

## IOP-M dieptrekken

***Citation for published version (APA):***

Sniekers, R. J. J. M., & Hoogenboom, S. M. (1991). *IOP-M dieptrekken: Modellen en analyse : de matrijsbocht*. (TH Eindhoven. Afd. Werktuigbouwkunde, Vakgroep Produktietechnologie : WPB; Vol. WPA1220). Technische Universiteit Eindhoven.

***Document status and date:***

Gepubliceerd: 01/01/1991

***Document Version:***

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

***Please check the document version of this publication:***

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

***General rights***

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

[www.tue.nl/taverne](http://www.tue.nl/taverne)

***Take down policy***

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

[openaccess@tue.nl](mailto:openaccess@tue.nl)

providing details and we will investigate your claim.

**IOP-M Dieptrekken  
Modellen en Analyse : De matrijsbocht**

**ir. R.J.J.M. Sniekers  
ir. S.M. Hoogenboom**

**IOPM-D 016      WPA 1220**

## Inhoud

	– Inhoud	1
Hoofdstuk 1	– Inleiding	2
1.1	– Probleemstelling	2
1.2	– Doel van de analyse	2
Hoofdstuk 2	– Evenwichtsanalyse	3
2.1	– Modellerings	3
2.2	– Analyse	4
2.3	– Oplosstrategie	10
Hoofdstuk 3	– Resultaten en conclusies	11
3.1	– Resultaten	11
3.2	– Conclusies en aanbevelingen	13
Referenties		14

## Hoofdstuk 1 – Inleiding

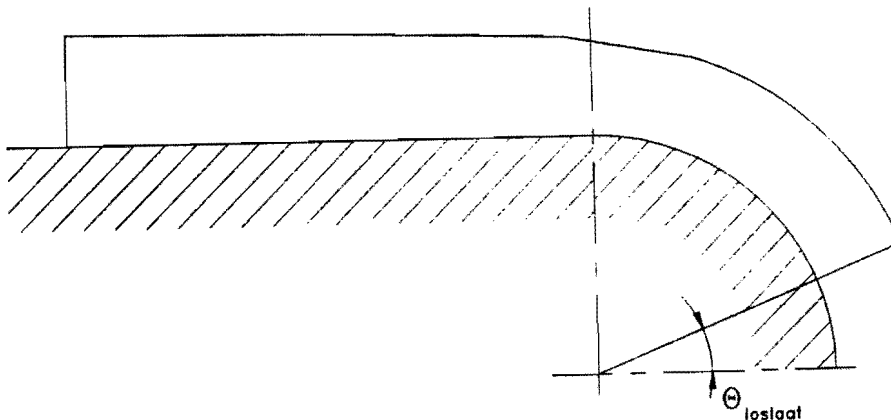
### 1.1 – Probleemstelling

De analyse van de deformatieprocessen welke optreden in het plaatmateriaal tijdens het doorlopen van de matrijsradius van het dieptrekproces wordt bemoeilijkt door de ingewikkelde geometrie van het proces ter plaatse en de aanwezigheid van een drie-dimensionale spanningstoestand. Hiernaast wordt de analyse nog bemoeilijkt door het feit dat het te deformerende materiaal afkomstig is uit de flens, waardoor het nu volgende niet los te zien is van rapport WPA 1062, IOP–M 007, Modellen en Analyse : De flens [1].

In dit rapport zijn grootheden gebruikt conform concept "IOP–M Dieptrekken, TUE 1990, Terminologie" [2]. Uitzondering hierop vormt het gebruik van  $r_1$ . In dit verslag is  $r_1$  gedefinieerd als de binnenrand van de flens. Verder zijn in dit verslag enkele extra grootheden gedefinieerd om het schrijfwerk te vereenvoudigen.

### 1.2 – Doel van de analyse

Doel van de analyse is het voorspellen van de momentane geometrie van het werkstukmateriaal dat zich in de matrijsbocht bevindt tijdens het dieptrekproces. Dit wordt uitgevoerd middels een modellering op basis van evenwicht.



*figuur 1.1 – de momentane toestand*

Naast het beschrijven van de momentane geometrie dienen ook de optredende spanningen en deformaties beschreven te worden.

