

Signaalverwerking en aandrijvingen bij numeriek bestuurd gereedschapsmachines

Citation for published version (APA):

Mulders, P. C. (1982). *Signaalverwerking en aandrijvingen bij numeriek bestuurd gereedschapsmachines*. (TH Eindhoven. Afd. Werktuigbouwkunde, Laboratorium voor mechanische technologie en werkplaatstechniek : WT rapporten; Vol. WT0532). Technische Hogeschool Eindhoven.

Document status and date:

Gepubliceerd: 01/01/1982

Document Version:

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

www.tue.nl/taverne

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

openaccess@tue.nl

providing details and we will investigate your claim.

SIGNAALVERWERKING EN AANDRIJVINGEN BIJ
NUMERIEK BESTUURDE GEREEDSCHAPSMACHINES

Auteur: ir. P.C. Mulders

PT-Rapport nr. 0532

maart '82

Overdruk ten dienste van het college VE-60:

"Meet- en aandrijfsystemen van gereedschapswerktuigen en geavanceerde meettechniek".

* Niets van deze inhoud mag worden vermenigvuldigd, openbaar gemaakt of in de handel gebracht, zonder toestemming van de auteur. Oorspronkelijk bestemd voor de Post-Academische Cursus "NUMERIEKE BESTURING", Vakgroep WPT-THE. December 1981 - januari 1982.

INHOUDSOPGAVE

HOOFDSTUK 6. SIGNAALVERWERKING

6.1. Inleiding en samenvatting	6.1
6.2. Informatiebewerking	6.3
6.2.1. Overzicht	6.3
6.2.2. De Digitale Analoge behandeling van de contourinformatie ..	6.7
6.2.3. Het bemonsteringstheorema van Shannon	6.9
6.3. Interpolatie	6.15
6.4. Reconstructie met houdcircuits	6.23
6.5. Laplace en Fourier transformatie	6.29

HOOFDSTUK 8. AANDRIJVINGEN

8.1. Inleiding en samenvatting	8.1
8.2. Systeemanalyse van de aandrijvingen	8.3
8.2.1. Open en gesloten besturingen	8.3
8.2.2. Regeltechnische begrippen	8.9
8.2.3. Stabiliteit van regelkringen	8.17
8.2.4. De sledeaandrijving als positieregelkring	8.24
8.3. Kwaliteitscriteria van de aandrijving	8.33
8.4. Aandrijfmotoren voor slede en hoofdas	8.39
8.5. Regelbare versterkers voor aandrijvingen	8.44
Literatuur	8.46

HOOFDSTUK 6. SIGNAALVERWERKING.

6.1. Inleiding en samenvatting.

In de laatste decennia en vooral tegenwoordig is bij de besturing en automatisering van gereedschapsmachines sprake van een sterke evolutie. De nieuwe ontwikkelingen zijn voornamelijk mogelijk geworden door de vooruitgang in de halfgeleider technologie en daardoor de toepassing van de moderne procescomputers en microprocessors. Beziет men de historie van deze ontwikkeling dan wordt duidelijk dat de taak van de besturing in de loop der tijden steeds omvangrijker is geworden. Een chronologische onderverdeling zou kunnen zijn:

- hardware control,
- programmable control,
- numerical control (NC),
- computer numerical control (CNC),
- direct numerical control (DNC).

In de beginfase was de sturing beperkt tot een beheersing van logische functies. Aan de hand van de toestand van een aantal machinefuncties ("toestandsvaariabelen") werd een aan/uit conditie van een stuursignaal gecreëerd. Gebruik werd gemaakt van logische netwerken en logische elementen uit de schakeltechniek zoals relais, nokken, schakelcontacten halfgeleider-elementen. Van toepassing waren Boole-algebra en Karnaugh-diagrammen. Dit type besturing zou men dan ook "logische besturing" kunnen noemen, ze was opgebouwd uit hardware-logica elementen. Als een gevolg op deze hardware besturingen (die niet flexibel zijn) zijn door het verbeteren van de halfgeleider electronica vervolgens programmeerbare besturingen ontwikkeld, die tot de software besturingen behoren. (E: P.C. = programmable Controller). Hierbij is vooraf in een geheugen een bepaald programma gezet - dat eventueel gemakkelijk kan worden gewijzigd - en dat programma wordt stap voor stap afgelopen. Daarnaast oefent de besturing controle uit op de logische functies van de machine. Bij de geheugen geprogrammeerde besturingen wordt de ene aanwijzing na de andere uitgevoerd in meestal enige cyclustijden, hier is dus in principe sprake van "serieprocessing". Bij de hardware besturingen kunnen

tegelijkertijd meerdere signaaltoestanden worden verwerkt d.i. "parallel processing". Daar de cyclustijd tegenwoordig ligt in de orde van fracties van microseconden kan inmiddels van quasi-parallel processing worden gesproken. Bij de programmeerbare besturingen worden overigens geen berekeningen uitgevoerd. Een grotere flexibiliteit heeft men bereikt met numerieke besturingen (E: N.C. = Numerical Control). Hierbij worden naast het besturen van de logica, ook rekenkundige bewerkingen uitgevoerd, omdat ook alle informatie voor de bewerking van het werkstuk aanwezig is in een werkstukprogramma, dat de benodigde besturingsinformatie in alfa-numeriek vorm bevat. Numerieke besturingen zijn uitsluitend mogelijk door toepassing van moderne halfgeleider-electronica. Aangezien in de numerieke besturing naast logische bewerkingen ook rekenoperaties worden uitgevoerd, vinden hierbij complexe geheugens, arithmetische units en ook procescomputers toepassing. Van de gebruikelijke getalsystemen kunnen genoemd worden: het duale (twee-tallig), het oktale (acht-tallig), het hexadecimale (zestien-tallig) stelsel. Onder de rekenkundige bewerkingen bij numerieke besturing vallen o.a. die welke vereist zijn voor eenvoudige interpolaties. Voor hogere orde functies en interpolaties is men overgegaan tot nog uitgebreidere computersystemen; men spreekt dan van C.N.C.-besturingen (E: Computer Numerical Control). Wanneer meerdere met elkaar samenwerkende of elkaar opvolgende machines gestuurd worden door een centrale computer spreekt men van D.N.C.-besturingen (E: Direct Numerical Control).

Zoals in het bovenstaande is uiteengezet is de taak van de besturing steeds omvangrijker geworden. Ze bestaat uit een:

- a) rekentaak. De gegevens over de contour of het materiaal van het werkstuk moeten verwerkt worden tot o.a. stuurgrootheden voor de sledeaanrijving, hoofdasnelheid teneinde een optimale verspaning te krijgen.
- b) regeltaak. Het resultaat van de uitgegeven stuursignalen moet continu door terugkoppelsystemen worden gecontroleerd en bijgesteld, zoals o.a. de terugmelding van de snelheids- en positiesturingen.
- c) logische taak. Van een aantal machinefuncties behoeft slechts de toestandsgrootheid (aan of uit) te worden bewaakt en/of geschakeld.

In dit hoofdstuk zal voornamelijk worden ingegaan op de reken- en regeltaak, deze vormen het kenmerkende onderscheid van de numerieke besturing.

De besturing van een NuBe-machine dient er voor te zorgen, dat de contourinformatie van het werkstuk - zoals deze in alpha-numerieke vorm in de informatiedrager (papierband, magneetband) is vastgelegd - inderdaad ook zo berekend en bewerkt wordt, dat hieruit corresponderende signalen voor o.a. de slede- en hoofdas aandrijving worden gecreëerd. Aan de orde zullen komen begrippen zoals datatransport, contourinformatie, signaalspectrum, bandbreedte en bemonstering. (Zie 6.2. Informatiebewerking). Een curve - in een parametervoorstelling - is opgedeeld in een aantal waarden op de diverse tijdstippen, daartussen wordt het signaal geïnterpoleerd. (Zie 6.3. Interpolatie). Vervolgens wordt ingegaan op de reconstructie van het ingangssignaal d.m.v. houdcircuits, d.w.z. het bemonsterende signaal wordt geschikt gemaakt voor de sturing van de servosystemen (Zie 6.4. Reconstructie). Tenslotte volgt een appendix met de gebruikte mathematische formuleringen. (Zie 6.5. Fourier- en Laplace transformatie).

6.2. Informatiebewerking.

6.2.1. Overzicht.

De informatie over een te bewerken werkstuk - vooraf in alpha-numerieke vorm vastgelegd in papierband, magneetband etc. - wordt na inlezing opgeslagen in het geheugen van de besturing. De gewenste sledeposities, die in de informatiedrager zijn vastgelegd, moeten - onder beheer van de besturing - ook inderdaad gerealiseerd worden op een bepaald tijdstip. De nodige berekeningen en bewerkingen hiertoe worden bij de numerieke besturing uitgevoerd door een computer. Schematisch is deze opgebouwd volgens Fig. 6.1.

Zo'n computer bestaat uit een processor (E: C.P.U. = Central Processor Unit), die bestaat uit een rekenorgaan (accumulator), een intern besturingsorgaan en een geheugen. Daarnaast heeft deze in- en uitvoereenheden. Een interpolator, gebaseerd op berekeningen, bevindt zich in het rekenorgaan (software-interpolator). In Fig. 6.1. onderscheiden we de datapaden en de interne besturingspaden.

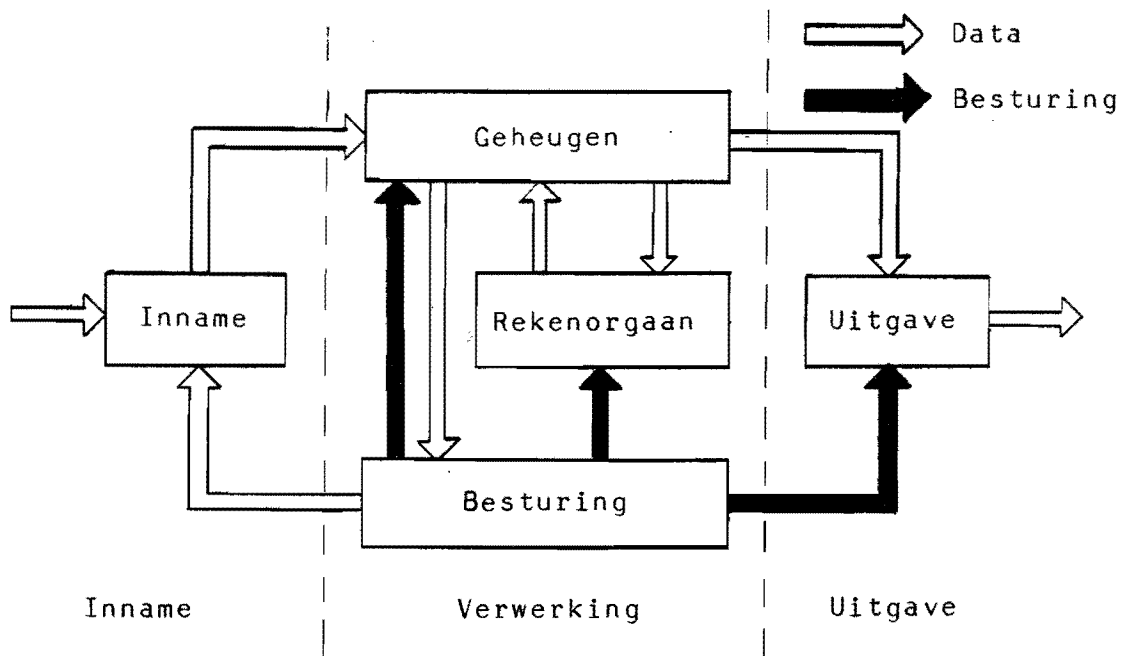


Fig.6.1 Schematische opbouw van een computer

De besturing (computer) zal aan de hand van de gegeven contourinformatie van het werkstuk - begin, eindpunt en contour van de baan- signaalwaarden berekenen op achtereenvolgende tijdstippen. Het signaal is dan nog niet continu, maar bestaat slechts op de genoemde tijdstippen. Dit komt overeen met het begrip bemonsteren van een signaal: $x_g^*(t)$. Tussen de genoemde tijdstippen kan geïnterpoleerd worden. Met eenvoudige functies wordt dan de signaalwaarde tussen twee tijdstippen met behulp van een interpolator benaderd. Met een houdcircuit (reconstructiefilter) wordt het gevormde discrete signaal tenslotte gereconstrueerd tot een continu signaal $\tilde{x}_g(t)$. Dit is een benadering van het oorspronkelijke signaal, maar wordt beschouwd als het gewenste stuursignaal voor de servo's.

Deze dataverwerking en de informatiestroom tot het gevormde stuursignaal voor de servoaandrijfsystemen van de slede is weergegeven in Fig. 6.2. Vanaf hier wordt - door het servosysteem - het gereedschap continu en met instandhouding van een constante baansnelheid langs de gewenste contour gevoerd.

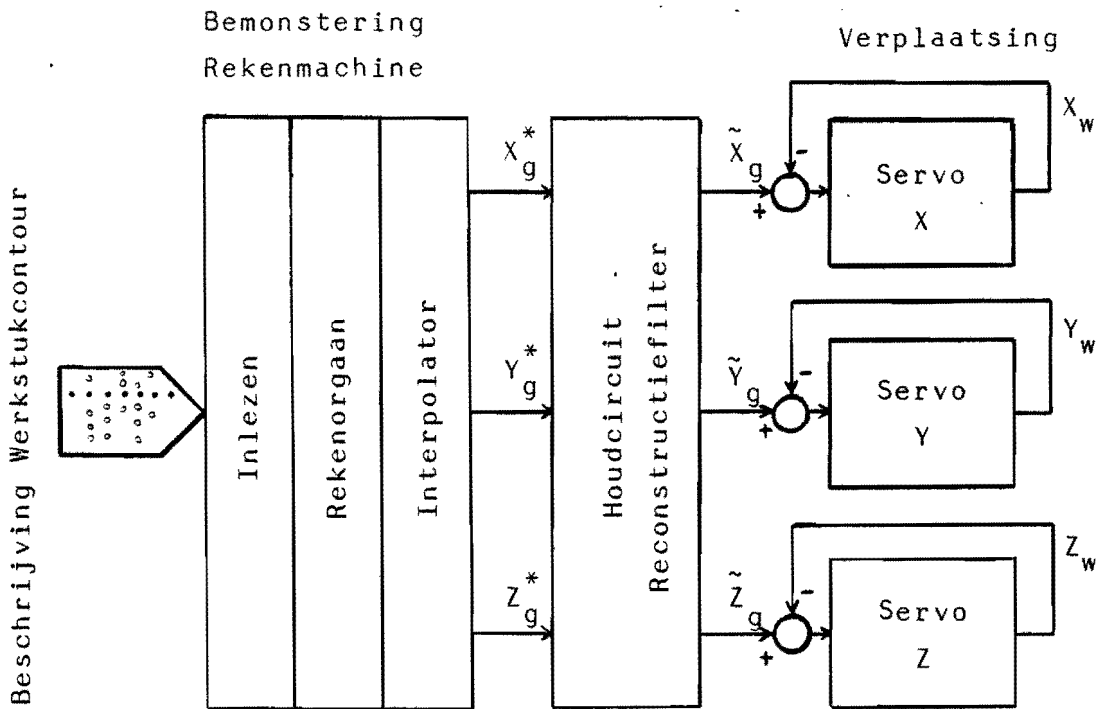


Fig.6.2 Informatieoverdracht en reconstructiekanaal

In Fig. 6.3. is een schematische tekening van een servosturing weergegeven.

Op de verschillende aspecten uit de bovengenoemde dataverwerking aangehaald in Fig. 6.2. zoals:

- de D-A behandeling van de contourinformatie (6.2.2)
- het bemonsteringstheorema van Shannon (6.2.3)
- de interpolatie (6.3)
- de reconstructie met houdcircuits (6.4)

zal in de respectievelijke paragrafen nader worden ingegaan.

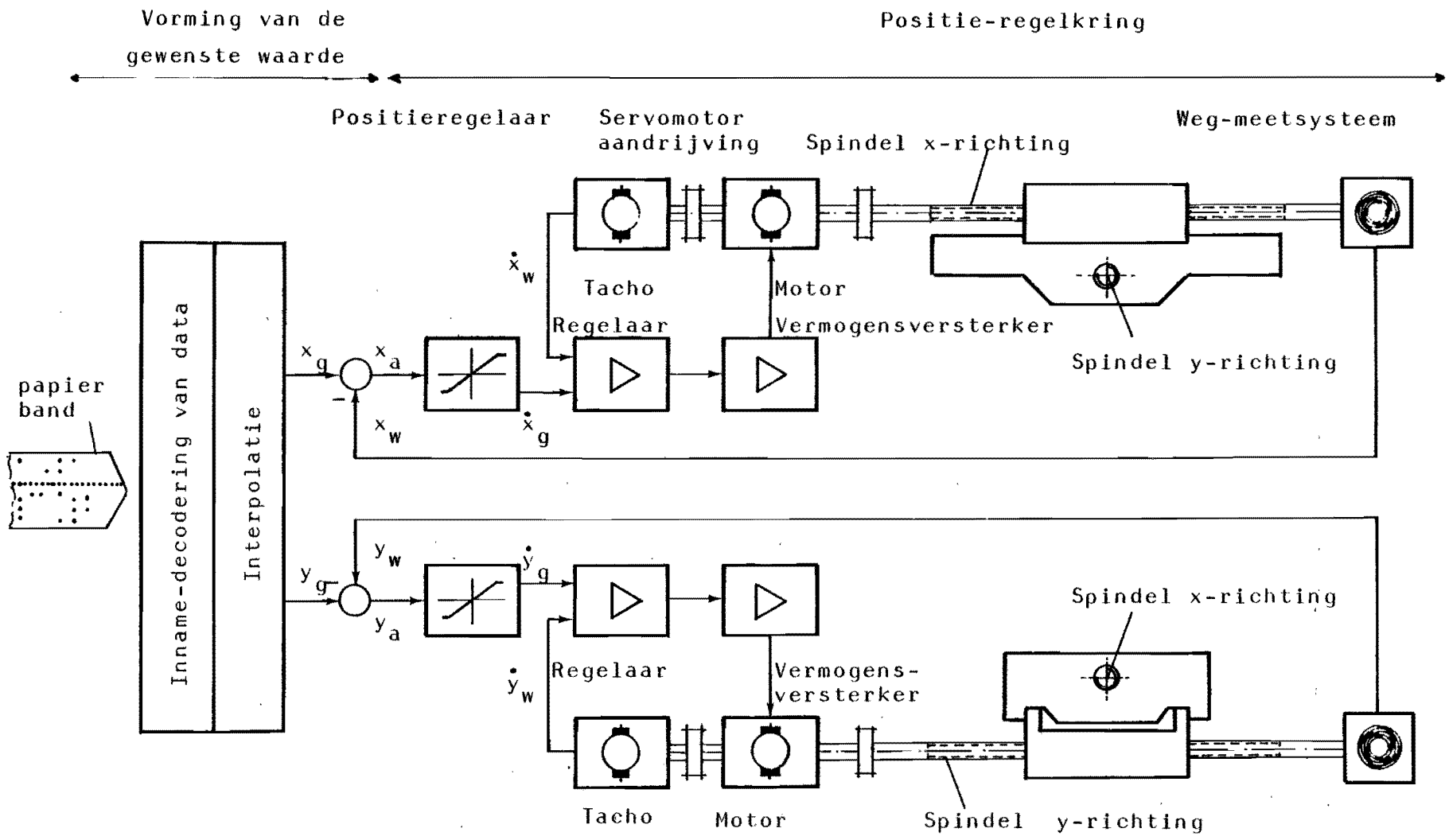


Fig. 6.3 Informatiestroom voor de baanbesturing van een gereedschapsmachine.

6.2.2. De Digitaal-Analoge behandeling van de contourinformatie.

Het rekengedeelte in de besturing ontvangt achtereenvolgens uit de ponsband numerieke informatie over de vorm, alsmede over begin- en eindpunt van de baan. Deze baanvorm - contourinformatie - wordt zelfs in alphanumerieke vorm aangeboden en vervolgens opgeslagen in het geheugen. Na decoding is een impliciete relatie bekend tussen de verschillende coördinaten van de geometrie van het werkstuk.

$$\begin{array}{lll} \text{Algemeen} & : \text{drie-dimensionaal} & : z = g_1(x,y) \\ \text{Rotatiesymmetrisch} & : \text{twee-dimensionaal} & : y = g_2(x) \end{array} \quad (6.1)$$

De besturing ontleedt deze impliciete contourfunctie (6,1) in een parametervoorstelling met de tijd als parameter. Zo ontstaat uit (6.1) als voorbeeld in het drie-dimensionale geval:

$$\begin{array}{ll} z = g_1(x,y) & \begin{array}{l} x = f_1(t^*) \\ y = f_2(t^*) \\ z = f_3(t^*) \end{array} \end{array} \quad (6.2)$$

De "machinetijd" t^* moet daarbij zodanig aangepast worden aan de werkelijke tijd t , dat de bandbreedte van het reconstructiekanaal (o.a. het servosysteem) voldoende groot is. Deze eis komt ook tot uiting in de maximale snelheid waarmee een contour kan worden afgelegd. In Fig. 6.4. is zo'n impliciete contourfunctie met begin, eindpunt en een aantal tussenpunten afgebeeld. In Fig. 6.5. is in parametervoorstelling het bijbehorende tijdssignaal van één coördinaat weergegeven, - $x = f(t)$ uit (6.2) - zowel in continu als in bemonsterde vorm.

De besturing berekent tussen begin- en eindpunt een aantal op de contour gelegen tussenpunten. Na een interpolatie zijn de coördinaten van deze punten in de vorm van digitale grootheden de ingangssignalen van het servosysteem. Het servosysteem moet het gereedschap continu langs de contour voeren. Daartoe is nog een aanpassing tussen dit rekengedeelte en het servosysteem nodig in de vorm van een houdcircuit (reconstructiefilter), dat soms overigens een geheel vormt met de interpolator. Eerst zal nu worden ingegaan op een aantal begrippen uit bovenstaande signaalverwerking zoals signaalspectrum, bemonstering (Shannon) interpolatie alvorens de reconstructie aan de orde komt.

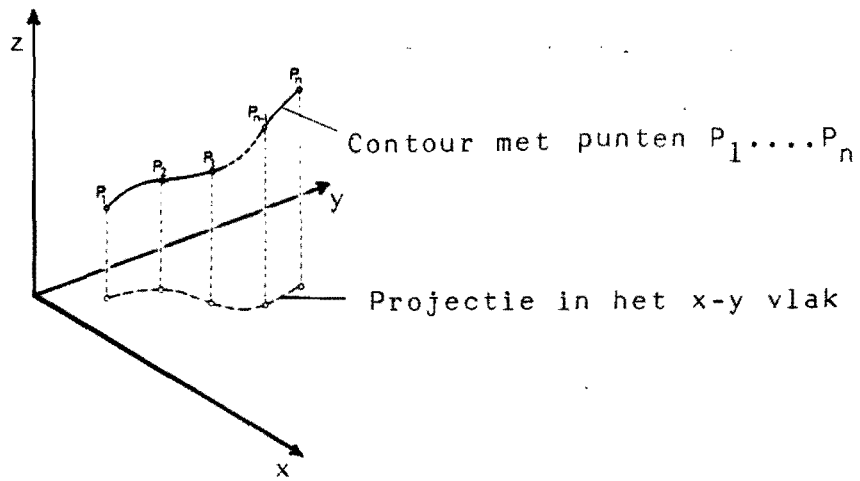


Fig.6.4 Contour met beginpunt, eindpunt en een aantal tussenpunten.

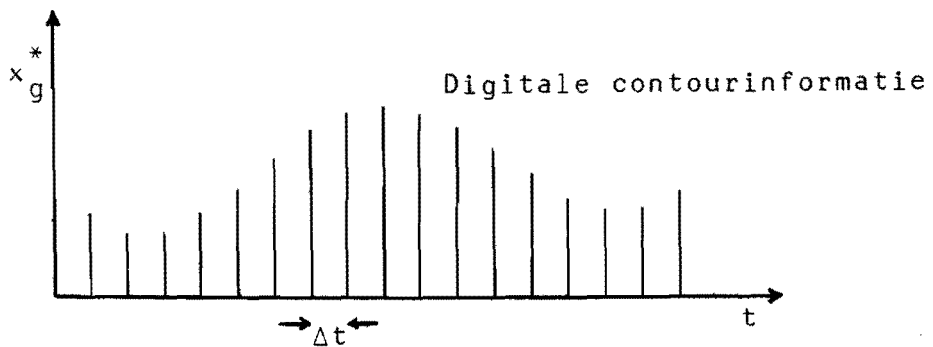
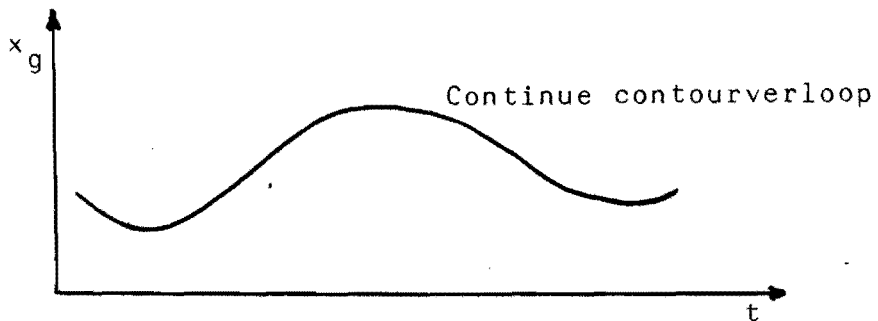


Fig.6.5 Digitale informatie verkregen uit een continu contourverloop.

6.2.3. Het bemonsteringstheorema van Shannon.

Van een tijdssignaal $x(t)$ is het mogelijk m.b.v. Fourierintegralen een frequentiespectrum - signaalspectrum $X(j\omega)$ - te bepalen. Zie appendix 6.5 "Laplace en Fouriertransformatie". Dan wordt namelijk vastgesteld uit welke frequenties (van harmonische functies - sinus en cosinus) en in welke mate (amplitude) een bepaald tijdssignaal blijkt te zijn opgebouwd. Alleen voor periodieke signalen is dit een verzameling van discrete frequenties, voor andere tijdssignalen is dit een continue verzameling: een frequentiespectrum. Voor praktisch voorkomende signalen bestaat er in zo'n spectrum een hoogste frequentie: de grensfrequentie ω_g . Dit hangt samen met het feit dat reële signalen een beperkt vermogen hebben. Het frequentiespectrum van zo'n continu signaal (bijv.: een parameterrepresentatie van een contour) is weergegeven in Fig. 6.6.A.

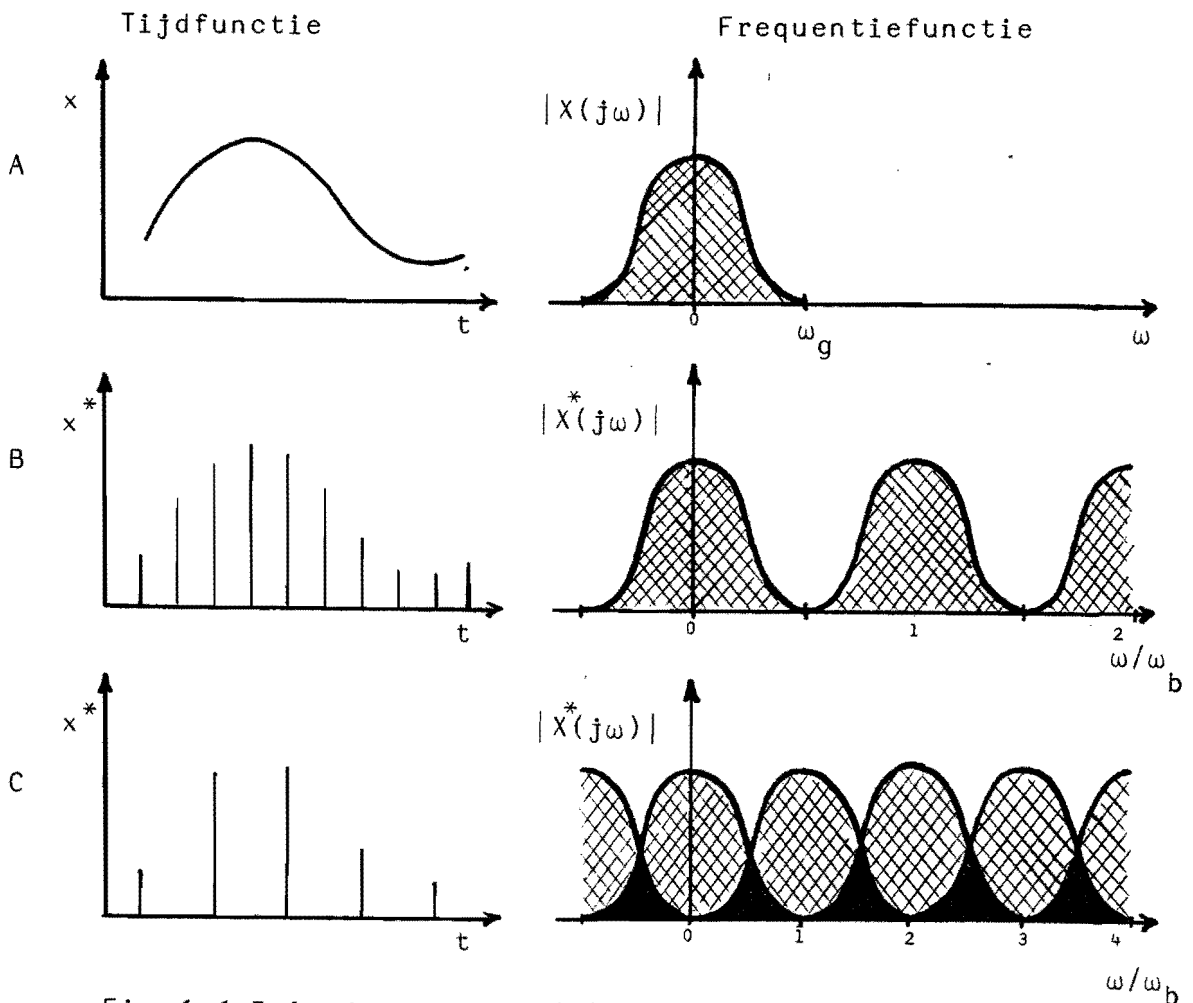


Fig.6.6 Relatie tussen $x(t)$ resp. $x^*(t)$ en hun Fouriergetransformeerden.

