunnen hiermee 3D klokgeometrieën worden doorgerekend en geoptimaliseerd. Er zullen zich dan volop interessante onderzoeks mogelijkheden voordoen.

* De dubbeloktaaf is niet meer in de eigenwaarde berekening meegenomen.

** Er wordt in de vakgroep gewerkt aan een 3D-mesh generator voor DYNOPT, zodat ook 3D modellen geoptimaliseerd kunnen gaan worden. Deze mesh generator kan met ontwerpvariabelen die in het optimaliserings-algoritme zijn bepaald, een nieuwe EEM-geometrie definiëren.

8 Conclusies en aanbevelingen.

8.1 Conclusies.

- In de experimenten zijn niet alle modes even goed te bepalen, maar toch verschaffen ze veel inzicht in gedrag van eigenfrequenties en trilvormen van een klok als op de klokwand drie massa's worden geklemd.
- Met EEM berekeningen zijn de effecten beter te bepalen doordat het in een numeriek model mogelijk is om exact gedefinieerde geometrieën te maken. Met deze resultaten zijn de experimenten dan weer beter te beoordelen. Omgekeerd leveren de experimenten een indicatie van de geldigheid van het numeriek model op.
- Resultaten van de experimenten en het numeriek model komen globaal goed overeen. Er zijn enige verschillen maar die zijn te verklaren door het feit dat het experiment nooit geometrisch exact is, bovendien zijn echte massa's geen puntmassa's. Ook is in het numeriek model gerekend met een dikkere wanddikte, wat een onvoorspelbaar gedrag heeft op alle modes. Absoluut gezien komen de frequenties daarom niet precies overeen maar globaal spreken experiment en numeriek model elkaar niet tegen en kunnen uit beide dezelfde conclusies worden getrokken.
- Door het aanbrengen van de drie massa's op de klokrand dalen de eigenfrequenties, er moet namelijk meer massa meetrillen. Hoeveel een eigenfrequentie daalt hangt af van de trilvorm. Als voor een trilvorm de extra massa's op een knooppunt zitten dan zal de frequentie nauwelijks dalen, de amplitude is daar immers klein.
- Door het aanbrengen van de drie massa's ontstaan voor iedere relevante trilvorm modeparen, deze modeparen hebben eigentrilvormen die ten opzichte van de massa's anders zijn georiënteerd zijn. Of dit ook resulteert in twee verschillende frequenties hangt af van het aantal perioden op de omtrek. Als dit aantal deelbaar is door drie, dan zal zo'n modepaar twee verschillende frequenties hebben. De eigentrilvorm met ter plekke van de massa's buiken zal laag frequent zijn, de eigentrilvorm met ter plekke van de massa's knopen zal een hogere frequentie hebben. Is het aantal perioden niet deelbaar door drie dan is zo'n modepaar van gelijke frequentie, maar zoals gezegd wel lager dan het geval zonder massa's.
- De plaats van aanslaan bepaalt welke mode uit een paar in het spectrum zal optreden. Wordt precies ter plekke van een massa geslagen dan treedt van een trilvorm alleen mode-1 op, wordt een halve lobhoek verder aangeslagen dan treedt alleen mode-2 op, daartussen in worden beide modes van een paar geëxciteerd. Of dit laatste leidt tot zwevingen hangt dus af van het feit of een mode-paar van gelijke frequentie is of niet.

8.2 Aanbevelingen.

- Er kan met EEM onderzocht worden wat de gevolgen zijn van het niet-rotatiesymmetrisch aanbrengen van stijfheid. Bijvoorbeeld in de vorm sinusvormig variërende wanddikten of in de vorm van richels, een rij dikkere of stijvere elementen, over de flank van de klok.
- Als een manier wordt gezocht om met niet-rotatiesymmetrische geometrieën een grote tertsklok te ontwikkelen zal al snel de hulp van numeriek optimaliseren moeten worden ingeroepen. Stijfheid of massa toevoegen kan op veel manieren gebeuren en de invloed

op het spectrum is niet meer eenvoudig te overzien, zoals bij het idee van de discrete massa's toevoegen. Als DYNOPT in de nabije toekomst over een 3D mesh generator beschikt zullen zich volop interessante onderzoeks mogelijkheden voordoen. Met name de mogelijkheden van de gecombineerde kleine / grote-terts klok zijn interessante onderzoeksgebieden.

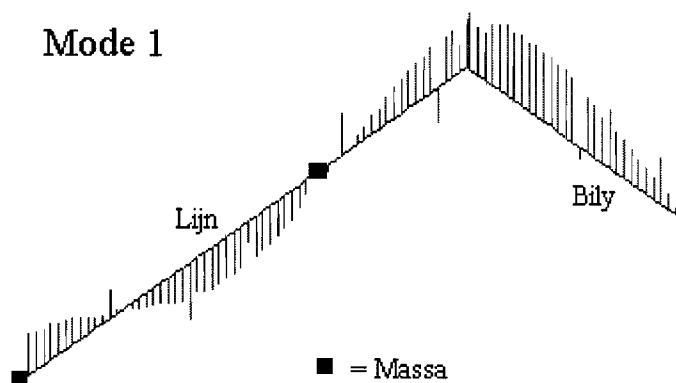
- De metingen kunnen nog verbeterd worden door apparatuur te gebruiken waar grotere hoeveelheden data mee kunnen worden verwerkt of waarmee zoom FFT kan worden uitgevoerd. Dubbele modes kunnen dan, eventueel met multireference techniek, wel apart worden onderscheiden. Dit zal de nauwkeurigheid van de resultaten ten goede komen.

Literatuur.

- P.J.M. Rozen-kroon.
Structural optimization of bells
- A. Lehr
Leerboek der campanologie
- A.T. Jones
Beats and nodal Meridians of a loaded bell
- A. de Kraker
Numerieke experimentele analyse van dynamische systemen
- D.H. van Campen en A. de Kraker
Het dynamisch gedrag van constructies
- H.J. Cappon
WFW-rapport 95.079
- P.D. Schwarte
WFW-rapport 95.034

BIJLAGE 1. Trilvormen experimenteel bepaald.

Trilvormen worden aangeduid met -1 of -2 achter de naam, dit betekent minstens èèn massa in een buik respectievelijk minstens èèn massa in een knoop. Tussen haakjes staan het aantal knopen op de halve omtrek en het aantal knopen langs de flank. Op 'lijn' liggen de aanslag punten van de halve omtrek, op 'bily' liggen aanslag punten van de flank binnen in de klok. Op het snijpunt van lijn en bily (lijn:1) zit de versnellingsopnemer.

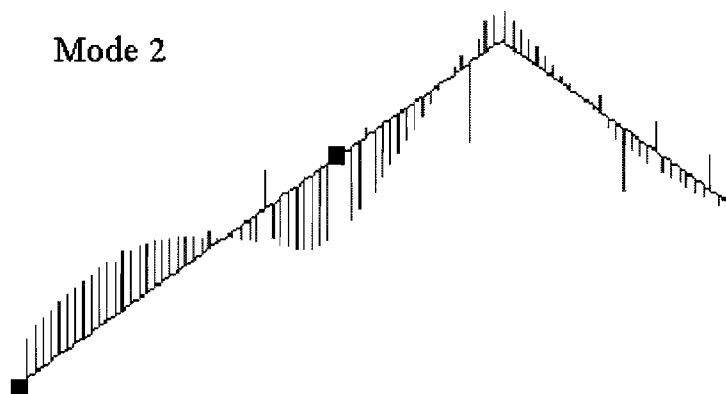


Grondtoon (2-1)

Frequentie: 250.7 Hz

Demping: 0.15 %

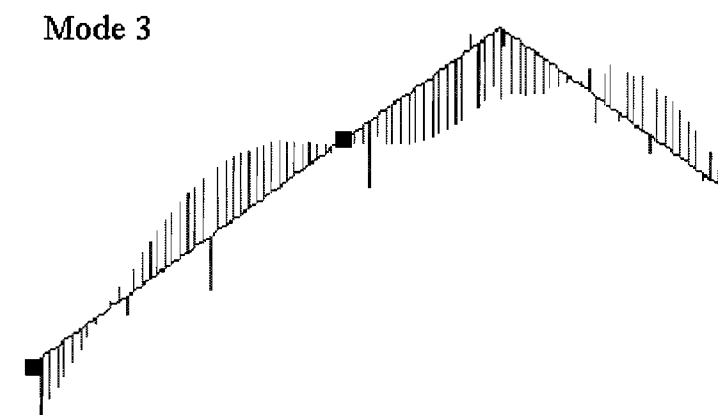
Lopende golf, zijn eigenlijk twee modes op 250.5 en 250.9 Hz, deze zijn niet los te fitten.



Priem-1 (2-2)

Frequentie: 473.2 Hz

Demping: 0.13 %

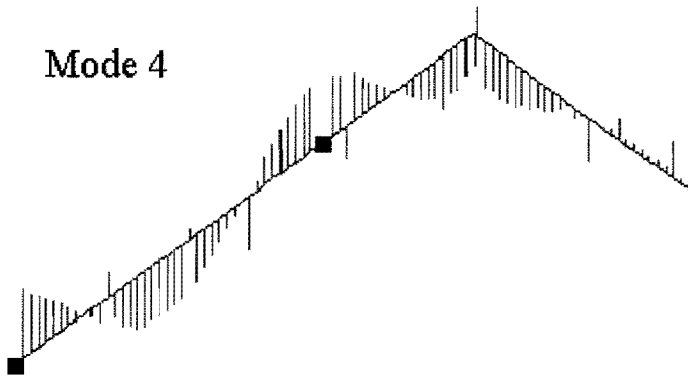


Priem-2 (2-2)