## Hoofdstuk 2 – Evenwichtsanalyse

### 2.1 – Modelling

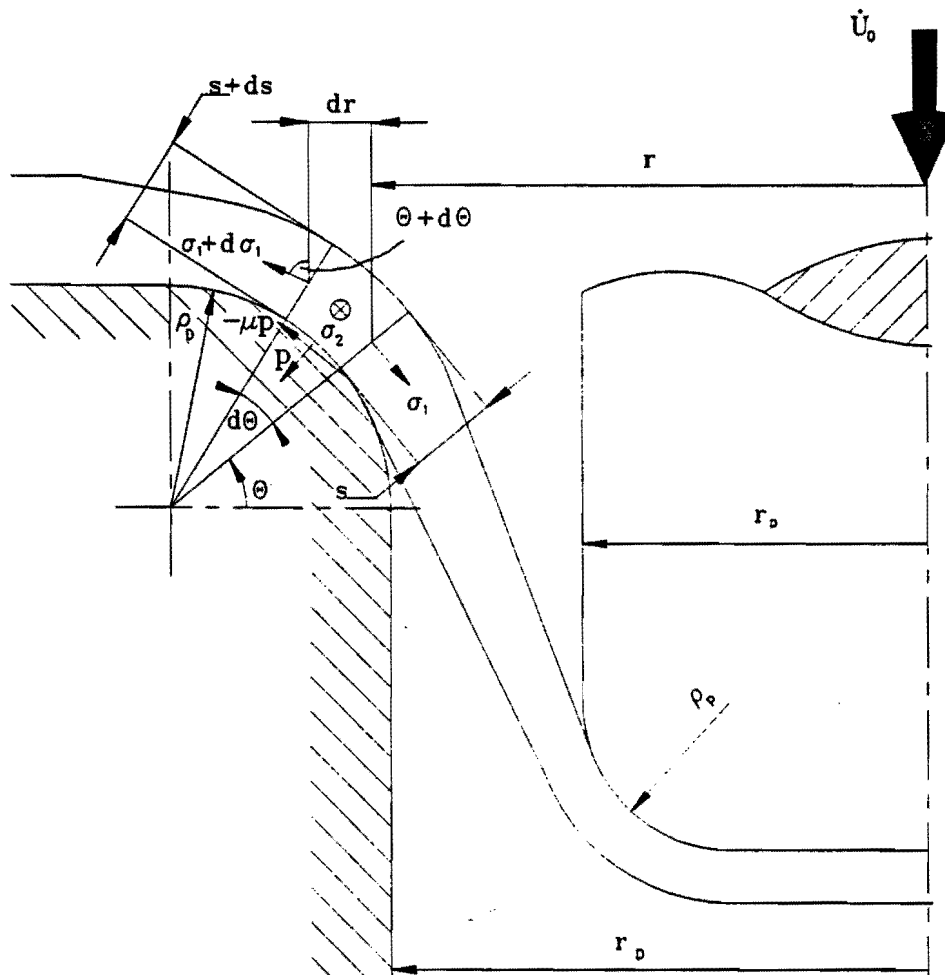
In de nu volgende analyse wordt gebruik gemaakt van de evenwichtsrelaties.

Hierbij worden de volgende aannames gedaan :

- De elastische deformaties worden verwaarloosd, zodat het materiaal incompressibel is.
- Beschouwd wordt exponentieel verstevigend, isotroop materiaal.
- Als vloeivoorwaarde wordt de von Mises vergelijking gebruikt.
- Als wrijvingsmodel wordt het Coulomb model gebruikt.

## 2.2 – Analyse

Alexander [3] heeft reeds uitgaande van de volgende situatieschets



figuur 2.1 – doorsnede r – z vlak

de differentiaalvergelijkingen afgeleid welke evenwicht representeren.

verticaal evenwicht :

$$\frac{d}{dr} \left\{ \sigma_1 \cdot s \cdot r \cdot \cos \theta \right\} - p \cdot r \cdot \left\{ 1 + \mu \cdot \cot \theta \right\} = 0 \quad (1)$$

horizontaal evenwicht :

$$\frac{d}{dr} \left\{ \sigma_1 \cdot s \cdot r \cdot \sin \theta \right\} + p \cdot r \cdot \left\{ \cot \theta - \mu \right\} = \frac{\sigma_2 \cdot s}{\sin \theta} \quad (2)$$

In deze analyse is buiging nog niet verdisconteerd.