Als nu zo'n continu signaal $x(t)$ wordt bemonsterd - bij numerieke besturing, door de computer op bepaalde tijdstippen wordt berekend - dan luidt het "theorema van Shannon":

"Wanneer het frequentiespectrum van een signaal $x(t)$ begrensd is tot een gebied $0 - \omega_g$, dan wordt dit signaal voldoende vaak bemonsterd met een bemonsteringsfrequentie waarvoor geldt:

$$\omega_b \geq 2\omega_g \quad (6.3)$$

- d.w.z. op equidistante tijdstippen Δt - met:

$$\omega_b = 2\pi f_b = \frac{2\pi}{\Delta t} ; \quad \Delta t \leq \frac{\pi}{\omega_g} \quad (6.4)$$

wil men uit het aldus verkregen bemonsterde signaal $x^*(t)$ zonder informatie verlies het oorspronkelijke signaal kunnen reconstrueren".

M.a.w. om een volledige reconstructie mogelijk te maken moeten per periode van de hoogst voorkomende frequentie minimaal twee bemonsteringen worden gedaan. In Fig. 6.6. zijn tevens weergegeven de frequentiespectra van een voldoende vaak (B) en een onvoldoende vaak (C) bemonsterd signaal. Vergelijken we de drie spectra uit Fig. 6.6. met elkaar, dan zien we dat het spectrum B identiek is aan het spectrum A met dien verstande dat het zich periodiek herhaalt met periode ω_b . Bij spectrum C vindt een overlapping plaats van de hoofdlobbe door de eerste zijlobbe (z.g. aliasing) en kan geen goede reconstructie meer plaats vinden. Reconstructie - gezien door de bril van het frequentiedomein - betekent dat een spectrum B door een laag doorlaat reconstructiefilter (houdcircuit + servosysteem) wordt gestuurd, waarbij alleen de hoofdlobbe behoort te worden doorgelaten. Bij spectrum C is dit niet meer mogelijk daar delen van de zijlobben ook worden doorgelaten. Het bemonsterde signaal moet bij de reconstructie gestuurd worden door een filter met bandbreedte: $\frac{\omega_b}{2}$

Het servosysteem is een onderdeel van het reconstructiekanaal. Bepaald door de massa'straagheden, wrijvingen kan het servosysteem slechts signalen beneden een bepaalde grensfrequentie doorlaten:

"Het servosysteem heeft een bandbreedte: ω_{gs} "

Positioneringssignalen met een hogere frequentie dan ω_{gs} worden door het aandrijfsysteem niet gereconstrueerd. Voor uitsluitend een overdracht van de hoofdlobbe wordt gekozen:

$$\omega_b = 2\omega_{gs} \tag{6.5}$$

Het bemonsteringstheorema van Shannon heeft gevolgen voor de programmering.

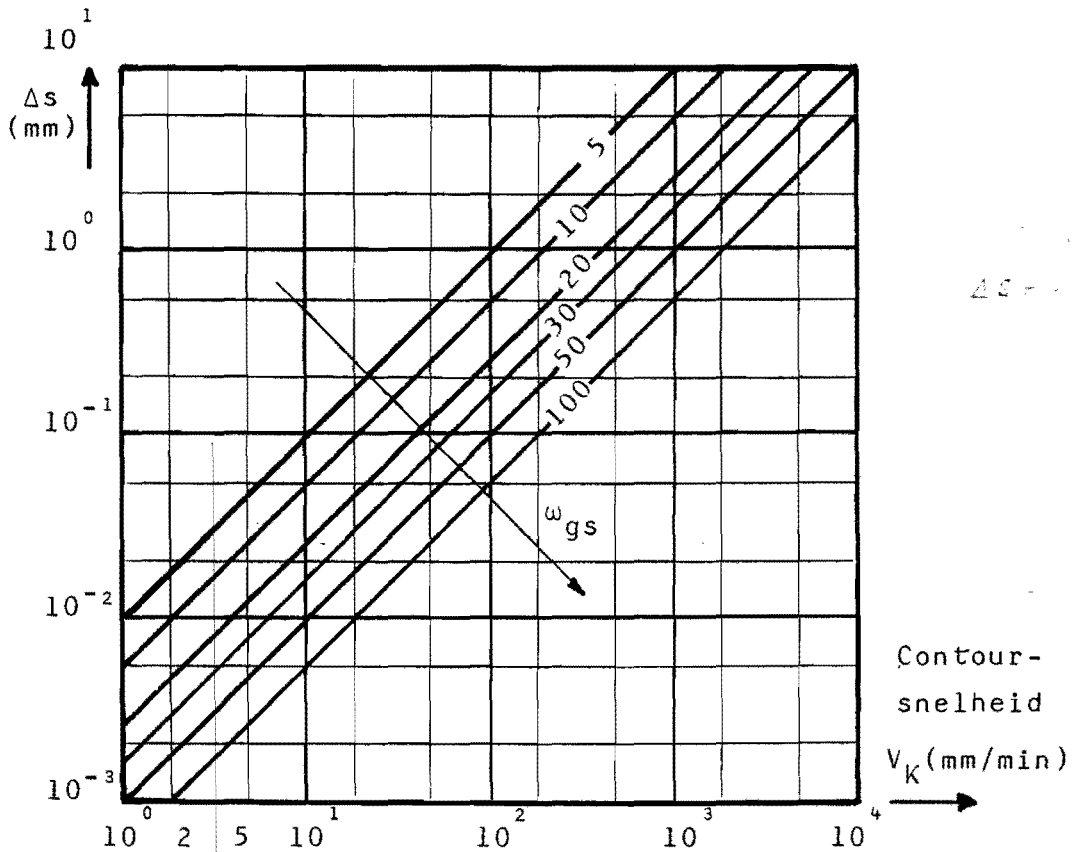


Fig.6.7 Kleinste zinvolle programmeerbare afstand Δs als functie van V_k met ω_{gs} als parameter.

Aannemende dat we met een constante contoursnelheid V_k willen verspanen, dan geldt voor de afstand Δs tussen twee punten op de contour:

$$\Delta s = V_k \Delta t \tag{6.6}$$

met $\Delta t = \frac{2\pi}{\omega_b} = \frac{\pi}{\omega_{gs}}$ (Δt = bemonsteringsinterval) volgt:

$$\Delta s = \frac{V_k \pi}{\omega_{gs}} \quad (6.7)$$

Dit wordt genoemd "de kleinste zinvolle programmeerbare afstand". In Fig. 6.7 is Δs uitgezet als functie van de contoursnelheid, met als parameter de bandbreedte van het servosysteem. Deze Δs is dus de kleinste contourafstand waar binnen ingrijpen niet mogelijk is.

Bemonstering

In de appendix (6.5) wordt uiteengezet dat bij een tijdfunctie $x(t)$ een frequentiespectrum $X(j\omega)$ kan worden bepaald m.b.v. de Fouriertransformatie. Dan geldt:

$$F\{x(t)\} = X(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \quad (6.8)$$

$$F^{-1}\{X(j\omega)\} = x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (6.9)$$

Dit geeft dan van een signaal het spectrum zoals we gezien hebben in Fig. 6.6.A.

Voor uitsluitend periodieke signalen (periode T , $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$) bestaat zo'n spectrum uit een oneindig aantal discrete frequenties, zo'n periodiek signaal is dan te schrijven als een Fourier-reeks:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} A_k e^{jk\omega_0 t} = \sum_{k=0}^{\infty} a_k \cos k\omega_0 t + b_k \sin k\omega_0 t \quad (6.10)$$

$$A_k = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) e^{-jk\omega_0 t} dt \quad (6.11)$$

In het volgende komen deze twee begrippen signaalspectrum en Fourier-reeks van pas.

Bij "bemonstering" wordt gebruik gemaakt van het begrip "delta-functie" = impuls-functie = Dirac-functie".

Dit is de limiet van een puls, die oneindig smal en oneindig hoog is met oppervlak één. Eigenschappen van een δ -functie zijn:

$$\begin{aligned} \delta(t) &= 0 \text{ voor } t \neq 0 & ; & \delta(t-a) = 0 \text{ voor } t \neq a \\ \delta(t) &= \infty \text{ voor } t = 0 & ; & \delta(t-a) = \infty \text{ voor } t = a \end{aligned} \tag{6.12}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1 \quad ; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-a) dt = 1$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) \delta(t-a) dt = f(a)$$

Bij de impulsampling wordt het signaal $x(t)$ bemonsterd op vaste tijdstippen (bemonsteringsintervallen), aangegeven in Fig. 6.8.

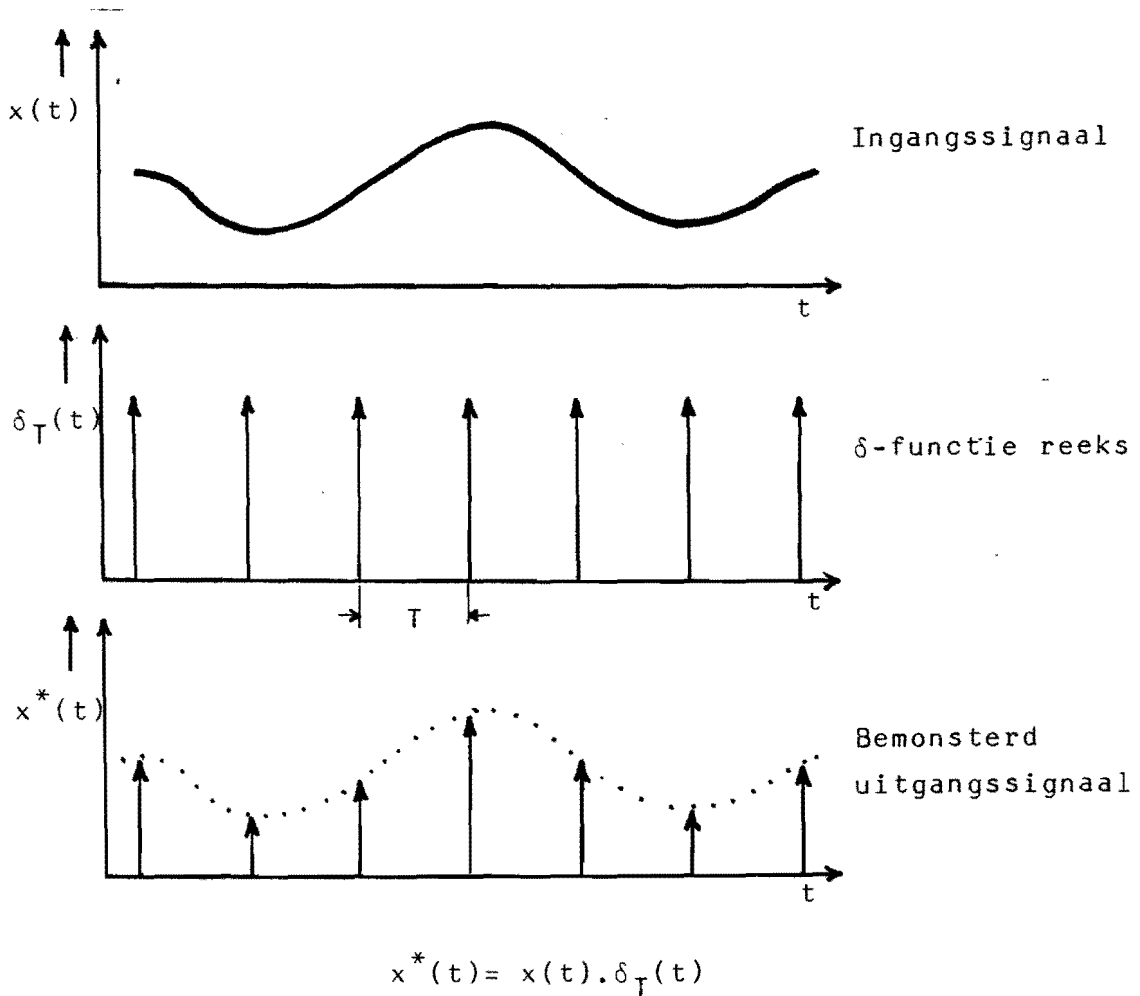


Fig.6.8 Impuls bemonstering

Het is alsof het signaal $x(t)$ "vermenigvuldigd" wordt met een reeks van δ -functies : $\delta_T(t)$. Het aldus onstane bemonsterde signaal is:

$$x^*(t) = x(t) \delta_T(t) \quad (6.13)$$

De reeks van δ -functies (periodieke functie, periode T) kan geschreven worden als een Fourier-reeks. Dan is:

$$\delta_T(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} A_k e^{jk\omega_b t} \quad \text{met} \quad \omega_b = \frac{2\pi}{T} \quad (6.14)$$

$$\text{Met} \quad A_k = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \delta_T(t) e^{-jk\omega_b t} dt = \frac{1}{T} \quad (6.15)$$

(integraal eigenschap van de δ -functie).

Alle frequenties met een veelvoud van ω_b komen voor met een amplitude: $a_k = \frac{2}{T}$. Daarmee wordt de uitdrukking voor de δ_T -reeks:

$$\delta_T(t) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{jk\omega_b t} \quad (6.16)$$

Voor het spectrum van het oorspronkelijke signaal $x(t)$ was bekend:

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \quad (6.8)$$

Daarmee wordt het spectrum van het bemonsterde signaal $x^*(t)$:

$$X^*(j\omega) = F\{x^*(t)\} = F\{x(t) \delta_T(t)\} =$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(t) \left(\frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{jk\omega_b t} \right) e^{-j\omega t} dt =$$

$$\frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j(\omega - k\omega_b)t} dt =$$

$$\frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(j\omega - k\omega_b) \quad (6.17)$$

Hiermee is dus aangetoond, dat het spectrum van een bemonsterd signaal: $X^*(j\omega)$ een periodieke herhaling van het oorspronkelijke signaal $X(j\omega)$ is met een amplitudefactor $\frac{1}{T}$, die ontstaat omdat het bemonsterde signaal slechts op de bemonsteringstijdstippen voorkomt. Zie Fig. 6.6.
Voor de hoofdlobbe (hoofdband) geldt: $X^*(j\omega) = \frac{1}{T} X(j\omega)$.

6.3. Interpolatie.

Onderverdeeld naar de bewegingen, die tussen begin- en eindpunt van een contour mogelijk zijn, onderscheidt men enkele besturingen:

- puntbesturing,
- lijnbesturing (eenvoudig),
- lijnbesturing (uitgebreid),
- baanbesturing.

Deze onderverdeling is weergegeven in Fig. 6.9.

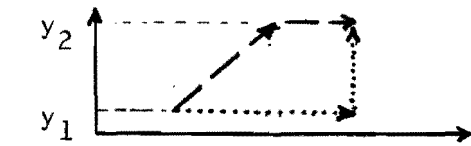
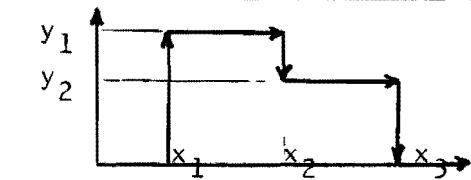
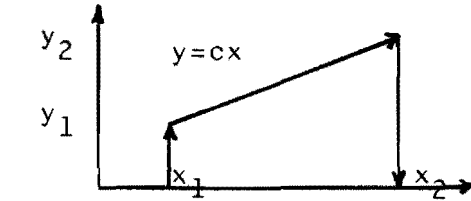
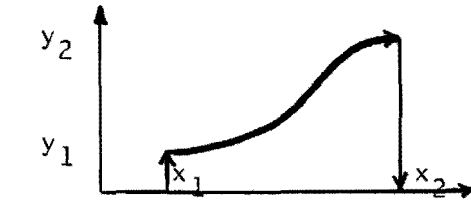
Type besturing	Probleem	Toepassing
Puntbesturing	 <p>Interpolator niet vereist</p>	Boren Puntlassen
Lijnbesturing (eenvoudig)	 <p>Interpolator niet vereist</p>	Draaien (cylindrisch) Frezen (asparallel)
Lijnbesturing (uitgebreid)	 <p>Lineaire interpolator</p>	Draaien (conisch) Frezen (schuine lijn)
Baanbesturing	 <p>Baaninterpolator (2^e -orde)</p>	Draaien Frezen Snijbranden (contouren)

Fig. 6.9. Diverse typen besturingen.

Puntbesturingen worden gebruikt voor eenvoudige positioneringssystemen zoals boren en puntlassen. Bij deze puntbesturingen mag gedurende de beweging het werkstuk niet in contact zijn met het gereedschap, daar het eindpunt op een niet gecontroleerde manier bereikt wordt.

Bij lijnbesturingen wordt het eindpunt van een contour via een rechte weg bereikt, zodat een gereedschap gedurende de beweging in contact kan zijn met het werkstuk. Met eenvoudige lijnbesturingen kunnen slechts as-parallelle-, met uitgebreidere lijnbesturingen kunnen ook willekeurige rechte lijnen doorlopen worden. Lijnbesturingen zijn daardoor speciaal geschikt voor eenvoudige draai- en freesbewerkingen.

Met baanbesturingen zijn gereedschap en/of sledebewegingen volgens willekeurige contouren mogelijk. De bewegingen van de afzonderlijk coördinaten moeten gecoördineerd plaats vinden, daar deze geheel functioneel afhankelijk van elkaar zijn. Baanbesturingen worden in de produktietechniek gebruikt voor allerlei gereedschapsmachines, zoals bij draaien, frezen, ponsen, snijbranden en bewerkingscentra. In de regel kunnen met baanbesturingen slechts cirkelbogen of uit cirkelsegmenten samengestelde contouren gerealiseerd worden. Bij de uitgebreide lijnbesturingen en bij baan besturingen zijn zogenaamde interpolatoren vereist.

Interpolatie.

Bij de uitgebreide lijnbesturing en bij baanbesturing worden zogenaamde interpolatoren toegepast. Dit zijn dan meestal een lineaire respectievelijk een circulaire interpolator. De interpolator berekent voor een betreffend stukje contour de gecoördineerde bewegingsactiviteit van de respectievelijke bewegingsrichtingen, zodat op deze wijze de gewenste contour zo goed mogelijk gerealiseerd wordt. Een interpolator moet voldoen aan de volgende eisen:

- De door de interpolator "berekende" krommen moeten zo goed mogelijk de contour van het werkstuk benaderen. Aangezien in de praktijk vele werkstukcontouren samengesteld zijn uit rechten en cirkelbogen, moeten in het bijzonder deze contouren eenvoudig en precies interpoleerbaar zijn.
- De resulterende contoursnelheid moet binnen ruime grenzen verstelbaar en onafhankelijk van de contour zijn.

- Het aantal van de vooraf noodzakelijke toegevoerde gegevens - beginpunt, eindpunt, interpolatie parameters zoals o.a. cirkelmiddelpunt, contour snelheid - moeten zo klein mogelijk zijn.
- Het numeriek aangegeven eindpunt moet exact bereikt worden, opdat er namelijk geen sommatie van wegfouten plaatsvindt.

Interpolatoren werken in het algemeen digitaal. De digitale interpolator bezit in principe een constante nauwkeurigheid, onafhankelijk van de lengte van het te interpoleren stukje contour. De nauwkeurigheid hangt in de eerste plaats af van de kleinste wegeenheid (increment), waarop de berekeningen worden gebaseerd.

De meest gebruikelijke methode is de numerieke integratie van snelheidscomponenten, de z.g. Digital Differential Analyzer (D.D.A.) methode. De interpolator berekent hierbij voor elke as een aantal pulsen, waarvan het aantal per tijdseenheid overeenkomt met de betreffende as-snelheid. De sledeaanrijving integreert de afzonderlijke snelheidscomponenten tot een weg. Kiest men de wegincrementen voldoende klein (bijv. 10 μm) dan wordt deze integratie teruggebracht tot een sommatie van snelheidscomponenten.

Voor de sturing van gereedschapsmachines is de lineaire en circulaire interpolatie het meest gebruikelijk. Andere interpolatiesoorten zoals de parabolische worden slechts in bijzondere gevallen toegepast.

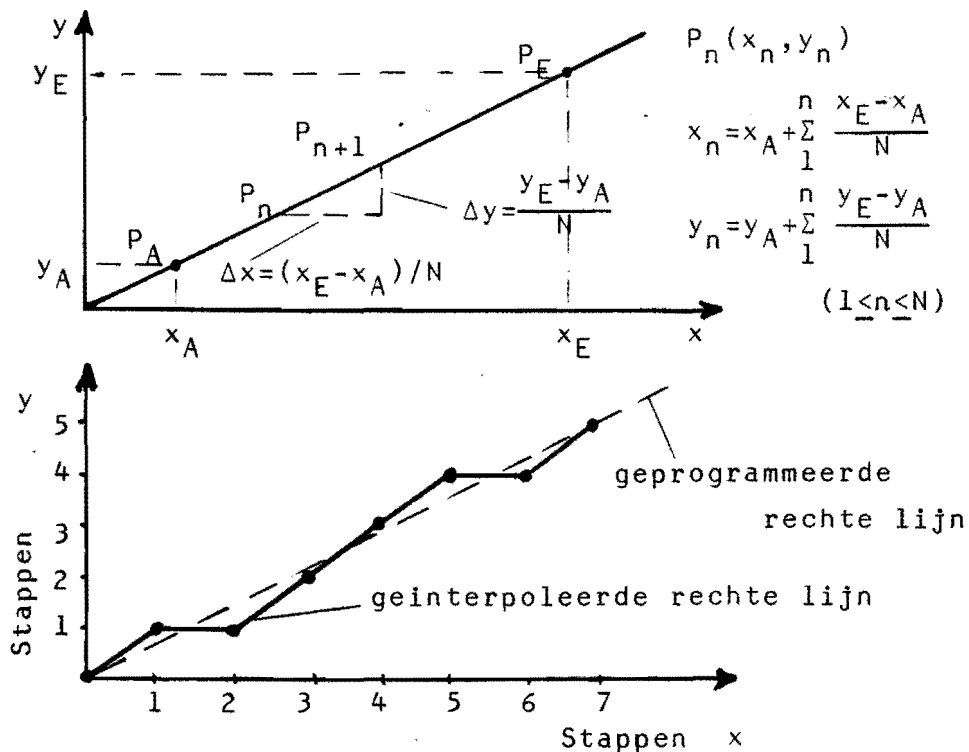
Lineaire interpolatie.

In Fig. 6.10 is een functie $y = f(x)$ als rechte lijn tussen de punten P_A en P_E getekend. Als een gereedschap zich over deze rechte lijn met constante snelheid moet bewegen, dan moeten de wegcomponenten $(x_E - x_A)$ en $(y_E - y_A)$ inde interpolatietijd T gelijkmatig doorlopen worden.

Dan geldt:

$$x(t) = x_A + \int_0^t \dot{x} dt = x_A + \int_0^t \frac{x_E - x_A}{T} dt \quad (6.18)$$

$$y(t) = y_A + \int_0^t \dot{y} dt = y_A + \int_0^t \frac{y_E - y_A}{T} dt \quad (6.19)$$



N=10; $\Delta x = \frac{7-0}{10} = 0,7$; $\Delta y = \frac{5-0}{10} = 0,5$; $\Delta s = 1$; $\Delta x; \Delta y < \Delta s$								
Stap n	Overdracht Increment berekening		Optelrest <1		Stap-uitgave in		Afgelegde weg	
	x	y	x	y	x	y	x	y
1	0	0	0,7	0,5			0	0
2	1	1	0,4	0	*	*	1	1
3	1	0	0,1	0,5	*		2	1
4	0	1	0,8	0			2	1
5	1	0	0,5	0,5	*	*	3	2
6	1	1	0,2	0	*	*	4	3
7	0	0	0,9	0,5			4	3
8	1	1	0,6	0	*	*	5	4
9	1	0	0,3	0,5	*		6	4
10	1	1	0	0	*	*	7	5

Fig.6.10 Interpolatie van een rechte lijn volgens de D.D.A. methode.

Wanneer de interpolatietijd T wordt verdeeld in N gelijke tijdstapjes ter grootte Δt , dan wordt voor $\Delta t \rightarrow 0$ de integratie teruggebracht tot een sommatie en geldt:

$$T = N\Delta t \quad \text{en} \quad t = n\Delta t \quad (6.20)$$

$$x(t) = x(n\Delta t) = x_A + \sum_1^n \frac{x_E - x_A}{N} \quad (6.21)$$

$$y(t) = y(n\Delta t) = y_A + \sum_1^n \frac{y_E - y_A}{N} \quad (6.22)$$

Met iedere iedere sommatie wordt de positiewaarde per as met een bedrag Δx respectievelijk Δy verhoogd. In Fig. 6.11 is de principiële opbouw van een 2-assige lineaire interpolator weergegeven.

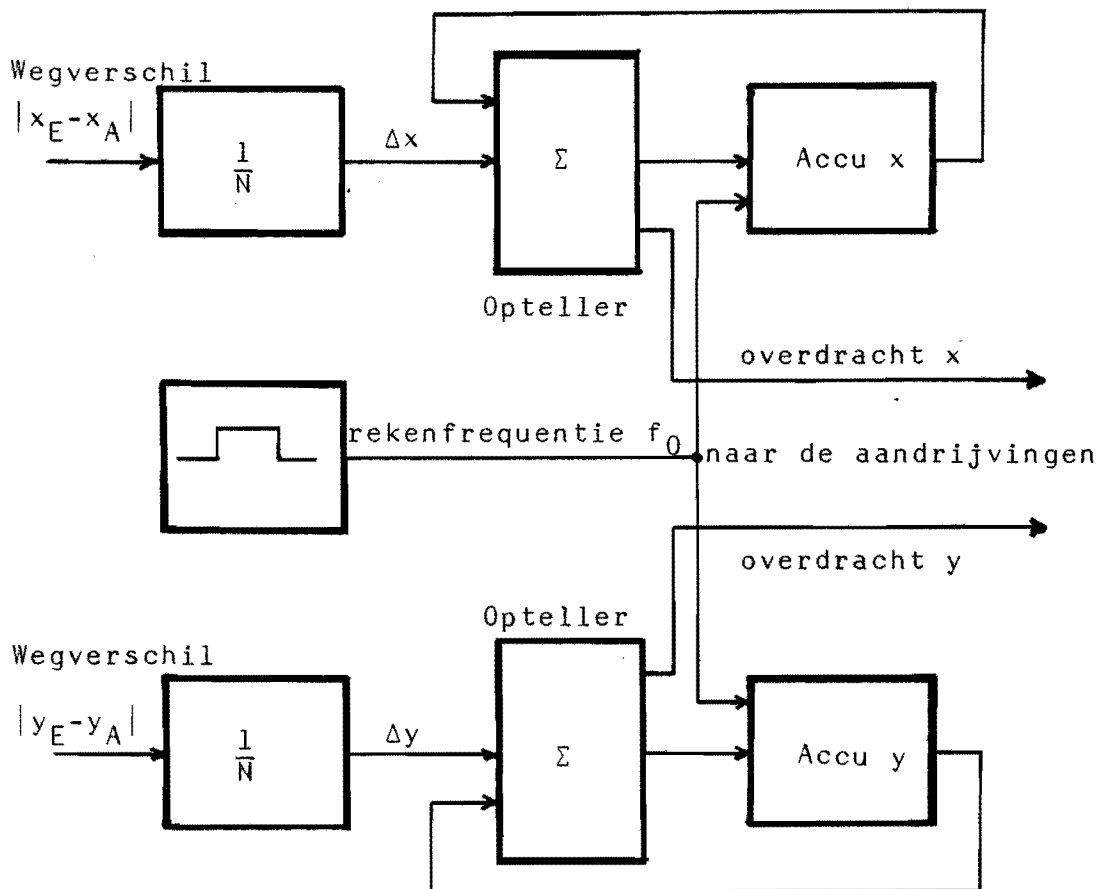


Fig.6.11 Blokdiagram van een interpolator volgens de lineaire D.D.A methode.