Frequentie: 477.2 Hz

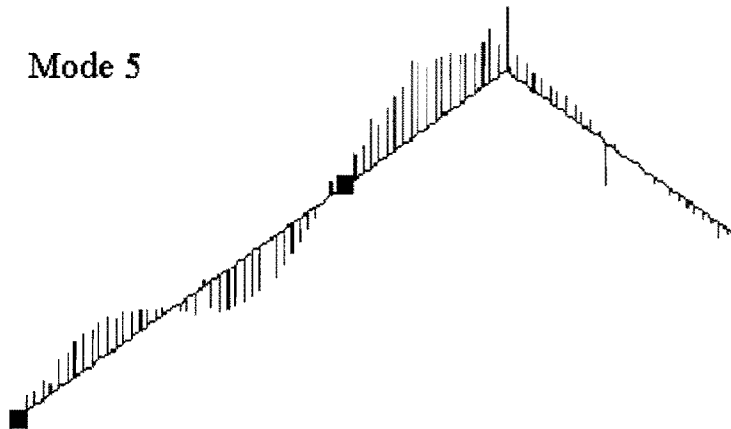
Demping: 0.10 %

Mode 4



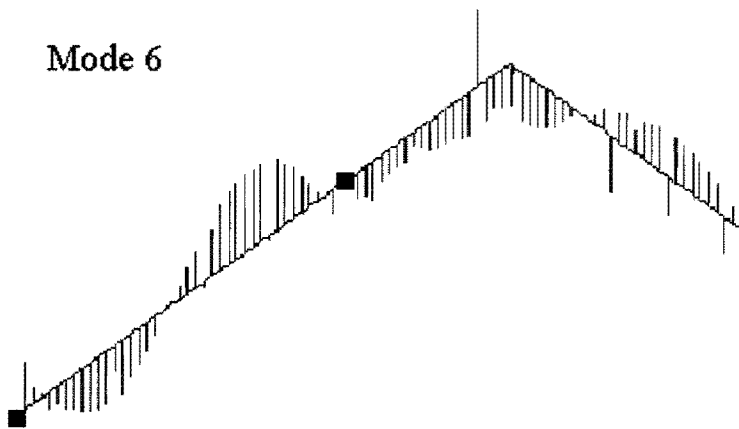
Terts-1 (3-1)
Frequentie: 497.7 Hz
Demping: 0.26 %

Mode 5



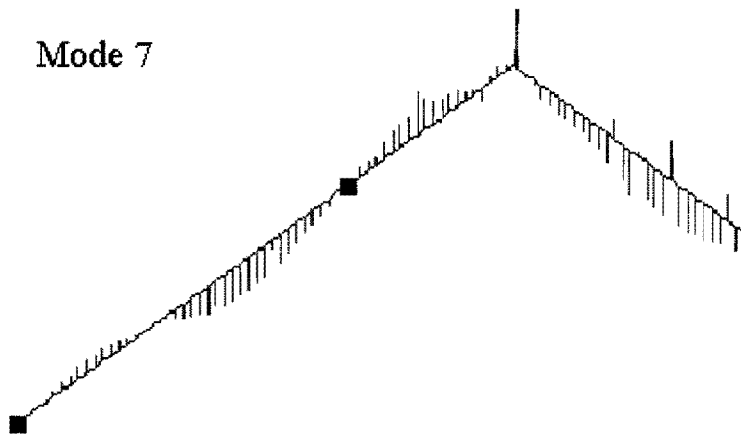
Terts-2 (3-1)
Frequentie: 627.1 Hz
Demping: 0.32 %
Kleine piek in FRF's omdat de versnellingsopnemer altijd in een knoop zit, wordt de mode slecht gedetecteerd.

Mode 6



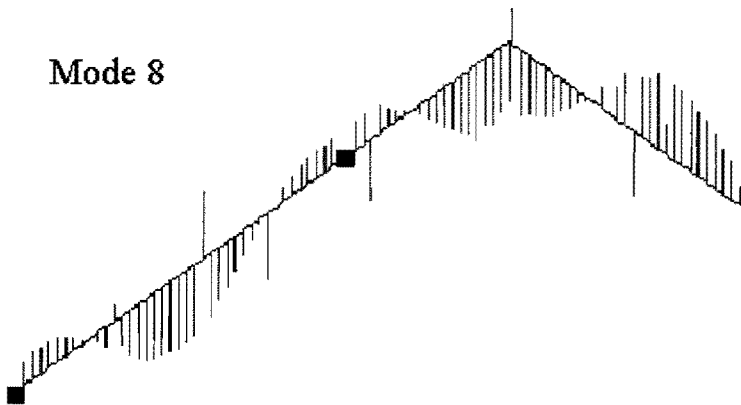
Mode 6 is onduidelijk
Frequentie 706.5 Hz
Demping: 0.89 %
Brede, lage piek in FRF's.
Zwaar gedempt, lopende golf.

Mode 7



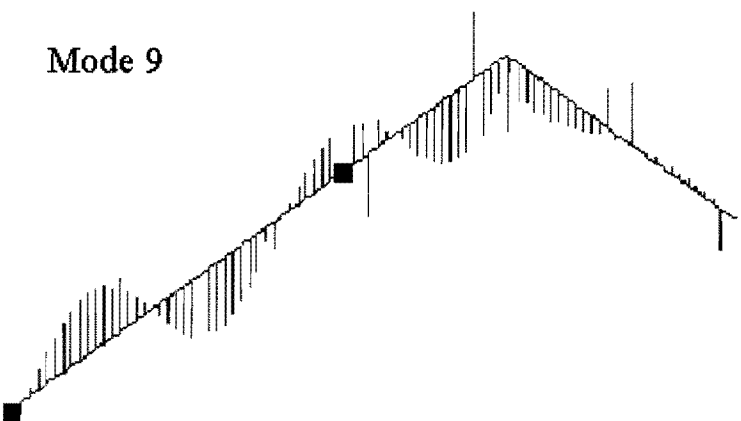
Quint
Frequentie: 740.1 Hz
Demping: 0.63 %
Lopende golf, zwaar gedempte,
kleine piek in FRF's.

Mode 8



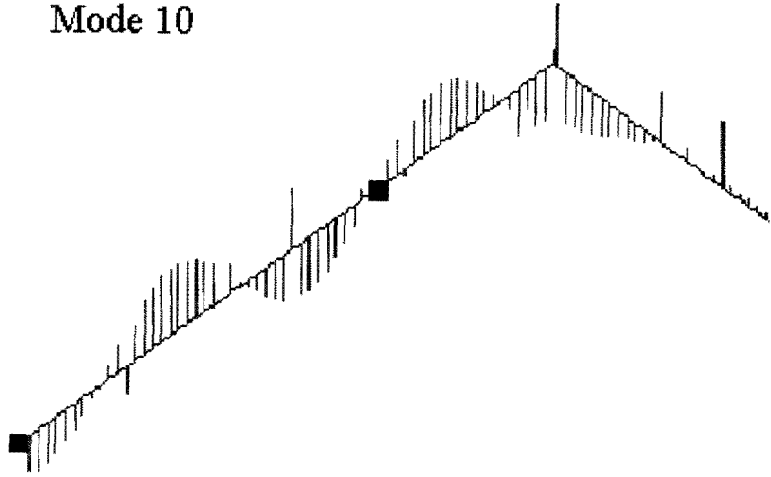
Mode 8 is geen quint, daarvoor zit
de knoop op bily te hoog.
Frequentie: 829.5 Hz
Demping: 0.11 %
Duidelijke piek in FRF's.

Mode 9



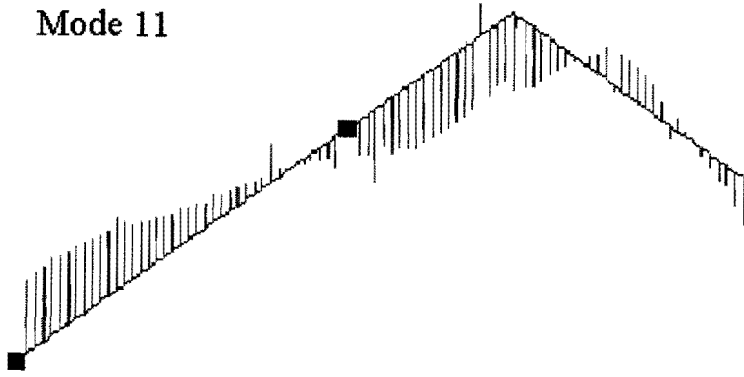
Oktaaf-1 (4-2)
Frequentie: 1039 Hz
Demping: 0.09 %

Mode 10



Oktaaf-2 (4-2)
Frequentie: 1045 Hz
Demping: 0.09 %

Mode 11



Mode 11 is niet akoestisch
relevant (1-3)
Frequentie: 1074 Hz
Demping: 0.34%

BIJLAGE 2. Trilvormen numeriek bepaald.

In de drie berekende situaties worden dezelfde akoestisch bekende trilvormen gevonden. De frequenties kunnen per situatie wel verschillen. Daarom is van iedere trilvorm èèn plot afgedrukt met daarbij de optredende frequenties voor iedere situatie.

Situatie 1 is zonder massa's, dan is een mode-paar altijd van gelijke frequentie.

Voor situatie 2 en 3 zijn puntmassa's toegevoegd. In situatie 2 zitten de massa's op een afstand van 30 mm van de tip, in situatie 3 zitten de puntmassa's op een afstand van 60 mm. van de tip.

