

Berekening van stemgrafieken van een luid- of carillonklok

Citation for published version (APA):

Nagtegaal, R. (1985). *Berekening van stemgrafieken van een luid- of carillonklok*. (DCT rapporten; Vol. 1986.013). Technische Hogeschool Eindhoven.

Document status and date:

Gepubliceerd: 01/01/1985

Document Version:

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

www.tue.nl/taverne

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

openaccess@tue.nl

providing details and we will investigate your claim.

BEREKENING VAN STEMGRAFIEKEN
VAN EEN LUID- OF CARILLONKLOK.

R. Nagtegaal
id. nr. 137895

Opdracht ter afronding van:

- ontwerpoefening ON70, 49782
- bijzondere aspecten uit de elementenmethode, 40771

10 oktober 1985

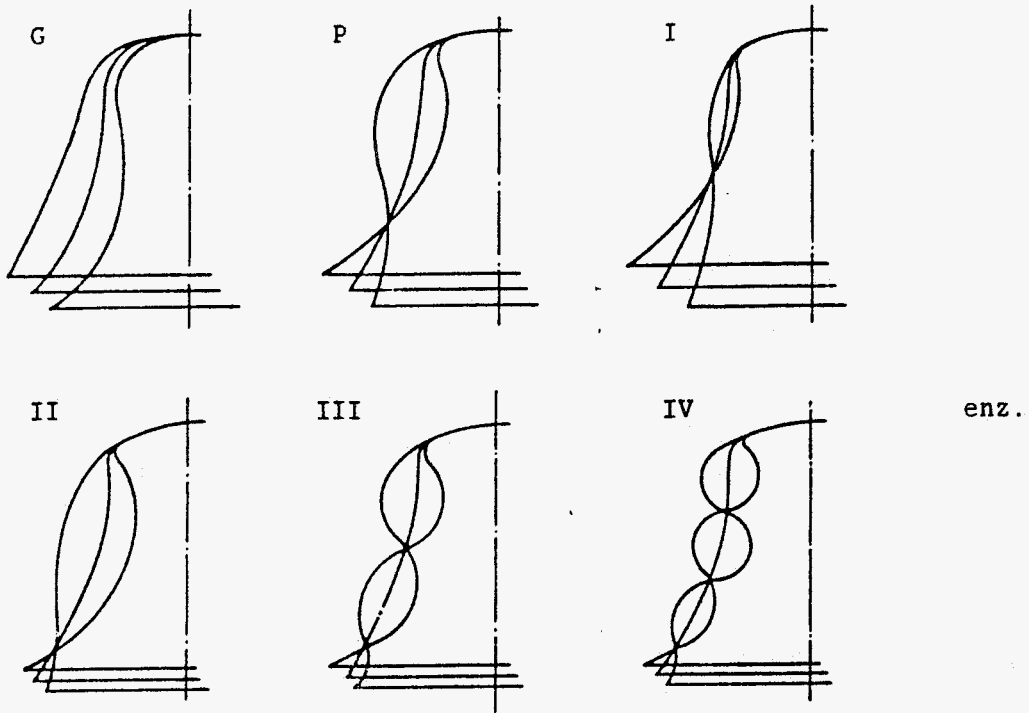
Technische Hogeschool Eindhoven.

1.0 Inleiding.

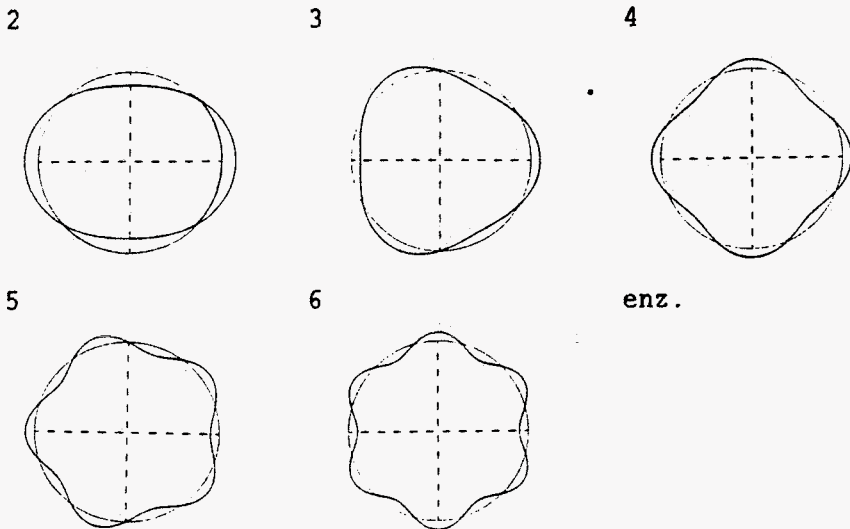
Een klok die aangeslagen wordt door een hamer of klepel vertoont een zeer complex trillingspatroon. Naast harmonische componenten (hun frequentieverhoudingen tot een bepaalde grondfrequentie vormen een nette reeks) bevat het trillingspatroon ook vele niet-harmonische componenten. Van alle tonen in het frequentiespectrum vormen slechts de laagste vijf een betrekkelijk harmonische reeks. Het zijn vooral deze tonen die het klankbeeld en de toonhoogte van de klok bepalen. De overige tonen zijn minder dominant aanwezig, o.a. doordat zij een hogere frequentie bezitten.

Figuur 1.1 illustreert enkele trillingsvormen. Zoals de tekeningen laten zien, ontwikkelt de trillende klok gebieden waar materiële punten op hun plaats blijven: knopen, en gebieden waar materiële punten trillen om een evenwichtsstand: buiken. De knopen zijn hier geen punten zoals bij de trillende snaar maar lijnen: knoopcirkels voor een dwarsdoorsnede en knoopmeridianen voor een langsdoorsnede. Combinatie van een trillingsfiguur in langsdoorsnede en een trillingsfiguur in dwarsdoorsnede levert de trillingsvorm van een toon op. De combinatie van de bij de trillingsfiguren behorende code geldt als codering van die toon; voor de grondtoon is dat bv. G-2. De trillingsvormen die in de slagring, de plaats van aanslag, een buik bezitten, zullen uiteraard het sterkst worden gehoord. Dit blijken de laagste tonen te zijn. De minder dominante tonen bezitten daar juist een knoopcirkel. Daarmee worden de voor de klokkengieter belangrijkste tonen, in volgorde van oplopende frequentie:

grondtoon G-2, priem P-2, kleine terts I-3, kwint II-3, oktaaf I-4, duodeciem I-5, en dubbeloktaaf I-6.



(A) in langsrichting



(B) in omtreksrichting

Fig. 1.1. Buigtrillingen van een klok (schematisch) met bijbehorende codering.

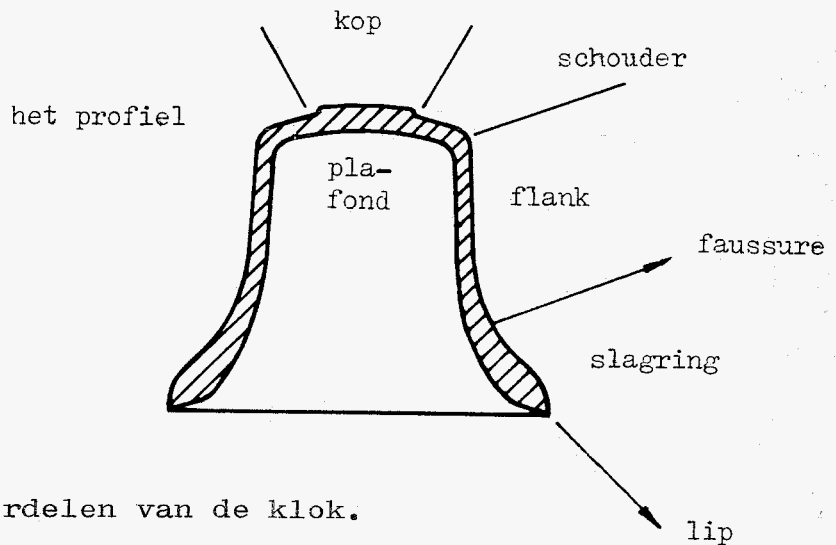
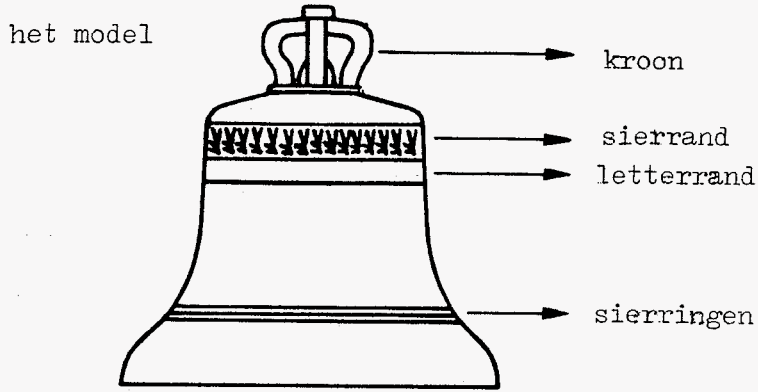


Fig. 1.0.: De onderdelen van de klok.

Wil een klok 'mooi' klinken, dan moeten de frequentieverhoudingen van deze tonen aan bepaalde voorwaarden voldoen. Voor een nadere omschrijving van die verhoudingen hanteert men de eenheid 'cent'. Per definitie is de cent het 1/1200 deel van een oktaafinterval. Daarmee wordt de

$$\text{freq. verh. in cents: } \frac{1200 \times \log (4f/f_{ok})}{\log (2)}$$

met f_{ok} : frequentie van de oktaaf

f : actuele frequentie

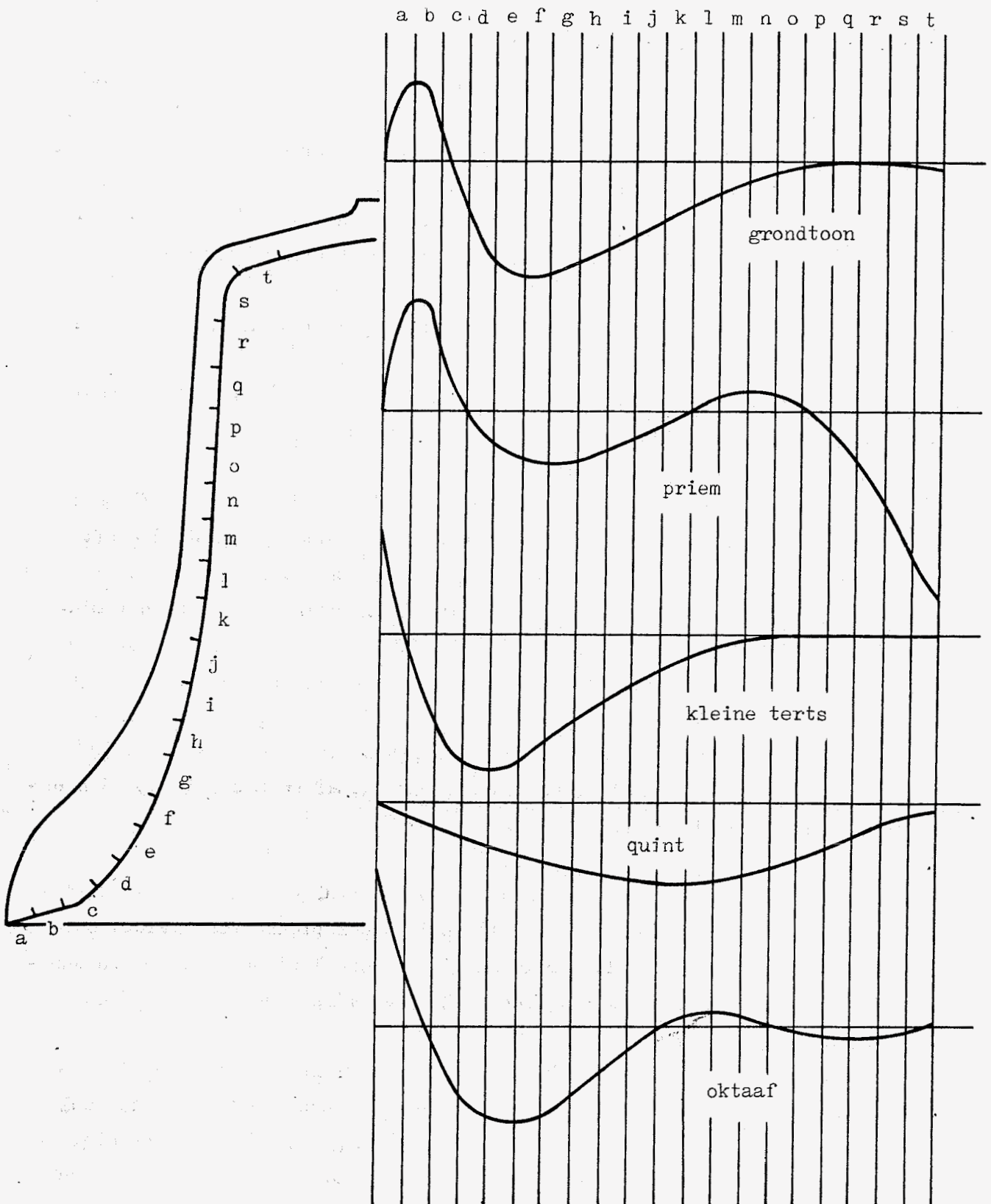
Gewoonlijk worden alleen de eerste vijf tonen gestemd, en

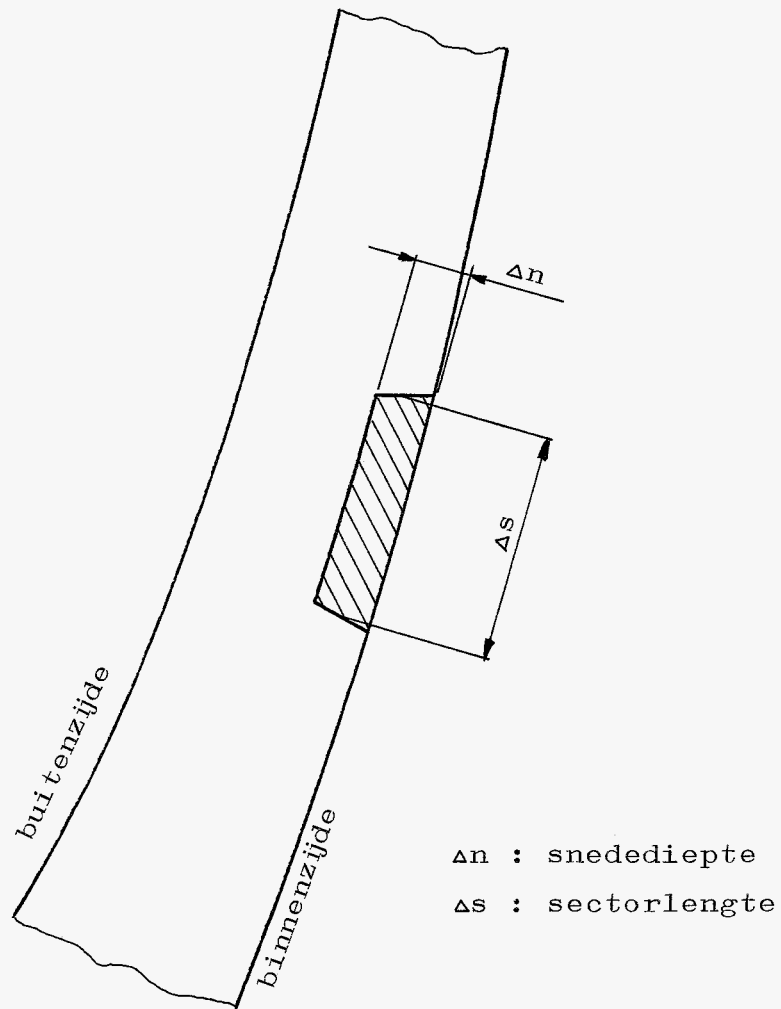
wel in de verhoudingen 5:10:12:15:20 . De duodeciem en de dubbeloktaaf zijn t.o.v. de oktaaf moeilijk te stemmen. Zij moeten voor een gegoten en nog niet gestemde klok al de juiste verhouding tot de oktaaf bezitten. Tijdens het stemproces lopen ze met het stemmen van de oktaaf mee.

Het stemmen van de klok gebeurt in de allereerste plaats door een zorgvuldig ontwerp van de vorm van de klok. T.g.v. mogelijke vorm-, giet-fouten, krimp e.d. van een gegoten klok zal de reeks van frequentieverhoudingen nooit geheel aan de gestelde eisen voldoen. Om die reden verdikt men de klok aan de binnenzijde met enkele procenten zodanig dat alle tonen van de gegoten klok te hoog liggen. Men kan dan door materiaal van het binnenoppervlak te verwijderen de tonen in hun juiste verhoudingen brengen. Voor kleine klokken kan dat gebeuren op een gewone draaibank, voor de grotere klokken is een carrouselbank nodig. Iedere toon bezit echter een andere trillingsvorm. De frequenties van de tonen zullen daarom verschillend worden beïnvloed als in het binnenoppervlak een groef wordt gedraaid. Dit betekent dat de klokkenstemmer precies moet weten hoe de frequenties zullen veranderen bij wandverdunding op iedere plaats van het binnenprofiel.

Om een klok met succes te kunnen stemmen, moet de stemmer de beschikking hebben over stemgrafieken. Figuur 1.2. toont een voorbeeld van dergelijke stemgrafieken. Ze zijn experimenteel bepaald. De binnenzijde van de klok wordt daarbij in een aantal sectoren verdeeld met een vaste sectorlengte. Gebruikelijk is een sectorlengte van 2.5% van de grootste diameter van de klok. Vervolgens wordt t.p.v. een sector een groef uit het binnenoppervlak gedraaid waarvan de snedebreedte gelijk wordt genomen aan de sectorlengte. Als snedediepte wordt aangehouden ca. 0.4% van de grootste diameter. Figuur 1.3. Het verschil in frequentie van een toon voor en na het uitdraaien van een groef levert een punt op van de grafiek voor de betreffende toon.

Figuur 1.2 Een voorbeeld van experimenteel bepaalde stemgrafieken.





Figuur 1.3. Snede bij experimentele bepaling van de stemgrafieken.

Voor de gebruikelijke konventionele klokkentypen blijken de stemgrafieken betrekkelijk onafhankelijk te zijn van het profiel.

1.1 Probleemstelling.

Door Ir. F.G.J. van Asperen is op basis van de eindige elementenmethode het optimaliseringsprogramma DYNOPT ontwikkeld voor axiaal-symmetrische constructies waarmee het gestemde profiel van een klok kan worden berekend. De opdracht is dit programma zodanig aan te passen dat ook stemgrafieken kunnen worden berekend. Het voordeel daarvan is dat het berekenen van deze stemgrafieken minder tijdrovend en kostbaar is dan het experimenteel opmeten, waarvoor allereerst een klok moet worden ontworpen en gegoten. De metingen zijn bovendien destructief zodat de klok weer moet worden omgesmolten.

2.0 Twee strategiën.

Het programma berekent eigenfrequenties van een gegeven elementenmodel van een klok door oplossen van het eigenwaardeprobleem:

$$(K(\underline{x}_k) - \omega_j^2 \cdot M(\underline{x}_k)) \cdot \underline{u}_j = \underline{o} \quad 2.0$$

Hierin is

- $K(\underline{x}_k)$ de symmetrische stijfheidsmatrix,
- $M(\underline{x}_k)$ de symmetrische massamatrix,
- ω_j de eigenfrequentie in rad/sec,
- \underline{u}_j de eigenvector behorende bij ω_j ,
- \underline{x}_k een gegeven set ontwerpvariabelen, b.v. de radiale coördinaten van alle knooppunten langs het binnenprofiel van de klok.

In de te minimaliseren objectfunctie ten behoeve van het optimaliseren, komen naast frequenties ook afgeleiden van de frequenties naar de ontwerpvariabelen voor. Deze gradiënten kunnen worden berekend zonder dat extra eigenwaardeproblemen behoeven te worden opgelost: voorvermenigvuldigen van (2.0) met \underline{u}_j^T en vervolgens differentiëren naar x_i levert:

$$\frac{\partial \omega_j}{\partial x_i} = \frac{\underline{u}_j^T \left(\frac{\partial K}{\partial x_i} - \omega_j^2 \cdot \frac{\partial M}{\partial x_i} \right) \underline{u}_j}{2 \cdot \omega_j \cdot \underline{u}_j^T \cdot M \cdot \underline{u}_j} \quad 2.1$$

De afgeleiden van de stijfheidsmatrix en de massamatrix naar de ontwerpvariabelen kunnen worden benaderd door differentiequotienten:

$$\frac{\partial K}{\partial x_i} \approx \frac{\Delta K}{\Delta x_i} \quad \text{en} \quad \frac{\partial M}{\partial x_i} \approx \frac{\Delta M}{\Delta x_i}$$

Er zijn in principe twee verschillende manieren te bedenken die eventueel een goede benadering voor de experimenteel bepaalde stemgrafieken zouden kunnen opleveren.

A : Verdeling in sectoren. In iedere sector een groef aanbrenge in het elementenmodel met dezelfde afmetingen als de groef die bij het experimenteel bepalen van de stemgrafieken wordt aangebracht. Het verschil in frequentie geeft dan een punt in de grafiek voor de betreffende frequentie.

B : Verdeling in sectoren. Een deel van de binnencontour van het elementenmodel met een lengte gelijk aan de sectorlengte een infinitesimaal kleine verplaatsing geven loodrecht op de contour. Met formule 2.1 kunnen dan de gradiënten worden berekend.

Voor werkwijze A zouden de verschillen in frequenties kunnen worden berekend door voor iedere sector de frequenties na het aanbrenge van een groef te berekenen door oplossing van het eigenwaardeprobleem. De methode voor het oplossen van het eigenwaardeprobleem die in het programma DYNOPT is toegepast vergt echter veel rekentijd. Het eigenwaarde probleem $(K - \omega_j^2 M) \underline{u}_j = \underline{0}$ wordt daarbij op klassieke wijze m.b.v. splitsing volgens Cholesky van de massamatrix teruggebracht tot het standaard eigenwaarde probleem: $M = LL^T$ met L een linksondermatrix; stel $\underline{v}_j = L^T \underline{u}_j$ dan volgt $A \underline{v}_j = \omega_j^2 \underline{v}_j$ met $A = L^{-1} K L^{-T}$. Deze methode is hier niet erg efficiënt. Voor het aanbrenge van een groef in het model worden maar enkele knooppunten verplaatst. Een iteratieve methode die gebruik maakt van de berekende eigenfrequenties en eigenvectoren van het oorspronkelijke model (model zonder groef) zal naar alle waarschijnlijkheid veel minder rekentijd vergen.

Formule 2.1 is voor werkwijze A niet zonder meer toepasbaar; daar zij slechts geldig is voor zeer kleine knooppuntsverplaatsingen. Bij de experimenteel bepaalde stem-

grafieken wordt een snedediepte gehanteerd van c.a. 0.4% van de grootste diameter van de klok. Voor de hier gebruikte klok komt dat overeen met een snedediepte van 4.58mm. Bij een wanddikte in de flank van de klok van c.a. 35 mm betekent dit een snedediepte van c.a. 13% van de wanddikte in de flank. De snedediepte is dus zeker niet klein te noemen. Het uitgangspunt van formule 2.1, namelijk knooppuntsverplaatsingen zodanig klein dat de eigenvectoren niet veranderen, geldt hier daarom zeer waarschijnlijk niet meer. Wil men toch formule 2.1 toepassen dan zullen de eigenvectoren moeten worden aangepast. Stel het verband tussen de gecorrigeerde eigenvectoren \underline{u}_j^* en de oorspronkelijke eigenvectoren \underline{u}_j : $\underline{u}_j^* = T \underline{u}_j$ met T een transformatiematrix. Formule 2.1 wordt hiermee gecorrigeerd tot

$$\frac{\partial \omega_j^*}{\partial x_i} = \frac{\underline{u}_j^T \left(\frac{\Delta K^*}{\Delta x_i} - \omega_j^2 \cdot \frac{\Delta M^*}{\Delta x_i} \right) \underline{u}_j}{2 \cdot \omega_j \cdot \underline{u}_j^T \cdot M^* \cdot \underline{u}_j} \quad 2.2$$

$$\begin{aligned} \text{met } \Delta K^* &= T^T \cdot \Delta K \cdot T \\ \Delta M^* &= T^T \cdot \Delta M \cdot T \\ M^* &= T^T \cdot M \cdot T \end{aligned}$$

Voor werkwijze B kan formule 2.1 of 2.2 zonder meer worden toegepast. Het feit dat hier gedifferentieerd wordt naar één ontwerpvariabele i.c. één knooppuntscoördinaat vormt geen probleem. Ze is ook geldig wanneer een aantal knooppunten langs de binnencontour tegelijk een infinitesimale verplaatsing loodrecht op de binnencontour ondergaan. Wanneer δn als infinitesimale verplaatsing loodrecht op de binnencontour wordt genomen, dan hoeft in de formule alleen δx_i door δn te worden vervangen. Wanneer δx_i in linker- en rechterlid wordt weggelaten, dan levert zij de frequentieverandering op voor een willekeurige (mits infinitesimaal kleine) verandering in het elementenmodel.

Dat is als volgt aannemelijk te maken.

