

## Thermische instabiliteit bij torsie

### **Citation for published version (APA):**

Sillekens, W. H. (1986). *Thermische instabiliteit bij torsie*. (TH Eindhoven. Afd. Werktuigbouwkunde, Vakgroep Produktietechnologie : WPB; Vol. WPA0347). Technische Universiteit Eindhoven.

### **Document status and date:**

Gepubliceerd: 01/01/1986

### **Document Version:**

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

### **Please check the document version of this publication:**

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

### **General rights**

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

[www.tue.nl/taverne](http://www.tue.nl/taverne)

### **Take down policy**

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

[openaccess@tue.nl](mailto:openaccess@tue.nl)

providing details and we will investigate your claim.

Technische Universiteit Eindhoven

Faculteit der Wetenschappen

Vakgroep Productie-technologie en -Automatisering

II. L. Thermische Instabiliteit  
W. H. Sillekens WE 1  
Tijf Torsie

door

W.H. Sillekens

okt. 1986

VF code: C<sub>2</sub>

, WPA 0347

Verslag van T<sub>1</sub>-opdracht & vakandidaatsstage

coach: dr. ir. J.H. Dautzenberg

afstudeerhoogleraar: prof. ir. J.A.G. Kals

## \* Samenvatting

Dit verslag rapporteert over de opdracht waarmee ik in het kader van een T,-opdracht en tevens als nakandidaatsstage (projectstage) gewerkt heb. Het handelt over "thermische instabiliteit bij plastische deformatie van metalen".

Het beginnende thermische instabiliteit wordt in het eerste hoofdstuk geïntroduceerd, waarna in het tweede hoofdstuk een theoretische analyse wordt beschreven die leidt tot een zogenoemd "criterium voor thermische instabiliteit".

Met dit criterium zijn een aantal materiaaleigenschappen af te leiden die een rol spelen bij het eventuele optreden van deze instabiliteit. Aan de hand hiervan zijn een aantal materialen uitgekozen waarvan verwacht werd dat ze instabiliteitsgevoelig zouden zijn. Deze materialen zijn met torsieproeven beproefd, zowel bij lage als bij hoge deformatiesnelheden. Hiervan wordt verslag gedaan in hoofdstuk 3.

Een belangrijk doel was het experimenteel proberen aan te tonen van thermisch instabiel materiaalgedrag aan de hand van opgemeten deformatiepatronen. Hiernaast werd er ook (in hoofdstuk 4) geprobeerd om met behulp van het criterium theoretisch voorspellingen te doen. Theorie en experiment worden vergeleken in hoofdstuk 5.

In hoofdstuk 6 worden de belangrijkste conclusies samengevat, waarna in hoofdstuk 7 nog enkele slotopmerkingen worden gemaakt, voornamelijk in verband met het criterium voor thermische instabiliteit.

\* Symbolenlijst

$\sigma$	effectieve spanning	N/m <sup>2</sup>
$E$	effectieve rek	-
$E_0$	effectieve rek bij een voorgaande deformatie	-
$\dot{\epsilon}_0$	effectieve reksgnheid	1/sec
$\epsilon_0$	referentwaarde van de effectieve reksgnheidsinvloed	1/sec
$C$	functieknstica deformatieverstand	N/m <sup>2</sup>
$n$	versterigings exponent	-
$m$	exponent voor de reksgnheidsinvloed	-
$M$	torsiement	Nm
$\varphi$	hoekverdraaiing torsiestaf	rad, -
$W$	deformatie-energie	Nm
$\lambda$	afschuifhoek	rad, -
$\dot{\lambda}$	afschuifhoeksgnheid	1/sec
$\rho$	soortelijke gewicht	kg/m <sup>3</sup>
$s_w$	soortelijke warmte	J/kgK
$\lambda$	warmtegeleidingscoëfficiënt	W/mK
$\alpha$	de fractie warmte die niet door geleiding "wegt", maar zich in temperatuurstijging uitstraal van de torsiestaf	-
$R$	straal van de torsiestaf	m
$L$	lengte van de torsiestaf	m
$T$	temperatuur	°C
$t$	tijd	sec
$A, B$	constanten	
$R_{reg}$	korrelatiecoëfficiënt bij lineaire regressie	

$r, u_r, z$	coördinatenstelsel (cylindercoördinaten)	$m, -, m$
$u_r, u_\theta, u_z$	componenten van het snelheidsveld	$m/sec$
$\dot{\epsilon}_{rr}, \dot{\epsilon}_{\theta\theta}, \dot{\epsilon}_{zz}$	{ componenten van de reknelheidstensor	$1/sec$
$\dot{\epsilon}_{rz}, \dot{\epsilon}_{zr}, \dot{\epsilon}_{\theta\theta}$		
$\sigma_{rr}, \sigma_{\theta\theta}, \sigma_{zz}$	{ componenten van de spanningstensor	$N/m^2$
$\sigma_{rz}, \sigma_{zr}, \sigma_{\theta\theta}$		
$x, y, z$	coördinatenstelsel (cartesische coördinaten)	$m$
$u_x, u_y, u_z$	componenten van het snelheidsveld	$m/sec$
$\dot{\epsilon}_{xx}, \dot{\epsilon}_{yy}, \dot{\epsilon}_{zz}$	{ componenten van de reknelheidstensor	$1/sec$
$\dot{\epsilon}_{xy}, \dot{\epsilon}_{xz}, \dot{\epsilon}_{yz}$		

### gebruikte indices:

$k$	"kritiek": duidt het inzetten van thermische instabiliteit aan
$h$	homogeen
$e$	aan einde van deformatie
max	maximaal
$z$	ter plaatse $z$
$L$	ter plaatse $z = L$
$r$	ter plaatse $r$
$R$	ter plaatse $r = R$
$o$	omgeving
$v$	verhoogd

## \* Inhoudsopgave

- Samenvatting
- Symbolenlijst
- Inhoudsopgave

pag. I  
pag. II  
pag. III

### 1. Inleiding.

pag. 1

### 2. Aanleiding van een criterium dat thermisch instabiel gedrag voorspelt.

pag. 3

### 3. Experimenten.

#### 3.1. Opzet

pag. 6

#### 3.2. Proefstukmaterialen

pag. 7

#### 3.3. De "snelle" torsieproeven

pag. 8

#### 3.4. De "gewone" torsieproeven

pag. 11

### 4. Bequeling van de verschillende termen in het instabiliteitscriterium en de hieruit volgende "voorspellingen".

pag. 13

### 5. Vergelijking van theorie en experiment.

pag. 16

### 6. Conclusies.

pag. 18

### 7. Slotopmerkingen.

pag. 19

### 8. Literatuurovergave.

pag. 21

## Bijlagen

Bijlage 1. Analyse van de torsie van een cilindrische staaf.

Bijlage 2. Materiële gegevens. Warmtebehandelingen.

Bijlage 3. Speciale torsieproeven - rekverloop.

Bijlage 4. Gewone torsieproeven - rekverloop.

Bijlage 5. Het bepalen van de C en n waarden uit de (gewone) torsieproeven aan de hand van de opgenomen  $M(\varphi_i)$  kurven.

Bijlage 6. De rekenresultaten van het computerprogramma.

Bijlage 7. Voorspelling van de „instabiliteitsrekken“.

## 1. Inleiding.

Bij het plastisch deformieren van metaalen kunnen er verschillende vormen van instabiliteit optreden.

Een bekend voorbeeld van een instabiliteit treedt op in de trekproef, waarbij een bepaalde rek de verzwaring van de proefstang door de doorsnede afname gelijk is aan de deformatieversterking van het materiaal. Dit leidt tot een concentratie van de rek in een klein gebied van de proefstaf (inswoering).

Meer algemeen kan men stellen dat er een instabiliteit optreedt als de totale verstevening gewijzigd wordt door de totale ontstevening.

Als belangrijke versteveningsfactor geldt de deformatieverstevening, maar ook andere oorzaken kunnen een rol spelen (bijvoorbeeld geometrische verstevening bij een strikproef).

Ook ontstevening kan verschillende oorzaken hebben, o.a. geometrische ontstevening in de (al boven genoemde) trekproef, maar ook thermische ontstevening kan optreden. Thermische ontstevening bestaat hieruit, dat de stelspanning van een materiaal afneemt bij toenemende temperatuur. Een temperatuurtoename kan bewerkstelligd worden door de als warmte in het materiaal vrijkomende deformatie-energie.

Een als gevolg van thermische ontstevening geïnduceerde instabiliteit noemt men een thermische instabiliteit.

Bij het optreden van dit verschijnsel spelen een groot aantal factoren een rol, waaronder :

- mechanische eigenschappen van het gebruikte materiaal, bijvoorbeeld uitgedrukt in een spanning-rekrelatie. Mede hierdoor wordt de hoeveelheid ontwikkelde deformatie-energie bepaald.
- thermatische eigenschappen van het materiaal (warmtegeleiding, soortelijke warmte, temperatuurverzadigheid van de werkspanning ed.).
- het proces. Onder andere de rek- en reknelhedsverdeling en de geometrie van het werkstuk beïnvloeden de thermische geleiding en de hieruit volgende temperatuurverdeling.

Het is belangrijk om een inzicht te krijgen in het effect van al deze factoren op het optreden van thermische instabiliteit. Het optreden ervan kan dan namelijk worden herkend en voorkomen, respectievelijk toegepast worden.

2. Aflайдing van een criterium dat thermisch instabiel gedrag voorspelt.

(zie ook lit. [1.])

Voor het mechanisch gedrag van een materiaal wordt een toestandsvergelijking van de volgende soort aangenomen:

$$\bar{\sigma} = \bar{\sigma}(\dot{\bar{\epsilon}}, \ddot{\bar{\epsilon}}, T) \quad (1.)$$

Voor  $\frac{d\bar{\sigma}}{d\dot{\bar{\epsilon}}}$  kunnen we dan schrijven:

$$\frac{d\bar{\sigma}}{d\dot{\bar{\epsilon}}} = \left( \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \dot{\bar{\epsilon}}} \right)_{\ddot{\bar{\epsilon}}, T} + \left( \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \ddot{\bar{\epsilon}}} \right)_{\dot{\bar{\epsilon}}, T} \cdot \frac{d\dot{\bar{\epsilon}}}{d\dot{\bar{\epsilon}}} + \left( \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial T} \right)_{\dot{\bar{\epsilon}}, \ddot{\bar{\epsilon}}} \cdot \frac{dT}{d\dot{\bar{\epsilon}}} \quad (2.)$$

Op het punt van instabiel worden geldt:

$$\frac{d\bar{\sigma}}{d\dot{\bar{\epsilon}}} = 0 \quad , \text{ en tevens} \quad \frac{d\dot{\bar{\epsilon}}}{d\dot{\bar{\epsilon}}} \approx 0 \quad (3.)$$

dit wordt aangenomen  
als geometrische effecten geen rol spelen

Invullen van deze beide voorwaarden in (2.) levert:

$$\left( \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \dot{\bar{\epsilon}}} \right)_{\ddot{\bar{\epsilon}}, T} \approx - \left( \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial T} \right)_{\dot{\bar{\epsilon}}, \ddot{\bar{\epsilon}}} \cdot \frac{dT}{d\dot{\bar{\epsilon}}} \quad (4.)$$

Nemen we nu een eenheids-volumedeel materiaal aan, waarin de temperatuur homogeen verdeeld is. Bij de incrementale rek  $d\dot{\bar{\epsilon}}$  wordt de arbeid  $\bar{\sigma} d\dot{\bar{\epsilon}}$  verricht. We nemen (benaderingswijze) aan dat al deze meeharische arbeid omgezet wordt in warmte. Een fractie  $\alpha$  van deze warmte zal zich in temperatuurstijging uiten, de andere fractie zal door thermische geleiding naar de omgeving wegstromen.

Voor de temperatuurverhoging van het volumedeel geldt nu:

$$dT \approx \frac{\alpha = \frac{d\bar{\epsilon}}{d\bar{\epsilon}}}{\rho \cdot sw} \text{, oftewel: } \frac{dT}{d\bar{\epsilon}} \approx \frac{\alpha \cdot \bar{\sigma}}{\rho \cdot sw} \quad (5)$$

Dit laatste uitdrukking kunnen we substitueren in (4), zodat we krijgen:

$$\left( \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \bar{\epsilon}} \right)_{\dot{\epsilon}, T} \approx - \left( \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial T} \right)_{\dot{\epsilon}, \bar{\epsilon}} \cdot \frac{\alpha \cdot \bar{\sigma}}{\rho \cdot sw} \quad (6)$$

Om deze vergelijking meer expliciet te maken nemen we een concrete toestandsvergelijking aan, namelijk de uitgebreide Nadai-relatie:

$$\bar{\sigma} = C (\bar{\epsilon}_0 + \bar{\epsilon})^n \cdot \left( \frac{\bar{\epsilon}}{\bar{\epsilon}_0} \right)^m \quad (7)$$

Inwullen van (7) in (6.) levert:

(met  $\bar{\epsilon} = \bar{\epsilon}_k$  op het punt van instabiel worden)

$$C \cdot n (\bar{\epsilon}_0 + \bar{\epsilon}_k)^{n-1} \cdot \left( \frac{\dot{\bar{\epsilon}}}{\bar{\epsilon}_0} \right)^m \approx - \left( \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial T} \right)_{\dot{\epsilon}, \bar{\epsilon}} \cdot \frac{\alpha}{\rho \cdot sw} \cdot C (\bar{\epsilon}_0 + \bar{\epsilon}_k)^n \left( \frac{\dot{\bar{\epsilon}}}{\bar{\epsilon}_0} \right)^m$$

$$n \approx - \left( \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial T} \right)_{\dot{\epsilon}, \bar{\epsilon}} \cdot \frac{\alpha}{\rho \cdot sw} (\bar{\epsilon}_0 + \bar{\epsilon}_k)$$

Oftewel:

$$\boxed{\left( \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial T} \right)_{\dot{\epsilon}, \bar{\epsilon}} \approx - \frac{\rho \cdot sw}{\alpha} \cdot \frac{n}{\bar{\epsilon}_0 + \bar{\epsilon}_k}} \quad (8)$$

Als we uitgaan van een materiaal dat geen vormverandering heeft ondergaan, kunnen we schrijven:

$$\boxed{\left( \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial T} \right)_{\dot{\epsilon}, \bar{\epsilon}} \approx - \frac{\rho \cdot sw}{\alpha} \cdot \frac{n}{\bar{\epsilon}_k}} \quad (9)$$

Dit noemen we een criterium voor thermische instabiliteit.  
 Als de materialeigenschappen  $\rho$ ,  $s_w$ ,  $n$  en  $(\frac{\partial \sigma}{\partial T})_{\dot{E}, E}$  bekend zijn, evenals de deformatieomstandigheden, uitgedrukt in een waarde voor  $\alpha$ , dan is er uit het criterium een waarde voor de rek af te leiden waarbij de instabiliteit inzet. (we noemen deze waarde de kritieke waarde voor de rek:  $\bar{E}_k$ )

- Met het criterium is af te leiden dat materialen met een kleine waarde van dichtheid en grote warmte en een grote invloed van de temperatuur op de vloei spanning met daarbij een lage waarde van de versterkingsexponent gevoelig zijn voor thermische instabiliteit.
  - Het optreden van instabiliteit is sterk afhankelijk van de waarde van  $\alpha$ .
    - Een hoge deformatiesnelheid in een materiaal met een lage warmtegeleidingscoëfficiënt leidt tot weinig thermische geleiding en daarmee tot waarden van  $\alpha$  van ongeveer 1. (theoretisch:  $\dot{E} \rightarrow \infty$ , dan  $\alpha \rightarrow 1$ ; adiabatische deformatie). De waarde van  $\bar{E}_k$  is dan voor dat materiaal minimaal.
    - Een lage deformatiesnelheid in een materiaal met een grote warmtegeleidingscoëfficiënt levert waarden van  $\alpha$  van ongeveer 0. (theoretisch:  $\dot{E} \rightarrow 0$ , dan  $\alpha \rightarrow 0$ ; isotherme deformatie).
- Thermische instabiliteit wordt dan geheel onderdrukt ( $\bar{E}_k \rightarrow \infty$ ).

### 3. Experimenten.

#### • 3.1. Opezet

Als men het verschijnsel „thermische instabiliteit“ wil onderzoeken moet er voor gezorgd worden dat mogelijke andere instabiliteitsvormen niet optreden. Als experimentele proef wird o.a. daarom de torsie van massieve cilindrische prisma's gekozen, omdat hierbij een geometrische ver- of ontstressing niet optreedt (het belastingdragende oppervlak blijft gelijk).

Er werden zowel proeven bij lage als bij hoge deformatiesnelheden uitgevoerd. De veronderstelling was dat er bij de hoge-snelheidsproeven dezelfde hoge temperaturen zouden optreden dat thermische instabiliteit zou inzetten (zich uitende in concentratie van de rek). Dit zou dan in contrast moeten staan met de lage-snelheidsproeven (waar een homogeen deformatie verwacht werd).

Een mathematische analyse van de torsieproef wordt gegeven in bijlage 1, waarbij in het eerste gedeelte homogene deformatie aangenomen wordt en er in het tweede gedeelte ook concentratie van de rek wordt behandeld.

Mit deze analyse blijkt onder andere dat de buitenste proefstaafvezel in de torsieproef ( $r=R$ ) bijzonder belangrijk is. Zowel de effectieve rek, de effectieve rekssnelheid en de effectieve spanning zijn hier het grootste (A.o.v. de rest van de doorsnede). Hieruit volgt dat, als er instabiliteit optreedt, deze wordt ingeleid op de buitenste proefstukstraal. Om geen verstoring te introduceren is het

dan ook belangrijk dat het proefstukoppervlak glad is en geen bewerkingssporen vertoont.

Zowel bij de snelle als bij de gewone torsieproeven is na beproeving het verloop van de effectieve rek op de buitenste staal ( $\bar{\epsilon}_{R,e}$ ) bepaald als functie van de axiale oefenkracht. Hiervoor was er, voordat er beproefd werd, op elk van de proefstaven in axiale richting een inktlijn op het oppervlak aangebracht. De hoek die deze lijn nu maakt met de as van het proefstuk wordt als gelijk aan de afschuifhoek  $\gamma_{R,e}$ . Het verloop van  $\gamma_{R,e}$  langs de as werd opgemeten onder een meetmicroscoop [Zeiss Universel Meetmicroscoop in de meetkamer]. Het rekverloop kan dan bepaald worden met behulp van formule 21 uit de analyse (bijlage 1) :

$$\bar{\epsilon}_{R,e} = \frac{\tan \gamma_{R,e}}{\sqrt{3}} \quad [-]$$

### • 3.2. Proefstukmaterialen

Bij de proeven werd gebruik gemaakt van een drietal materialen waarvan verwacht werd dat ze gevoelig zouden zijn voor thermische instabiliteit.

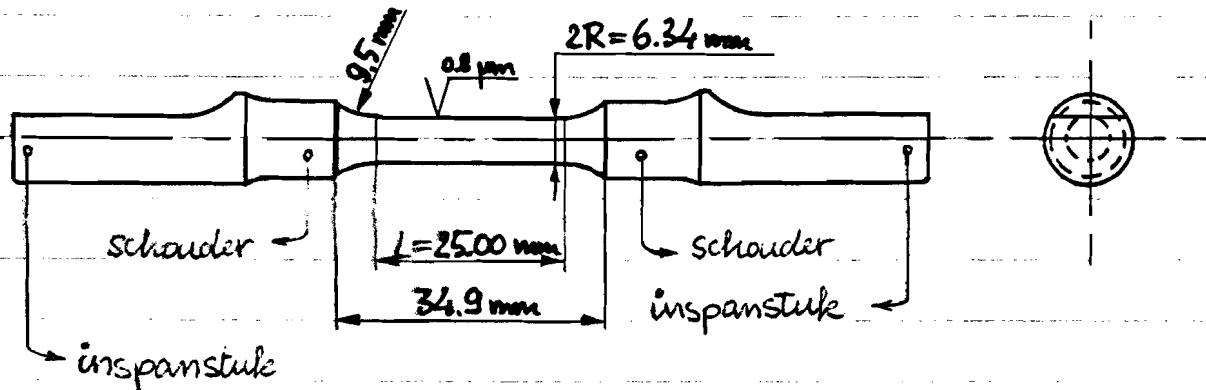
- Materialen : • titaan legering , Ti 6Al4V  
 • commercieel zuiver titaan , Ti-zuiver  
 • aluminium legering , Al 51 ST

Voor gegevens over belangrijke materiaaleigenschappen en eventuele warmtebehandelingen wordt verwezen naar bijlage 2.

### • 3.3. De „snelle“ torsieproeven

Voor het uitvoeren van de torsieproeven bij hoge deformatiesnelheden werd gebruik gemaakt van de "Carpenter Torsion Impact machine" (The A.H. Emery Co.). Het principe van dit apparaat is eenvoudig: een zijde van de proefstaf is vast ingeklemd (kan niet roteren om zijn as), de andere zijde kan via een (slag)koppeling zijn gekoppeld worden met een snel roterend vliegwiel. De kinetische energie in dit vliegwiel wordt gebruikt om het proefstuk (snel) te torqueren (tot breuk). Hierdoor neemt het toerental echter iets af (deformatiesnelheid slechts bij benadering constant). Met het toerentalverschil kan eventueel de totale deformatiearbeit berekend worden.

#### \* proefstukgeometrie:



In bijlage 3 zijn alle gegevens over de opgemeten reksverdelingen bij de snelle torsieproeven bijeengebracht. Hieruit blijkt dat er bij alle drie de materialen en bij alle toegepaste deformatiesnelheden een concentratie van de rek heeft plaatsgevonden.

Een belangrijk gegeven dat uit de rek-grafieken af te lezen is is de mate van homogene deformatie ( $\bar{\epsilon}_{R,h}$ ) die de sterjes hebben ondergaan voor dat rekconcentratie inzet. Werd namelijk de rekconcentratie veroorzaakt door thermische instabiliteit, dan zou deze waarde ( $\bar{\epsilon}_{R,h}$ ) moeten overeenkomen met de door het criterium te voorspellen waarde ( $\bar{\epsilon}_k$ ) !

Hieronder volgt een overzicht van de verrichte enkele proefseries en de resultaten:

materiaal : Ti 6Al4V

Tabel 1.

proefstuknummer	$\dot{\epsilon}_R$ [ $1/\text{sec}$ ]	$\bar{\epsilon}_{R,h}$ [-]	gemiddelde $\bar{\epsilon}_{R,h}$ [-]
I	17.7	0.17	
II	17.7	0.21	
III	17.7	0.18	
IV	6.0	0.40	
V	6.0	0.15	0.15

Proef IV is verstoord door een groef in het proefstukoppervlak. Dit heeft (blijkbaar) een grote invloed op het rekverloop (zie bijlage 3). Daarom is deze proef bij berekening van een gemiddelde  $\bar{\epsilon}_{R,h}$  niet meegerekend.

De overige proeven leidden tot een sterke concentratie van de rek bij een laag homogen reknieuwen. Een wezenlijk verschil tussen de rekverlopen bij proef V (bij  $\dot{\epsilon}_R = 6.0 [1/\text{sec}]$ ) en de proeven bij  $\dot{\epsilon}_R = 17.7 [1/\text{sec}]$  bestaat er niet.

materiaal: Ti-zuiver

Tabel 2.

proefstuknummer	$\dot{\varepsilon}_R$ [ $1/\text{sec}$ ]	$\dot{\varepsilon}_{R,h}$ [-]	gemiddelde $\dot{\varepsilon}_{R,h}$ [-]
I	17.7	0.53	
II	17.7	0.50	0.49
III	17.7	0.45	
IV	9.0	0.47	
V	9.0	0.51	0.49

Bij een vergelijking van de rekverlopen bij  $\dot{\varepsilon}_R = 17.7 [1/\text{sec}]$  en  $\dot{\varepsilon}_R = 9.0 [1/\text{sec}]$  valt op dat de rekconcentraties bij de proeven bij lagere reknelheid een minder steil verloop hebben. De mate van homogene deformatie ( $\dot{\varepsilon}_{R,h}$ ) echter is ongeveer gelijk.

materiaal: Al 51 ST

Tabel 3.

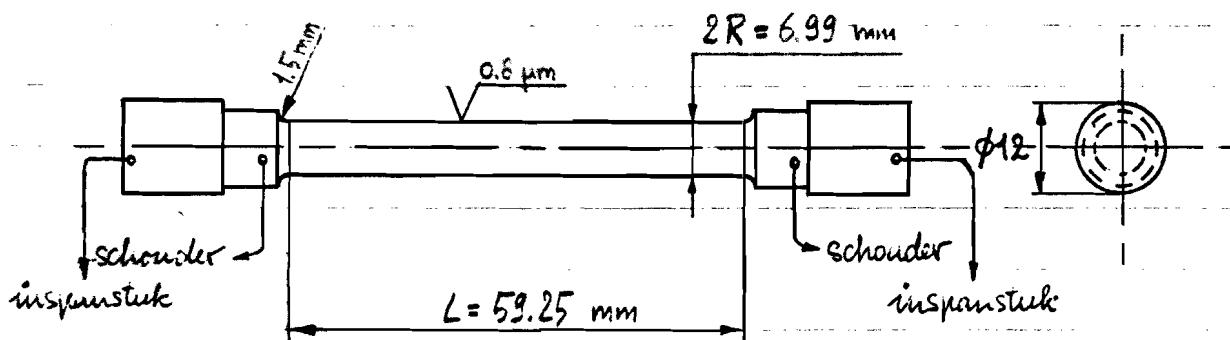
proefstuknummer	$\dot{\varepsilon}_R$ [ $1/\text{sec}$ ]	$\dot{\varepsilon}_{R,h}$ [-]	gemiddelde $\dot{\varepsilon}_{R,h}$ [-]
I	17.7	0.12	
II	17.7	0.11	0.12
III	17.7	0.12	
IV	9.0	0.14	
V	9.0	≈ 0.12	≈ 0.13
VI	9.0	≈ 0.13	
VII	6.0	≈ 0.13	
VIII	6.0	≈ 0.12	≈ 0.12
IX	6.0	≈ 0.11	

Het verschil tussen de rekverlopen bij de verschillende reknelheden is klein. Wel bestaat er de tendens, dat er bij de proeven bij lagere reknelheid minder sprake is van een constant niveau van de rek langs de concentratie, maar meer van een geleidelijk toenemende waarde van  $\dot{\varepsilon}_{R,h}$  naar de rekconcentratie toe.

### • 3.4. De "gewone" Torsieproeven

Voor het uitvoeren van de torsieproeven bij lage deformationsnelheid ("gewone" torsieproeven) werd gebruik gemaakt van de Amster-torsiebank. Hierbij werd het verloop van het torsiemoment als functie van de torsiehoek in grafiekevorm opgenomen.

#### \* proefstofgeometrie:



Met elk van de drie materialen is een torsieproef gedaan bij kamertemperatuur en een proef bij verhoogde temperatuur. De proeven bij verhoogde temperatuur waren nodig om de temperatuurgevoeligheid van de vloei spanning te kunnen bepalen (zie hoofdstuk 4).

In bijlage 4 worden de bij de gewone torsieproeven opgemeten reksverdelingen gegeven. Met de reksverlopen (met name die bij kamertemperatuur) blijft o.a. :

- dat de deformatie bij Ti6Al4V niet geheel homogeen was, maar toch sterk verschil vertoont met de deformatie bij de hoge reknelheden.
- dat de deformatie bij Ti-zuiver homogeen was totdat (vanaf een bepaalde rekwaarde) het materiaal ging scheuren. Ook

hier dus verschil met de snelle torsieproeven.

Dit optreden van scheuren bij de gewone torsieproeven werd bij de snelle torsieproeven niet waargenomen.

- dat bij Al51ST sterke concentratie van de rek plaatsvond!  
Het homogene rekruweau ligt ongeveer bij een waarde van  $\bar{E}_R = 0.15 [-]$ , dus ongeveer gelijk aan dat van de snelle proeven. De rekverloop bij snelle en langzame proeven vertonen weinig verschil. Waarschijnlijk wordt de concentratie van de rek bij de snelle proeven dus niet veroorzaakt door thermische instabiliteit!