De spanning  $\sigma_3$  verloopt van de waarde van de contactspanning  $p$  in het contactvlak naar de waarde 0 op het vrije vlak. Dit verloop wordt nu lineair aangenomen, zodat het verband tussen  $\sigma_3$  en  $p$  wordt gegeven door :

$$\sigma_3 = \left[ \frac{1}{2} - \frac{x_3}{s} \right] \cdot p \quad (3)$$

Om nu bij gegeven geometrie de drie spanningen  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ , en  $\sigma_3$  te kunnen bepalen, dienen we gebruik te maken de effectieve spanning volgens von Mises :

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right\}} \quad (4)$$

en de vloeivoorwaarde :

$$\bar{\sigma} = \sigma_f \quad (5)$$

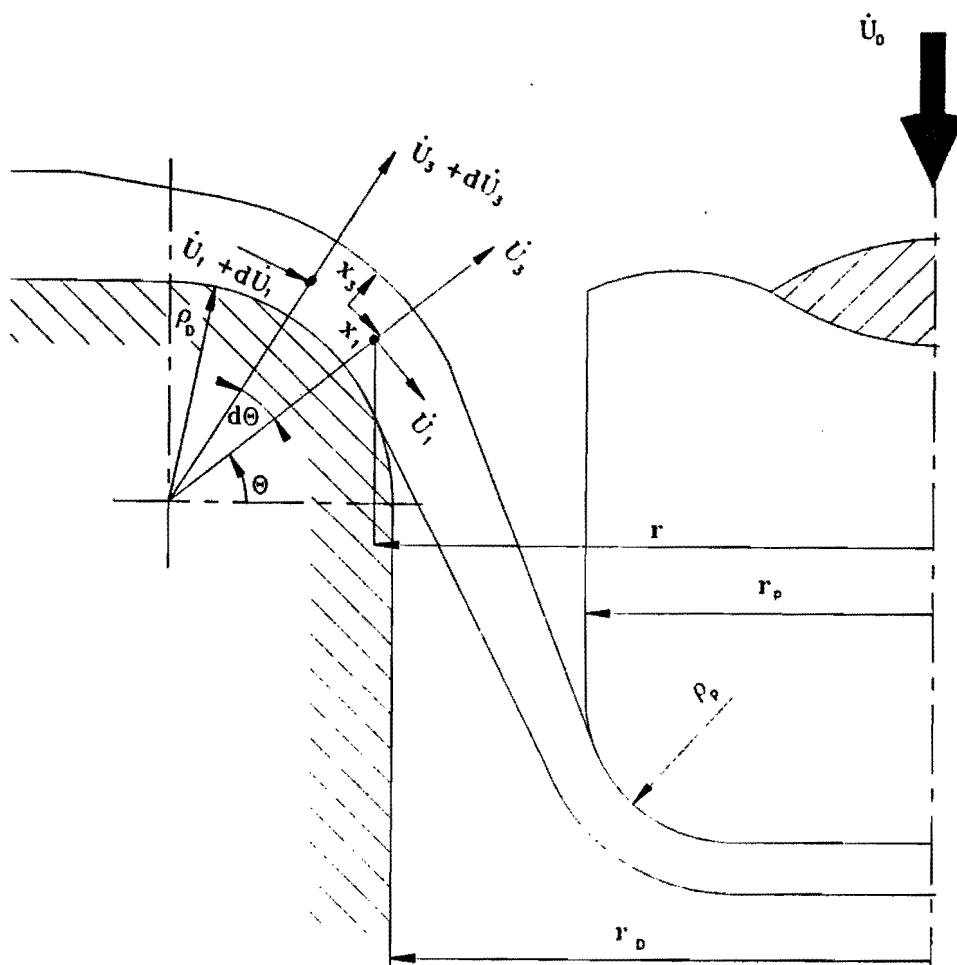
waarin  $\sigma_f$  volgens Nadai berekend wordt :

$$\sigma_f = C \left\{ \bar{\epsilon} + \epsilon_0 \right\}^n \quad (6)$$

NB : In bovenstaande formule wordt  $\bar{\epsilon}$  bepaald volgens (28).