De startgrootheden zijn de respectievelijke wegverschillen ($x_E - x_A$) en ($y_E - y_A$). Deze worden door N gedeeld en naar een sommatietrap gevoerd. Bij het begin van de interpolatie staan deze sommatietrappen op nul. Bij elke slag (elementair tijdsinterval) wordt een elementaire stap bij de reeds ontsane waarde geteld volgens (6.21) en 6.22). De cyclusfrequentie wordt bepaald volgens:

$$f = \frac{1}{\Delta t} = \frac{N}{T} \quad (6.23)$$

Circulaire interpolatie

Voor circulaire interpolatie is de genoemde D.D.A. methode (Differential Digital Analyzer) ook toepasbaar. Hierbij worden de snelheidscomponenten van de afzonderlijke assen in de richting van de raaklijn bepaald. Beschouwt men een cirkel in een gegeven coördinatensysteem (zie Fig. 6.12) dan geldt:

$$x = x_M + R \cos \varphi \quad (6.24)$$

$$y = y_M + R \sin \varphi \quad (6.25)$$

Voor de interpolatie zijn wederom de punten op de cirkelbaan als functie van de tijd te bepalen. Bij een voorgeschreven baansnelheid V_B volgt:

$$V_B = \frac{2\pi R}{T} \quad ; \quad \varphi = 2\pi \frac{t}{T} \quad ; \quad \frac{d\varphi}{dt} = \frac{2\pi}{T} \quad (6.26)$$

Door differentiatie van (6.24) en (6.25) volgt:

$$V_x = \dot{x} = \frac{dx}{dt} = -R \sin \varphi \frac{d\varphi}{dt} = -\frac{y(t) - y_M}{T} \cdot 2\pi \quad (6.27)$$

$$V_y = \dot{y} = \frac{dy}{dt} = R \cos \varphi \frac{d\varphi}{dt} = \frac{x(t) - x_M}{T} \cdot 2\pi \quad (6.28)$$

De integratie van de snelheidscomponenten geeft:

$$x(t) = x_A + \int_0^t \dot{x} dt = x_A - 2\pi \int_0^t \frac{y(t) - y_M}{T} \cdot dt \quad (6.29)$$

$$y(t) = y_A + \int_0^t \dot{y} dt = y_A + 2\pi \int_0^t \frac{x(t) - x_M}{T} \cdot dt \quad (6.30)$$

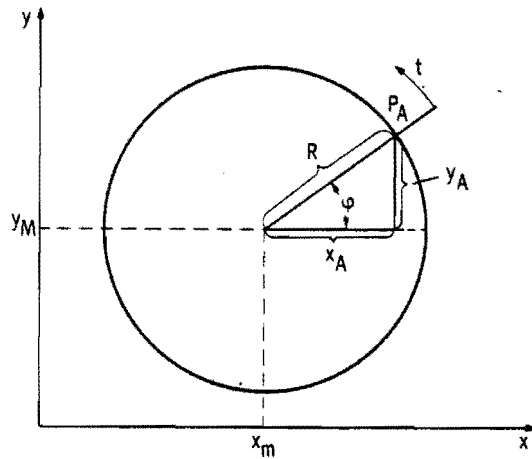


Fig. 6.12 De circulaire DDA-Interpolatiemethode.

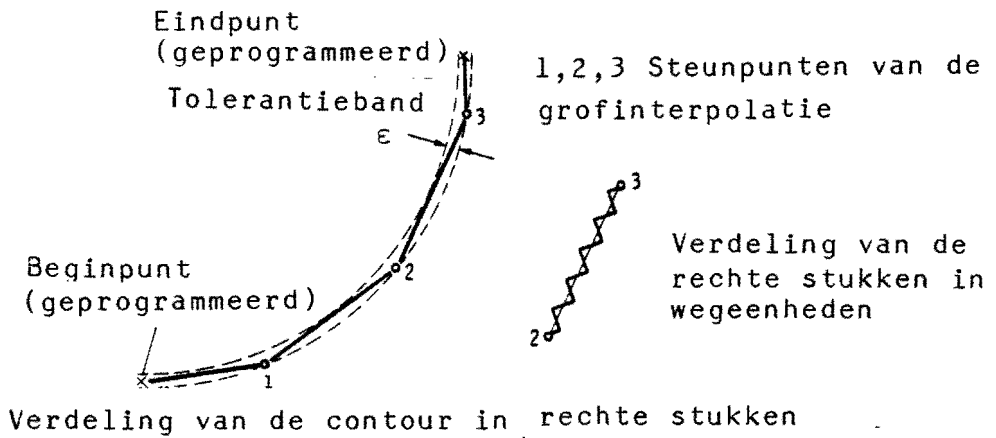


Fig. 6.13 Circulaire interpolatie door steunpuntberekening.

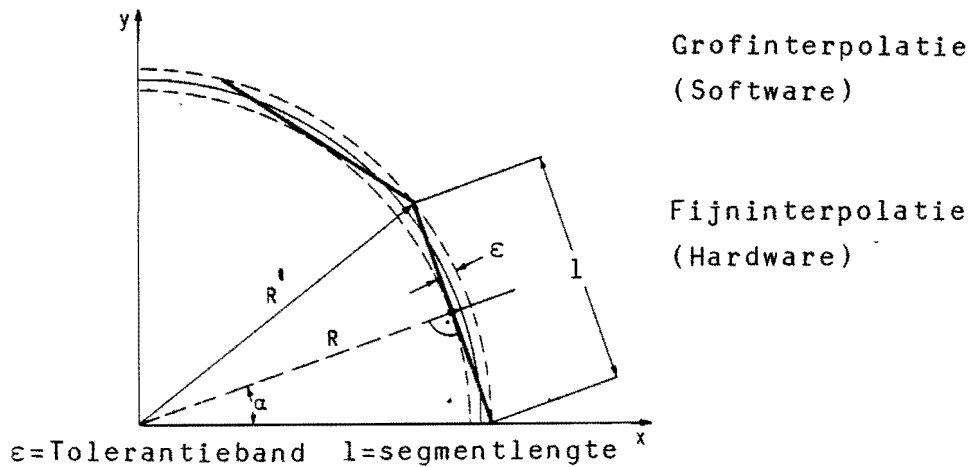


Fig. 6.14 Geometrische betrekkingen voor de steunpunt berekening.

Vervangt men de integratie door een sommatie dan volgt met $\Delta t \rightarrow 0$:

$$x(t) = x(n\Delta t) = x_A - 2\pi \sum_1^n \frac{y(n\Delta t) - y_M}{N} \quad (6.31)$$

$$y(t) = y(n\Delta t) = y_A + 2\pi \sum_1^n \frac{x(n\Delta t) - x_M}{N} \quad (6.32)$$

met de nevenvoorwaarde:

$$\left| \frac{y(n\Delta t) - y_M}{N} \right| \leq \Delta s \quad ; \quad \left| \frac{x(n\Delta t) - x_M}{N} \right| \leq \Delta s \quad (6.33)$$

In tegenstelling tot de lineaire interpolatie is de elementaire toename per as in de tijd niet constant, maar een functie van de andere as.

Steunpuntberekening.

De boven besproken methode van de circulaire interpolatie vereist relatief veel hardware. In de moderne besturingssystemen met geïntegreerde microprocessors wordt derhalve de circulaire interpolatie teruggevoerd tot een lineaire interpolatie (benadering van een cirkel door een veelhoek). In dit geval worden slechts hardware interpolators gebruikt. Kiest men het afgesneden cirkelsegment voldoende klein, dan kan de cirkelcontour binnen een vereiste tolerantie ϵ doorlopen worden.

De lengte l van het segment kan uit de vereiste tolerantie ϵ worden afgeleid. Volgens Fig. 6.14 gelden de volgende betrekkingen.

$$\frac{l}{2} = \left(R + \frac{\epsilon}{2}\right) \sin \alpha \quad (6.34)$$

$$\left(R - \frac{\epsilon}{2}\right) = \left(R + \frac{\epsilon}{2}\right) \cos \alpha \quad (6.35)$$

met $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ volgt:

$$l = \sqrt{8R\epsilon} \quad (6.36)$$

Bij een van te voren opgegeven tolerantie ϵ kan de lengte van het segment niet groter zijn dan: $l = \sqrt{8R\epsilon}$ (6.36).

Hier volgt direkt uit dat het aantal steunpunten toeneemt naarmate de tolerantie en/of de straal van de cirkel kleiner is.

Voorbeeld:

Voor een cirkel met straal $R = 10$ cm en een tolerantie $\epsilon = 10\mu\text{m}$ verkrijgt men $l = 2,83$ mm. Indien de interpolator in staat is om bijvoorbeeld 50 steunpunten per seconde te berekenen, dan kunnen per seconde 50 segmenten ter lengte l worden uitgegeven. Uit deze berekende getallen volgt dan tevens een maximale contoursnelheid:

$$V_k = 50 \cdot 2,83 \frac{\text{mm}}{\text{sec}} = 8,5 \text{ m/min} \quad (6.37)$$

6.4. Reconstructie met houdcircuits.

Een goed bemonsterd signaal waarvan het tijdsbeeld en het frequentiebeeld zijn weergegeven in Fig. 6.6. is nog niet geschikt - omdat het uitsluitend op de bemonsteringstijdstippen voorkomt - voor sturing van het servosysteem. Daar heeft men een continu signaal voor nodig. Dit vereist dus een aanpassing - in de vorm van een houdcircuit, reconstructiefilter, laagdoorlaatfilter - tussen het rekengedeelte en het servosysteem. Het bemonsterde signaal $X^*(t)$ wordt met deze aanpassing omgezet in een zo goed mogelijke benadering van het oorspronkelijke signaal. Schematisch is deze informatiebehandeling weergegeven in Fig. 6.2.

Enkele bekende reconstructiefilters zijn:

- het 0^{de} orde houdcircuit.
- het 1^{de} orde houdcircuit.
- het 2^{de} orde houdcircuit.
- het polygonale houdcircuit.
- het ideale reconstructiefilter.

In Fig. 6.15. zijn in het tijddomein onder elkaar getekend de reconstructies van een bemonsterd signaal met respectievelijk een nulde orde, een eerste orde en een polygonaal houdcircuit.

Het nulde orde houdcircuit.

De reconstructie in het tijddomein is weergegeven in Fig. 6.15. en deze is zodanig dat na elke bemonstering het signaal constant wordt gehouden, tot een verandering optreedt t.g.v. de volgende bemonstering.

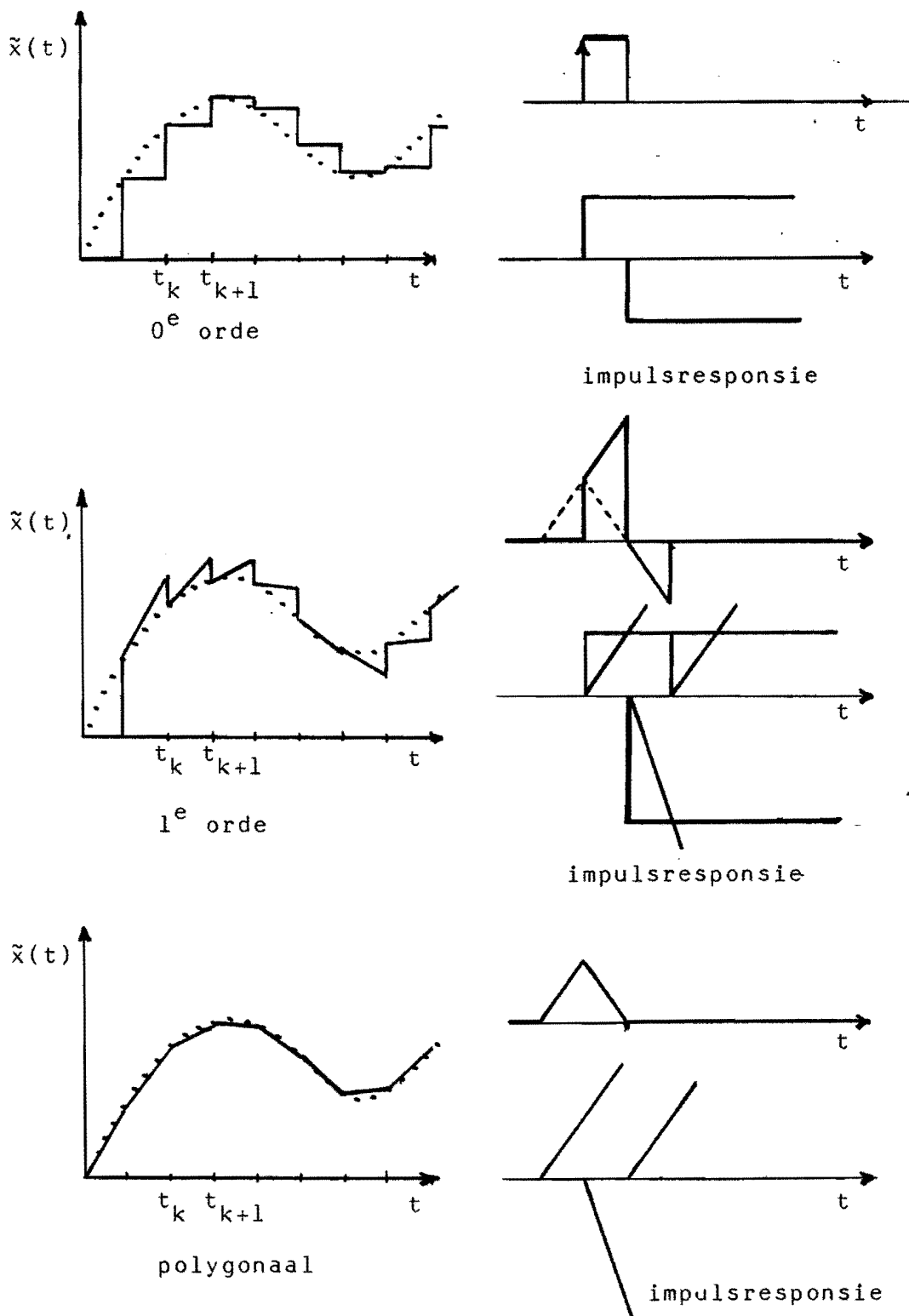


Fig.6.15 Reconstructies met een nulde orde, een eerste orde en een polygonaal houdcircuit.

Door een analyse te maken van de responsie op een elementaire puls (zie Fig. 6.15) is het mogelijk de overdrachtsfunctie in het frequentiedomein te berekenen. De impulsresponsie in het tijddomein is:

$$h_0(t) = 1[t] - 1[t-T] \quad (6.38)$$

Daarmee is de overdrachtsfunctie:

$$H_0(s) = \frac{1}{s} (1 - e^{-sT}) = \frac{1}{s} e^{-sT/2} [e^{sT/2} - e^{-sT/2}] \quad (6.39)$$

Voor harmonische signalen is de overdracht ($s = j\omega$):

$$H_0(j\omega) = T \cdot \frac{\sin \omega T/2}{\omega T/2} \cdot e^{-j\omega T/2} \quad (6.40)$$

Hier zien we:

- T : de versterkingsfactor, die bij bemonstering verloren was gegaan, zie (6.17).
- $e^{-j\omega T/2}$: bij verbinding van de reconstructielijntjes, zien we dat het gereconstrueerde signaal (gemiddeld) een half bemonsteringsinterval is verschoven d.w.z. $T/2$ is vertraagd.
- $\frac{\sin \omega T/2}{\omega T/2}$: tezamen met de factor T wordt de amplitude van het filter hierdoor bepaald.

In Fig. 6.16. is tezamen weergegeven het spectrum van het bemonsterde signaal $X^*(j\omega)$, de overdracht van het 0^e orde houdcircuit $H_0(j\omega)$ en het spectrum van het gereconstrueerde signaal $\tilde{X}(j\omega)$. Er geldt nl.:

$$\tilde{X}(j\omega) = H_0(j\omega) X^*(j\omega) \quad (6.41)$$

Zowel in het frequentiespectrum van $\tilde{X}(j\omega)$ zien we dat de reconstructie niet perfect is, deze bevat namelijk ook componenten uit de zijbanden, effect van hogere frequenties hetgeen ook in het tijdsbeeld te zien is.

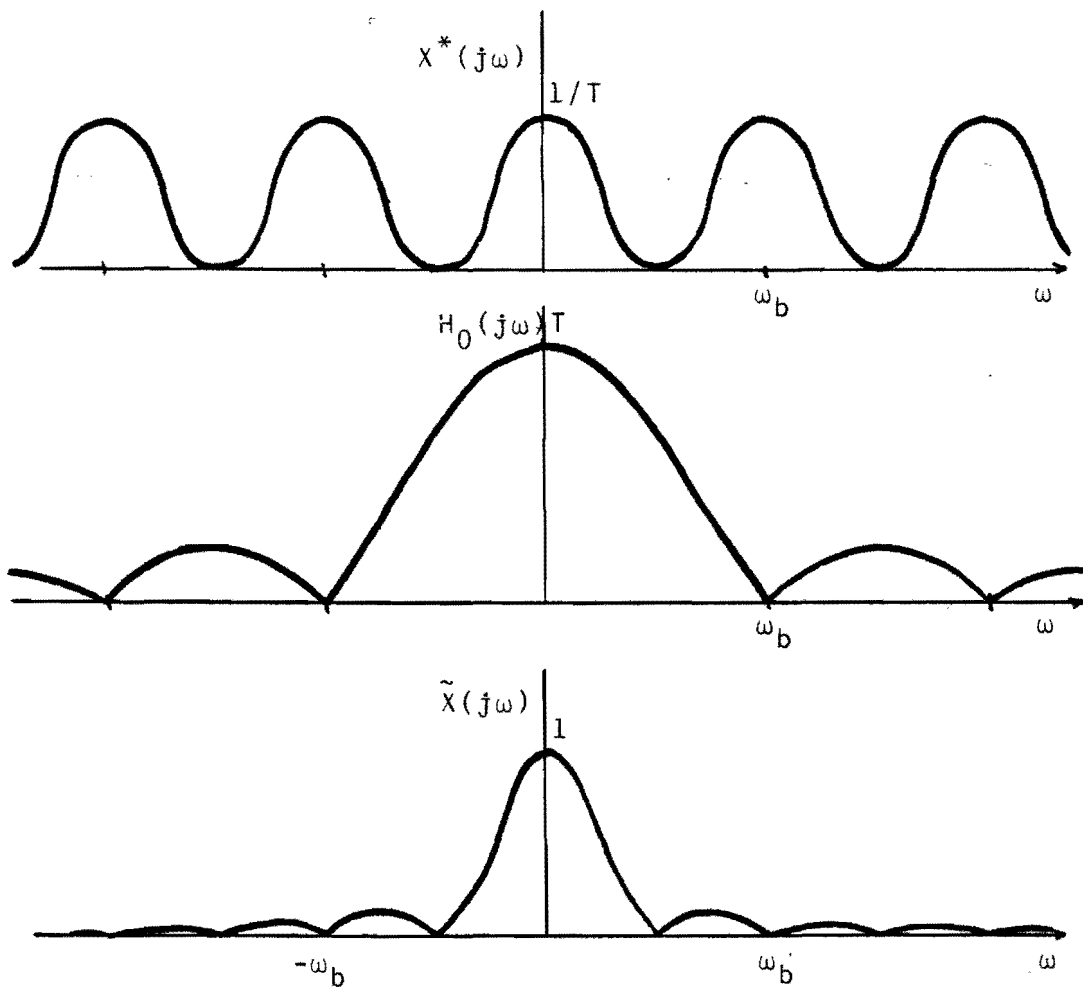


Fig.6.16 Spectra van de reconstructie met een nulde orde houdcircuit.

Het eerste orde houdcircuit.

Voor de reconstructie, weergegeven in Fig. 6.15. wordt voor het tijdsinterval tussen t_k en t_{k+1} rekening gehouden met de waarde op t_k als steunvector, maar ook met de helling tussen t_{k-1} en t_k (eerste orde benadering) als beste benadering tussen t_k en t_{k+1} . Voor de impulsresponsie in het tijddomein kan worden afgeleid:

$$h_1(t) = 1[t] + \frac{t}{T}[t] - 2[t-T] - 2\frac{t}{T}[t-T] + 1[t-2T] + \frac{t}{T}[t-2T] \quad (6.42)$$

Daaruit volgt voor de overdrachtsfunctie in het frequentiedomein:

$$H_1(s) = \left(\frac{1+sT}{T}\right) \left(\frac{1-e^{-sT}}{s}\right)^2 \quad (6.43)$$

We zien hieruit:

- Parallelschakeling van een proportionele en een differentiërende actie in serie met een
- dubbele serieschakeling van een nulde orde circuit.

Het polygonale houdcircuit.

Hierbij wordt de reconstructie van de waarde tussen t_k en t_{k+1} bepaald door een rechte verbindingslijn. De impulsresponsie op een elementaire puls bestaat uit een driehoekje. Zie Fig. 6.15. De impulsresponsie luidt:

$$h_p(t) = \frac{t}{T}[t+T] - \frac{2}{T}[t] + \frac{t}{T}[t-T] \quad (6.44)$$

Hieruit volgt de overdrachtsfunctie in het frequentiedomein:

$$H_p(s) = \frac{1}{T} e^{sT} \left(\frac{1-e^{-sT}}{s} \right)^2 \quad (6.45)$$

en is op te vatten als een serieschakeling van twee nulde orde systeem.

Tevens merken we op de term e^{sT} , hetgeen betekent dat de reconstructie van een signaal al een bemonsteringsinterval vroeger dan zijn optreden zou moeten beginnen. Hier is dan sprake van "predictie". Dit is theoretisch onmogelijk, maar kan bij numerieke besturing toch worden gerealiseerd door het bemonsterde signaal een bemonsteringsinterval op te houden. Alleen de vormgetrouwe reproductie is van belang niet de tijdgetrouwe reproductie.

Theoretisch ideale reconstructie.

Bezien we het frequentiespectrum van het bemonsterde signaal met de hoofdband en de zijbanden, dan moet het gereconstrueerde signaal eenzelfde spectrum hebben als de hoofdband. Dit zou theoretisch kunnen worden gerealiseerd met een laagdoorlaatfilter met een scherpe afsnijding (grensfrequentie ω). Zie Fig. 6.17. Dit reconstructiefilter heeft een overdrachtsfunctie $F(s)$, die rechthoekig is met hoogte T . Er volgt dan: $\tilde{X}(s) = X^*(s) F(s)$.

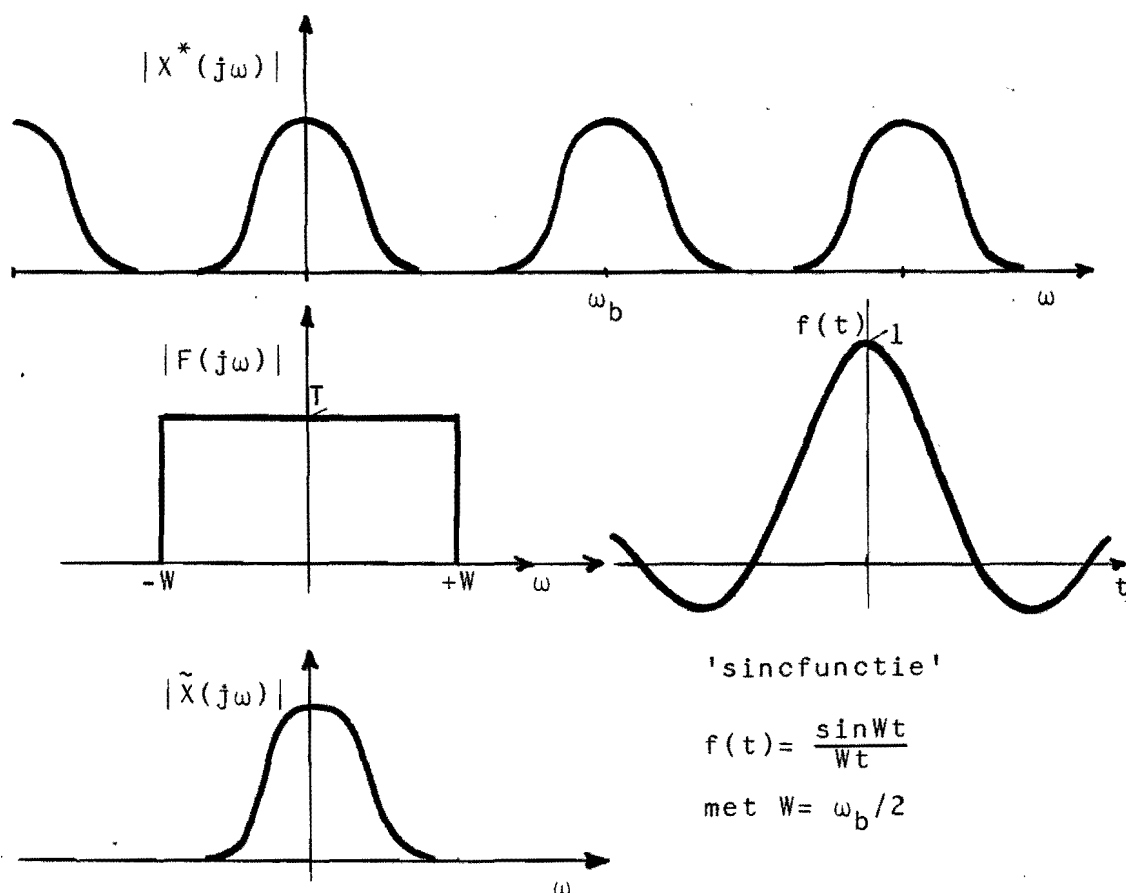


Fig.6.17 Reconstructie met het ideale filter.

De bijbehorende impulsresponsie van filter $F(s)$ zou luiden:

$$f(t) = T \cdot \frac{W}{\pi} \cdot \frac{\sin Wt}{Wt} \tag{6.46}$$

Deze impulsresponsie staat bekend onder de naam "sinc functie" en zoals in Fig. 6.17 is aangegeven heeft deze waarde in het gehele tijdgebied van $-\infty < t < \infty$ voor een puls die komt op $t = 0$. Dit zou betekenen dat het ingangssignaal oneindig lang moet worden opgehouden, hetgeen niet mogelijk is. Door het ingangssignaal een aantal bemonsterintervallen op te houden kan toch een benaderde reconstructie worden verkregen.

6.5. Laplace- en Fourier transformatie.Laplace transformatie.

Een tijdssignaal dat periodiek optreedt in de tijd, kan worden opgebouwd uit een sommatie van discrete harmonische functies (sinussen en cosinussen). De grondharmonische wordt dan bepaald door de periode van het periodiek tijdssignaal. Het betreft dan een sommatie van discrete frequenties.

Een willekeurig tijdssignaal kan worden opgebouwd uit een spectrum van harmonische functies. De sommatie is dan geworden tot een integraal van een frequentiespectrum. Voor toe- en afnemende signalen in de tijd zijn de frequenties complex, d.w.z. met een toenemende of uitstervende bijdrage. Dit wordt weergegeven door de Laplace transformatie van een signaal $x(t)$:

"Heentransformatie"

$$X(s) = L\{x(t)\} = \int_0^{\infty} x(t) e^{-st} dt \quad (6.47)$$

"Terugtransformatie"

$$x(t) = L^{-1}\{X(s)\} = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} X(s) e^{st} ds \quad (6.48)$$

- s is een complexe grootte, bestaande uit een reëel en een imaginair deel $s = \sigma + j\omega$.
- Voor signalen $x(t) = 0$ voor $t < 0$, kan de integraal lopen van $-\infty$ tot $+\infty$.
- De keuze van s is zodanig dat de waarde van de integraal voor de bovengrens gelijk is aan nul. Deze eis, gesteld aan s , is van belang bij de terugtransformatie m.b.t. het "convergentiegebied".
- Volgens de regel van Euler is:

$$e^{j\omega t} = \cos\omega t + j \sin\omega t \quad (6.49)$$

$$\text{met gevolg dat: } \cos\omega t = \frac{1}{2} (e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}) \quad (6.50)$$

$$\sin\omega t = \frac{1}{2j} (e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}) \quad (6.51)$$

Op deze wijze zijn sinus- en cosinusfuncties te schrijven als een deel van een complexe functie. Nemen we als voorbeeld een toenemende cosinusfunctie, dan volgt:

$$e^{\sigma t} \cos \omega t = \operatorname{Re}\{e^{st}\} \quad \text{met } s = \sigma + j\omega \quad (6.52)$$

- $X(s)$ is te beschouwen als een complexe functie, die als een hoogtekaart op dit s -vlak is gedefiniëerd. In dit s -vlak is $X(s)$ dus aan te geven met modulus (= hoogte boven het vlak) en fase, zodat lijnen van gelijke hoogte en fase zijn aan te geven.
- Indien $X(s) = \frac{T(s)}{N(s)}$, dan zijn:
 - . polen, die punten in het s -vlak waarbij $N(s) = 0$, aanduiding $[x]$
 - . nulpunten, die punten in het s -vlak waarbij $T(s) = 0$, aanduiding $[0]$
- We zullen ons beperken tot de éénzijdige Laplace transformatie en ervan uitgaan dat deze is toegestaan.
- Beperken we ons tot stationaire harmonische signalen, dan beperken we ons tot de imaginaire as van het s -vlak en gaat deze Laplace transformatie over in de Fourier transformatie van een signaal $x(t)$ en geschreven als $X(j\omega)$ en deze geeft de frequentieinhoud van een signaal weer.
- Deling van de Laplace getransformeerde respectievelijk Fourier getransformeerde van uitgangs- en ingangssignaal levert de overdrachtsfunctie van een systeem op, voor toe- en afnemende signalen respectievelijk harmonische signalen (deze laatste geeft het Nyquist diagram).

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} \quad \text{en } H(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} \quad (6.53)$$

Voorbeelden:

1. Impulsfunctie δ of δ -functie of Dirac-functie

$$x(t) = \delta(t) \quad \longleftrightarrow \quad 1 \quad (6.54)$$

$$x(s) = L\{\delta(t)\} = \int_0^{\infty} \delta(t) e^{-st} dt = 1$$

$$x(j\omega) = 1$$

Hoogtekaart geeft 1 in het s -vlak; de fase is 0.

2. Eenheidsstapfunctie.

$$x(t) = 1(t) \quad \longleftrightarrow \quad \frac{1}{s} \quad (6.55)$$

$$X(s) = L\{1(t)\} = \int_0^{\infty} 1(t) e^{-st} dt = -\frac{1}{s} e^{-st} \Big|_0^{\infty} = -\frac{1}{s}(0-1) = \frac{1}{s}$$

Convergentie eis $\text{Re}(s) > 0$. Bijdrage van de bovengrens gelijk nul.
Eén pool in de oorsprong van het s-vlak. géén nulpunten.

$$X(j\omega) = \frac{1}{j\omega} \quad ; \quad |X(j\omega)| = \frac{1}{\omega} \quad , \quad \text{fase} = -90^\circ$$

Voor $s = \sigma + j\omega$ volgt $X(s) = \frac{1}{\sigma + j\omega} \quad |X(s)| = \frac{1}{\sqrt{\sigma^2 + \omega^2}}$

Met σ = reële as van het s-vlak

$j\omega$ = imaginaire as van het s-vlak

Hoogtelijnen zijn concentrische cirkels rond de oorsprong met een oneindig hoge piek in de oorsprong = pool. $\text{Arg } X(s) = -\text{arctg } \frac{\omega}{\sigma}$. Onderstaande figuur geeft de weergave van hoogte- en faselijnen in het s-vlak.