Veronderstel dat een beperkt aantal knooppunten langs de rand van het elementenmodel een willekeurige, kleine verplaatsing ondergaan. Veranderingen in de eigenvectoren \underline{u}_j worden verwaarloosd. De frequentie ω_j is na die verandering in het model gewijzigd in $\omega_j + d\omega_j$. De stijfheids- en massamatrix veranderen daarbij met resp. dK en dM . Het eigenwaardeprobleem voor dit gewijzigde model wordt dan $((K+dK) - (\omega_j + d\omega_j)^2 \cdot (M+dM)) \underline{u}_j = \underline{0}$. Voorvermenigvuldigen met \underline{u}_j^T en herschrijven levert

$$(\omega_j + d\omega_j)^2 = \frac{\underline{u}_j^T (K+dK) \underline{u}_j}{\underline{u}_j^T (M+dM) \underline{u}_j}$$

Verwaarloos in het linkerlid $d\omega_j^2$ t.o.v. de overige termen:

$$\omega_j^2 + 2\omega_j d\omega_j \cong \dots$$

of:

$$\frac{2d\omega_j}{\omega_j} \cong \frac{\underline{u}_j^T K \underline{u}_j + \underline{u}_j^T dK \underline{u}_j - \omega_j^2 \underline{u}_j^T M \underline{u}_j - \omega_j^2 \underline{u}_j^T dM \underline{u}_j}{\omega_j^2 \underline{u}_j^T M \underline{u}_j + \omega_j^2 \underline{u}_j^T dM \underline{u}_j}$$

Verwaarlozing in de noemer van het rechterlid van de term met dM t.o.v. de term met M levert, tezamen met $\underline{u}_j^T K \underline{u}_j - \omega_j^2 \underline{u}_j^T M \underline{u}_j = 0$:

$$\frac{2d\omega_j}{\omega_j} = \frac{\underline{u}_j^T dK \underline{u}_j - \omega_j^2 \underline{u}_j^T dM \underline{u}_j}{\omega_j^2 \underline{u}_j^T M \underline{u}_j} \quad 2.3$$

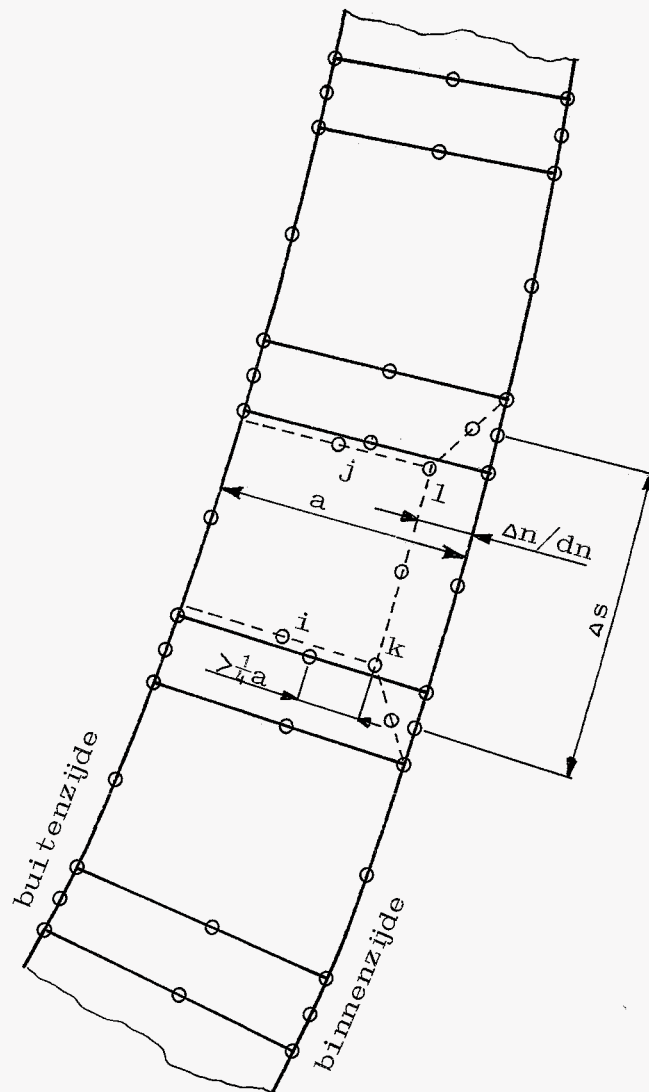
Bij het experimenteel bepalen van stemgrafieken wordt een verschil in frequentie gemeten. Deling van dit verschil in frequentie door de gehanteerde snedediepte maakt een vergelijking met berekende gradiënten mogelijk. Vergelijking is echter alleen dan zinvol wanneer er een lineair verband bestaat tussen het verschil in frequentie en de snedediepte.

2.1 Elementenmodellen.

In deze paragraaf worden een aantal mogelijke elementenmodellen beschreven waaraan gerekend zou kunnen worden. Steeds zijn hiervoor QUAX8-elementen gekozen.

I.

Een sector wordt opgedeeld in 3 QUAX8-elementen: één lang element en twee smalle elementen ernaast.



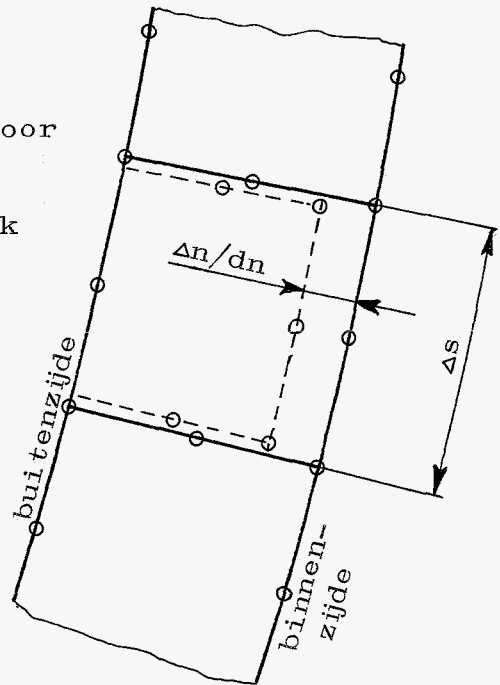
Door verplaatsing van de knooppunten langs de binnenzijde kan een groef worden gesimuleerd, gestreept aangegeven. De totale lengte van de elementen dient overeen te komen met de lengte van een sector Δs . De verplaatsingen van de knooppunten van de middelste elementen dienen in dit geval gelijk te worden genomen aan de snedediepte Δn . Werkwijze A. Opmerking: Wanneer de knooppunten i en j op hun plaats worden gehouden en Δn groot wordt gemaakt, dan kan de determinant van de Jacobiaan J zeer klein worden, met rekenfouten als mogelijk gevolg, of zelfs negatief worden. De knooppunten k en l mogen daarom niet te dicht bij de knooppunten i en j komen. Richtlijn is dat de afstand tussen de knooppunten niet kleiner mag worden dan $\frac{1}{4}$ deel van de lengte van de elementzijde.

Bij infinitesimaal kleine verplaatsing dn van de knooppunten langs de binnenzijde kunnen met formule 2.1 of 2.2 de gradiënten worden berekend. Werkwijze B. Veranderingen in de massa- en stijfheidsmatrix kunnen beperkt blijven tot de veranderingen in de elementmatrices van deze drie elementen.

II.

Een sector wordt gerepresenteerd door één QUAX8-element. De lengte van het element aan de binnenzijde wordt gelijk genomen aan de sectorlengte Δs .

Een groef of materiaalsnede kan worden gesimuleerd door de drie elementknooppunten aan de binnenzijde te verplaatsen over een afstand Δn . Werkwijze A. Veranderingen in de frequenties kunnen hier



alleen met de gecorrigeerde formule 2.2 worden berekend. ΔK en ΔM kunnen worden bepaald door de constructie-matrices op nul te initialiseren en vervolgens alleen de elementmatrices van dit element te assembleren. De opmerking geplaatst bij elementenmodel I t.a.v. de determinant van de Jacobiaan geldt ook voor dit model.

Worden de drie knooppunten over een infinitesimaal kleine afstand dn verplaatst, dan zouden met formule 2.1 (of 2.2) de gradiënten kunnen worden berekend.

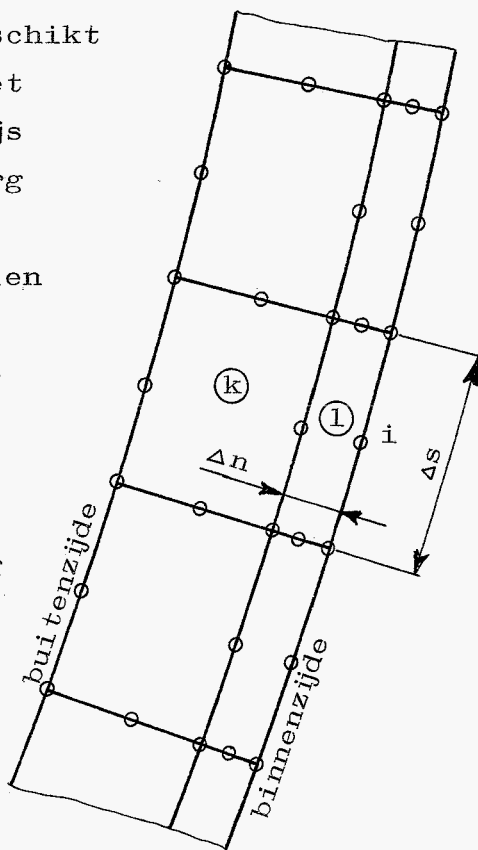
III.

Een sector opdelen in twee QUAX8-elementen \textcircled{k} en \textcircled{l} . Element \textcircled{l} heeft afmetingen overeenkomende met een groef zoals die bij het experimenteel bepalen van stemgrafieken wordt aangebracht. Met formule 2.1 (of 2.3) kunnen de veranderingen in de frequenties worden berekend. ΔK en ΔM kunnen worden bepaald door de constructiematrices op nul te initialiseren en vervolgens alleen de elementmatrices van element \textcircled{l} te assembleren.

Dit elementenmodel is niet zo geschikt voor het bepalen van gradiënten. Het element \textcircled{l} wordt dan verhoudingsgewijs zeer smal. Een dergelijk model is erg lastig te vervaardigen.

Van de drie gepresenteerde modellen is dit het enige model waarbij de eigenvectoren niet gecorrigeerd behoeven te worden. Wel moeten de verplaatsingen van knooppunt i worden onderdrukt. Het kan anders nog een starre lichaamsverplaatsing ondergaan, wat de stijfheidsmatrix singulier maakt. Een nadeel is dat het vervaardigen van het elementenmodel veel werk zal kosten.

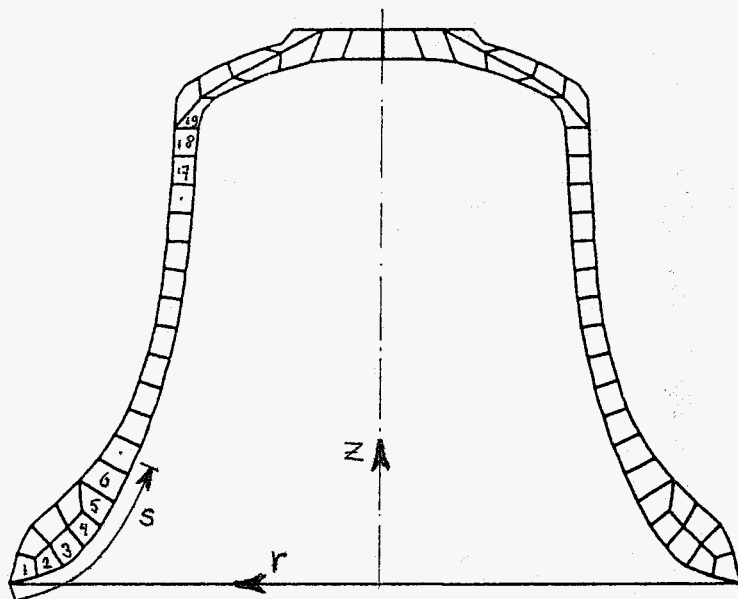
Model II vergt in dit opzicht het minste werk.



3.0 Berekeningen aan elementenmodellen.

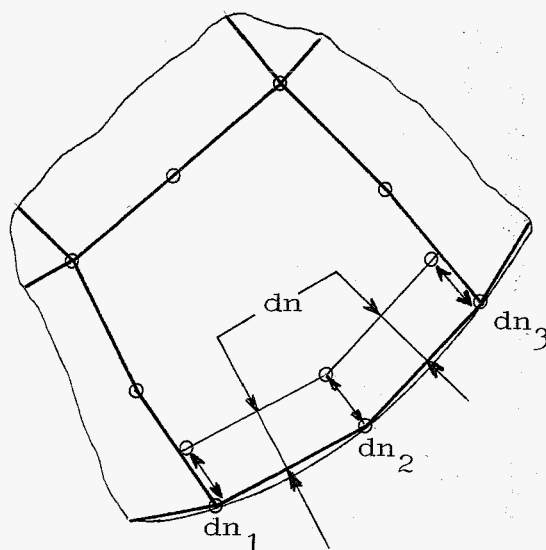
Berekeningen zijn verricht aan een ongestemde klok met een zgn. slagtoon f1, een grootste diameter van 1176 mm en een hoogte van 935 mm. Ten behoeve van zijn afstudeerverslag is door F. van Asperen van deze klok een elementenmodel gemaakt. Dit model,

figuur 3.0, lijkt een redelijk geschikte elementverdeling te bezitten, zodat besloten is allereerst ter oriëntering aan dit model te rekenen. Het model leent zich alleen voor berekeningen zoals beschreven in paragraaf 2.1 model II. Het programma DYNOPT is aangepast en een aantal subroutines zijn toegevoegd, waarvan de twee belangrijkste zijn: CURVES voor verzorging van de programmaafloop en SENSIT voor het berekenen van gradiënten. De mogelijkheid correcties aan te brengen op de eigenvectoren is niet in het programma ingebouwd.



Figuur 3.0

Sectoren worden gerepresenteerd door de elementen 1 t/m 19. De elementzijden van deze elementen die op de binnencontour staan maken met de binnencontour niet overal een hoek van 90 graden. Omdat de knooppuntsverplaatsingen bij bepaling van gradiënten klein zullen zijn t.o.v. de elementafmetingen is het geoorloofd de knooppunten op de beide hoeken van een element te verplaatsen langs deze elementzijden, en niet



Figuur 3.1

loodrecht op de binnencontour ter plaatse. Figuur 3.1 Het voordeel hiervan is dat zo de twee naastliggende elementen bij de bepaling van ΔK en ΔM niet behoeven te worden meegenomen. De knooppuntsverplaatsingen dn_1 , dn_2 en dn_3 worden zodanig berekend dat de elementzijde langs de binnencontour evenwijdig aan zichzelf over een afstand dn wordt verplaatst.* Deze loodrechte afstand dn dient in de invoer van het programma te worden opgegeven.

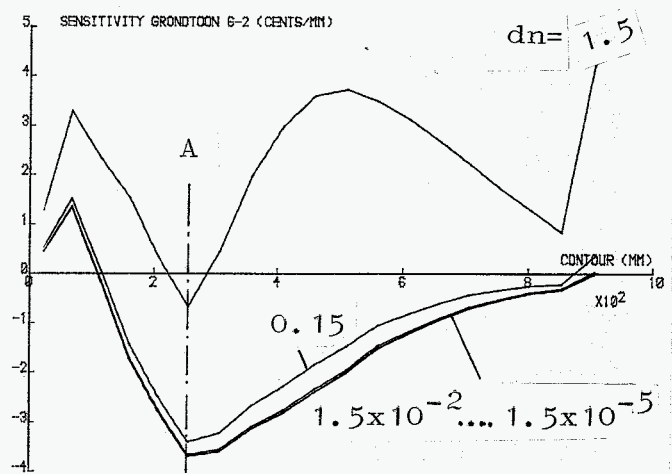
* zie bijlage A - II

De gradiënten worden berekend met formule 2.1, met daarin de afgeleiden van massa- en stijfheidsmatrix vervangen door differentiequotiënten. Het is allereerst noodzakelijk de maximale waarde van dn te bepalen waarbeneden de veranderingen in de eigenvectoren t.g.v. de knooppuntsverplaatsingen geen rol van betekenis meer spelen bij het berekenen van de gradiënten, m.a.w. konstant verondersteld mogen worden.

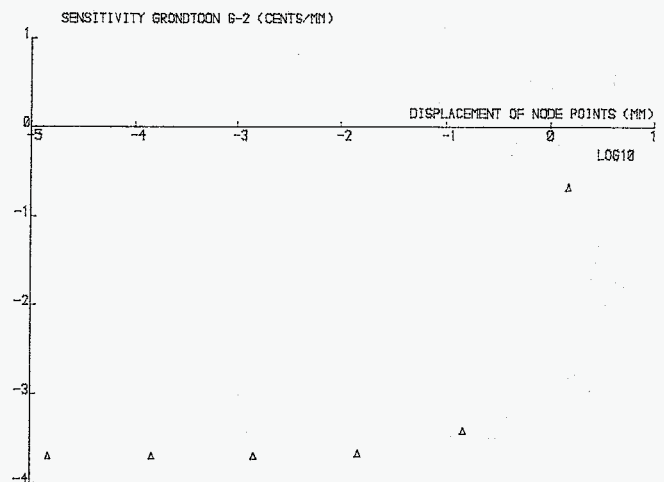
Voor een zestal waarden voor dn tussen 1,5mm en 1.5×10^{-5} mm, telkens met een factor 10 afnemend, zijn de gradiënten berekend.

Grafiek 3.2 geeft de resultaten voor de grondtoon. De grafieken van de overige frequenties vertonen eenzelfde beeld. Voor verplaatsingen dn kleiner dan 10^{-2} mm vallen de grafieken vrijwel samen.

Daarboven treden al snel flinke afwijkingen op. In grafiek 3.3. zijn de waarden van de verschillende grafieken op één plaats (A) op de binnencontour uitgezet tegen de waarden van dn . Konvergentie is duidelijk zichtbaar. Twee dingen vallen op: ten eerste de kleine



Grafiek 3.2



Grafiek 3.3

waarde voor dn waarbeneden pas konvergentie optreedt; ten tweede het naar boven verschuiven van de grafiek voor toenemende waarden van dn . Dit treedt op bij alle beschouwde frequenties.

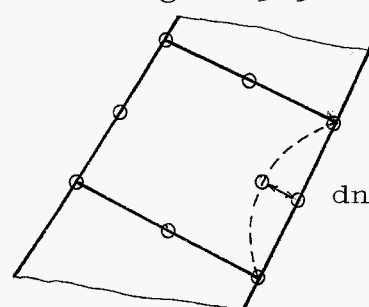
De klokkengieterij Koninklijke Eijsbouts te Asten heeft stemgrafieken beschikbaar gesteld. Deze grafieken zijn bepaald aan een c3 klok met een grootste diameter van 385 mm. Het aantal sectoren bedroeg 32. De gebruikte snedediepte was daarbij 1.5 mm, dat is $\frac{1.5}{385} \times 100\% = 0.3896\%$ dus ca. 0.4% van de grootste diameter. Het principe van de dynamische gelijkvormigheid maakt het mogelijk deze stemgrafieken voor de f1 klok te gebruiken. Klokken worden ontworpen m.b.v. dit principe. Het luidt als volgt: Wanneer alle afmetingen van een klok met bv. een faktor 2 worden vergroot zullen de frequenties met een faktor $\frac{1}{2}$ afnemen. Uitgaande van een standaard klok kan hiermee een andere klok worden ontworpen met een andere toonhoogte door vermenigvuldiging van alle afmetingen van de standaard klok met de gewenste frequentieverhouding tussen de tonen van de beide klokken. Aldus verhouden zich de c3- en de f1 klok, zowel qua afmetingen als qua frequenties volgens hun diameterverhouding. Een snedediepte van 1.5 mm voor de c3 klok betekent een snedediepte van $1.5 \times \frac{1176}{385} = 4.58$ mm voor de f1 klok, en de gemeten verschillen in de frequenties zullen moeten worden gedeeld door de diameterverhouding $\frac{1176}{385} = 3.055$. Als sectorlengte voor de c3 klok werd gehanteerd 2.5% van de grootste diameter. Voor de f1 klok wordt dit 2.5% van 1176 mm is 29.40 mm.

Voor het berekenen van de gradiënten is voor dn gekozen 1.5×10^{-4} mm. De gradiënten zijn, behalve op de reeds beschreven wijze, ook nog op twee andere manieren berekend, ten eerste door alleen het middelste knooppunt de verplaatsing dn te geven*, en ten tweede door alleen het middelste knooppunt in de richting van de r-coördinaat een verplaatsing $dn = 1.5 \times 10^{-4}$ mm te geven. Zie figuur 3.5. In beide

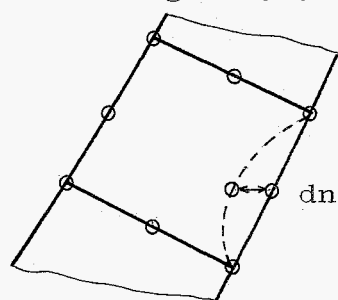
* zie bijlage A-I

gevallen werden de hoekknooppunten op hun plaats gehouden. De grafieken 3.6 t/m 3.10 geven de resultaten weer voor grondtoon, priem, terts, kwint en oktaaf. Steeds zijn uitgezet langs de verticale as de gradiënt in cents/mm en langs de horizontale as een afstands-metende coördinaat s langs de binnencontour (zie ook figuur 3.0). In de grafieken zijn ook de experimenteel bepaalde stemgrafieken uitgezet. Ze zijn verkregen door de verschillen in de frequenties t.g.v. het uitdraaien van een groef te delen door de snedediepte. Punten in de grafieken werden verbonden door rechte lijnen, er werden geen vloeiende krommen doorheen getrokken.

Figuur 3.5a



Figuur 3.5b



Conclusies. Zoals te verwachten was laten de grafieken C, waarbij alle drie de knooppunten werden verplaatst, aanzienlijk grotere waarden voor de gradiënten zien dan de grafieken D, waarbij het middelste knooppunt over dn werd verplaatst loodrecht op de binnencontour. Op hun beurt geven de grafieken D weer grotere waarden te zien dan die van E, waar het middelste knooppunt verplaatst werd over een afstand dn in de r -richting. De verschillen tussen D en E zijn klein. Ze vallen voor een groot deel samen, nl. daar waar de binnencontour min of meer evenwijdig loopt met de z -as. Opvallend is het minder vloeiende verloop van C, met name voor de priem, terts en kwint.

De experimenteel bepaalde stemgrafieken blijken voor alle beschouwde frequenties kleinere waarden te bezitten dan de berekende grafieken. Voor het grootste deel wordt dat veroorzaakt door het gebruikte elementenmodel. De elementlengte langs de binnencontour varieert van ca. 45 mm. tot ca. 51 mm., terwijl voor de exp. bep. stemgrafieken

Grafiek 3.6 Grondtoon model 3.0

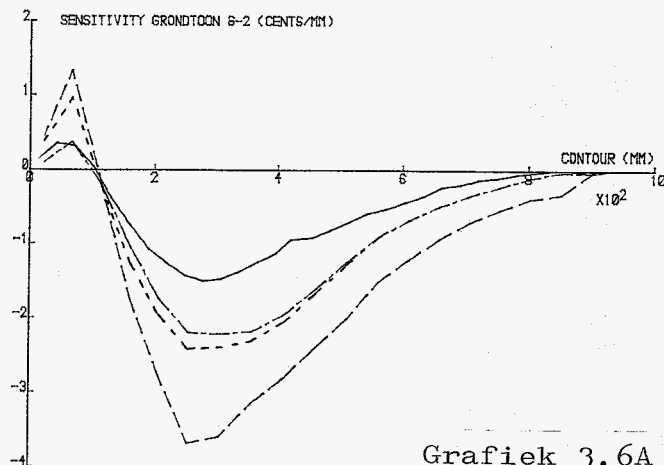
3.6A: Bevat de grafieken B,C,D en E.

3.6B: Experimenteel bepaald.

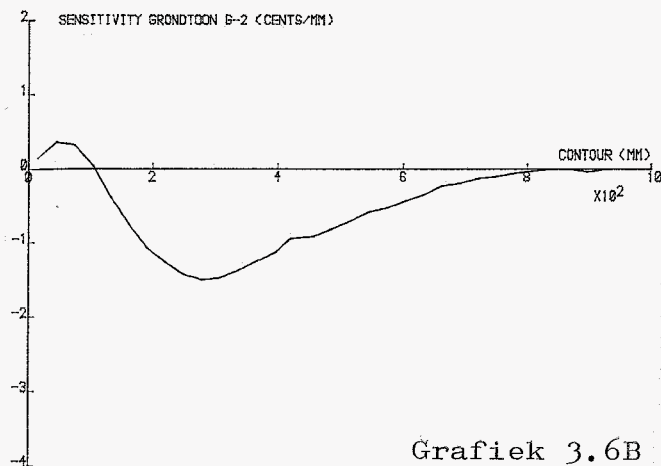
3.6C: Verplaatsing van alle drie de knooppunten van de elementzijde langs de binnencontour.

3.6D: Verplaatsing middelste knooppunt van de elementzijde langs de binnencontour loodrecht op de binnencontour.

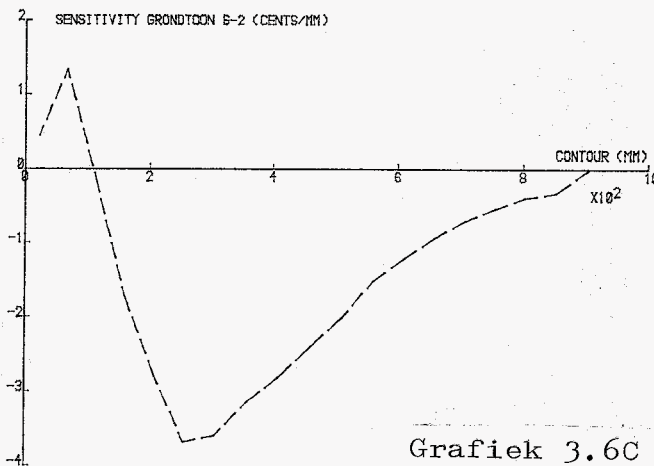
3.6E: Verplaatsing middelste knooppunt van de elementzijde langs de binnencontour in de richting van de r-coördinaat.



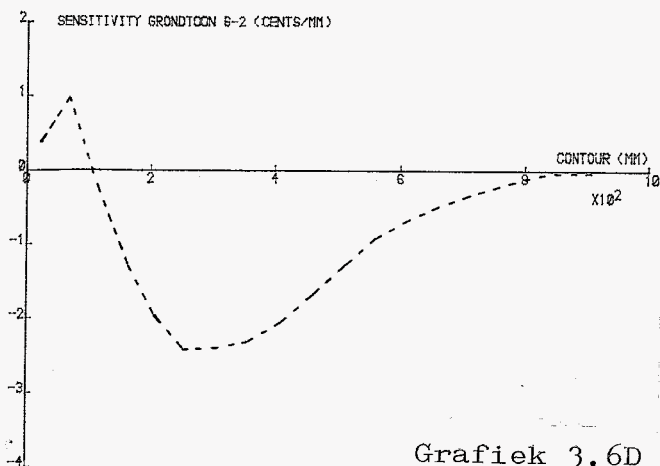
Grafiek 3.6A



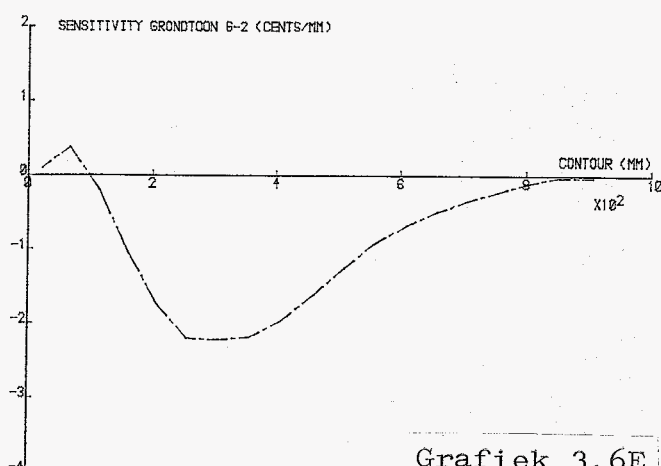
Grafiek 3.6B



Grafiek 3.6C



Grafiek 3.6D



Grafiek 3.6E

Grafiek 3.7 Priem model 3.0

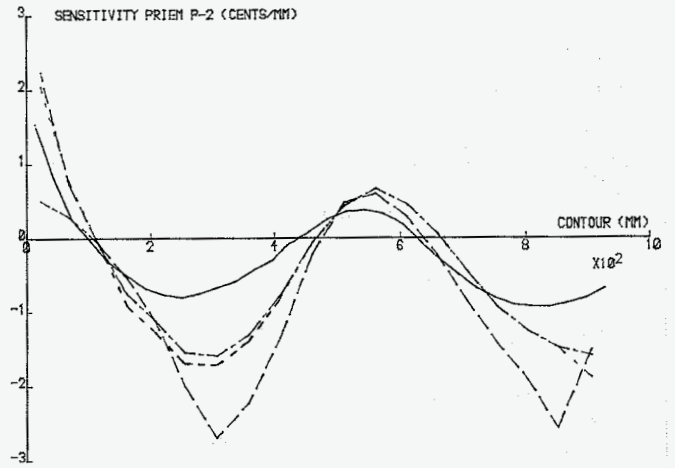
3.7A: Bevat de grafieken B,C,D en E.