Mit de bij de gewone torsieproeven opgenomen kurven die het verloop van het torsiemoment ( $M$ ) als functie van de torsiehoek ( $\varphi$ ) geven kunnen de  $C$  en  $n$ -waarden volgens de vergelijking van Padai worden afgeleid. Dit is gedaan in bijlage 5. Resultaten :

Tabel 4.

materiaal	proefstuknummer	temperatuur	$C [N/m^2]$	$n [-]$
Ti6Al4V	A	20 [°C]	$1225 \cdot 10^6$	0.067
	B	85 [°C]	$C_1 = 1135 \cdot 10^6$ $C_2 = 1141 \cdot 10^6$	$n_1 = 0.115$ $n_2 = 0.067$
Ti-zuiver	A	20 [°C]	$1213 \cdot 10^6$	0.099
	B	175 [°C]	$1140 \cdot 10^6$	0.120
Al51ST	A	20 [°C]	$407 \cdot 10^6$	0.063
	B	80 [°C]	$391 \cdot 10^6$	0.063

Bij Ti6Al4V, proefstuk B zijn voor zowel  $C$  als  $n$  twee waarden afgeleid. Verklaring: zie bijlage 5.

#### 4. Bepaling van de verschillende termen in het instabiliteitscriterium en de hieruitvolgende "regels"

In hoofdstuk 2 is als criterium voor het optreden van thermisch instabiel gedrag afgeleid:

$$\left( \frac{\partial \sigma}{\partial T} \right)_{E_k} \approx - \frac{\rho \cdot s_w}{\alpha} \cdot \frac{n}{E_k}$$

(9)

Om hieruit de kritieke waarde voor de rek ( $E_k$ ) af te kunnen leiden moeten de andere termen bekend zijn.

- Het scootelijke gewicht  $\rho$  en de scootelijke warmte  $s_w$  volgen uit de materialgegevens in bijlage 2.
- De versterkingsexponent  $n$  volgt uit de gewone torsieproeven bij kamertemperatuur en is voor de drie materialen gegeven in Tabel 4, pag. 12.
- De warmtefactor  $\alpha$  die niet door geleiding wegvloeit.

Als eerste benadering voor een waarde van  $E_k$  kunnen we gebruiken  $\alpha = 1$  (aanname van adiabatische deformatie).

We kunnen echter ook gebruik maken van een (bestaand) computerprogramma. Dit programma berekent de temperatuurverdeling in een torsiestaaf bij plastische deformatie en leidt daaruit ook de waarden van  $\alpha$  af. De snelle torsieproeven zijn doorgerekend met dit programma, de rekenresultaten zijn gegeven in bijlage 6. De voor de verschillende situaties berekende waarden voor  $\alpha$  in de buitenste proefstaafvezel zijn

in de onderstaande tabel samengevat.

Tabel 5

$\alpha_R [-]$	$\dot{\bar{\epsilon}}_R = 17.7 [1/\text{sec}]$	$\dot{\bar{\epsilon}}_R = 9.0 [1/\text{sec}]$	$\dot{\bar{\epsilon}}_R = 6.0 [1/\text{sec}]$
Ti6Al4V	0.986	*	0.971
Ti-zuiver	0.937	0.900	*
Fil 51 ST	0.894	0.839	0.813

\* : niet berekend.

Mit deze tabel kunnen we o.a. afleiden dat in de snelle torsieproeven de deformatie in de buitenste proefstaafvezel bij Ti6Al4V bijna adiabatisch verloopt ( $\alpha_R = 0.97 - 0.99$ ) terwijl dit bij Fil 51 ST duidelijk niet het geval is ( $\alpha_R = 0.81 - 0.83$ ).

Probleem: Als invoer van het programma dient o.a. de totale rek in de buitenste proefstaafvezel. Deze waarde willen we echter met het instabiliteits criterium juist voorspellen!

In de berekeningen hebben we als invoer de uit de snelle torsie-experimenten verkregen waarden van  $\dot{\bar{\epsilon}}_{R,h}$  gebruikt om  $\alpha_R$  te bepalen. (zie ook: slotopmerking  $\Sigma^*$ , pag. 19)

- De temperatuurgevoeligheid van de vloesspanning  $(\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial T})_{\dot{\bar{\epsilon}}, \bar{\epsilon}}$   
Van elk materiaal zijn er twee gewone torsieproeven gedaan; één bij omgevingstemperatuur  $T_0$  en één bij verhoogde temperatuur  $T_v$ . Met behulp van de uit deze proeven volgende C en n-waarden (tabel 4, pag. 12) kan dan  $(\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial T})_{\dot{\bar{\epsilon}}, \bar{\epsilon}}$  als functie van de effectieve rek benaderd worden volgens:

$$\left(\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial T}\right)_{\dot{\bar{\epsilon}}, \bar{\epsilon}} \approx \left(\frac{\Delta \bar{\sigma}}{\Delta T}\right)_{\dot{\bar{\epsilon}}, \bar{\epsilon}} = \left(\frac{\bar{\sigma}_v - \bar{\sigma}_0}{T_v - T_0}\right)_{\dot{\bar{\epsilon}}, \bar{\epsilon}} = \frac{C_v \bar{\epsilon}^{n_v} - C_0 \bar{\epsilon}^{n_0}}{T_v - T_0}$$

Voor  $T_v$  werden temperaturen gekozen die ongeveer overeenkomen met de door de computersimulatie berekende temperaturen in de buitenste proefstafwinkel (zie bijlage 6). ( $T_{i6Fl4V}$ :  $T_v = 85^\circ\text{C}$ ; Ti-zuiver:  $T_v = 175^\circ\text{C}$ ) Bij Fl 51 ST werd hiervan afgeweken omdat de berekende temperatuurverhoging erg klein was ( $\Delta T \approx 15^\circ\text{C}$ ). Deze proef werd verricht bij  $T_v = 85^\circ\text{C}$ .

De waarden voor  $\bar{\epsilon}_k$  kunnen nu aan de hand van de bovenstaande aanwijzingen berekend worden. Dit is in bijlage 7 gedaan. Resultaten:

$$\begin{aligned} \text{Ti6Fl4V: } \bar{\epsilon}_{k_1} &= 0.065 \quad [-] \\ \bar{\epsilon}_{k_2} &= 0.148 \quad [-] \end{aligned} \quad \left. \right\} (\alpha_k = 1)$$

$$\begin{aligned} \text{Ti-zuiver: } \bar{\epsilon}_k &= 0.49 \quad [-] \quad (\alpha_k = 1) \\ \bar{\epsilon}_k &= 0.53 \quad [-] \quad (\alpha_k = 0.937) \\ \bar{\epsilon}_k &= 0.55 \quad [-] \quad (\alpha_k = 0.900) \end{aligned}$$

$$\text{Fl 51 ST: } \bar{\epsilon}_k = 0.63 \quad [-] \quad (\alpha_k = 1)$$

Opm. 1 Bij Ti6Fl4V zijn twee waarden voor  $\bar{\epsilon}_k$  bij  $\alpha_k = 1$  berekend omdat de problemen bij de gewone torsiepref (bij verhoogde temperatuur) leidden tot twee waarden voor C en n. Omdat de snelle torsieprefen bij Ti6Fl4V bijna adiabatisch verlopen is  $\bar{\epsilon}_k$  hier alleen bij  $\alpha_k = 1$  berekend.

Opm. 2 Ondat bij Fl 51 ST bij  $\alpha_k = 1$  een waarde voor  $\bar{\epsilon}_k$  gevonden wordt die ver boven de experimentele waarden uitkomt is niet verder gerekeerd (voor  $\alpha_k <$ )

## 5. Vergelijking van Theorie en experiment.

In de onderstaande tabel worden de experimentele en theoretisch verkregen „instabiliteitsrekken” nog eens samengevat:

Tabel 6

		theorie $\bar{\epsilon}_k [-]$	experiment $\bar{\epsilon}_R [-]$
Ti 6Al 4V	$\dot{\epsilon} \rightarrow \infty$	1. 0.07 2. 0.15	* 0.19
	$\dot{\epsilon}_R = 17.7 [1/\text{sec}]$		
	$\dot{\epsilon}_R = 6.0 [1/\text{sec}]$		0.15 (1 proef)
Ti-zuiver	$\dot{\epsilon} \rightarrow \infty$	0.49	
	$\dot{\epsilon}_R = 17.7 [1/\text{sec}]$	0.53	0.49
	$\dot{\epsilon}_R = 9.0 [1/\text{sec}]$	0.55	0.49
Al 51 ST	$\dot{\epsilon} \rightarrow \infty$	0.63	
	$\dot{\epsilon}_R = 17.7 [1/\text{sec}]$	**	0.12
	$\dot{\epsilon}_R = 9.0 [1/\text{sec}]$	**	0.13
	$\dot{\epsilon}_R = 6.0 [1/\text{sec}]$	**	0.12

\* : zie opmerking 1, pag. 15

\*\* : zie opmerking 2, pag. 15

- Ti 6Al 4V. De tweede voorgedachte waarde van de kritieke rek ( $\bar{\epsilon}_{k_2}$ ) komt opnieuw overeen met de experimentele waarden. Dat de inhomogene deformatie bij de snelle torsieproeven veroorzaakt wordt door thermische instabiliteit is aannemelijk. Dit wordt ook ondersteund door de grote verschillen in deformatiepatroon tussen de snelle en de gewone proeven.

- Ti-zuiver. Theorie en experiment komen redelijk met elkaar overeen. Ook de verschillen in deformatiepatronen tussen snelle en gelede torsieproeven ondersteunen de conclusie dat er bij de snelle proeven athermisch instabiel gedrag optreedt.

- F1 51 ST. Theorie en experiment verschillen sterk! Want bij de snelle als bij de gelede torsieproeven trad er een concentratie van de rek op, waaruit al verwacht werd dat er geen athermische instabiliteit optrad. Dit nu wordt ondersteund door de theorie; athermisch instabiel gedrag immers kan (volgens de theorie) pas bij een veel hoger rekruimte optreden dan blijkt uit de experimenten.

Welke (andere) instabiliteit er optreedt is onbekend, wel volgt uit de proeven dat deze instabiliteit niet, of zeer weinig, reknelheidsgvoelig is.

- De invloed van de reknelheid op de instabiliteitsrek komt bij de snelle torsieproeven niet goed tot uiting. Hiervoor moeten er ook experimenten bij lagere toerentallen worden gedaan, zodanig dat er in de buitenste vezel waarden van  $\alpha$  van bijvoorbeeld  $\frac{1}{2}$  optreden. Met dit proefapparaat voor de snelle torsieproeven (bij deze materialen) is dat echter niet mogelijk omdat het vliegwiel dan zeer sterk in toerental zal afnemen ( $E_R$  niet constant), eventueel zelfs tot stilstand komt.

## 6. Conclusies .

- \* In Ti6Al4V en Ti-zuiver treedt er bij de snelle torsieproeven thermisch instabiliteit op.
- \* In Al51ST treedt er bij de snelle torsieproeven geen thermische instabiliteit op. Een andere instabiliteit leidt, zoals bij de snelle als bij de gewone proeven, tot concentratie van de zik vanaf een vrij laag homogeen rekenen.
- \* Het criterium voor thermische instabiliteit voorspelt goede waarden voor de kerstijde rek bij Ti6Al4V en Ti-zuiver. De grote uitschatting bij fil51ST is verklarbaar omdat in dit materiaal geen thermische instabiliteit optreedt.
- \* Het gebruik van het criterium voor thermische instabiliteit in de praktijk wordt belemmerd omdat het moeilijk is een goede waarde voor  $\alpha$  af te leiden.  
(zie ook: "slotopmerking 2", pag. 19)

## 7. Slotopmerkingen.

- 1/ Van de in hoofdstuk 4 experimenteel bepaalde termen uit het instabiliteitscriterium is de term  $\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial T} \dot{\varepsilon}, \dot{E} \approx \frac{C_v \bar{E}^{n_v} - C_o \bar{E}^n}{T_v - T_0}$  waarschijnlijk niet erg nauwkeurig.

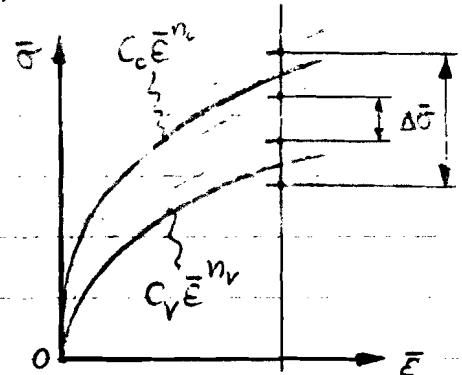
Hieroor zijn enkele oorzaken te noemen, onder andere :

- de term wordt bepaald als verschil van twee kurven ( $C_o \bar{E}^n$  en  $C_v \bar{E}^{n_v}$ ) waarbij de relatieve fout in de uitkomst groot kan worden (zie figuur).

In de figuur zijn aangegeven:

$C_o \bar{E}^n$  en  $C_v \bar{E}^{n_v}$ ; de spreidingsgebieden in deze kurven en de ten gevolge van deze spreiding mogelijke variatie in de term  $\Delta \bar{\sigma}$  (bij een bepaalde rek).

- bij de proeven bij verhoogde temperatuur was de temperatuur in de proefstaaf waarschijnlijk niet overal gelijk. (zie bijlage 4)
- de temperatuurverhitting  $T_v - T_0$  was niet nauwkeurig bekend.



- 2/ Het gebruik van het criterium voor thermische instabiliteit in de praktijk wordt belemmerd omdat het moeilijk is een goede waarde voor  $\alpha$  af te leiden. Hieroor namelijk is het nodig om een berekening te maken waarin de deformatie-energie een rol speelt. Deze deformatie-energie echter is rechtstreeks afhankelijk van het rekriever, en het is nu net dit rekriever waarvoor we middels het criterium een waarde proberen te vinden!

Dit probleem treft ook op bij de computerberekeningen van de snelle torsieproeven. Hier kan het probleem mathematisch als volgt worden geformuleerd:

$$\text{Criterium: } \bar{\xi}_k = \bar{\xi}_k \left( \left( \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial T} \right)_{\dot{\xi}, \bar{\epsilon}}, \rho, sw, n, \underline{x_R} \right)$$

$$\text{Computerprogramma: } x_R = x_R (\rho, sw, A, C, n, R, T_0, \dot{\epsilon}, \bar{\xi}_k)$$

In hoofdstuk 4 is dit probleem omzet in dat in het computerprogramma de experimentele waarde van  $\bar{\xi}_k$  te gebruiken ( $= \bar{\xi}_{R,k}$ ) en met de aldus verkregen waarde van  $x_R$  het criterium toe te passen.

Door de uitvoer van het programma te veranderen kan echter vrij eenvoudig een echte oplossing worden gevonden. Men rekent hiervoor met het programma de volgende gegevens door, bijv.  $\bar{\xi}_k = 1$  (totale rek) in 1000 stappen (bij een materiaal en torsieproef waarvoor men  $\bar{\xi}_k$  wil afleiden). Als uitvoer geeft men de resultaten van het bredeste segment bij aantal stappen  $X = 10, 20, 30$  enz. t/m 1000. In feite is dan in een berekening  $x_R = x_R (\bar{\xi}_k)$  vastgelegd waarbij  $\bar{\xi}_k$  oplaat in stappen van 0.01. Het bepalen van  $\bar{\xi}_k$  gaat dan als volgt: Neem aan  $x_R = 1$  en bepaal met het criterium een waarde voor de kritische rek. De volgens het programma bij deze rek behorende  $x_R$  kan uit de uitvoer worden afgelezen. Met deze  $x_R$  wordt opnieuw het criterium toegepast waaruit een nieuwe waarde voor  $\bar{\xi}_k$  volgt, en waarmee weer een nieuwe  $x_R$  bepaald wordt. Zo kan men itereren totdat een voldoend nauwkeurige oplossing voor  $\bar{\xi}_k$  gevonden is.

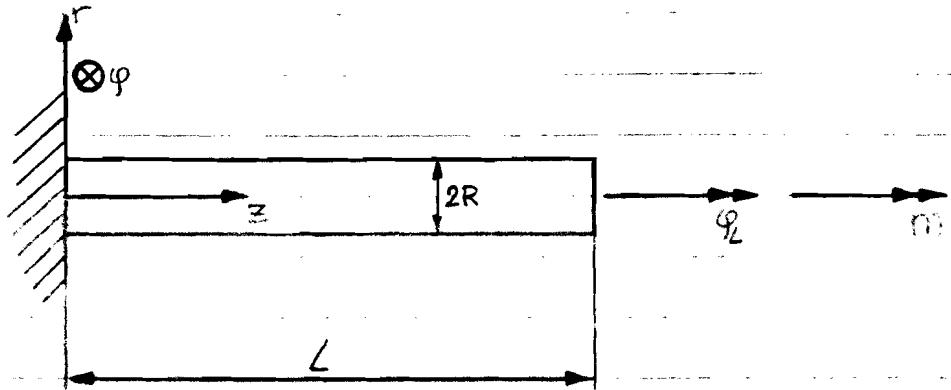
## 8. Literatuur-opgave

- [1] J.H. Dantzenberg  
 „Thermische instabiliteit.“  
 T.H.E. dictaat „Omformtechnologie - A“, nummer: 4.558  
 telkst 12.
- [2] P.C. Veenstra ; S. Hoogenboom  
 T.H.E. dictaat „Technische plasticiteitsleer.“  
 nummers: 4.406 en 4.482
- [3] H. Wilhelm  
 „Über das Umformverhalten von Blechen aus Titan  
 und Titanlegierungen.“  
 deel 34 van „Berichte aus dem Institut für  
 Umformtechnik“  
 bibliothekennummer: KFK 66 THS
- [4] T.H.E. - intern normblad Nr. 12.1.1.  
 [Aluminium 51 ST]
- [5] M.P. Snijder van Wissenkerke  
 „Numerieke methode voor de bepaling van de  
 temperatuurverdeling in een torsiestaal tijdens  
 plastische deformatie.“  
 W.P.B. rapport nr. 0091

# Bijlage 1.

## \* Analyse van de torsie van een cilindrische staaf.

zie ook lit. [2].



### I. "Homogene deformatie"

- Aanname : 1. vlakke doorsneden blijven vlak.  
 2. geen verandering van staaflengte.  
 3. materiële lijnen in radiale richting blijven recht.  
 4.  $\frac{d\varphi_z}{dz} = \text{constant}$ .  
 (= aanname van homogene deformatie)

#### • de snelheidsveld in de staaf

We nemen aan :  $u_z = 0$  en  $u_r = 0$

Verder :  $\varphi_z = \frac{z}{L} \varphi_L$ ; differentiëren naar de tijd :  $\dot{\varphi}_z = \frac{z}{L} \dot{\varphi}_L$

Ook geldt :  $u_\varphi = r \cdot \dot{\varphi}_z$ , dus :  $u_\varphi = r \cdot z \frac{\dot{\varphi}_L}{L}$

- Fil's componenten van de reknelheidsensor volgen hiermee:  
(in cilindercoördinaten)

$$\dot{\varepsilon}_{rr} = \frac{\partial \dot{u}_r}{\partial r} = 0$$

$$\dot{\varepsilon}_{\varphi\varphi} = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \dot{u}_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\dot{u}_r}{r} = 0$$

$$\dot{\varepsilon}_{zz} = \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial z} = 0$$

$$\dot{\varepsilon}_{yz} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial \varphi} + \frac{\partial \dot{u}_y}{\partial z} \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{r} \cdot 0 + r \frac{\dot{\varphi}_L}{L} \right) = \frac{1}{2} r \frac{\dot{\varphi}_L}{L}$$

$$\dot{\varepsilon}_{zx} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \dot{u}_x}{\partial z} + \frac{\partial \dot{u}_x}{\partial r} \right) = 0$$

$$\dot{\varepsilon}_{rz} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \dot{u}_x}{\partial \varphi} + \frac{\partial \dot{u}_x}{\partial r} - \frac{\dot{u}_x}{r} \right) = \frac{1}{2} \left( z \cdot \frac{\dot{\varphi}_L}{L} - z \frac{\dot{\varphi}_L}{L} \right) = 0$$

Dit geeft voor de effectieve reknelheid:

$$\dot{\bar{\varepsilon}} = \sqrt{\left\{ \frac{2}{3} (\dot{\varepsilon}_{rr}^2 + \dot{\varepsilon}_{\varphi\varphi}^2 + \dot{\varepsilon}_{zz}^2) + \frac{4}{3} (\dot{\varepsilon}_{rz}^2 + \dot{\varepsilon}_{yz}^2 + \dot{\varepsilon}_{zx}^2) \right\}}$$

$$= \sqrt{\frac{4}{3} \dot{\varepsilon}_{yz}^2} = \sqrt{\frac{4}{3} \left( \frac{1}{2} r \frac{\dot{\varphi}_L}{L} \right)^2} = \sqrt{\frac{1}{3} \left( r \frac{\dot{\varphi}_L}{L} \right)^2}$$

dus:  $\dot{\bar{\varepsilon}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot r \cdot \frac{\dot{\varphi}_L}{L}$  [1/sec] (10.)

- Integreer over de tijd levert voor de effectieve rek:

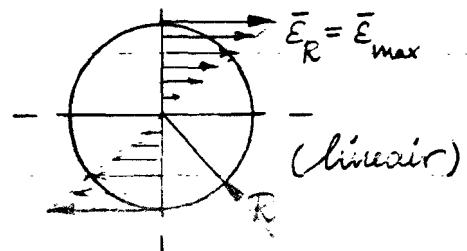
$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{r}{L} \cdot \dot{\varphi}_L [-] \quad (11.)$$

De maximale effectieve rek bereikt bij de torsieproef op in de "buitenste vezel" van het proefstuk. ( $r=R$ )

Deze is te berekenen met :  $\bar{\epsilon}_R = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{R}{L} \cdot \dot{\varphi}_L$  [-] (12.)

(*bij homogene deformatie*)

Reksverloop over de doorsnede :



• De maximale reksnelheid

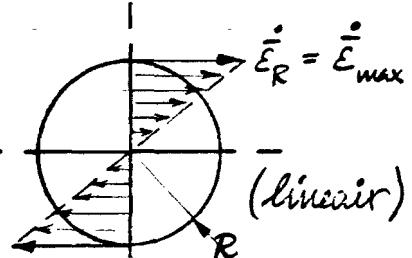
Als uitdrukking voor de effectieve reksnelheid is

afgeleid :  $\dot{\bar{\epsilon}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot r \cdot \frac{\dot{\varphi}_L}{L}$  [ $^1/\text{sec}$ ] (13.)

Voor de maximale effectieve reksnelheid geldt dan :

$$\dot{\bar{\epsilon}}_{max} = \dot{\bar{\epsilon}}_R = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{R}{L} \cdot \dot{\varphi}_L$$
 [ $^1/\text{sec}$ ] (15.)

Reksnelheidsverloop over de doorsnede :



Als  $n$  het toerental (in  $\text{omw/min}$ ) voorstelt waarmee de torsieproef wordt uitgevoerd, dan geldt de relatie :

$$n = \frac{1}{2\pi} \cdot \dot{\varphi}_L \left[ \frac{\text{rad}}{\text{sec}} \right] \cdot 60 = \frac{30}{\pi} \cdot \dot{\varphi}_L ; \text{ dus : } \dot{\varphi}_L = \frac{\pi}{30} \cdot n$$
 (14.)

Samen met (13.) levert dit voor de maximale effectieve reksnelheid :

$$\dot{\bar{\epsilon}}_R = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{R}{L} \cdot \frac{\pi}{30} \cdot n$$

oftewel :

$$\dot{\bar{\epsilon}}_R = \frac{\pi}{30\sqrt{3}} \cdot \frac{R}{L} \cdot n$$
 [ $^1/\text{sec}$ ] (15.)

( $n$  in  $\text{omw/min}$ )

• Het verband tussen torsiemoment  $M$  en torsiehoek  $\varphi$

de versnelingen van de componenten van Levy-von Mises : | de componenten van de rekenelheidstensor:

$$\dot{\varepsilon}_{rr} = \frac{\ddot{\varepsilon}}{\sigma} \left( \sigma_{rr} - \frac{\sigma_{44} + \sigma_{22}}{2} \right) \quad | \dot{\varepsilon}_{rr} = 0$$

$$\dot{\varepsilon}_{44} = \frac{\ddot{\varepsilon}}{\sigma} \left( \sigma_{44} - \frac{\sigma_{22} + \sigma_{rr}}{2} \right) \quad | \dot{\varepsilon}_{44} = 0$$

$$\dot{\varepsilon}_{22} = \frac{\ddot{\varepsilon}}{\sigma} \left( \sigma_{22} - \frac{\sigma_{rr} + \sigma_{44}}{2} \right) \quad | \dot{\varepsilon}_{22} = 0$$

$$\dot{\varepsilon}_{rq} = \frac{3}{2} \cdot \frac{\ddot{\varepsilon}}{\sigma} \cdot \sigma_{rq} \quad | \dot{\varepsilon}_{rq} = 0 \quad \longrightarrow \quad \sigma_{rq} = 0$$

$$\dot{\varepsilon}_{qz} = \frac{3}{2} \cdot \frac{\ddot{\varepsilon}}{\sigma} \cdot \sigma_{qz} \quad | \dot{\varepsilon}_{qz} = \frac{1}{2} r \frac{\dot{\varphi}}{L} \quad \longrightarrow \quad \sigma_{qz} \neq 0$$

$$\dot{\varepsilon}_{rz} = \frac{3}{2} \cdot \frac{\ddot{\varepsilon}}{\sigma} \cdot \sigma_{rz} \quad | \dot{\varepsilon}_{rz} = 0 \quad \longrightarrow \quad \sigma_{rz} = 0$$

Er werkt slechts een spanningscomponent:  $\sigma_{qz}$

Voor de effectieve spanning geldt dan:

$$2\bar{\sigma}^2 = (\sigma_{rr}^2 - \sigma_{44}^2) + (\sigma_{44}^2 - \sigma_{22}^2) + (\sigma_{22}^2 - \sigma_{rr}^2) + 6(\sigma_{rq}^2 + \sigma_{qz}^2 + \sigma_{rz}^2)$$

$$\rightarrow 2\bar{\sigma}^2 = 6\sigma_{qz}^2$$

$$\rightarrow \boxed{\bar{\sigma} = \sqrt{3} \cdot \sigma_{qz}} \quad \text{of} \quad \boxed{\sigma_{qz} = \frac{1}{\sqrt{3}} \bar{\sigma}} \quad (16)$$

Het torsiemoment  $M$  volgt uit de integraal:

$$M = \int_{r=0}^R \sigma_{qz} 2\pi r dr \cdot r = 2\pi \cdot \int_{r=0}^R \sigma_{qz} r^2 dr$$

Tezamen met formule (46.) geeft dit:

$$M = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \cdot \int_0^R \sigma \cdot r^2 dr \quad (47)$$

Nu is afhankelijk van het materiaalmodel:  $\bar{\sigma} = \bar{\sigma}(\bar{\epsilon})$ , waarbij in dit geval  $\bar{\epsilon} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot r \cdot \frac{q_L}{L}$  (41.)