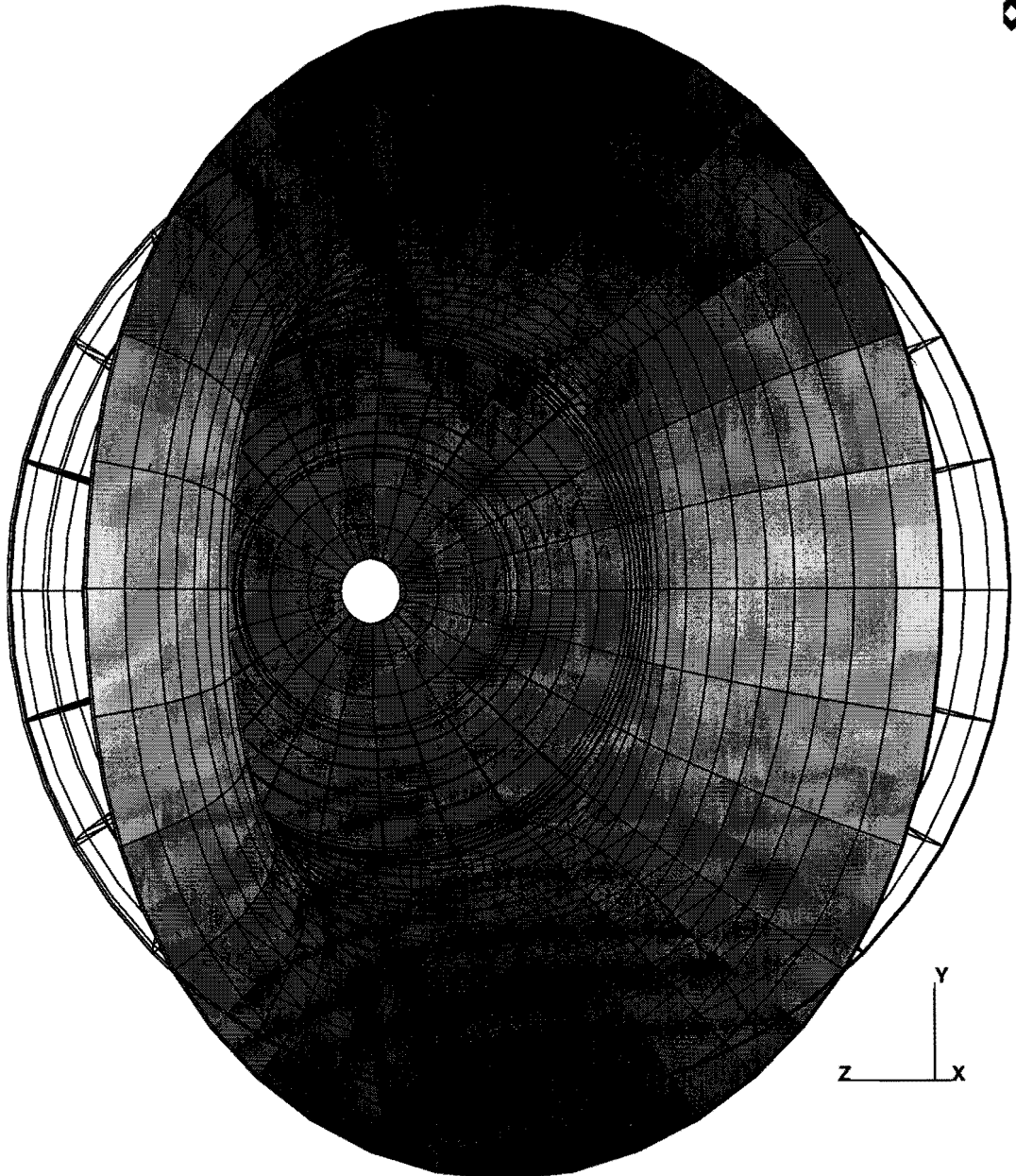
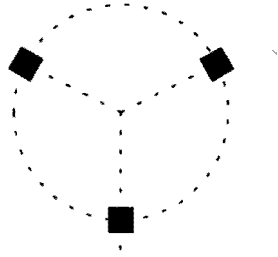
In de gevallen met massa's is het kleine tekeningetje voor de massageometrie van toepassing. De massa's zijn in de omtrek altijd op dezelfde manier gepositioneerd: èèn precies onderaan, twee op hoeken van + en -120° van de middelste massa.

Grondtoon-1 (2-1)

Frequenties:

- Zonder massa's: 273.9 Hz
- Massa's op 30 mm van de rand: 265.9 Hz
- Massa's op 60 mm van de rand: 266.0 Hz

Massa geometrie:



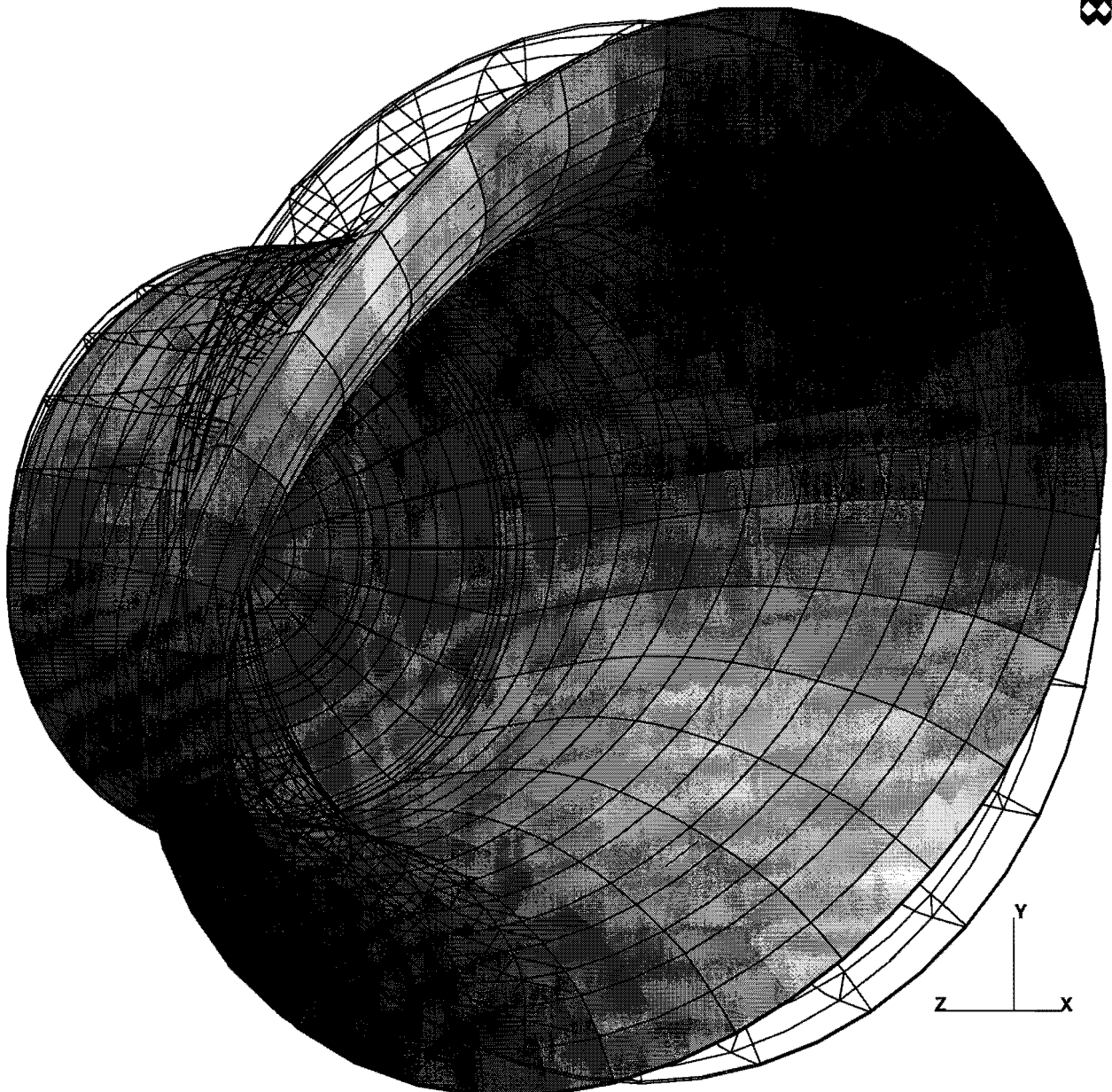
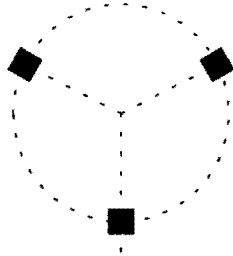
MARC

Grondtoon-2 (2-1)

Frequenties:

- Zonder massa's: 273.9 Hz
- Massa's op 30 mm van de rand: 265.9 Hz
- Massa's op 60 mm van de rand: 266.0 Hz

Massa geometrie:

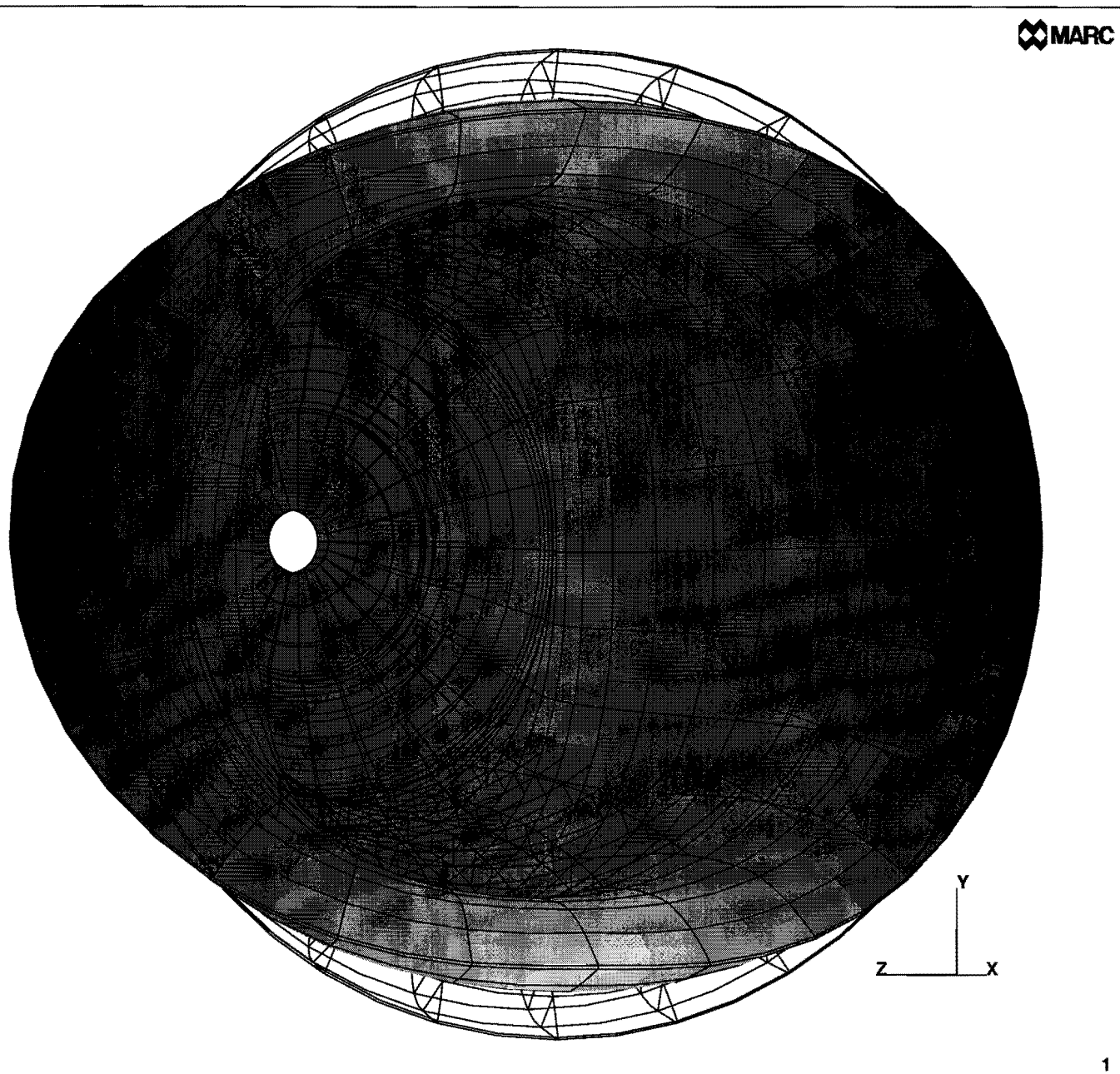
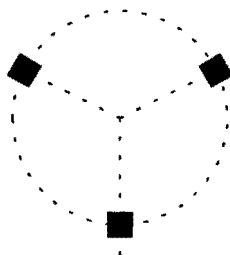