3.7B: Experimenteel bepaald.

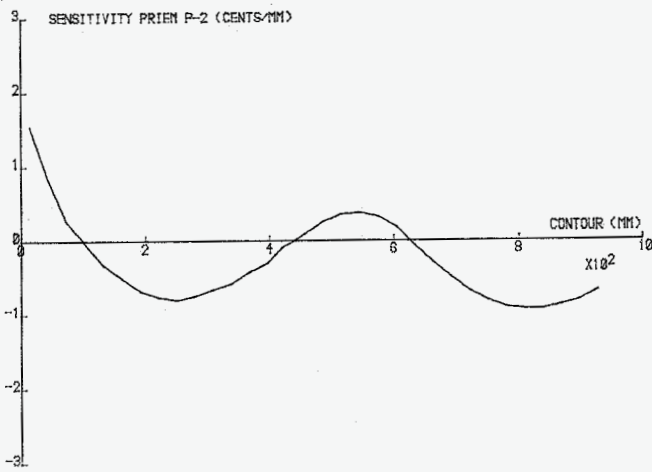
3.7C: Verplaatsing van alle drie de knooppunten van de elementzijde langs de binnencontour.

3.7D: Verplaatsing middelste knooppunt van de elementzijde langs de binnencontour loodrecht op de binnencontour.

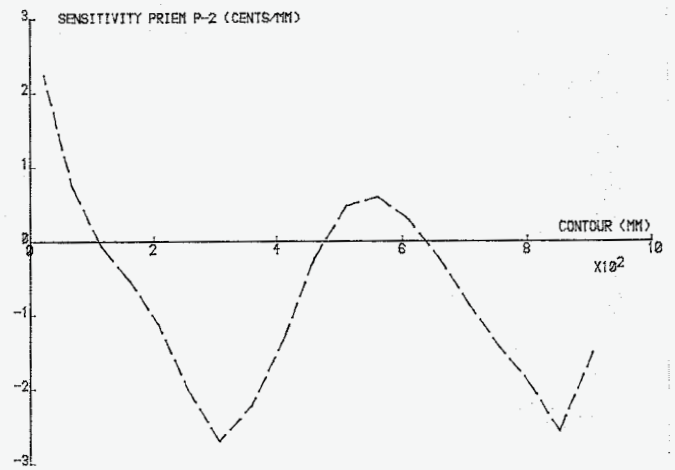
3.7E: Verplaatsing middelste knooppunt van de elementzijde langs de binnencontour in de richting van de r-coördinaat.



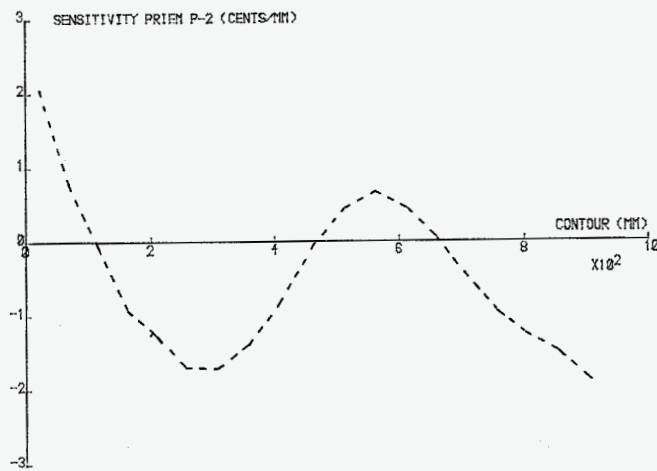
Grafiek 3.7A



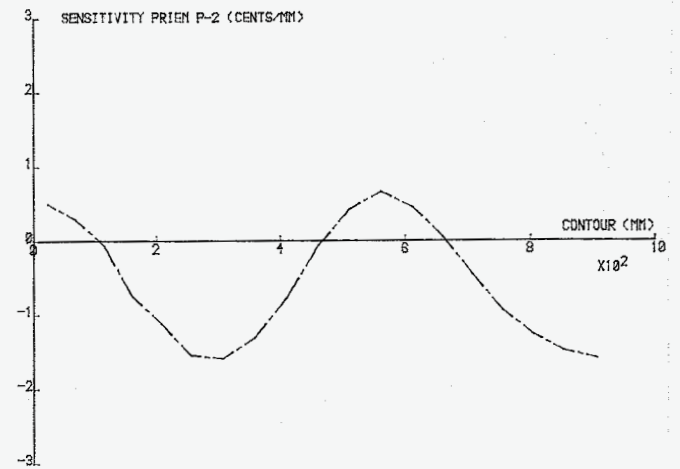
Grafiek 3.7B



Grafiek 3.7C



Grafiek 3.7D



Grafiek 3.7E

Grafiek 3.8 Terts model 3.0

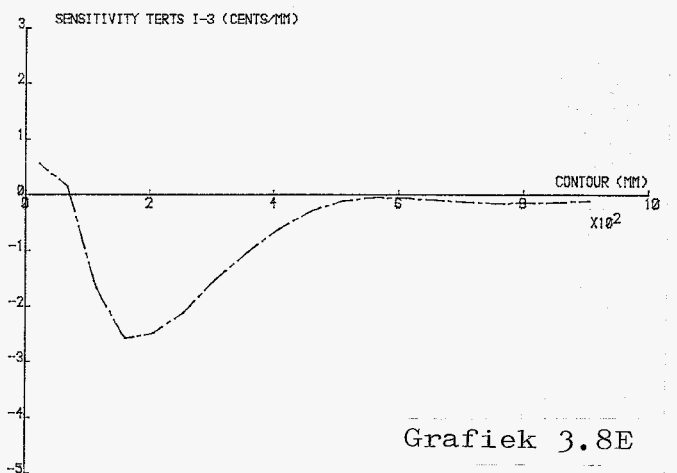
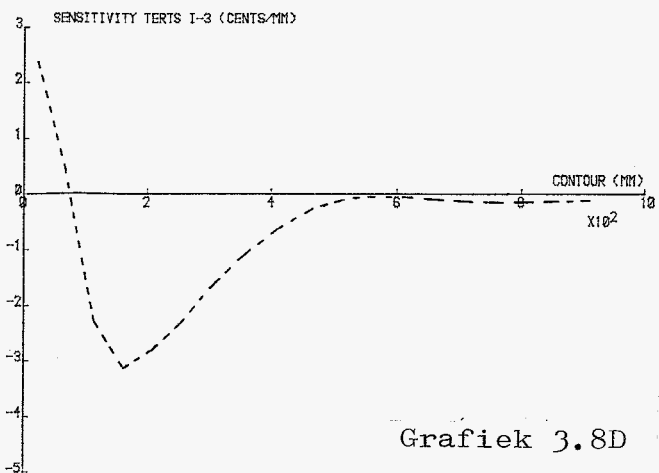
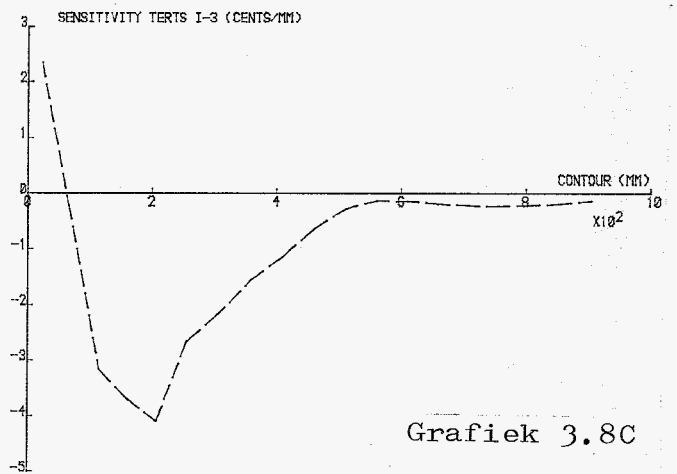
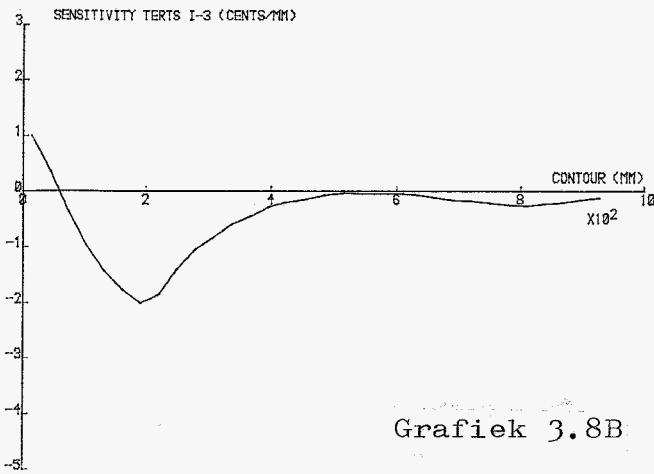
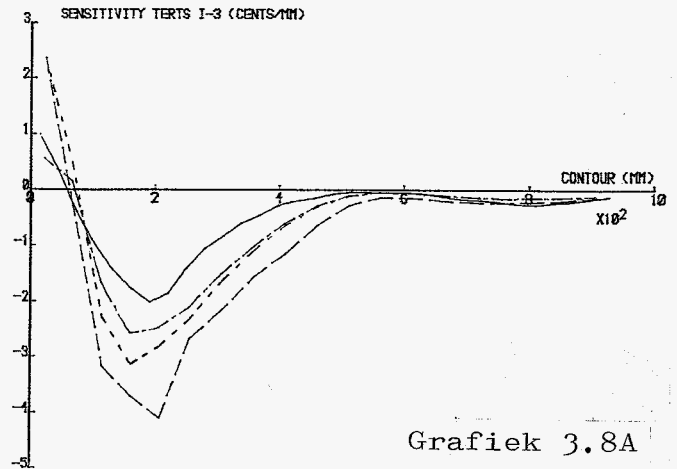
3.8A: Bevat de grafieken B,C,D en E.

3.8B: Experimenteel bepaald.

3.8C: Verplaatsing van alle drie de knooppunten van de elementzijde langs de binnencontour.

3.8D: Verplaatsing middelste knooppunt van de elementzijde langs de binnencontour loodrecht op de binnencontour.

3.8E: Verplaatsing middelste knooppunt van de elementzijde langs de binnencontour in de richting van de r-coördinaat.



Grafiek 3.9 Kwint model 3.0

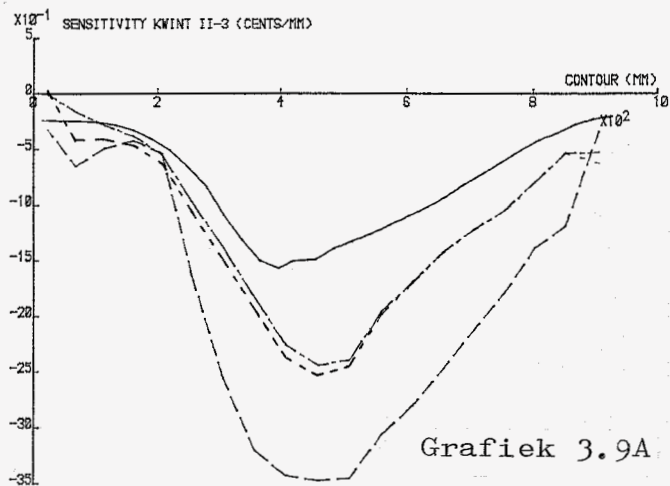
3.9A: Bevat de grafieken B,C,D en E.

3.9B: Experimenteel bepaald.

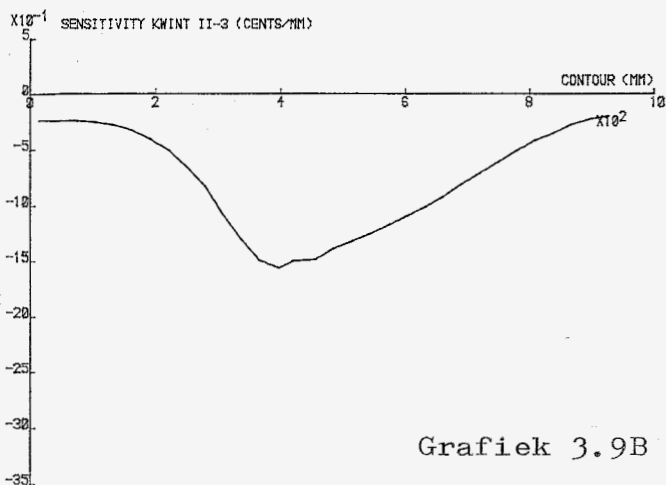
3.9C: Verplaatsing van alle drie de knooppunten van de elementzijde langs de binnencontour.

3.9D: Verplaatsing middelste knooppunt van de elementzijde langs de binnencontour loodrecht op de binnencontour.

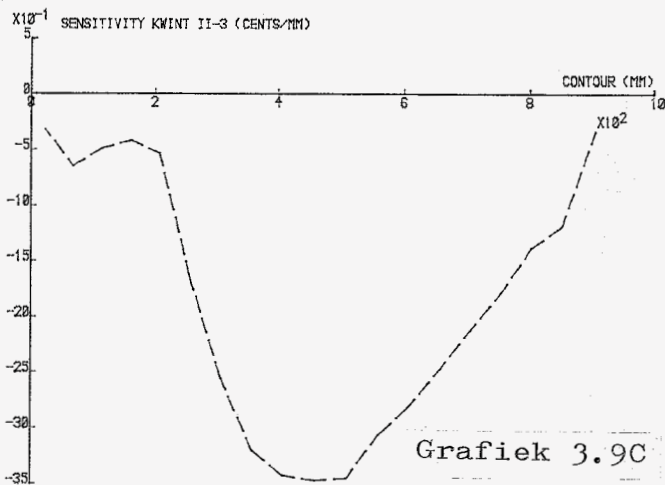
3.9E: Verplaatsing middelste knooppunt van de elementzijde langs de binnencontour in de richting van de r-coördinaat.



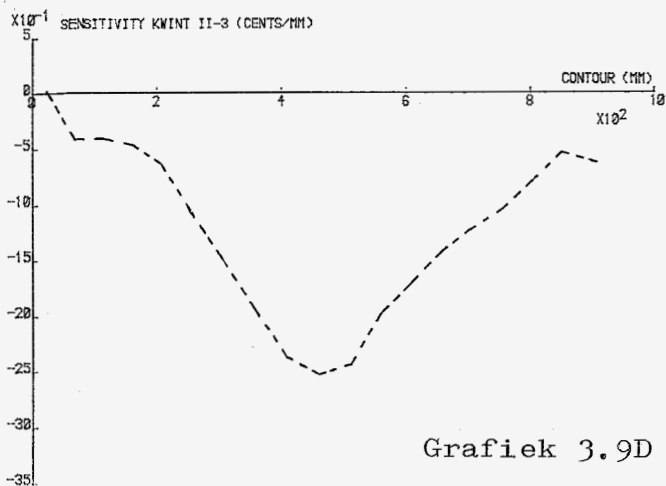
Grafiek 3.9A



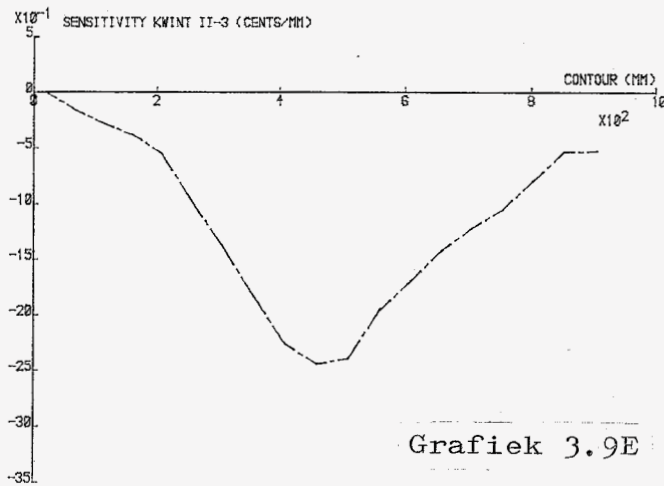
Grafiek 3.9B



Grafiek 3.9C



Grafiek 3.9D



Grafiek 3.9E

Grafiek 3.10 Oktaaf model 3.0

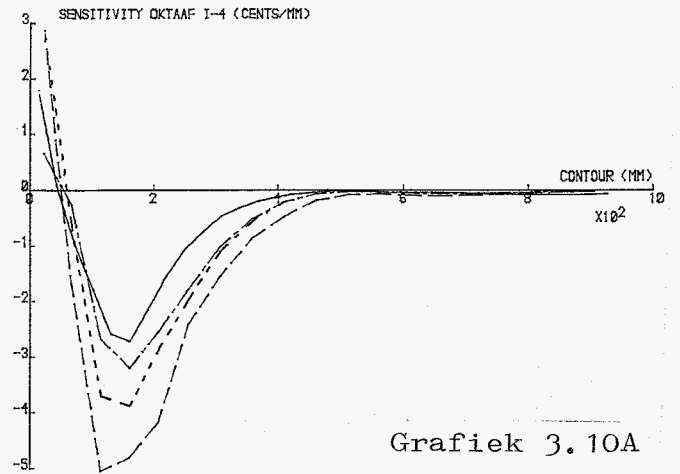
3.10A: Bevat de grafieken B,C,D en E.

3.10B: Experimenteel bepaald.

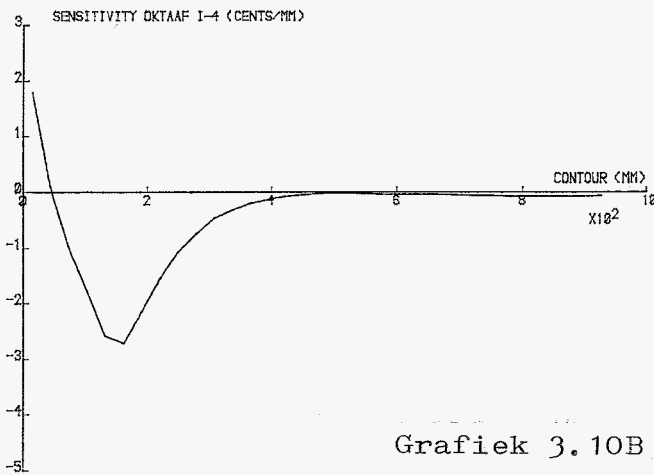
3.10C: Verplaatsing van alle drie de knooppunten van de elementzijde langs de binnencontour.

3.10D: Verplaatsing middelste knooppunt van de elementzijde langs de binnencontour loodrecht op de binnencontour.

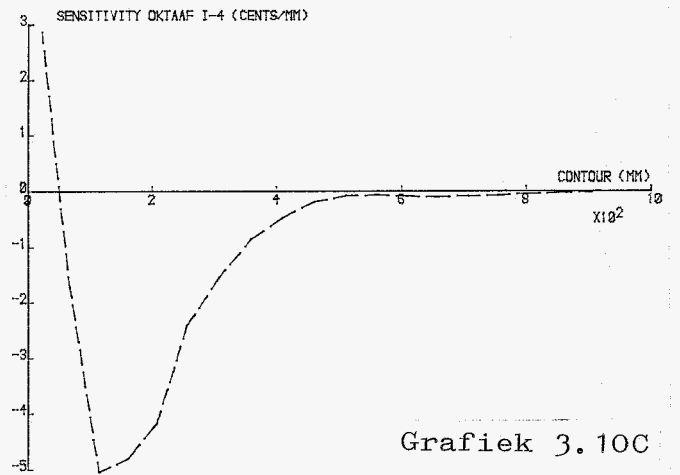
3.10E: Verplaatsing middelste knooppunt van de elementzijde langs de binnencontour in de richting van de r-coördinaat.



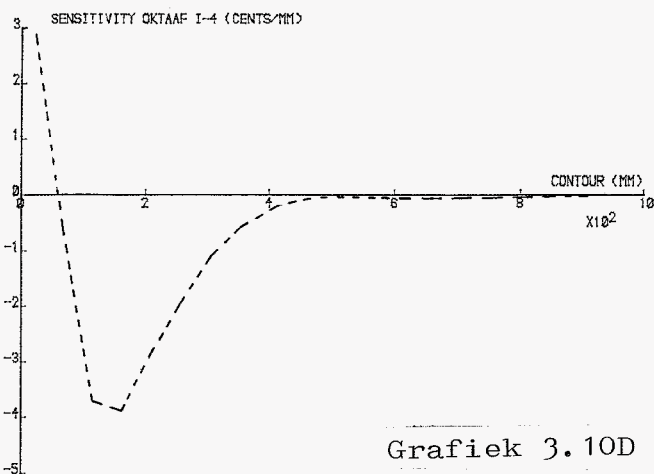
Grafiek 3.10A



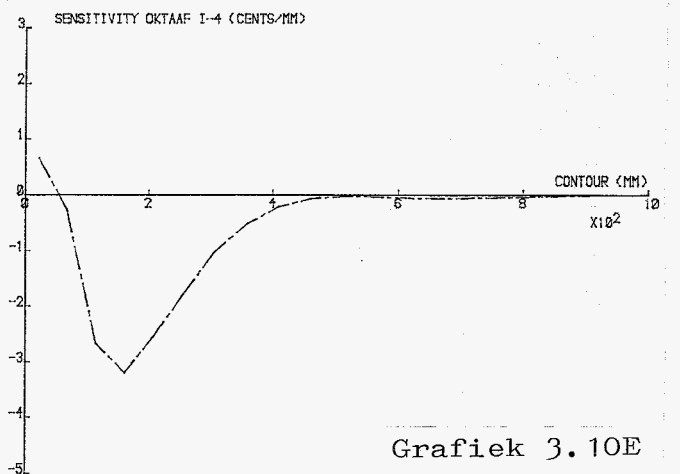
Grafiek 3.10B



Grafiek 3.10C



Grafiek 3.10D



Grafiek 3.10E

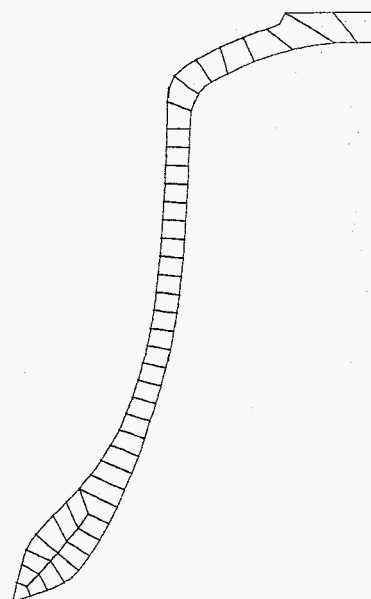
een sectorlengte van 29.40 mm. werd aangehouden.

De vorm van de grafieken D, verplaatsing middelste knooppunt loodrecht op de binnencontour, past voor alle frequenties het beste bij de vorm van de exp. bep. stemgrafieken.

De toppen en dalen van de berekende grafieken liggen soms wat verschoven t.o.v. de exp. bep. stemgrafieken. De priem lijkt in zijn geheel wat te zijn verschoven. De richting en grootte van de verschuivingen zijn niet voor alle frequenties hetzelfde. De grondtoon en de oktaaf laten geen verschuiving zien, de terts een kleine verschuiving naar links, de priem en de kwint daarentegen een wat grotere verschuiving naar rechts.

Omdat van het gebruikte elementenmodel de elementlengte langs de binnencontour niet overeenkwam met de vereiste sectorlengte van 29.40mm. is een nieuw elementenmodel gemaakt dat hieraan wel voldoet. Figuur 3.12 toont dit model.

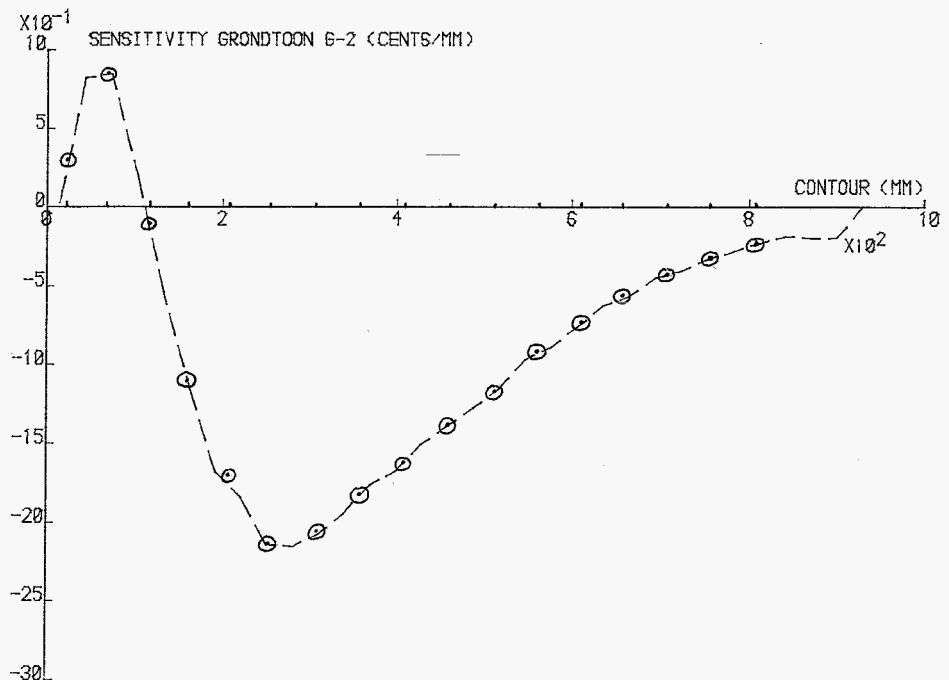
Interessant is na te gaan of er een lineair verband bestaat tussen de gradiënten en de elementlengte. Dit is nagegaan voor de situatie waarbij alle drie de knooppunten worden verplaatst, en dan alleen voor de grafiek van de grondtoon. Grafiek 3.13 toont de grafiek van de grondtoon voor het nieuwe model. De gradiënten voor het vorige model zijn gedeeld door hun corresponderende elementlengten, vermenigvuldigd met de nieuwe lengte van 29.40 mm. en vervolgens in deze grafiek uitgezet. Hierbij moet bedacht worden dat niet de werkelijke elementlengten van het vorige model zijn gebruikt, die waren niet voorhanden, maar de hart op hart afstand tussen de elementen. Desondanks vallen de gradiënten vrijwel volledig op de grafiek.



Figuur 3.12

Hieruit mag gekonkludeerd worden dat het verband duidelijk lineair is.