Als we uitgaan van de versterigingsfunctie van Nedoï ( $\bar{\sigma} = C \bar{\epsilon}^n$ ) wordt de uitrukking:

$$M = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \cdot \int_0^R C \bar{\epsilon}^n \cdot r^2 dr = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \cdot \int_0^R C \left( \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot r \cdot \frac{q_L}{L} \right)^n \cdot r^2 dr$$

$$= \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \cdot C \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{q_L}{L} \right)^n \cdot \int_0^R r^{n+2} dr$$

$$M = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \cdot C \left( \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{q_L}{L} \right)^n \cdot \frac{R^{n+3}}{n+3} \quad [Nm] \quad (48)$$

$$n \neq -3$$

### • De totale deformatie-energie W

$$\text{Deze volgt uit: } W = \int M dq_L = \frac{2\pi C}{\sqrt{3}} \cdot \left( \frac{1}{L\sqrt{3}} \right)^n \cdot \frac{R^{n+3}}{n+3} \int_{q_L=0}^{q_{le}} q_L^n dq_L$$

$$= \frac{2\pi C}{\sqrt{3}} \cdot \left( \frac{1}{L\sqrt{3}} \right)^n \cdot \frac{R^{n+3}}{n+3} \cdot \left( \frac{1}{n+1} q_L^{n+1} \right) \Big|_{q_L=0}^{q_{le}}$$

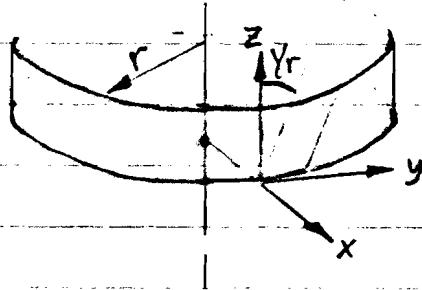
$$\text{dus: } W = \frac{2\pi C}{\sqrt{3}} \cdot \left( \frac{1}{L\sqrt{3}} \right)^n \cdot \frac{R^{n+3} \cdot q_{le}^{n+1}}{(n+3)(n+1)} \quad [J] \quad (49)$$

(bij homogene deformatie)

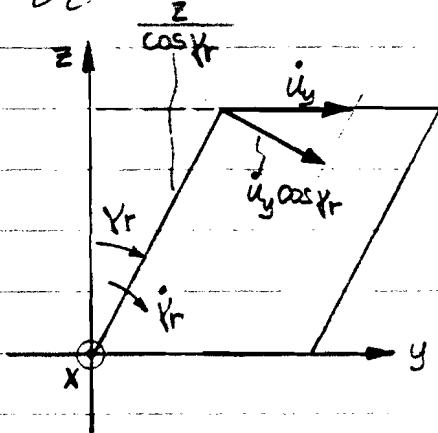
## II. Inhomogene deformatie

Met maken de  $\zeta^{\pm}$  aanname, namelijk dat  $\frac{dg_z}{dz}$  constant moet zijn, vallen. Hiermee wordt dus de mogelijkheid geïntroduceerd dat de cilindrische staaf in axiale richting rekconcentrations vertoont. Een dergelijk deformatiepatroon ( $\varepsilon = \bar{\varepsilon}(z)$ ) definiëren we als inhomogenie.

Voor de afleiding wordt uitgegaan van een lokale cartesian coördinatenstelsel:



$x, y, z$  (lokale) coördinaten



enkelvoudige afkromming

• Het snelheidsveld

$$u_x = 0$$

$$u_y \neq 0$$

$$u_z = 0$$

$u_y$  volgt uit de relatie:  $u_y \cos \varphi_r = \dot{\varphi}_r \frac{z}{\cos \varphi_r}$ , oftewel:  $u_y = \dot{\varphi}_r \frac{z}{\cos^2 \varphi_r}$   
(zie figuur)

Deze relatie geldt ook bij inhomogene deformaties omdat de coördinaat  $z$  zo klein genomen kan worden dat het beschouwde "blokje" rechte begrenzingslijnen heeft.

- Componenten van de reksnelheidstensor:

$$\dot{\varepsilon}_{xx} = \frac{\partial \dot{u}_x}{\partial x} = 0$$

$$\dot{\varepsilon}_{xy} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \dot{u}_x}{\partial y} + \frac{\partial \dot{u}_y}{\partial x} \right) = 0$$

$$\dot{\varepsilon}_{yy} = \frac{\partial \dot{u}_y}{\partial y} = 0$$

$$\dot{\varepsilon}_{xz} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \dot{u}_x}{\partial z} + \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial x} \right) = 0$$

$$\dot{\varepsilon}_{zz} = \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial z} = 0$$

$$\dot{\varepsilon}_{yz} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \dot{u}_y}{\partial z} + \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial y} \right) = \frac{1}{2} \frac{\dot{r}}{\cos^2 \varphi_r}$$

Hiermee wordt de effectieve reksnelheid:

$$\dot{\bar{\varepsilon}} = \sqrt{\left\{ \frac{2}{3} (\dot{\varepsilon}_{xx}^2 + \dot{\varepsilon}_{yy}^2 + \dot{\varepsilon}_{zz}^2) + \frac{1}{3} (\dot{\varepsilon}_{xy}^2 + \dot{\varepsilon}_{xz}^2 + \dot{\varepsilon}_{yz}^2) \right\}}$$

$$= \sqrt{\frac{4}{3} \dot{\varepsilon}_{yz}^2} = \sqrt{\frac{4}{3} \left( \frac{1}{2} \frac{\dot{r}}{\cos^2 \varphi_r} \right)^2} = \sqrt{\frac{1}{3} \left( \frac{\dot{r}}{\cos^2 \varphi_r} \right)^2}$$

dus:  $\dot{\bar{\varepsilon}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\dot{r}}{\cos^2 \varphi_r}$

Integreer over de tijd levert de effectieve rek:

$$\bar{\varepsilon} = \int \dot{\bar{\varepsilon}} \delta t = \int \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\dot{r}}{\cos^2 \varphi_r} \delta t = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \int \frac{\delta \varphi_r}{\cos^2 \varphi_r}$$

$$\boxed{\bar{\varepsilon} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \tan \varphi_r}$$

[ - ]

(20.)

Voor de „buitenste vezel“ ( $r=R$ ) geldt dan:

$$\boxed{\bar{\varepsilon}_R = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \tan \varphi_R}$$

[ - ]

(21.)

## Bijlage 2.

### \* Materiaalgegevens. Warmtebehandelingen.

#### • materiaalgegevens

		Ti6Al4V	Ti-zuiver	Al 51 ST
specifiek gewicht	$\rho$ $\text{kg/m}^3$	4430	4510	2700
specifiek warmte SW	$\lambda \text{ J/kgK}$	565	523	960
warmtegeleidingscoëfficiënt	$\lambda \text{ W/mK}$	7.1	16.0	$\sim 160$

De gegevens van Ti6Al4V en Ti-zuiver zijn ontleend aan lit. [3], de gegevens van Al 51 ST aan lit. [4].

#### • warmtebehandelingen

De staafjes van Ti6Al4V en Ti-zuiver waaner hier verslag is gedaan hebben geen warmtebehandeling ondergaan.

De staafjes van Al 51 ST hebben een veredelingsbehandeling ondergaan volgens :

- 1.) 1 uur (in vacuüm) oplossingsglacieren bij 525 °C
- 2.) afschrikken in water
- 3.) veredelen : 8 uur bij 175 °C (in droogstof)

zie ook lit. [4.]

## Bilage 3.

### \* Snelle torsieproeven - rekenverloop.

Ontwerp van deze bilage :

Het verloop van  $\dot{\epsilon}_R$  als functie van de axiale coördinaat, van de proefstukken die bij "hoge" deformatiesnelheid bewerkt zijn.

Er werden snelle torsieproeven uitgevoerd bij drie verschillende toerentallen : 2315, 1175 en 784 [ $\text{min}^{-1}$ ].  
Met vergelijking 15 van de analyse (Bilage 1) volgen de hierbij behorende effectieve reken snelheden in de buitenste proefstaafvezel:

$$1) \quad \dot{\epsilon}_R = \frac{\pi}{30\sqrt{3}} \cdot \frac{3.17}{25.00} \cdot 2315 = 17.7 \text{ [1/sec]}$$

$$2) \quad \dot{\epsilon}_R = \frac{\pi}{30\sqrt{3}} \cdot \frac{3.17}{25.00} \cdot 1175 = 9.0 \text{ [1/sec]}$$

$$3) \quad \dot{\epsilon}_R = \frac{\pi}{30\sqrt{3}} \cdot \frac{3.17}{25.00} \cdot 784 = 6.0 \text{ [1/sec]}$$

} zolang de  
deformatie  
homogeen is.

Alle snelle torsieproeven werden bij kamertemperatuur uitgevoerd.

Op de volgende bladzijden worden de opgemeten rekenverlopen in grafieken weergegeven. In deze grafieken zijn ook de experimenteel bepaalde waarden van de totale deformatie-energie ( $U^*$ ) vermeld.

Ti 6Al4V, proefstuk I

$\dot{\varepsilon}_{R,e} [-]$

$\dot{\varepsilon}_e [-]$

Breuk

$$\dot{\varepsilon}_R = 17.7 [\text{1/sec}]$$

$$\sigma = 109 [\text{N/mm}^2]$$

$$-\bar{\varepsilon}_{R,h} = 0.17$$

aftrekken tot schuine [in mm]

Ti 6Al4V, proefstuk II

$\dot{\varepsilon}_{R,e} [-]$

$\dot{\varepsilon}_e [-]$

$$\dot{\varepsilon}_R = 17.7 [\text{1/sec}]$$

$$\sigma = 109 [\text{N/mm}^2]$$

$$-\bar{\varepsilon}_{R,h} = 0.21$$

aftrekken tot schuine [in mm]

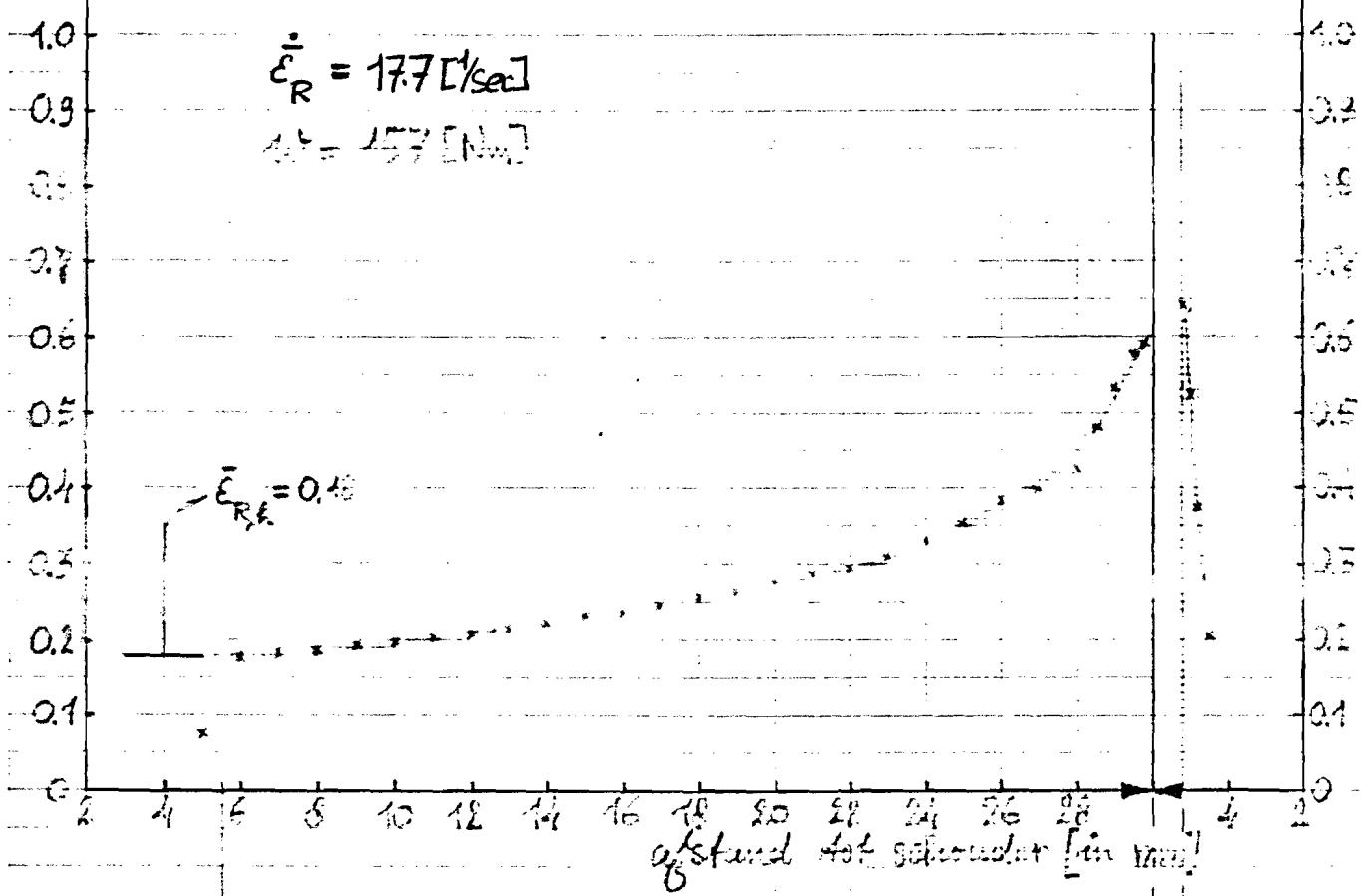
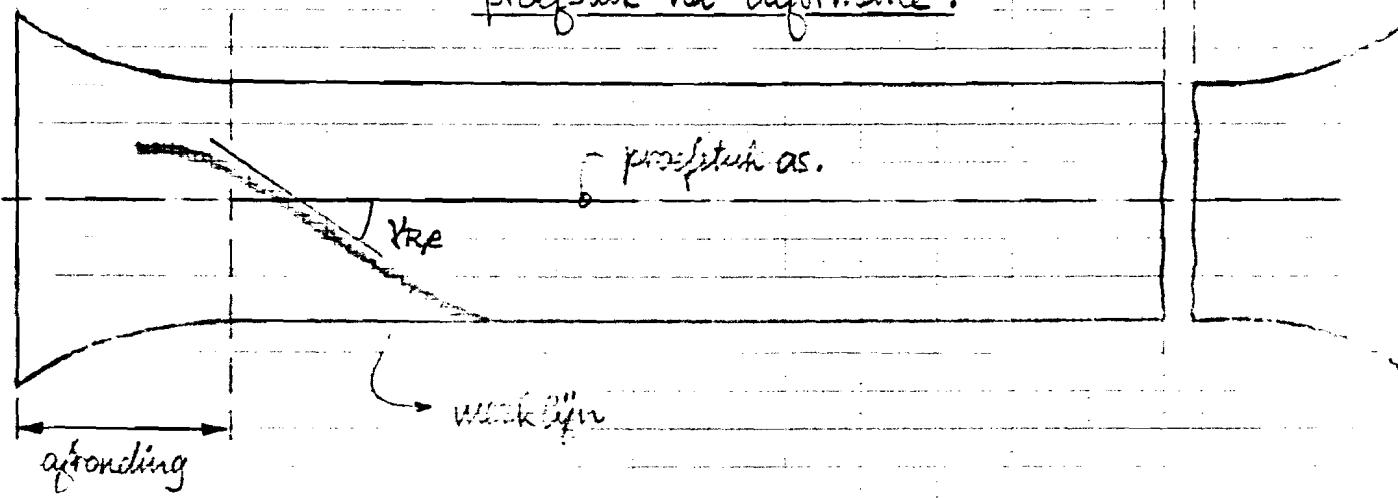
$\dot{\varepsilon}_{RE} [-]$ 

## Ti 6Al4V, proefstuk III

 $\dot{\varepsilon}_{RE} [-]$ 

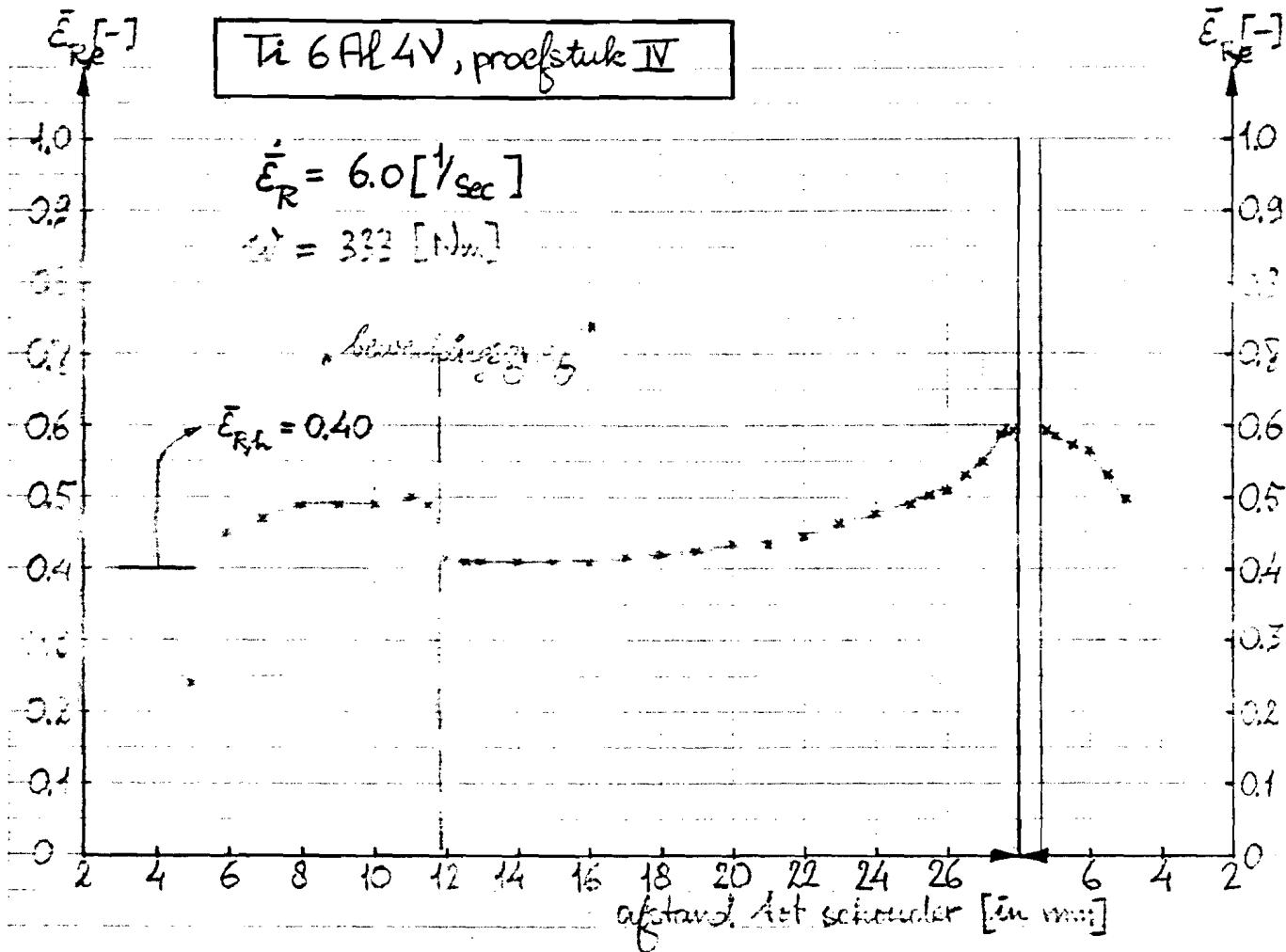
$$\dot{\varepsilon}_R = 17.7 \text{ [1/sec]}$$

$$F_t = 157 \text{ [Nm]}$$

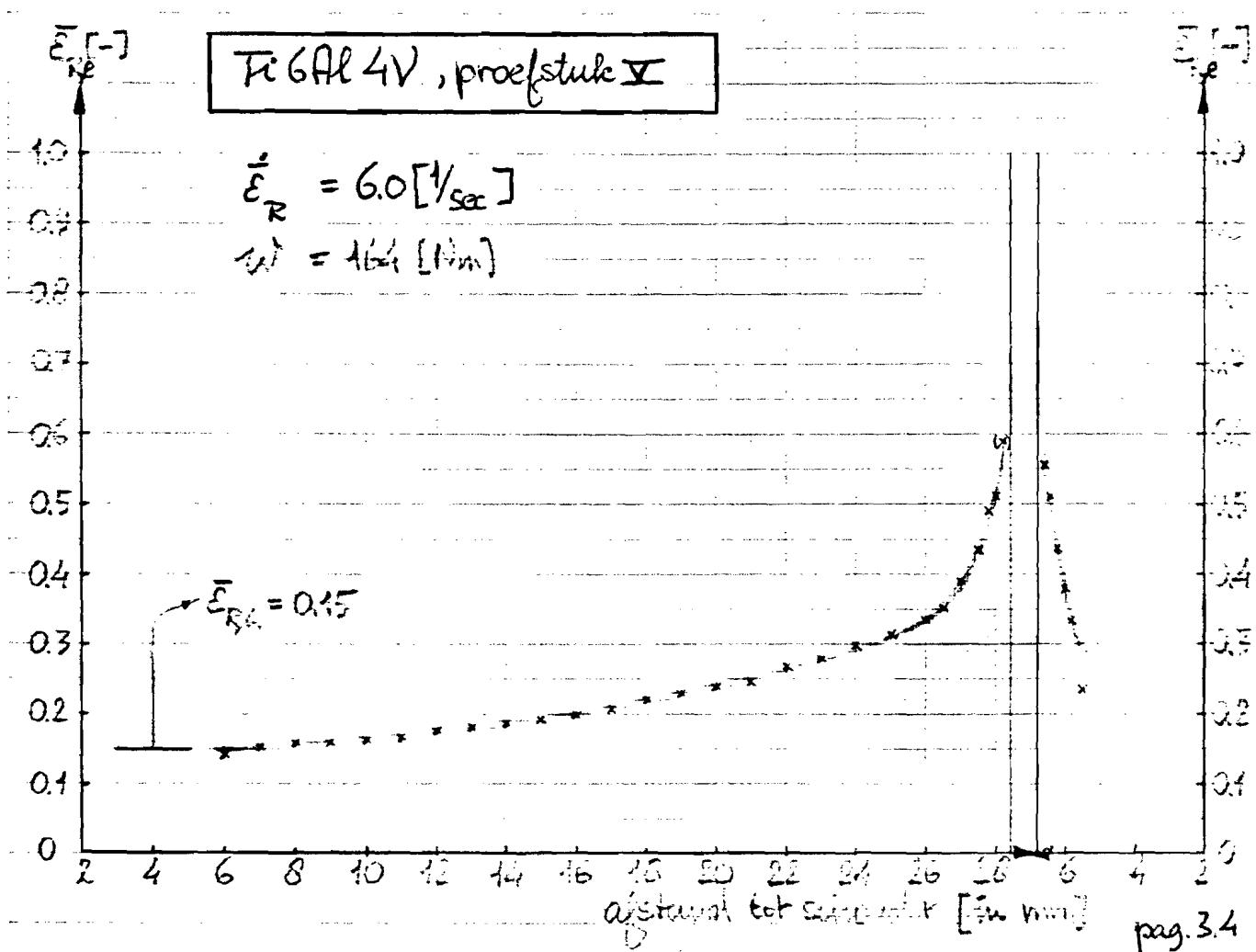
proefstuk na deformatie:

Near afstand tot schouder  $< 6 \text{ à } 7 \text{ [mm]}$  wordt de deformatie beïnvloed door de afrondingen aan het proefstuk.