De vergelijkingen (1), (2), (3) en (4) vormen tesamen een DAE systeem ( differential algebraic equation ), waarmee op een momentaan tijdstip de spanningen bepaald kunnen worden mits de voorgeschiedenis van het materiaal, geometrie en rek, bekend is.

Met betrekking tot de deformaties (m.a.w. reksnelheden en snelheden op tijdstip  $t$ ), die een deeltje zal ondergaan, ten gevolge van de spanningen zoals die uit de voorgaande vergelijkingen volgen, zie onderstaande figuur, kan met behulp van de bekende relaties uit de technische plasticiteitsleer (bijv. lit [4]) het volgende worden afgeleid:



figuur 2.2 – snelheden en geometrie

$$\dot{\epsilon}_1 = -\frac{\partial \dot{u}_1}{\partial x_1}$$

$$\dot{\epsilon}_2 = \frac{\dot{u}_r}{r}$$

$$\dot{\epsilon}_3 = \frac{\partial \dot{u}_3}{\partial x_3}$$

(7)



Met behulp van de geometrie kan worden bepaald :

$$\dot{u}_r = -\dot{u}_3 \cos \theta - \dot{u}_1 \sin \theta \quad (8)$$

In het algemeen is  $\dot{u}_3$  klein (t.o.v.  $\dot{u}_1$ ) zodat met verwaarlozing van  $\dot{u}_3$  volgt :

$$\dot{u}_r = -\dot{u}_1 \sin \theta \quad (9)$$

Zodat voor (7) geldt :

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_1 &= -\frac{\partial \dot{u}_1}{\partial x_1} \\ \dot{\epsilon}_2 &= -\frac{\dot{u}_r}{r} \sin \theta \\ \dot{\epsilon}_3 &= \frac{\partial \dot{u}_3}{\partial x_3} \end{aligned} \quad (10)$$

Tevens gelden de Levy - von Mises relaties :

$$\left. \begin{aligned} \dot{\epsilon}_1 &= \lambda \left\{ 2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3 \right\} \\ \dot{\epsilon}_2 &= \lambda \left\{ -\sigma_1 + 2\sigma_2 - \sigma_3 \right\} \\ \dot{\epsilon}_3 &= \lambda \left\{ -\sigma_1 - \sigma_2 + 2\sigma_3 \right\} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

of :

$$\dot{\epsilon}_1 = \frac{2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3}{-\sigma_1 + 2\sigma_2 - \sigma_3} \cdot \dot{\epsilon}_2 \quad (12)$$

waarna met gebruikmaking van (10) volgt :

$$\frac{\partial \dot{u}_1}{\partial x_1} = \frac{2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3}{-\sigma_1 + 2\sigma_2 - \sigma_3} \cdot \frac{\dot{u}_1}{r} \cdot \sin \theta \quad (13)$$

Met deze relatie is het verloop van  $\dot{u}_1$  op een momentaan tijdstip te bepalen.

In deze relatie dienen echter nog grootheden "omgeschreven" te worden.

Het omschrijven van deze grootheden kan door gebruik te maken van de geometrische relaties :

$$\partial x_1 = -\rho_c \cdot \partial\theta = -\left(\rho_D + \frac{s}{2}\right) \cdot \partial\theta \quad (14)$$

$$\partial r = \rho_c \sin \theta \partial\theta = \left(\rho_D + \frac{s}{2}\right) \cdot \sin \theta \partial\theta \quad (15)$$

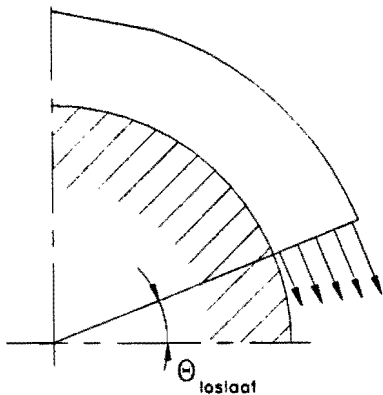
$$r = r_D + \rho_D - \left(\rho_D + \frac{s}{2}\right) \cdot \cos \theta$$

$$r = r_D + (1 - \cos \theta)\rho_D - \frac{s}{2} \cos \theta \quad (16)$$

Hieruit volgt voor (13)

$$\frac{\partial \dot{u}_1}{\partial \theta} = \frac{2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3}{-\sigma_1 + 2\sigma_2 - \sigma_3} \cdot \frac{-\dot{u}_1 \cdot \left[\rho_D + \frac{s}{2}\right]}{r_D + (1 - \cos \theta)\rho_D - \frac{s}{2} \cos \theta} \cdot \sin \theta \quad (17)$$