Het blijkt dus mogelijk uitgaande van een voorhanden elementenmodel, waarvan de elementlengten langs de binnencontour niet allen precies aan elkaar gelijk behoeven te zijn en overeen behoeven te komen met de vereiste sectorlengte, de berekende gradiënten te vertalen naar een model waarvan de elementlengten gelijk zijn aan de vereiste sectorlengte. Deze mogelijkheid zou standaard kunnen worden ingebouwd in het programma. De resultaten worden dan steeds vertaald naar een model met de vereiste sectorlengte, ongeacht of het gebruikte model hieraan voldoet of niet. Dat is een voordeel omdat het maken van een model, waarvan alle relevante elementen langs de binnencontour een lengte bezitten die binnen redelijke grenzen gelijk is aan deze sectorlengte, de nodige zorgvuldigheid vereist en daardoor extra tijd vergt. Het is nu voldoende ervoor te zorgen dat het model over het vereiste aantal sectoren beschikt, waarbij de elementlengten mogen variëren. Het programma zorgt er dan voor dat de berekeningen plaats-



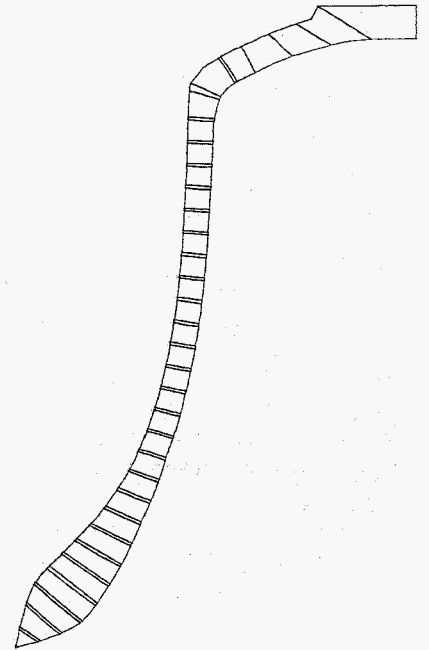
Grafiek 3.13

vinden met een hoge nauwkeurigheid in de sectorlengte. Het is hierdoor ook mogelijk geworden een model te gebruiken dat méer elementen langs de binnencontour bezit dan het vereiste aantal sectoren voorschrijft, zodat de grafieken qua vorm nauwkeuriger worden. Er is een model beschikbaar, voor een ander doel ontworpen, zie figuur 3.14, waarmee dit gecontroleerd zou kunnen worden.

Voor het nieuwe elementenmodel 3.12 zijn de gradiënten berekend op dezelfde wijzen als voor het vorige model, met uitzondering van de berekeningswijze waarbij het middelste knooppunt een verplaatsing dn in r -richting onderging; deze berekeningen zijn nu achterwege gelaten. De grafieken 3.15 t/m 3.17 geven deze gradiënten, waarbij voor dn dezelfde waarde werd aangehouden als bij het vorige model.

Het blijkt dat de berekeningswijze waarbij het middelste knooppunt over een afstand dn werd verplaatst loodrecht op de binnencontour veel beter past bij de exp. bep. stemgrafieken, zowel wat betreft de vorm van de grafieken als wat betreft de waarden van de gradiënten. De grafieken C, met name priem, terts en kwint, waren voor het vorige model op bepaalde plaatsen langs de binnencontour wat grillig van vorm. Voor dit model vertonen ze op dezelfde plaatsen een nog wat grilliger verloop. De eerder al gesignaleerde verschuivingen van de berekende grafieken t.o.v. de exp. bep. stemgrafieken zijn hier nog steeds terug te vinden.

Essentieel is hier de vraag in hoeverre de exp. bep. stemgrafieken vergeleken mogen worden met de berekende grafieken. Immers, berekend worden gradiënten; de hier uitgezette stemgrafieken zouden kunnen worden beschouwd



Figuur 3.14

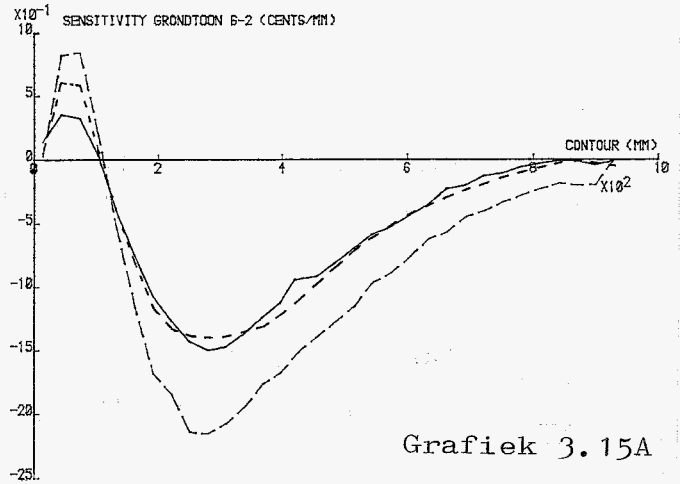
Grafiek 3.15 Grondtoon model 3.12

3.15A: Bevat de grafieken B,C,D.

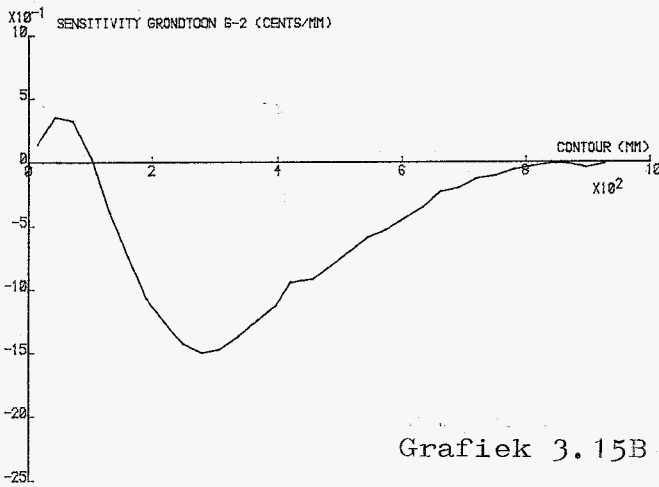
3.15B: Experimenteel bepaald.

3.15C: Verplaatsing van alle drie de knooppunten van de elementzijde langs de binnencontour.

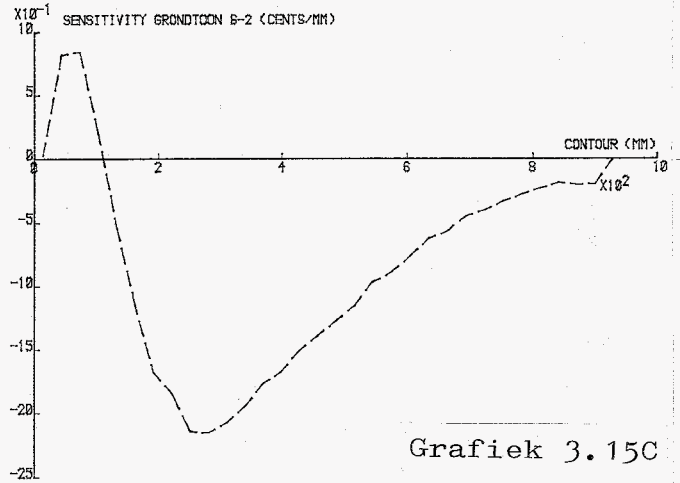
3.15D: Verplaatsing middelste knooppunt van de elementzijde langs de binnencontour loodrecht op de binnencontour.



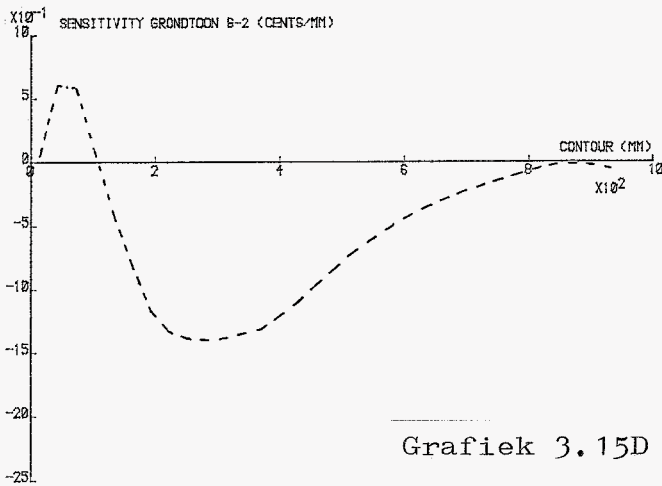
Grafiek 3.15A



Grafiek 3.15B



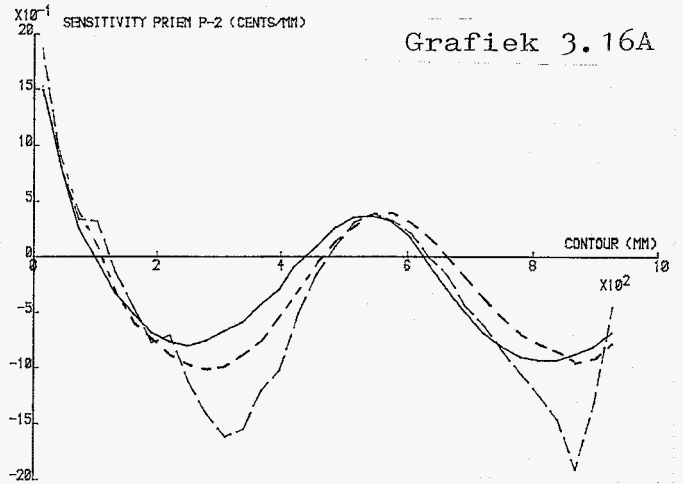
Grafiek 3.15C



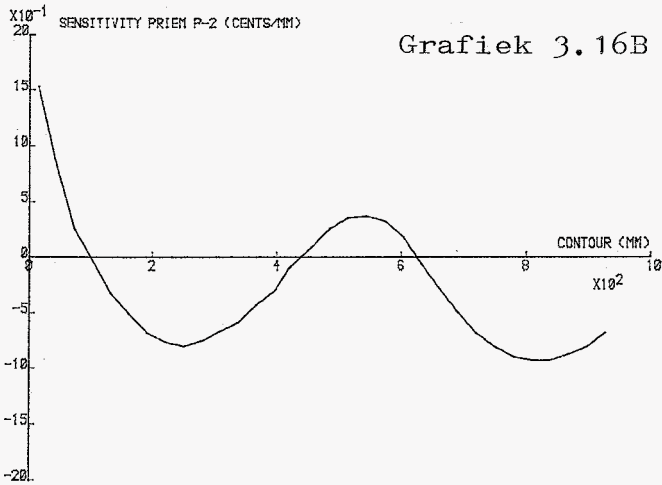
Grafiek 3.15D

Grafiek 3.16 Priem model 3.12

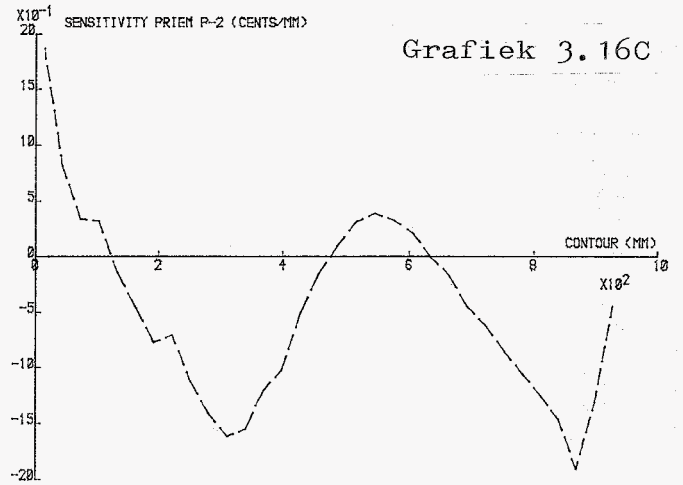
- 3.16A: Bevat de grafieken B,C,D.
- 3.16B: Experimenteel bepaald.
- 3.16C: Verplaatsing van alle drie de knooppunten van de elementzijde langs de binnencontour.
- 3.16D: Verplaatsing middelste knooppunt van de elementzijde langs de binnencontour loodrecht op de binnencontour.



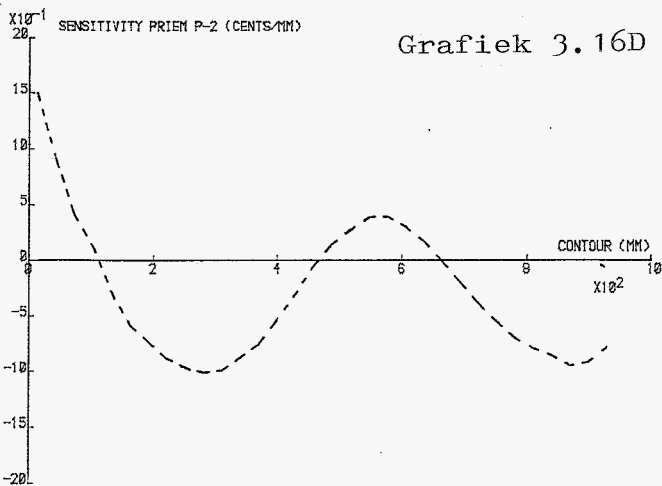
Grafiek 3.16A



Grafiek 3.16B



Grafiek 3.16C



Grafiek 3.16D

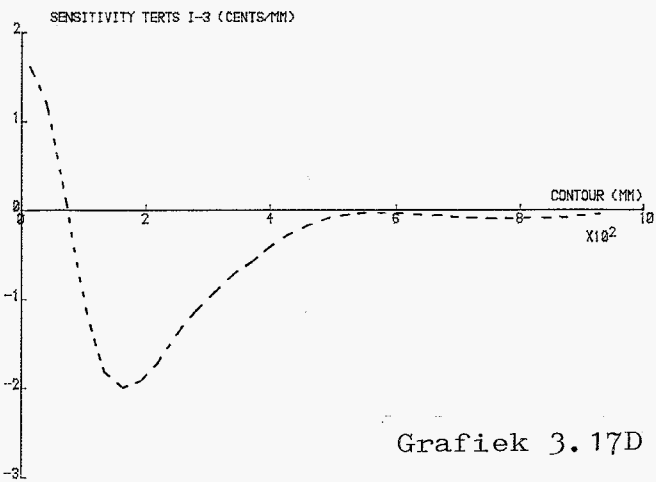
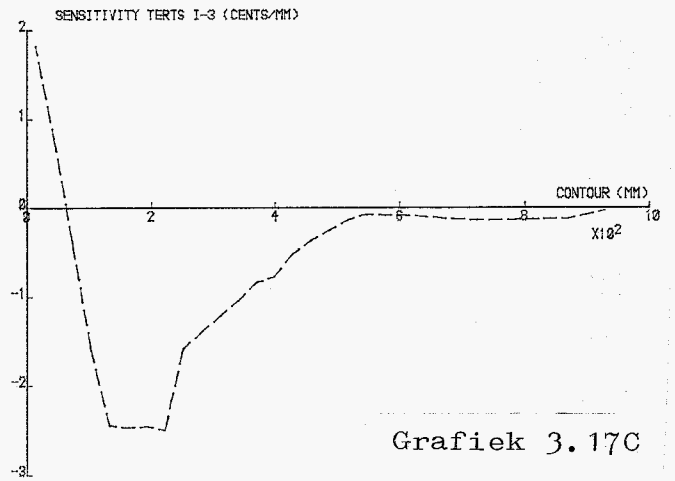
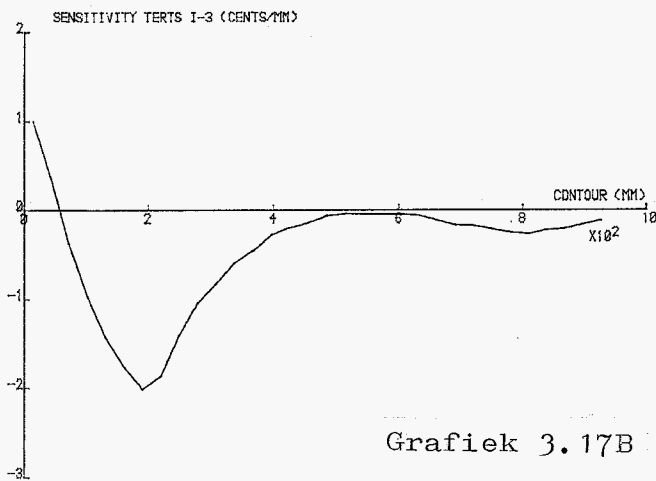
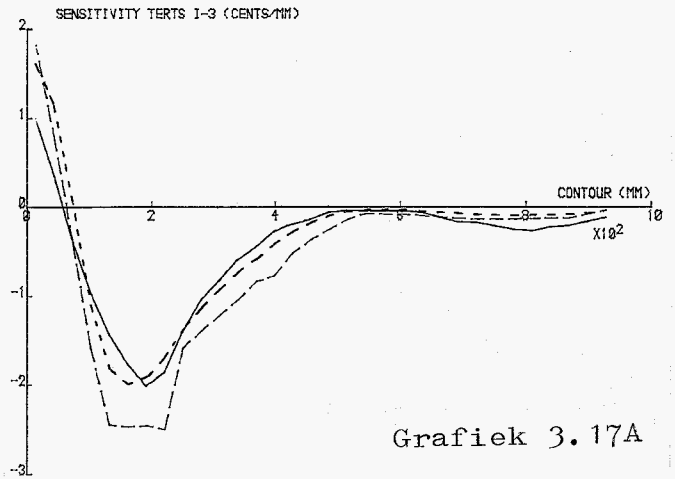
Grafiek 3.17 Terts model 3.12

3.17A: Bevat de grafieken B,C,D.

3.17B: Experimenteel bepaald.

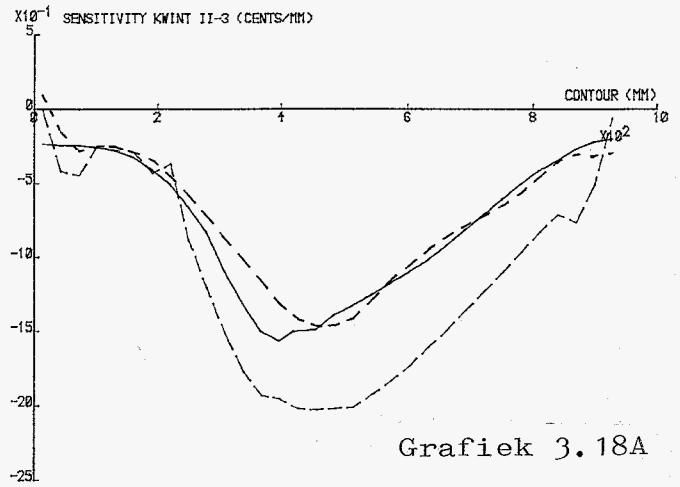
3.17C: Verplaatsing van alle drie de knooppunten van de elementzijde langs de binnencontour.

3.17D: Verplaatsing middelste knooppunt van de elementzijde langs de binnencontour loodrecht op de binnencontour.

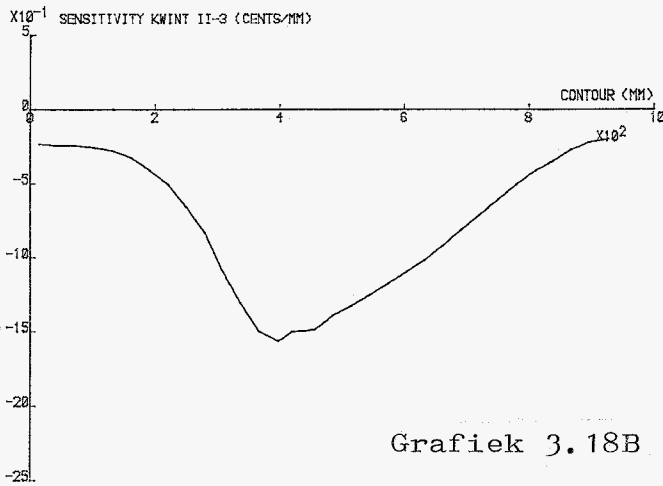


Grafiek 3.18 Kwint model 3.12

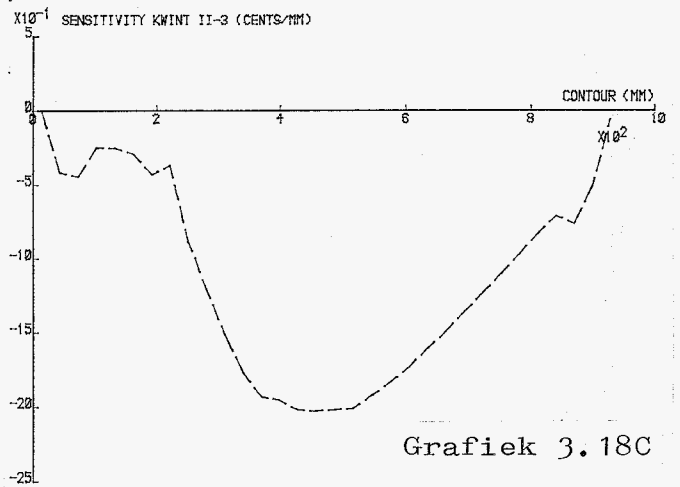
- 3.18A: Bevat de grafieken B,C,D.
- 3.18B: Experimenteel bepaald.
- 3.18C: Verplaatsing van alle drie de knooppunten van de elementzijde langs de binnencontour.
- 3.18D: Verplaatsing middelste knooppunt van de elementzijde langs de binnencontour loodrecht op de binnencontour.



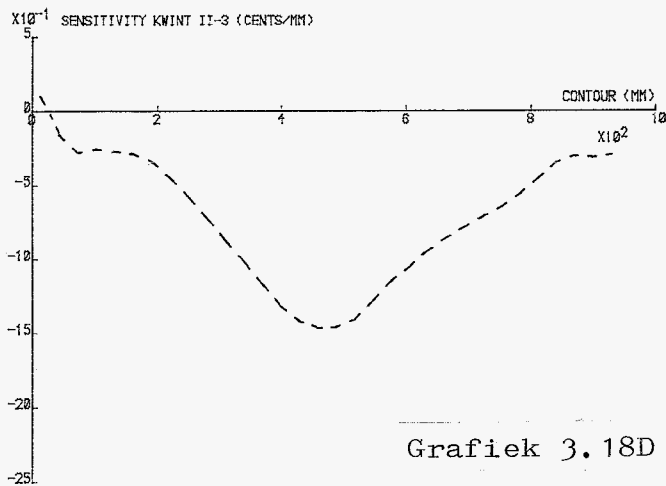
Grafiek 3.18A



Grafiek 3.18B



Grafiek 3.18C



Grafiek 3.18D

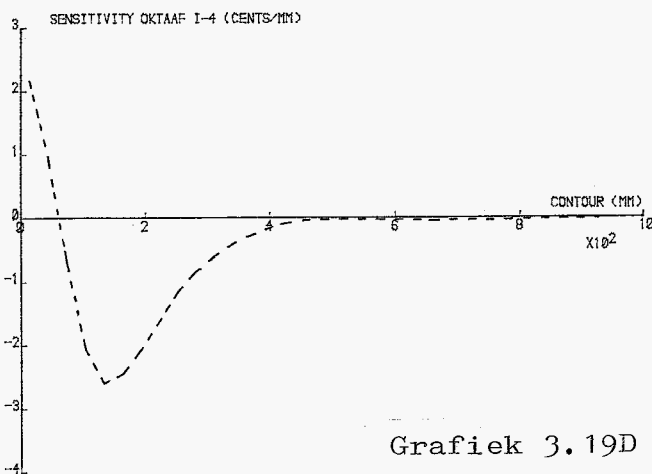
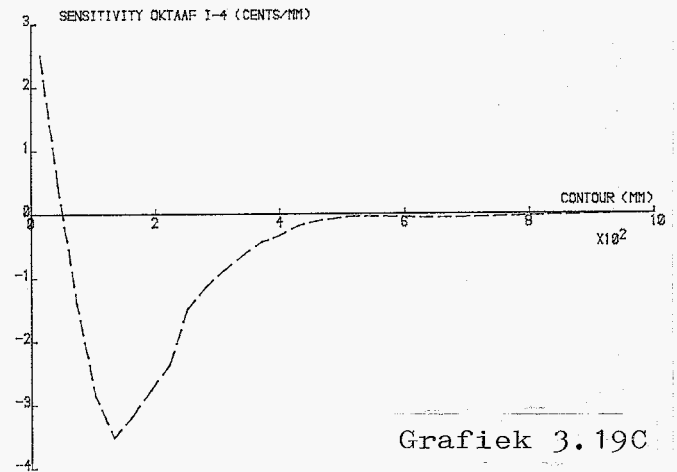
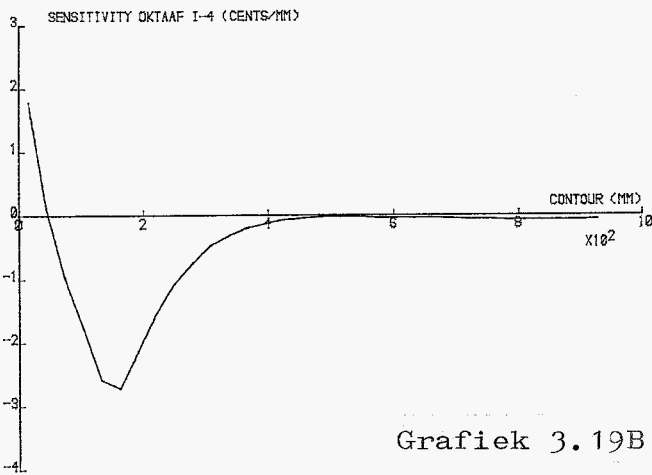
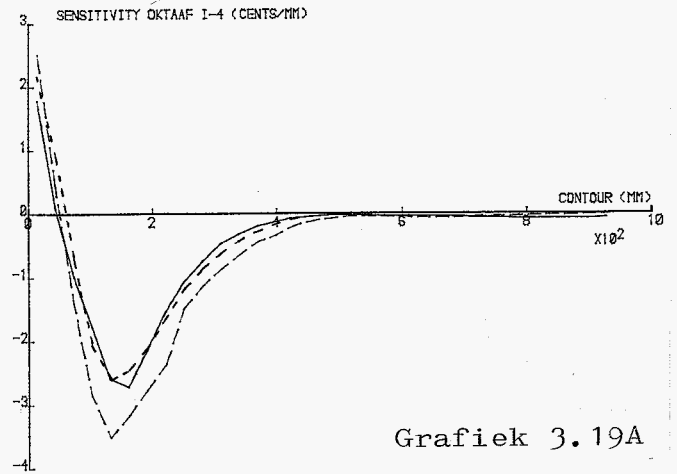
Grafiek 3.19 Oktaaf model 3.12

3.19A: Bevat de grafieken B,C,D.

3.19B: Experimenteel bepaald.

3.19C: Verplaatsing van alle drie de knooppunten van de elementzijde langs de binnencontour.

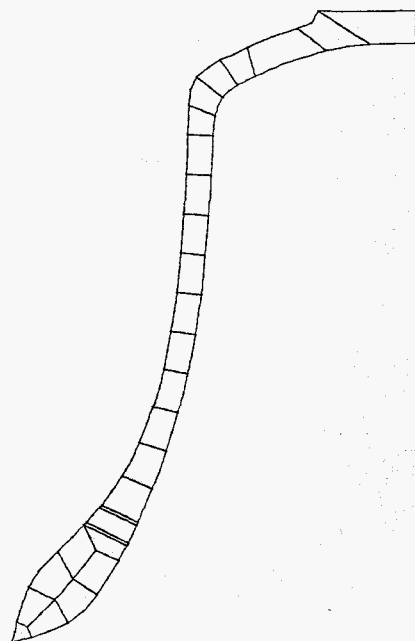
3.19D: Verplaatsing middelste knooppunt van de elementzijde langs de binnencontour loodrecht op de binnencontour.