Priem-1 (2-2)

Frequenties:

- Zonder massa's: 557.8 Hz
- Massa's op 30 mm van de rand: 527.9 Hz
- Massa's op 60 mm van de rand: 539.0 Hz

Massa geometrie:

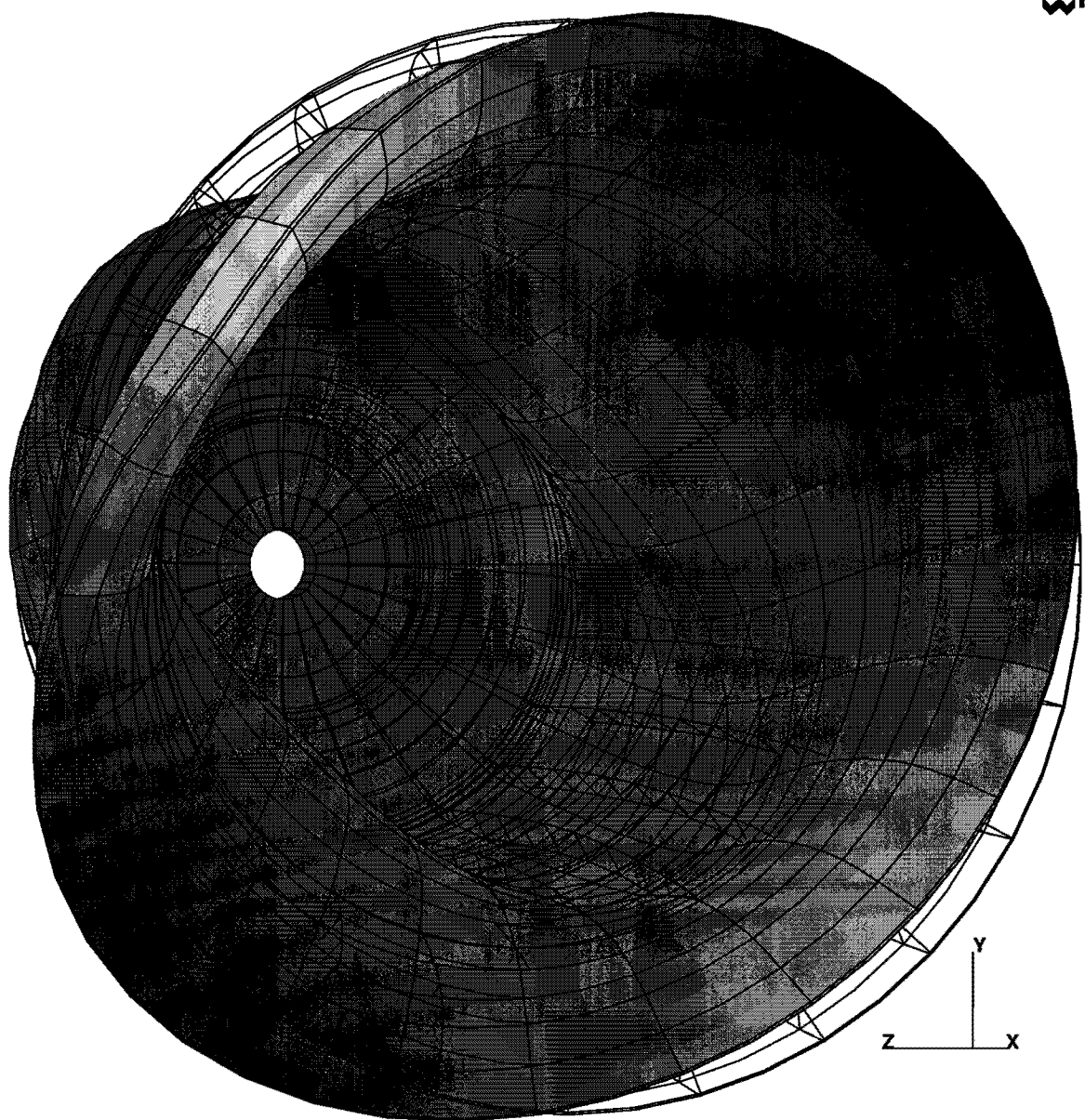
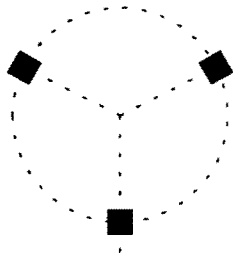


Priem-2 (2-2)

Frequenties:

- Zonder massa's: 557.8 Hz
- Massa's op 30 mm van de rand: 527.9 Hz
- Massa's op 60 mm van de rand: 539.0 Hz

Massa geometrie:



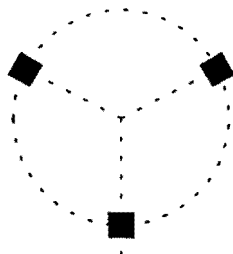
MARC

Terts-1 (3-1)

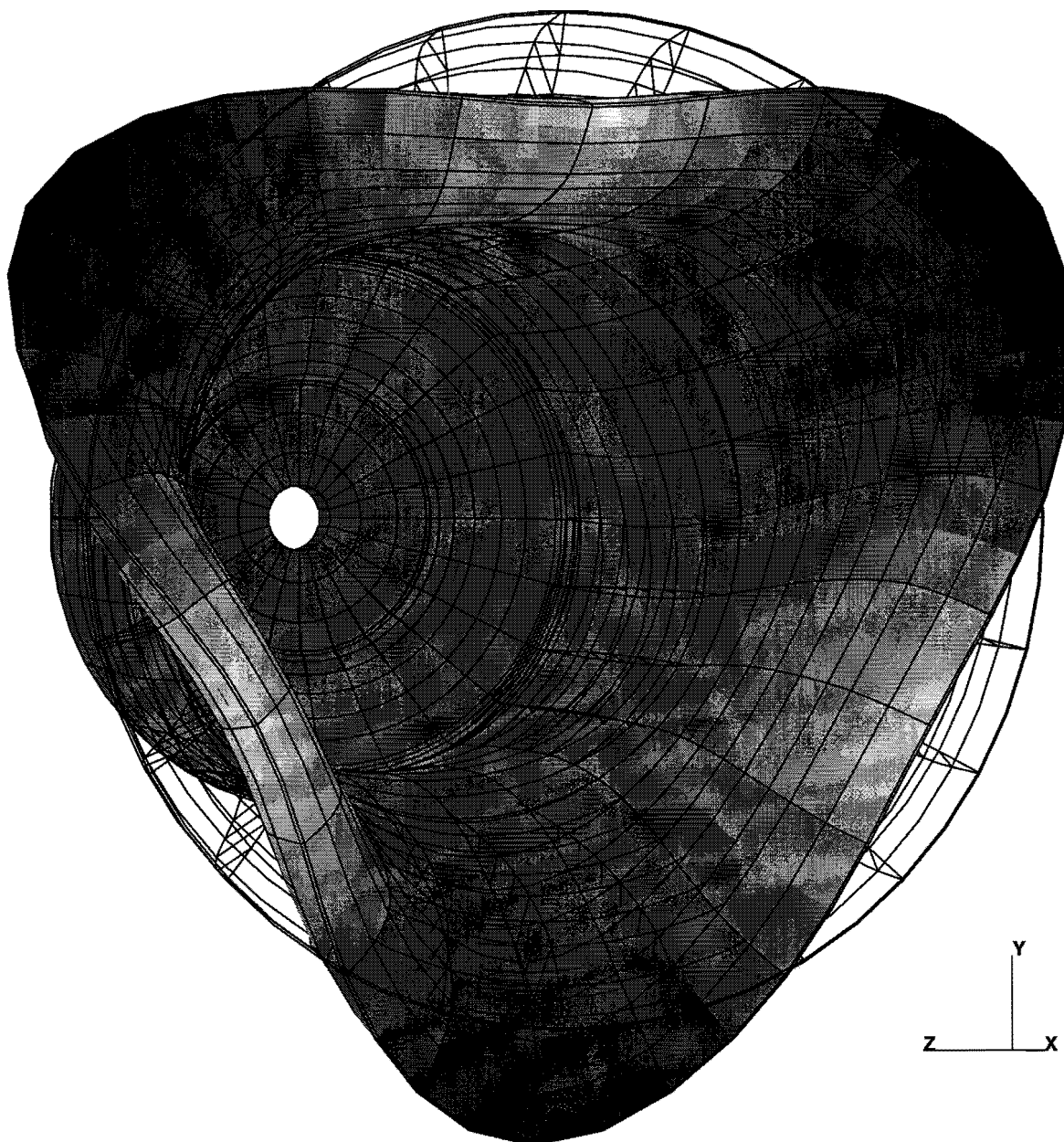
Frequenties:

- Zonder massa's: 666.4 Hz
- Massa's op 30 mm van de rand: 585.4 Hz
- Massa's op 60 mm van de rand: 606.3 Hz

Massa geometrie:



MARC

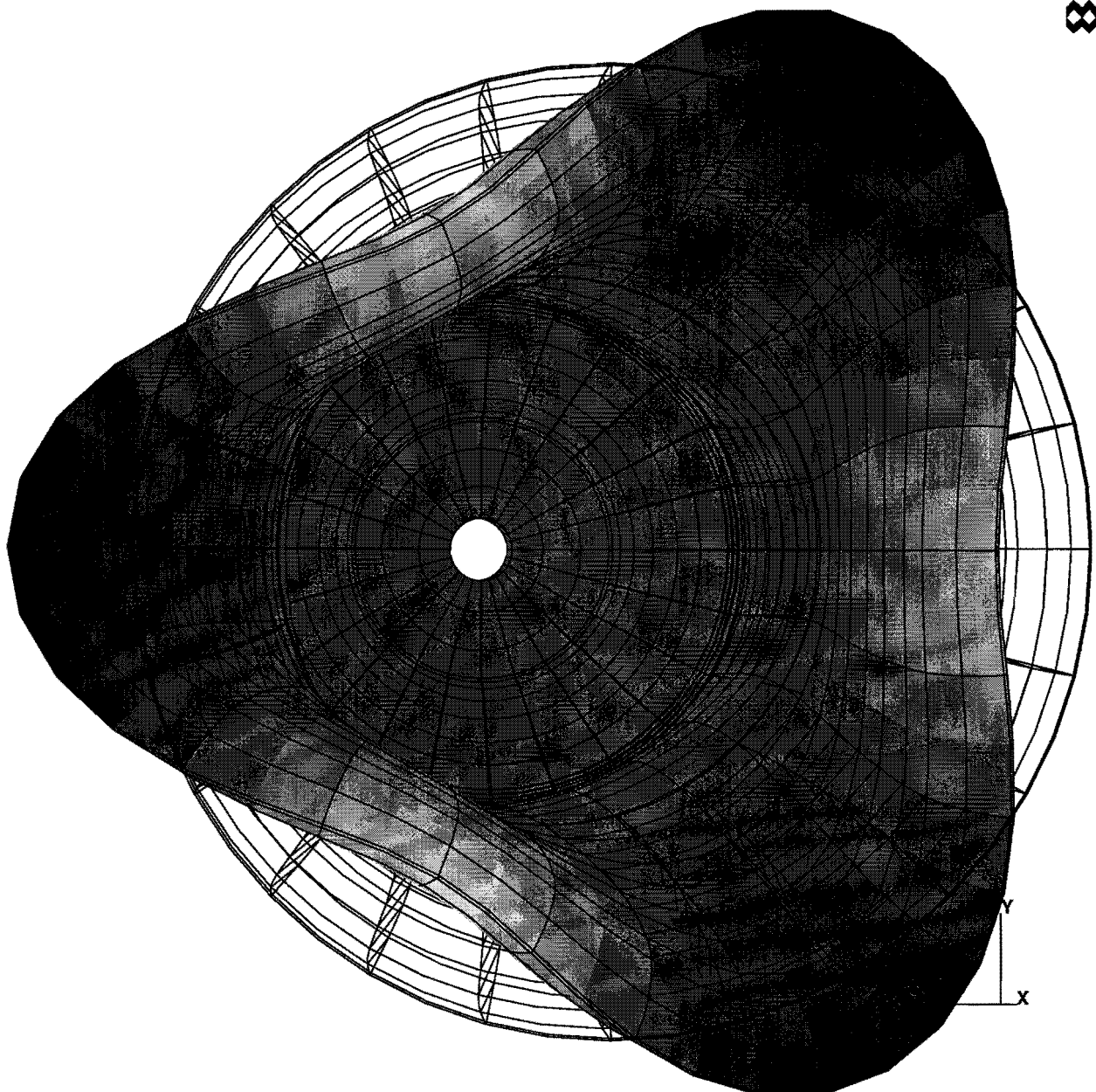
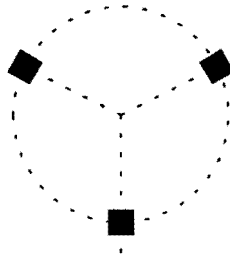


Terts-2 (3-1)

Frequenties:

- Zonder massa's: 666.4 Hz
- Massa's op 30 mm van de rand: 662.8 Hz
- Massa's op 60 mm van de rand: 662.7 Hz

Massa geometrie:

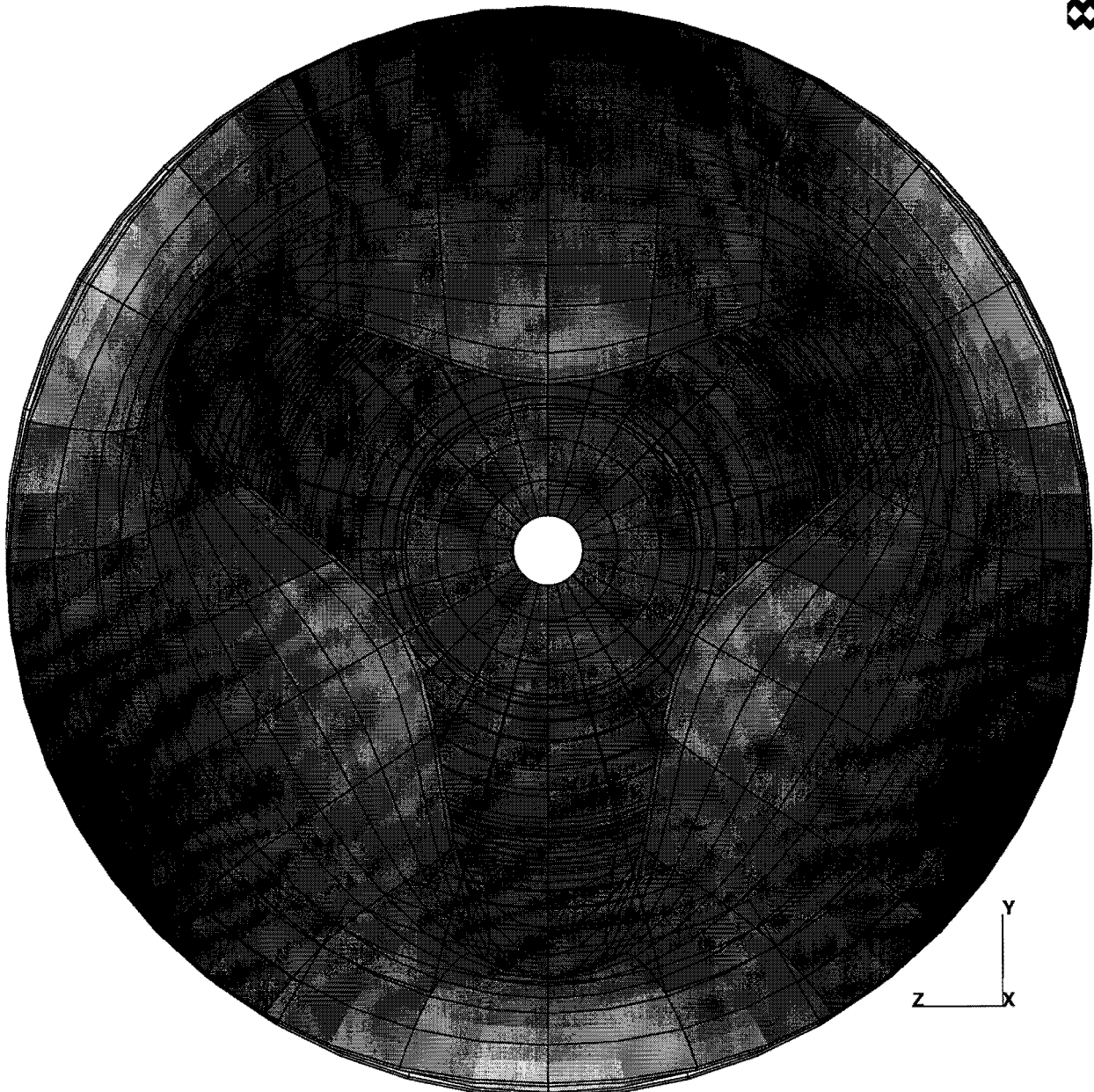
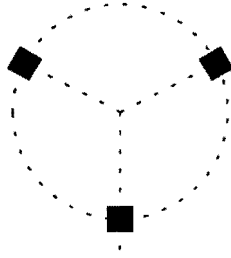


Quint-1 (3-2)

Frequenties:

- Zonder massa's: 838.7 Hz
- Massa's op 30 mm van de rand: 826.3 Hz
- Massa's op 60 mm van de rand: 830.5 Hz

Massa geometrie:



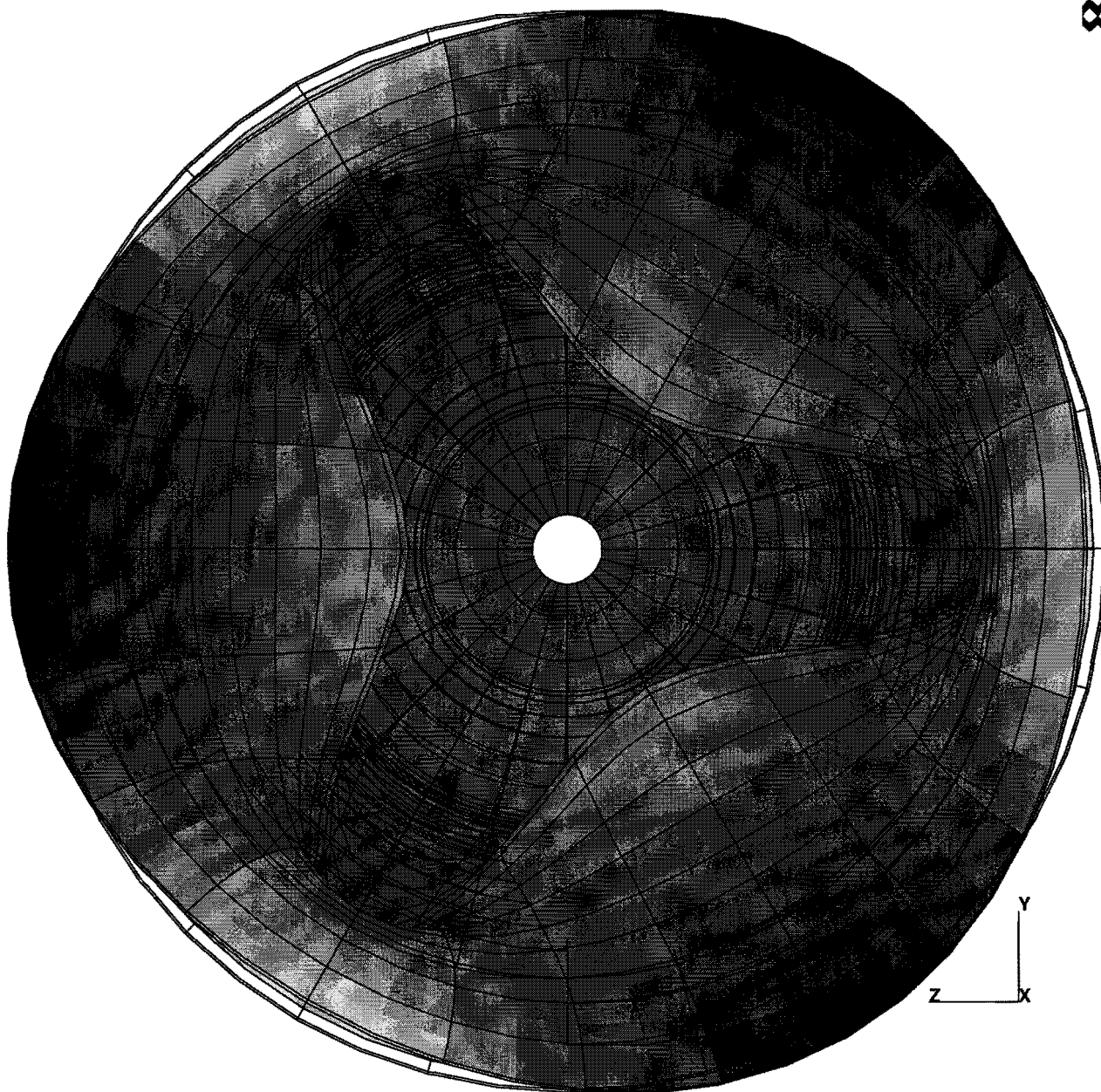
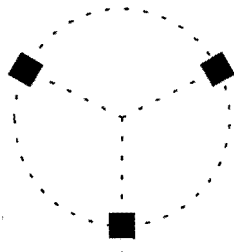
MARC