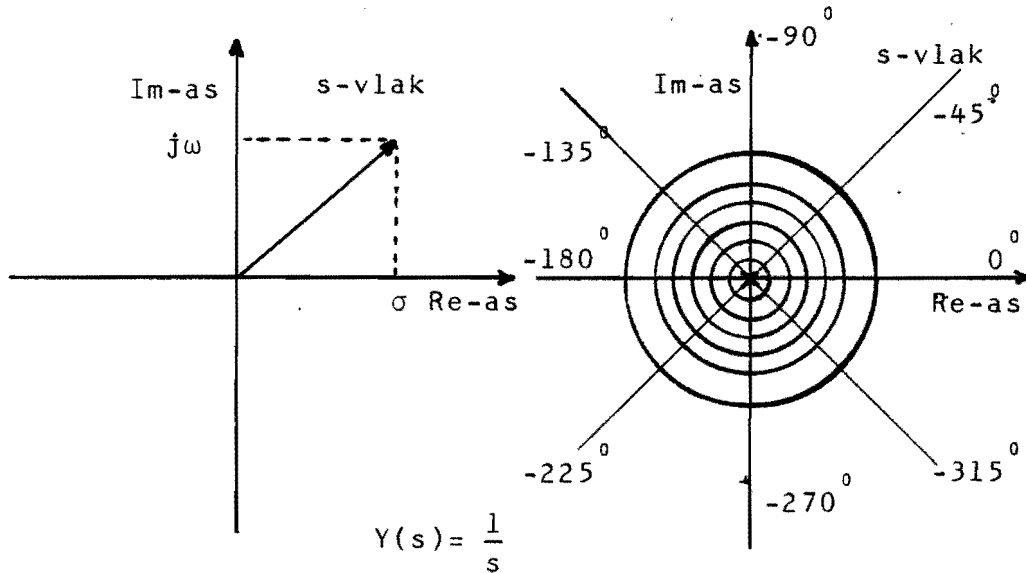


Fig.6.18 Hoogtekaart en faselijnen van een stapfunctie

N.B. Een beperking tot $s = j\omega$, geeft de hoogtekaartdoorsnijing voor zuiver harmonische funkties, met een fase van -90° in dit geval.

3. Eenheidsrampfunctie.

$$x(t) = t \quad \longleftrightarrow \quad \frac{1}{s^2} \quad (6.56)$$

$$\begin{aligned} X(s) = L\{t\} &= \int_0^{\infty} t e^{-st} dt = -\frac{1}{s} \left[t e^{-st} \Big|_0^{\infty} - \int_0^{\infty} e^{-st} dt \right] \\ &= \frac{1}{s} \int_0^{\infty} e^{-st} dt = \frac{1}{s^2} \end{aligned}$$

Waarde bovengrens is nul: convergentie-eis $\text{Re}(s) > 0$. Een dubbele pool in de oorsprong, géén nulpunten

$$X(j\omega) = \frac{1}{(j\omega)^2} ; \quad |X(j\omega)| = \frac{1}{\omega^2} , \quad \text{fase} = -180^\circ$$

4. Afnemende e-macht.

$$x(t) = e^{-at} \quad \longleftrightarrow \quad \frac{1}{(s+a)} \quad (6.57)$$

$$\begin{aligned} X(s) = L\{e^{-at}\} &= \int_0^{\infty} e^{-at} e^{-st} dt = \int_0^{\infty} e^{-(s+a)t} dt \\ &= -\frac{1}{(s+a)} e^{-(s+a)t} \Big|_0^{\infty} = -\frac{1}{(s+a)} (0+1) = \frac{1}{s+a} \end{aligned}$$

Waarde bovengrens is nul: convergentie-eis $\text{Re}(s) > -a$. Een pool op de negatief reële as voor $s = -a$. Geen nulpunten.

$$X(j\omega) = \frac{1}{j\omega+a} ; \quad |X(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{\omega^2+a^2}} ;$$

$$\text{fase: } \varphi = -\arctg \frac{\omega}{a} ; \quad 0 - \text{tot} -90^\circ$$

5. Afnemende cosinus.

$$x(t) = e^{-at} \cos \omega_0 t \quad \longleftrightarrow \quad \frac{(s+a)}{(s+a)^2 + \omega_0^2} \quad (6.58)$$

$$\begin{aligned}
 X(s) &= L\{x(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-st} \cos \omega_0 t e^{-at} dt = \\
 &= \int_0^{\infty} e^{-at} \frac{1}{2} (e^{j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t}) e^{-st} dt = \\
 &= \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \{e^{-(s+a-j\omega_0)t} + e^{-(s+a+j\omega_0)t}\} dt = \\
 &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{(s+a-j\omega_0)} + \frac{1}{(s+a+j\omega_0)} \right\} = \frac{s+a}{(s+a)^2 + \omega_0^2}
 \end{aligned}$$

Waarde bovengrens is nul: convergentie-eis $\text{Re}(s) > -a$.

Polen: 2 toegevoeg complex: $s_{1,2} = -a \pm j\omega_0$

Nulpunten: een nulpunt: $s = -a$.

$$X(j\omega) = \frac{j\omega + a}{a^2 - \omega^2 + \omega_0^2 + 2j\omega a}$$

$$|X(j\omega)| = \sqrt{\frac{\omega^2 + a^2}{(a^2 - \omega^2 + \omega_0^2)^2 + 4\omega^2 a^2}}$$

$$\text{Fase: } \varphi = \arctg \frac{\omega}{a} - \arctg \frac{2\omega a}{(a^2 - \omega^2 + \omega_0^2)}$$

Verloop: van 0° naar positief naar -90° .

functie	tijdsbeeld	$Y(s)$	p-n beeld	$Y(j\omega)$	$ Y(j\omega) $	$\arg Y(j\omega)$
$\delta(t)$		1		1		
1(t)		$\frac{1}{s}$		$\frac{1}{j\omega}$		
t		$\frac{1}{s^2}$		$-\frac{1}{\omega^2}$		
e^{-at}		$\frac{1}{(s+a)}$		$\frac{1}{(j\omega+a)}$		
$e^{-at} \cdot \cos \omega_0 t$		$\frac{(s+a)}{(s+a)^2 + \omega_0^2}$		$\frac{(j\omega+a)}{a^2 - \omega^2 + \omega_0^2 + 2aj\omega}$		

Fig. 6.19 Laplace-transformatie, polen-nulpuntenbeeld en Bodediagrammen.

Fourier transformatie.

Onderstaand wordt een overzicht gegeven van de signaaltransformaties:

- * Fourier-reeksen (Slechts voor periodieke signalen, periode T , $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$, onder de Dirichlet voorwaarden).

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{jk\omega_0 t} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k \cos k\omega_0 t + b_k \sin k\omega_0 t \quad (6.59)$$

$$A_k = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) e^{-jk\omega_0 t} dt$$

Geeft een aantal discrete frequenties. Gemiddelde waarde is a_0 .

- * Fourierintegralen. (Ook voor niet periodieke signalen).

$$F\{x(t)\} = X(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \quad (6.60)$$

$$F^{-1}\{X(j\omega)\} = x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

Geeft een continu frequentiespectrum.

- * Laplace transformatie.

$$L\{x(t)\} = X(s) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-st} dt \quad (6.61)$$

$$L^{-1}\{X(s)\} = x(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} X(s) e^{st} ds$$

Enkelzijdige transformatie: $0 < t < \infty$; dubbelzijdige $-\infty < t < \infty$.

N.B. De Fourierintegraal is een bijzonder geval van de dubbelzijdige Laplace-transformatie met $s = j\omega$.

De voorwaarden van Dirichlet:

- $x(t)$ is periodiek met periode T
- $x(t)$ bezit een eindig aantal discontinuïteiten per periode
- $\int_0^T |x(t)| dt$ bestaat

Voor het vermogen van een fourierreeks geldt:

$$P = \overline{x^2(t)} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} |A_k|^2 = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{a_k^2 + b_k^2}{2} + a_0^2$$

Het totale vermogen is dus een sommatie over frequenties, daar het vermogen eindig moet zijn moet $\lim_{k \rightarrow \infty} |A_k| = 0$, A_k naar nul convergeren.

Hieruit volgt dat signalen een begrensde bandbreedte bezitten. In analogie volgt voor het vermogen van een niet periodiek signaal:

$$P = \int_{-\infty}^{\infty} |X(j\omega)|^2 d\omega$$

dit is een integratie over alle frequenties.

Eigenschappen van δ -functies.

$$\delta(t) = 0 \text{ voor } t \neq 0 \quad \delta(t-a) = 0 \text{ voor } t \neq a$$

$$\delta(t) = \infty \text{ voor } t = 0 \quad \delta(t-a) = \infty \text{ voor } t = a$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) \delta(t-a) dt = f(a)$$

In Fig. 6.20 zijn van een aantal tijdfuncties de bijbehorende spectra afgebeeld.

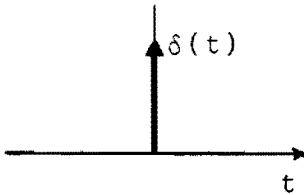
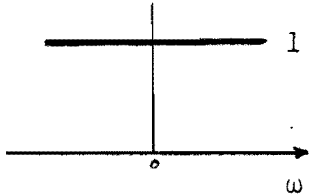
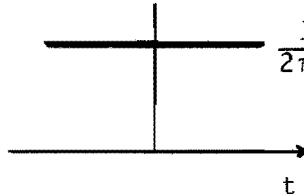
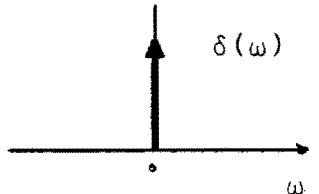
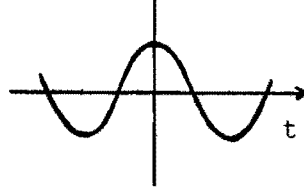
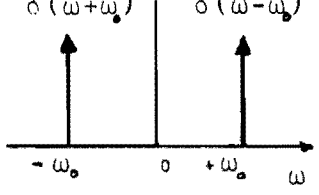
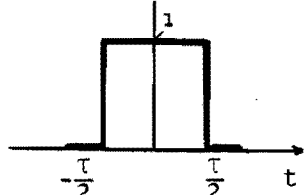
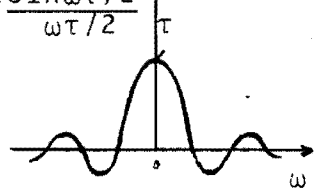
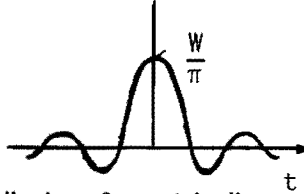
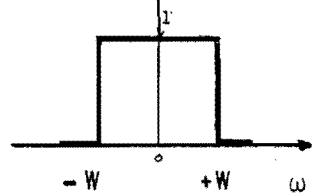
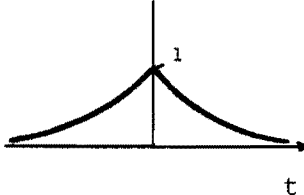
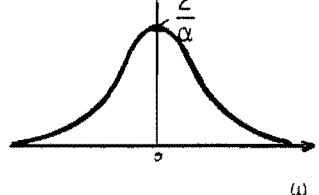
functie	tijdsbeeld	frequentiespectrum
$\delta(t)$		
1		
$\frac{\cos \omega t}{\pi}$		
$f(t) = \begin{cases} 1 & t < \frac{\tau}{2} \\ 0 & t > \frac{\tau}{2} \end{cases}$		
$\frac{W}{\pi} \frac{\sin Wt}{Wt}$		
$e^{-\alpha t }$		

Fig. 6.20 Fourierspectra van enkele functies

LITERATUUR.

1. M. Weck,
Werkzeugmaschinen Band 3.
Automatisierung und Steuerungstechnik.
V.D.I. Verlag G.m.b.H., Düsseldorf, 1978.
2. D. Schmid,
Numerische Bahnsteuerung,
Springer Verlag 1972.
3. H.B. Verbruggen,
Digitale Regelsystemen
Delftse Universitaire Pers.

HOOFDSTUK 8. AANDRIJVINGEN.

8.1. Inleiding en samenvatting.

Bij de moderne produktiemachines worden op diverse plaatsen aandrijvingen toegepast. Dit kunnen eenvoudige aandrijfmotoren zijn, maar soms bestaan ze uit complexe aandrijfsystemen. Beschouwen we als voorbeeld een numeriek bestuurd draaibank, dan herkennen we een aantal van deze aandrijvingen, zoals o.a. de aandrijving van:

- de hoofdas,
- de pompen voor koeling en smering,
- de pomp voor de hydraulica van de klauwplaat,
- de gereedschapsslede in meerdere richtingen.

De belangrijkste component van zo'n aandrijving - in ruime zin - is meestal een motor met zijn voedingseenheid. De keuze van de motor wordt bepaald door de specifieke eisen, die aan elke aandrijving gesteld worden, zoals o.a.:

- nauwkeurige bestuurbaarheid,
- hoge snelheid of versnelling,
- eenvoud van constructie,
- eenvoudige of goed regelbare voedingseenheid.

Uit het grote scala van mogelijkheden kunnen we enkele grove onderverdelingen maken.

Met betrekking tot het gebruikte medium voor de energie-omzetting kan men deze aandrijvingen verdelen in:

- elektrische,
- (electro-) hydraulische,
- pneumatische.

Beschouwen we hiervan uitsluitend de aandrijvingen met elektrische motoren, dan kan deze groep weer worden onderverdeeld in:

- wisselstroom motoren (A-C), synchroon en asynchroon, één- en meerfasig,
- gelijkstroom motoren (D-C),
- lineaire motoren,
- elektrische stappenmotoren.

In het bovenstaande is geschetst, dat het gebied van de aandrijvingen zeer uitgebreid is en dat menig boekwerk geschreven kan worden om alle aspecten van dit gebied te behandelen. We zullen ons in dit hoofdstuk dan ook beperken tot "aandrijvingen in engere zin", n.l. die aandrijvingen die het meest kenmerkend zijn voor Numeriek Bestuurde machines.

Het belangrijkste onderscheid van deze NuBe machines t.o.v. andere produktiemachines vormt hierbij de automatisch bestuurde sledebeweging - de gecoördineerde aandrijving van de slede in meerdere richtingen - soms tevens in coördinatie met de hoofdaspositie en -toerental. (E: Feeddrives; D: Vorschubantriebe). In dit hoofdstuk zullen dan ook hoofdzakelijk aspecten worden behandeld, die van belang zijn voor deze sledeaandrijving. Met als achtergrond de twee mogelijke besturingsvormen - open en gesloten besturing, met de daarbij meestal toegepaste stappenmotor respectievelijk D.C. motor - wordt van zo'n aandrijving een systeemanalyse met overdrachtsfuncties en diagrammen gemaakt. (8.2. Systeemanalyse van de aandrijving).

De kwaliteit van het sledeaandrijfsysteem, zoals die tenslotte in de gerealiseerde werkstukcontour tot uiting kan komen, kan hierdoor worden bepaald in termen zoals: stabiliteit, regelbaarheid en nauwkeurigheid en tevens wordt het verband met de kenmerkende eigenschappen van de desbetreffende aandrijving gelegd.

(8.3. Kwaliteitscriteria van de aandrijving).

In een volgende paragraaf worden de meest voorkomende aandrijfmotoren wat explicieter toegelicht, mede met betrekking tot de uitvoeringsvorm, die vaak opzettelijk zo is gekozen om een bepaald karakteristiek gedrag te verkrijgen. (8.4. Aandrijfmotoren voor slede en hoofdas).

Tenslotte wordt aandacht besteed aan de voeding voor deze aandrijfmotoren, die door de moderne ontwikkelingen in de halfgeleider techniek nieuwe perspectieven hebben gekregen. (8.5. Regelbare versterkers voor aandrijvingen).

8.2. Systeemanalyse van de aandrijvingen.

8.2.1. Open en gesloten besturingen.

De besturing van een NuBe machine dient er voor te zorgen, dat de gewenste sledeposities, die in de informatiedrager - zoals papierband, magneetband - zijn vastgelegd, inderdaad ook gerealiseerd worden op een bepaald tijdstip. Daartoe geeft deze besturing - vooraf berekende en via een interpolator verlopende - signalen af aan de aandrijfmotoren van de slede. De aandrijfmotor voert daarop met de gewenste snelheid een hoekverdraaiing van de as uit, die tegelijkertijd door de mechanische overdrachtselementen in een verplaatsing met gewenste snelheid van de slede resulteert. Bij de besturing met aandrijving moet onderscheid gemaakt worden in twee typen:

a) de open besturing (Fig. 8.1.A.)

(Stuurketen, D: Steuerkette).

De aandrijfmotor is zo gebouwd, dat iedere stuurpuls die de besturing via de impulsversterker aan de motor afgeeft een bepaalde verplaatsing van de slede tot gevolg heeft. Bij dit systeem vindt geen controle plaats of de stappen werkelijk uitgevoerd worden omdat een terugkoppelsysteem ontbreekt. De hoeksnelheid wordt gestuurd met de frequentie van de stuurpulsen. Het aandrijfelement is meestal een nauwkeurige stappenmotor. Deze bepaalt dan ook de nauwkeurigheid.

b) de gesloten besturing (Fig. 8.1.B.)

(Regelkring, D: Regelkreis).

Aan de slede is een meetelement gebouwd, dat de werkelijke sledepositie meet en de waarde daarvan d.m.v. een signaal $a(t)$ aan een vergelijkorgaan - verschilversterker - aanbiedt. Dit signaal wordt in dit orgaan vergeleken met de gewenste waarde $u(t)$ uit de besturing. Afhankelijk van het verschil tussen beide waarden wordt de aandrijfmotor bekrachtigd. Om het dynamisch gedrag van de motor te verbeteren wordt vaak tevens het signaal $b(t)$ van een tachogenerator teruggekoppeld. De nauwkeurigheid waarmee de gewenste positie bereikt kan worden, hangt voor een belangrijk deel af van het gebruikte meetstelsel.

N.B. In ons taalgebied kennen we het onderscheid t.a.v. "sturing" en "regeling" dit in tegenstelling tot het Engels waar men alleen het begrip "control" gebruikt.

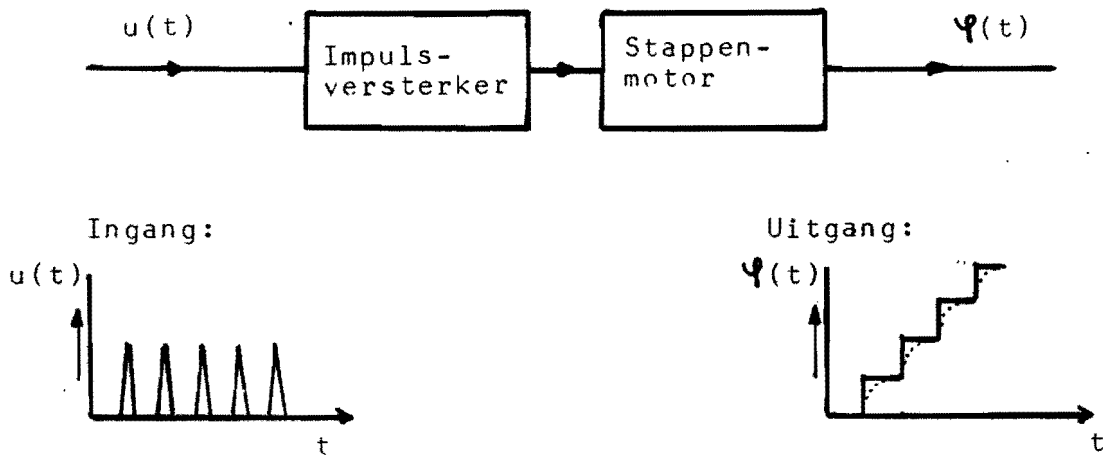


Fig. 8.1A Open besturing. Stuurketen met stappenmotor.

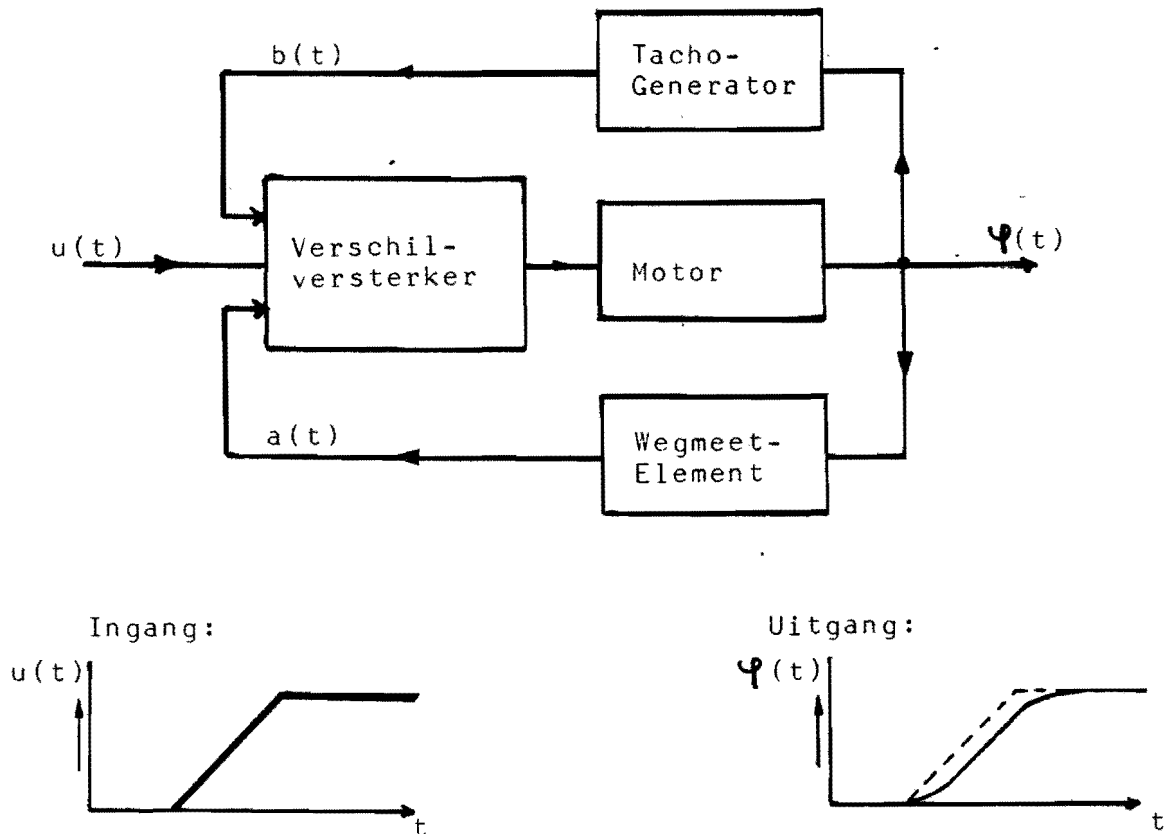


Fig. 8.1B Gesloten besturing. Regelkring met d-c motor.

De door de sturing vastgestelde snelheids- en positiewaarde moet door de aandrijving met de grootst mogelijke nauwkeurigheid en zonder vertraging omgezet worden in de relatieve beweging tussen werkstuk en gereedschap. Deze eis geldt in het bijzonder voor meerassige baangestuurde gereedschapsmachines, waarbij elke as met zijn eigen aandrijving is uitgerust. Hierbij is dan niet alleen nodig een coördinatie tussen de asbewegingen maar ook een gelijkvormig dynamisch gedrag van de afzonderlijke as-aandrijvingen. De eisen die we aan een sledeaandrijving stellen zijn:

* Goed dynamisch gedrag.

Veranderingen in het stuursignaal moeten met de geringste vertraging door de sledeaandrijving worden uitgevoerd.

* Vervormingsvrije signaaloverdracht.

De overgang van de ene positie naar de andere mag niet tot slingeringen van de aandrijving leiden.

* Elimineren van storingen.

Schommelingen in wrijvings- en snijkrachten vereisen een hoge statische en dynamische stijfheid van de aandrijving en de gehele regelkring.

* De aanpassing bij meer-assige besturing.

De overdracht van de verschillende assen moet gelijk zijn, d.w.z. de snellere aandrijvingen moeten aan de langzamere worden aangepast.

Bij de open besturing is men zeer afhankelijk van de kwaliteit van de componenten. (Bijv. van de stapgrootte, nauwkeurigheid en stabiliteit van de electro- (hydraulische) stappenmotor). Er bestaat geen controle op gemaakte stappen ten gevolge van storingen. Vanuit regeltechnisch oogpunt is de gesloten besturing veel interessanter, daar hierbij een nuttig gebruik gemaakt wordt van het fenomeen "terugkoppeling". Zo kan de dynamische stijfheid door terugkoppeling van een tachogeneratorsignaal worden verbeterd. Ook heeft men hiermee een gereedschap beschikbaar om invloeden ten gevolge van storingen terug te regelen.

Zoals aangegeven in Fig. 8.2. bestaat de gesloten besturing - regelkring - uit de volgende componenten:

- de regelinrichting,
- de aandrijving,
- het meetsysteem.

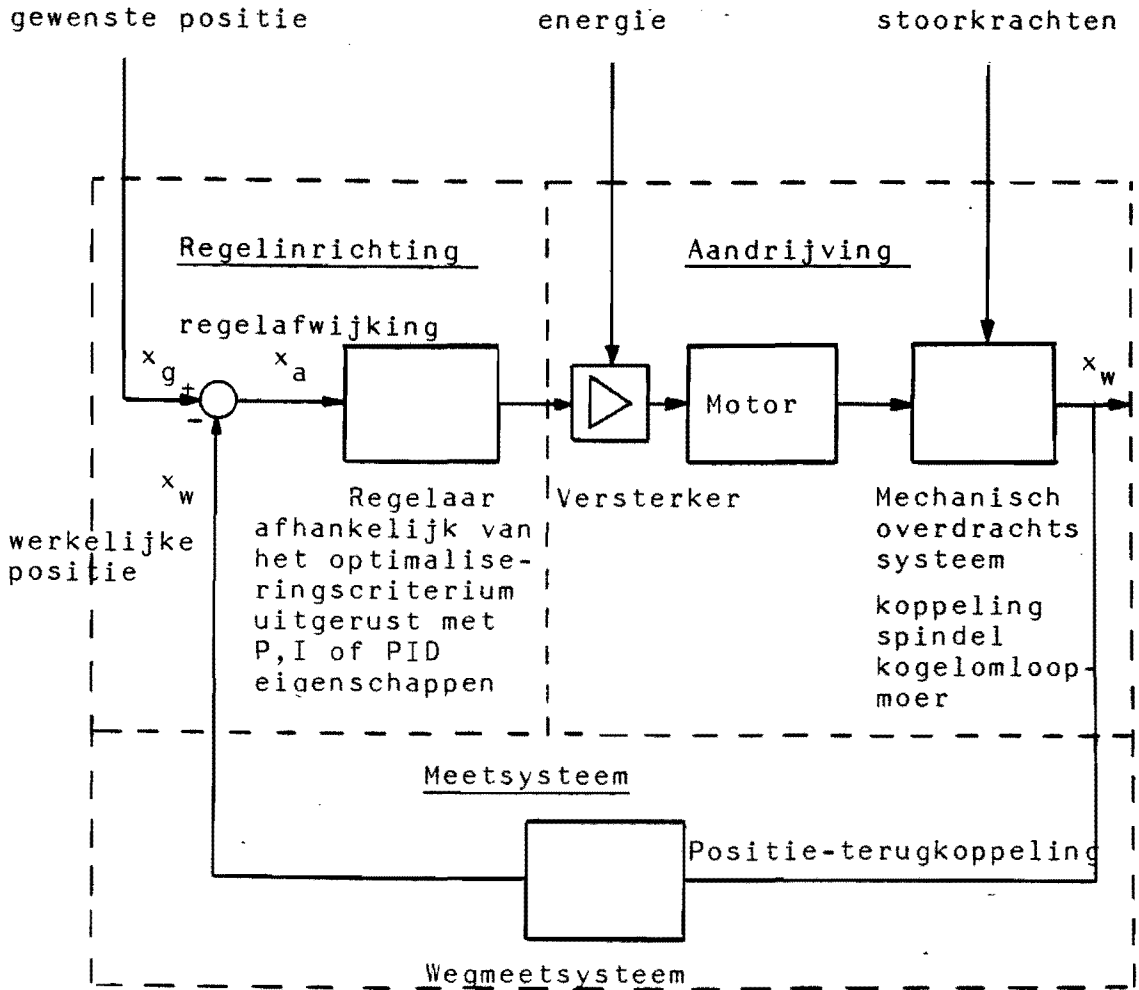


Fig. 8.2 Componenten van de regelkring.

In de regelinrichting wordt de werkelijke positie x_w vergeleken met de gewenste positie x_g . Het resultaat is de regelafwijking $x_a = x_g - x_w$ en deze wordt toegevoegd aan de regelaar met een P, I of PID karakter. (P = proportioneel, I = integrerend, D = differentiërend). De regelaarkarakteristiek is zodanig gekozen dat het systeem een optimaal gedrag heeft. Overeenkomstig dit optimaliseringskriterium wordt in de regelaar uit x_a een tijdsafhankelijk signaal voor de aandrijfmotor gevormd. Indien de regelafwijking x_a nul wordt, dan heeft de slede zijn gewenste positie bereikt.

Het aandrijfsysteem bestaat uit de vermogensversterker, de servomotor en de mechanische overdrachtselementen. De vermogensversterker levert de benodigde energie voor de aandrijving. De gebruikelijke aandrijfmotoren zijn gelijkstroom- en hydraulische motoren. De rotatiebeweging van de as van de motor wordt meestal via een spindel-kogelomloopmoer omgezet in een translatiebeweging van de slede.