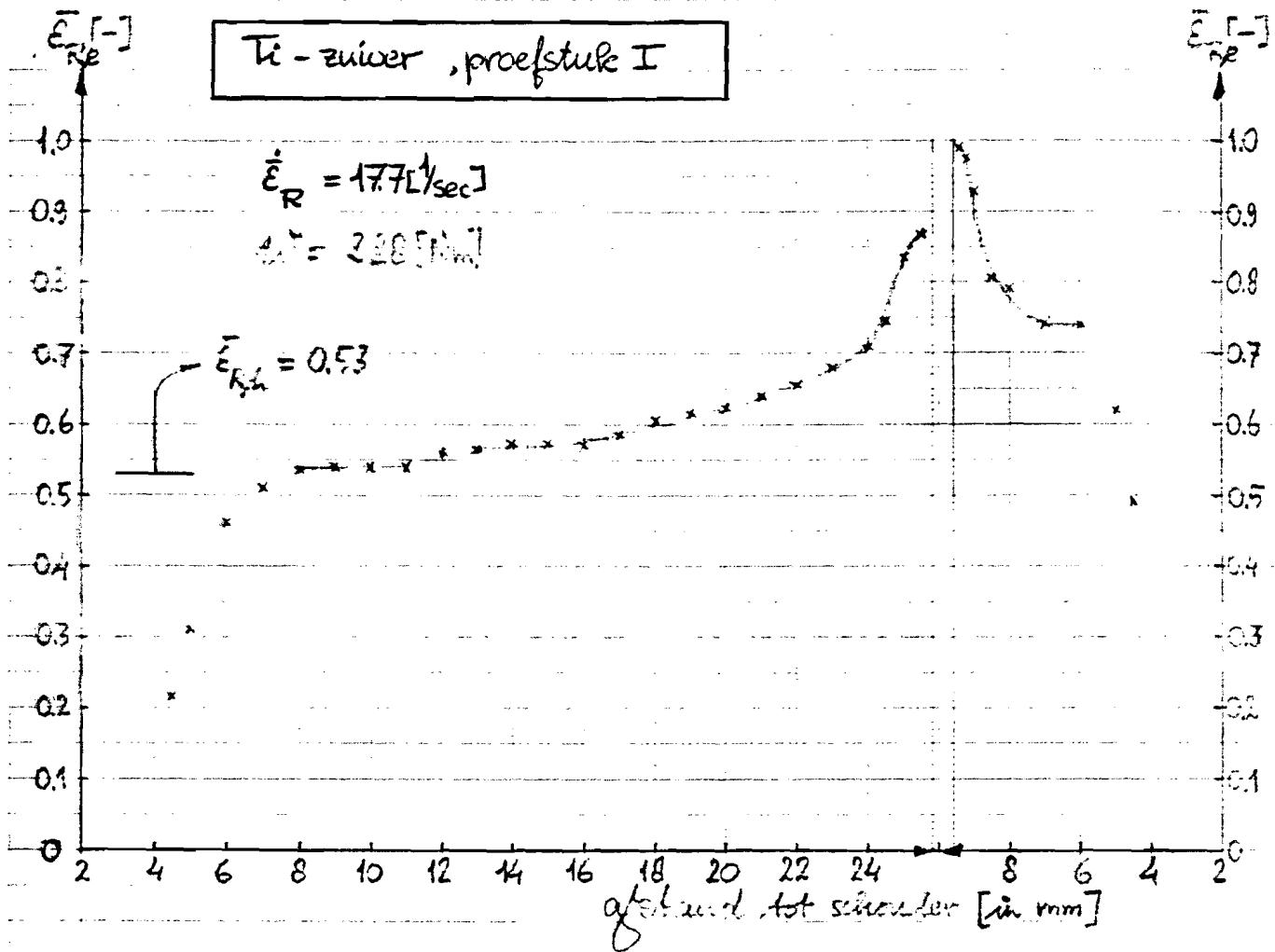
Ti 6Al 4V, proefstuk IV



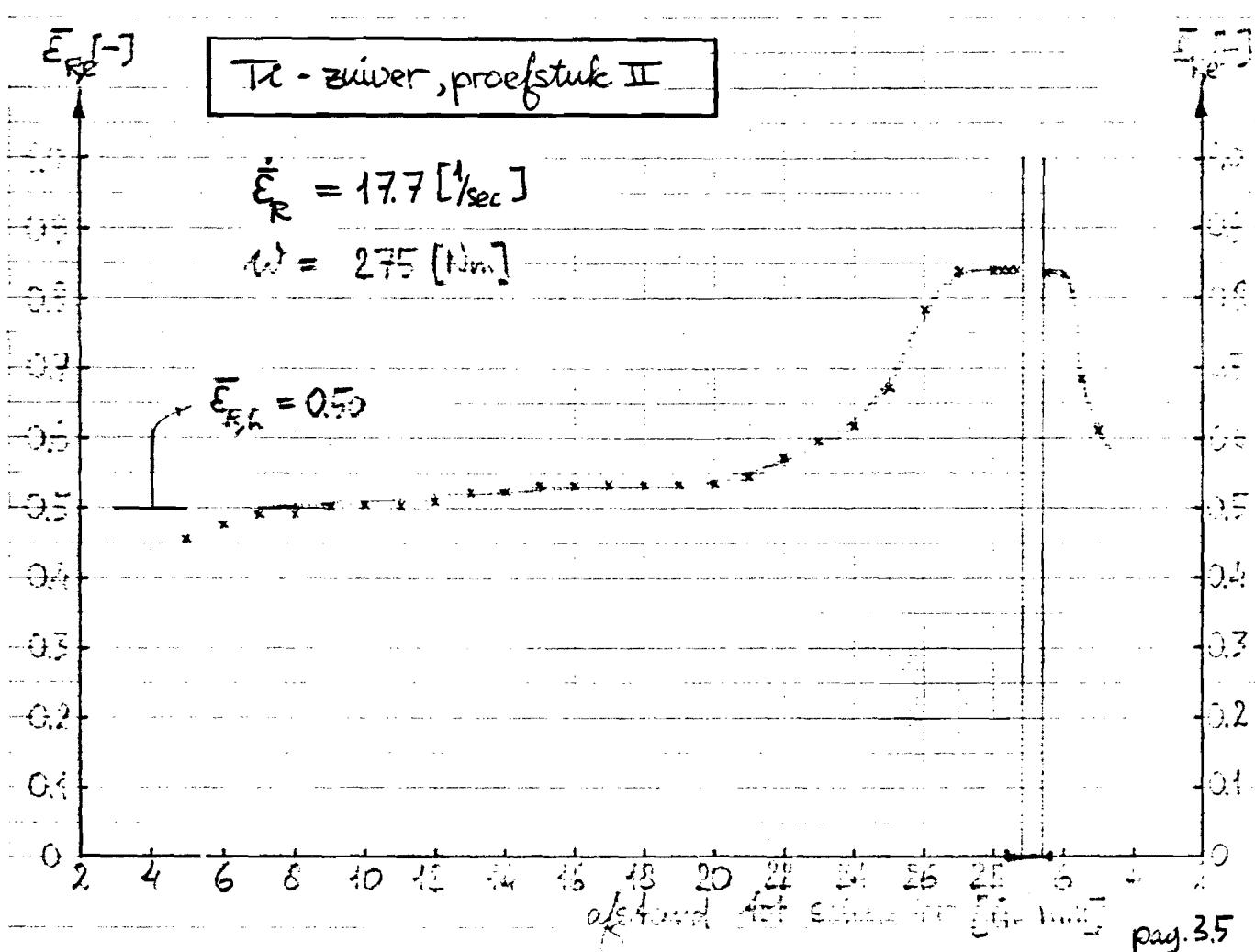
Ti 6Al 4V, proefstuk V



### Ti - zuiver , proefstuk I



### Ti - zuiver , proefstuk II



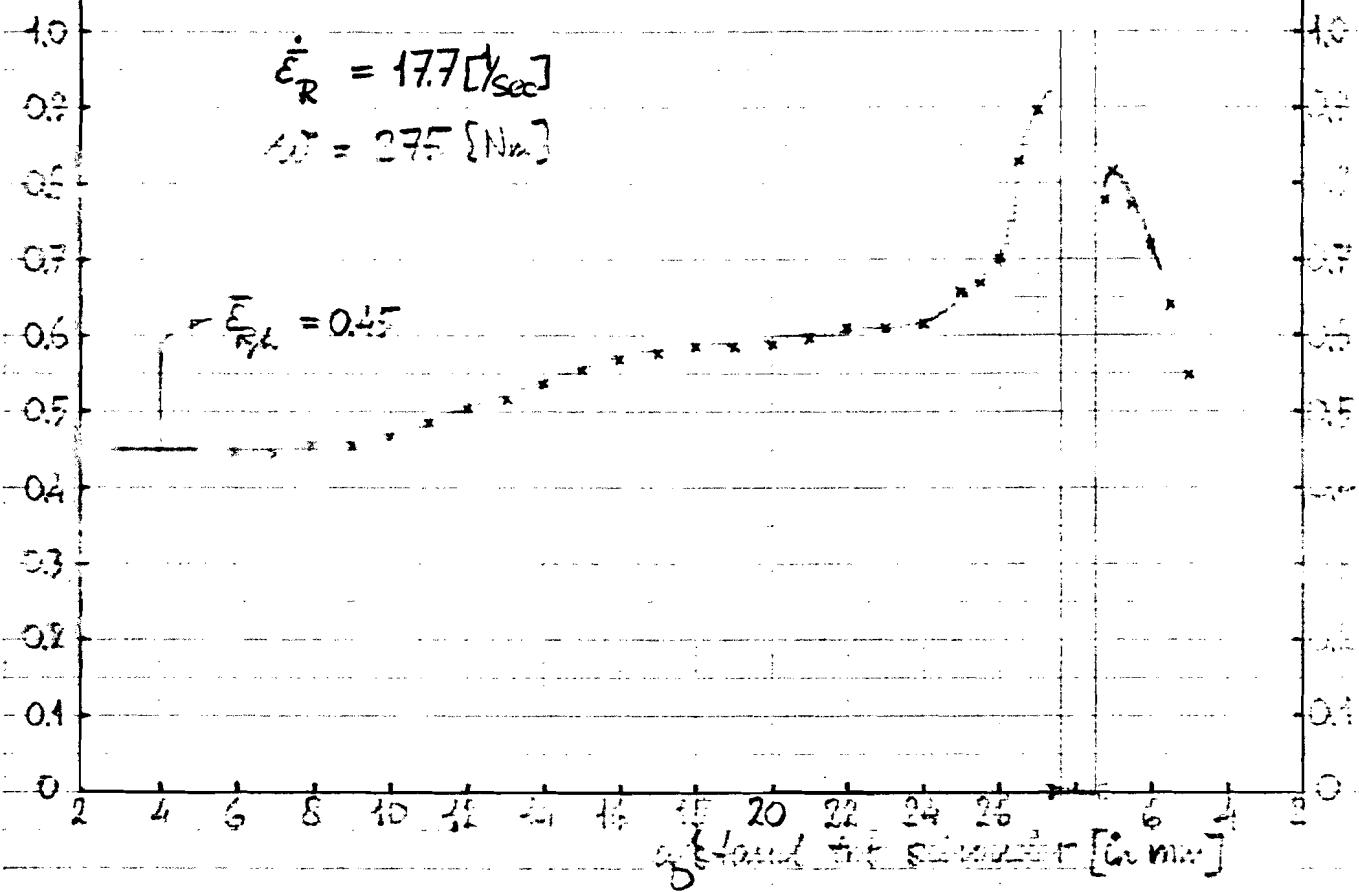
$\dot{E}_{Fe}$

Ti-zuiver, proefstuk III

$$\dot{E}_R = 17.7 \text{ [%sec]}$$

$$e_0 = 275 \text{ [Nm]}$$

$$\frac{\dot{E}}{E_R} = 0.45$$

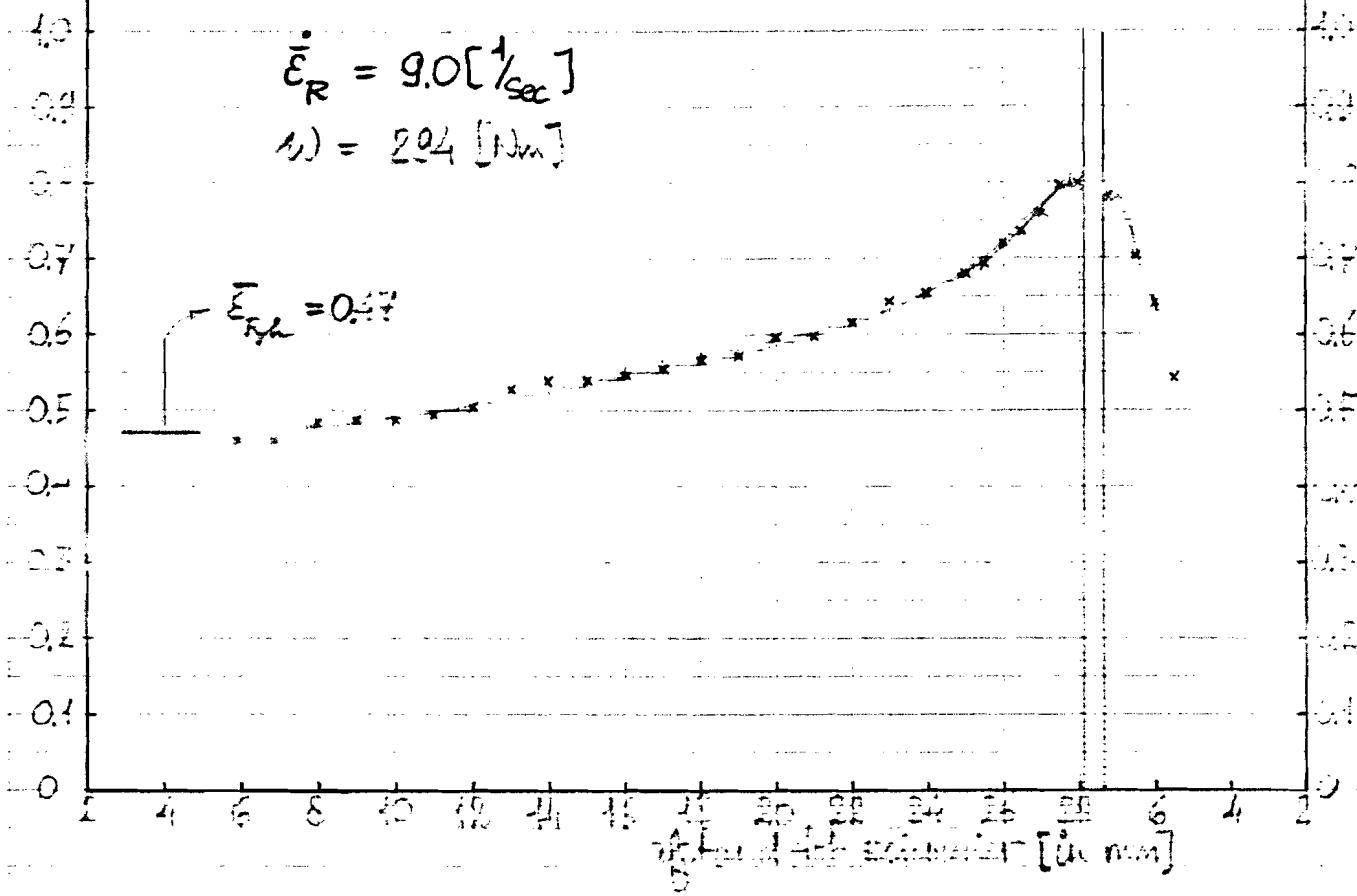


Ti-zuiver , proefstuk IV

$$\dot{\varepsilon}_R = 9.0 \text{ [1/sec]}$$

$$w = 294 \text{ [Nm]}$$

$$\dot{\varepsilon}_{R,2} = 0.47$$

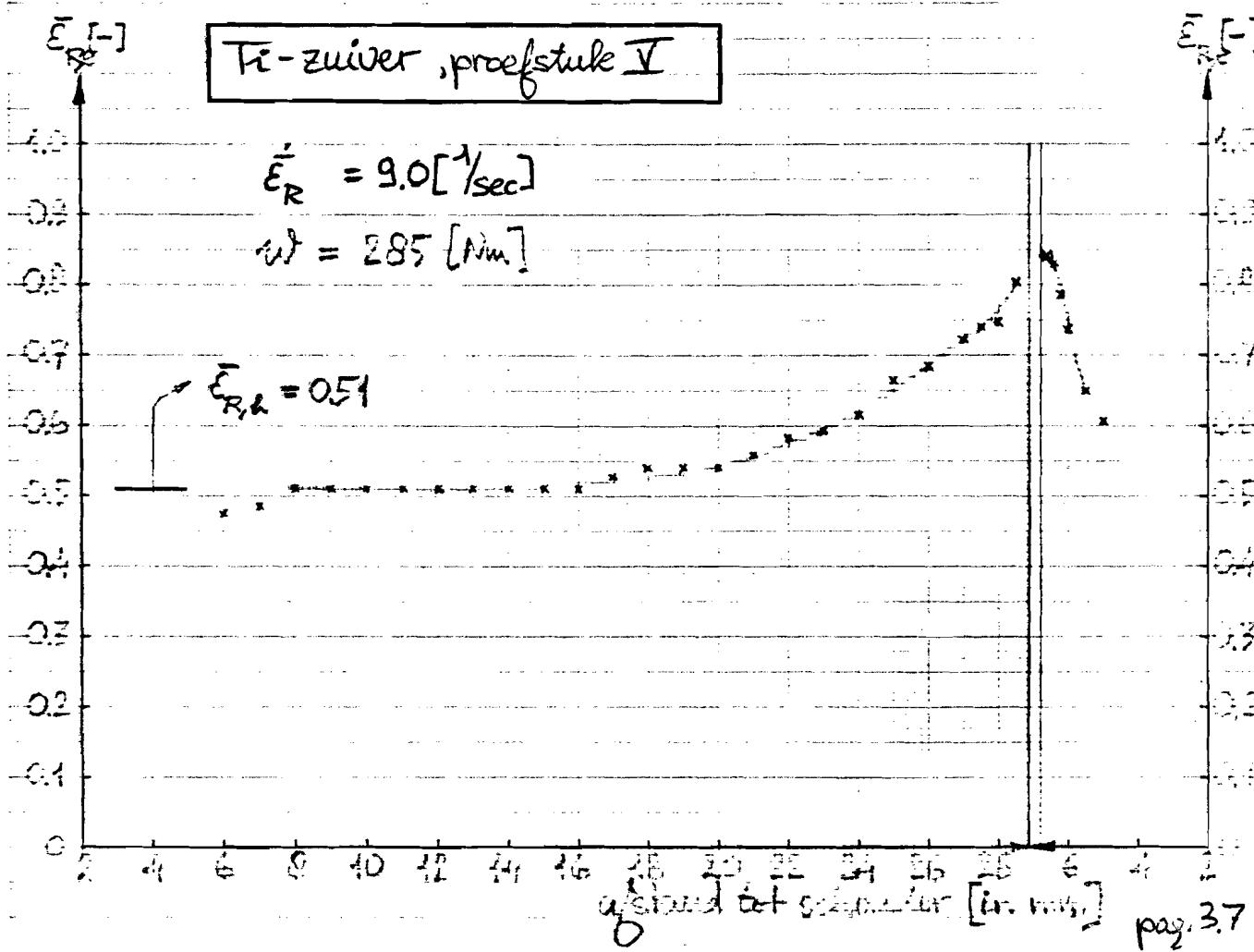


Fe-zuiver , proefstuk V

$$\dot{\varepsilon}_R = 9.0 \text{ [1/sec]}$$

$$w = 285 \text{ [Nm]}$$

$$\dot{\varepsilon}_{R,2} = 0.51$$



AL51 ST , proefstuk I

$$\dot{\varepsilon}_R = 17.7 \text{ [1/sec]}$$

$$\alpha = 47 \text{ [Nm]}$$

$$\dot{\varepsilon}_{R,k} = 0.41$$

aftand tot schuader [in mm.]

AL51 ST , proefstuk II

$$\dot{\varepsilon}_R = 17.7 \text{ [1/sec]}$$

$$\alpha = 47 \text{ [Nm]}$$

$$\dot{\varepsilon}_{R,k} = 0.41$$

aftand tot schuader [in mm.]

$\dot{\varepsilon}_R$  [-]

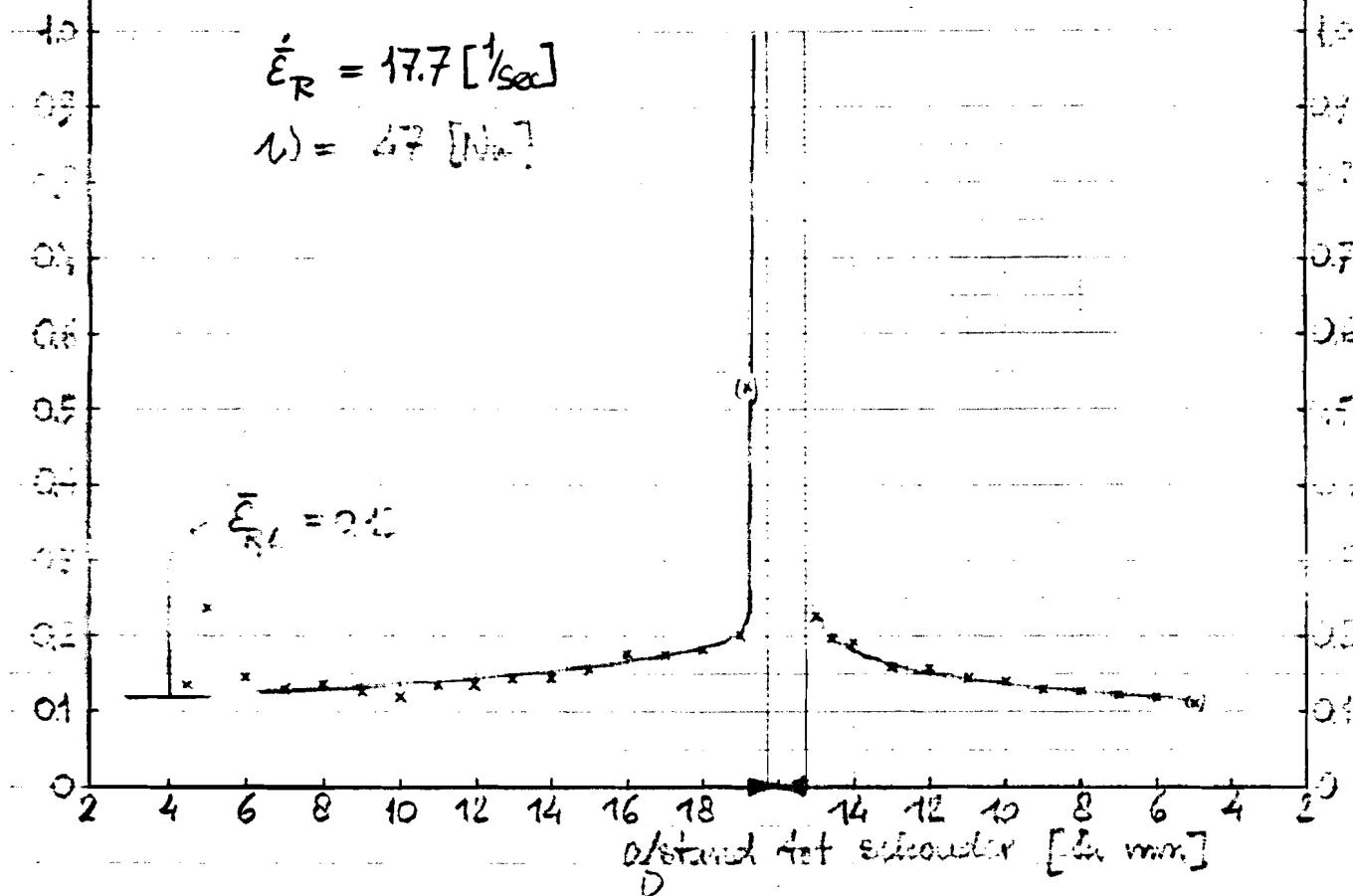
AL51ST , proefstuk III

$\dot{\varepsilon}_R$  [-]

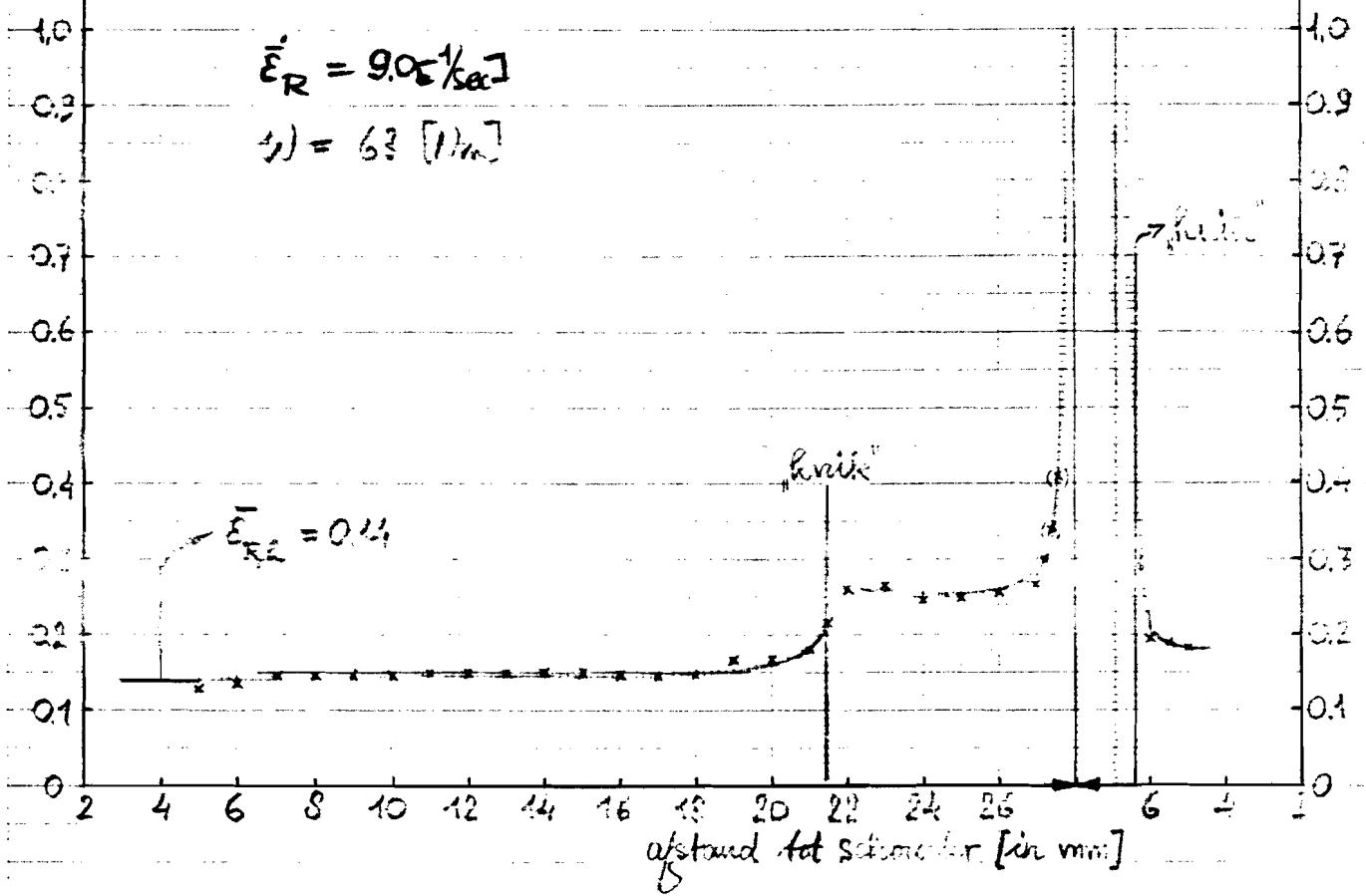
$$\dot{\varepsilon}_R = 17.7 \text{ [1/sec]}$$

$$\nu = 67 \text{ [Hz]}$$

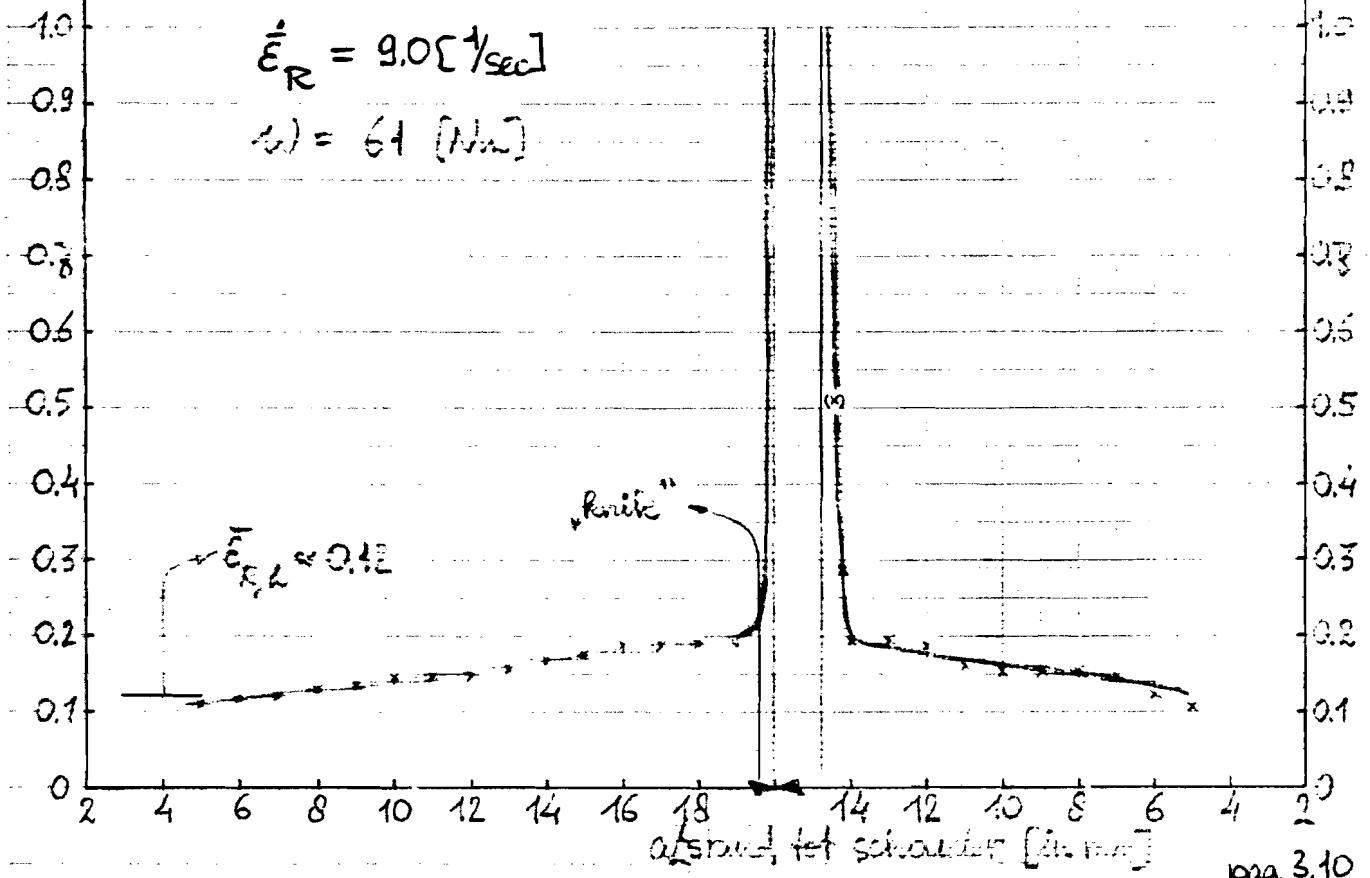
$$\dot{\varepsilon}_{\text{pl}} = 2.5$$



$\dot{\varepsilon}_{R,2}$  [-] AL51 ST , proefstuk IV



$\dot{\varepsilon}_{R,2}$  [-] AL51 ST , proefstuk V



$\dot{\varepsilon}_{Rc} [-]$ 

## AL51ST , proefstuk VI

 $\dot{\varepsilon}_r [-]$ 

$$\dot{\varepsilon}_R = 9.0 [1/\text{sec}]$$

$$\omega = 64 [\text{rad/sec}]$$

$$\dot{\varepsilon}_{Rc} = 2.0$$

R10L

R10H

abstand tot schuine zijde [in mm]

D

$\dot{\varepsilon}_{Rc}^{[-]}$ 

## AL51ST , proefstuk VII

$$\dot{\varepsilon}_R = 6.0 \text{ [1/sec]}$$

$$\omega = 64 \text{ [rad/sec]}$$

$$-\dot{\varepsilon}_{Rc} \approx 0.12$$

afstand tot schuindriek [in mm]

 $\dot{\varepsilon}_{Rc}^{[-]}$  $\dot{\varepsilon}_{Rc}^{[-]}$ 

## AL51ST , proefstuk VIII

$$\dot{\varepsilon}_R = 6.0 \text{ [1/sec]}$$

$$\omega = 64 \text{ [rad/sec]}$$

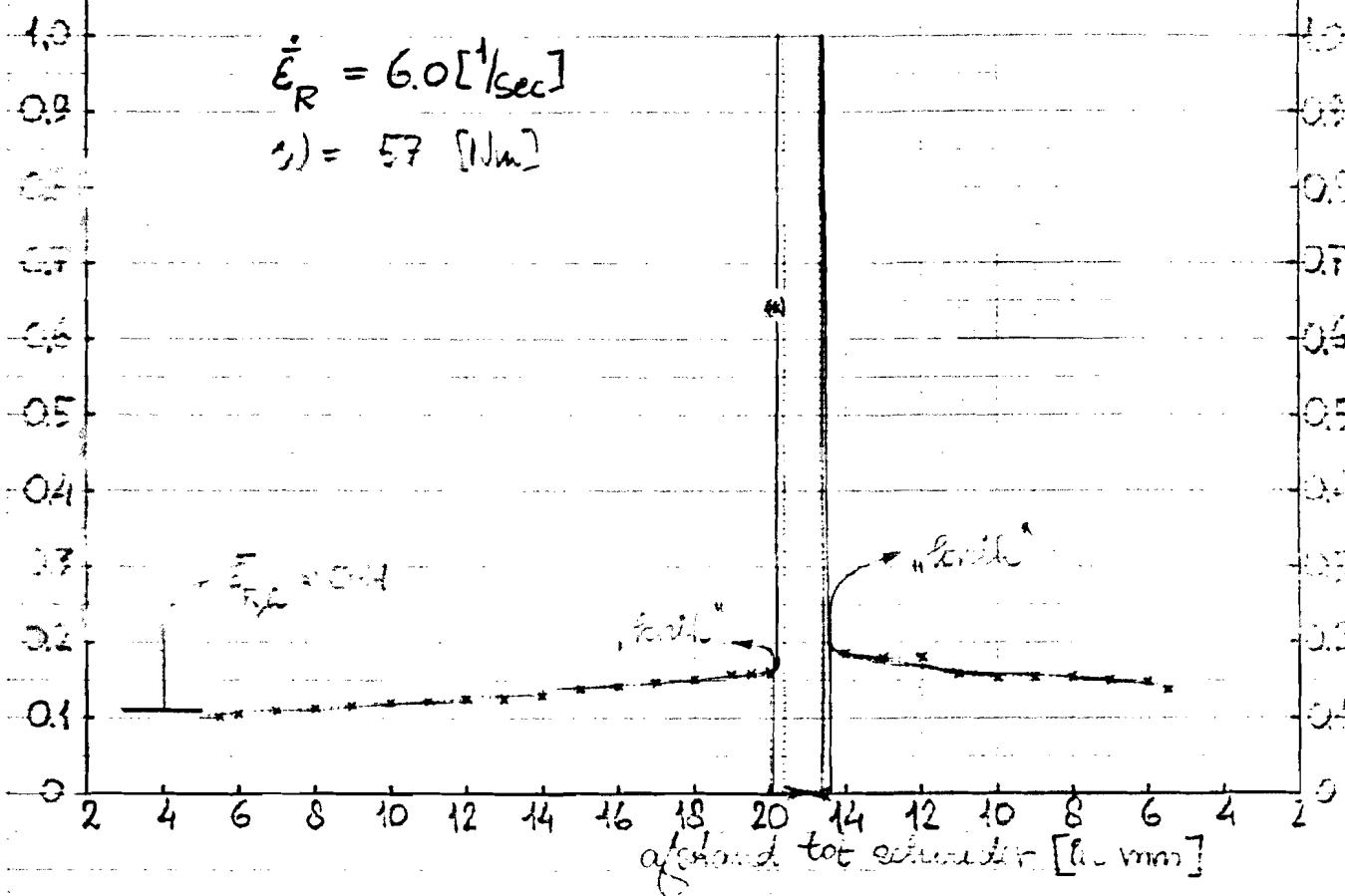
$$-\dot{\varepsilon}_{Rc} \approx 0.12$$

finie

finie

afstand tot schuindriek [in mm]

AL 51 ST , proefstuk IX

















## Bijlage 4.

### \* Gewone torsieproeven - rekverloop.

Centrale punt van deze bijlage:

Het verloop van  $\dot{\epsilon}_R$  als functie van de axiale coördinaat, van de proefstukken die bij "lage" deformatiesnelheid bereikt zijn.