Om deze differentiaalvergelijking op te lossen hebben we nog een randvoorwaarde nodig. Deze wordt gevonden op de plaats waar de snelheid is voorgeschreven :



figuur 2.3 – materiaalstroming

In nevenstaande figuur is duidelijk te zien dat de voorgeschreven snelheid van het materiaal om langs de matrijsradius te stromen zodanig moet zijn dat de snelheid in de 1-richting lineair afhankelijk is met de afstand tot het middelpunt van de matrijs-afroning. Hiernaast moet op de middellijn gelden dat  $\dot{u}_1$  ter plaatse gelijk is aan  $\dot{u}_0$ .

Uit het voorgaande kan de randvoorwaarde worden afgeleid :

$$\dot{u}_1 (\theta = \theta_c) = \left(\rho_D + \frac{s}{2} + x_3\right) \cdot \dot{u}_0 \quad (18)$$

Na oplossing van deze differentiaalvergelijking zijn  $\dot{\epsilon}_1$  en  $\dot{\epsilon}_2$  bekend, waarna  $\dot{\epsilon}_3$  volgt uit volume-invariantie :

$$\dot{\epsilon}_3 = -\dot{\epsilon}_1 - \dot{\epsilon}_2 \quad (19)$$

$$\frac{\partial \dot{u}_3}{\partial x_3} = -\dot{\epsilon}_1 - \dot{\epsilon}_2 \quad (20)$$

Om deze differentiaalvergelijking op te lossen is een randvoorwaarde nodig. Vanwege het feit dat het materiaal in contact moet blijven met de matrijs geldt :

$$\dot{u}_3 \left( x_3 = -\frac{s}{2} \right) = 0 \quad (21)$$

Nu de reksnelheden  $\dot{\epsilon}_1$ ,  $\dot{\epsilon}_2$  en  $\dot{\epsilon}_3$  bekend zijn, kan ook de effectieve reksnelheid worden berekend met :

$$\dot{\bar{\epsilon}} = \sqrt{\frac{2}{3} \cdot [\dot{\epsilon}_1^2 + \dot{\epsilon}_2^2 + \dot{\epsilon}_3^2]} \quad (22)$$

De toename in effectieve rek kan vervolgens berekend worden door de tijdsintegratie :

$$\Delta \bar{\epsilon}_i = \int_{t_i}^{t_i + \Delta t} \dot{\bar{\epsilon}} \cdot dt \quad (23)$$

De effectieve rek op een momentaan tijdstip wordt dan gegeven door :

$$\bar{\epsilon} = \sum_{i=0}^i \Delta \bar{\epsilon}_i \quad (24)$$

Als deze snelheden zijn berekend, dan kan vervolgens de tijdsintegratie worden uitgevoerd, om zodoende de verplaatsingen te berekenen.

$$\Delta u_{1i} = \int_{t_i}^{t_i + \Delta t} \dot{u}_1 \cdot dt \quad (25)$$

$$\Delta u_{3i} = \int_{t_i}^{t_i + \Delta t} \dot{u}_3 \cdot dt \quad (26)$$

De totale verplaatsingen volgen uit :

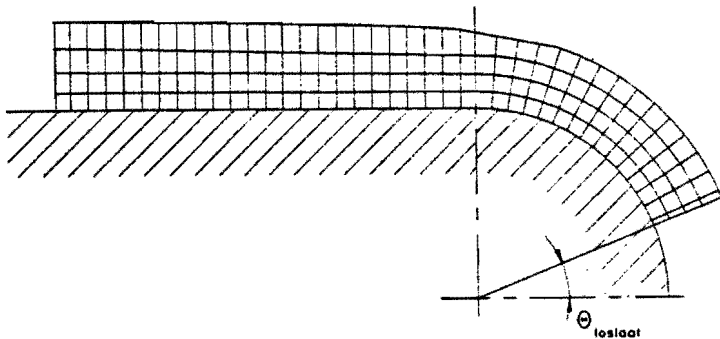
$$u_1 = \sum_{i=0}^i \Delta u_{1i} \quad (27)$$