Het meetsysteem levert de terugkoppeling van de regelkring. De werkelijke positie X_w van de slede wordt met behulp van een hoek- of wegmeetsysteem gemeten en samen met hetingangssignaal X_g naar de regelaar gestuurd, ter vorming van een stuursignaal van de aandrijfmotor. In Fig. 8.3 zijn bij een ramp-functie verloop (N: talud-functie) van de gewenste positie X_g , de sledepositie X_w , de sledesnelheid \dot{X}_w en de regelafwijking $X_a = X_g - X_w$ voorgesteld.

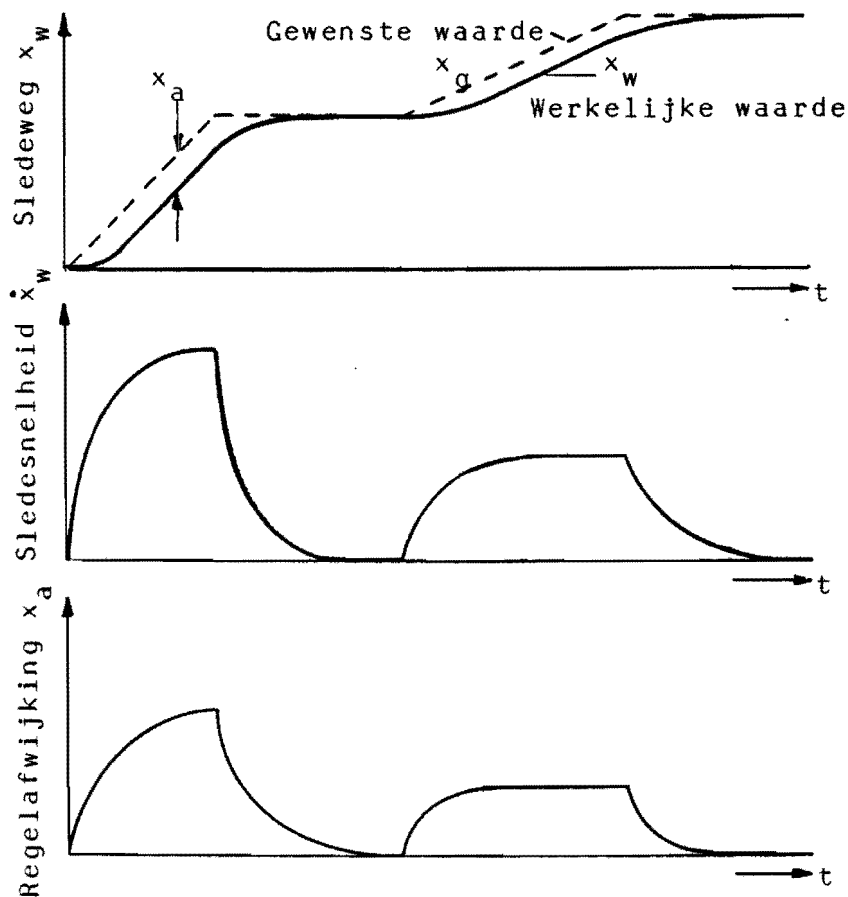


Fig. 8.3 Gedrag van de sledeaandrijving bij de positieregeling.

Door de regelkring en vooral het integrerende karakter daarvan, wordt de werkelijke positie X_w in overeenstemming gebracht met de gewenste positie X_g en de invloed van stoorkrachten geëlimineerd. De eis dat de werkelijke sledepositie X_w zo goed mogelijk en foutvrij de gewenste positie X_g volgt kan gerealiseerd worden door:

1. Geringe speling bij de mechanische overdrachtselementen.
2. Hoge stijfheid van die mechanische elementen waarop grote krachten komen.
3. Kleine massa traagheidsmomenten van de roterende delen.
4. Hoge mechanische eigenfrequentie.
5. Geringe tijdconstante van de aandrijving.
6. Een verhouding van minstens een factor 2 tussen de eigenfrequentie van het mechanische overdrachtssysteem en de regelkring:

$$\frac{\omega_o \text{ (mechanisch)}}{\omega_o \text{ (regelkring)}} > 2.$$

7. Hoge rondgaande versterking van de regelkring.
8. Hoge demping om instabiliteiten en opslingeringen te voorkomen.

Voor een analyse van de regelkring is het nodig de signaalstroom en de overdracht van de afzonderlijke elementen te kennen. Vereenvoudigd kunnen we de regelkring voorstellen met een blokdiagram, zoals Fig. 8.4 aangeeft.

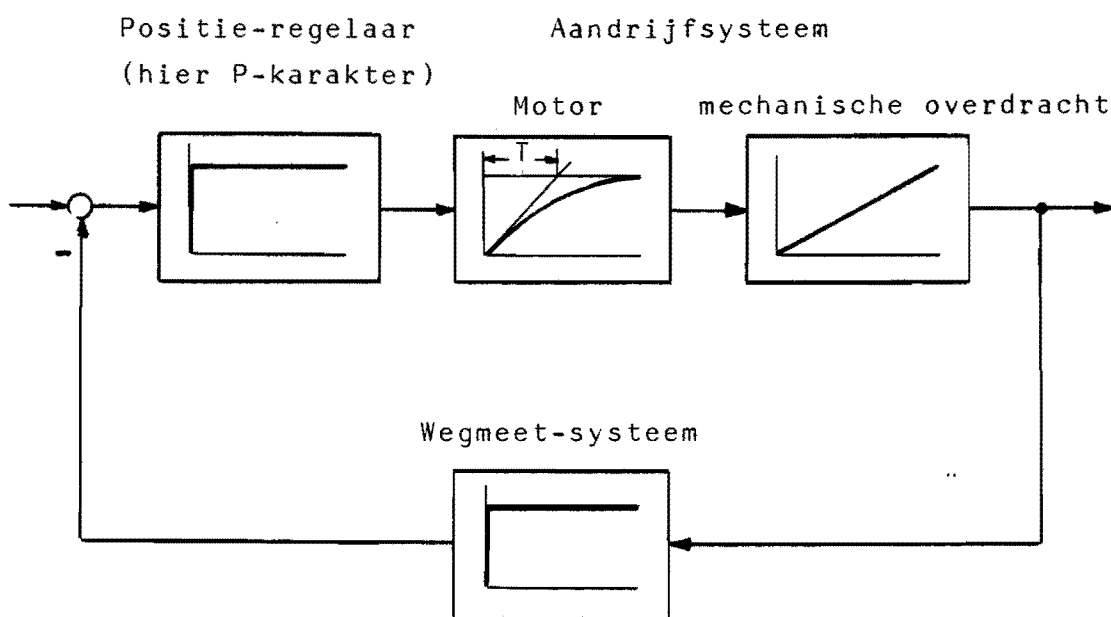


Fig. 8.4 Vereenvoudigd blokschema van een positieregelkring

De regelaar, die uit de positieafwijking X_a de gewenste waarde voor de snelheid vormt, heeft in dit geval een zuiver proportionele werking. Het aandrijfsysteem, bestaande uit een vermogensversterker met servomotor is in eerste benadering op te vatten als een proportioneel systeem met een eerste orde vertraging (1e orde systeem). Ter verbetering van het dynamisch gedrag, bevat het aandrijfsysteem in de meeste gevallen een snelheidsregelkring via het tachogenerator signaal (E: underloop). De mechanische overdrachtselementen zijn theoretisch op te vatten als een integrator, waarbij de hoeksnelheid van de motor omgezet wordt in een as-verdraaiing en via de spindel-kogelomloopmoer in een verplaatsing van de slede. Een dergelijke beschouwing van het dynamisch gedrag van de regelkring vereist enige regeltechnische basiskennis, hetgeen dan ook in het vervolg aan de orde komt.

N.B. De aanduidingen in de blokken van het blokdiagram Fig. 8.4 zijn in zwing in de "mechanische wereld" en zijn niet gelijkvormig aan die van de "regeltechnische wereld". In de "mechanische wereld" gebruikt men voor lineaire systemen in een blokdiagram als tijddomeinfunctie de stapresponsie, terwijl men in de "regeltechnische wereld" als tijddomeinfunctie de impulsresponsie gebruikt. Als frequentiedomeinfunctie gebruiken beide de Laplacegetransformeerde van de impulsresponsie genaamd de overdrachtsfunctie.

8.2.2. Regeltechnische begrippen.

Een mathematische beschrijving (= model) van een systeem kan geschieden in:

- het tijddomein
- het frequentiedomein.

- Het tijddomein.

Ter vereenvoudiging beschouwen we het systeem als een blackbox (zie Fig. 8.5) met:

- één ingangssignaal $x(t)$
- één uitgangssignaal $y(t)$.

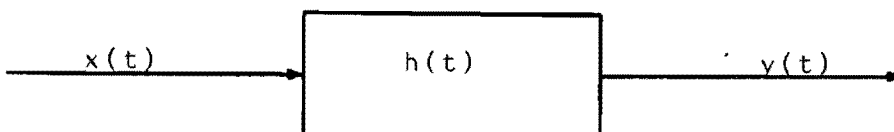


Fig. 8.5 Systeemvoorstelling in het tijddomein.

Deze signalen $x(t)$ en $y(t)$ kunnen, zoals reeds is aangegeven tijdsafhankelijk zijn. In een aantal gevallen bestaat er momentaan, zonder rekening te houden met de historie, een eenduidige relatie tussen ingangssignaal en uitgangssignaal. Als voorbeeld kennen we de eenvoudige hefboom met armlengten a en b . Als de ene zijde x cm uit het evenwicht wordt gebracht, dan verandert de hoogte van het eindpunt aan de andere zijde met $y = -\frac{b}{a}x$.

Soms bezit het systeem "geheugen" en moet wel terdege rekening gehouden worden met het effect van de voorgeschiedenis van het ingangssignaal op het momentane uitgangssignaal. De waarde van het uitgangssignaal nu wordt mede bepaald door het ingangssignaal van een zekere tijd geleden. Voor vele systemen (o.a. lineaire) is deze tijdsafhankelijkheid van het uit- en ingangssignaal te beschrijven met behulp van een Differentiaal-Vergelijking (DV). Zoals bijvoorbeeld:

$$\dots a_2 \ddot{y}(t) + a_1 \dot{y}(t) + a_0 y(t) = b_0 x(t) + b_1 \dot{x}(t) + b_2 \ddot{x}(t) + \dots \quad (8.1)$$

Hierin: - o.a. is de 2e afgeleide van $y(t)$: $\frac{d^2 y(t)}{dt^2} = \ddot{y}(t)$.

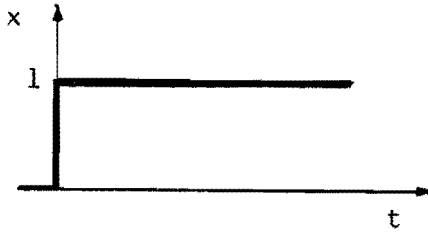
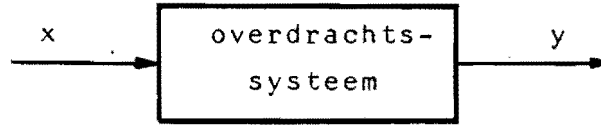
- hogere afgeleiden komen ook voor.
- de orde van de D.V. (= orde van het systeem) wordt bepaald door de hoogste afgeleide van y , die altijd groter moet zijn dan van x .

De oplossing van de D.V. in het tijddomein voor een eenheidsstap van het ingangssignaal:

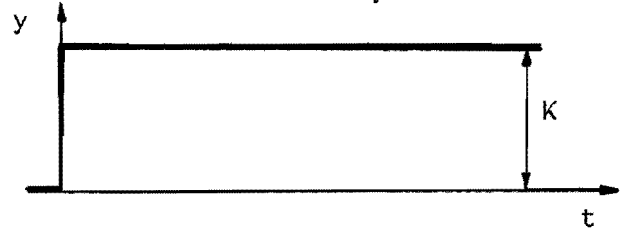
$$\begin{aligned} x(t) &= 0 \quad \text{voor } t < 0 \\ x(t) &= 1 \quad \text{voor } t \geq 0 \end{aligned} \quad (8.2)$$

wordt de stapfunktieresponsie genoemd. In de blokdiagrammen wordt de tijdsvoorstelling hiervan als kenmerkend voor het systeem gebruikt. In Fig. 8.6 worden enige voorbeelden gegeven van deze systeemrepresentatie in het tijddomein, gebaseerd op de stapresponsie.

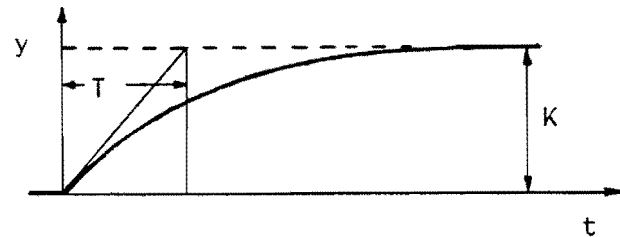
N.B. Zoals gesteld kan de stapresponsie òf impulsresponsie berekend worden uit de D.V. De impulsresponsie is dan gelijk aan de gedifferentieerde stapresponsie. Deze impulsresponsie $h(t)$ is aangegeven in Fig. 8.5. Voor een willekeurig ingangssignaal $x(t)$ is het uitgangssignaal $y(t)$ te



Responsie van een proportioneel systeem



Responsie van een 1^e-orde systeem



Grootheden

K = versterkings-
factor voor $t \rightarrow \infty$

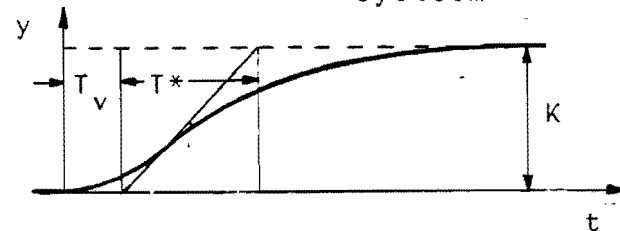
T = tijdconstante

T^* = vervangende
tijdconstante

T_v = vertragingstijd

T_d = dode tijd

Responsie van een hogere orde systeem



Responsie van een hogere orde systeem met dode tijd

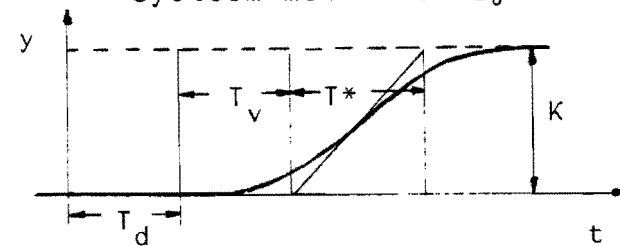


Fig. 8.6 Voorbeelden van overdrachtsfuncties.

berekenen als de "som" van een aantal achtereenvolgende, in de tijd verschoven, impulsresponsies. Men zegt daarom; het uitgangssignaal $y(t)$ is de convolutie van het ingangssignaal $x(t)$ met de impulsresponsie $h(t)$.

$$y(t) = x(t) * h(t) \leftrightarrow y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) x(t-\tau) d\tau \quad (8.3)$$

- Het frequentiedomein.

Bij de stapresponsie wordt het verloop van het uitgangssignaal in de tijd beschouwd als een gevolg op een eenheidsstap van het ingangssignaal. Het ingangssignaal kan echter ook sinusvormig veranderen. Na een voorbijgaand inslingerverschijnsel zal het uitgangssignaal ook een sinusvormig verloop hebben, waarbij de frequentie van uit- en ingangssignaal gelijk zijn geworden aan elkaar.

De analyse van een systeem voor stapvormige of harmonische (sinus) signalen, heeft als achtergrond dat alle willekeurige signalen kunnen worden beschouwd te zijn opgebouwd uit een samenstelling van achtereenvolgende stappen dan wel harmonische functies.

Bij de analyse van een systeem voor een sinusvormig ingangssignaal vinden we een versterking en een faseverschuiving van het uitgangssignaal t.o.v. het ingangssignaal, die beide afhankelijk zijn van de frequentie. Voor een ingangssignaal:

$$x = \bar{x} \sin \omega t \quad \text{of} \quad \bar{x} = \bar{x} e^{j\omega t} \quad (8.4)$$

wordt het uitgangssignaal

$$y = \bar{y} \sin(\omega t + \varphi) \quad \text{of} \quad \bar{y} = \bar{y} e^{j(\omega t + \varphi)} \quad (8.5)$$

De verhouding tussen in- en uitgangssignaal wordt genoemd (voor zuiver harmonische signalen) de overdrachtsfunctie: $H(j\omega)$.

Met gebruik van (8.1) en (8.2) volgt dan:

$$H(j\omega) = \frac{\bar{y}(j\omega)}{\bar{x}(j\omega)} = \frac{b_0 + b_1 j\omega - b_2 \omega^2 + \dots}{a_0 + a_1 j\omega - a_2 \omega^2 + \dots} = \frac{\hat{y}(\omega)}{\hat{x}(\omega)} \cdot e^{j\varphi(\omega)} \quad (8.6)$$

Uit deze formule (8.4) volgt:

$$Y(j\omega) = H(j\omega) \cdot X(j\omega) \quad (8.7)$$

Dus in het frequentiedomein wordt de getransformeerde van het uitgangssignaal bepaald door het produkt van overdrachtsfunctie met de getransformeerde van het ingangssignaal. Merk op dat de convolutie in het tijd-domein is overgegaan in een produkt in het frequentiedomein.

$$y(t) = x(t) * h(t) \quad Y(j\omega) = X(j\omega) \cdot H(j\omega)$$

Deze overdrachtsfunctie $H(j\omega)$ is een complexe funktie en kan in het complexe vlak worden getekend. Dan ontstaat het zogenaamde Nyquist diagram, zie Fig. 8.7 voor een 1e orde systeem. Terugziend op (8.2) en (8.3) is bekend dat:

$$x = \bar{x} \sin \omega t$$

$$y = \bar{y} \sin(\omega t + \varphi) = \bar{y} \cos\varphi \sin \omega t + \bar{y} \sin\varphi \cos \omega t \quad (8.8)$$

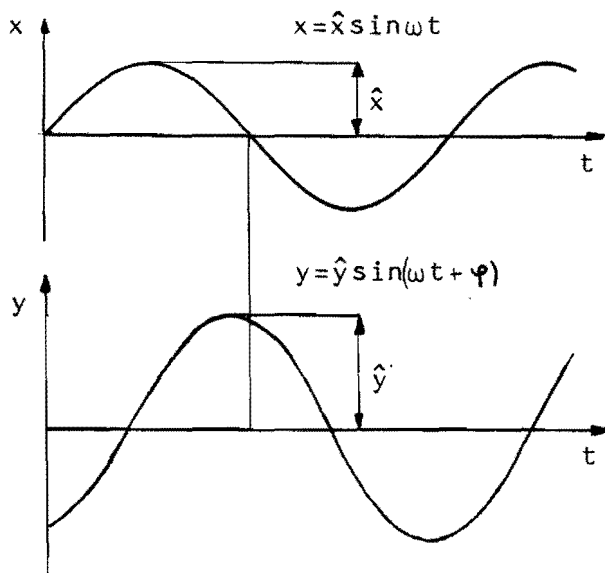
in fase-deel	<u>niet</u> in fase-deel
of reële-deel	of imaginaire-deel

De uitgang $y(t)$ is voor een deel in fase met de ingang (het reële deel) en voor een deel niet in fase met de ingang (het imaginaire deel). In het Nyquist diagram wordt nu in het complexe vlak uitgezet, afhankelijk van de frequentie

- langs de reële as, de versterking van het reële deel (in fase deel).
- langs de imaginaire as, de versterking van het imaginaire deel (niet in fase).

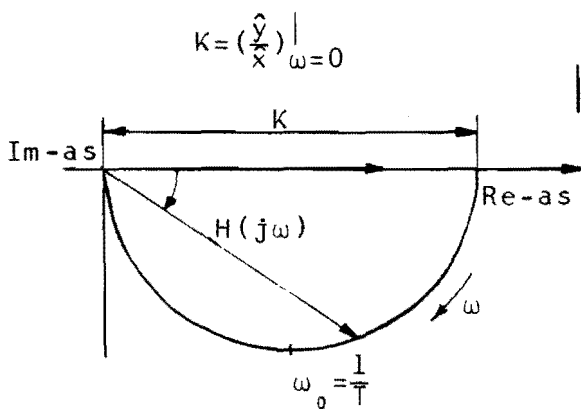
De som van deze twee delen (vectoren) is een complexe vector, waarvan de modulus en het argument volgens Pythagoras zijn te berekenen.

METING VAN DE OVERDRACHTSFUNCTIE MET HARMONISCHE SIGNALLEN

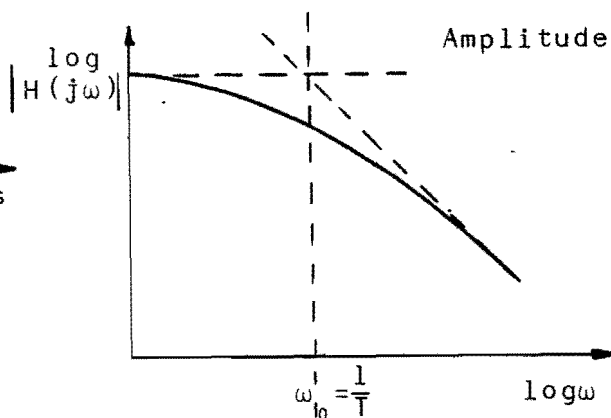


Complexe voorstelling
 van de
 overdrachtsfunctie
 $\bar{x} = \hat{x} e^{j\omega t}$
 $\bar{y} = \hat{y} e^{j(\omega t + \varphi)}$
 $H(j\omega) = \frac{\bar{y}}{\bar{x}} = \frac{\hat{y}}{\hat{x}} e^{j\varphi}$

NYQUIST-DIAGRAM



BODE-DIAGRAMMEN



$x \hat{=} x(t)$
 $\hat{x} \hat{=} \text{amplitude van } x(t)$
 $\bar{x} \hat{=} \hat{x} e^{j(\omega t + \varphi)}$

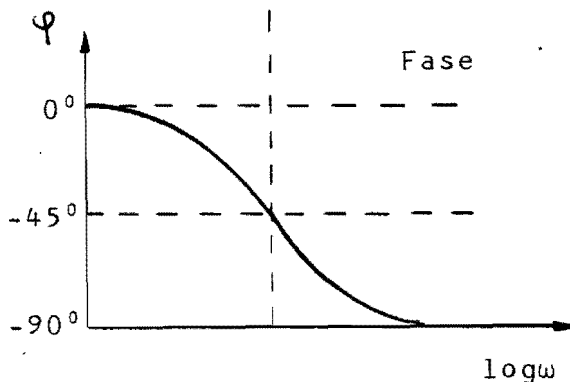


Fig. 8.7 Voorstelling van de frequentie-overdrachtsfunctie Nyquistdiagram en Bodediagrammen van een 1^e orde systeem

Zo volgt:

$$\operatorname{Re} \{H(j\omega)\} = \frac{\hat{y} \cos\varphi}{\hat{x}} \quad \text{en} \quad \operatorname{Im} \{H(j\omega)\} = \frac{\hat{y} \sin\varphi}{\hat{x}}$$

$$\operatorname{Mod} \{H(j\omega)\} = |H(j\omega)| = \sqrt{\left(\frac{\hat{y} \cos\varphi}{\hat{x}}\right)^2 + \left(\frac{\hat{y} \sin\varphi}{\hat{x}}\right)^2} = \frac{\hat{y}}{\hat{x}} (\omega)$$

$$\operatorname{Arg} \{H(j\omega)\} = \varphi(\omega) \text{ met}$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\operatorname{Im} \{H(j\omega)\}}{\operatorname{Re} \{H(j\omega)\}} = \frac{\frac{\hat{y} \sin\varphi}{\hat{x}}}{\frac{\hat{y} \cos\varphi}{\hat{x}}} = \operatorname{tg}\varphi \quad (8.9)$$

In het Nyquist diagram fungeert als parameter de hoekfrequentie ω en deze wordt gevariëerd van $\omega = 0$ tot $\omega = \infty$.

Zoals in het Nyquist diagram in één polair diagram als functie van de frequentie zowel versterking als fase van het systeem wordt beschreven, kunnen deze versterking en fase ook in twee aparte diagrammen worden getekend, de z.g. Bodediagrammen. Men gebruikt dan een rechthoekig (orthogonaal) coördinatensysteem, waarbij vaak de frequentie en de versterking in logaritmische schaal worden getekend. Voor het 1e orde systeem is dit ook weergegeven in Fig. 8.7.

In Fig. 8.8 is voor een aantal elementaire regelkringcomponenten de systeemanalyse toegepast. Voor een aantal gevallen hebben we naast elkaar gezet het systeemvoorbeeld, de differentiaalvergelijking, de overdrachtsfunctie, de stapresponsie, het Nyquistdiagram en de Bodediagrammen. De aangehaalde voorbeelden zijn:

- een zuiver proportioneel systeem.
- een 1e orde systeem.
- een 2e orde systeem.
- een zuiver integrerend systeem.
- een zuiver differentiërend systeem (theoretisch concept).

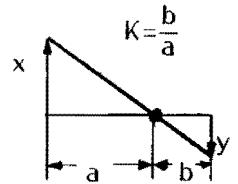
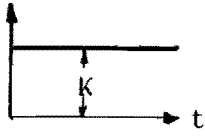
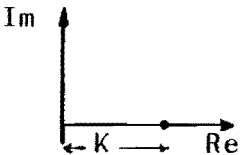
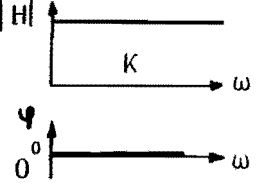
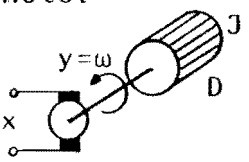
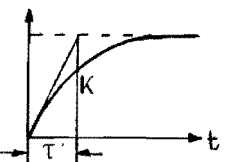
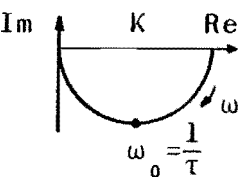
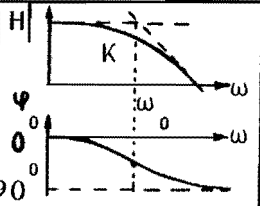
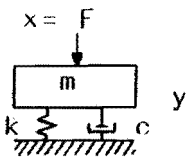
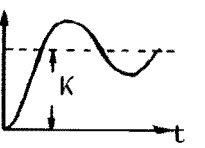
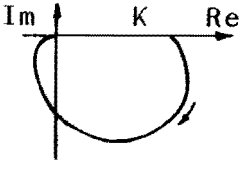
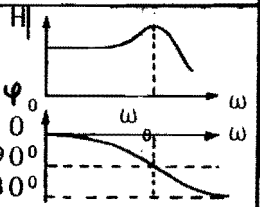
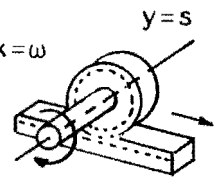
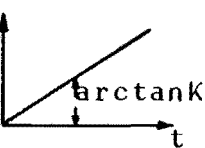
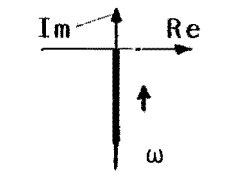
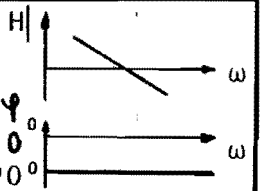

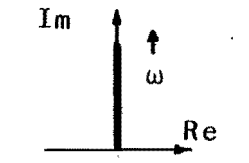
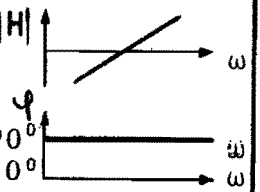
Voorbeeld	Differentiaal-vergelijking	$H(j\omega)$	Overdrachts-functie	Nyquist-diagram	Bode-diagrammen
	$y = Kx$	K			
<p>Motor</p> 	$J\dot{y} + Dy = kx$	$\frac{K}{1 + j\omega\tau}$ $\tau = \frac{J}{D} \quad K = \frac{k}{D}$			
	$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = F$	$\frac{K}{1 + j\omega\tau_1 + (j\omega\tau_2)^2}$ $K = \frac{1}{k} \quad \tau_1 = \frac{c}{k} \quad \tau_2^2 = \frac{m}{k}$			
	$y = K \int x dt$	$\frac{K}{j\omega}$			
D-systeem	$y = K\dot{x}$	$Kj\omega$			

Fig. 8.8 Basis-systemen van regelkringcomponenten en hun representatie.

8.2.3. Stabiliteit van regelkringen.

Wanneer meerdere systemen achter elkaar in serie worden gezet, dan kan uit de afzonderlijke overdrachten de overdrachtsfunctie van het gehele systeem worden bepaald. In het tijddomein is dit evenwel niet zo gemakkelijk. Door substitutie van de ene differentiaalvergelijking in de andere kan tenslotte de differentiaalvergelijking van het totale systeem worden afgeleid.

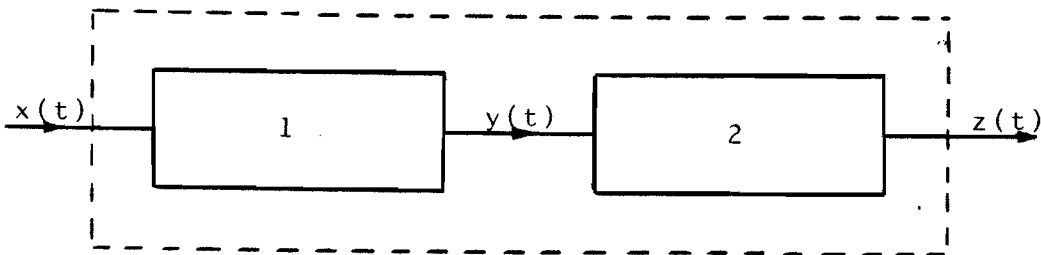


Fig. 8.9 Serieschakeling van systemen.