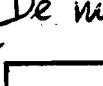
De proeven werden uitgevoerd bij een snelheid van  $0.48 \text{ [mm/min]}$ . Met vergelijking 15 van de analyse (bijlage 1) volgt de hierbij behorende effectieve reknelheid in de breedste proefstaafvezel:

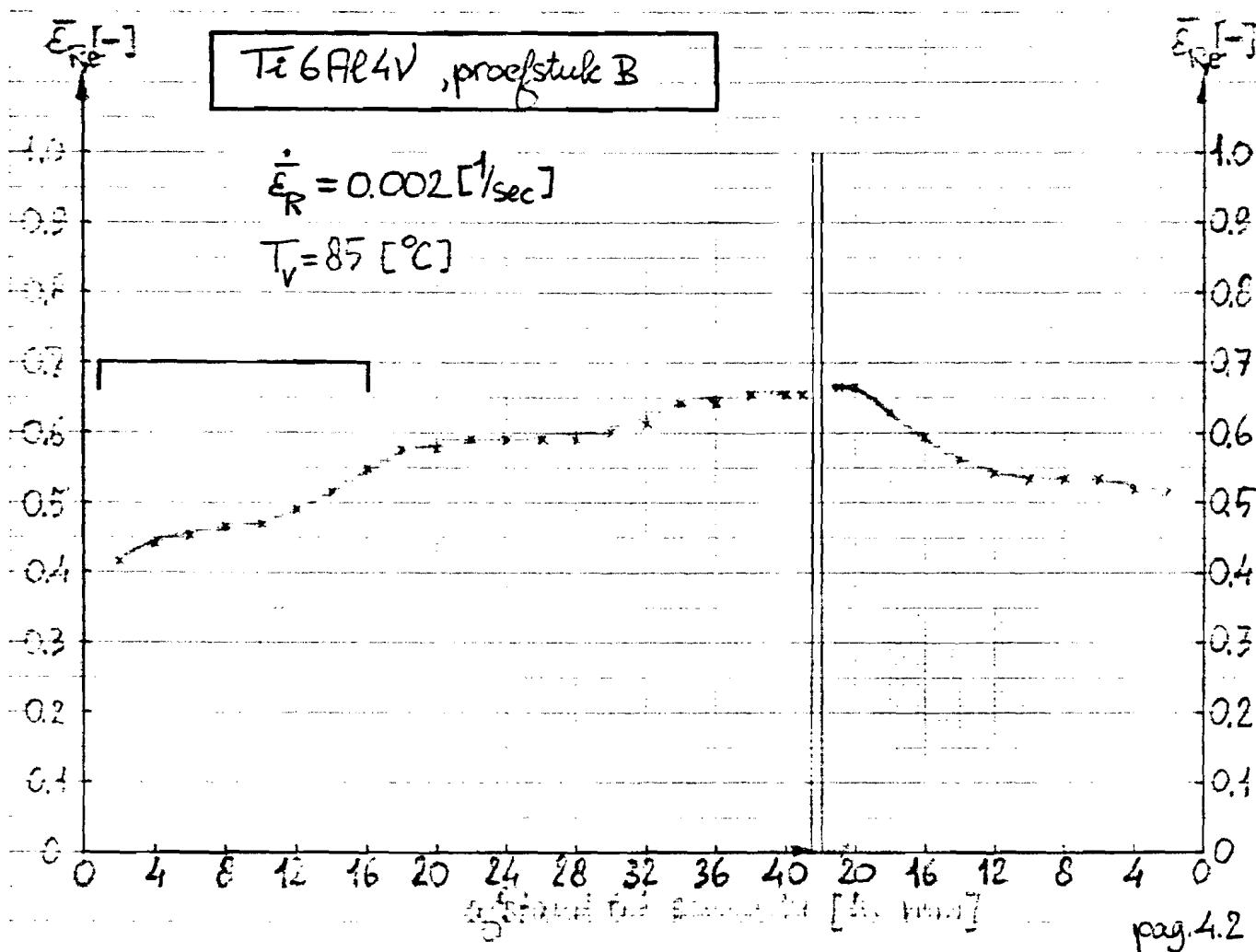
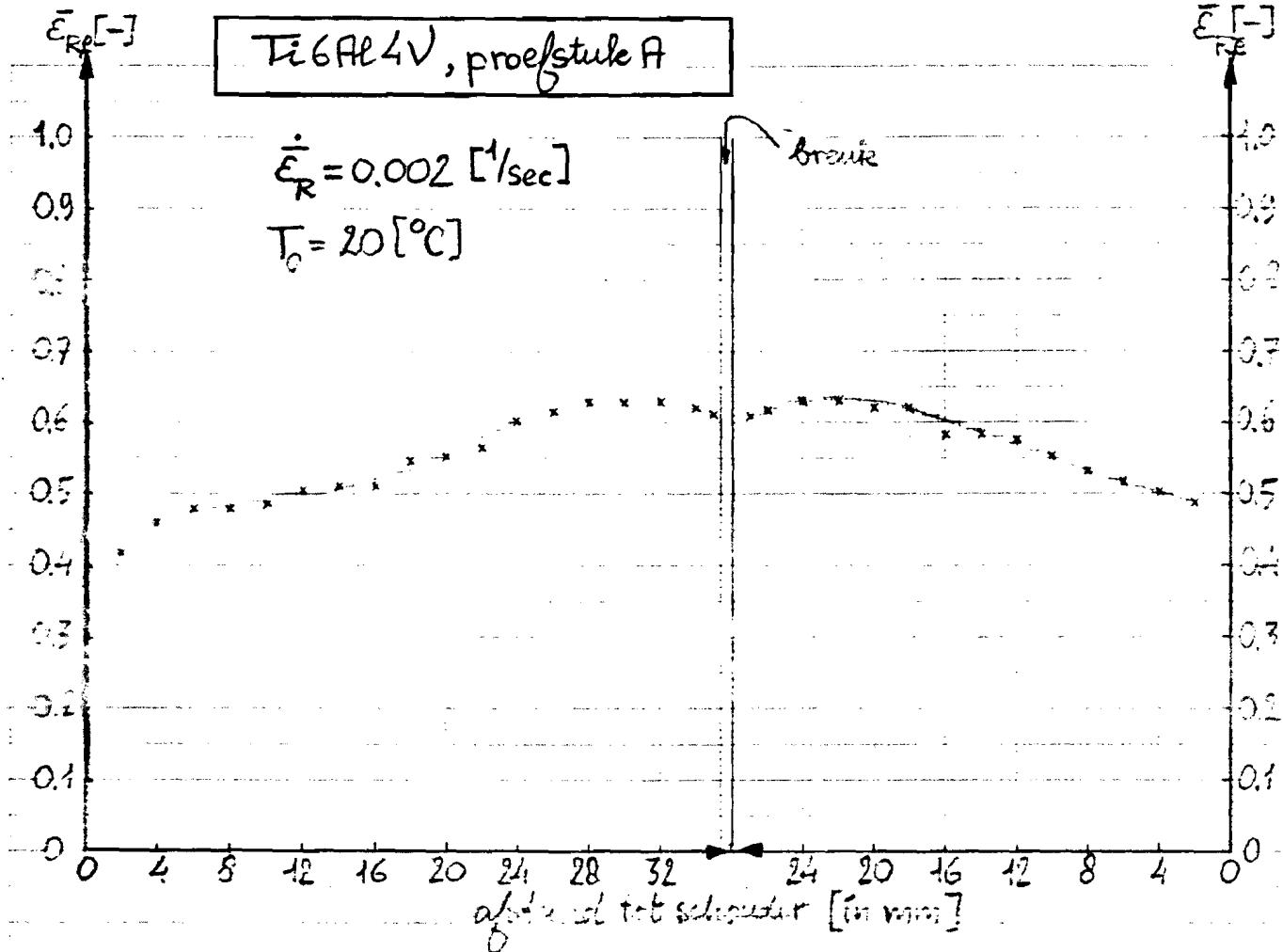
$$\dot{\epsilon}_R = \frac{\pi}{30\sqrt{3}} \cdot \frac{6.99}{2 \cdot 59.25} \cdot 0.48 \approx 0.002 \text{ [1/sec]}$$

(bij homogene deformatie)

Op de volgende bladzijden worden de opgemeten rekverlopen in grafieken weergegeven.

De proefstaven A zijn beproefd bij kamertemperatuur, ( $20^\circ\text{C}$ ), de proefstaven B bij verhoogde temperatuur.

Deze proefstaven B werden verwarmd in een cylinderoven waarbij dat tussen de twee inspanbelemmen van de torsiebank geplaatst was. Dat was echter niet mogelijk om de proefstaven (in axiale richting gezien) precies in het midden van de oven te plaatsen waardoor de proefstaaftemperatuur waarschijnlijk niet overal gelijk was. De mogelijk "koelere" zijde is in de grafieken met een haak ( ) aangegeven. Hiermee worden de lagere rekwaarden aan deze zijden bij Ti 6Al4V en Ti-zuiver verklaarbaar.



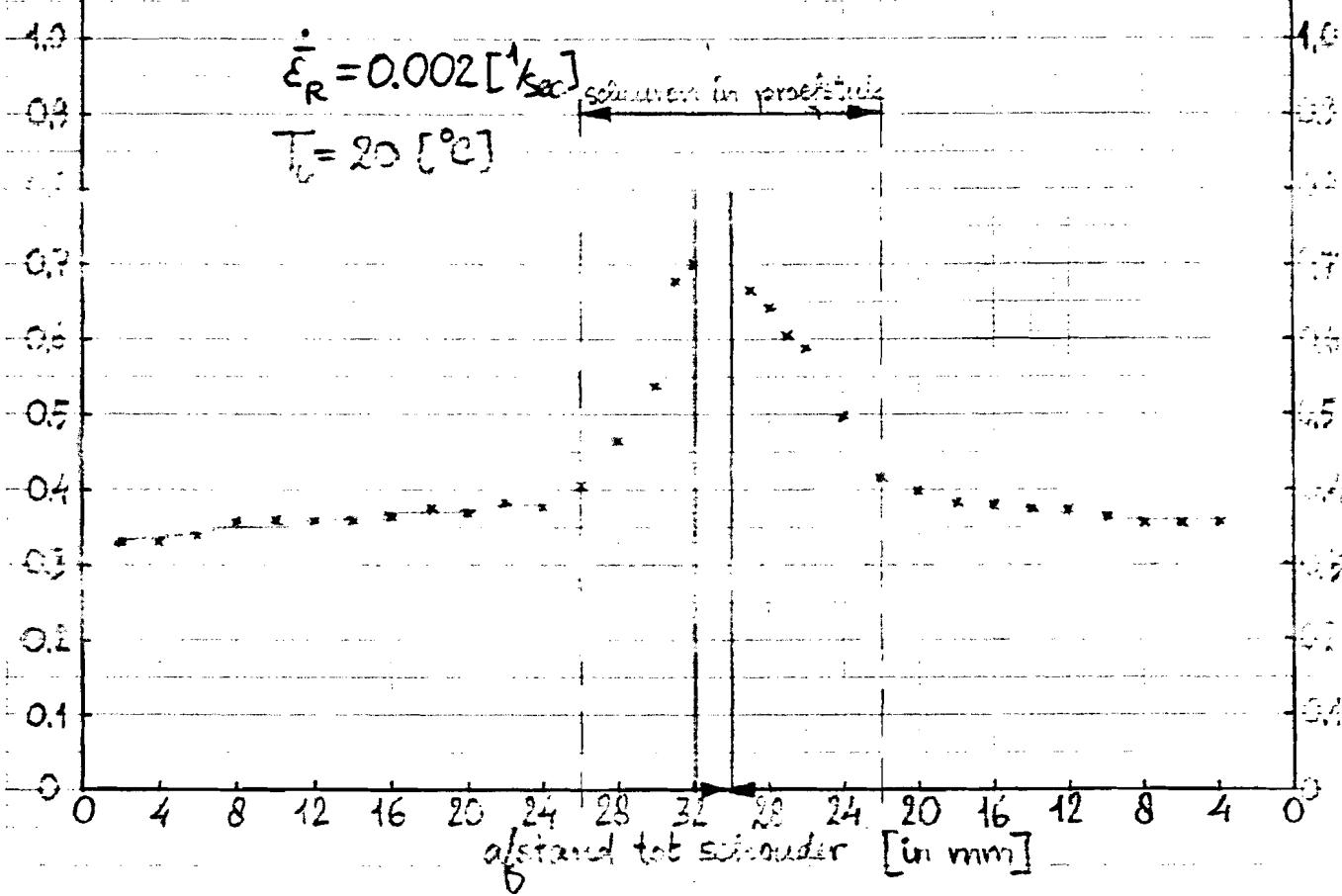
$\dot{\varepsilon}_{R_e} [-]$ 

## Ti - zuiver, proefstuk A

 $\dot{\varepsilon}_{R_e} [-]$ 

$$\dot{\varepsilon}_R = 0.002 [\text{1/sec}] \quad \text{scheuren in proefstuk}$$

$T_v = 20 [^\circ\text{C}]$

 $\dot{\varepsilon}_{R_e} [-]$ 

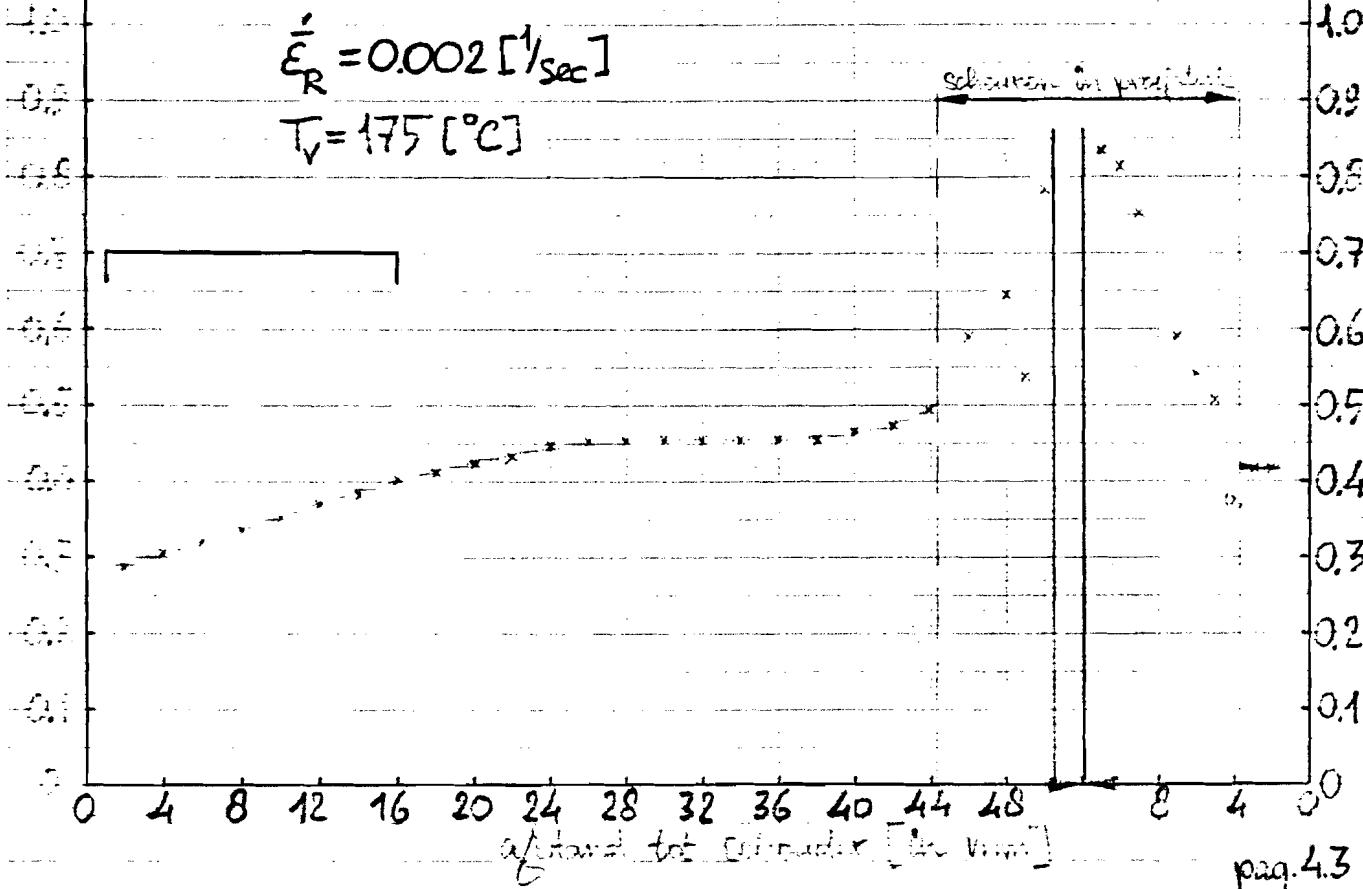
## Ti - zuiver, proefstuk B

 $\dot{\varepsilon}_{R_e} [-]$ 

$$\dot{\varepsilon}_R = 0.002 [\text{1/sec}]$$

$$T_v = 175 [^\circ\text{C}]$$

scheuren in proefstuk

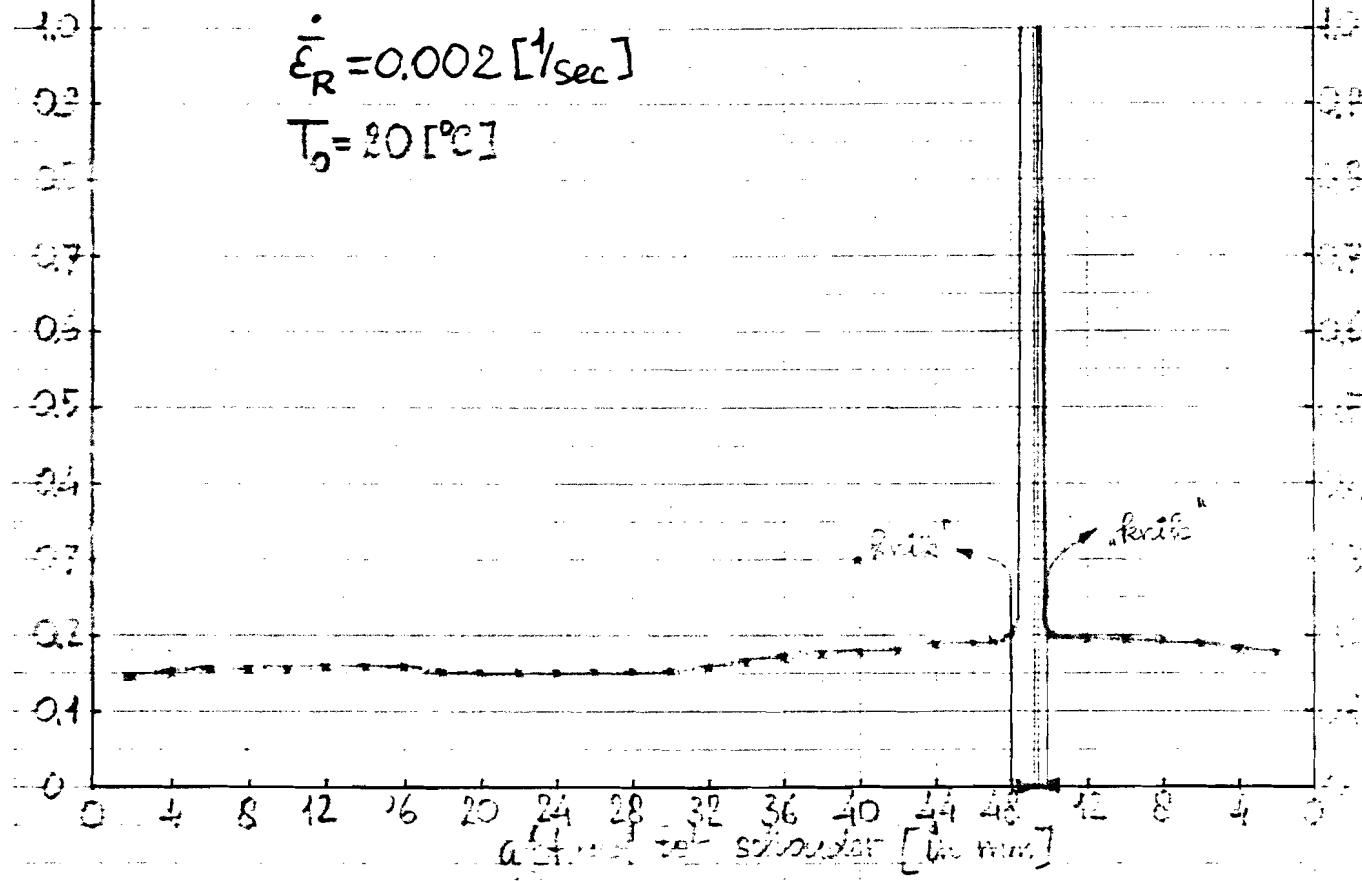


$\dot{\varepsilon}_R$  [-]  $E_R$  [-]

Al 51 ST, proefstuk A

$$\dot{\varepsilon}_R = 0.002 [\text{1/sec}]$$

$$T_0 = 20 [\text{°C}]$$

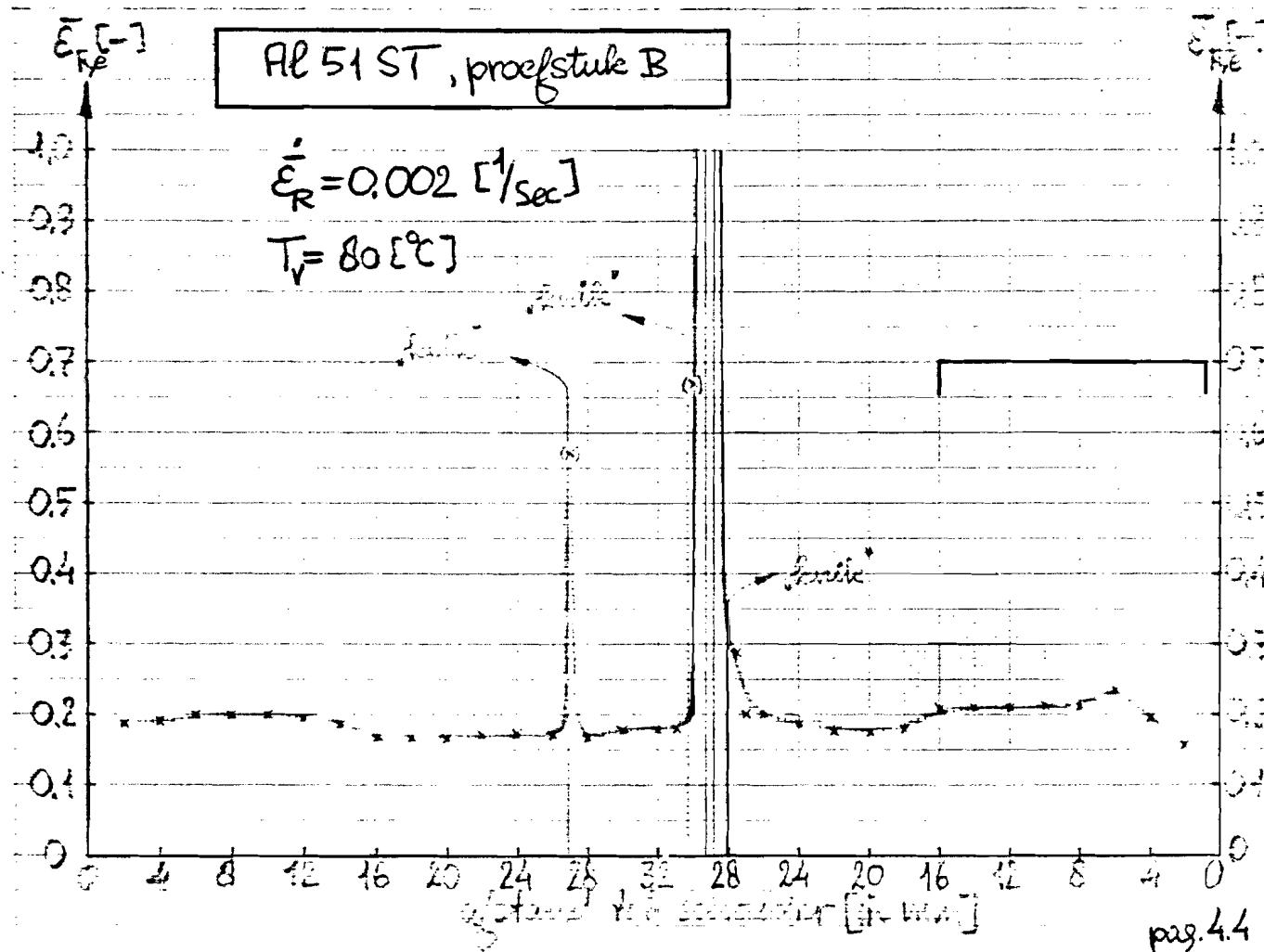


$\dot{\varepsilon}_R$  [-]  $E_R$  [-]

Al 51 ST, proefstuk B

$$\dot{\varepsilon}_R = 0.002 [\text{1/sec}]$$

$$T_0 = 80 [\text{°C}]$$









## Bijlage 5.

- \* Het bepalen van de C en n waarden uit de (gewone) torsieproeven aan de hand van de opgenomen  $M(\varphi_L)$  kurven.