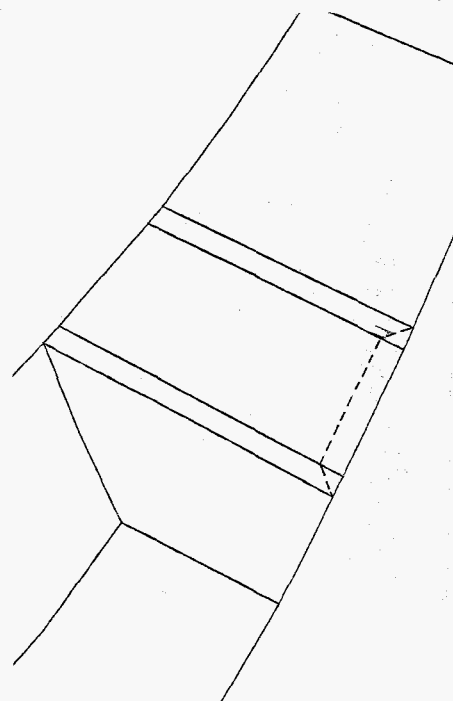
als differentiequotiënten: het verschil in frequentie voor en na het uitdraaien van een groef wordt gedeeld door de snedediepte. Van belang is daarom het funktionele verband tussen dit verschil in frequentie en de bijbehorende snedediepte. Als dit verband zuiver lineair is, kunnen de berekende gradiënten goed worden vergeleken met de exp. bep. stemgrafieken.

Voor één sector is dit verband berekend. Gekozen is de negende sector, gerekend vanaf de lip van het klokmiddel 3.12. Naast dit element zijn twee smalle elementen aangebracht, zie figuur 3.21. De afstandmetende coördinaat s tot de hartlijn van deze sector bedraagt 251.77 mm. In figuur 3.22 is gestreept aangegeven op welke wijze een groef werd gesimuleerd. Voor 10 verschillende snedediepten van 1 mm. t/m 10 mm. oplopend met 1 mm., zijn de frequenties berekend door telkens opnieuw oplossen van het eigenwaardeprobleem. In grafiek 3.23 zijn de verschillen in de frequenties t.o.v. het model zonder groef uitgezet tegen de bijbehorende snedediepte.

Het gezochte verband blijkt niet zuiver, maar toch wel redelijk lineair te zijn. Men moet hierbij wel bedenken dat dit alleen voor deze sector geldt; het is nog de vraag of ook de andere sectoren dit beeld zullen vertonen. De bijbehorende differentiequotiënten, d.w.z. verschillen in frequentie gedeeld door de snedediepte, staan in grafiek 3.24 uitgezet tegen de snedediepte. Wanneer deze grafieken naar een snedediepte van 0 mm. worden ge-



Figuur 3.21

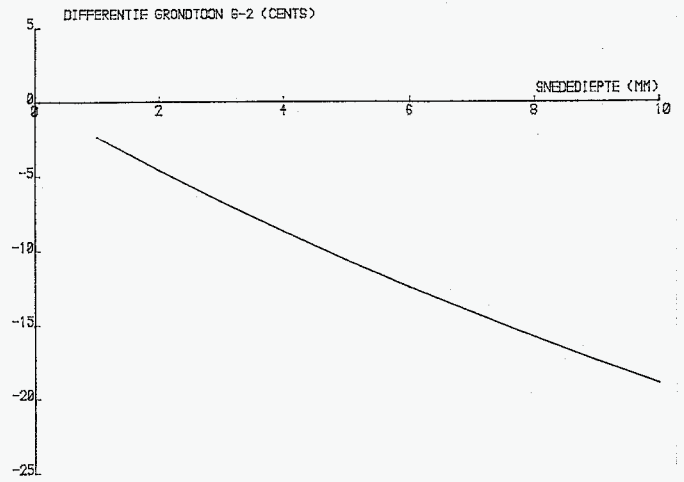


Figuur 3.22

Grafiek 3.23A

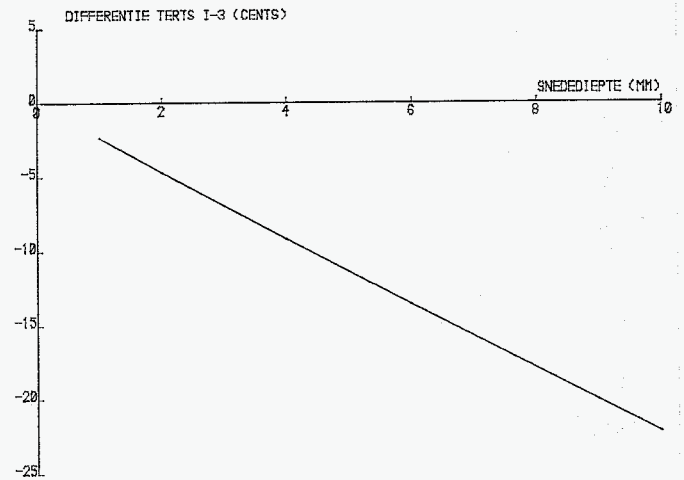
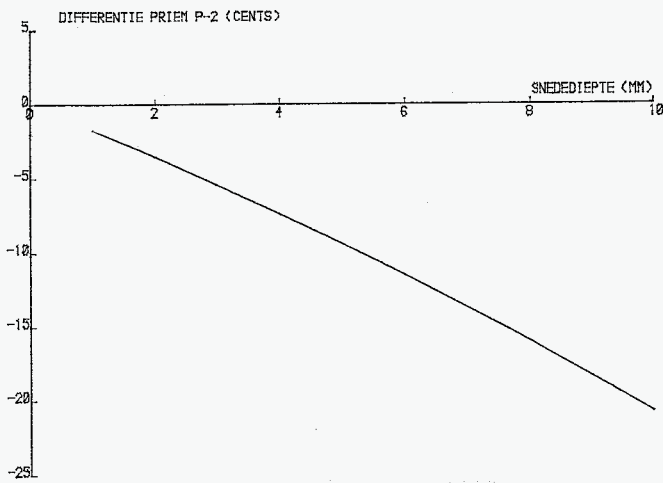
Grafiek 3.23

Verskil in frequentie als
functie van de snedediepte
voor éen sector, model 3.21



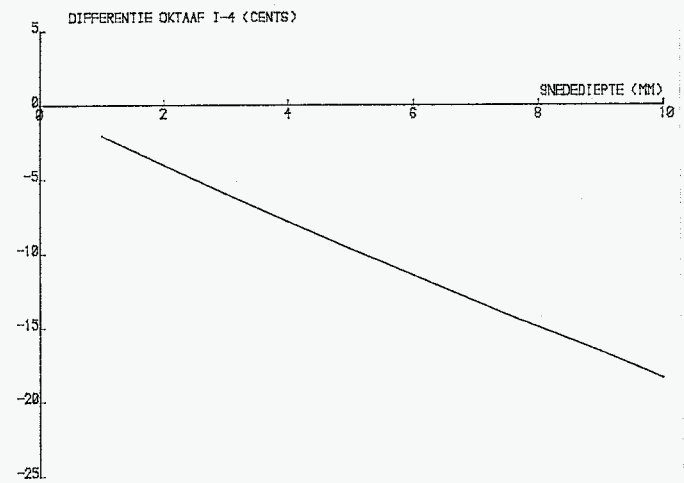
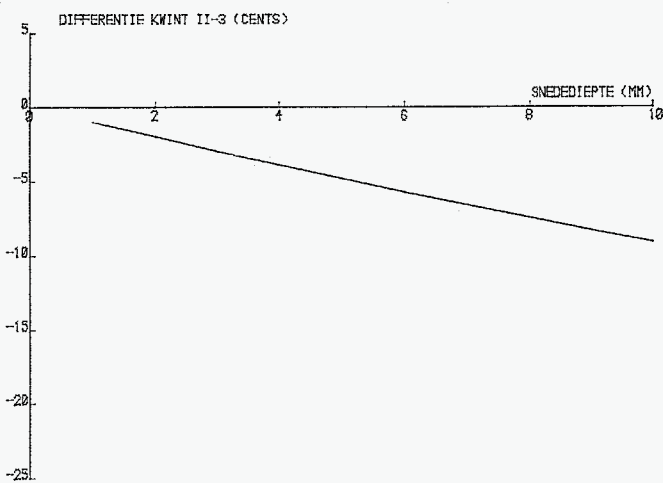
Grafiek 3.23B

Grafiek 3.23C



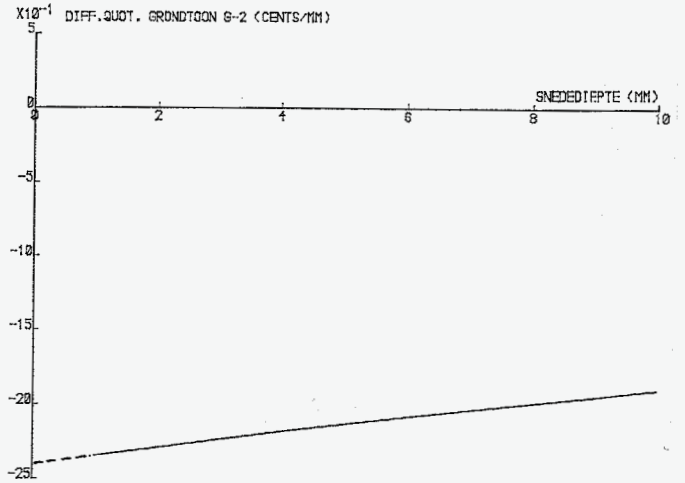
Grafiek 3.23D

Grafiek 3.23E



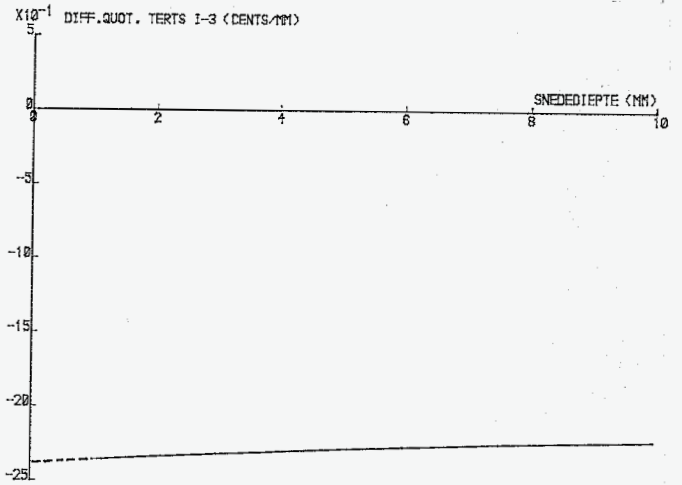
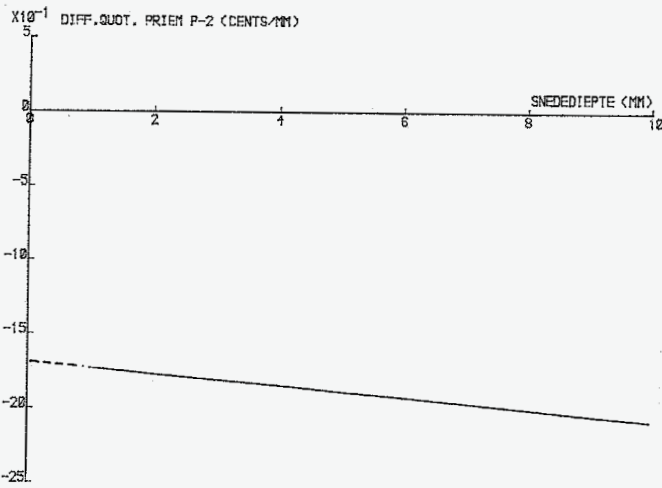
Grafiek 3.24

Differentiequotiënt (verschil in frequentie/snedediepte) als functie van de snedediepte voor één sector, model 3.21



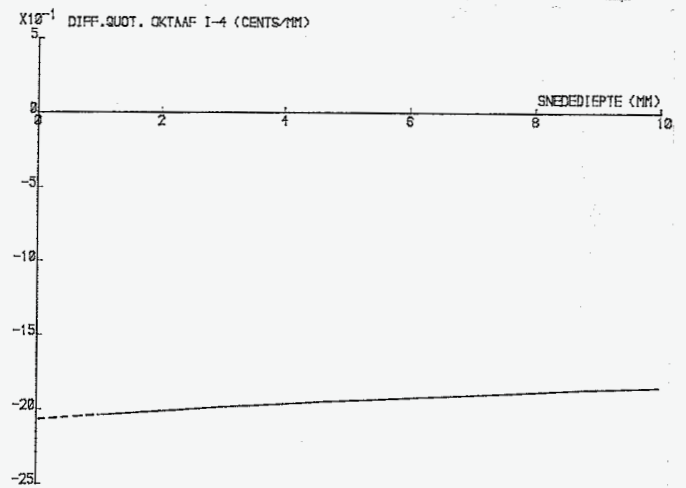
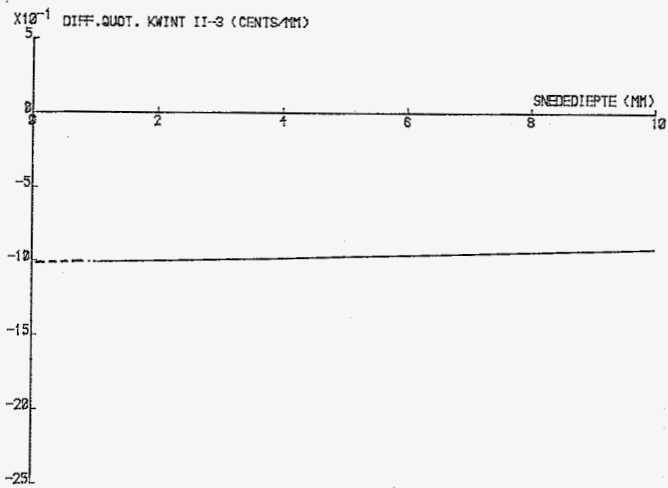
Grafiek 3.24B

Grafiek 3.24C



Grafiek 3.24D

Grafiek 3.24E



extrapoleerd, kunnen gradiënten worden afgelezen. Vanwege overeenkomst in berekeningswijze zijn deze gradiënten vergelijkbaar met de gradiënten, berekend door de drie knooppunten langs de binnencontour te verplaatsen, grafieken 3.15C t/m 3.19C voor $s=252$ mm. De werkelijke sectorlengte voor het model 3.21 bedroeg 33.83 mm. (hart op hart afstand tussen de twee smalle elementen), tegen 29.40 mm. sectorlengte voor de gradiënten uit de grafieken 3.15C t/m 3.19C. Om de vergelijking dus mogelijk te maken moeten de gradiënten uit 3.24At/mE nog "vertaald" worden naar een sectorlengte van 29.40 mm. Een en ander is terug te vinden in tabel 3.25A. Hieruit blijkt dat de gradiënten voor priem, terts en oktaaf sterk afwijken. Kennelijk zijn de gradiënten die volgen uit de beide berekeningswijzen toch niet goed met elkaar vergelijkbaar.

Uit de grafieken 3.23At/mE volgde een niet-lineair verband tussen de verschillen in frequenties voor en na het aanbrengen van een groef in het elementenmodel 3.21 en de bijbehorende snedediepte. Dit resulteerde in een verloop van de differentiequotiënten als functie van de snedediepte, dat weliswaar bijna lineair is, maar dat toch niet voor alle frequenties hetzelfde is; zie de grafieken 3.24 At/mE. Zo nemen grondtoon, terts, kwint en oktaaf af met toenemende snedediepte, echter niet alle in dezelfde mate. De priem daarentegen neemt juist toe met toenemende snedediepte. Voor de exp. bep. stemgrafieken werd een snedediepte gehanteerd van 4.58 mm. Tabel 3.25B geeft de procentuele afwijkingen van de differentiequotiënten voor deze snedediepte ten opzichte van de gradiënten die uit dezelfde berekeningswijze volgen na extrapolatie. Deze gradiënten en differentiequotiënten blijken slecht met elkaar vergelijkbaar te zijn. Er bestaat geen eenduidig verband. Hieruit kan men concluderen dat er ook geen eenduidig verband zal bestaan tussen de exp. bep. stemgrafieken, voorgesteld als differentiequotiënten, en de eerder be-

Tabel 3.25

eenheid in cents/mm	grond- toon	priem	terts	kwint	oktaaf	
gradiënt grafieken 3.15C t/m 3.19C voor s = 252 mm.	-2.15	-1.12	-1.59	-0.88	-1.47	A
gradiënt bij extra- polatie grafieken 3.24 At/mE	-2.40	-1.68	-2.38	-1.01	-2.06	
idem na correctie op de sectorlengte	-2.09	-1.46	-2.07	-0.88	-1.79	
procentuele afwijking tov. de grafieken 3.15C t/m 3.19C	-2.8%	+30%	+30%	0%	+22%	
differentiequotiënt bij snedediepte van 4.58 mm., grafieken 3.24 At/mE	-2.14	-1.87	-2.30	-0.97	-1.95	B
idem na correctie op de sectorlengte	-1.86	-1.63	-2.00	-0.84	-1.69	
procentuele afwijking tov. gradiënt grafieken 3.24 At/mE	-11%	+12%	-3.4%	-4.5%	-5.6%	
exp. bep. stem- grafieken, s=252 mm.	-1.43	-0.80	-1.40	-0.66	-1.07	C
procentuele afwijking tov de berekende differentiequotiënt	-23%	-50%	-30%	-21%	-37%	

rekende gradiënten. Dit is het, toch onbevredigende antwoord op de eerder gestelde vraag in hoeverre stemgrafieken en gradiënten met elkaar vergelijkbaar zijn.

Uit tabel 3.25C blijkt dat voor $s=252$ mm. de hier berekende differentiequotiënten flink afwijken van de exp. bep. stemgrafieken. Op grond hiervan mag men niet verwachten dat berekeningen aan het elementenmodel I, voorgesteld in hoofdstuk 2, tot goede resultaten zullen leiden.

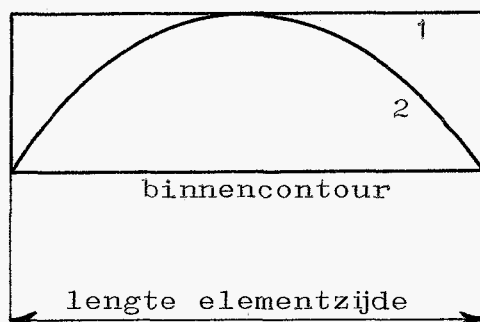
4.0 Nawoord.

Wanneer gradiënten worden berekend, wordt een stuk van de binnencontour, hier een elementzijde, over een kleine afstand verplaatst. De gradiënten werden op drie verschillende manieren berekend:

1. door verplaatsing van de drie knooppunten van de elementzijde langs de binnencontour; de elementzijde werd hierdoor evenwijdig aan zichzelf verplaatst.
2. door verplaatsing van het middelste knooppunt van de elementzijde langs de binnencontour, loodrecht op de binnencontour ter plaatse.
3. door verplaatsing van het middelste knooppunt van de elementzijde langs de binnencontour, in de richting van de r-coördinaat.

Voor methode 1 bleek een lineair verband te bestaan tussen de gradiënten en de lengte van de elementzijde langs de binnencontour. Voor methode 2 is dit ook nagegaan, en ook hier bleek er sprake te zijn van een lineair verband. Dit is begrijpelijk omdat er voor de beide methoden een vaste verhouding bestaat tussen de oppervlakken die ontstaan na verplaatsing van de elementzijden. Voor methode 1 kan dit oppervlak worden geschematiseerd tot een rechthoek; de elementzijde wordt evenwijdig aan zichzelf verplaatst. Voor methode 2 wordt dit geschematiseerde oppervlak ge-

Figuur 4.0 Geschematiseerde voorstelling van de oppervlakken die ontstaan na verplaatsing van de binnencontour bij de methoden 1 en 2.



vormd door een kwadratische funktie en de basis van de rechthoek, de elementzijde langs de binnencontour. Zie figuur 4.0. Onafhankelijk van de lengte van de basis verhouden het oppervlak van de rechthoek en het oppervlak onder de kwadratische funktie zich als $\frac{3}{2} : 1$. Anders gezegd, het oppervlak van de rechthoek is steeds $\frac{3}{2}$ maal zo groot als het oppervlak onder de kwadratische funktie.

Dit gekonstateerde lineaire verband vereenvoudigd het maken van een passend elementenmodel. De lengten van de elementzijden langs de binnencontour hoeven niet meer precies gelijk te worden gemaakt aan de vereiste sectorlengte. De berekende gradiënten kunnen nu eenvoudig worden vertaald naar de vereiste sectorlengte.

Een ander voordeel is dat gerekend kan worden aan een, redelijk geschikt elementenmodel waarvan het aantal relevante elementen langs de binnencontour niet noodzakelijk overeen behoeft te komen met het vereiste aantal sectoren. Wel is het uiteraard zo dat naarmate minder elementen worden gebruikt, er voor het tekenen van de grafieken minder punten beschikbaar zijn, zodat de vorm verslechtert. Omgekeerd kunnen ook méér elementen gebruikt worden dan het vereiste aantal sectoren voorschrijft. Hierdoor zal de vorm verbeteren.

Wanneer al een elementenmodel beschikbaar is, kan hiervan met voordeel gebruikt gemaakt worden. Meestal zal dit model te weinig relevante elementen langs de binnencontour bezitten. Zonder bezwaar kunnen hier en daar wat elementen aan het model worden toegevoegd. Wanneer dan vervolgens de grafieken niet geheel naar wens zijn, kunnen alsnog wat extra elementen worden toegevoegd, b.v. daar waar men de grafieken wat nauwkeuriger wil laten tekenen.

Van een elementenmodel hoeven elementzijden niet exact loodrecht op de binnencontour te staan. De gradiënten worden daardoor niet beïnvloed.

Methode 3 diende ter controle van de gradiënten, berekend volgens methode 2. Door F. van Asperen zijn gradiënten berekend van het klokmodel uit figuur 3.0 door verplaatsing in de r-richting van de knooppunten langs de binnencontour. Deze gradiënten komen goed, minder dan 3% afwijking, overeen met de hier berekende gradiënten volgens methode 3. Verder is gebleken dat de grafieken van de gradiënten volgens methode 2 voor een groot deel samenvallen met die volgens 3, nl. daar waar de binnencontour min of meer loodrecht staat op de r-as; en daar waar dat niet het geval is, zijn de gradiënten volgens 2 wat groter. Hieruit mag gekonkludeerd worden dat de gradiënten, berekend volgens methode 2 betrouwbaar zijn. Bovendien bleken de exp. bep. stemgrafieken goed overeen te komen met deze gradiënten. Dit betekent echter dat gradiënten geen goede overeenkomst zullen vertonen met de exp. bep. stemgrafieken als die worden berekend door een rechthoekig oppervlak in het elementenmodel te vormen. De gradiënten volgens methode 1 zullen te groot zijn, maar b.v. ook wanneer zij berekend worden door een oppervlak te vormen zoals figuur 3.22 dit toont, terwijl deze oppervlakken toch een betere gelijkennis vertonen met een materiaalsnede.

Verhouden de volgens methode 1 en 2 berekende gradiënten zich volgens hun oppervlakken? Dit is nagegaan voor de grondtoon van het model uit figuur 3.0. Wanneer de gradiënten voor s, de afstandsmetende coördinaat langs de binnencontour, groter dan 800 mm. buiten beschouwing worden gelaten, dan is de gemiddelde verhouding tussen de gradiënten volgens 1 en 2 ca. 1.54, dus ongeveer gelijk aan hun oppervlakteverhouding. De individuele verhoudingen blijken echter sterk te variëren, en daarin is ook een zeker verloop herkenbaar. Voor kleine s is de verhouding klein, met als kleinste waarde 0.79. Deze verhouding neemt toe met s tot een grootste waarde van 2.4 (voor de elementen 17, 18 en 19 zelfs 3.7 en groter).

Zoals al eerder is opgemerkt, worden de beste resultaten bereikt wanneer de gradiënten worden berekend door het middelste knooppunt van de elementzijde langs de binnencontour te verplaatsen loodrecht op de binnencontour. Methodes waarbij de vorm van het oppervlak de materiaalsnede beter benaderen, blijken te grote waarden voor de gradiënten op te leveren. De enige werkwijze die uitzicht op betere resultaten zou kunnen bieden, is die waarbij zo'n materiaalsnede in het elementenmodel wordt gesimuleerd. Voorwaarde is dan wel dat de aldus berekende differentiequotiënten (verschil in frequentie voor en na het aanbrengen van een groef gedeeld door de bijbehorende snedediepte) als functie van de snedediepte λ nemen. De gradiënten zijn in dit geval immers te groot. Voor één sector is voor deze werkwijze dat functionele verband bepaald. Voor de priem bleken de differentiequotiënten echter te klein te nemen. Bij de overige frequenties namen de differentiequotiënten wel af, maar niet in voldoende mate. De waarden voor een snedediepte van 4.58 mm., die in de praktijk wordt gehanteerd, waren groter dan die van de exp. bep. stemgrafieken voor dezelfde snedediepte. Zie figuur 3.24 en tabel 3.25C. Een verklaring hiervoor is niet gevonden.

5.0 Programma-aanpassing.

Van alle geteste methoden voldoet het beste die waarbij een sector wordt voorgesteld door een element en waarbij de gradiënten worden berekend door een infinitesimaal kleine verplaatsing loodrecht op de binnencontour van het middelste knooppunt van de elementzijde langs de binnencontour. Zowel wat betreft hun vorm als wat betreft hun waarden passen de grafieken bij deze werkwijze redelijk goed bij de exp. bepaalde stemgrafieken.

Wanneer al een elementenmodel van de klok beschikbaar is, kan dit model gebruikt worden. Het model kan naar believen worden aangepast. Elementen mogen worden toegevoegd of eruit verwijderd worden omdat de lengte van de elementzijden langs de binnencontour niet overeen hoeft te komen met de vereiste sectorlengte. Het programma vertaalt de berekende gradiënten naar deze sectorlengte. Elementzijden hoeven ook niet precies loodrecht op de binnencontour te staan. De gradiënten zijn daar ongevoelig voor.

Het programma is om deze redenen aangepast op deze werkwijze. Naast QUAX8-elementen mogen ook TRIAX6-elementen worden gebruikt. Die mogelijkheid is echter niet getest.

Het programma is zo aangepast dat zo weinig mogelijk extra invoergegevens nodig zijn. Men behoeft slechts extra op te geven:

- de vereiste sectorlengte
- het aantal elementen langs de binnencontour waarvan de gradiënten moeten worden bepaald,
- van elk van deze elementen het konstruktieknooppuntnummer van het middelste knooppunt van de elementzijde langs de binnencontour; de volgorde van opgave mag niet willekeurig zijn, maar zo dat de elementen opeenvolgend zijn; gestart mag worden in de punt van de slagring of in de schouder.

-de verplaatsing van het middelste knooppunt.