In bovenstaande Fig. 8.9 voldoen de systemen aan de volgende vergelijking:

$$(I) \quad a_1 \dot{y}(t) + a_0 y(t) = b_0 x(t)$$

$$(II) \quad d_1 \dot{z}(t) + d_0 z(t) = c_0 y(t) \quad (8.10)$$

Door substitutie ontstaat dan:

$$a_1 d_1 \ddot{z}(t) + (a_1 d_0 + a_0 d_1) \dot{z}(t) + a_0 d_0 z(t) = b_0 c_0 x(t)$$

Uit de twee eerste-orde vergelijkingen is een tweede-orde systeem gecreëerd. De D.V. moet dan overigens opnieuw worden opgelost.

In het frequentiedomein kan van een combinatie van systemen, zoals in Fig. 8.9 is aangegeven, op een eenvoudiger wijze de overdrachtsfunctie worden bepaald. Met gebruikmaking van (8.7) geldt:

$$Y(j\omega) = H_1(j\omega) X(j\omega) \quad \text{en} \quad Z(j\omega) = H_2(j\omega) Y(j\omega)$$

$$Z(j\omega) = H_1(j\omega) H_2(j\omega) X(j\omega)$$

Voor het serie-systeem is dan de totale overdrachtsfunctie

$$H_t(j\omega) = H_1(j\omega) H_2(j\omega) = |H_t(j\omega)| e^{j\varphi} \quad (8.11)$$

Met gebruikmaking van de regels voor complexe grootheden:

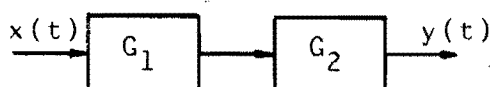
$$|H_t(j\omega)| = |H_1(j\omega)| |H_2(j\omega)| \quad (8.12)$$

$$\varphi_t(\omega) = \varphi_1(\omega) + \varphi_2(\omega)$$

Aan de hand van (8.12) kan het Nyquist-diagram voor deze serieschakeling van systemen worden getekend. De totale overdrachtsfunctie is het vectorprodukt van de twee afzonderlijke vectoren d.w.z.:

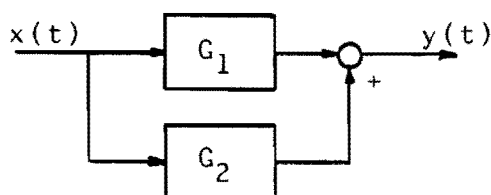
- de resulterende modulus is het produkt van de afzonderlijke moduli,
- het resulterende argument is de som van de argumenten.

In Fig. 8.10 is voor een aantal combinaties van systemen - o.a. serie- en parallelschakeling - de totale overdrachtsfunctie weergegeven.



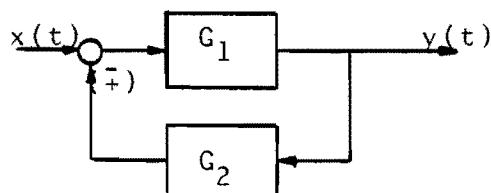
Serieschakeling

$$G = G_1 \cdot G_2$$



Parallelschakeling

$$G = G_1 + G_2$$



Tegenkoppeling (-)

$$G = \frac{G_1}{1 + G_1 G_2}$$

Meekoppeling (+)

$$G = \frac{G_1}{1 - G_1 G_2}$$

Fig. 8.10 Elementaire combinaties van systemen.

De qua stabiliteit meest interessante combinatie is die met tegenkoppeling (mee- en tegenkoppeling) (E: feedback, D: Rückkopplung). Bij de tegenkoppeling geldt voor de overdrachtsfunctie van het totale teruggekoppelde systeem, zoals weergegeven in Fig. 8.11.

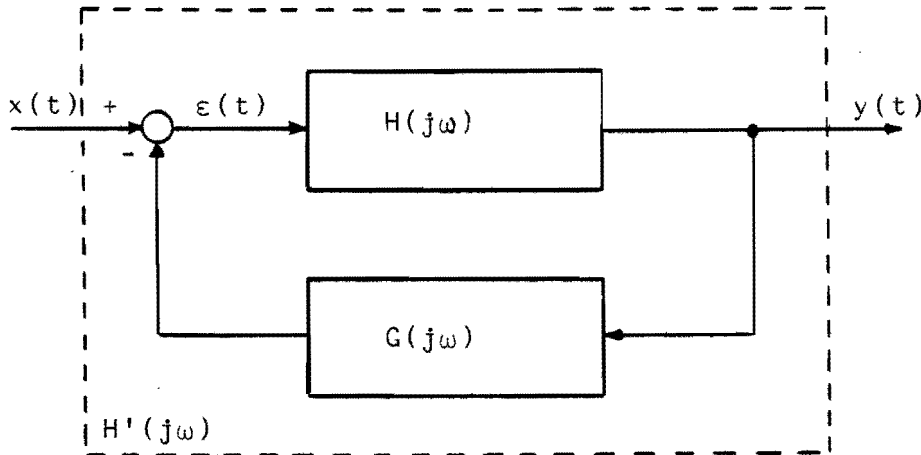


Fig. 8.11 Het teruggekoppelde systeem.

$$H'(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} = \frac{H(j\omega)}{1 + H(j\omega) G(j\omega)} \quad (8.13)$$

$$Y(j\omega) = H'(j\omega) \cdot X(j\omega) = \frac{H(j\omega)}{1 + H(j\omega) G(j\omega)} X(j\omega) \quad (8.14)$$

Het totale teruggekoppelde systeem is nu instabiel voor die frequentie, waarbij de noemer van (8.13) nul wordt, d.w.z.: $1 + H(j\omega) G(j\omega) = 0$. Dan kan volgens (8.14) de waarde van het uitgangssignaal $Y(j\omega)$ zeer groot worden onafhankelijk van het ingangssignaal $X(j\omega)$.

STABILITEITSCRITERIUM VAN NYQUIST.

"Een teruggekoppeld systeem is stabiel, indien de vector die het Nyquist diagram van de openkring beschrijft - $H(j\omega) G(j\omega)$ - bij toenemende frequentie het punt -1 in het complexe vlak niet omsluit".

Hieruit volgt:

- Een systeem, dat instabiel is, moet een grotere fasedraaiing dan -180° kunnen bereiken en bij -180° minimaal een versterking 1 hebben. Voor

echte instabiliteit moet het systeem dus minimaal 3e orde zijn. Een systeem wat op zich stabiel is, kan door vergroting van de versterking toch instabiel worden, omdat dan het punt -1 wel omsloten kan worden wat eerst niet het geval was.

- Ook wanneer het Nyquist diagram niet precies het punt -1 omvat, maar daar toch in de buurt komt, zal het systeem reeds een erg slingerend gedrag vertonen. De mate waarin het Nyquist diagram uit de buurt van het punt -1 blijft geeft een kwalitatieve maat aan. Hieronder vallen de begrippen fasemarge en versterkingsmarge.

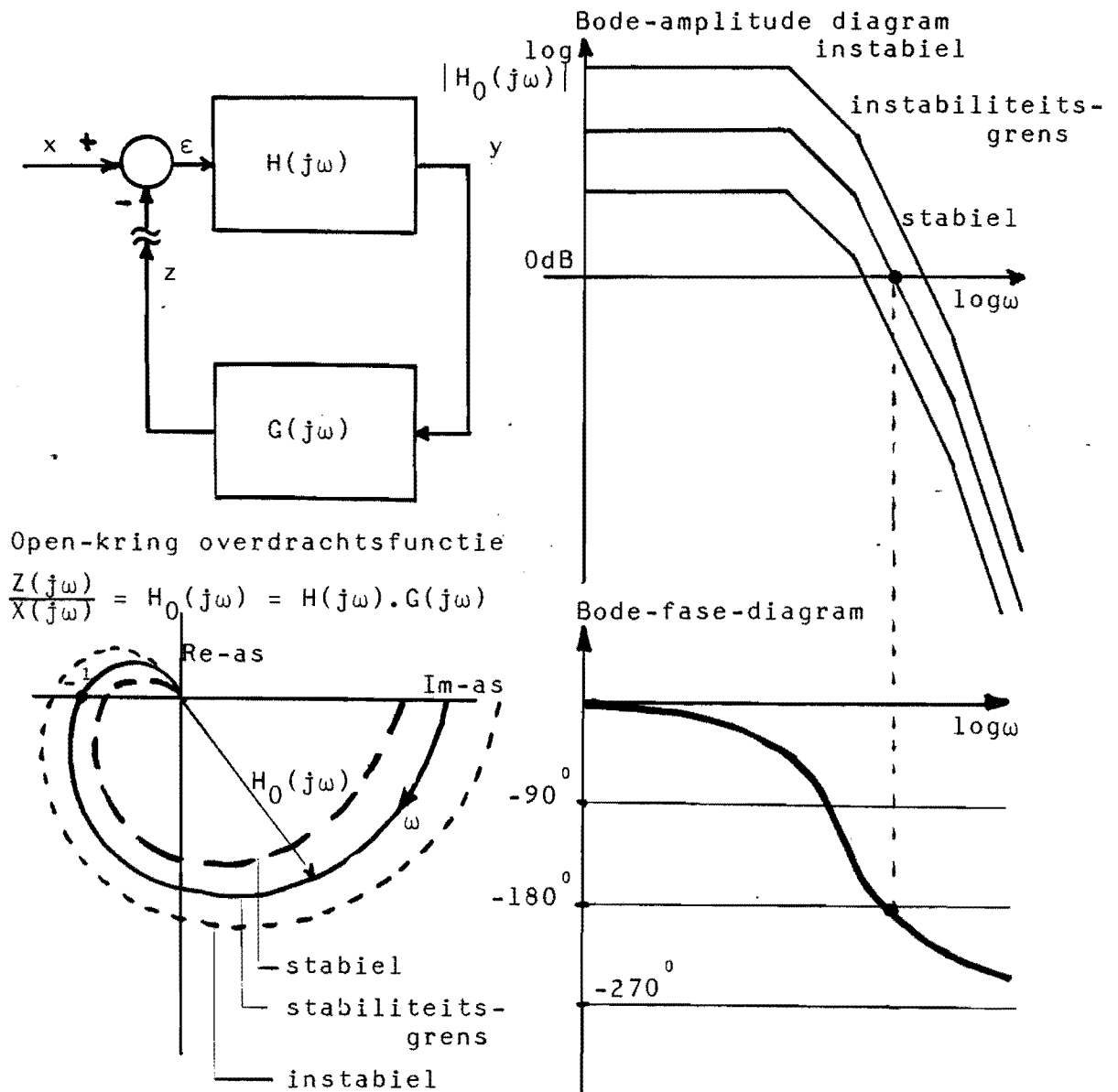


Fig.8.12 Stabiliteitscriteria van Nyquist en Bode.

STABILITEITSCRITERIUM VAN BODE

Het stabiliteitscriterium van Nyquist is direct te vertalen in dat van Bode. "Daar waar van een open kringsysteem de fase-draaiing meer negatief wordt dan -180° , moet het amplitudediagram kleiner dan 1 zijn, wil het teruggekoppelde systeem stabiel zijn". In Fig. 8.12 zijn deze stabiliteitscriteria verduidelijkt.

STABILITEITSCRITERIA VAN HURWITZ EN ROUTH

Wanneer van het teruggekoppelde systeem de differentiaal vergelijking bekend is, zijn deze twee criteria van toepassing. Ze volstaan met een uitsluitend mathematische behandeling van systemen.

Voorbeeld: massa-veersysteem.

Aan de hand van een massa-veersysteem zal de boven beschreven behandelwijze worden toegelicht.

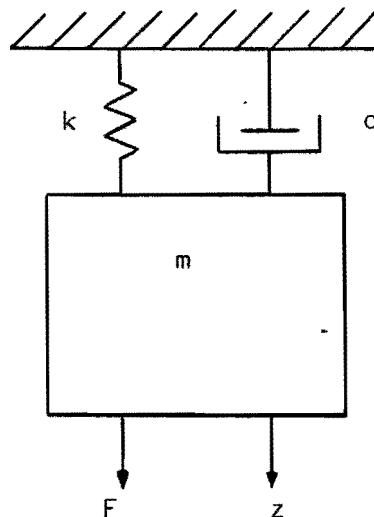


Fig. 8.13 Model van een massaveersysteem

Hiervoor geldt de volgende differentiaalvergelijking:

$$F(t) = m\ddot{z}(t) + c\dot{z}(t) + kz(t) \quad (8.15)$$

\downarrow \downarrow \downarrow \downarrow
 aandrijvende wrijvings- traagheids- veer-
 kracht kracht kracht kracht

$F(t) =$ kracht (ingangssignaal)
 $z(t) =$ verplaatsing (uitgangssignaal)

Met: $m =$ massa; $c =$ demping; $k =$ veerconstante.

De weergegeven 2e orde D.V. betekent dat hier sprake is van een 2e orde systeem. Stel:

$$F(t) \longrightarrow \bar{F} = \hat{F} e^{j\omega t}$$

$$z(t) \longrightarrow \bar{z} = \hat{z} e^{j(\omega t + \varphi)} ; \dot{\bar{z}} = j\omega \bar{z} ; \ddot{\bar{z}} = (j\omega)^2 \bar{z}$$

Dan volgt:

$$\frac{\bar{z}(j\omega)}{\bar{F}(j\omega)} = \frac{\hat{z}(\omega)}{\hat{F}(\omega)} e^{j\varphi(\omega)} = H(j\omega) = \frac{1}{k + j\omega c + (j\omega)^2 m} \quad (8.16)$$

Deze uitdrukking $H(j\omega)$ geeft eigenlijk weer: de dynamische veersoepelheid = inverse veerstijfheid. Hieruit volgt:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \text{resonantiefrequentie}$$

$$D = \frac{1}{2} \frac{c}{\sqrt{km}} = \frac{c}{c_k} = \text{relatieve dempingsfactor} \quad (8.17)$$

$$c_k = 2\sqrt{km} = \text{kritische demping}$$

De overdrachtsfunctie $H(j\omega)$ kan gesplitst worden in een reëel en een imaginair deel

$$H(j\omega) = \frac{(k - \omega^2 m)}{(k - \omega^2 m)^2 + \omega^2 c^2} - j \frac{\omega c}{(k - \omega^2 m)^2 + \omega^2 c^2} \quad (8.18)$$

De noemer van (8.16) wordt genoemd de "karacteristieke vergelijking":

$$(j\omega)^2 m + j\omega c + k = 0 \quad (8.19)$$

Hieruit kan worden bepaald hoe - afhankelijk van de constanten m , c en k - de responsie zal verlopen op een bepaald ingangssignaal. Er volgt als oplossing:

$$(j\omega)_{1,2} = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\frac{c^2}{4m^2} - \frac{k}{m}}$$

Hierbij kunnen we dan 3 gevallen onderscheiden:

a) discriminant = 0; kritisch gedempt: $c = c_k = 2\sqrt{km}$

$$j\omega_1 = j\omega_2 = -\frac{c}{2m} \quad : D = 1$$

b) discriminant > 0; overkritisch gedempt: $c > c_k$

$$j\omega_{1,2} \text{ beide negatief reëel} \quad : D > 1$$

c) discriminant < 0; onderkritisch gedempt: $c < c_k$

$$j\omega_{1,2} \text{ zijn toegevoegd complex} \quad : D < 1$$

Alleen in dit geval c) zal een responsie met opslingeringen gepaard gaan.

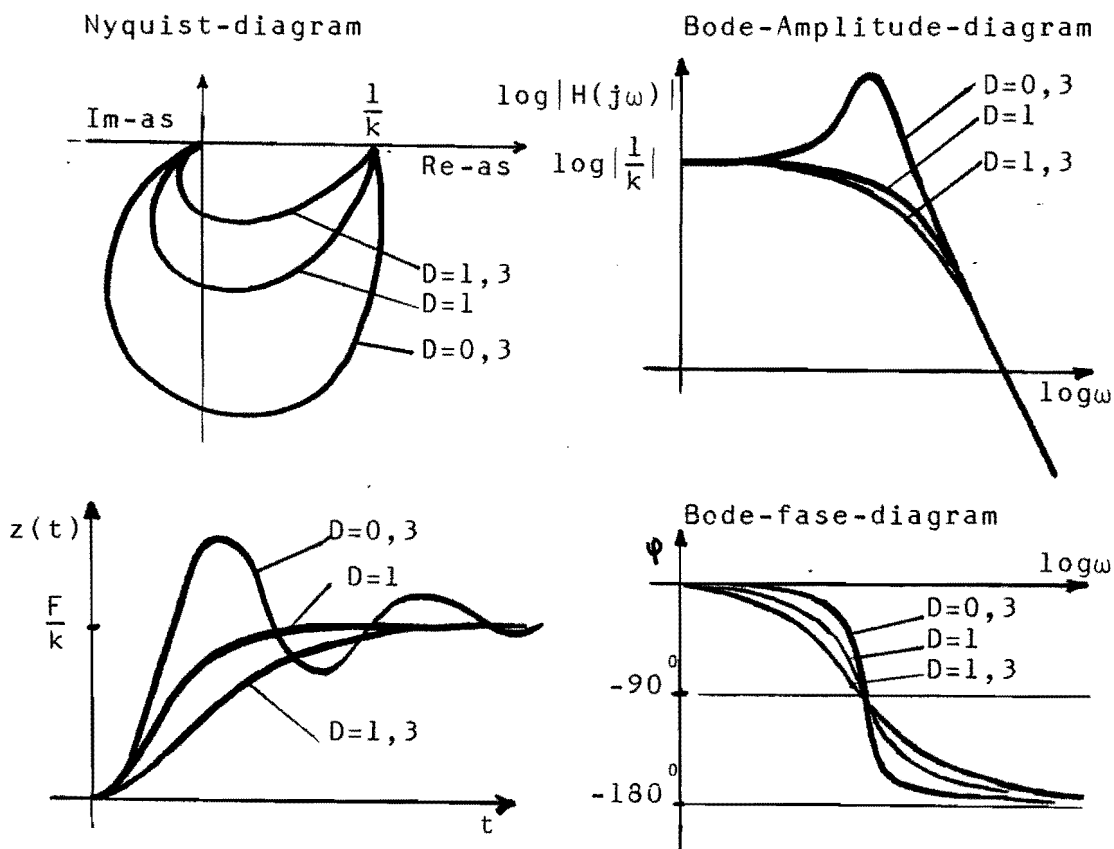


Fig.8.14 Nyquist- en Bode-diagrammen van een massaveer-systeem. Responsie op een stapvormige kracht.

In Fig. 8.14 is voor de 3 gevallen a, b, c getekend:

- de responsie op een stapvormige kracht (als ingangssignaal),
- het bijbehorende Nyquist diagram,
- de bijbehorende Bode-diagrammen.

Vooral in de Bode-diagrammen is goed te zien dat voor een onderkritisch gedempt systeem (geval c) bij de resonantiefrequentie een opslingering optreedt.

8.2.4. De sledeaanrijving als positieregelkring.

Electrische sledeaanrijvingen, speciaal gelijkstroomservoaanrijvingen worden de laatste jaren in toenemende mate bij gereedschapsmachines toegepast. De kenmerken ervan zijn namelijk een goed statisch en dynamisch gedrag. Alvorens het schema van een complete servoaanrijving te behandelen is het zinvol eerst het belangrijkste deel - motor en tachogenerator - te beschrijven.

Dit snelheidssturingssysteem - versterker, motor en tachogenerator - is het deel met overdrachtsfunctie $H(s)$ in Fig. 8.15 (blok binnen de onderbroken lijn). Het positioneringssysteem wordt verkregen door de uitgangspositie θ_w weer te vergelijken met het ingangssignaal θ_g , dat overeenkomt met de gewenste positie. Het signaal θ is een maat voor de gewenste hoeksnelheid van de motortachocombinatie en wordt vergeleken met de werkelijke hoeksnelheid (een maat hiervoor is het signaal δ). Het verschilsignaal $\epsilon = \theta - \delta$ stuurt een versterker (versterkingsfactor k_1) die vervolgens een stroom of spanning levert aan de motor, waardoor een koppel T ontstaat, die de rotor in beweging zet. Bij ankersturing verzorgt de versterker de ankerstroom, waardoor de electrische tijdconstante (het anker heeft weinig windingen van dikke draad, weinig zelfinductie) verwaarloosbaar is. Bij veldsturing verzorgt de versterker de veldstroom waardoor de electrische tijdconstante (de veldwikkeling heeft veel windingen van dunne draad, veel zelfinductie) niet verwaarloosbaar is. In dat geval heeft de motor een extra tijdconstante, het systeem wordt een orde hoger, met alle vervelende gevolgen t.a.v. stabiliteit.

Het eenvoudigst is dus ankersturing, dan is het opgewekte koppel bij benadering

$$T = k_1 \epsilon \tag{8.19}$$

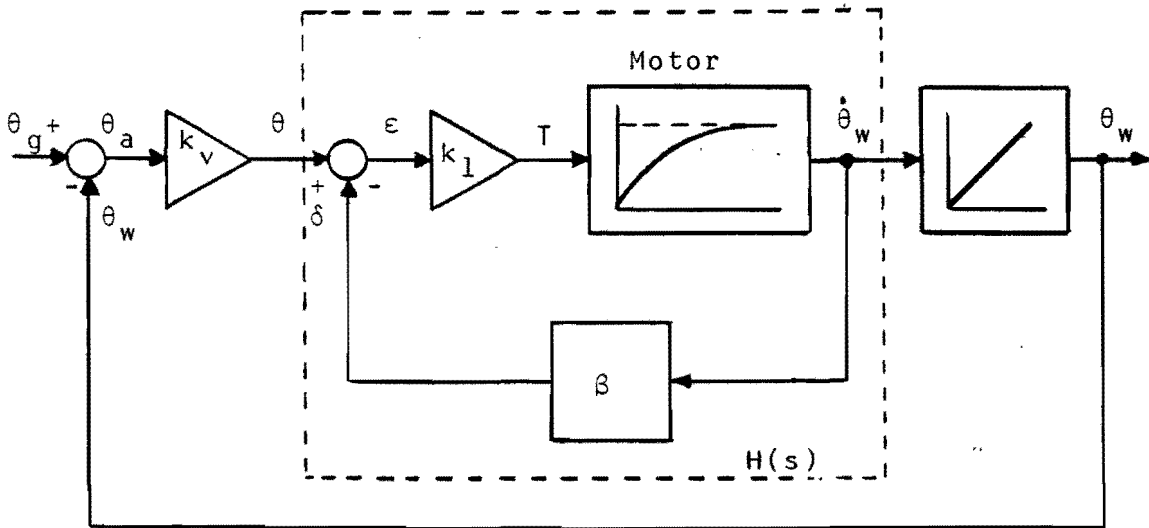


Fig. 8.15A Blokdiagram van een positiesturingsysteem.

Snelheidsregelkring

$$H(s) = \frac{k_1}{Js + (D + k_1\beta)}$$

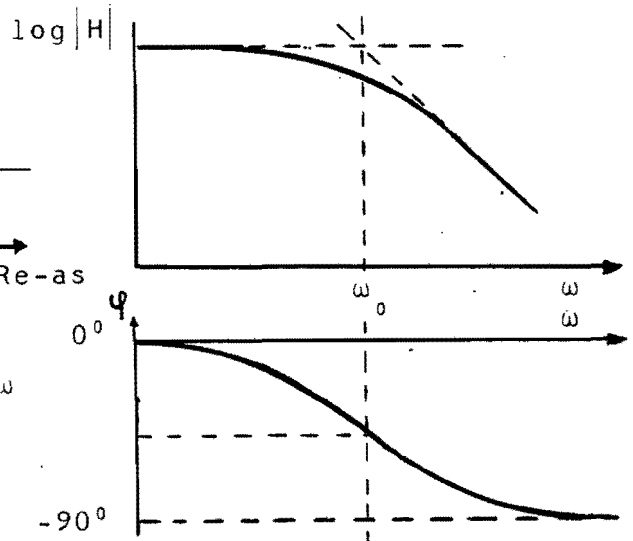
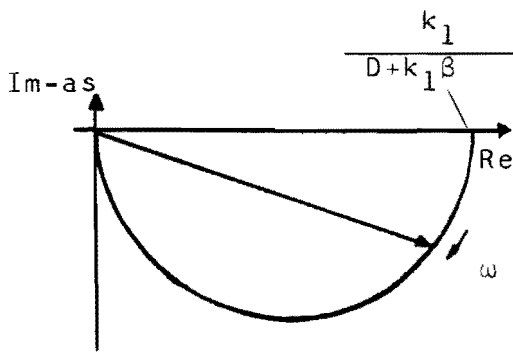


Fig. 8.15B Nyquistdiagram en Bodediagrammen van $H(j\omega)$

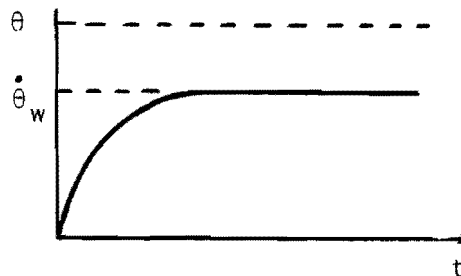


Fig. 8.15C Stapresponsie van de snelheidsregelkring.

Dit koppel zet de motor (traagheidsmoment J , wrijvingsconstante D) in beweging:

$$T = J \ddot{\theta}_\omega + D \dot{\theta}_\omega \quad (8.20)$$

Tenslotte volgt voor de totale teruggekoppelde snelheidsregelkring (met onderlus β):

$$H(s) = \frac{K_1}{Js + (D + k_1\beta)} \quad (8.21)$$

Dit is een eerste orde systeem, met $D' = D + k_1\beta$. Door de onderlus kan de dempingsconstante eenvoudig worden ingesteld.

Mechanische tijdconstante: $\tau_m = \frac{J}{(D + k_1\beta)}$ (8.22)

Bandbreedte: $\omega_o = \frac{D + k_1\beta}{J}$ (8.23)

Van deze snelheidsregelkring (eerste orde systeem) zijn in Fig. 8.15.B het Nyquist- en Bode-diagrammen weergegeven. Een stapvormig ingangssignaal $\theta(t) = \theta \cdot 1(t)$ levert als responsie in motorashoeksnelheid:

$$\dot{\theta}_\omega(t) = \theta \frac{k_1}{(D + k_1\beta)} \left[1 + e^{-\frac{t}{\tau_m}} \right] \quad (8.24)$$

Deze stapresponsie is weergegeven in Fig. 8.15.C.

Het positiesturingssysteem wordt verkregen door het snelheidssturingssysteem te completeren met een terugkoppellus voor de werkelijke hoekverdraaiing θ_w . Deze wordt vergeleken met de gewenste hoekverdraaiing θ_g , het verschil θ_a voedt een versterker met versterkingsfactor k_v . De overdrachtsfunctie van dit complete teruggekoppelde systeem luidt:

$$\frac{\theta_w(s)}{\theta_g(s)} = H'(s) = \frac{k_v H(s) \frac{1}{s}}{1 + k_v H(s) \frac{1}{s}} = \frac{k_v k_1}{[Js^2 + (D + k_1\beta)s + k_v k_1]} \quad (8.25)$$

Zoals bekend uit het voorbeeld van het massa-veersysteem is dit een 2e orde systeem. De demping hiervan speelt een rol aangaande de responsie. Voor de kritische demping geldt dat de discriminant gelijk is aan nul.

- a) kritisch gedempt : $(D + k_1\beta)^2 - 4Jk_v k_1 = 0$
 b) overkritisch gedempt : $(D + k_1\beta)^2 - 4Jk_v k_1 > 0$ (8.26)
 c) onderkritisch gedempt: $(D + k_1\beta)^2 - 4Jk_v k_1 < 0$

Alleen in geval c) gaat de responsie met slingeringen gepaard.
 Uit (8.26) volgt op eenvoudige wijze, dat de belangrijkste parameters uit het positiesturingssysteem - welke bepalen of het systeem een kritisch(a), een overkritisch (b) of een onderkritisch gedrag vertoont, zijn:
 - de versterkingsfactor k_v , toename van de versterking leidt tot oscillatorisch (onderkritisch) gedrag.
 - de dempingsfactor β , afname van deze terugkoppelfactor kan leiden tot oscillatorisch (onderkritisch) gedrag.