Onder (o.a.) de aanname van de spanning-relatie  $\sigma = C \cdot \varepsilon^n$  is in Bijlage 1 ("Analyse van de torsie van een cilindrische staaf") voor het torsiemoment de volgende relatie afgeleid:

$$M = \left[ \frac{2\pi C}{\sqrt{3}} \cdot \frac{R^{n+3}}{n+3} \cdot \frac{1}{(L\sqrt{3})^n} \right] \varphi_L^n \quad [Nm] \quad (18)$$

( $\varphi_L$  in radianen)

Neemt we links in rechts van het gelijkteken de natuurlijke logaritme, dan staat er:

$$\ln M = \ln \left( \left[ \frac{2\pi C}{\sqrt{3}} \cdot \frac{R^{n+3}}{n+3} \cdot \frac{1}{(L\sqrt{3})^n} \right] \varphi_L^n \right)$$

oftewel:  $\ln M = \ln \left[ \frac{2\pi C}{\sqrt{3}} \cdot \frac{R^{n+3}}{n+3} \cdot \frac{1}{(L\sqrt{3})^n} \right] + n \cdot \ln \varphi_L$  (22)

De meetwaarden uit de torsieproef worden uitgezet in een ( $\ln M$ ,  $\ln \varphi_L$ )-grafiek en met behulp van een rekenmachine wordt dan de regressierechte bepaald met de vorm:

$$\ln M = A + B \cdot \ln \varphi_L \quad (23)$$

Vergelijking 23 is de experimentele versie van vergelijking 22.

De waarden van C en n kunnen nu worden bepaald volgens:

- $n = B$  [-] (24)
- $\ln \left[ \frac{2\pi C}{\sqrt{3}} \cdot \frac{R^{n+3}}{n+3} \cdot \frac{1}{(L\sqrt{3})^n} \right] = A ; \frac{2\pi C}{\sqrt{3}} \cdot \frac{R^{n+3}}{n+3} \cdot \frac{1}{(L\sqrt{3})^n} = e^A$

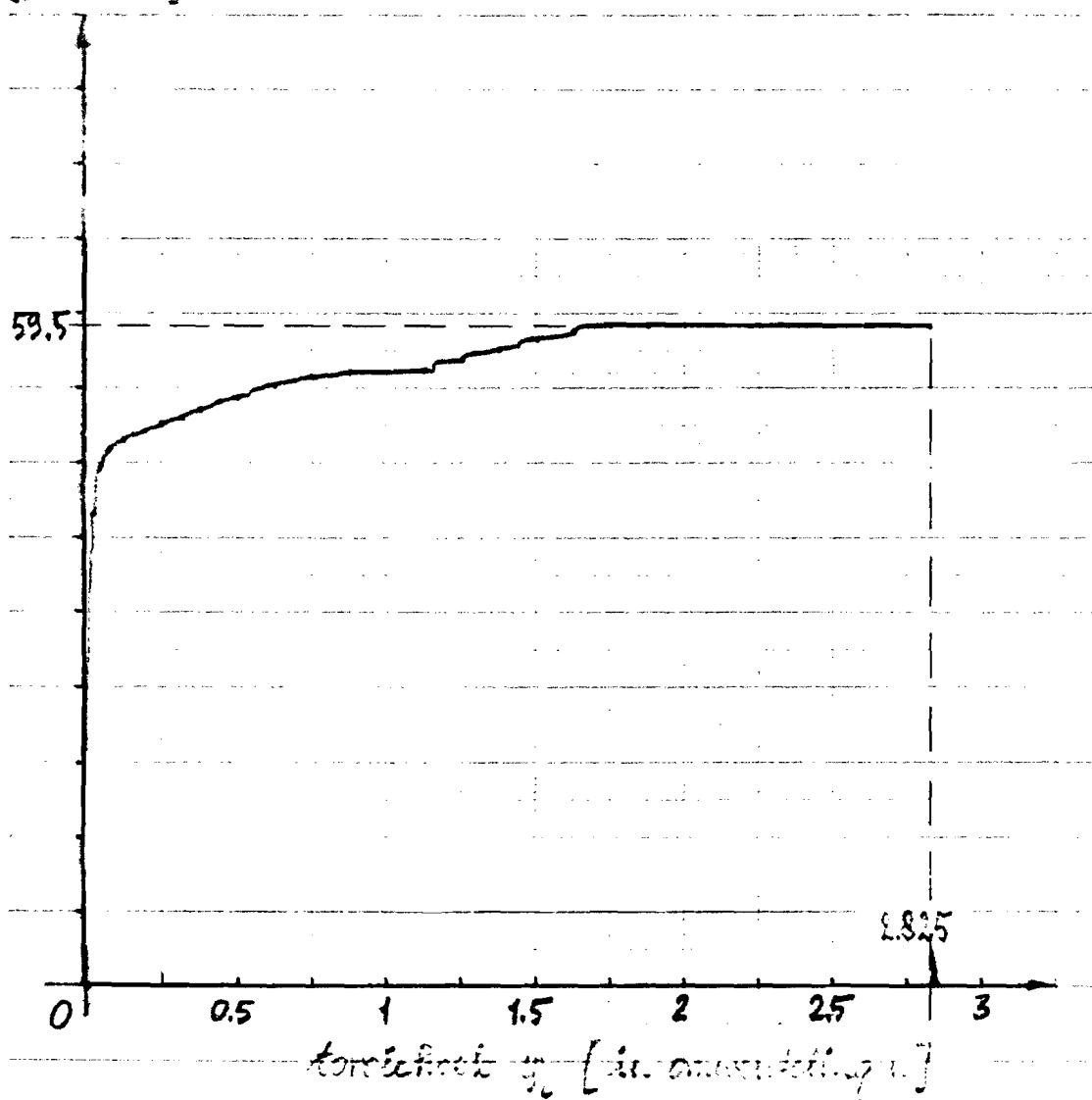
dus:  $C = \frac{\sqrt{3}}{2\pi} \cdot \frac{n+3}{R^{n+3}} \cdot (L\sqrt{3})^n \cdot e^A \quad [N/m^2]$  (25)

• Opgenomen  $M(\varphi_L)$ -kromme

Ti6Al4V, proefstuk A

Axialsmoment  $M$ :

[in Nm]



$$T_0 = 20^\circ\text{C}$$

$$\dot{\varepsilon}_R \approx 0.002 \text{ [1/sec]}$$

$$\text{maximale Axialsmoment } M_{\max} = 59.5 \text{ [Nm]}$$

\* Meetwaarden, behorende bij de ingetekende punten.

	$\sigma_c$ [rad]	$\ln \sigma_c$	$M$ [Nm]	$\ln M$		$\sigma_c$ [rad]	$\ln \sigma_c$	$M$ [Nm]	$\ln M$	
1	0.157	-1.851	42.4	3.746		14	6.283	1.838	55.3	4.013
2	0.314	-1.458	46.7	3.844		15	7.069	1.956	55.4	4.014
3	0.471	-0.752	48.1	3.873		16	7.854	2.061	56.3	4.030
4	0.735	-0.242	49.1	3.893		17	8.639	2.156	57.3	4.043
5	1.181	0.167	49.8	3.907		18	9.425	2.243	58.3	4.065
6	1.571	0.452	50.6	3.924		19	10.210	2.323	58.8	4.075
7	1.967	0.676	51.1	3.934		20	10.996	2.397	59.5	4.086
8	2.356	0.857	51.9	3.950		21	11.781	2.466	59.5	4.086
9	2.752	1.012	52.6	3.963		22	12.566	2.531	59.5	4.086
10	3.142	1.145	52.9	3.968		23	14.137	2.649	59.5	4.086
11	3.927	1.368	54.0	3.989		24	15.708	2.754	59.5	4.086
12	4.712	1.550	54.7	4.001		25	17.279	2.849	59.5	4.086
13	5.498	1.704	55.1	4.010		26	17.750	2.876	59.5	4.086

Regressierechte door de punten 2 t/m 25 :

$$\ln M = 3.90 + 0.0665 \cdot \ln \sigma_c$$

Correlatiecoëfficiënt :  $R_{\text{reg}} = 0.985$

• versterkingsexponent :  $n = 0.0665 \text{ [-]}$

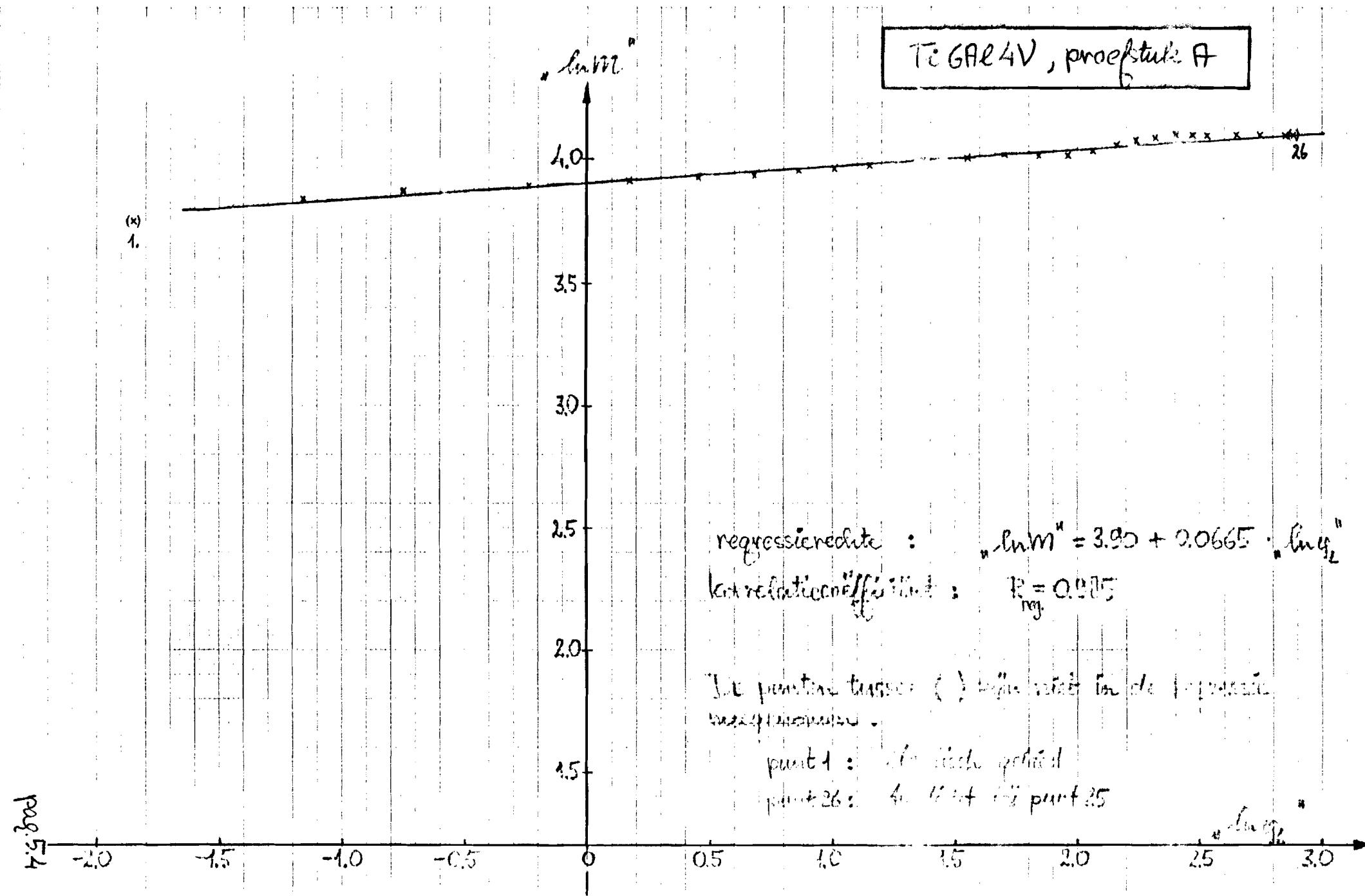
• karakteristieke deformatieverstand :

$$C = \frac{\sqrt{3}}{2\pi} \cdot \frac{3.0665}{(3.495 \cdot 10^{-3})^{3.0665}} \cdot (59.25 \cdot 10^{-3} \cdot \sqrt{3})^{0.0665} \cdot e^{3.90} = 1225 \cdot 10^6 \text{ [N/m}^2\text{]}$$

dus :

$$C = 1225 \cdot 10^6 \text{ [N/m}^2\text{]} \quad \text{en} \quad n = 0.067 \text{ [-]}$$

Ti GAE4V, proefstuk A



• Opgenomen M( $\epsilon_L$ ) kromme

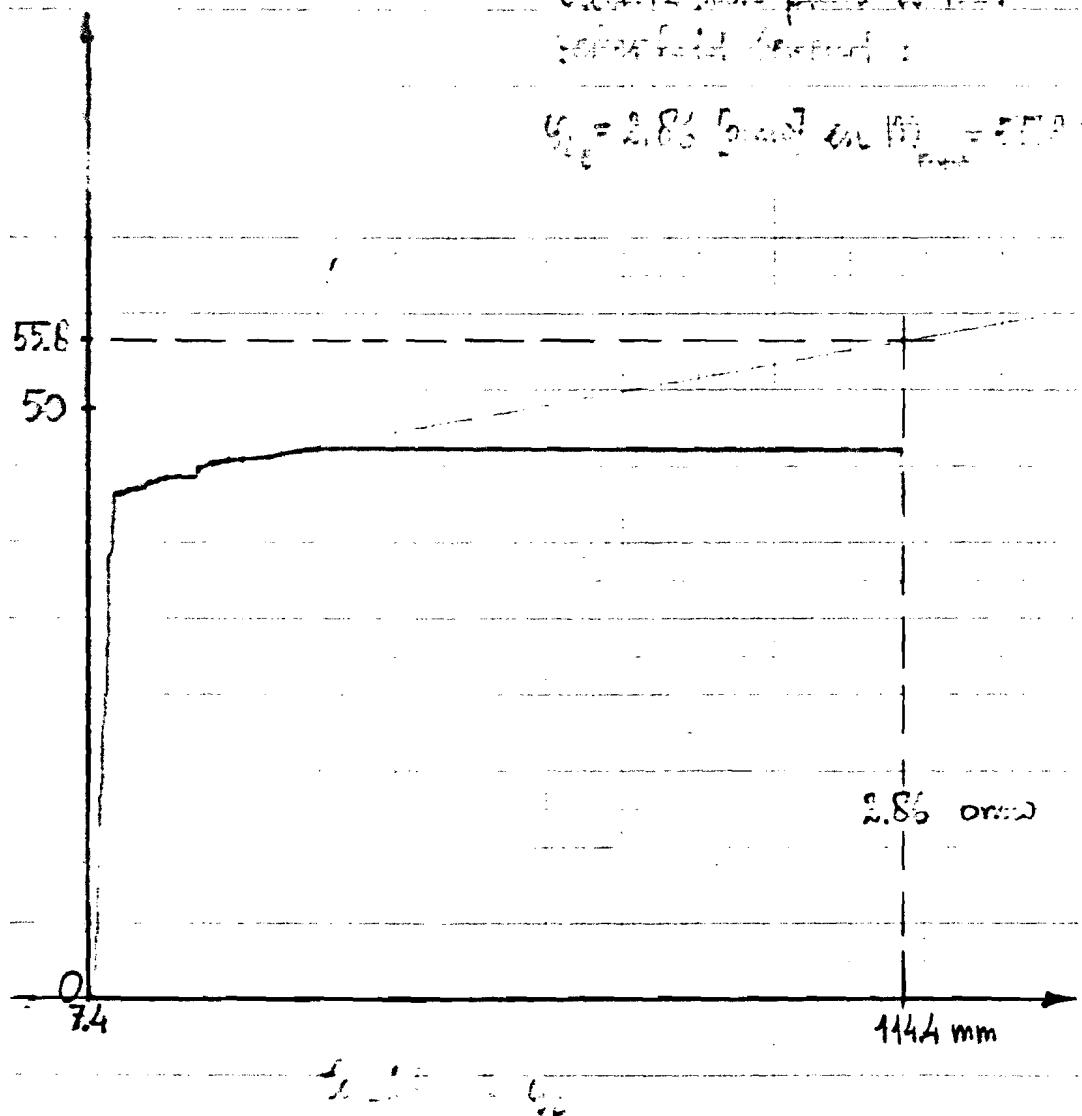
Ti6Al4V, proefstuk B

Spanningsniveaus  
[in N/mm<sup>2</sup>]

schrrijver weigerde!

afsluiting van punt is niet  
voldoende verfijnd:

$$\sigma_{L_1} = 2.85 \text{ [nuud en } \sigma_{L_2} = 5.73 \text{ [nuud]}$$



$$T_y = 85^\circ C$$

$$\dot{\epsilon}_R = 0.002 \text{ [1/sec]}$$

De schrijver die de  $M(\varphi_e)$  formule zou moeten ontdekken weette niet goed!

Hierdoor is er maar één meetpunt met zekerheid bekend, namelijk het punt  $(\varphi_{e, \text{re}}, M_{\text{max}})$ . Achteraf werd namelijk de totale torsiehoek  $(\varphi_e)$  opgemeten:

$$\varphi = 1030^\circ \hat{=} \frac{1030}{360} [\text{omw}] = 2,86 [\text{omw}] \hat{=} \frac{1030}{360} \cdot 2\pi [\text{rad}] = 17.98 [\text{rad}]$$

Het hierbij behorende torsiemoment  $M_{\text{max}}$  was bekend van de uitlezing van de millivoltmeter:  $M_{\text{max}} = 55.8 [\text{Nm}]$ .

Nietzande van dit punt zijn nog een tiental andere punten gereconstrueerd, die in de grafiek zijn ingetekend. De torsiehoek werd hierbij bepaald terugstellende van  $\varphi_e$  met 40 mm schaal per omwenteling, en het torsiemoment uit het aantal mm schaal waarbij 155 mm  $\hat{=} 100 \text{ Nm}$ .

Andere manieren om punten te reconstrueren (bijv.  $\varphi_e$  vanuit de oorsprong van het assenkruis van de grafiek bepalen) zijn ook geprobeerd maar gaven een slechtere korrelatiecoëfficiënt in de regressierechte.

De C en de n-waarde zijn bepaald aan de hand van de 11 meetpunten.

Er is echter nog een tweede manier toegepast om een C en een n-waarde af te leiden, namelijk door te stellen dat alleen de C-waarde temperatuurafhankelijk is. Dan is slechts één meetpunt (bijv.:  $(\varphi_e, M_{\text{max}})$ ) voldoende omdat de n-waarde uit de proef bij kamertemperatuur bekend is.

\* Metwaarden, behorende bij de ingetekende punten.

	torsiehoek mm grafiek	$\varphi_i$ [rad]	$\ln \varphi_i$	torsiemoment mm.grafiek	$M$ [Nm]	$\ln M$
1	11.4	1.791	0.583	$66\frac{1}{3}$	42.8	3.755
2	12.4	1.949	0.667	$66\frac{2}{3}$	43.0	3.760
3	13.4	2.106	0.745	67	43.2	3.765
4	15.4	2.420	0.884	$67\frac{1}{3}$	43.6	3.775
5	16.4	2.577	0.947	68	43.8	3.780
6	17.4	2.734	1.006	$68\frac{1}{3}$	44.0	3.785
7	21.4	3.363	1.213	$69\frac{1}{2}$	44.8	3.802
8	23.4	3.677	1.302	$70\frac{1}{3}$	45.3	3.814
9	25.4	3.991	1.384	$70\frac{2}{3}$	45.6	3.819
10	27.4	4.306	1.460	71	45.8	3.823
11	114.4	17.977	2.889	$86\frac{1}{2}$	55.8	4.021

↳ enige punt dat zeer goed is.

8 methode 1:

Regressierechte door de punten 1 t/m 11:

$$\ln M = 3.67 + 0.115 \ln \varphi_i$$

Korrelatiecoëfficiënt:  $R_{\text{reg.}} = 0.988$

• versteijfingsexponent:  $n_1 = 0.115$  [-]

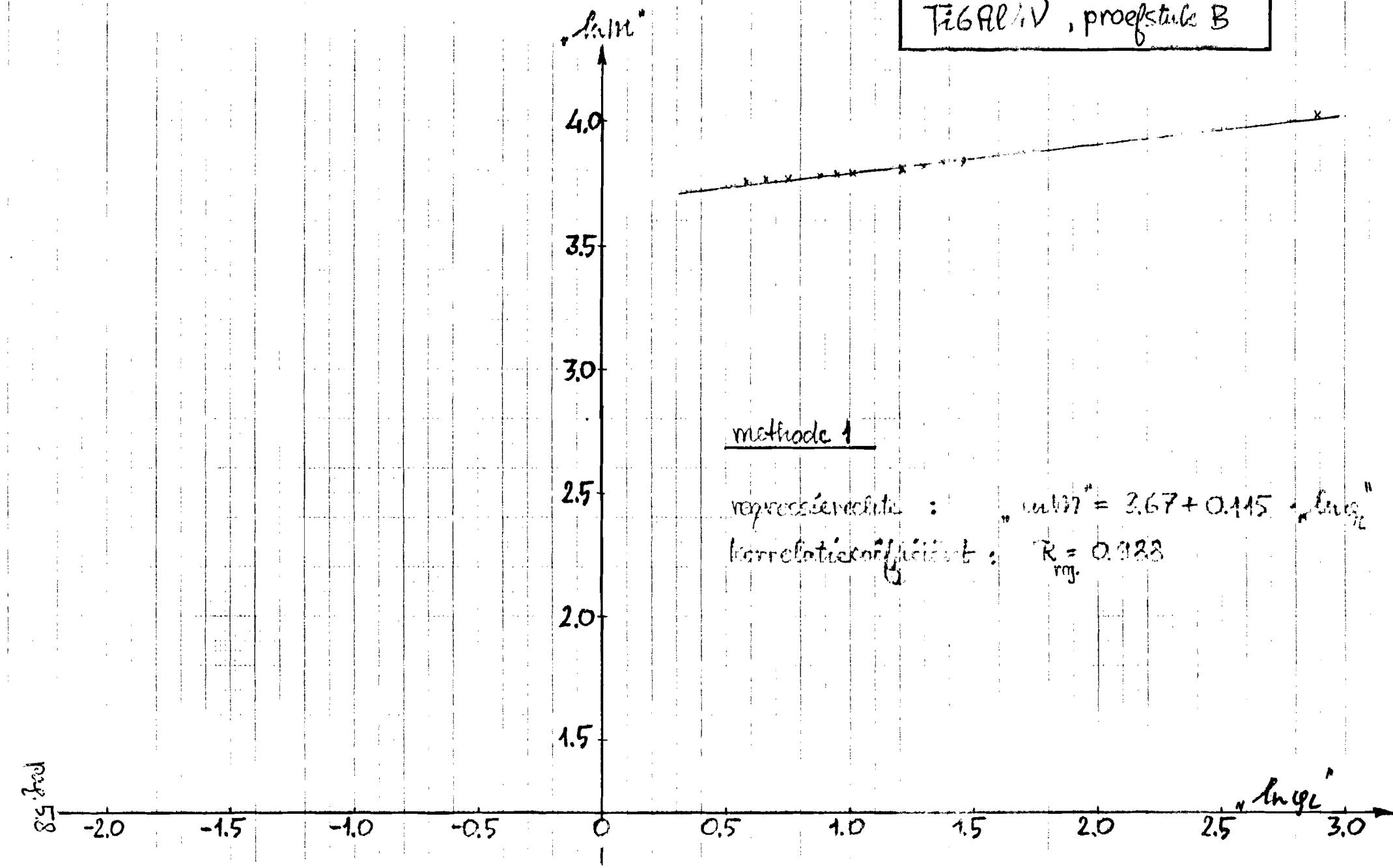
• karakteristieke deformatieverstand:

$$C_1 = \frac{\sqrt{3}}{2\pi} \cdot \frac{3.115}{(3.495 \cdot 10^{-3})^{0.115}} \cdot \left( 59.25 \cdot 10^{-3} \cdot \sqrt{3} \right)^{0.115} \cdot e^{3.67} = 1165 \cdot 10^6 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

dus:

$$C_1 = 1165 \cdot 10^6 \text{ [N/mm}^2\text{]} \quad \text{en} \quad n_1 = 0.115 \text{ [-]}$$

Ti6Al1V, proefstuk B



methode 2:

1<sup>o</sup> ogen uit van het punt dat zeer goed is:

$$\varphi_{L_e} = \frac{1230^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi = 17.977 \text{ [rad.]}$$

en

$$M_{max} = (22.3 \times 2.5) = 55.75 \text{ [Nm]}$$

uitlenging en -rester

schal faktor

Veronderstelling: de versteigingsexponent blijft in het beperkte temperatuurinterval van 20°C tot 15°C constant:

$$n_2 = n_{20^\circ C} = 0.067 \text{ [-]}$$

(zie bladzijde 5.3 van deze bijlage)

Naar het torsiemoment is afgeleid:

$$M = \left[ \frac{2\pi C}{\sqrt{3}} \cdot \frac{R^{n+3}}{n+3} \cdot \frac{1}{(L\sqrt{3})^n} \right] \cdot \varphi_L^n \quad [\text{Nm}] \quad (18.)$$

$$\text{of omgeschreven: } C = \frac{\sqrt{3}}{2\pi} \cdot \frac{n+3}{R^{n+3}} \cdot (L\sqrt{3})^n \cdot \left( \frac{M}{\varphi_L^n} \right)$$

Als we hierin het punt  $(\varphi_{L_e}, M_{max})$  substitueren, evenals de veronderstelde  $n_2$ , dan is  $C_2$  bekend:

$$C_2 = \frac{\sqrt{3}}{2\pi} \cdot \frac{3.067}{(3.495 \cdot 10^{-3})^{0.067}} \cdot (59.25 \cdot 10^{-3} \cdot \sqrt{3})^{0.067} \cdot \frac{55.75}{(17.977)^{0.067}}$$

$$C_2 = 1141 \cdot 10^6 \text{ [N/m}^2]$$

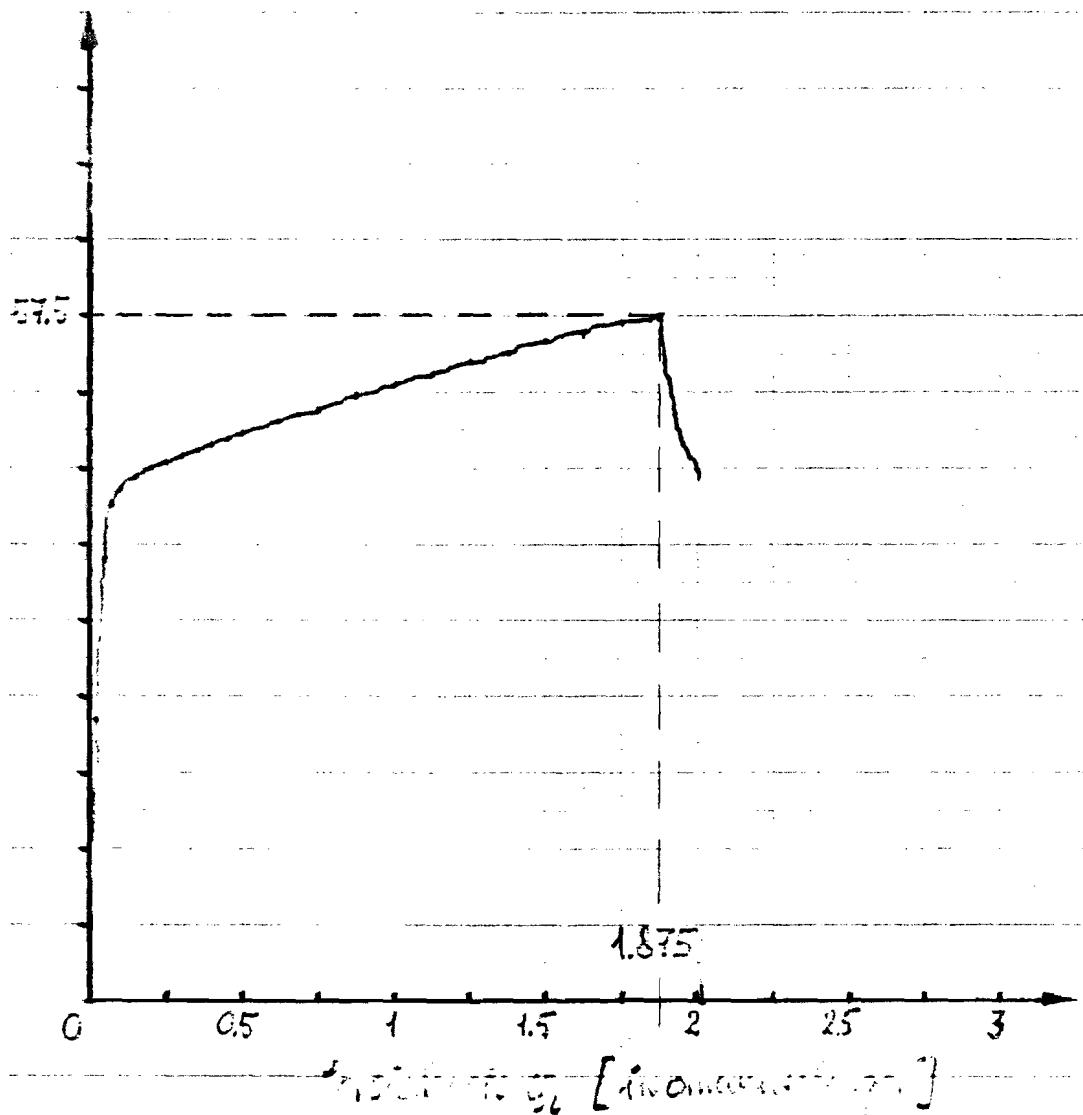
dus:

$$C_2 = 1141 \cdot 10^6 \text{ [N/m}^2] \quad \text{en} \quad n_2 = 0.067 \text{ [-]}$$

• Opgenomen  $M(\varphi)$  kromme

Ti-zuiver, proefstuk A

Afzetsmoment  $M$   
[Nm]



$$T_0 = 20^\circ\text{C}$$

$$\dot{\varepsilon}_R \approx 0.002 \text{ [1/sec]}$$

$$\text{maximale torsiemoment } M_{\max} = 57.5 \text{ [Nm]}$$

\* Meetwaarden, behorende bij de ingetekende punten.