Er zijn wijzigingen aangebracht in de naam van de besturingsvlaggen en in de wijze van opgave:

- optimaliseren: JOPZFL,
- exp. ontwerpen: JXPDFL,
- stemgrafieken: JCURFL.

Steeds mag slechts één van de vlaggen de waarde 1 krijgen. Een vlag krijgt de waarde 1 door opgave in de invoerfile van resp. *OPTIMAFLAG

*EXPDFLAG

*CURVFLAG

De file INVOER.INFO geeft hierover meer informatie. Uitzonderd het blok *EXPDESIGN staat hierin beschreven wat het programma aan invoer vereist en op welke wijze die moet worden ingevoerd via de invoerfile van het programma.

Na succesvolle afloop van het programma bevat de file DYNOPT.GRAF de gegevens ten behoeve van het tekenen van de grafieken. Met het programma GRAF kunnen vervolgens tekeningen worden gemaakt. De runfile van dit programma, DYNOPT.GRAF.SEG, wordt verkregen met DYNOPT.GRAF.CPL. Daarvoor zijn nog extra nodig de files: DYNOPT.GRAF.FTN, DYNOPT.GRAF.CMMN, DYNOPT.GRAF.INFO en DYNOPT.GRAF.HELP.

Grafieken, getekend door de plotter, kunnen als volgt worden verkregen:

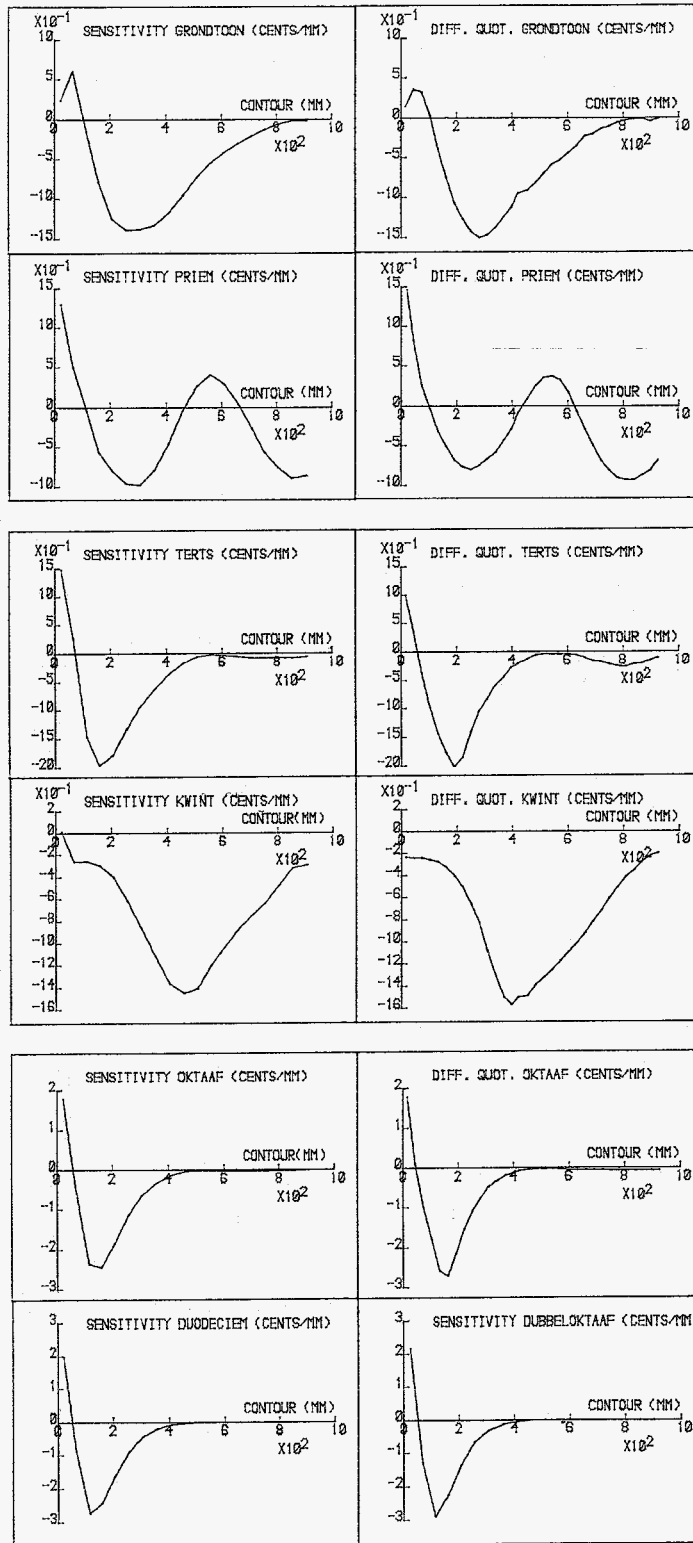
- start het programma GRAF op met SEG DYNOPT.GRAF,
- teken de grafieken, en als ze naar wens zijn:
- verlaat dan GRAF tijdelijk met CTRL P,
- zet een COMO-file aan,
- keer terug in GRAF door intikken van S,
- laat opnieuw de grafieken tekenen,
- verlaat op normale wijze GRAF met QUIT,
- zet de COMO-file af,
- met het programma PREVIEW (tik in PREVIEW) kunnen evt.

grafieken uit de COMO-file worden verwijderd (delete),
-met het programma PLOT (tik in PLOT) worden de grafieken
in de COMO-file met de plotter getekend.

Het is mogelijk via de invoerfile van het programma
DYNOPT de gegevens van exp. bep. stemgrafieken in te
voeren. Deze gegevens worden op de juiste plaats in de
file DYNOPT.GRAF gezet. Naast berekende grafieken kunnen
dan tegelijkertijd ook de exp. bep. grafieken worden ge-
tekend. DYNOPT.GRAF.FTN is hierop berekend. Hoe de gegevens
moeten worden ingevoerd, is terug te vinden in de file
INVOER.INFO.

Met het programma GRAF is het niet mogelijk grafieken
in één plaatje te tekenen. Dat is pas mogelijk na een (kleine)
aanpassing van het programma zelf.

Het programma is tot slot nog eens toegepast op het
klokmodel van figuur 3.0. Dit model heeft 19 relevante
elementen langs de binnencontour, waarvan de elementzijden
variëren van 45mm. tot 51mm. De gradiënten werden bepaald
door verplaatsing van het middelste knooppunt over een
afstand $dn=1.5 \times 10^{-4}$ mm. De wijze waarop deze knooppunten
werden verplaatst is aangegeven in bijlage A-I. De berekende
gradiënten werden herleid tot de vereiste sectorlengte
van 29.4mm. Figuur 5.0 toont de berekende gradiënten naast
de exp. bep. stemgrafieken(rechts). Ook bij 19 elementen
is de vorm van de grafieken nog zeer goed (32 sectoren
werden bij de exp. bep. stemgrafieken gebruikt).



Figuur 5.0 : Berekende gradiënten (links en de onderste twee) van het model van figuur 3.0 met 19 relevante elementen langs de binnencontour. De gradiënten zijn berekend door verplaatsing van de middenknooppunten loodrecht op de binnencontour, zoals beschreven in bijlage A-I. Rechts de exp. bep. stemgrafieken na deling door de gebruikte snedediepte.

6.0 Literatuur.

1 Leerboek der campanologie

André Lehr

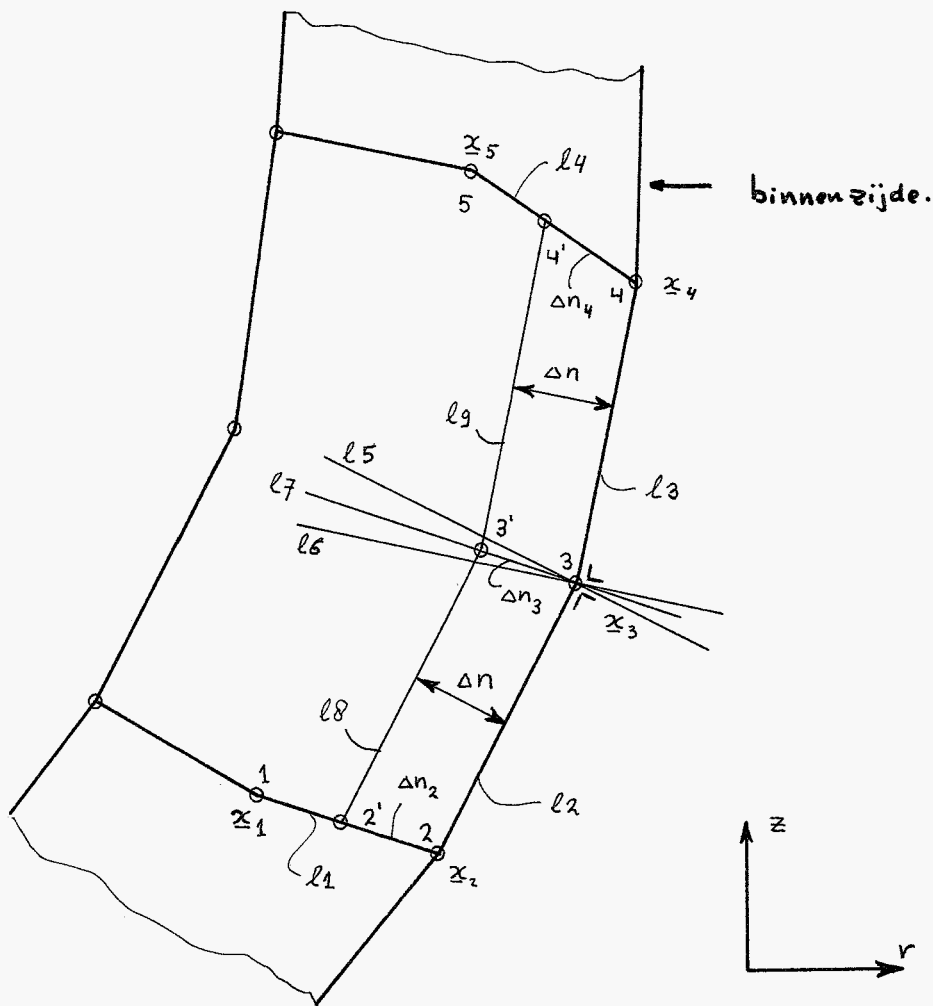
Nationaal Beiaardmuseum, Asten

2 Het optimaliseren van de eigenfrequenties van
axiaal-symmetrische constructies, toegepast
op een luid- of een carillonklok.

F.G.J. van Asperen

Afstudeerrapport nr WFW 84.012

TH Eindhoven



Bijlage A Verplaatsing elementknooppunten.

I Verplaatsing middenknooppunt loodrecht op de binnencontour:

Een richtingsvector van lijn l_5 loodrecht op de elementzijde l_2

is bv.
$$\underline{r}_5 = \begin{pmatrix} z_3 - z_2 \\ -(r_3 - r_2) \end{pmatrix}.$$

Een richtingsvector van lijn l_1 , wijzend van knp. 2 in de richting van knp. 1 is:
$$\underline{r}_1 = z_1 - z_2 = \begin{pmatrix} r_1 - r_2 \\ z_1 - z_2 \end{pmatrix}.$$

Indien het inwendig product van beide richtingsvectoren \underline{r}_1 en \underline{r}_5 positief is, wijst \underline{r}_5 in de gewenste richting, nl. van 3 naar 3'. Indien het inwendig product negatief is, moeten de coördinaten van \underline{r}_5 met -1 worden vermenigvuldigd.

Een richtingsvector van lijn l_6 loodrecht op de elementzijde l_3 is:

A2.

$$\underline{r}_6 = \begin{pmatrix} z_4 - z_3 \\ -(r_4 - r_3) \end{pmatrix}.$$

Een richtingsvector van lijn ℓ_4 , wijzend van knp. 4 naar knp 5 is :

$$\underline{r}_4 = \underline{z}_5 - \underline{z}_4 = \begin{pmatrix} r_5 - r_4 \\ z_5 - z_4 \end{pmatrix}.$$

Indien het inwendig product van beide richtingsvectoren \underline{r}_4 en \underline{r}_6 positief is, wijst \underline{r}_6 in de gewenste richting, nl. van 3 naar 3'.

Indien het inwendig product negatief is, moeten de coördinaten van \underline{r}_6 met -1 vermenigvuldigd worden.

Het midden knooppunt 3 wordt verplaatst langs de bissectrice van de scherpe hoek tussen de lijnen ℓ_5 en ℓ_6 .

De richtingsvector van deze bissectrice ℓ_7 is :

$$\underline{r}_7 = \frac{\underline{r}_5}{\|\underline{r}_5\|} + \frac{\underline{r}_6}{\|\underline{r}_6\|}, \text{ of } \underline{r}_7 = \underline{r}_5 + \frac{\|\underline{r}_5\|}{\|\underline{r}_6\|} \cdot \underline{r}_6.$$

De nieuwe positievector van knp 3 wordt hiermee :

$$\underline{z}_3' = \underline{z}_3 + \Delta n_3 \cdot \frac{\underline{r}_7}{\|\underline{r}_7\|}$$

Wanneer de gradiënten worden berekend door alleen knp 3 te verplaatsen is Δn_3 gelijk te nemen aan Δn . In dat geval wordt de nieuwe positievector van knp 3 :

$$\underline{z}_3' = \underline{z}_3 + \Delta n \cdot \frac{\underline{r}_7}{\|\underline{r}_7\|}.$$

Wanneer de gradiënten worden bepaald door de elementzijden ℓ_2 en ℓ_3 evenwijdig aan zichzelf over een afstand Δn te verplaatsen, moet Δn_3 worden berekend:

II Verplaatsing van de elementzijden langs de binnencontour evenwijdig aan zichzelf over een afstand Δn .

knop 2 moet verplaatst worden langs de lijn ℓ_1 in de richting van knop 1 over een afstand Δn_2 z.d.d. ℓ_2 evenwijdig wordt verschoven over een afstand Δn :

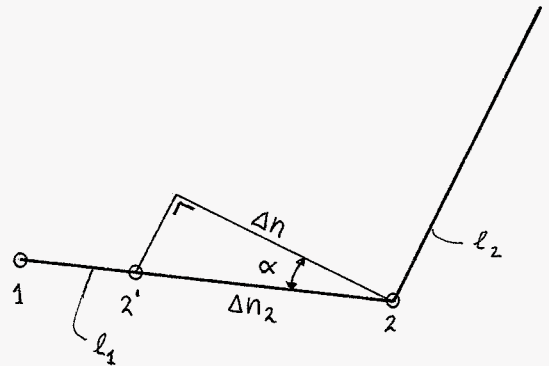
$$\Delta n_2 = \frac{\Delta n}{\cos \alpha}, \quad \cos \alpha = \frac{|(\underline{r}_5 \cdot \underline{r}_1)|}{\|\underline{r}_5\| \cdot \|\underline{r}_1\|},$$

dus

$$\Delta n_2 = \frac{\Delta n \cdot \|\underline{r}_5\| \cdot \|\underline{r}_1\|}{|(\underline{r}_5 \cdot \underline{r}_1)|}.$$

De nieuwe positie vector van knp 2 wordt dan:

$$\begin{aligned} \underline{x}_{2'} &= \underline{x}_2 + \Delta n_2 \cdot \frac{\underline{r}_1}{\|\underline{r}_1\|} \\ &= \underline{x}_2 + \frac{\Delta n \cdot \|\underline{r}_5\|}{|(\underline{r}_5 \cdot \underline{r}_1)|} \cdot \underline{r}_1. \end{aligned}$$



Evenzo wordt de nieuwe positie vector van knp 4:

$$\underline{x}_{4'} = \underline{x}_4 + \frac{\Delta n \cdot \|\underline{r}_6\|}{|(\underline{r}_6 \cdot \underline{r}_4)|} \cdot \underline{r}_4.$$

knp. 3 wordt verplaatst langs de lijn l_7 . De nieuwe coördinaten zijn te berekenen als snijpunt van b.v. de lijnen l_7 en l_8 .

Daarvoor moeten de vergelijkingen van l_7 en l_8 worden opgesteld.

Zij $\underline{n}_7 = \begin{pmatrix} n_{71} \\ n_{72} \end{pmatrix}$ de normaalvector van l_7 . \underline{n}_7 moet loodrecht

staan op $\underline{r}_7 = \begin{pmatrix} r_7 \\ z_7 \end{pmatrix}$. Dus $\underline{n}_7 = \begin{pmatrix} z_7 \\ -r_7 \end{pmatrix}$. Zij $\underline{n}_8 = \begin{pmatrix} n_{81} \\ n_{82} \end{pmatrix}$ de

normaalvector van l_8 : $\underline{n}_8 = \underline{r}_5$. Een punt op l_7 is \underline{x}_3 , een punt op l_8 is $\underline{x}_{2'}$. De vergelijkingen worden dan:

$$l_7: (\underline{n}_7 \cdot \underline{x}) = c_7 = (\underline{n}_7 \cdot \underline{x}_3)$$

$$l_8: (\underline{n}_8 \cdot \underline{x}) = c_8 = (\underline{n}_8 \cdot \underline{x}_{2'})$$

Hieruit volgen $c_7 = z_7 \cdot r_3 + (-r_7) \cdot z_3$ en

$$c_8 = (z_3 - z_2) \cdot r_{2'} + (-(r_3 - r_2)) \cdot z_{2'}$$

Het snijpunt 3' heeft de positievector $\underline{x}_{3'} = \begin{pmatrix} r_{3'} \\ z_{3'} \end{pmatrix}$

De coördinaten volgen uit:

$$n_{71} \cdot r_{3'} + n_{72} \cdot z_{3'} = c_7$$

$$n_{81} \cdot r_{3'} + n_{82} \cdot z_{3'} = c_8$$

A4

Met de regel van Cramer: $r_3' = \frac{c_7 \cdot n_{\theta 2} - c_{\theta} \cdot n_{72}}{n}$,

en $z_3' = \frac{c_{\theta} \cdot n_{71} - c_7 \cdot n_{\theta 1}}{n}$,

waarin $n = n_{71} \cdot n_{\theta 2} - n_{\theta 1} \cdot n_{72}$

Voorwaarde is wel dat $\frac{n}{\|n_7\| \cdot \|n_{\theta}\|} = \sin \varphi$ niet „klein“ is.

φ is hier de hoek tussen l_7 en l_{θ} . Dit betekent dat l_7 en l_{θ} niet evenwijdig aan elkaar mogen lopen. Elementvormen waarbij dit optreedt, mogen echter niet voorkomen omdat de determinant van de Jacobiaan dan negatief is. In het algemeen zullen l_7 en l_{θ} wel min of meer loodrecht op elkaar staan, zodat φ nooit klein wordt.

W W W WWWWW WWW W W WWWWW WWWWW WWWWW WWWWW WWWWW WWW
 W W W W W WW W W W W W W W W W W W W W
 W W W W W W W W W W W W W W W W W W W
 WW W WWWWW W W W W WWWWW W WWWWW WWWWW W WWW
 W W W W W W W W W W W W W W W W W W
 W W W W W W W WW W W W W W W W W W W W W
 W W WWWWW WWWWW WWW W W WWWWW WWWWW W WWWWW W W W WWW

STEMGRAFIEKEN VAN BINNEN- EN BUITENZIJD

GEGEVENS: GROOTSTE DIAMETER 1176 MM.
 SECTORLENGTE 29.40 MM. (2.5% VAN 1176)
 SNEDEDIEPTE 4.58 MM. (1.5*1176/385)
 AANTAL SECTOREN 32
14 TONEN: GRONDTOON G-2
 PRIEM P-2
 KLEINE TERTS I-3
 KWINT II-3
 OKTAAF I-4
 GROTE DECIEM II-4
 1E UNDECIEM III-2
 2E UNDECIEM III-3
 DUODECIEM I-5
 ONBENOEMD III-4
 ONBENOEMD II-5
 DUBBELOKTAAF I-6
 ONBENOEMD IV-2
 ONBENOEMD IV-3

Rekentijd voor het oplossen van het eigenwaardeprobleem:

44 elementen : 22120 sec CPU-tijd

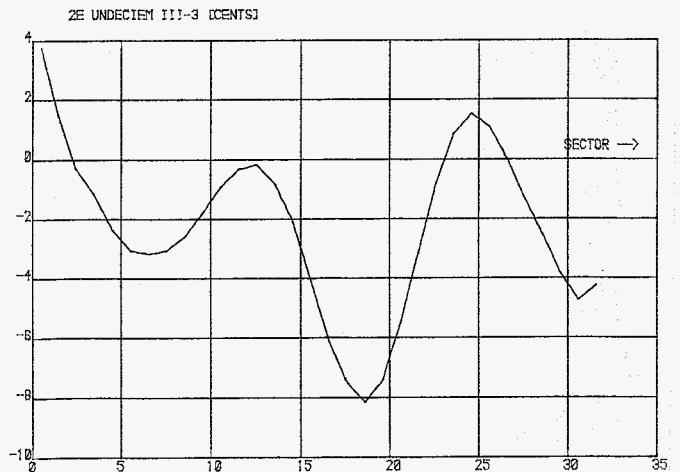
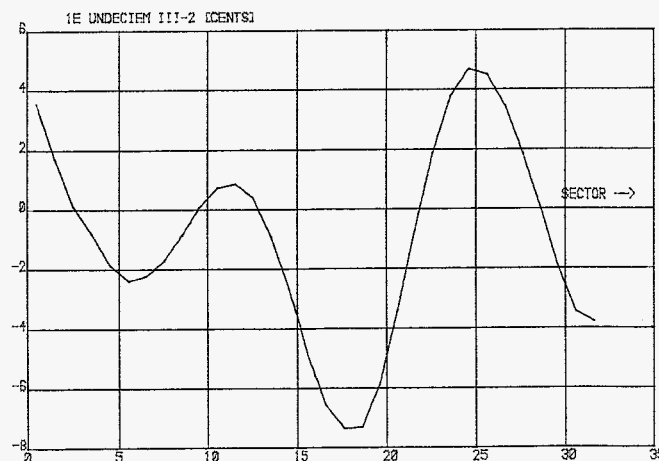
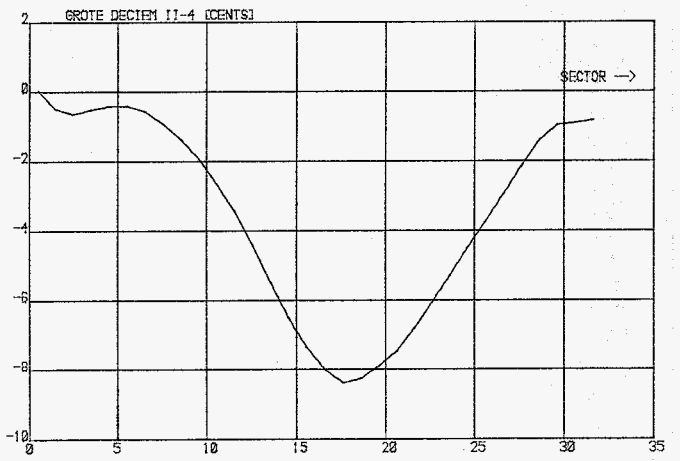
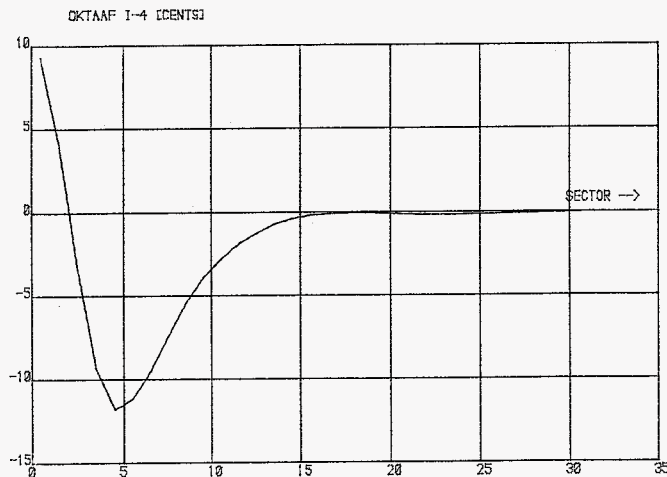
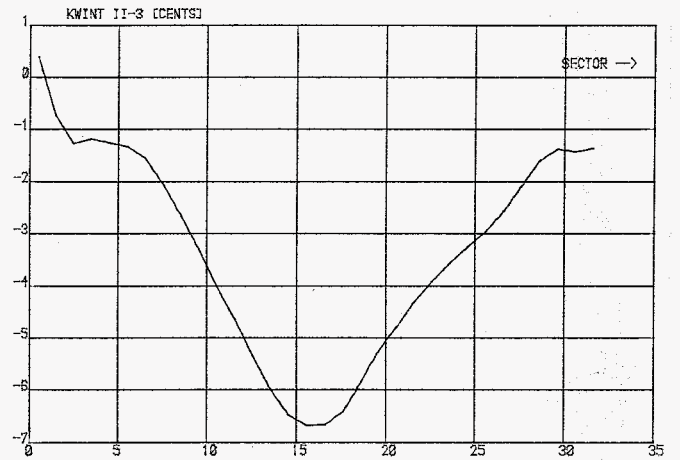
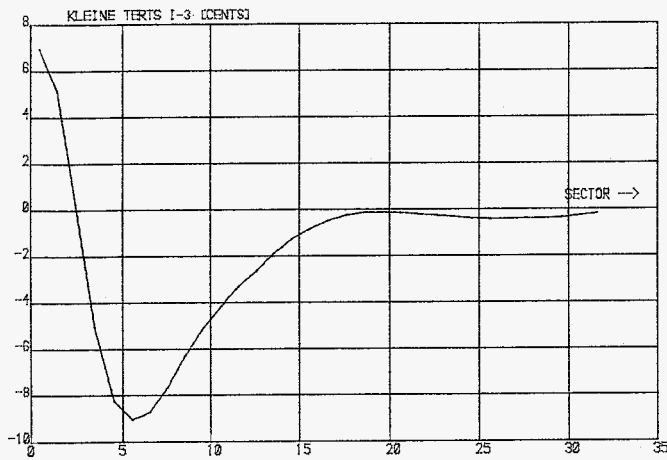
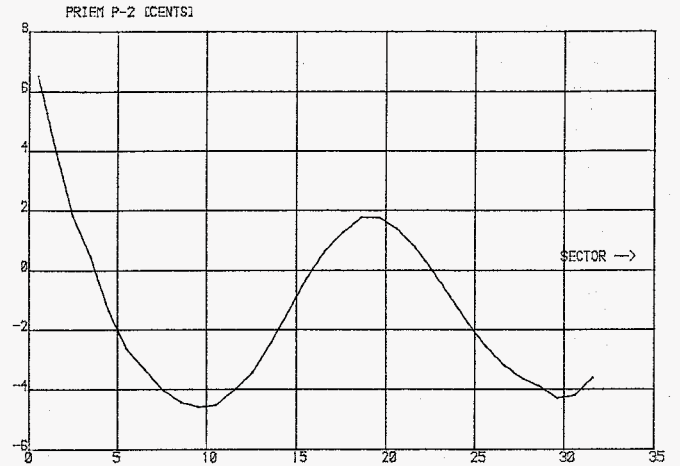
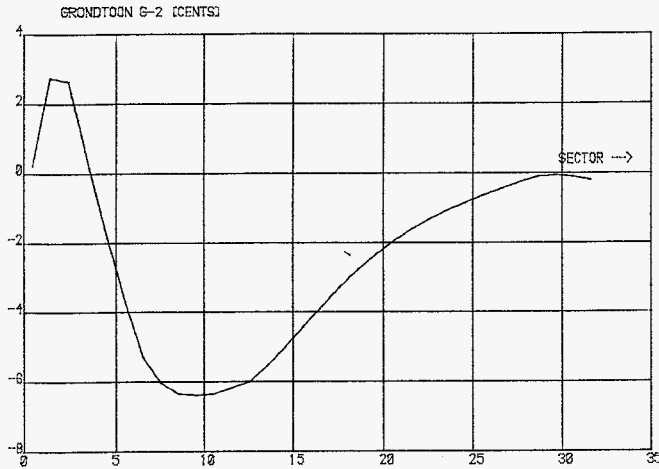
N.B. na vermenigvuldiging met een factor 3 komen de cents-waarden overeen met de experimenteel bepaalde stemgrafieken.