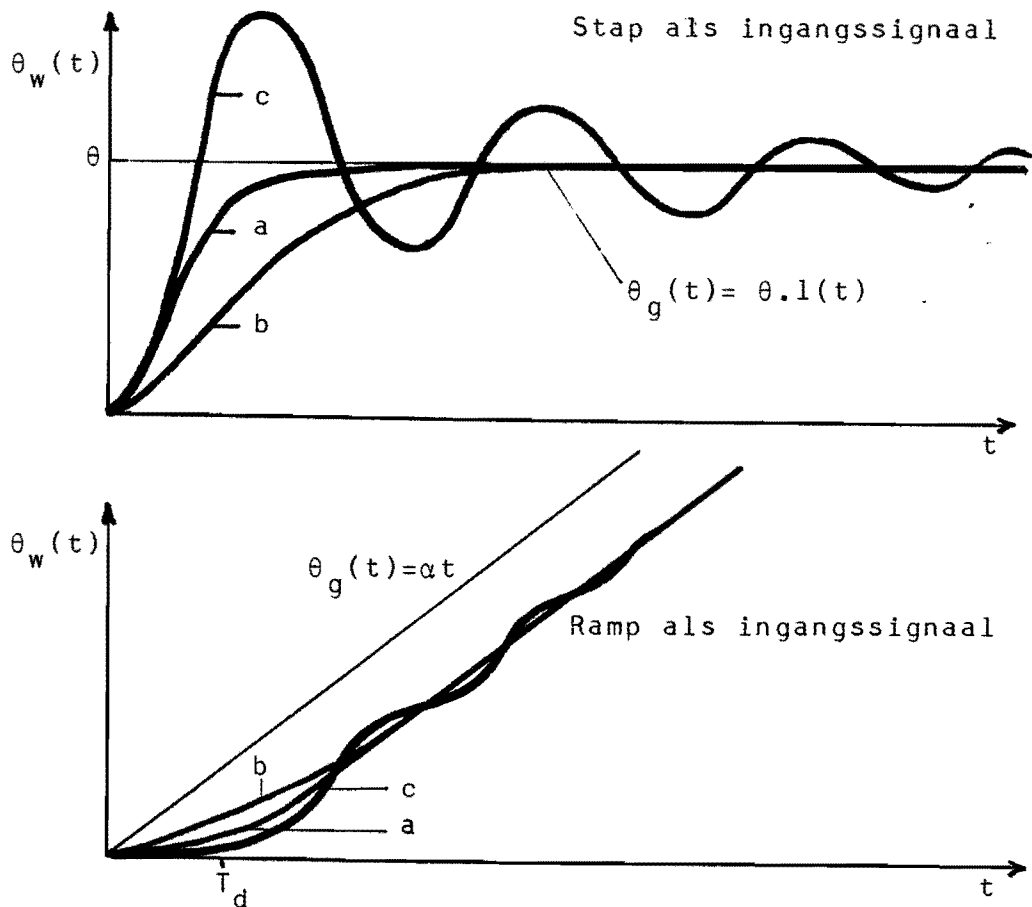


Fig.8.16 Responsies van het positie-besturingssysteem

Voor een stapvormig ingangssignaal $\theta_g(t) = \theta 1(t)$ zijn de respectievelijke responsies voor het

a) kritisch geval:

$$\theta_w(t) = \theta [1 - (1 + pt) e^{pt}] \quad (8.27)$$

$$\text{met } p = -\sqrt{\frac{k_v k_1}{J}}$$

b) overkritisch geval:

$$\theta_w(t) = \theta \left[1 - \frac{p_2}{p_2 - p_1} e^{p_1 t} + \frac{p_1}{p_2 - p_1} e^{p_2 t} \right] \quad (8.28)$$

$$\text{met } p_{1,2} = -\frac{(D+k_1\beta)}{2J} \pm \frac{1}{2J} \sqrt{(D+k_1\beta)^2 - 4k_v k_1 J}$$

c) onderkritisch geval:

$$\theta_w(t) = \theta \left[1 + \frac{e^{\sigma t}}{\omega} \sqrt{\frac{k_v k_1}{J}} \sin(\omega t - \varphi) \right] \quad (8.29)$$

$$\text{met } \sigma = -\left(\frac{D+k_1\beta}{2J}\right) \text{ en } \text{tg } \varphi = \frac{\omega}{\sigma}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k_v k_1}{J} - \left(\frac{D+k_1\beta}{2J}\right)^2}$$

Deze responsies van het positie-sturingssysteem op een stapvormig ingangssignaal zijn weergegeven in Fig. 8.16. We merken op dat de eindfout in de positie steeds nul is, wat voor de toepassing bij numeriek bestuurd aandrijvingen natuurlijk een minimale eis is. We constateren echter ook dat voor gevallen waarbij de demping lager is dan de "kritieke demping" een zogenaamd doorschot (E: overshoot) ontstaat. Dit is ongewenst, want dit leidt tot fouten bij de contour van het werkstuk.

In Fig. 8.16 zijn eveneens de responsies van zo'n positiesturingssysteem op een rampvormig ingangssignaal gegeven: $\theta_g(t) = \alpha t$. Hierbij zijn weer het kritische, overkritische en onderkritische geval onderscheiden. Het onderkritische geval geeft wederom een responsie met een zeker trillingsverschijnsel. Wat eveneens opvalt is dat de werkelijke positie na uitsterven van de transient steeds een stuk achterblijft.

De grootte van deze positiefout is:

$$\theta_a = \frac{(D + k_1\beta)}{k_v k_1} \cdot \alpha \quad (8.30)$$

Het lijkt alsof de responsie een tijd T_d (= dode tijd) later komt:

$$T_d = \frac{(D + k_1\beta)}{k_v k_1} \quad (8.31)$$

De voorafgaande analyse en berekeningen moeten voldoende zijn om de wat completere aandrijfschema's van Fig. 8.17, Fig. 8.18 en Fig. 8.19 te kunnen begrijpen. In Fig. 8.17.A wordt een incrementeel meetsysteem toegepast, elke elementaire verplaatsing levert een puls op, die in een op- en neerteller wordt gevoegd bij de oorspronkelijke tellerinhoud welke overeenkomt met de totale verplaatsing. De actuele inhoud van de teller bepaalt via een D/A omzetter en de positieregelaar de gewenste snelheid van de aandrijving. In Fig. 8.17.B bezit de snelheidsregelaar een PI-(proportioneel-integrerend) karakter om fouten tot nul te kunnen terugregelen. Hier is tevens een motor met twee tijdconstanten (niet ideaal) toegepast. Voorts is hier gebruik gemaakt van een absoluut analoog meetsysteem. In Fig. 8.18 is een positieregelsysteem in wat plastischer voorstelling weergegeven. Tevens vinden we hierbij de koppeltoerenkromme van een gelijkstroom motor. In Fig. 8.19 is de signaalstroom vanuit de besturing naar het aandrijfsysteem weergegeven. We zien hierin dat de interpolator in de besturing de directe informatie voor de gewenste positie van het aandrijfsysteem vormt.

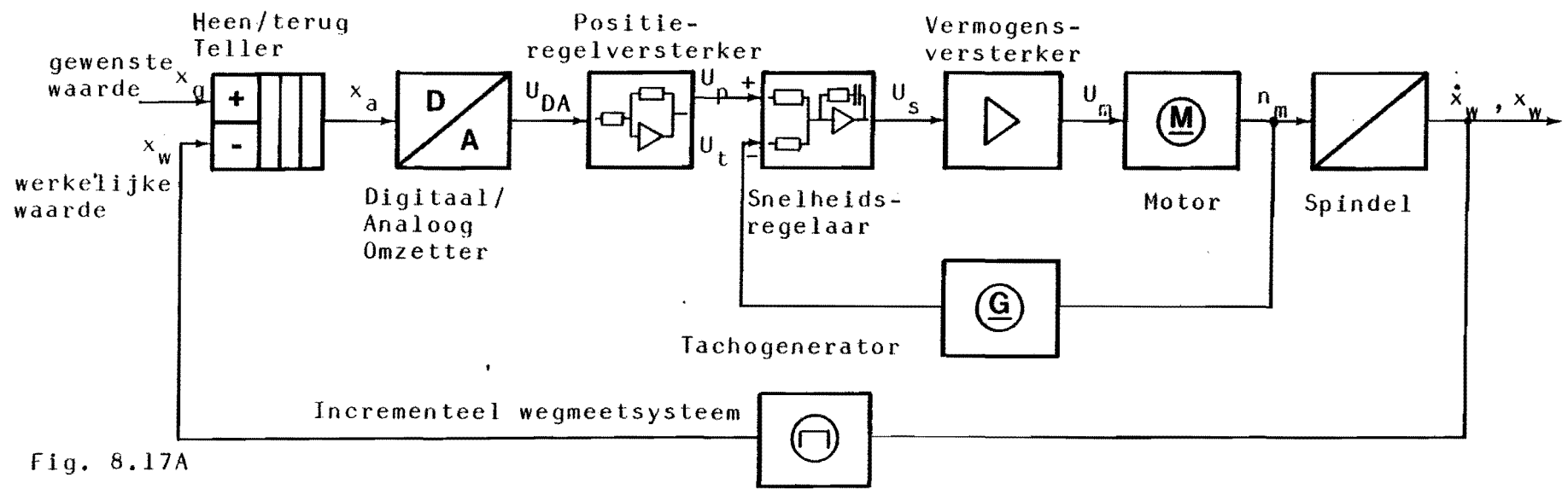


Fig. 8.17A

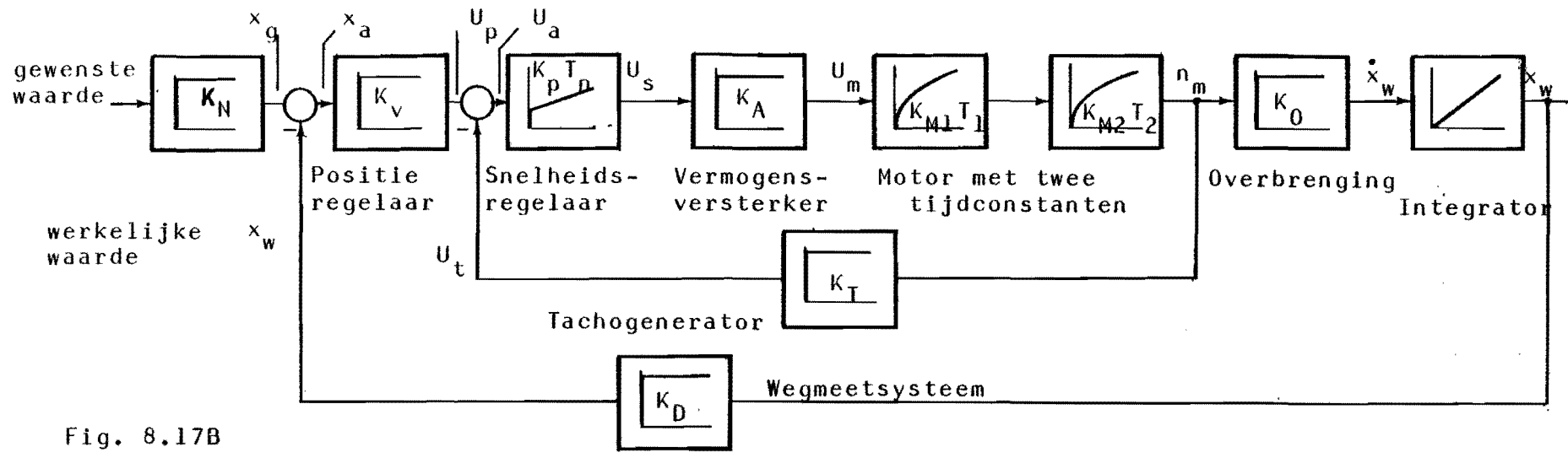


Fig. 8.17B

Fig. 8.17 Componentendiagram en blokschema van een positieregelkring met snelheidsterugkoppeling via een onderlus.

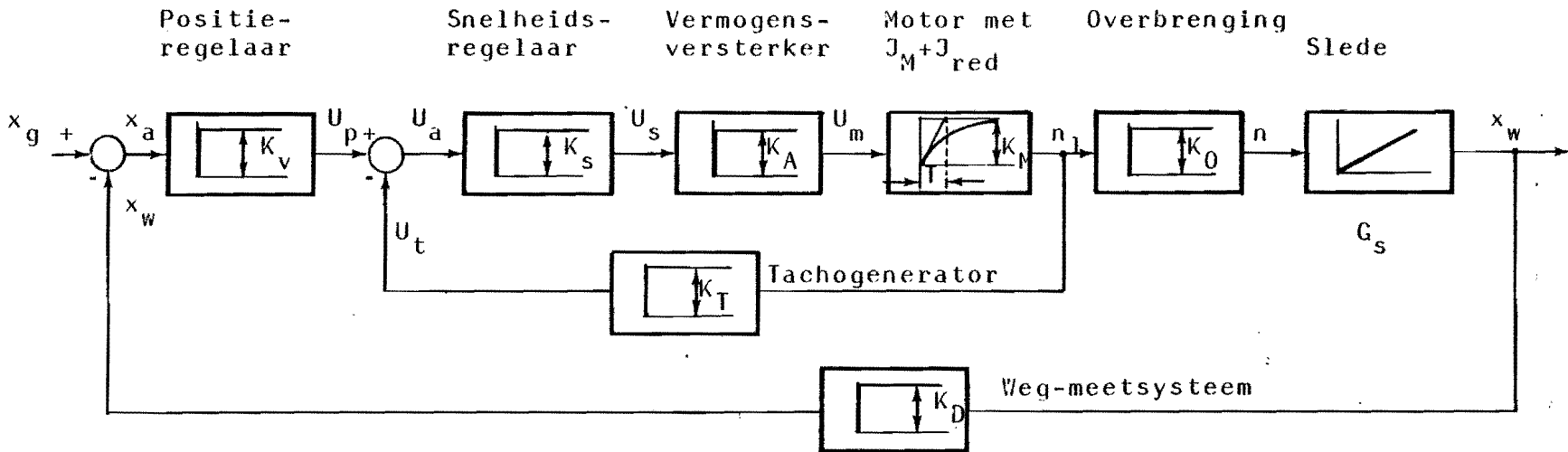
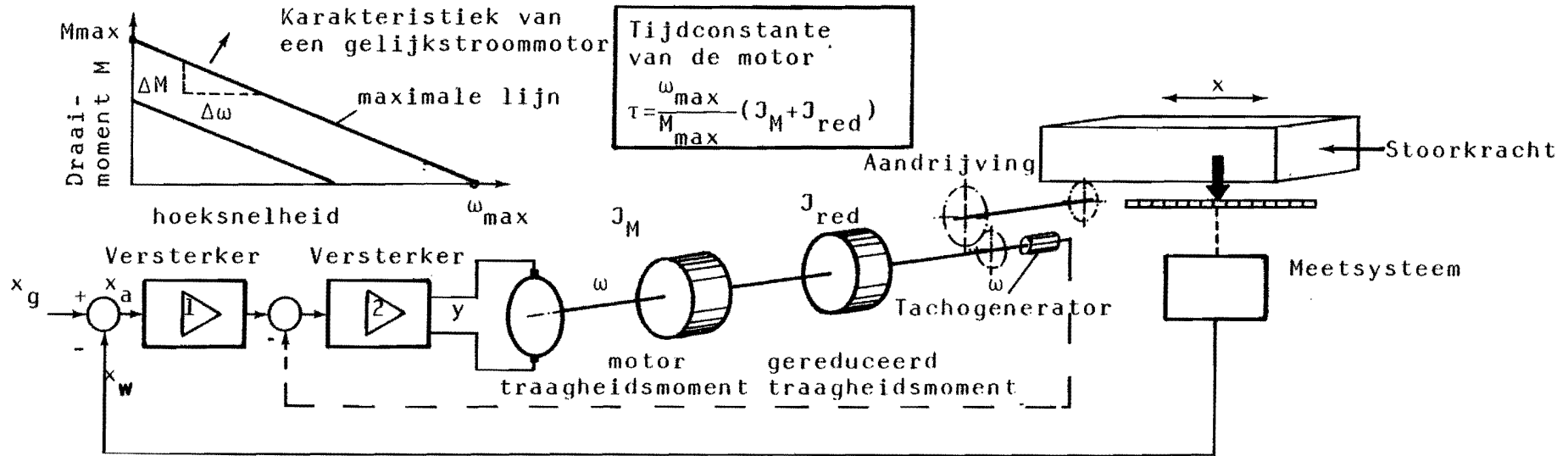


Fig. 8.18 Componentendiagram en blokschema van een vereenvoudigde positierelkring met snelheidsterugkoppeling via een onderlus.

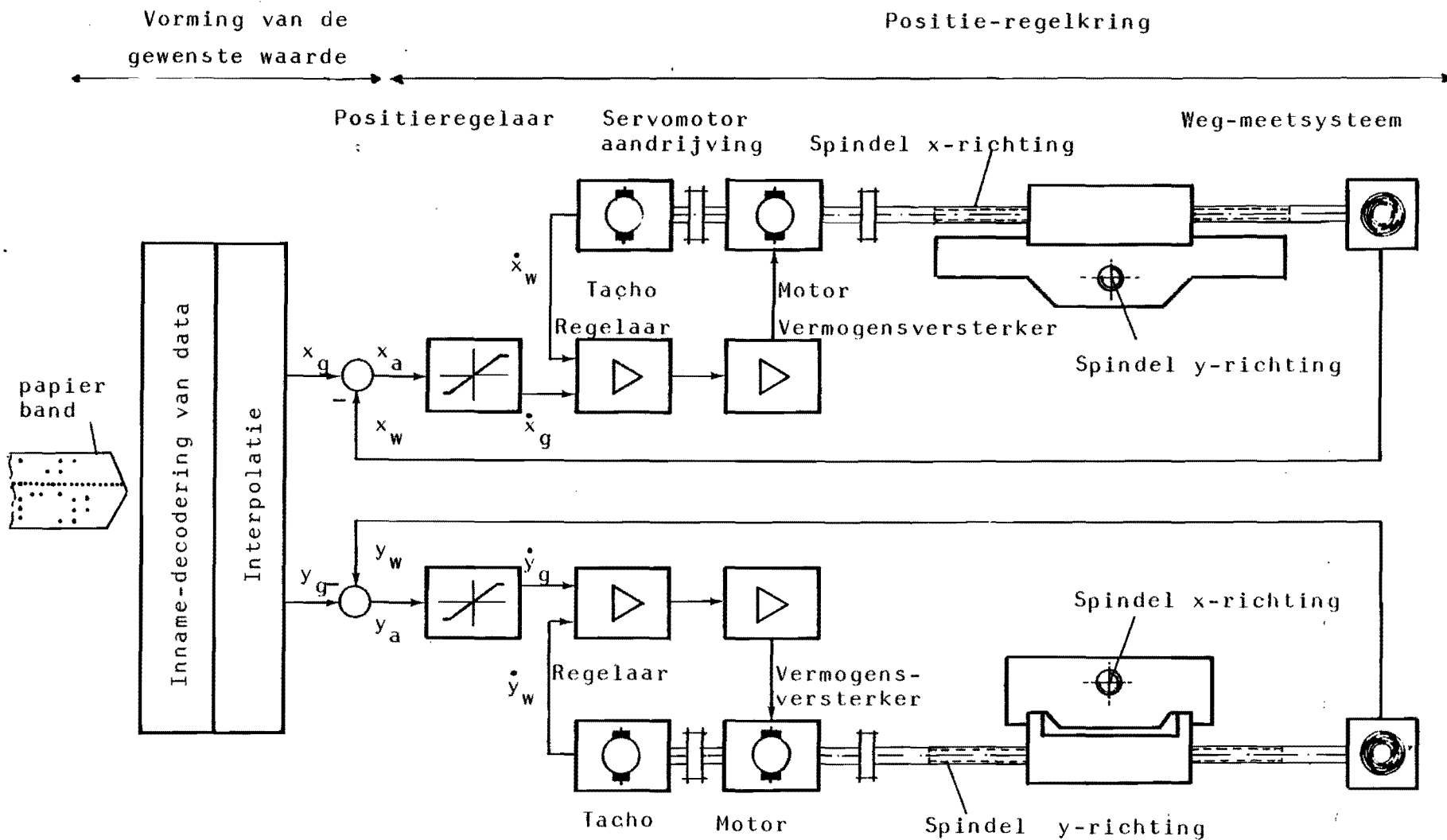


Fig. 8.19 Informatiestroom voor de baanbesturing van een gereedschapsmachine.

8.3. Kwaliteitscriteria van de aandrijving.

Voor de optimalisering van servosystemen is het mogelijk integraalcriteria te gebruiken. Hierbij wordt de volgfout - $x_a(t)$ - of een functie daarvan over de tijd geïntegreerd. Deze integraal, die gewoonlijk regeloppervlak (E: performance function) wordt genoemd, wordt vervolgens geminimaliseerd naar de te regelen parameters. Op deze wijze wordt een optimale instelling van deze grootheden (zoals versterking k_v , onderlusterugkoppelfactor β) verkregen:

$$\text{Dus: } J = \int_0^{\infty} f(x_a) dt \longrightarrow \text{Minimaal} \quad (8.32)$$

Hieruit volgt bijvoorbeeld:

$$\frac{\partial J}{\partial k_v} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial J}{\partial \beta} = 0$$

Enkele criteria:

a) I.A.E.-criterium (Integral of Absolute Error)

$$J_{IAE} = \int_0^{\infty} |x_a(t)| dt \quad (8.33)$$

b) I.S.E.-criterium (Integral of Squared Error)

$$J_{ISE} = \int_0^{\infty} \{x_a(t)\}^2 dt \quad (8.34)$$

Zoals we gezien hebben in Fig. 8.16 is de responsie van een positie-regelsysteem inderdaad afhankelijk van de genoemde versterking k_v en de factor β . In Fig. 8.20 is voor een onderkritisch systeem de responsie zowel op een stap- als ramp-vormig ingangssignaal gegeven. Tevens is duidelijk gemaakt wat de twee genoemde criteria voorstellen.

Ten aanzien van de responsie op een rampfunctie moet rekening gehouden worden met de z.g. dode tijd T_d . Daar er continu een verschil bestaat voor x_a (8.30) (de waarde van de betreffende integralen zou boven alle grenzen uitstijgen) wordt voor de bepaling van het regeloppervlak rekening gehouden met deze dode tijd T_d . Men doet alsof het ingangssignaal een tijd T_d later aanwezig is.

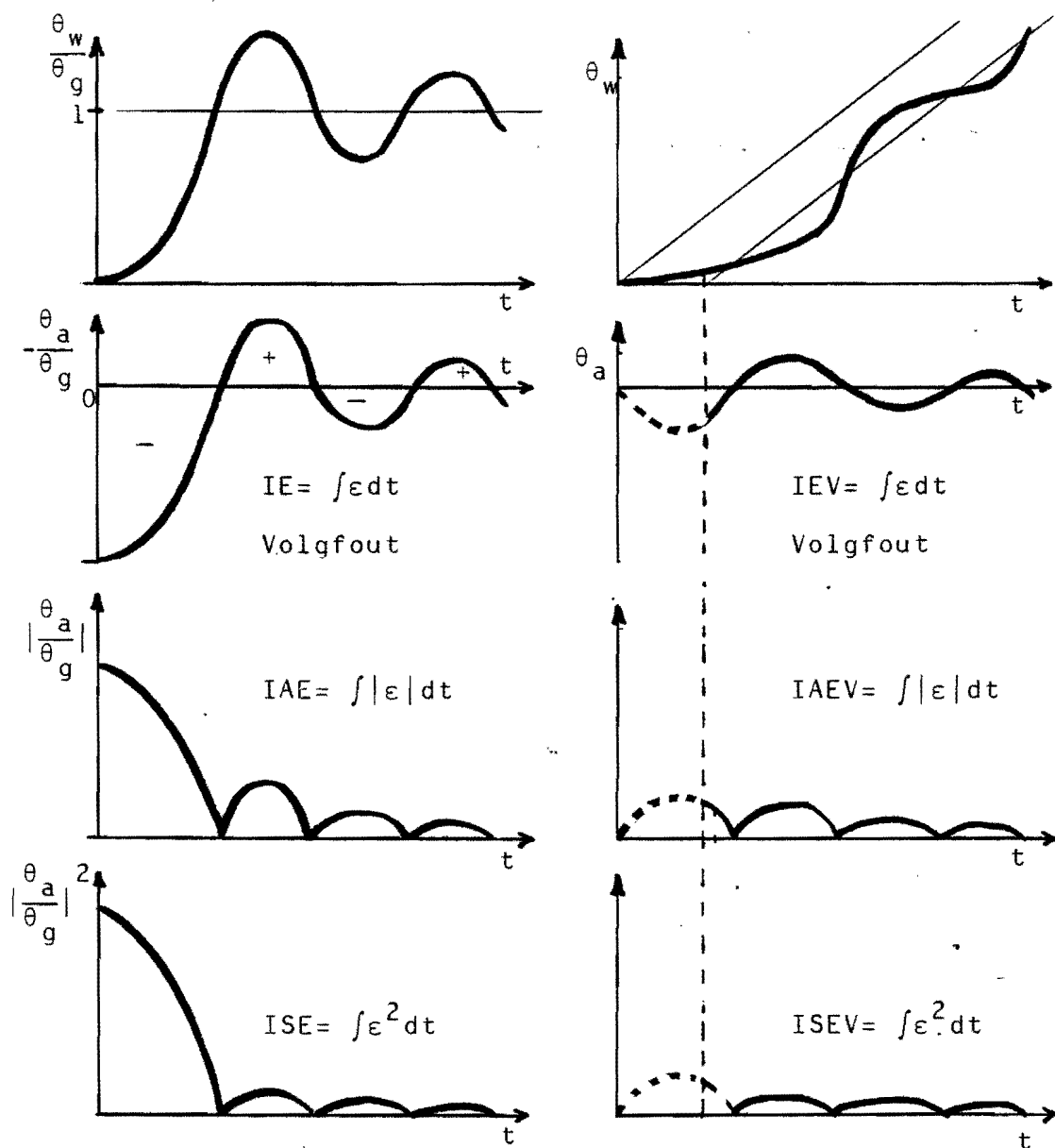
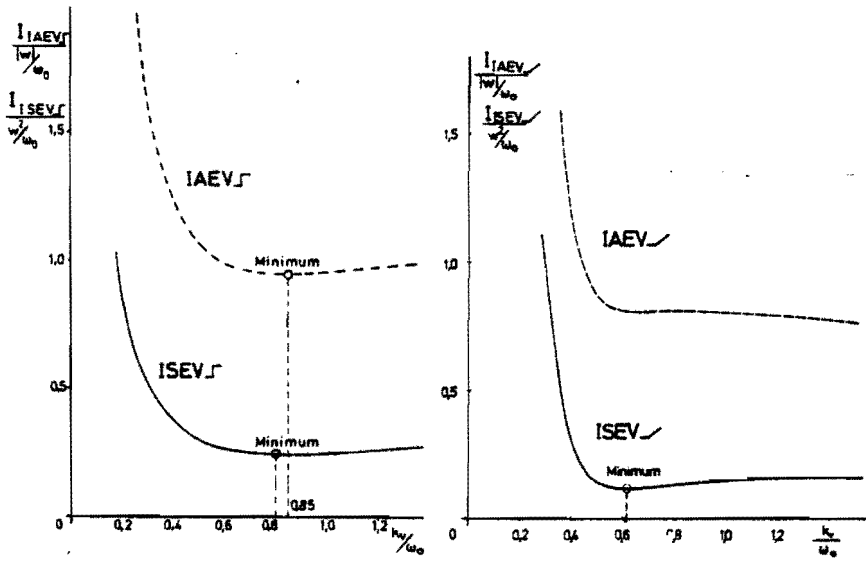
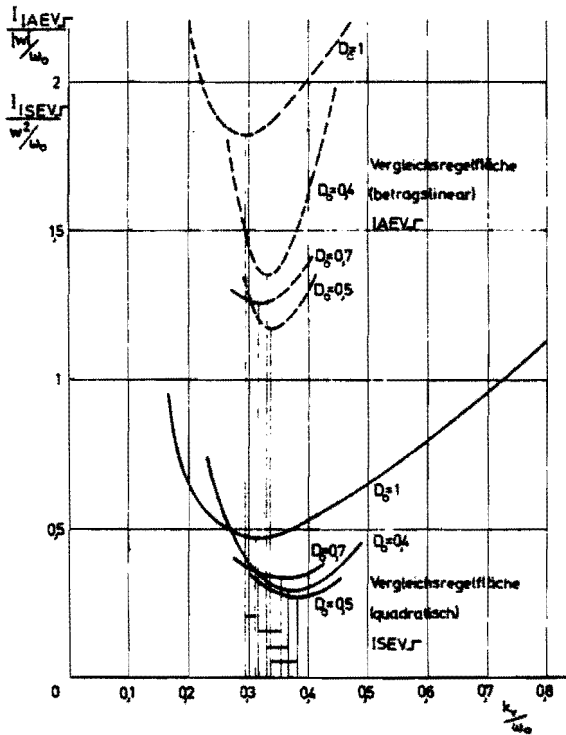


Fig.8.20 Responsie van een systeem op een stap en ramp-functie; volgfout en regeloppervlakten.

N.B. Bij numerieke besturing is een vormgetrouwe reproductie van het ingangssignaal van belang, de tijdsreproductie speelt geen rol. Door rekening te houden met deze Vertraging T_d , worden de integralen respectievelijk J_{IAEV} en J_{ISEV} .



1^e orde
aandrijving



2^e orde
aandrijving

Fig. 8.21 IAEV EN ISEV criteria op een stap en een ramp voor een eerste en een tweede orde aandrijving

In Fig. 8.21.A zijn voor een eerste orde aandrijving de I.A.E.V. en I.S.E.V.-criteria op een ramp-vormig ingangssignaal weergegeven. In Fig. 8.21.B zijn voor een tweede orde aandrijving de I.A.E. en I.S.E.-criteria op een stapvormig ingangssignaal weergegeven. Zoals gesteld moeten de genoemde criteria dus informatie verschaffen over de optimale instelling van o.a. k_v en β .

Kontourafwijkingen.

Indien bij een 2-assige besturing, de positieregelsystemen gelijk zijn aan elkaar en niet-onderkritisch zijn ingesteld (twee dezelfde eerste orde aandrijvingen) dan kunnen voor een aantal contouren, zoals cirkel of 90°-bocht toch bewerkingsfouten optreden. Dit is weergegeven in Fig. 8.22.