	$\varphi_i$ [rad]	$\ln \varphi_i$	M [Nm]	$\ln M$		$\varphi_i$ [rad]	$\ln \varphi_i$	M [Nm]	$\ln M$	
1	0.157	-1.851	23.6	3.163		13	3.927	1.368	48.6	3.883
2	0.314	-1.158	37.1	3.612		14	4.742	1.550	49.5	3.902
3	0.471	-0.752	41.7	3.730		15	5.498	1.704	50.8	3.928
4	0.628	-0.465	43.0	3.760		16	6.283	1.838	51.8	3.946
5	0.785	-0.059	44.1	3.786		17	7.069	1.956	52.5	3.962
6	1.257	0.228	44.7	3.800		18	7.854	2.061	53.5	3.980
7	1.571	0.452	45.2	3.811		19	8.639	2.156	54.5	3.998
8	1.885	0.634	45.7	3.822		20	9.425	2.243	55.3	4.012
9	2.199	0.788	46.2	3.832		21	10.210	2.323	56.2	4.029
10	2.513	0.922	46.6	3.842		22	10.996	2.397	56.9	4.041
11	2.827	1.039	47.1	3.853		23	11.781	2.466	57.5	4.052
12	3.142	1.145	47.6	3.863						

Regressierechte door de punten 3 t/m 23 :

$$\ln M = 3.77 + 0.0989 \cdot \ln \varphi_i$$

$$\text{korrelatiecoëfficiënt : } R_{\text{reg.}} = 0.975$$

• versteifingsexponent :  $n = 0.0989$

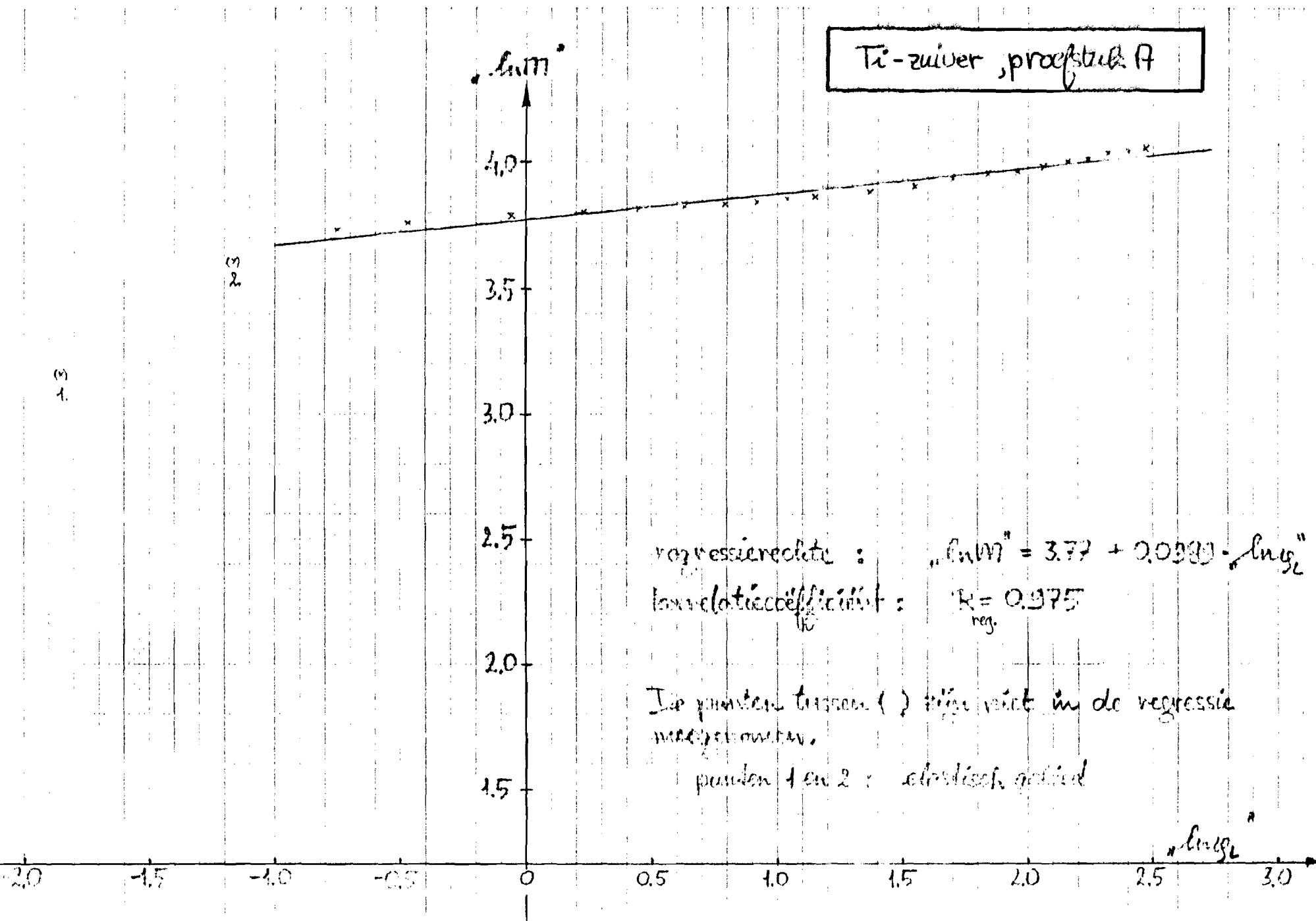
• karakteristieke deformatieverstand :

$$C = \frac{\sqrt{3}}{2\pi} \cdot \frac{3.0989}{(3.495 \cdot 10^{-3})^{0.0989}} \cdot (59.25 \cdot 10^{-3} \cdot \sqrt{3})^{0.0989} \cdot e^{3.77} = 1213 \cdot 10^6 \text{ [N/m}^2\text{]}$$

dus :

$$C = 1213 \cdot 10^6 \text{ [N/m}^2\text{]} \quad \text{en} \quad n = 0.099 \text{ [-]}$$

Ti-zuiver proefstuk A

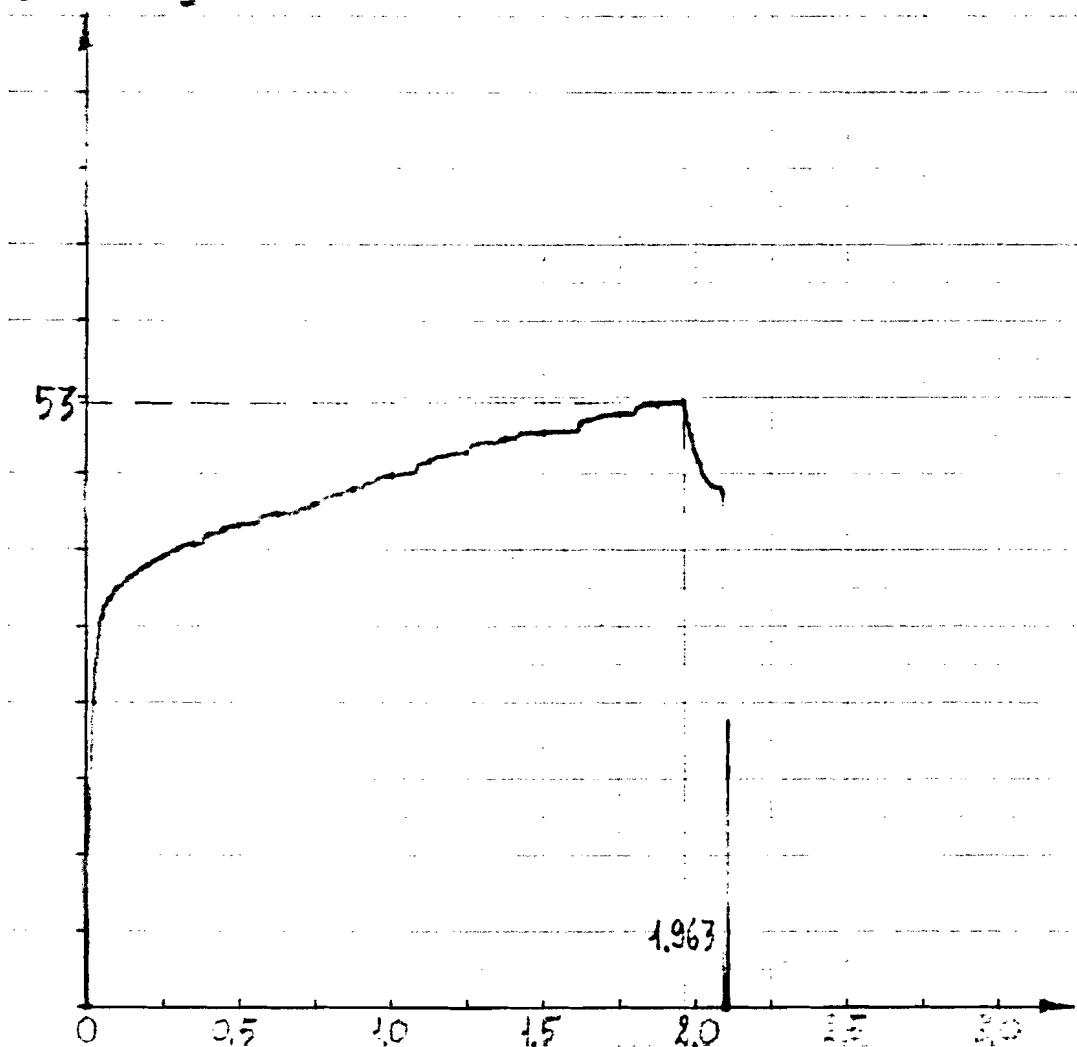


• Opgenomen  $M(\varphi)$  kromme

Ti-zuiver, proefstuk B

Forsiermoment [Nm]

[Fors. Afb.]



Fors. Afb. = [Forsiermoment]

$$T_y = 175 \text{ [°C]}$$

$$\dot{\varepsilon}_R = 0.002 \text{ [1/sec]}$$

maximale Forsiemoment  $M_{\max} = 53.0 \text{ [Nm]}$

\* Meetwaarden, behorende bij de ingetekende punten.

	$g_i$ [kN]	$\ln g_i$	$m_i$ [ $N/m$ ]	$\ln m_i$		$g_i$ [kN]	$\ln g_i$	$m_i$ [ $N/m$ ]	$\ln m_i$
1	0.157	-1.851	26.7	3.286		15	3.927	43.2	3.766
2	0.314	-1.158	34.1	3.529		14	4.712	44.1	3.786
3	0.471	-0.752	35.7	3.576		15	5.498	45.4	3.816
4	0.628	-0.455	36.7	3.604		16	6.283	46.5	3.840
5	0.942	-0.059	37.7	3.631		17	7.069	47.8	3.866
6	1.257	0.228	38.7	3.657		18	7.854	48.6	3.883
7	1.571	0.452	39.4	3.674		19	8.639	49.8	3.907
8	1.885	0.634	40.1	3.691		20	9.425	50.4	3.921
9	2.199	0.788	40.5	3.702		21	10.210	51.2	3.936
10	2.513	0.922	41.4	3.724		22	10.996	51.9	3.950
11	2.827	1.039	41.8	3.732		23	11.781	52.8	3.966
12	3.142	1.145	42.1	3.740		24	12.331	53.0	3.970

Regressierechte door de punten 2 t/m 24 :

$$\ln m = 3.63 + 0.120 \ln g_i$$

korrelatiecoëfficiënt :  $R_{reg.} = 0.982$

• verstergingsexponent :  $n = 0.120$

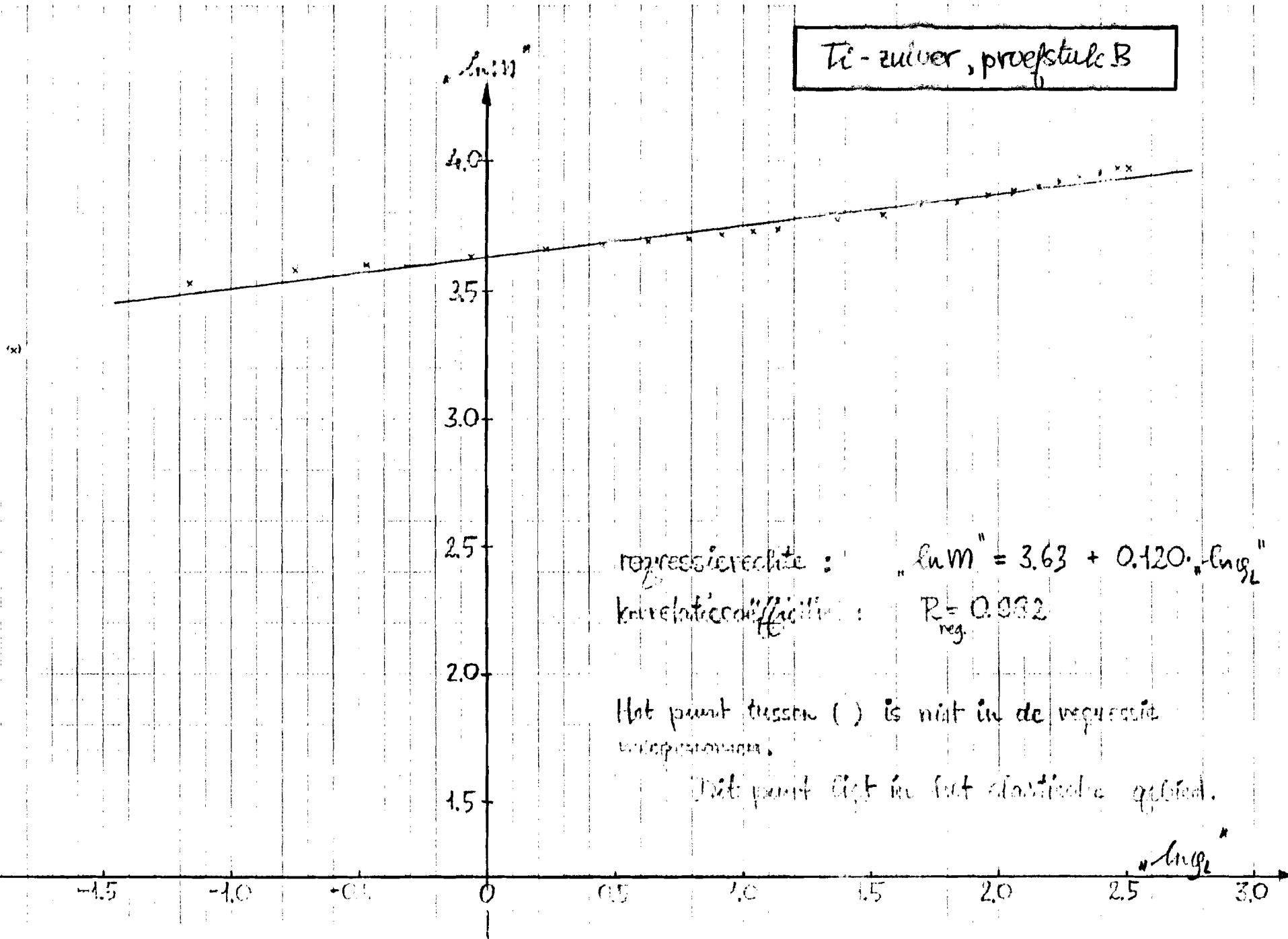
• karakteristieke deformatieverstand :

$$C = \frac{\sqrt{3}}{2\pi} \cdot \frac{3.120}{(3.495 \cdot 10^{-3})^{3.120}} \cdot (59.25 \cdot 10^{-3} \cdot \sqrt{3})^{0.120} \cdot e^{3.63} = 1140 \cdot 10^6 [\text{N/m}^2]$$

dus :

$$C = 1140 \cdot 10^6 [\text{N/m}^2] \quad \text{en} \quad n = 0.120 [-]$$

Ti-zilver, proefstuk B

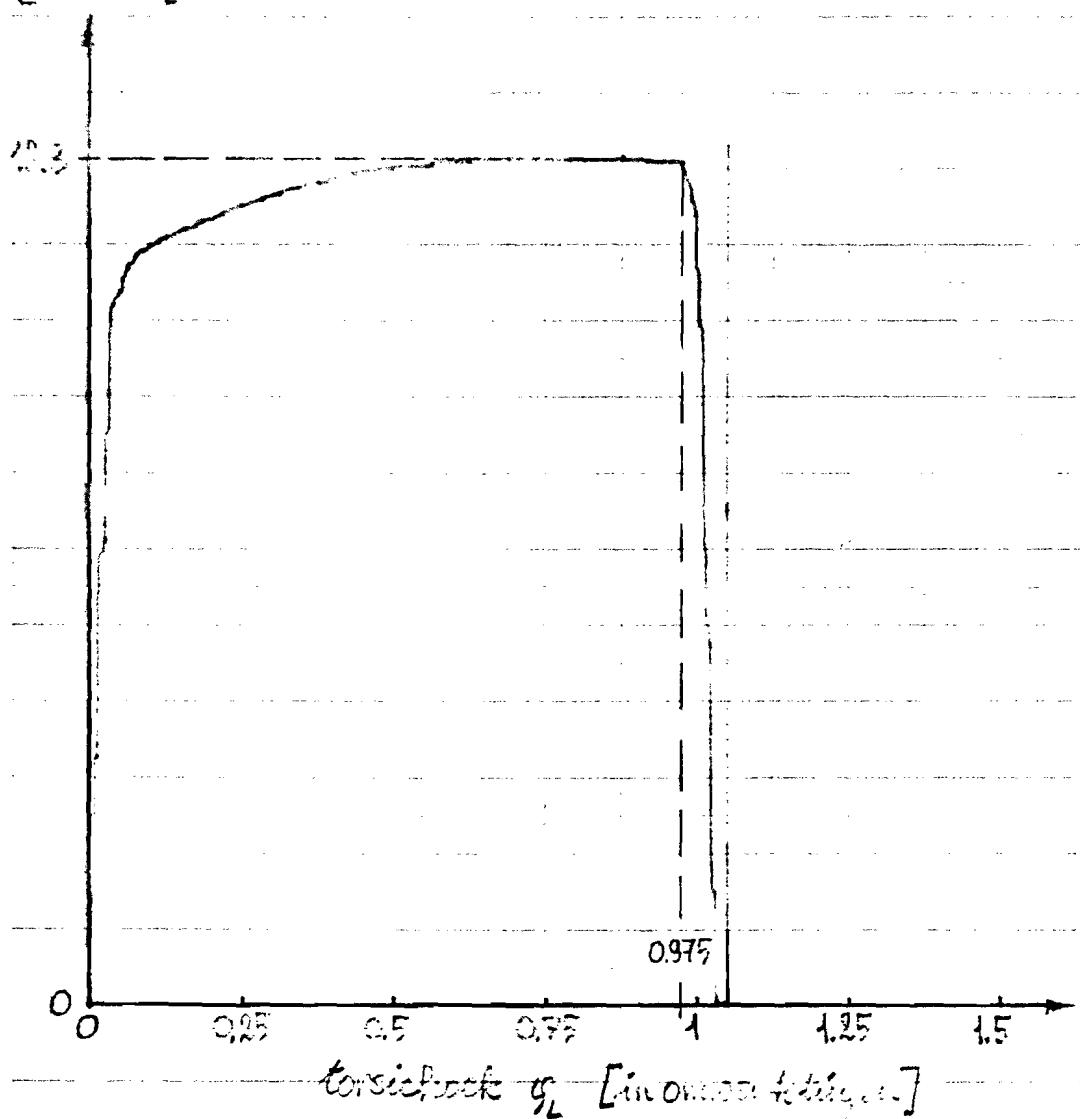


• Opgenomen  $M(\varphi)$  kromme

Al 51 ST, proefstuk A

Torsionsmoment  $M$

[in Nm]



$$T_0 = 20^\circ\text{C}$$

$$\dot{\varepsilon}_R \approx 0.002 \text{ [1/sec]}$$

$$\text{maximale Torsionsmoment } M_{\max} = 18.3 \text{ [Nm]}$$

\* Meetwaarden, behorende bij de ingetekende punten.

	$\sigma_z$ [Fad]	$E \cdot \sigma_z$	$m$ [N/mm] "lmm"		$\sigma_z$ [Fad]	$E \cdot \sigma_z$	$m$ [N/mm] "lmm"		
1	0.079	-2.544	5.3	1.674	14	1.571	0.452	17.2	2.846
2	0.157	-1.851	10.3	2.303	15	1.767	0.569	17.3	2.853
3	0.236	-1.446	15.1	2.714	16	1.963	0.675	17.5	2.862
4	0.314	-1.158	15.4	2.733	17	2.160	0.770	17.6	2.868
5	0.393	-0.935	15.9	2.762	18	2.356	0.857	17.7	2.875
6	0.471	-0.752	16.2	2.764	19	2.749	1.011	17.9	2.887
7	0.550	-0.598	16.3	2.790	20	3.142	1.145	18.1	2.895
8	0.628	-0.465	16.4	2.795	21	3.534	1.263	18.1	2.897
9	0.707	-0.347	16.5	2.801	22	3.927	1.368	18.2	2.902
10	0.785	-0.242	16.5	2.804	23	4.320	1.463	18.25	2.904
11	0.862	-0.158	16.7	2.817	24	4.712	1.550	18.25	2.904
12	1.178	0.164	16.9	2.830	25	5.498	1.704	18.25	2.904
13	1.374	0.318	17.1	2.837	26	6.126	1.813	18.2	2.902

Regressie-rechte door de punten 3 t/m 23 :

$$\ln m = 2.81 + 0.0631 \ln \sigma_z$$

$$\text{korrelatiecoëfficiënt : } R_{\text{reg.}} = 0.993$$

• versderigingsexponent :  $n = 0.0631$

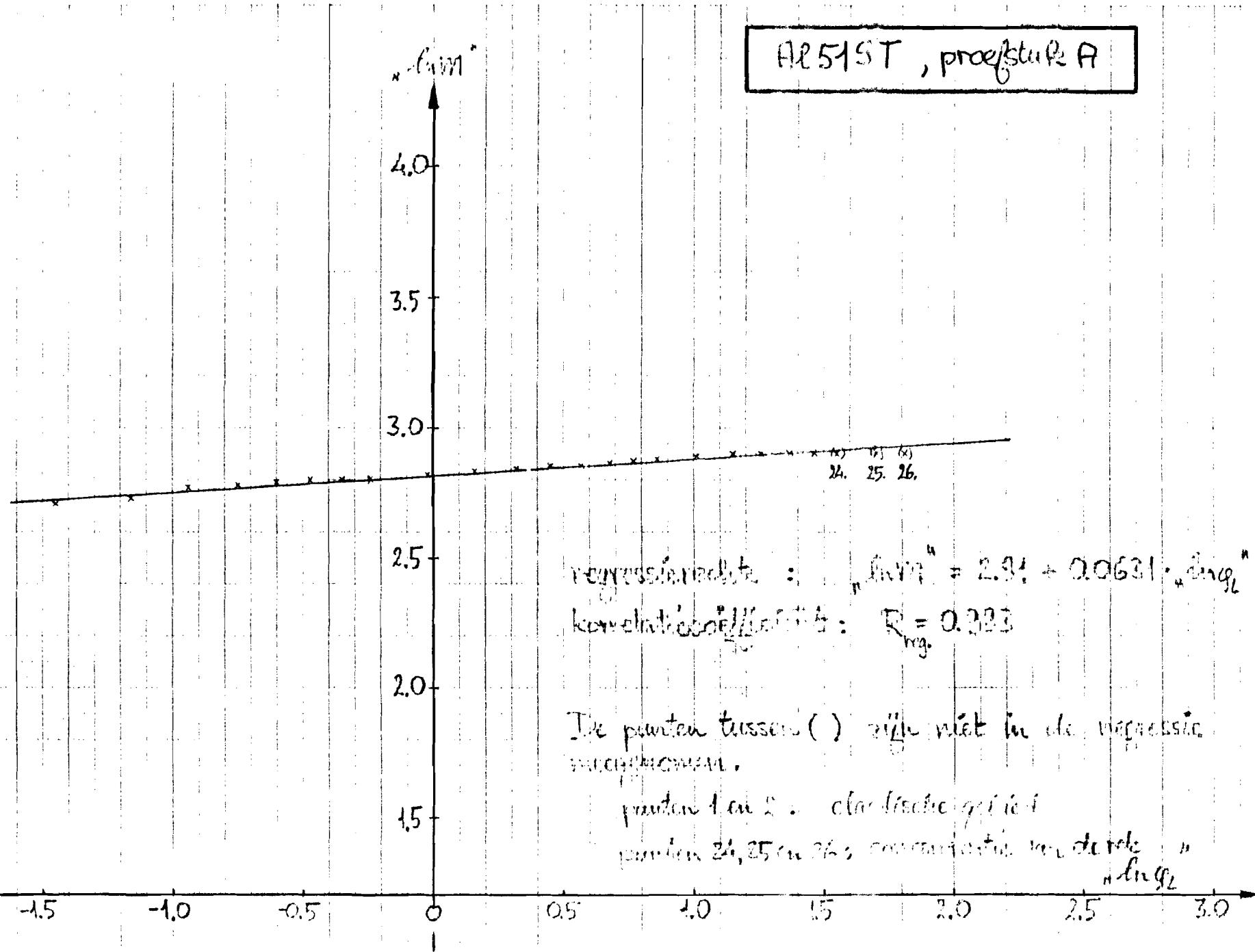
• karakteristieke deformatieverstand :

$$C = \frac{\sqrt{3}}{2\pi} \cdot \frac{3.0631}{(3.495 \cdot 10^{-3})^{3.0631}} \cdot (59.25 \cdot 10^{-3} \cdot \sqrt{3})^{0.0631} \cdot e^{2.81} = 407 \cdot 10^6 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

dus :

$$C = 407 \cdot 10^6 \text{ [N/mm}^2\text{]} \quad \text{en} \quad n = 0.063 \text{ [-]}$$

Al251ST, proefstukje A

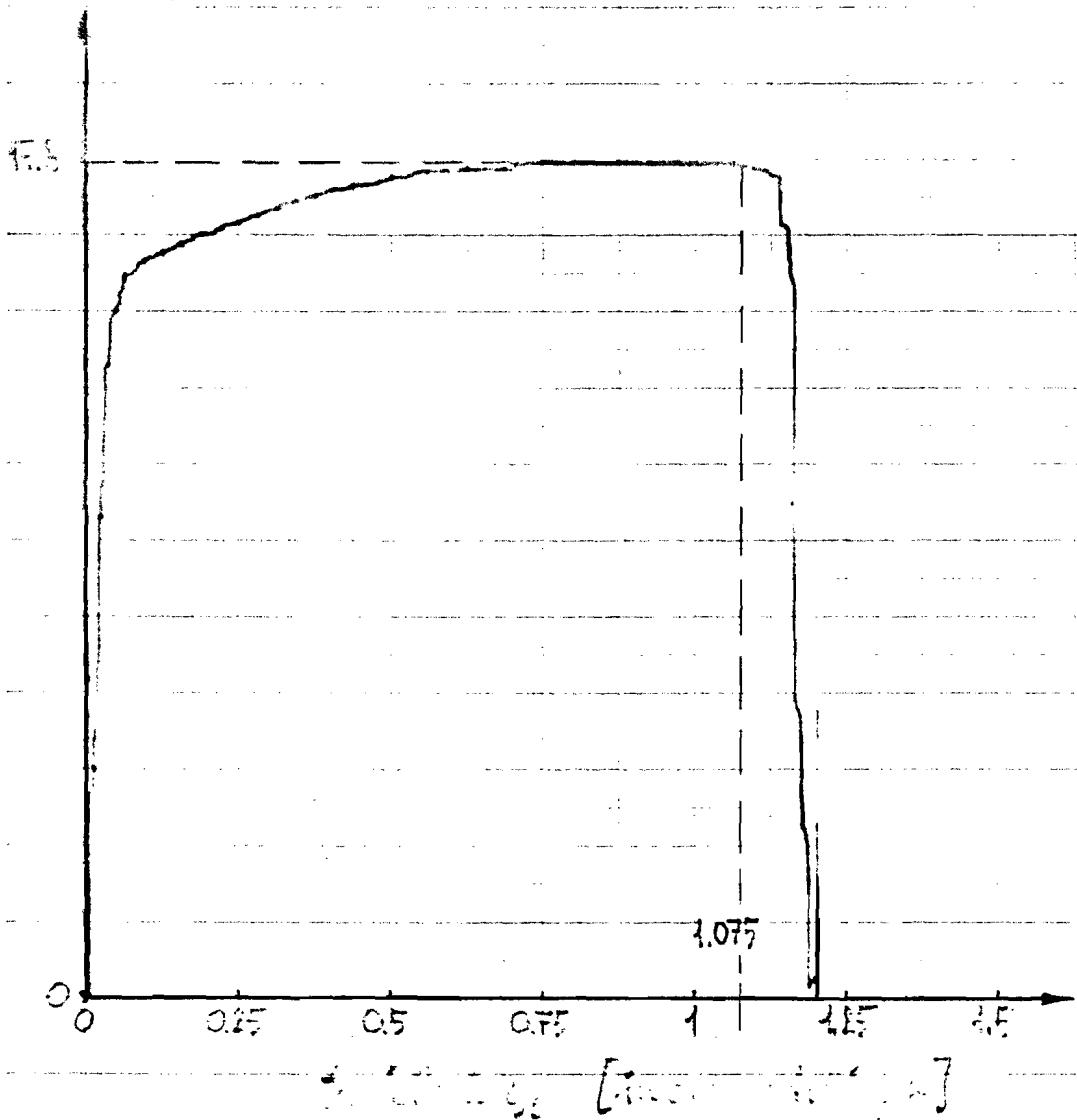


• Opzienomen M( $\varphi$ ) kromme

Af 51ST, proefstuk B

Afsluitmoment M

[in Nm]



$$T_y = 80 \text{ [Nm]}$$

$$\dot{\varphi}_R \approx 0.002 \text{ [1/sec]}$$

maximale torsiemoment  $M_{\max} = 17.8 \text{ [Nm]}$

\* Meetwaarden, behorende bij de ingetekende punten.