$$u_3 = \sum_{i=0}^i \Delta u_{3i} \quad (28)$$

### 2.3 – Oplosstrategie

Het materiaal dat vanaf de flens de matrijsbocht instroomt bevindt zich vanaf dat moment in een spanningstoestand zoals die door (1), (2), (3) en (4) wordt gedefinieerd. Het materiaal heeft tevens op het moment van instromen een bepaalde dikte en rekgeschiedenis zoals die volgen uit de deformaties welke optreden in de flens, zie ook lit [1].

Om nu de deformaties te berekenen dient eerst de spanningstoestand in een aantal punten bepaald te worden, bijvoorbeeld via een puntenmesh zoals die in onderstaande figuur is weergegeven.



figuur 2.4 – puntenmesh

Deze punten gaan nu afhankelijk van hun spanningstoestand deformerend. De snelheden waarmee deze punten bewegen worden gevonden door de relaties (17) en (18) anderzijds op te lossen. Vervolgens kan door de tijdsintegraties (27) en (28) de verplaatsing van deze punten worden berekend. Tevens kan met behulp van (24) de toename in effectieve rek ten gevolge van de deformatie worden berekend.

Door deze tijdsintegraties zijn de geometrie en deformatie geschiedenis aan het einde van de tijdstap weer bekend, en kunnen deze weer dienen als de invoer voor een volgende tijdstap.

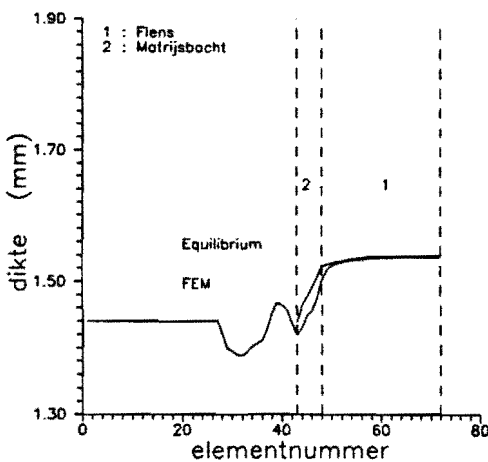
## Hoofdstuk 3 – Resultaten en conclusies

### 3.1 – Resultaten

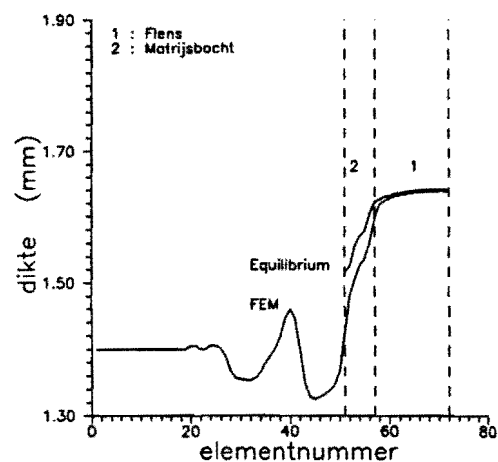
De resultaten van de voorgaande analyse zijn vergeleken met die verkregen werden middels een EEM simulatie. ( [5],[6] ) In de figuren worden de dikteverdelingen van het materiaal getoond tijdens 4 verschillende stadia ( momentane dieptrekverhoudingen  $\beta$ , gedefinieerd in [2] ) van het dieptrekproces.

Procesgegevens ( voor symbolen en definities, zie [2] )