Quint-2 (3-2)

Frequenties:

- Zonder massa's: 838.7 Hz
- Massa's op 30 mm van de rand: 838.1 Hz
- Massa's op 60 mm van de rand: 838.7 Hz

Massa geometrie:



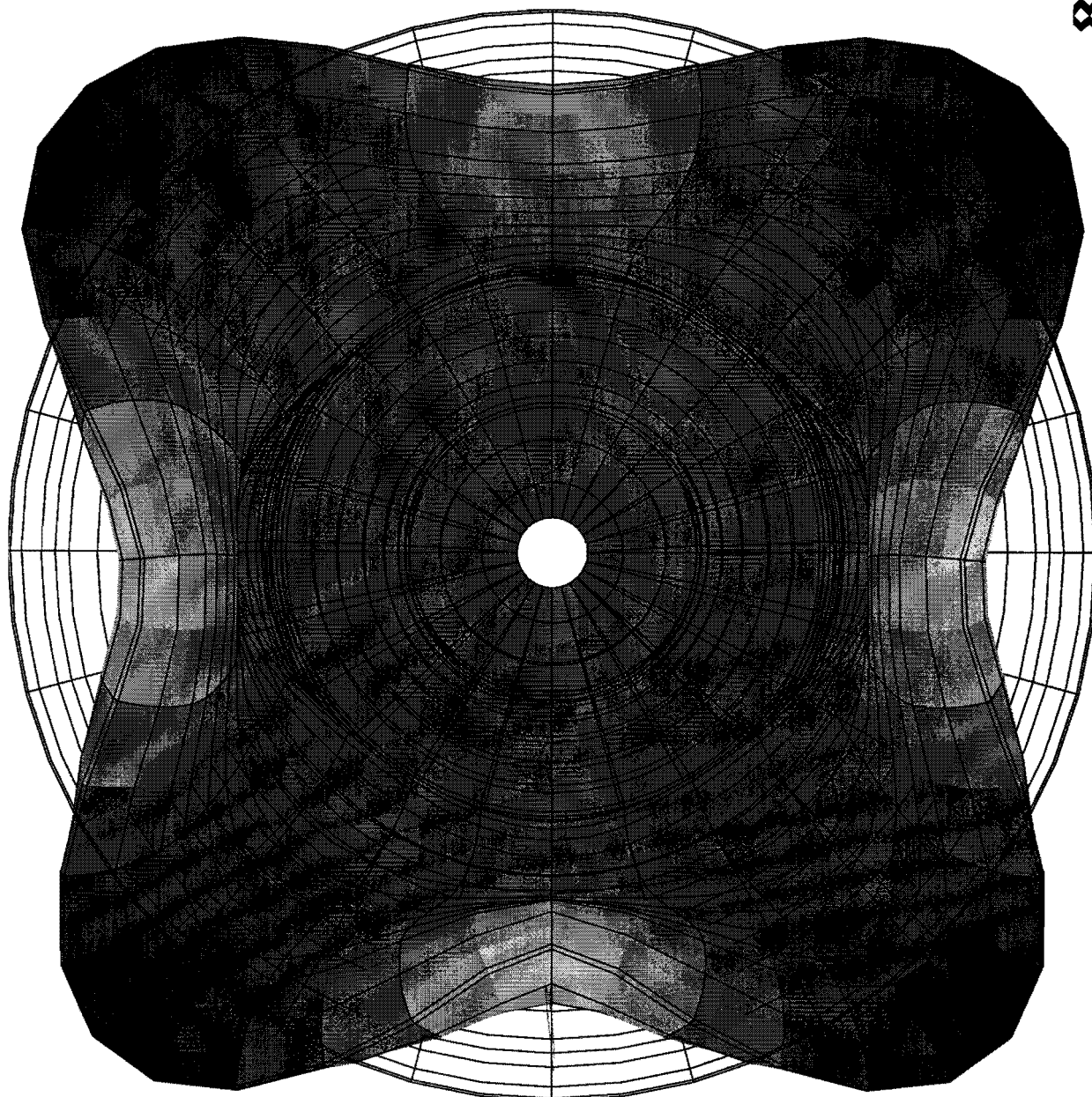
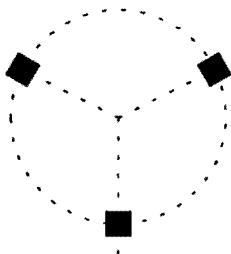
MARC

Oktaaf-1 (4-1)

Frequenties:

- Zonder massa's: 1118 Hz
- Massa's op 30 mm van de rand: 1024 Hz
- Massa's op 60 mm van de rand: 1060 Hz

Massa geometrie:

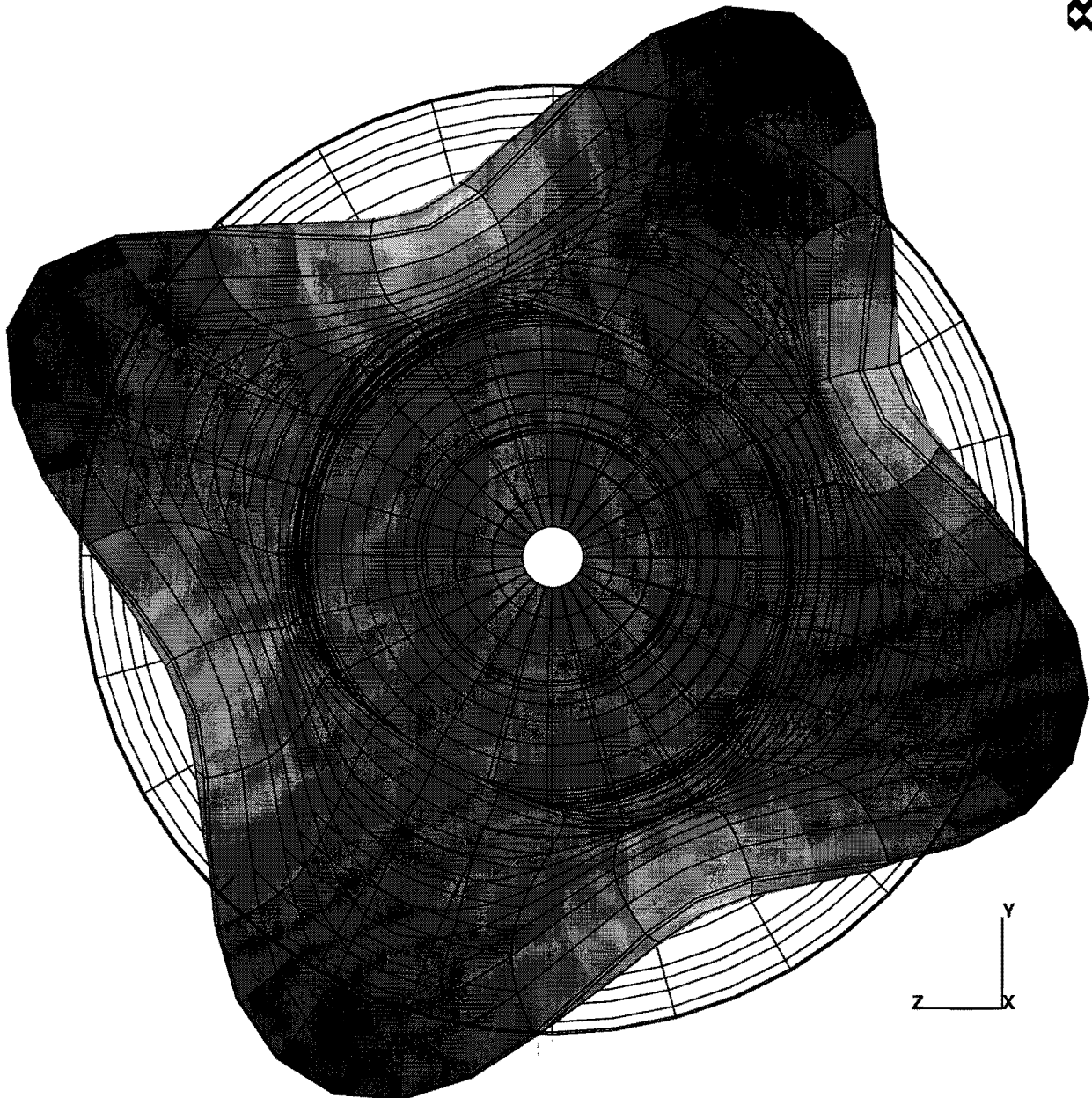
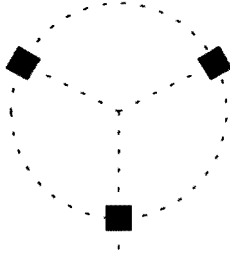


Oktaaf-2 (4-1)

Frequenties:

- Zonder massa's: 1118 Hz
- Massa's op 30 mm van de rand: 1024 Hz
- Massa's op 60 mm van de rand: 1060 Hz

Massa geometrie:

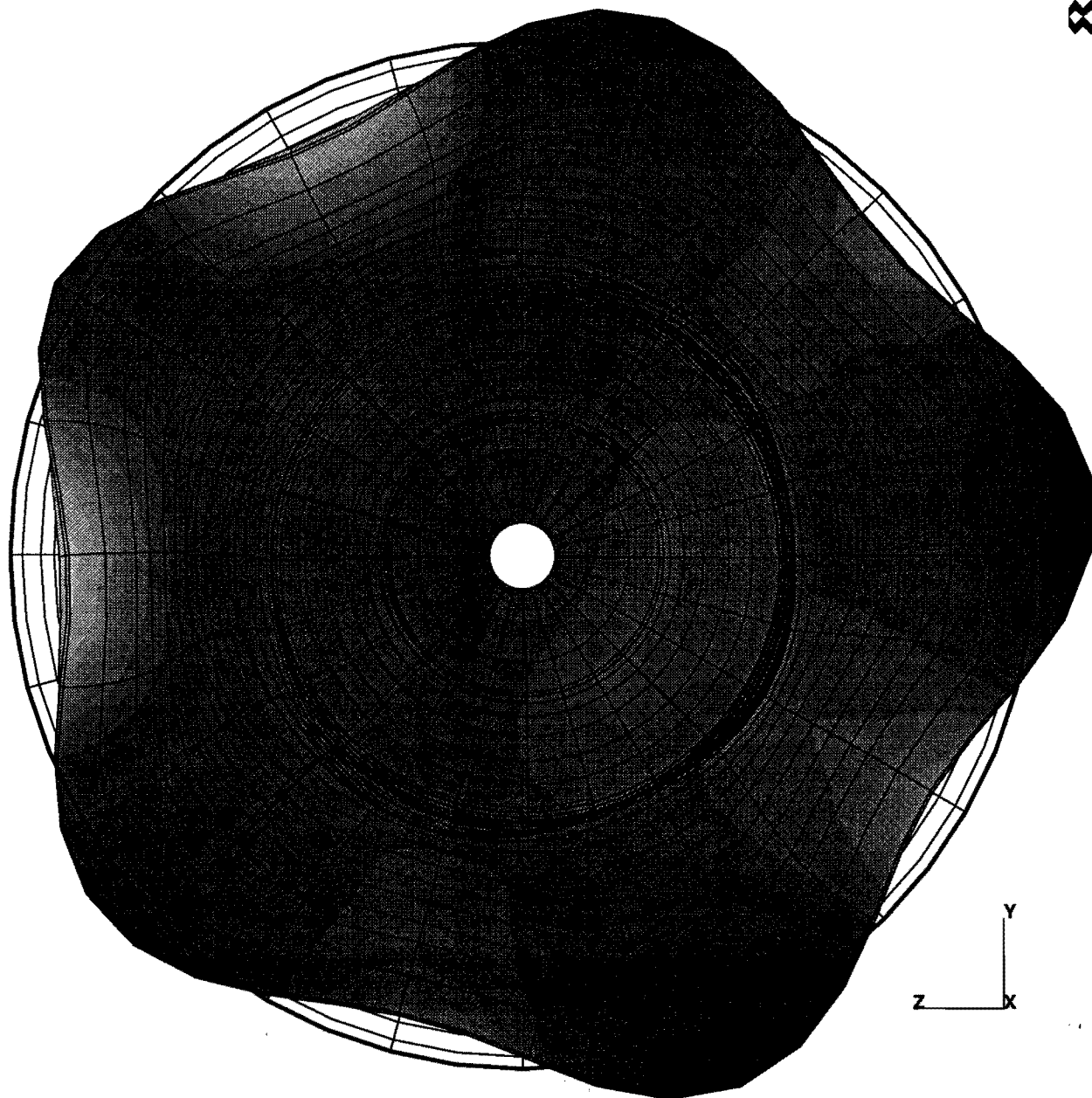
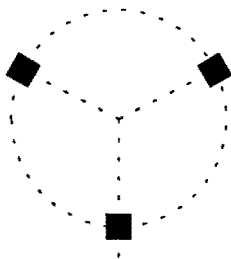


Duodeciem-1 (5-1)

Frequenties:

- Zonder massa's: 1680 Hz
- Massa's op 30 mm van de rand: 1600 Hz
- Massa's op 60 mm van de rand: 1615 Hz

Massa geometrie:

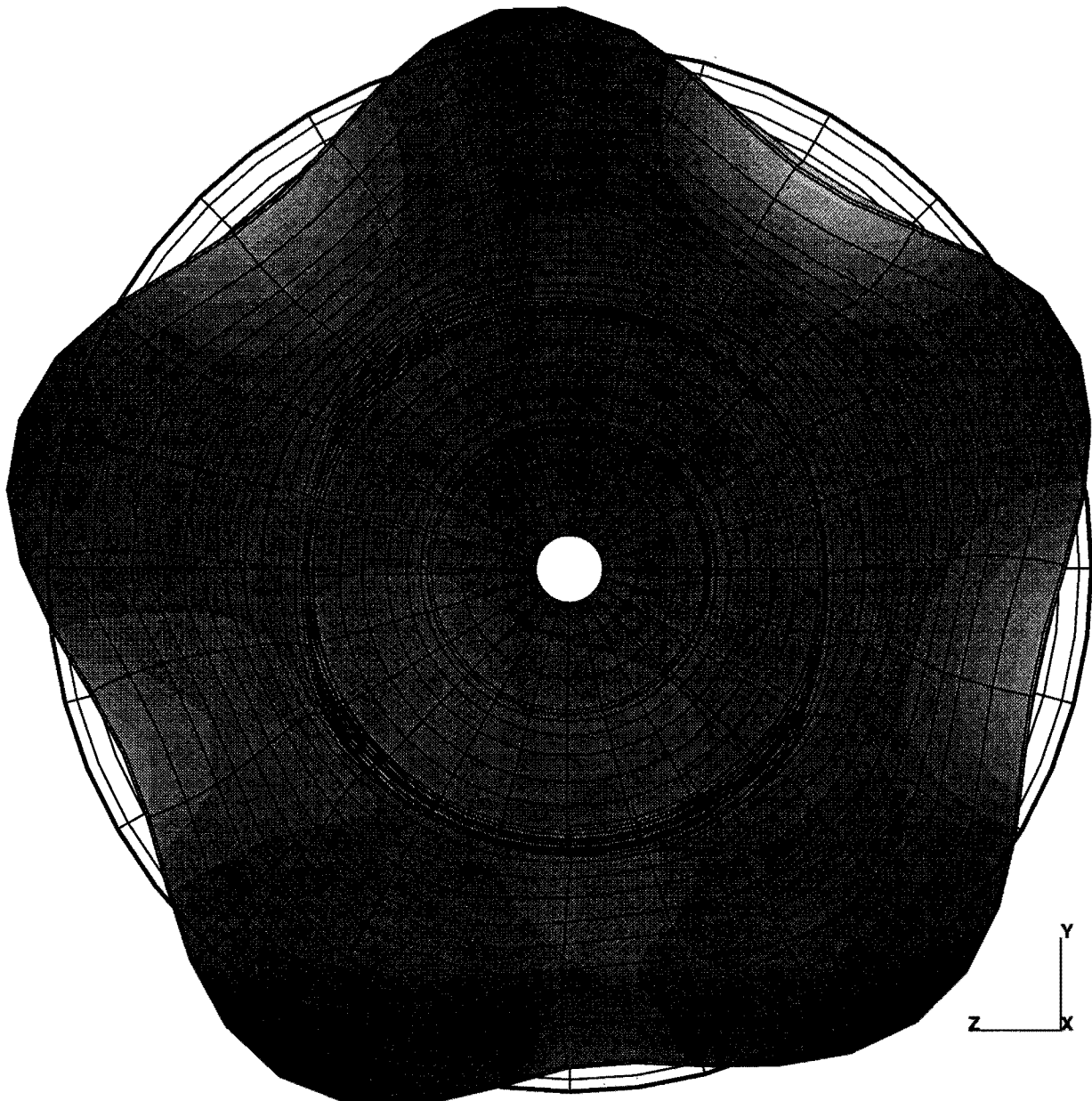
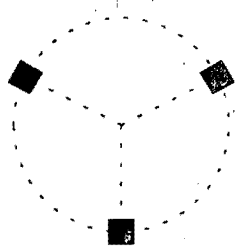


Duodeciem-2 (5-1)

Frequenties:

- Zonder massa's, niet gevonden. -
- Massa's op 30 mm van de rand: 1600 Hz
- Massa's op 60 mm van de rand: 1615 Hz

Massa geometrie:



MARC

Bijlage 3. Effecten van verstoring op enkele modes.

In deze bijlage is gestileerd weergegeven wat het effect is van het aanbrengen van de drie massa's. Deze interpretaties komen uit de numerieke resultaten.

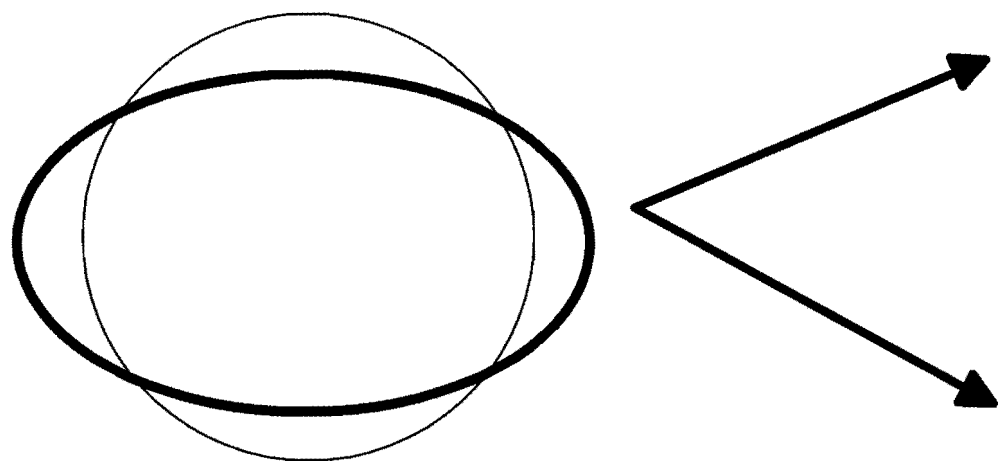
Op de linker helft van iedere pagina is de situatie zonder extra massa's weergegeven. Er staat hier maar één trilvorm afgebeeld, maar er worden er altijd twee gevonden bij gelijke frequentie, de klok is immers rotatiesymmetrisch. Beide onafhankelijke eigenkolommen zijn alleen over de halve lob-hoek verdraaid.

Op de rechter helft van de pagina's staan de situaties in het geval van toegevoegde puntmassa's. Hier worden ook twee eigentrilvormen gevonden, deze zijn ten opzichte van de massa's anders georiënteerd. Of dit resulteert in verschillende frequenties hangt af van het feit of de trilvorm 'past op de verstoring' (zie ook tekst). Deze voorbeelden geven dus duidelijk aan wanneer dit het geval is.