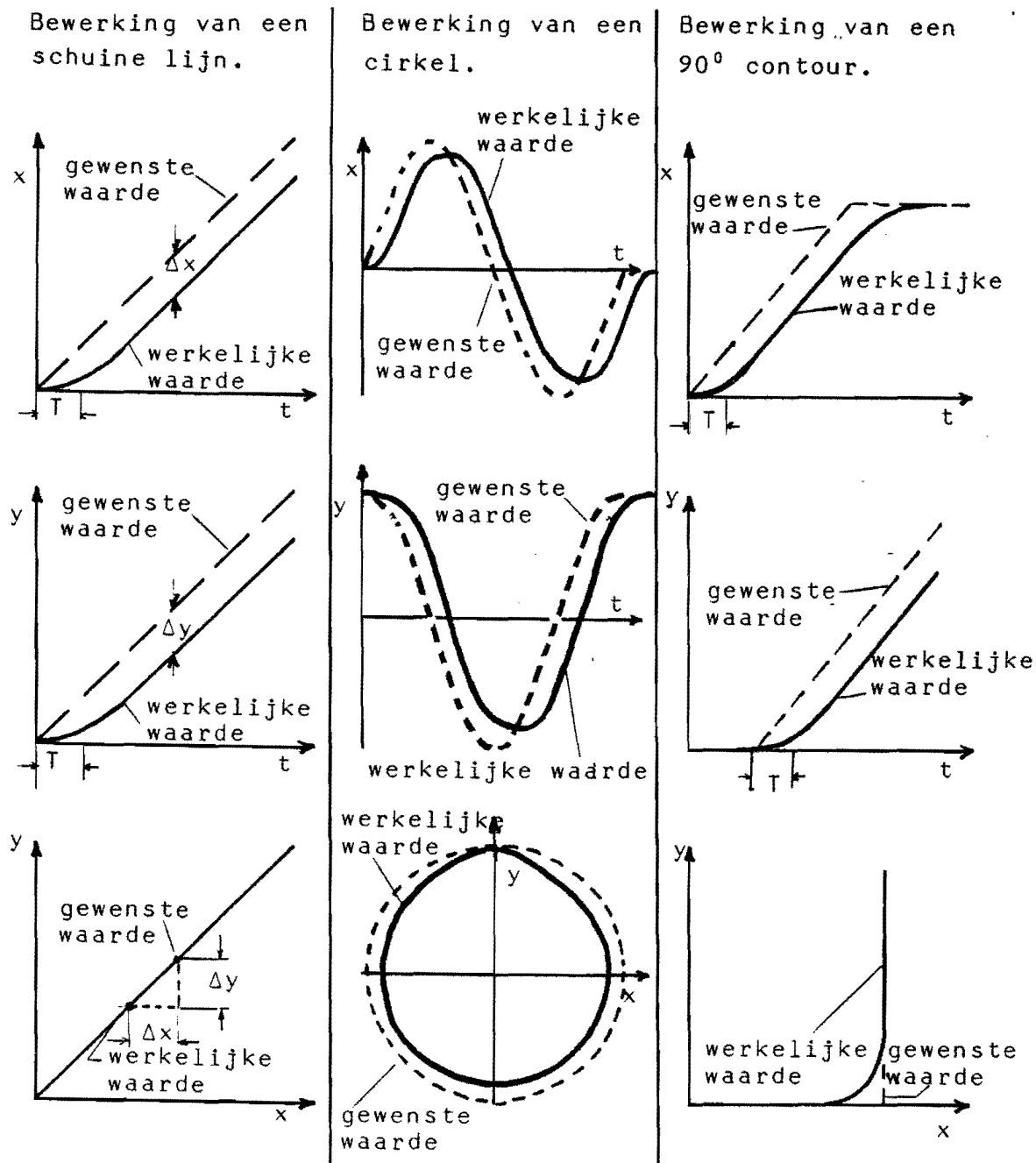


Fig. 8.22 Bewerkingsfouten bij een 2-assige baanbesturing (bij twee identieke eerste orde systemen).

Contourafwijkingen kunnen dus optreden wanneer de te volgen contour van richting verandert. In Fig. 8.23.A is de middelpuntsbaan van een frees afgebeeld bij de overgang van twee rechte lijnen, die een hoek van 90° met elkaar maken.

Dergelijke contourafwijkingen hebben invloed op de vorm van het vervaardigde werkstuk. Karakteriseren we de contourafwijking met de hoekafwijking A_n en met de maximale doorschot A_d , dan worden afwijkingen bij inwendig frezen volledig op het werkstuk overgebracht. Zoals geconcludeerd kan worden uit de stapresponsie neemt de doorschot toe bij toename van k_v , (het systeem slingert meer op) terwijl bij toename van k_v de hoekafwijking kleiner wordt (het systeem is sneller, bereikt eerder de gewenste waarde in de twee richtingen), dit geeft het verloop van respectievelijk A_d en A_n in Fig. 8.23.B.

De maximale afwijking A_{\max} , de grootste van de afwijkingen A_d en A_n bepaalt het tolerantieveld voor de vormafwijking van het bewerkte materiaal. In Fig. 8.23.B is voor een servosysteem met eerste-orde aandrijving de genormeerde A_n , A_d en A_{\max} (op de contoursnelheid V_k) afgebeeld als functie van k_v . Hieruit zou dan eveneens een optimale waarde van k_v volgen.

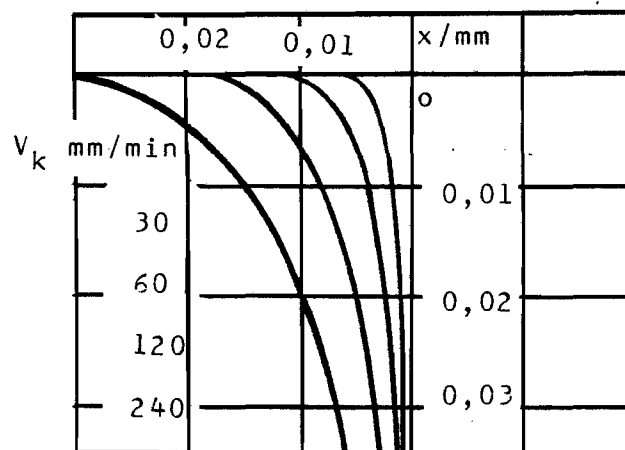


Fig. 8.23 A Freesmiddelpuntbaan bij het passeren van een hoek van 90° .

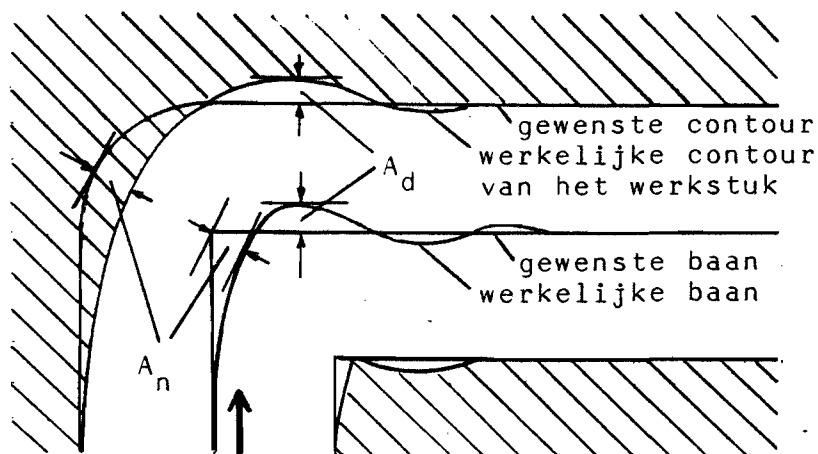


Fig. 8.23 A Geometrie van een freesmiddelpuntbaan en de invloed op de geometrie van het werkstuk.

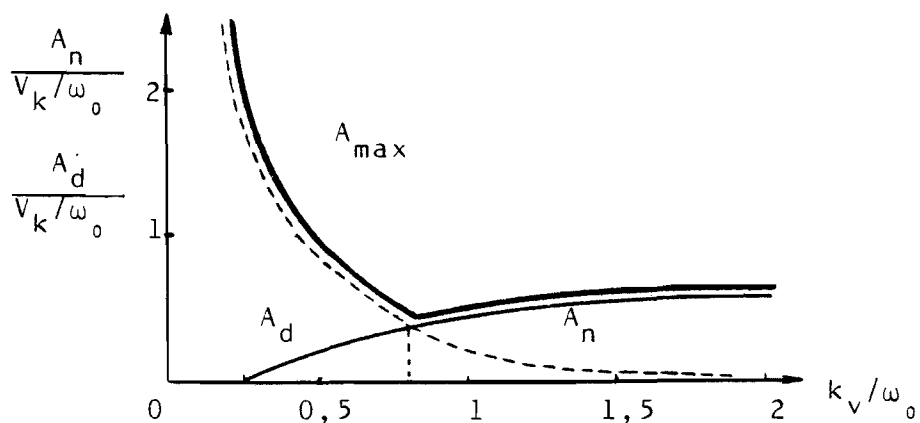


Fig. 8.23 B A_n , A_d en A_{max} voor een servosysteem met een eerste orde aandrijving als functie van k_v/ω_0

8.4. Aandrijfmotoren voor slede en hoofdas.

Een uitvoerige behandeling van alle mogelijke motoren zou hier te voeren, we moeten ons daarom beperken tot een korte typering van de belangrijkste.

Hoofdasaandrijfmotoren.

Bij de moderne machines worden hier reeds vermogens vereist tot 50 kW of meer. Een veel toegepaste motor is de 3-fase asynchroon motor. Deze is in de regel goedkoop door de grote oplage en de eenvoudige bouw van de kooianker rotor. Het toerental is echter alleen continu regelbaar, door regeling van de frequentie van het draaiveld. (Hier wordt onderzoek aan gedaan zonder evenwel nog grote praktische resultaten), of door schakeling van het aantal polen. Een andere mogelijkheid tot toerentalregeling is d.m.v. een koppeling met tandwielkast-(discrete toerentalregeling). Het koppel van de asynchrone motor is afhankelijk van de slip tussen statordraaiveld en rotorhoeknelheid, dit verloopt volgens het heylanddiagram. Daar tegenwoordig ook voor hoofdasaandrijfmotoren een continu regelbaar toerental gewenst is (optimale verspaningssnelheid) wordt steeds vaker hiervoor een gelijkstroom (D.C.) motor gekozen. Deze heeft een maximaal koppel bij stilstand, zie Fig. 8.18. Het probleem bij de continu regelbare grote d-c motoren is de beschikbaarheid van een grote regelbare gelijkstroomvoeding. Voor een regelbare snelheid kunnen we onze toevlucht nemen tot:

- Veldsturing. Dan wordt via een versterker alleen de veldstroom variabel gevoed en kan met een kleine versterker worden volstaan. Hierdoor introduceert men echter een extra (electrische) tijdconstante, wat niet gunstig is voor het dynamisch gedrag, zie 8.3. De veldwikkeling bestaat namelijk uit veel wikkelingen van dun draad. (Grote weerstand en zelfinductie).
- Ankersturing. Dan wordt het toerental geregeld door regeling van de ankerstroom. Men kan zelf nagaan, dat voor de genoemde vermogens van 50 kW dan enorme stromen moeten worden gestuurd. Zelfs met de huidige stand van de halfgeleider techniek is het onmogelijk hiervoor geschikte transistorversterkers te vinden. Een toepassingsmogelijkheid geeft

echter dan de thyristorvoeding, zie 8.5. Daar de ankerwikkeling meestal bestaat uit weinig windingen van dikke draad (weinig weerstand en zeldinductie) wordt bij ankerstroom sturing een verwaarloosbare elektrische tijdconstante toegevoegd.

Sledeaandrijfmotoren.

De huidige sledeaandrijvingen voor gereedschapsmachines moeten aan de volgende eigenschappen voldoen:

- iedere as separaat regelbaar.
- bereikbare ijlgangsnelheden van 10 tot 15 m/min.
- toerental regelbaar van ongeveer 1 : 20.000 omw/min.
- goede dynamische eigenschappen hebben (zoals kleine tijdconstanten) om geringe aanloop- en vertragingstijden te bereiken.

Als sledeaandrijfmotoren worden tegenwoordig uitsluitend nog gelijkstroommotoren en electro-(hydraulische) stappenmotoren toegepast.

Gelijkstroommotoren.

Twee belangrijke grootheden (zie 8.3) bij deze gelijkstroommotoren zijn de mechanische tijdconstante $\tau_M = J/D$ (verhouding tussen traagheidsmoment en demping) en de elektrische tijdconstante $\tau_E = L/R$ (verhouding tussen zelfinductie en weerstand van de gestuurde wikkeling).

Bij een ankergestuurde motor kan het statorveld nog worden verkregen via:

- zelfbekrachtiging,
- vreembekrachtiging,
- permanente magneten.

Het koppel wordt verkregen als een produkt van de kracht van het ene op het andere veld maal de rotorstraal. Om het koppel te vergroten wordt soms de kracht, soms de straal extra groot gemaakt. Gebaseerd op al deze overwegingen kan een d-c motor met specifieke eigenschappen worden geconstrueerd. Een aantal constructievormen is schematisch weergegeven in Fig. 8.24.

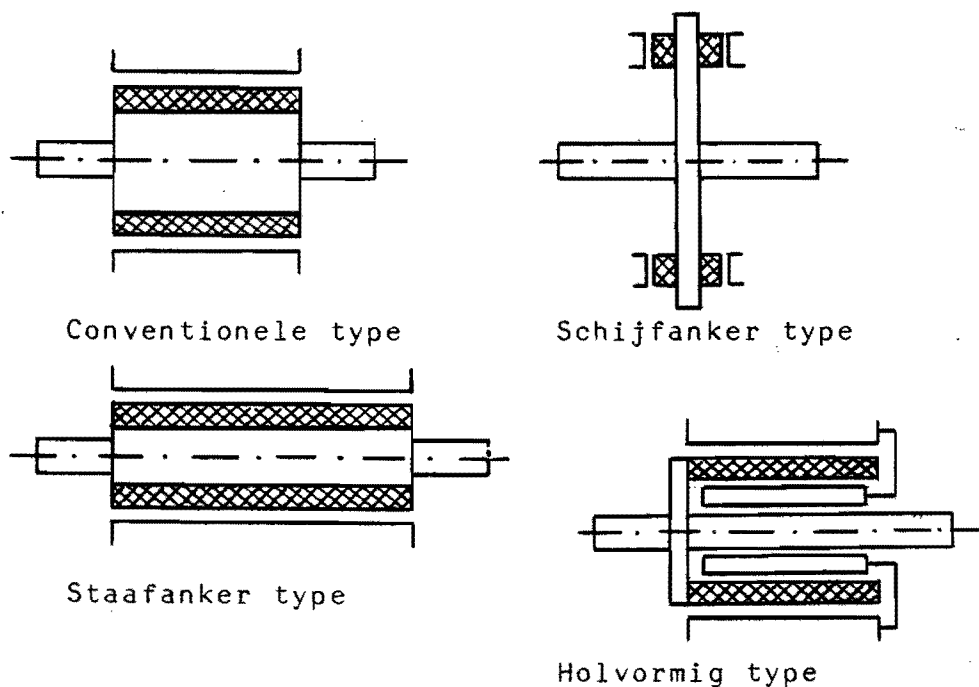


Fig. 8.24 Constructievormen van gelijkstroommotoren.

De belangrijkste d-c motoren, gebaseerd op de voorgaande overwegingen zijn:

- de schijfankermotor.

Het veld wordt hier opgewekt door permanente magneten van hoge kwaliteit. De rotor bestaat meestal uit een schijf van isolatiemateriaal met bedrukte bedrading. De motor heeft een zeer gering traagheidsmoment en door de bouwwijze een zeer kleine elektrische en mechanische tijdconstante. De motor kan in milliseconden op het gewenste toeren-tal worden gebracht. De geringe overbelastbaarheid is een nadeel.

- de staafankermotor.

Hierbij wordt een klein mechanisch traagheidsmoment verkregen door de geringe radiale afmetingen van de rotor. Daar de opgewekte kracht evenredig is met de lengte van het anker wordt toch een goed moment verkregen. Hierdoor kan de motor eveneens hoge versnellingen bereiken. De overbelastbaarheid is beter dan in het vorige geval.

Electro (hydraulische) stappenmotoren.

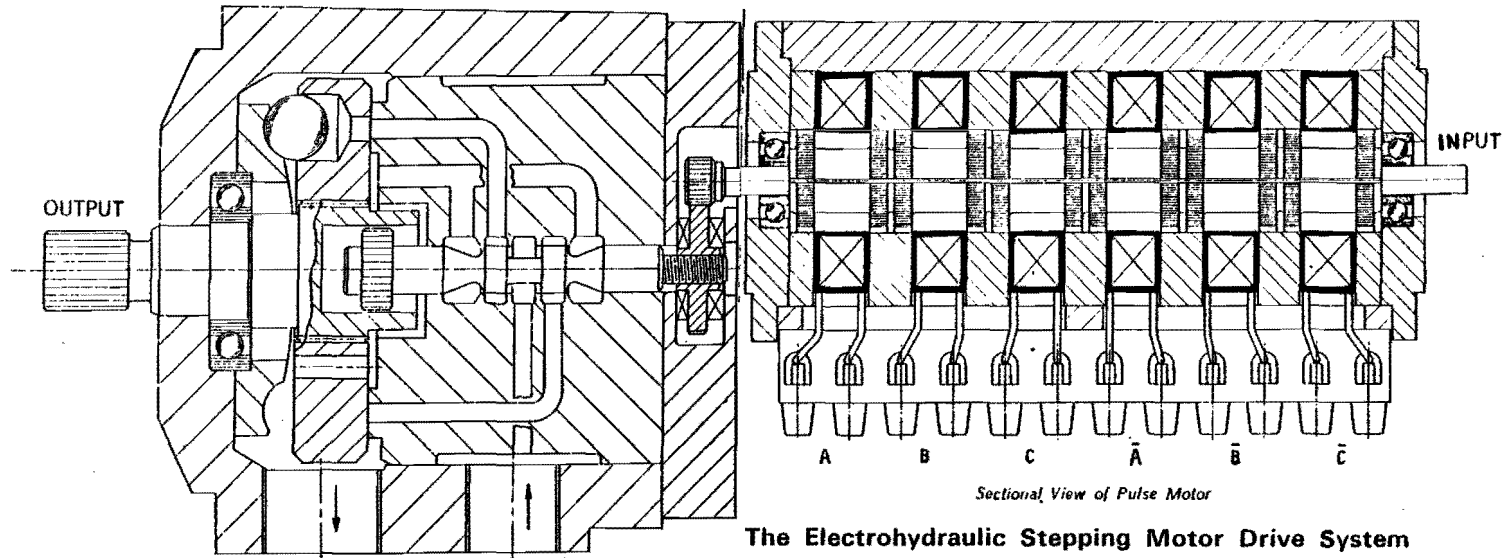
De elektrische stappenmotoren kunnen worden ondergebracht in de categorie van de synchrone motoren. Hierbij richt de rotor zich naar het statordraaiveld. Bij de gebruikelijke synchrone motoren is dit een continu in de ruimte draaiend veld. Bij de stappenmotor draait het veld eigenlijk stapsgewijze en beweegt de rotor zich per elementaire stap. Het is gebruikelijk de stappenmotor op te bouwen uit een aantal achter elkaar liggende stator-rotor systemen - fasen (m) - genaamd. De statoren zijn congruent, maar liggen t.o.v. elkaar $1/m$ -de deel van een stap verschoven. De rotoren zijn eveneens congruent en liggen in één lijn. Elke fase bevat p polen - uitstulpingen - zowel op de stator als de rotor. De statorpolen van iedere afzonderlijke fase zijn zodanig bewikkeld dat bij bekrachtiging er afwisselend een magnetische noord- en zuidpool ontstaat. Bij bekrachtiging van een fase zal de bijbehorende rotor zich richten volgens een minimale energetische toestand. (De juiste polen tegenover elkaar). Door nu de fasen opvolgend te bekrachtigen kan een rondgaande beweging worden bereikt. De stapgrootte is $\theta_0 = \frac{2\pi}{pm}$. Bij bedrijf kent de stappenmotor een aantal maximale toerentallen bijvoorbeeld:

- start/stop frequentie 2 kHz
- omkeerfrequentie 1 kHz
- bedrijfsfrequentie 20 kHz

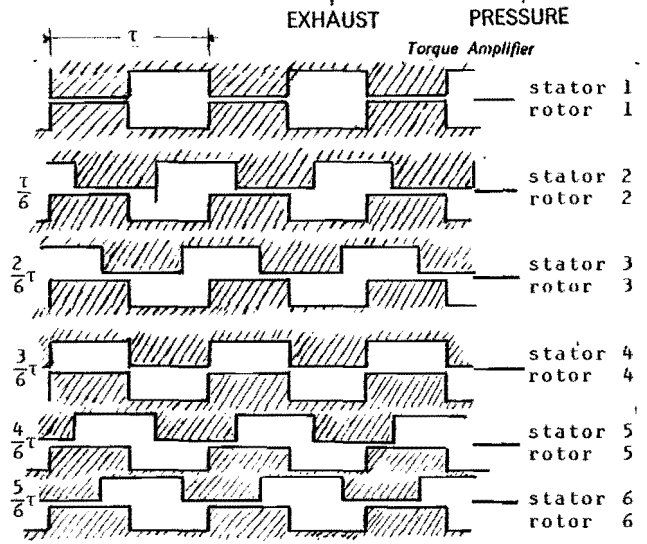
Bij stappenmotoren moeten we er voorts op bedacht zijn dat er versnellings- of vertragingmomenten kunnen ontstaan die groter zijn dan het kip-moment. Dit betekent dat de stappenmotor een aantal stappen overslaat en in een andere dan de gewenste positie zijn evenwicht bereikt. Ter onderdrukking van deze grote slingeramplituden wordt vaak een Lancasterdemping toegepast. Daar een elektrische stappenmotor vaak niet zo'n groot moment kan leveren, wordt deze vaak gekoppeld aan een hydraulische koppelversterker zoals in Fig. 8.25 is aangegeven.

Lineaire motoren.

Deze motoren zijn gebaseerd op het principe van de asynchrone motor, maar dan niet uitgevoerd met een draaiveld maar met een lopend veld. In plaats van rond is de veldwikkeling nu uitgeslagen. Voor sledeaan-drijvingen bevinden ze zich nog in het experimentele stadium.



The Electrohydraulic Stepping Motor Drive System
COUNTER OUTPUT STATES



FORWARD							REVERSE						
CLOCK PULSE	A	B	C	\bar{A}	\bar{B}	\bar{C}	CLOCK PULSE	A	B	C	\bar{A}	\bar{B}	\bar{C}
1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
2	0	1	1	1	0	0	2	1	1	0	0	0	1
3	0	0	1	1	1	0	3	1	0	0	0	1	1
4	0	0	0	1	1	1	4	0	0	0	1	1	1
5	1	0	0	0	1	1	5	0	0	1	1	1	0
6	1	1	0	0	0	1	6	0	1	1	1	0	0
7	1	1	1	0	0	0	7	1	1	1	0	0	0

Fig. 8.25 De stappenmotor.

8.5. Regelbare versterkers voor aandrijvingen.

Met de huidige stand van de halfgeleidertechniek is het mogelijk geworden ook regelbare voedingen te maken voor de genoemde gelijkstroom motoren. We onderscheiden hierbij:

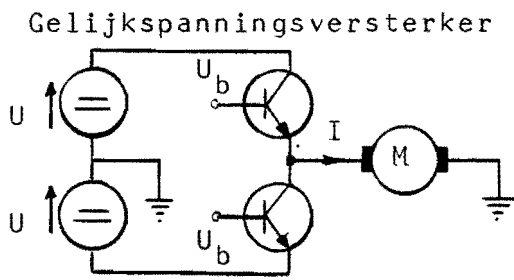
- transistor voedingen / vermogensversterkers
 - . gelijkstroom / spanningsversterkers.
 - . pulsbreedte gemoduleerde voedingen.
- thyristor voedingen / vermogensversterkers.

De kleine vermogens, tot 5 à 10 kW kunnen inmiddels gestuurd worden met de transistorvoedingen, terwijl de grotere vermogens slechts met de thyristorversterkers kunnen worden geregeld.

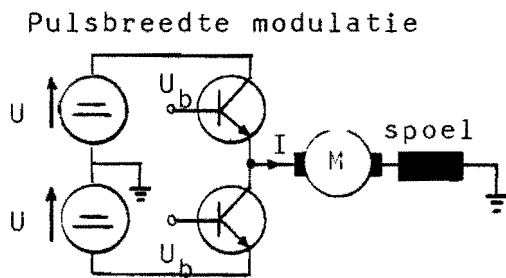
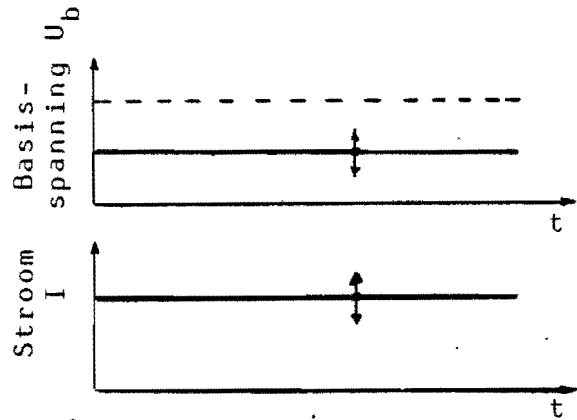
De gelijkstroom/spanningsversterker is gebaseerd op het conventionele type versterker met een evenredigheid tussen ingangs- en uitgangsgrootheid (zie Fig. 8.26.A).

Bij de pulsbreedte gemoduleerde voeding worden de transistoren gebruikt als elektronische schakelaars. De basisspanning U_b is slechts een deel van de tijd aanwezig (de pulsbreedte is variabel) zodat de gemiddelde stroom daardoor regelbaar is. Voor de afvlakking van de stroom wordt gebruik gemaakt van smoorspoelen. (zie Fig. 8.26.B). (E: P.W.M. amplifiers = Pulse Width Modulation).

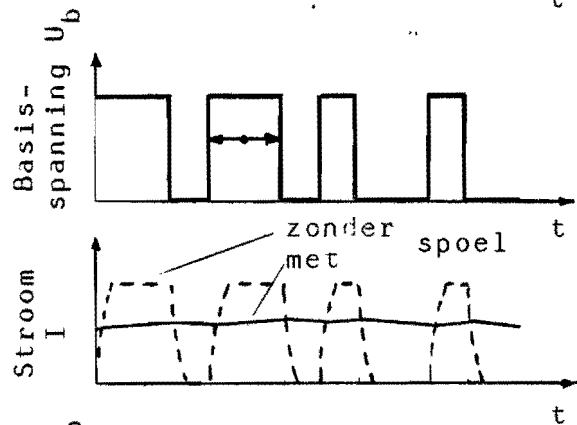
Bij de thyristorvoedingen wordt gebruik gemaakt van het feit dat thyristors geleiden, wanneer de spanning daarover positief is en wanneer ze door een extra ontsteekpuls worden opengestuurd. Door het tijdstip van de ontsteekpuls te variëren wordt meer of minder van een positieve fase gebruikt. Ze doven slechts wanneer de voedingsspanning weer door nul gaat. Thyristors hebben het voordeel dat ze grote stromen kunnen geleiden en zijn daardoor geschikt als regelbare voeding voor aandrijving van de hoofd-as. Het nadeel is dat ze niet meer regelbaar zijn binnen één periode. Met thyristors is het dus mogelijk een d.c motor zodanig in een circuit op te nemen dat in 4 kwadranten kan worden gewerkt, dus remmen en versnellen in de ene zowel als de andere richting. De afvlakking van de stroom geschiedt weer door smoorspoelen. In Fig. 8.26.C is zowel voor een één- als een drie-fase voeding een motoraandrijving met thyristors getekend. (E: S.C.R. amplifiers = Silicon Controlled Rectifier).



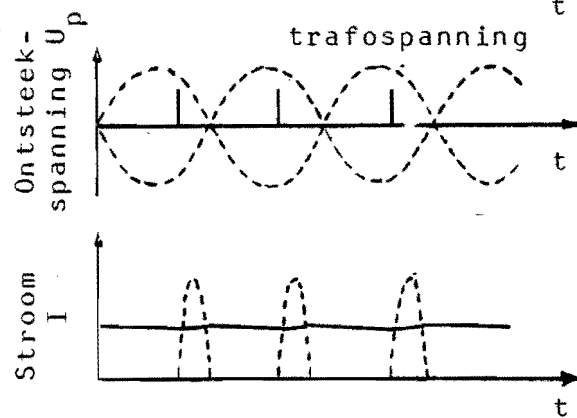
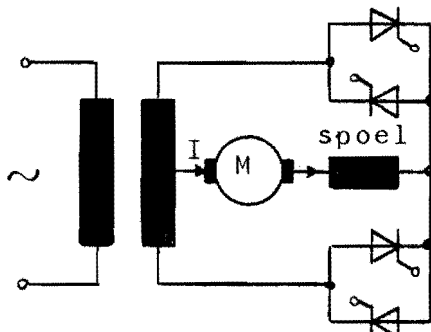
8.26 A



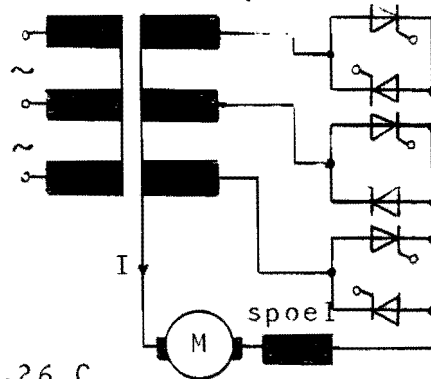
8.26 B



Volle 1-fase thyristorschema



Halve 3-fase thyristorschema



8.26 C

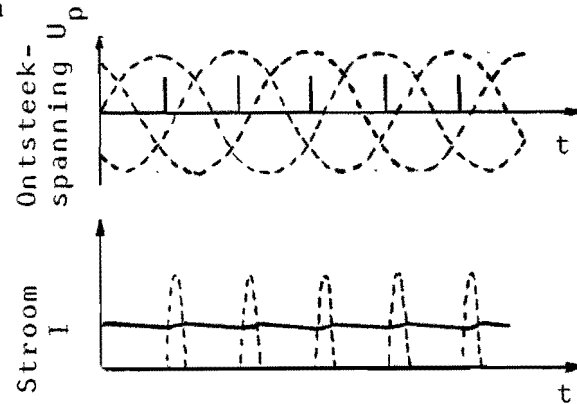


Fig. 8.26 Basisschakelingen van regelversterkers.

LITERATUUR.

1. M. Weck.
Werkzeugmaschinen Band 3.
Automatisierung und Steuerungstechnik
V.D.I. Verlag G.m.b.H., Düsseldorf, 1978.
2. D. Schmid.
Numerische Bahn Steuerung.
Springer Verlag, 1972.
3. R.S. Pressman, J.E. Williams.
Numerical Control and Computer Aided Manufacturing
John Wiley and Sons, New York.