Frequenties & tonen:

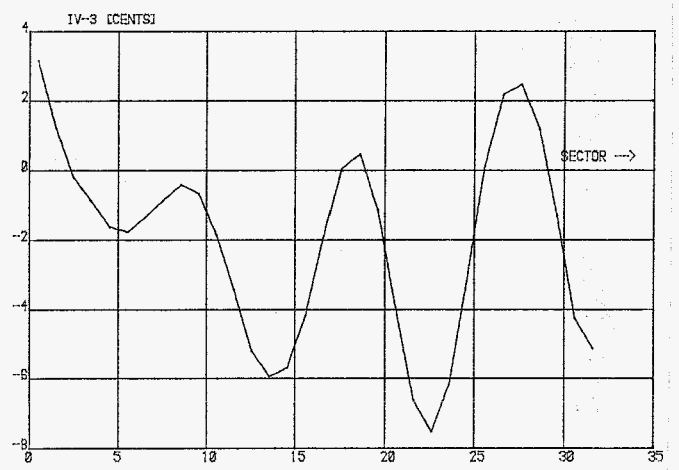
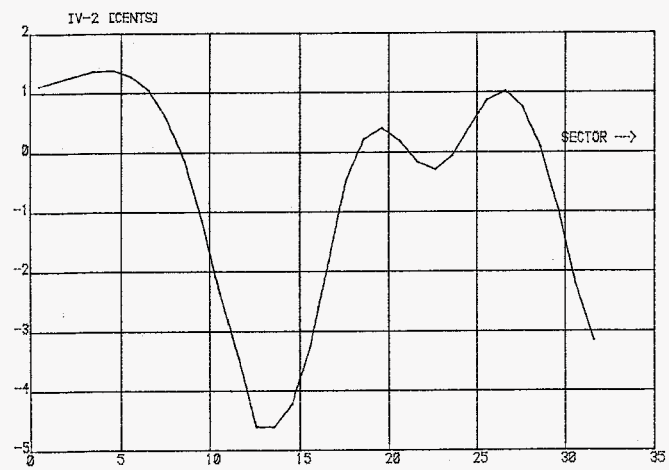
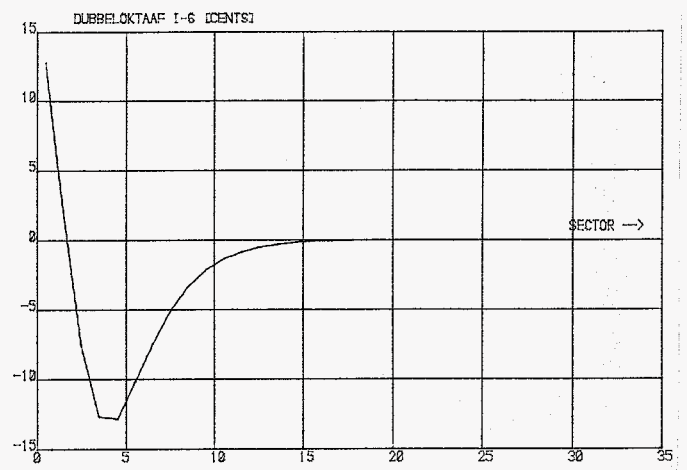
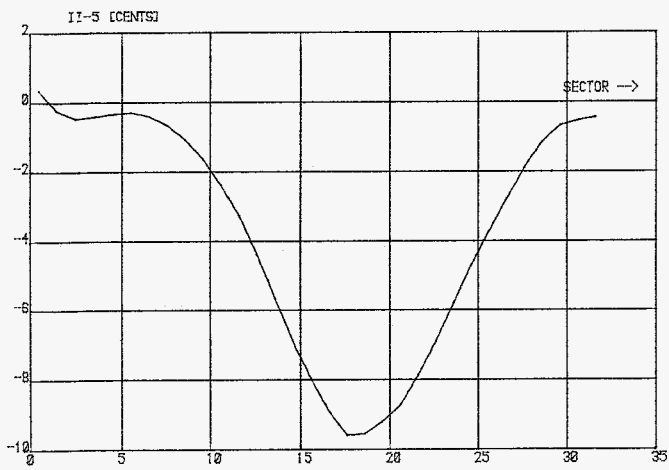
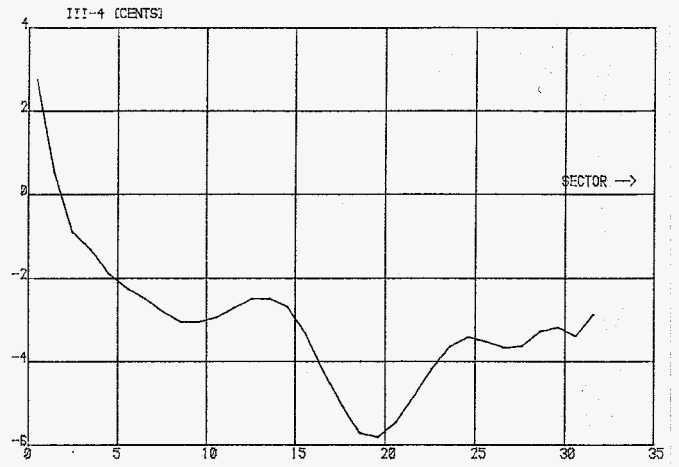
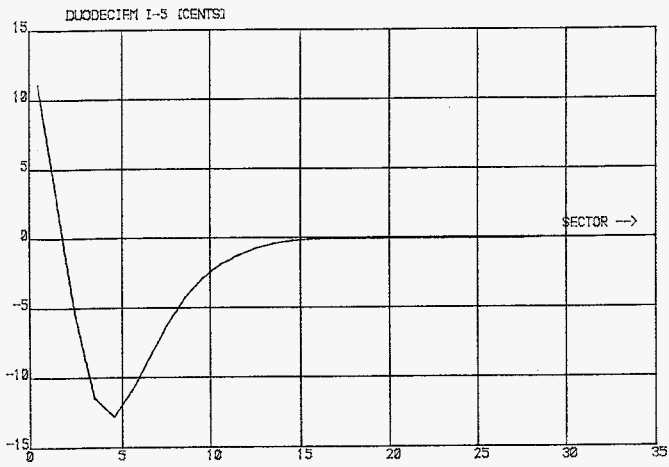
	[Hz]	[cents]
1 G-2	179.1365	-20
2 P-2	365.2019	1205
3 I-3	431.2344	1493
4 II-3	562.0670	1952
5 I-4	720.2631	2400
6 II-4	952.3495	2864
7 III-2	957.6355	2874
8 III-3	989.0319	2930
9 I-5	1095.135	3106
10 III-4	1259.077	3349
11 II-5	1402.451	3535
12 I-6	1513.732	3667
13 IV-2	1491.440	3641
14 IV-3	1592.027	3755

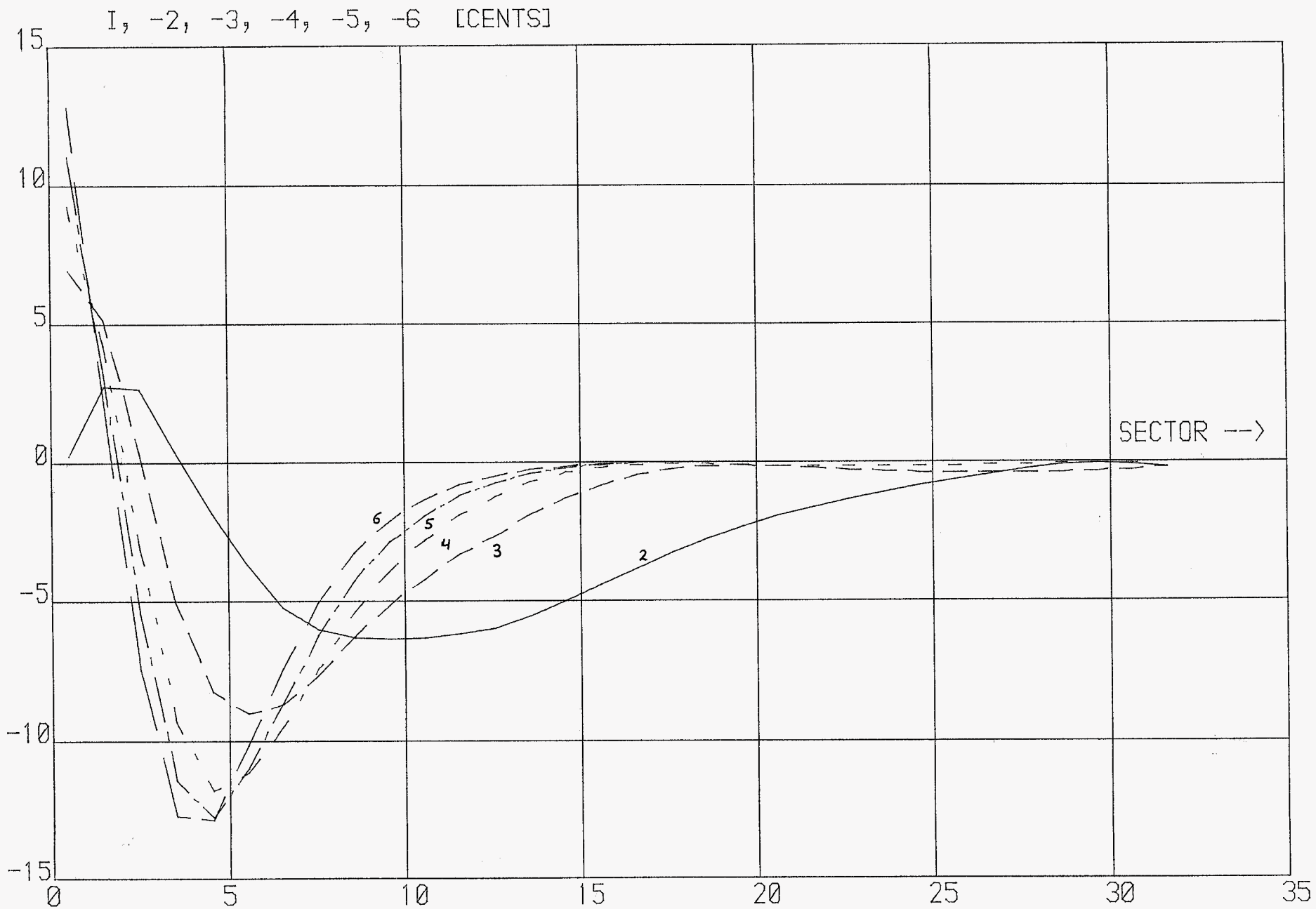
november 1905, Rob. Wagtegeaël.

kleine tertsklok - binnenzijde.



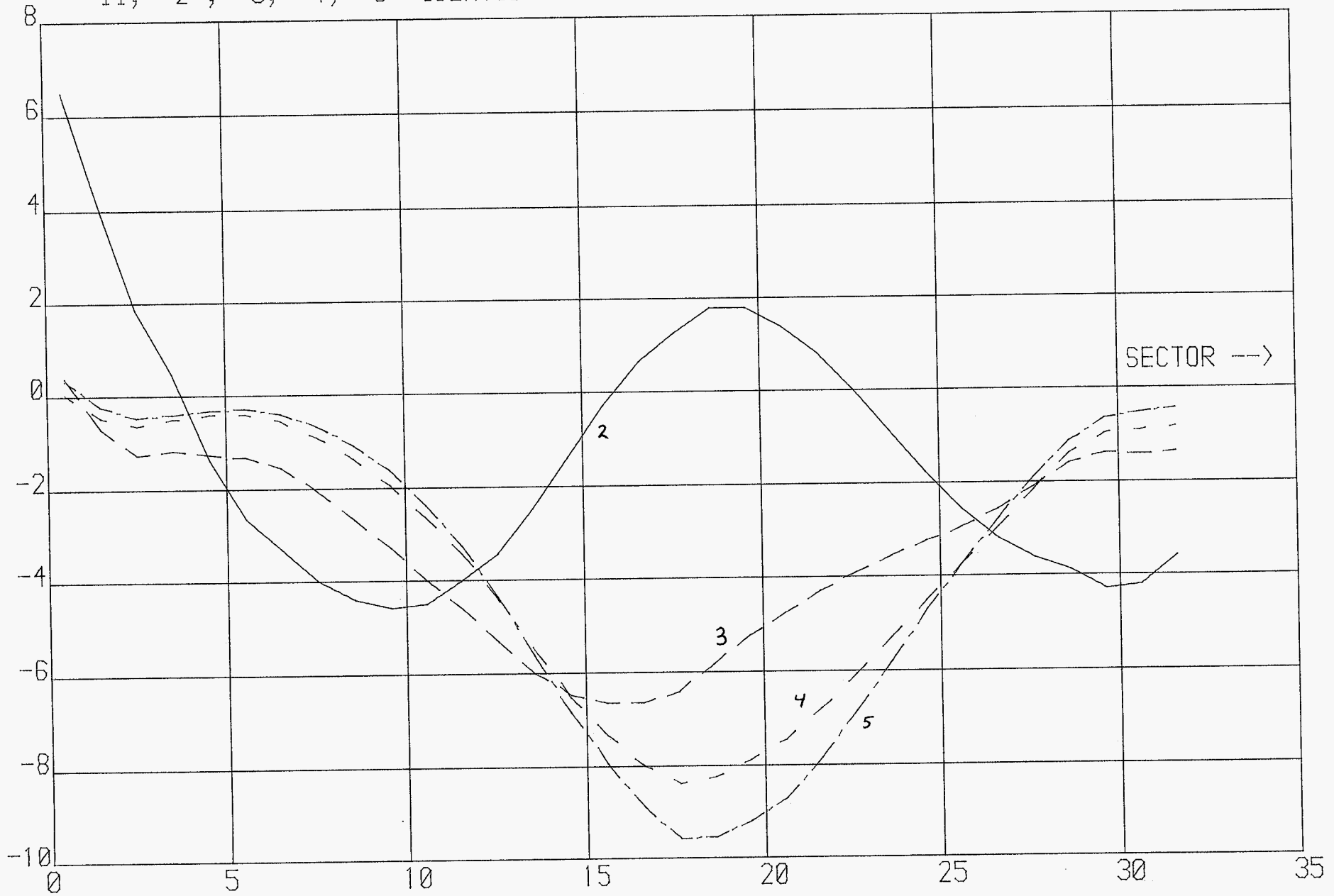
kleine tertsklok - binnenzijde





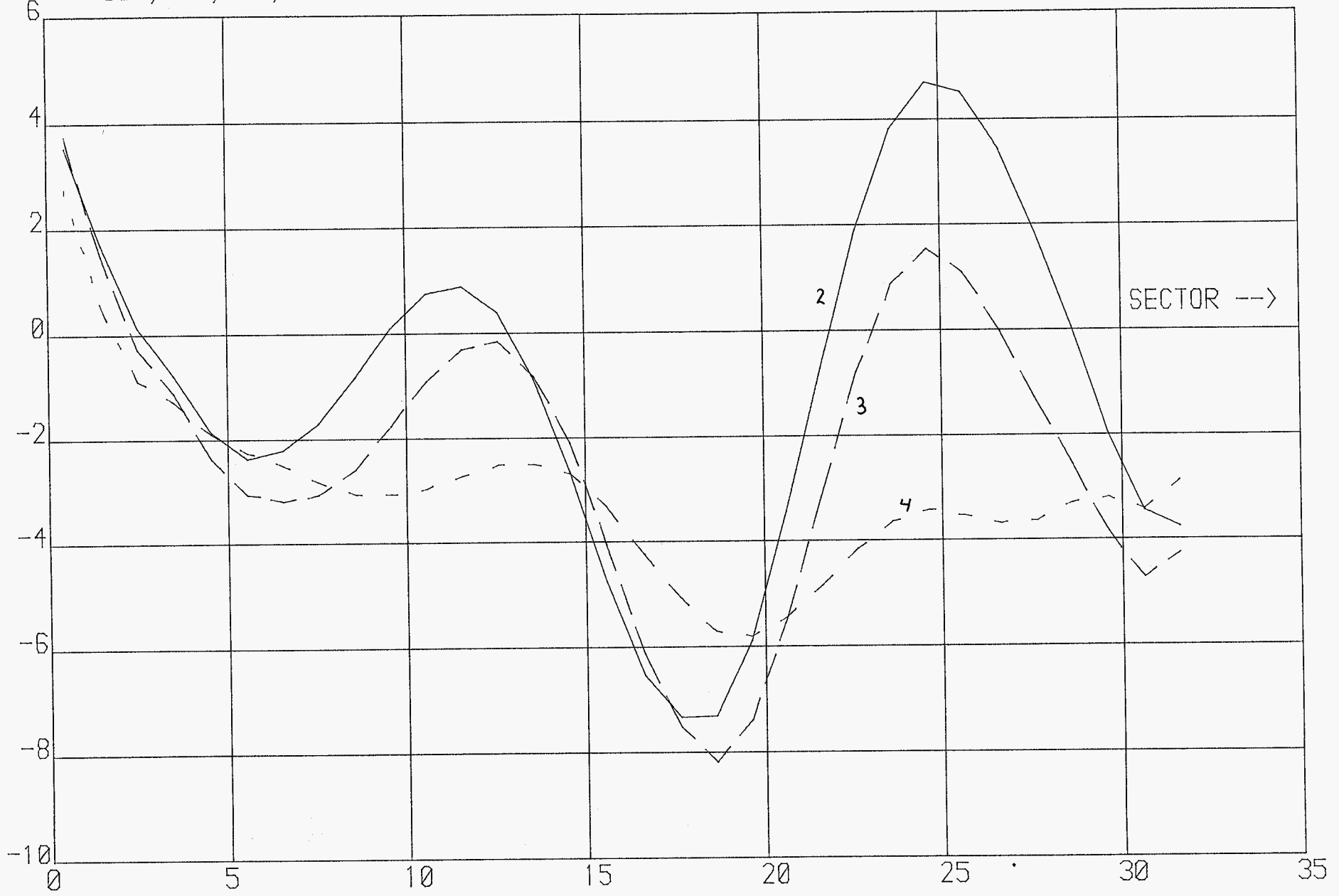
Kleine tests klok - binnen zijde

II, -2, -3, -4, -5 [CENTS]



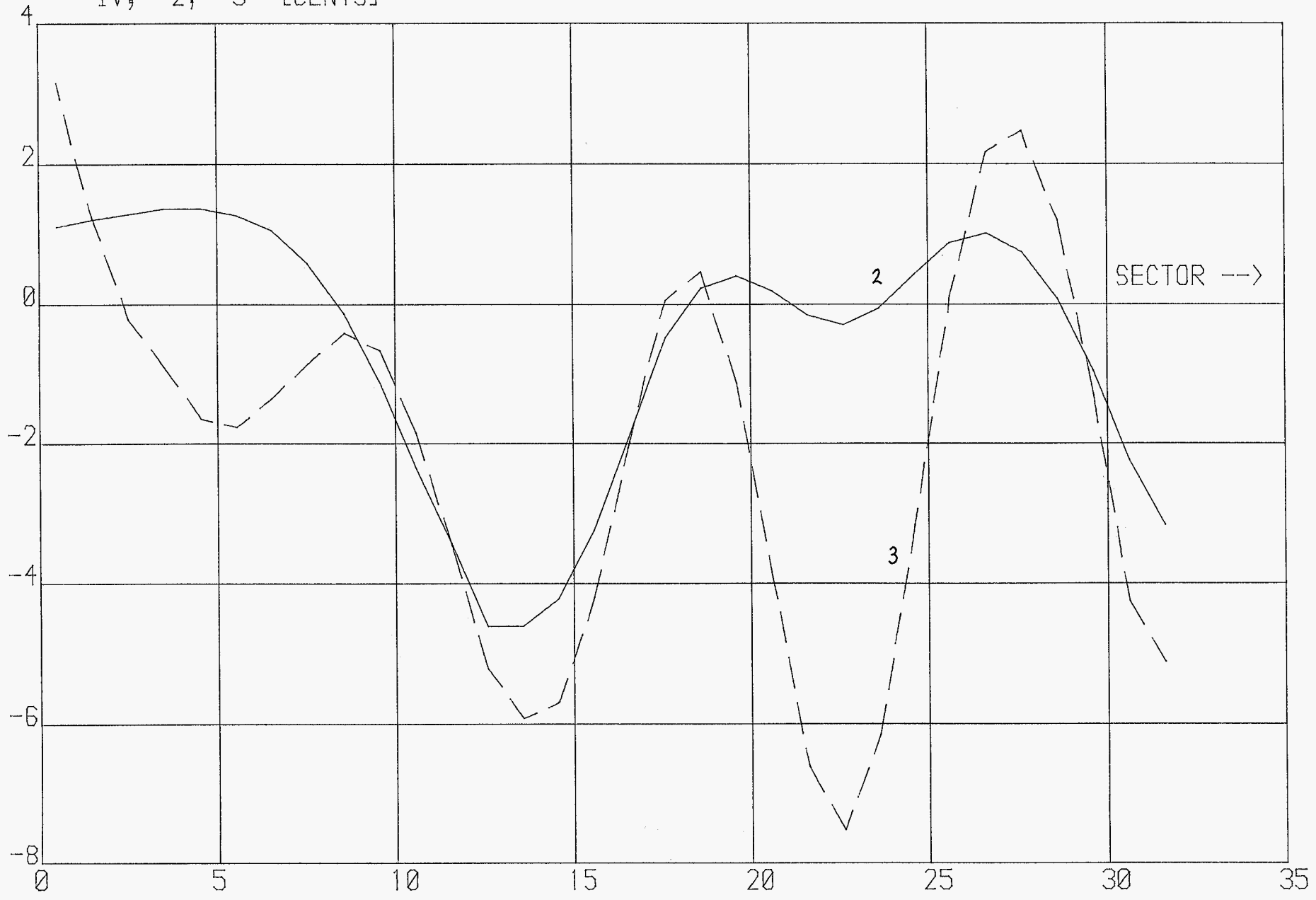
Kleine tarts klok - binnenzijde

III, -2, -3, -4 [CENTS]



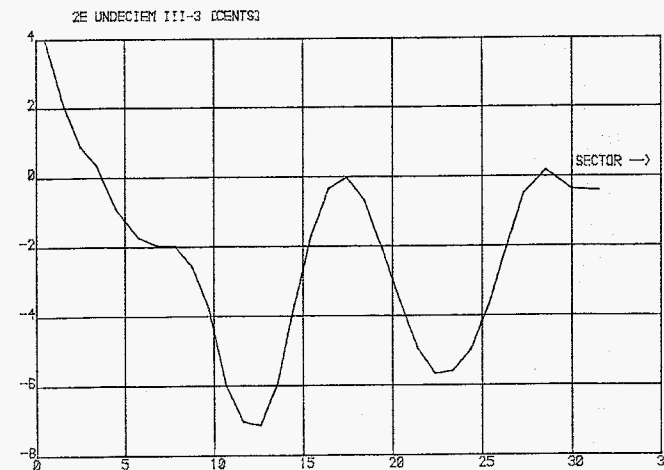
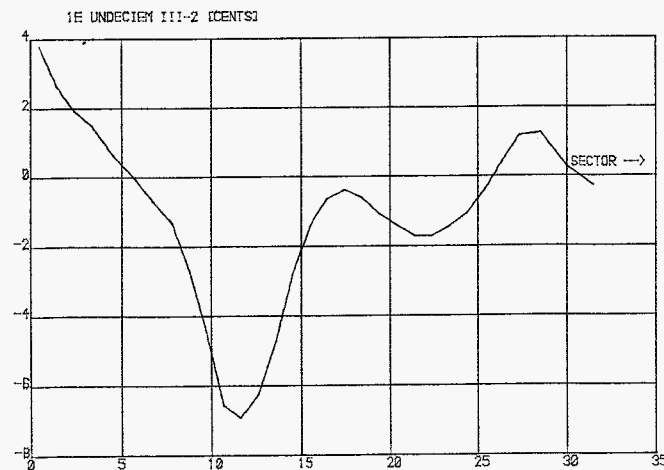
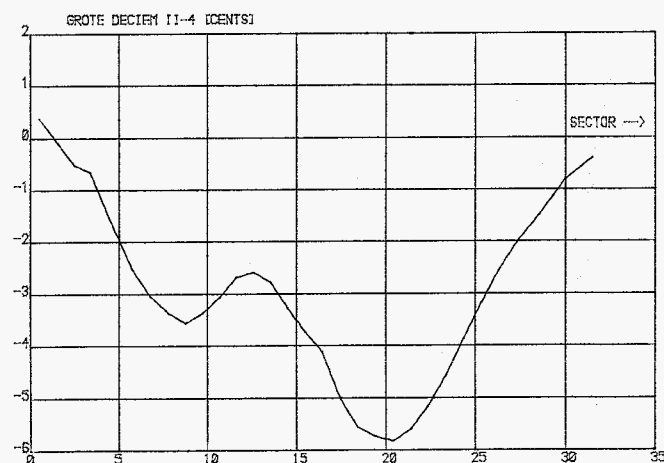
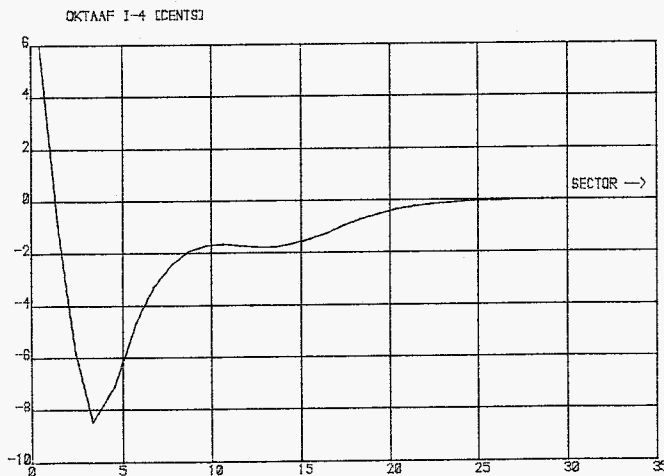
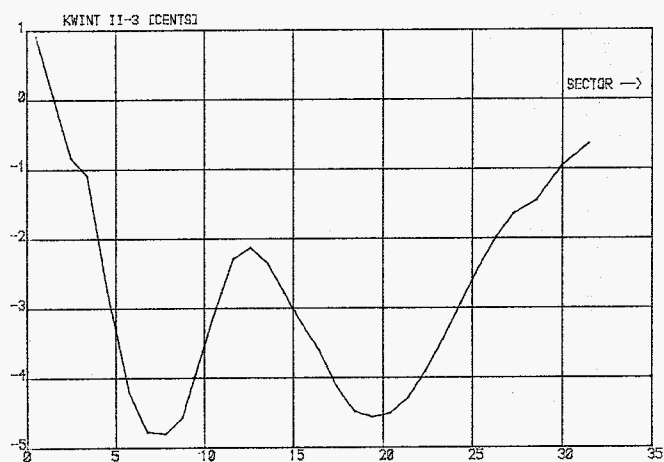
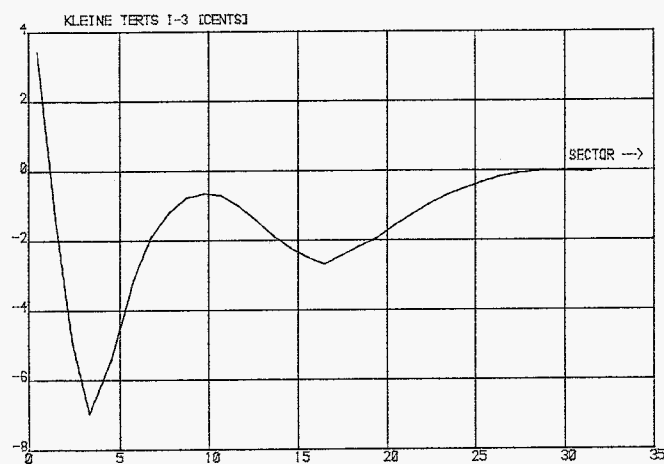
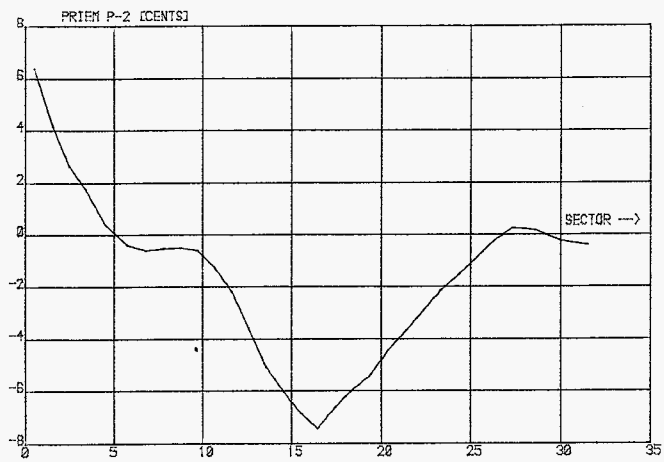
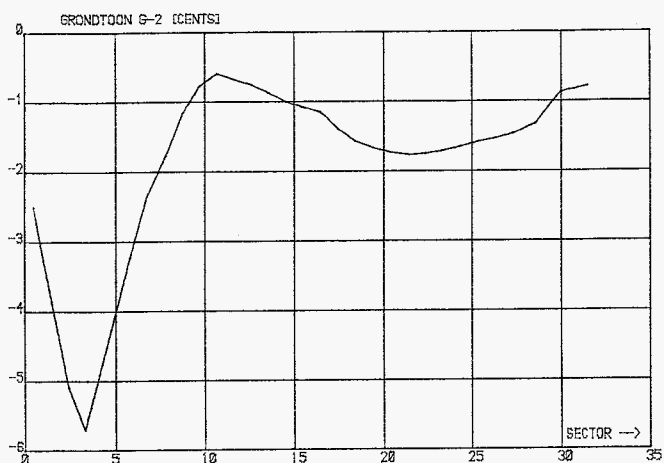
Kleine kerts klok - binnenzijde