	$g_z$ [rad]	"leng"	$m$ [Nm]	"lcm"		$g_z$ [rad]	"leng"	$m$ [Nm]	"lcm"
1	0.079	-2.544	4.9	1.582	13	1.963	0.675	16.8	2.820
2	0.157	-1.851	10.2	2.324	14	2.160	0.770	16.9	2.828
3	0.236	-1.446	13.5	2.599	15	2.356	0.857	17.1	2.833
4	0.314	-1.156	14.6	2.680	16	2.749	1.011	17.3	2.849
5	0.393	-0.955	15.3	2.729	17	3.142	1.145	17.5	2.860
6	0.589	-0.523	15.6	2.750	18	3.534	1.263	17.6	2.867
7	0.785	-0.242	15.8	2.762	19	3.928	1.368	17.6	2.869
8	0.982	-0.018	16.0	2.776	20	4.320	1.463	17.6	2.869
9	1.178	0.164	16.2	2.786	21	4.712	1.550	17.75	2.876
10	1.374	0.318	16.3	2.793	22	5.498	1.704	17.75	2.876
11	1.571	0.452	16.5	2.802	23	6.283	1.838	17.75	2.876
12	1.767	0.569	16.6	2.812	24	6.676	1.899	17.75	2.876

Regressierechte door de punten 5 t/m 21 :

$$\ln m = 2.77 + 0.0633 \ln g_z$$

Korrelatiecoëfficiënt :  $R_{reg} = 0.994$

• verstergings exponent :  $n = 0.0633$

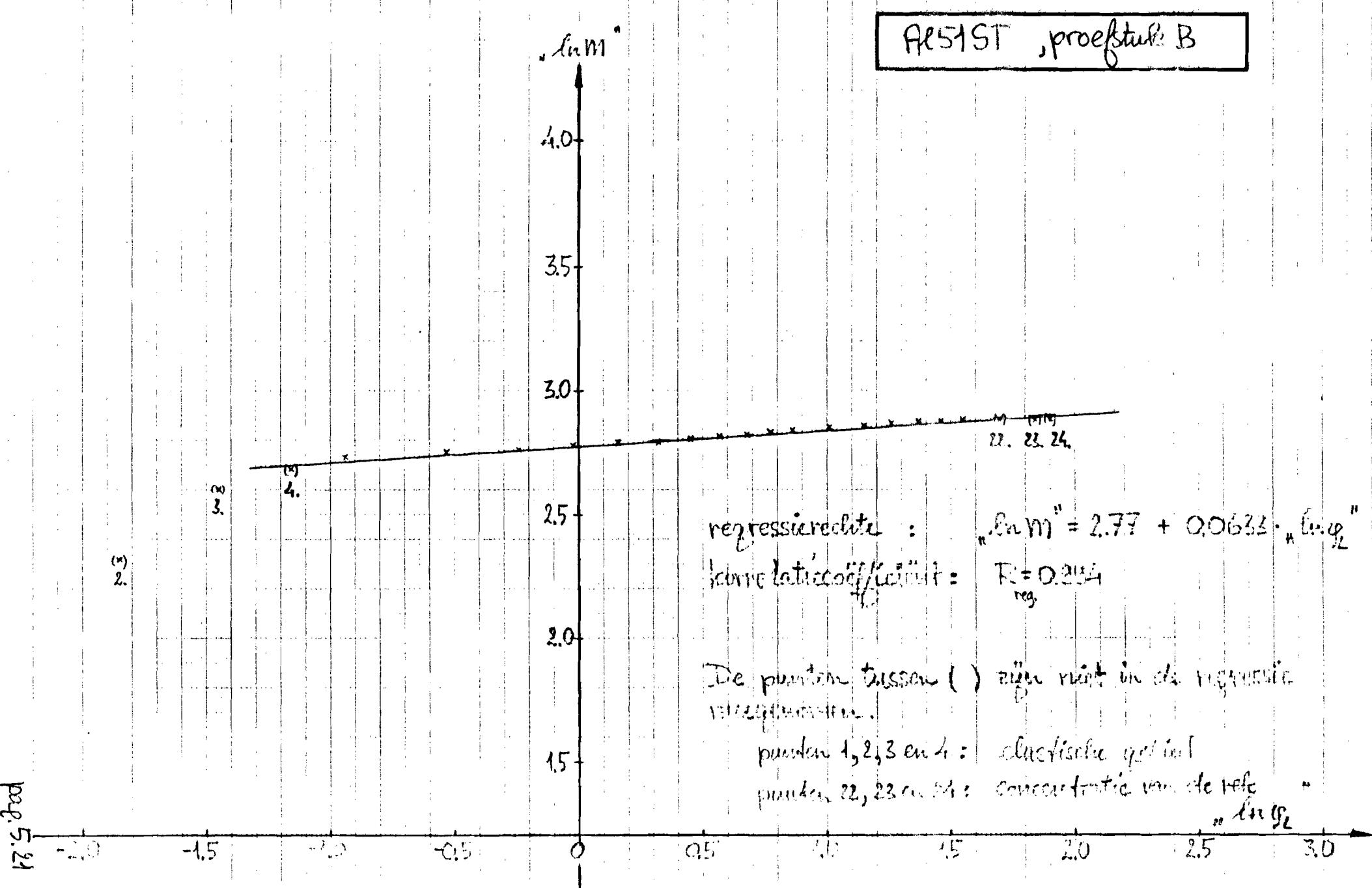
• karakteristieke deformatieverstand :

$$C = \frac{\sqrt{3}}{2\pi} \cdot \frac{3.0633}{(3.495 \cdot 10^{-3})^{0.0633}} \cdot (59.25 \cdot 10^{-3} \cdot \sqrt{3})^{0.0633} \cdot e^{2.77} = 391 \cdot 10^6 \text{ [N/m}^2\text{]}$$

dus :

$$C = 391 \cdot 10^6 \text{ [N/m}^2\text{]} \quad \text{en} \quad n = 0.063 \text{ [-]}$$

AF51ST , proefstuk B



regressierechte :  $\text{``lnM''} = 2.77 + 0.0633 \cdot \text{``lnGe}_2''$

correlatiedrukcoëfficiënt =  $R_{\text{reg.}} = 0.2154$

De punten tussen ( ) zijn niet in de regressie  
vergaderd.

punten 1, 2, 3 en 4: elastische gelast

punten 22, 23 en 24: concentratie van de lefe

"lnGe<sub>2</sub>"

## Bijlage 6.

### \* De rekenresultaten van het computerprogramma.

Onderwerp van deze bijlage:

Computerberekeningen aan de snelle torsieproeven.

Met het programma, dat uitvoerig beschreven is in lit.[E], wordt de temperatuurverdeling in de torsiestaaf tijdens plastische deformatie berekend [ $T = T(r, t)$ ], evenals waarden voor  $\alpha$  [ $\alpha = \alpha(r, t)$ ].

De resultaten van de berekeningen zijn op de volgende bladzijden (in tabelvorm) weergegeven. De tabelkolommen geven respectievelijk:

$N$  : segmentnummer.

$E_0$  : effectieve voor-rek ( $E$ ) ; hier steeds 0.

Rek : effectieve rek.

$E_{tot}$  : totale effectieve rek. ( $\bar{E}$ )

Spanning : effectieve spanning. ( $\bar{\sigma}$ )

Temp. : temperatuur, geleidung in aanmerking genomen.

Temp.g.get : temperatuur, geen geleidung in aanmerking genomen.

$\frac{T_j - T_{j-1}}{b_j - b_{j-1}}$  :  $\alpha$  tussen (tijd) stap  $j-1$  en  $j$ . ( $\alpha$  momentum)

$\frac{T_j - 20}{T_{j-1} - 20}$  : de tot stap  $j$  gemiddelde  $\alpha$  ( $\bar{\alpha}$ )

Nan bijzonder belang is steeds de laatste tabel op de bladzijde ( $x=200$ ), want deze geeft de berekende waarden nadat de deformatie voltooid is. In deze tabel is de laatste regel ( $N=10$ ) het belangrijkste, deze geeft de berekende waarden in de buitenste proefstaafzaal.















Bijlage 7.

\* voorspelling van de instabiliteitsrechtoen.

\* voorspelling van de „instabiliteitsrek“ bij Ti 6 Al 4 V

Maatstaf 1 (met  $C_1$  en  $n_1$ )

$$\text{Criterium: } \left( \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial T} \right)_{\dot{\epsilon}, \bar{\epsilon}} \approx - \frac{\rho \cdot s_w}{\alpha} \cdot \frac{n}{\bar{\epsilon}_k} \quad (9.)$$

• linearterm

$$\text{bij } 20^\circ\text{C: } C = 1225 \cdot 10^6 \text{ [N/m}^2\text{]} \quad \text{en} \quad n = 0.067 \text{ [-]}$$

$$\text{bij } 85^\circ\text{C: } C_1 = 1165 \cdot 10^6 \text{ [N/m}^2\text{]} \quad \text{en} \quad n_1 = 0.115 \text{ [-]}$$

De benadering van de differentiaalterm wordt hiernee:

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial T} \right)_{\dot{\epsilon}, \bar{\epsilon}} &= \frac{1165 \cdot 10^6 \cdot \bar{\epsilon}^{0.115} - 1225 \cdot 10^6 \cdot \bar{\epsilon}^{0.067}}{85 - 20} \\ &= 17.9231 \cdot 10^6 \cdot \bar{\epsilon}^{0.115} - 18.8462 \cdot 10^6 \cdot \bar{\epsilon}^{0.067} \quad [\text{N/m}^2\text{K}] \end{aligned}$$

• rechtesterm

$$\rho = 4430 \text{ [kg/m}^3\text{]}$$

$$s_w = 565 \text{ [J/kgK]}$$

$$n = 0.067 \text{ [-]}$$

$$\alpha_R = 1$$

$$\left. \begin{array}{l} \rho = 4430 \text{ [kg/m}^3\text{]} \\ s_w = 565 \text{ [J/kgK]} \\ n = 0.067 \text{ [-]} \\ \alpha_R = 1 \end{array} \right\} \quad - \frac{\rho \cdot s_w \cdot n}{\alpha_R} \cdot \frac{1}{\bar{\epsilon}} = - \frac{4430 \cdot 565}{1} \cdot \frac{0.067}{\bar{\epsilon}} = - \frac{0.1677 \cdot 10^6}{\bar{\epsilon}} \quad \left[ \frac{\text{N}}{\text{m}^2\text{K}} \right]$$

Zetten we de beide termen in een grafiek uit, (grafiek op pag.7.3) dan vinden we voor het snijpunt:

$$\bar{\epsilon}_{k_1} = 0.065 \quad [-]$$

\* Voorspelling van de "instabiliteitsrek" bij Ti 6Al4V

→ Manier 2 (met  $C_2$  en  $n_2$ )

$$\text{Criterium : } \left( \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial T} \right)_{\dot{\bar{\epsilon}}, \bar{\epsilon}} \approx - \frac{\rho \cdot \text{s.w.}}{\alpha} \cdot \frac{n}{\bar{\epsilon}_k} \quad (9.)$$

• linkerterm

$$\text{bij } 20^\circ C : \quad C = 1225 \cdot 10^6 \left[ \frac{N}{m^2} \right] \quad \text{en} \quad n = 0.067 \quad [-]$$

$$\text{bij } 85^\circ C : \quad C_2 = 1141 \cdot 10^6 \left[ \frac{N}{m^2} \right] \quad \text{en} \quad n_2 = 0.067 \quad [-]$$

De benadering van de differentiaalterm wordt hiernieuw:

$$\left( \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial T} \right)_{\dot{\bar{\epsilon}}, \bar{\epsilon}} \approx \frac{1141 \cdot 10^6 \bar{\epsilon}^{0.067} - 1225 \cdot 10^6 \bar{\epsilon}^{0.067}}{85 - 20}$$

$$= - \frac{84}{65} \cdot 10^6 \cdot \bar{\epsilon}^{0.067} = - 1.2923 \cdot 10^6 \cdot \bar{\epsilon}^{0.067} \left[ \frac{N}{m^2 \cdot K} \right]$$

• rechterterm

$$\left. \begin{array}{l} \rho = 4430 \left[ \frac{kg}{m^3} \right] \\ \text{s.w.} = 565 \left[ \frac{J}{kg \cdot K} \right] \\ n = 0.067 \quad [-] \\ \alpha_R = 1 \end{array} \right\} \quad - \frac{\rho \cdot \text{s.w.}}{\alpha_R} \cdot \frac{n}{\bar{\epsilon}} = - \frac{4430 \cdot 565}{1} \cdot \frac{0.067}{\bar{\epsilon}} = - \frac{0.1677 \cdot 10^6}{\bar{\epsilon}} \left[ \frac{N}{m^2 \cdot K} \right]$$

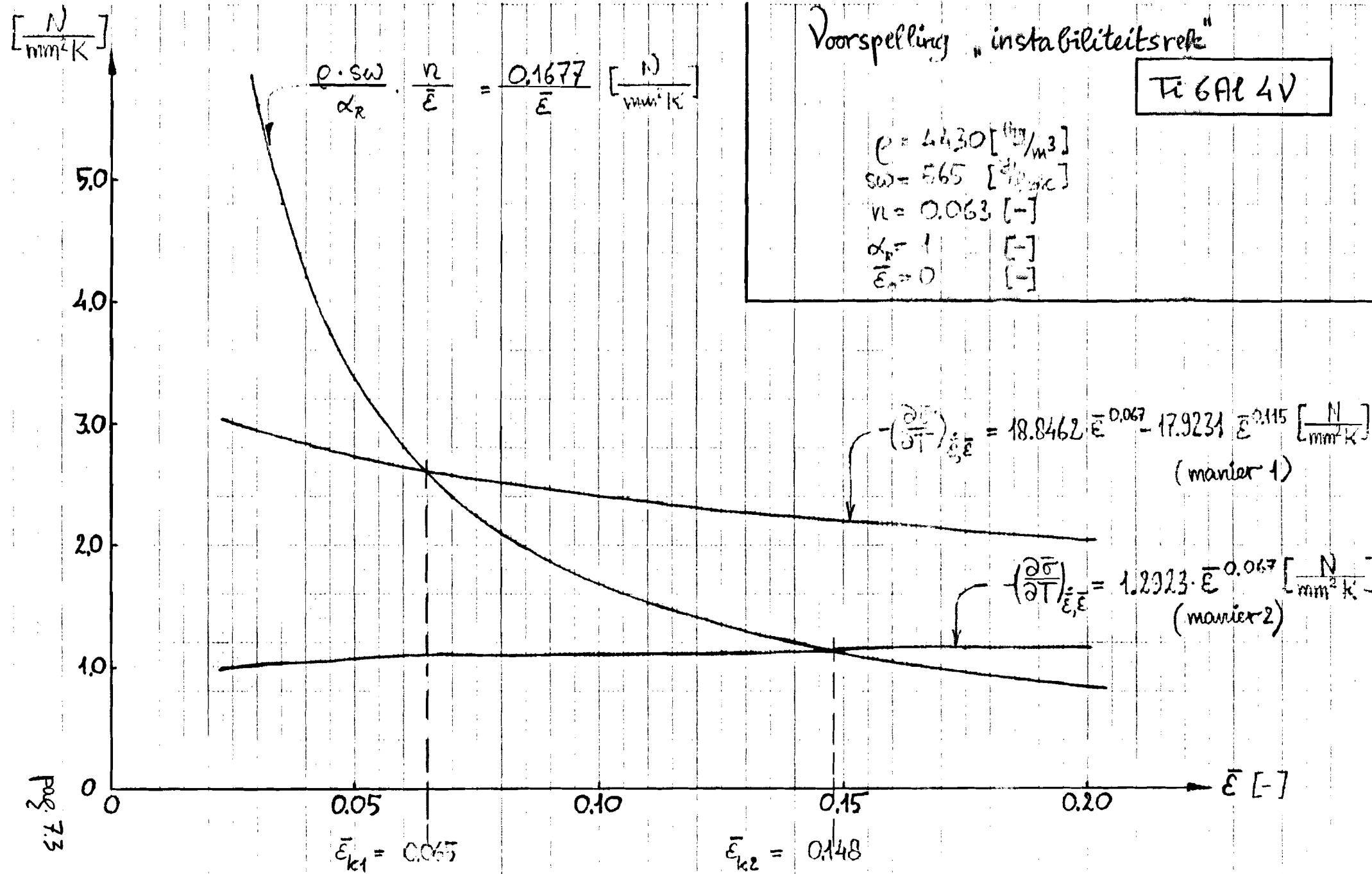
In dit geval is een analytische oplossing mogelijk :

$$- 1.2923 \cdot 10^6 \cdot \bar{\epsilon}_{k2}^{0.067} = - \frac{0.1677 \cdot 10^6}{\bar{\epsilon}_{k2}}$$

$$\text{ofwel : } \bar{\epsilon}_{k2}^{1.067} = \frac{0.1677}{1.2923} \quad ; \quad \bar{\epsilon}_{k2} = \left( \frac{0.1677}{1.2923} \right)^{\frac{1}{1.067}}$$

$$\boxed{\bar{\epsilon}_{k2} = 0.148} \quad [-]$$

(zie ook grafiek op pag. 7)



\* Verspelling van de instabiliteitsrek "bij" Ti-zuiver

$$\text{Criteria: } \left( \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial T} \right)_{\bar{\epsilon}, \bar{\epsilon}_k} = - \frac{\rho \cdot s.w.}{\alpha} \cdot \frac{n}{\bar{\epsilon}_k} \quad (9.)$$

• linkerterm

$$\text{bij } 20^\circ C: C = 1213 \cdot 10^6 \text{ [N/m}^2\text{]} \text{ en } n = 0.099 \text{ [-]}$$

$$\text{bij } 175^\circ C: C = 1140 \cdot 10^6 \text{ [N/m}^2\text{]} \text{ en } n = 0.120 \text{ [-]}$$

De benadering van de differentiaalterm wordt hiervan:

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial T} \right)_{\bar{\epsilon}, \bar{\epsilon}_k} &\approx \frac{1140 \cdot 10^6 \bar{\epsilon}^{0.120} - 1213 \cdot 10^6 \bar{\epsilon}^{0.099}}{175 - 20} \\ &= 6.5143 \cdot 10^6 \bar{\epsilon}^{0.120} - 6.9314 \cdot 10^6 \bar{\epsilon}^{0.099} \text{ [N/m}^2\text{K]} \end{aligned}$$

• rechterterm, voor deze waarden van  $\alpha_R$

$$\rho = 4510 \text{ [kg/m}^3\text{]} ; \text{s.w.} = 523 \text{ [J/kgK]} ; n = 0.099 \text{ [-]}$$

$$\alpha_R = 1 : - \frac{\rho \cdot s.w.}{\alpha_R} \cdot \frac{n}{\bar{\epsilon}} = - \frac{4510 \cdot 523}{1} \cdot \frac{0.099}{\bar{\epsilon}} = - \frac{0.2335 \cdot 10^6}{\bar{\epsilon}} \text{ [N/m}^2\text{K]}$$

$$\alpha_R = 0.937 : - \frac{\rho \cdot s.w.}{\alpha_R} \cdot \frac{n}{\bar{\epsilon}} = - \frac{4510 \cdot 523}{0.937} \cdot \frac{0.099}{\bar{\epsilon}} = - \frac{0.2492 \cdot 10^6}{\bar{\epsilon}} \text{ [N/m}^2\text{K]}$$

$$\alpha_R = 0.900 : - \frac{\rho \cdot s.w.}{\alpha_R} \cdot \frac{n}{\bar{\epsilon}} = - \frac{4510 \cdot 523}{0.900} \cdot \frac{0.099}{\bar{\epsilon}} = - \frac{0.2594 \cdot 10^6}{\bar{\epsilon}} \text{ [N/m}^2\text{K]}$$

Zetten we de linkerterm en het drietal rechtertermen in een grafiek uit (grafiek op pg 7.5), dan vinden we als snijpunten respectievelijk:

$\bar{\epsilon}_k = 0.49$
$\bar{\epsilon}_k = 0.53$
$\bar{\epsilon}_k = 0.55$

$(\alpha_R = 1)$
$(\alpha_R = 0.937)$
$(\alpha_R = 0.900)$

$[N \text{ mm}^2 K]$

1.3

1.2

1.1

1.0

0.9

0.8

0.7

0.6

0.5

0.4

0.3

0.2

0.1

0

$\dot{\epsilon}_k \text{ sec}$

0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1.0  $\bar{\epsilon} [-]$

$$\dot{\epsilon}_k = \begin{cases} 0.49 & 0.55 \\ 0.53 \end{cases}$$

$$\frac{Q \cdot SW}{\alpha_k} \cdot \frac{n}{E} = \frac{0.2335}{\bar{\epsilon}} \left[ \frac{N}{mm^2 K} \right] \quad (\alpha_k = 1)$$

$$\frac{0.2492}{\bar{\epsilon}} \left[ \frac{N}{mm^2 K} \right] \quad (\alpha_k = 0.937)$$

$$\frac{0.2594}{\bar{\epsilon}} \left[ \frac{N}{mm^2 K} \right] \quad (\alpha_k = 0.900)$$

Voorstelling "instabiliteitsrek"

Ti - zuiver

$$p = 4510 \left[ \frac{N}{mm^2} \right]$$

$$SW = 57.6 \left[ \frac{W}{sec} \right]$$

$$n = 2149 \left[ \frac{1}{K} \right]$$

$$\bar{\epsilon}_0 = 0.1 \text{ l-1}$$

$$-\left(\frac{\partial \dot{\epsilon}}{\partial T}\right)_{\dot{\epsilon}, \bar{\epsilon}} = 6.3344 \bar{\epsilon}^{0.072} - 6.5143 \bar{\epsilon}^{0.120} \left[ \frac{N}{mm^2 K} \right]$$

\* Voorstelling van de „instabiliteitsrek“ bij RL 51 ST

$$\text{Criteria: } \left( \frac{\partial \bar{\epsilon}}{\partial T} \right)_{\dot{\epsilon}, \bar{\epsilon}} \approx - \frac{\rho \cdot s.w.}{\alpha} \cdot \frac{n}{\bar{\epsilon}_k} \quad (9)$$

• linkerterm

$$\text{bij } 20^\circ\text{C: } C = 407 \cdot 10^6 \text{ [N/m}^2\text{]} \text{ en } n = 0.063 \text{ [-]}$$

$$\text{bij } 80^\circ\text{C: } C = 391 \cdot 10^6 \text{ [N/m}^2\text{]} \text{ en } n = 0.063 \text{ [-]}$$

De benadering van de differentiaalterm wordt hiernee:

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial \bar{\epsilon}}{\partial T} \right)_{\dot{\epsilon}, \bar{\epsilon}} &\approx \frac{391 \cdot 10^6 \cdot \bar{\epsilon}^{0.063} - 407 \cdot 10^6 \cdot \bar{\epsilon}^{0.063}}{80 - 20} \\ &= - \frac{16}{60} \cdot 10^6 \cdot \bar{\epsilon}^{0.063} = - 0.2667 \cdot 10^6 \cdot \bar{\epsilon}^{0.063} \text{ [N/m}^2\text{]} \end{aligned}$$

• rechterterm

$$\left. \begin{array}{l} \rho = 2700 \text{ [kg/m}^3\text{]} \\ s.w. = 960 \text{ [J/kgK]} \\ n = 0.063 \text{ [-]} \\ \alpha_R = 1 \end{array} \right\} \quad \begin{aligned} - \frac{\rho \cdot s.w. \cdot n}{\alpha_R} \cdot \frac{1}{\bar{\epsilon}} &= - \frac{2700 \cdot 960}{1} \cdot \frac{0.063}{\bar{\epsilon}} \\ &= - \frac{0.1633 \cdot 10^6}{\bar{\epsilon}} \text{ [N/m}^2\text{]} \end{aligned}$$

In dit geval is een analytische oplossing mogelijk:

$$- 0.2667 \cdot 10^6 \cdot \bar{\epsilon}_k^{0.063} = - \frac{0.1633 \cdot 10^6}{\bar{\epsilon}_k}$$

$$\text{ofwel: } \bar{\epsilon}_k^{1.063} = \frac{0.1633}{0.2667} \quad ; \quad \bar{\epsilon}_k = \left( \frac{0.1633}{0.2667} \right)^{\frac{1}{1.063}}$$

$$\boxed{\bar{\epsilon}_k = 0.63}$$

[-] (zie ook grafiek op pag. 7.7)

$\frac{N}{mm^2 K}$