GRONDTOON ZONDER MASSA'S

(2-1)

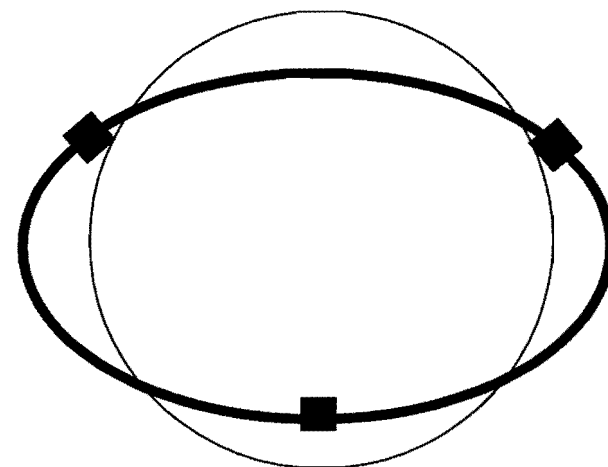
274 Hz



MET MASSA'S

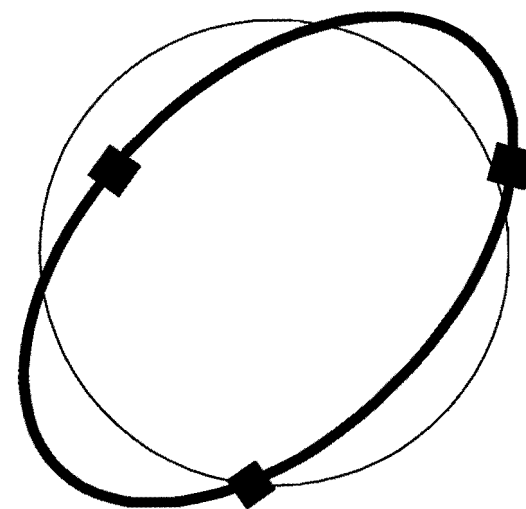
GROND-1

266 Hz



GROND-2

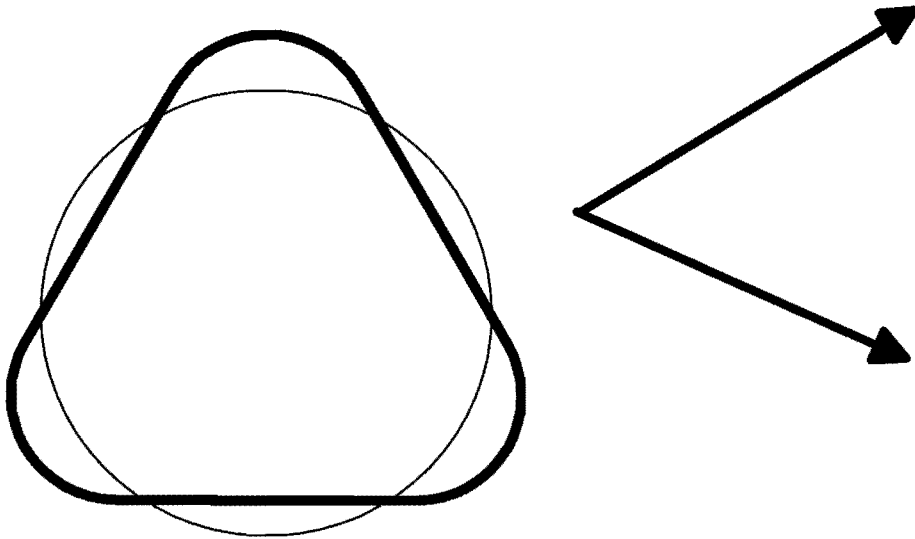
266 Hz



TERTS ZONDER MASSA'S

(3-1)

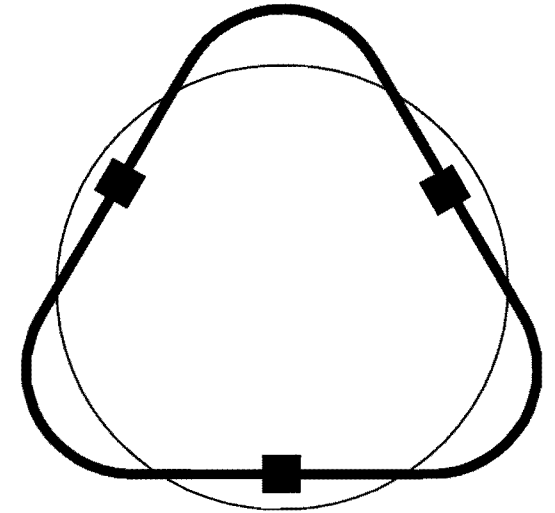
666 Hz



MET MASSA'S

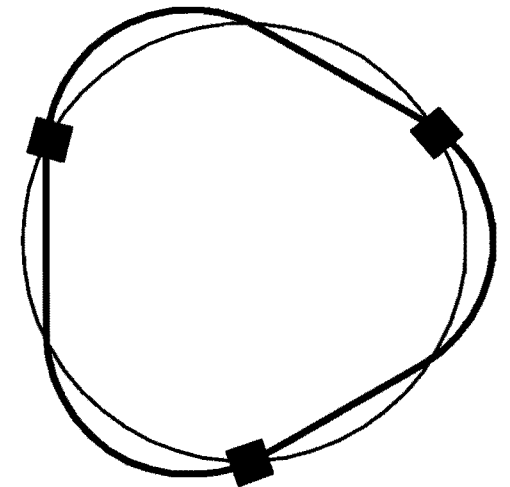
TERTS-1

585 Hz



TERTS-2

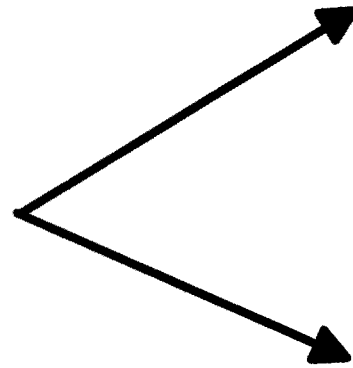
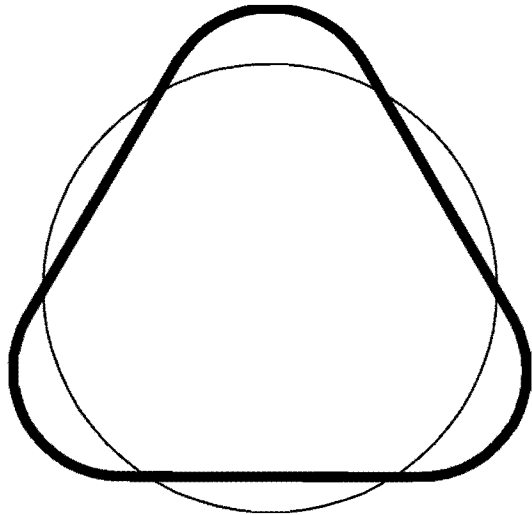
663 Hz



QUINT ZONDER MASSA'S:

(3-2)

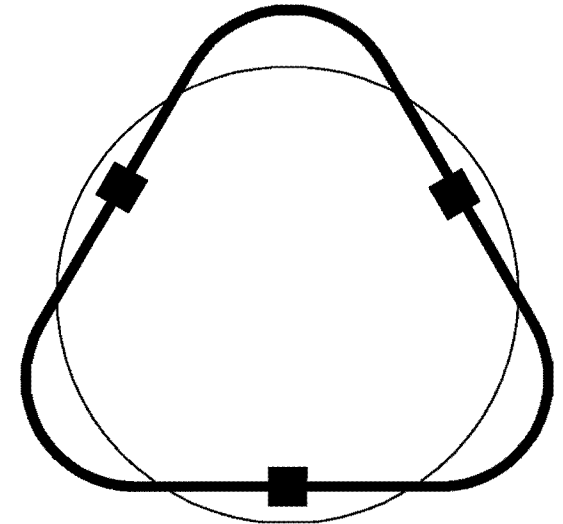
839 Hz



MET MASSA'S

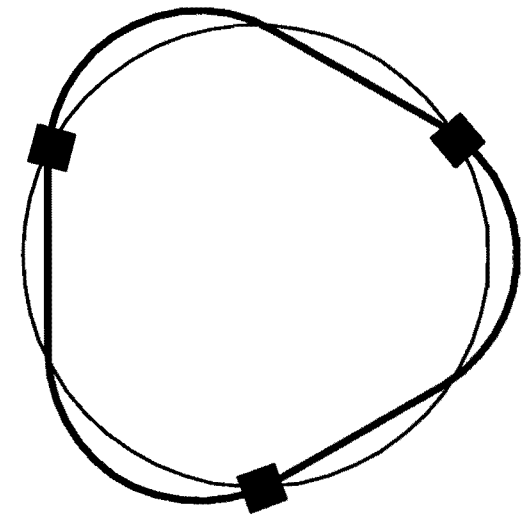
QUINT-1

826 Hz



QUINT-2

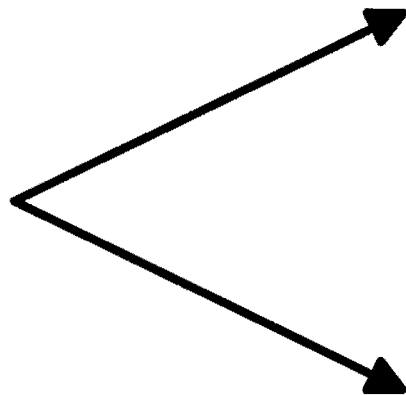
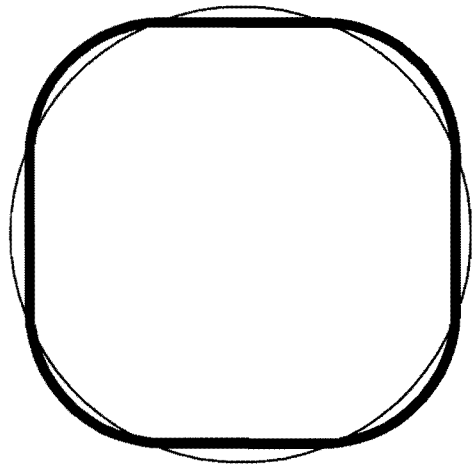
831 Hz



OKTAAF ZONDER MASSA'S

(4-1)

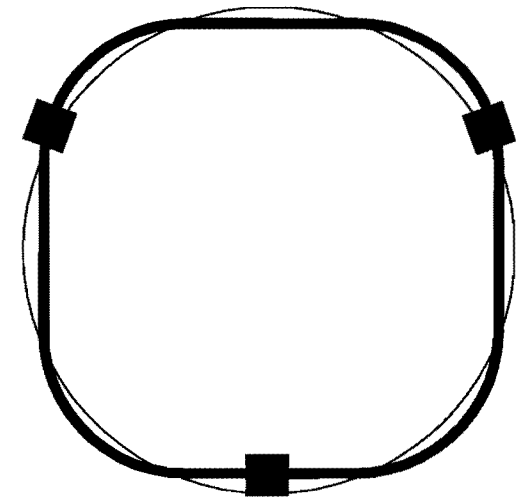
1118 Hz



MET MASSA'S

OKTAAF-1

1024 Hz



OKTAAF-2

1024 Hz