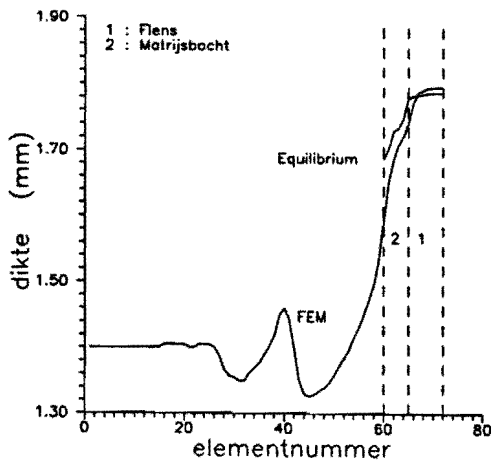
Stempel	$r_P = 37.5 \text{ mm}$	$\rho_P = 9.0 \text{ mm}$	
Matrijs	$r_D = 39.83 \text{ mm}$	$\rho_D = 4.5 \text{ mm}$	
Blenk	$s_o = 1.5 \text{ mm}$	$r_{uo} = 75 \text{ mm}$	
Materiaal	$C = 655 \text{ Nmm}^{-2}$	$n = 0.225$	$\epsilon_o = 0.001$
Contact	$F_{pl} = 12500 \text{ N}$	$\mu = 0.05$	



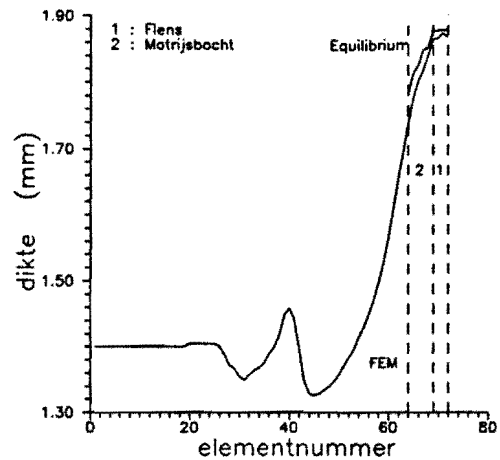
*figuur 3.1 –  $\beta = 1.84$*



*figuur 3.2 –  $\beta = 1.62$*



figuur 3.3 –  $\beta = 1.96$



figuur 3.4 –  $\beta = 1.24$

Daar de deformatie welke plaatsvindt in de matrijsbocht niet los kan worden gezien van de deformaties welke plaatsvinden in de flens, is in bovenstaande figuren de flens ook meegenomen. De analyse van de flens is beschreven in [1].

In de voorgaande figuren is duidelijk te zien dat het voorspelde dikteverlopen volgens EEM enerzijds en de aanpak met evenwicht anderzijds weinig van elkaar afwijken. In de bocht is de voorspelde dikte volgens de evenwichtsmethode iets lager dan de dikte volgens de EEM simulatie. Een mogelijke verklaring hiervoor ligt in het feit dat de afschuiving op de plaats waar het materiaal de bocht ingaat in de EEM simulatie vooralsnog beter verdisconteerd wordt.

### 3.2 – Conclusies en aanbevelingen

Concluderend kan gesteld worden dat met behulp van deze evenwichtsmethode de dikteveranderingen van het materiaal goed kunnen worden bepaald. Daarnaast dient te worden opgemerkt dat de rekestijd op een IBM compatible PC met een 80486 processor binnen de minuut liggen, dit in tegenstelling tot de EEM simulatie welke op een DEC-station 2100 plus minus 8 uur rekestijd vergde.

Het verdient aanbeveling de gevolgde rekenmethode ook toe te passen op de andere deformatie zones van het dieptrekprocede.

## Referenties

- [1] IOP–M Dieptrekken  
Modellen en analyse : De Flens  
R.J.J.M. Sniekers en S.M. Hoogenboom  
IOP–M 007, WPA 1062, Technische Universiteit Eindhoven, 1990
  
- [2] IOP–M Dieptrekken  
Concept IOP–M Dieptrekken, TUE 1990, Terminologie  
L.J.A. Houtackers
  
- [3] An appraisal of the theory of deep–drawing  
J.M. Alexander  
Metallurgical Reviews, 1960, Vol 5, No 19
  
- [4] The mathematical theory of plasticity  
R. Hill  
Clarendon Press, Oxford, 1950
  
- [5] Eindige elementen simulaties van het dieptrekprocedé  
Analyse, TUE – Afstudeersverslag 1  
M.W.H. Kessels  
WPA 1163, Technische Universiteit Eindhoven, 1991
  
- [6] Eindige elementen simulaties van het dieptrekprocedé  
Bijlagen, TUE – Afstudeersverslag 2  
M.W.H. Kessels  
WPA 1164, Technische Universiteit Eindhoven, 1991