IV, -2, -3 [CENTS]

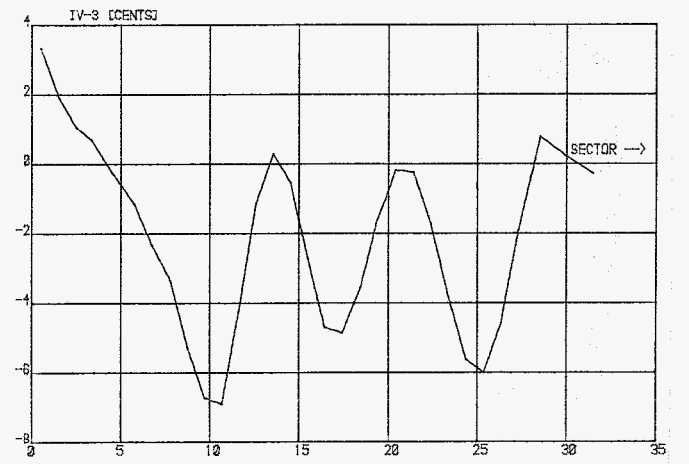
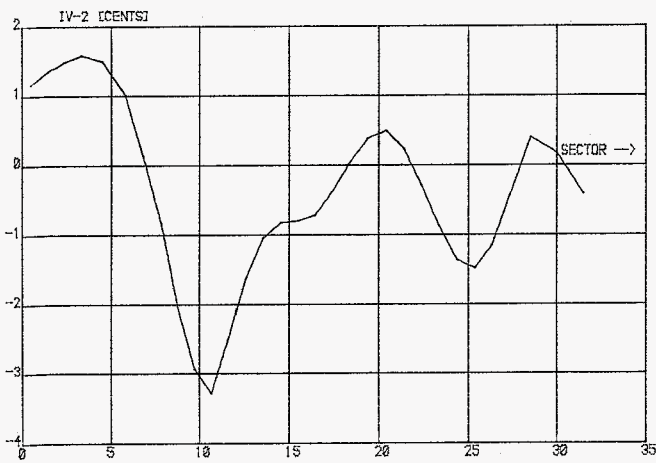
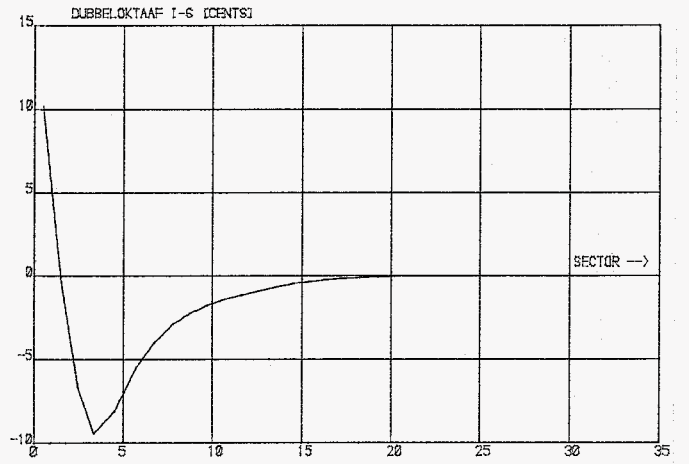
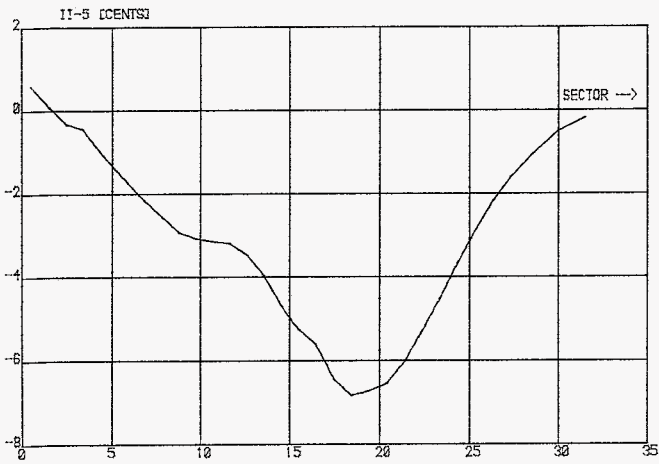
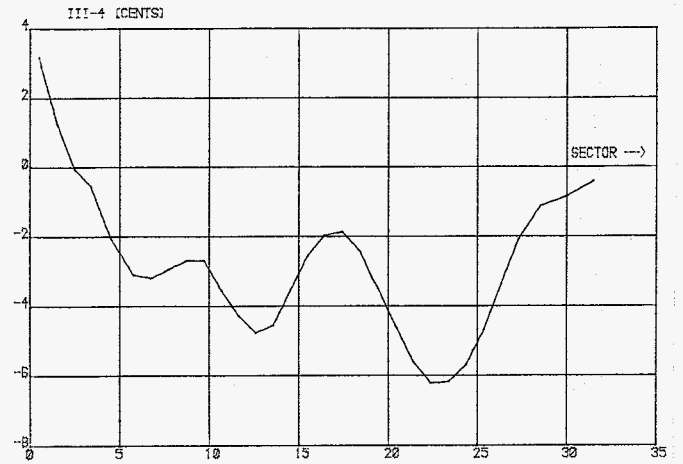
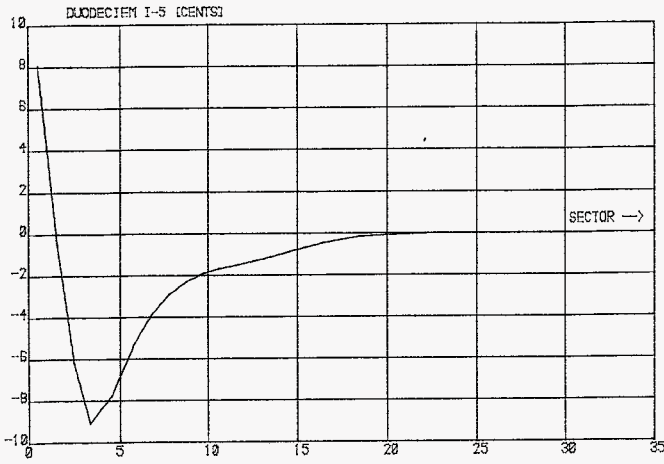


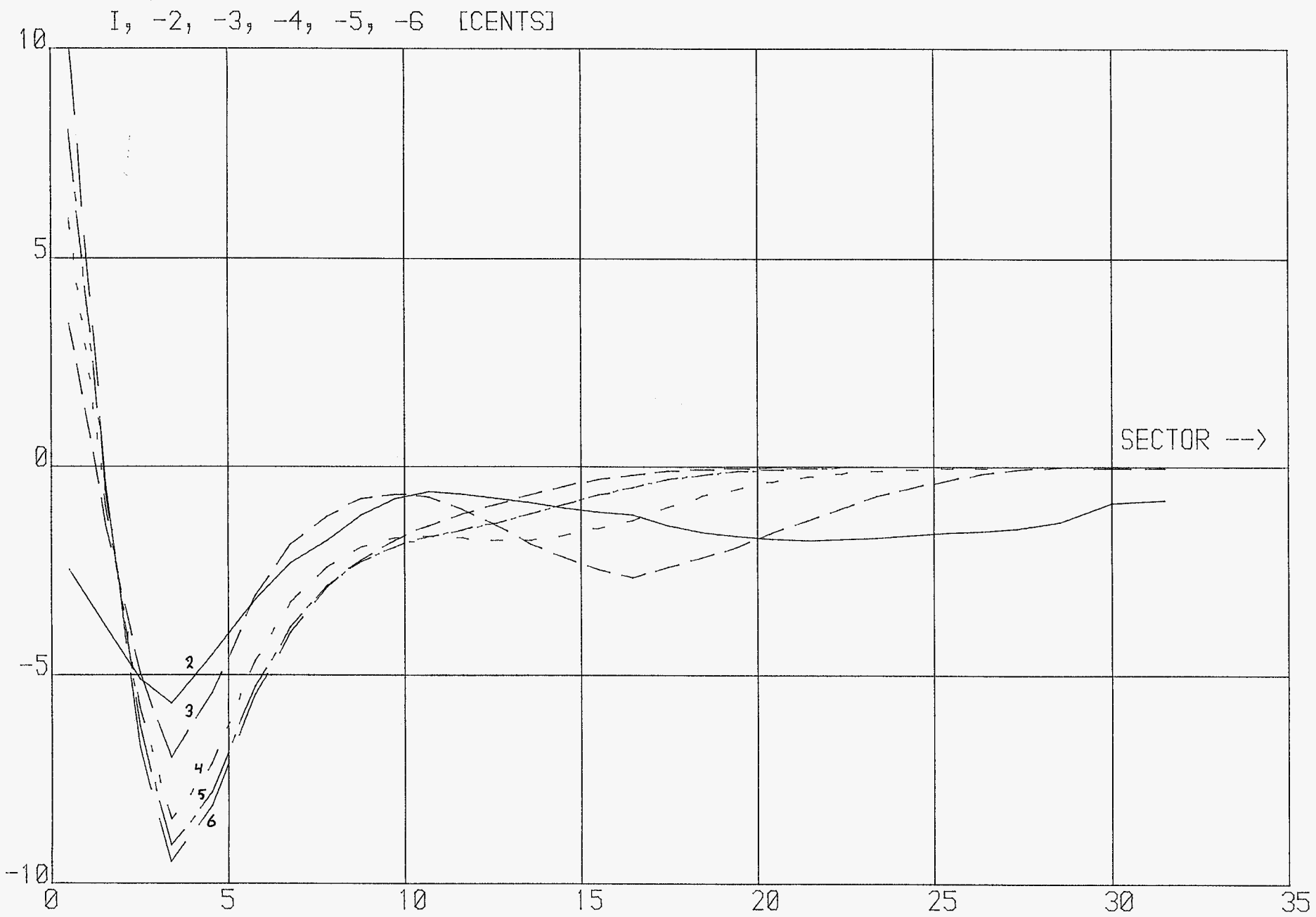
kleine tertsklok - binnenzijde

kleine tertsklok - buitenzijde.



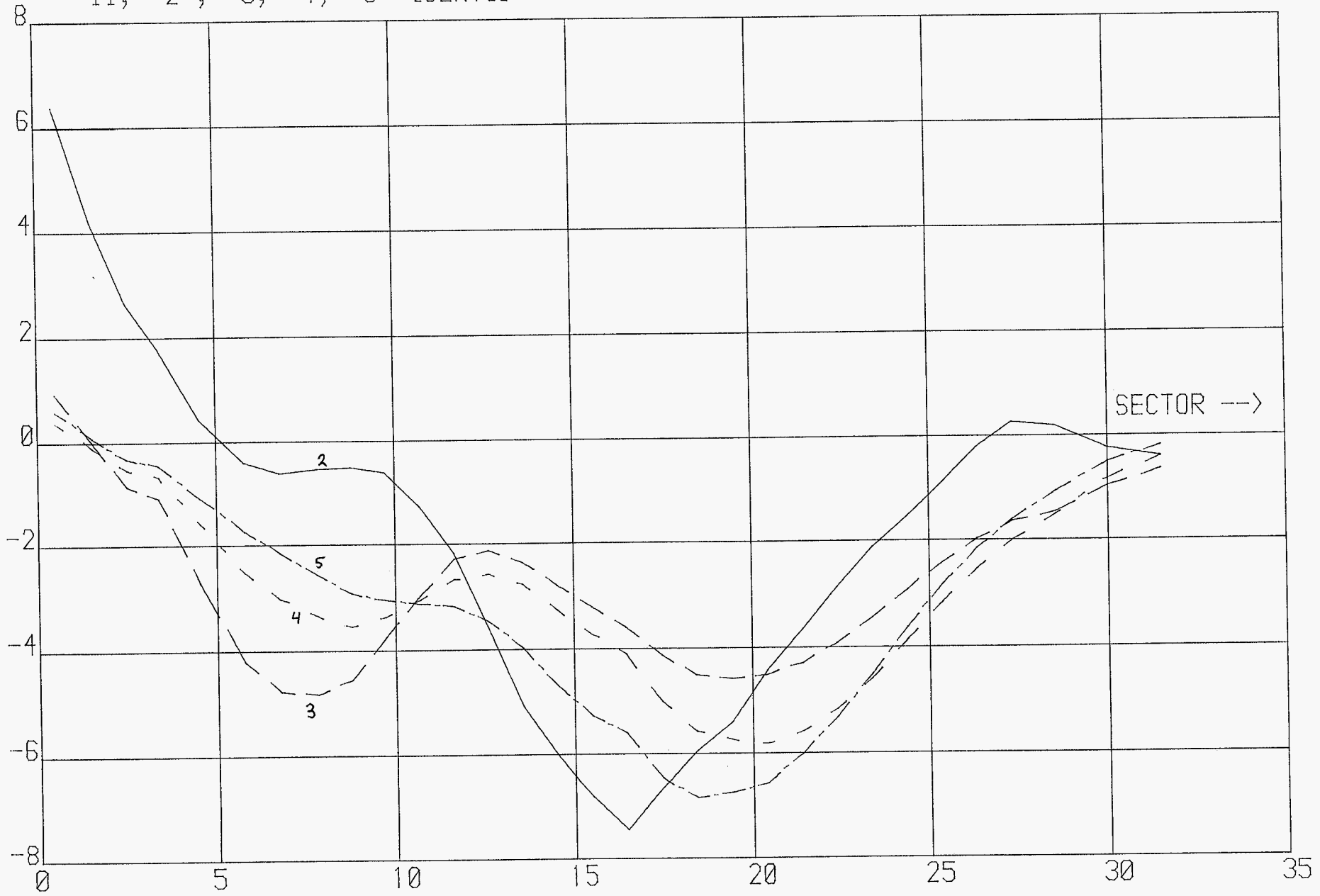
kleine tertsklok-buitenzijde.





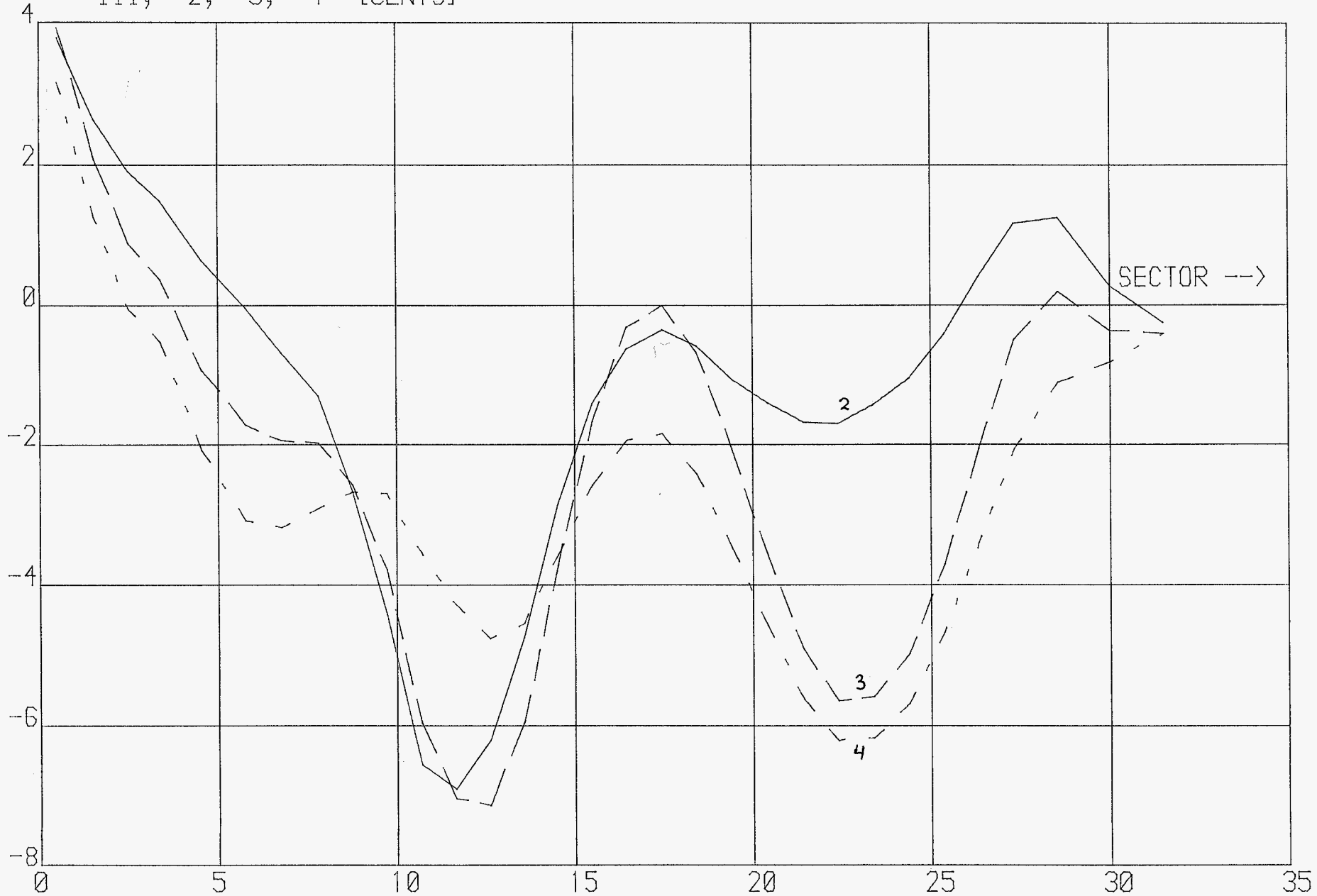
Kleine tertsklok - buitensijde.

II, -2, -3, -4, -5 [CENTS]



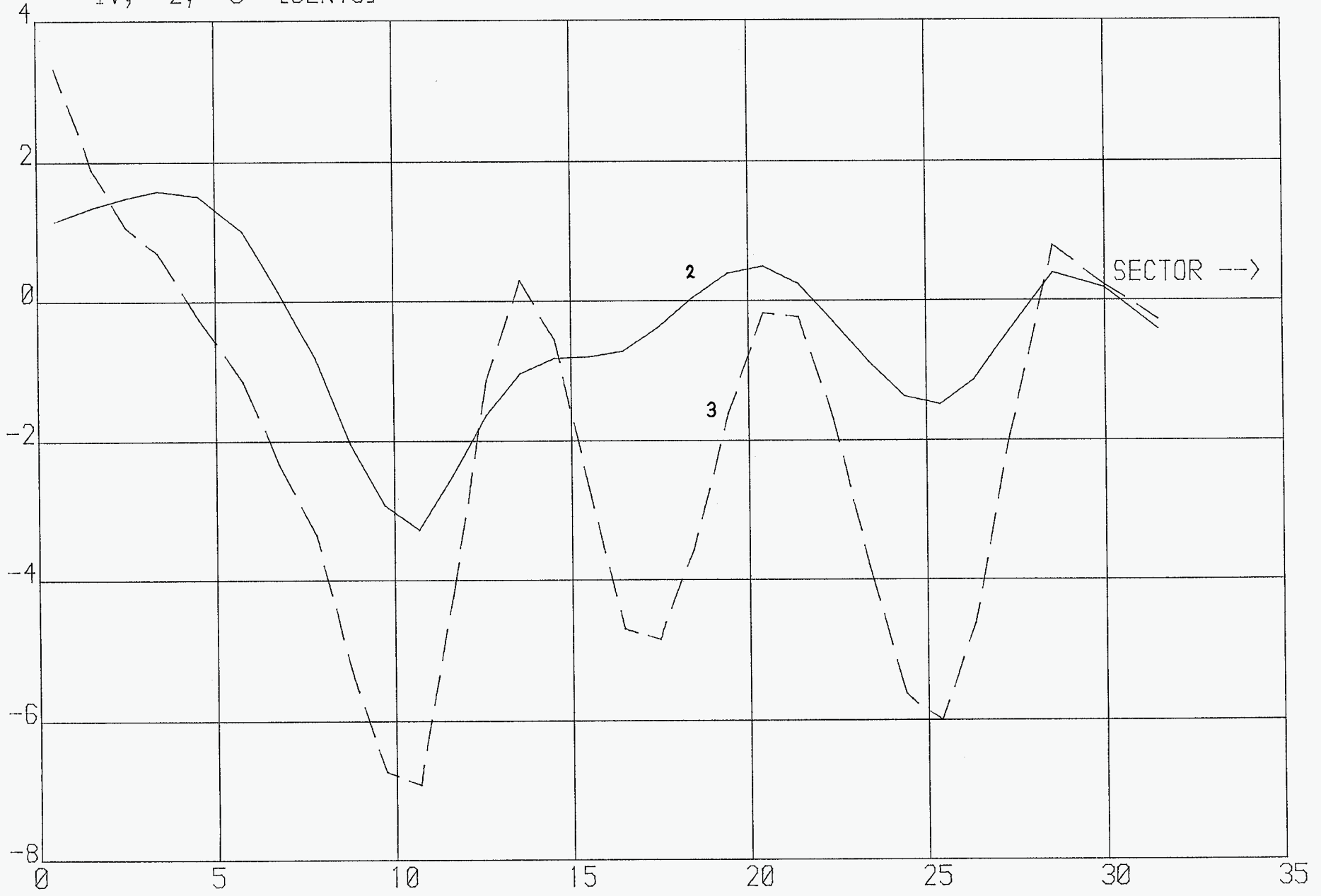
Kleine terts klok-buiten zijde

III, -2, -3, -4 [CENTS]

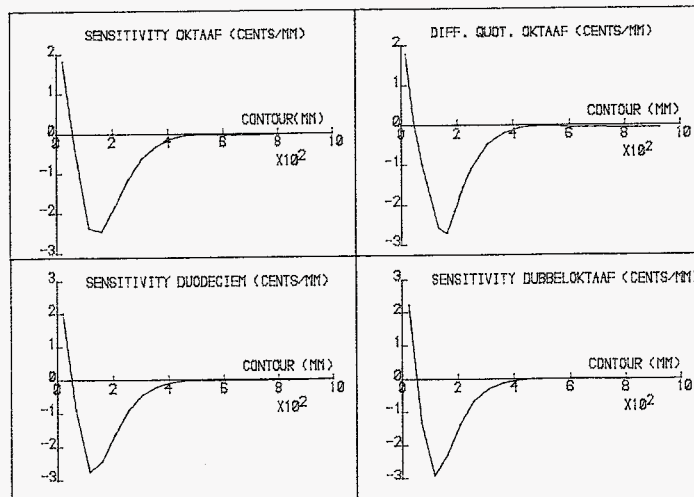
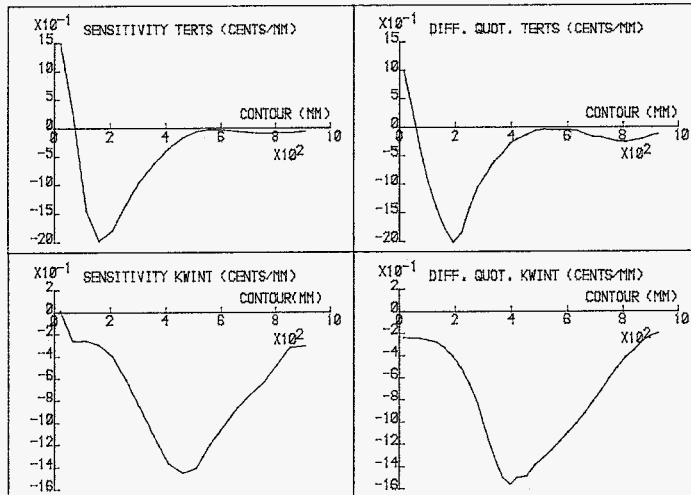
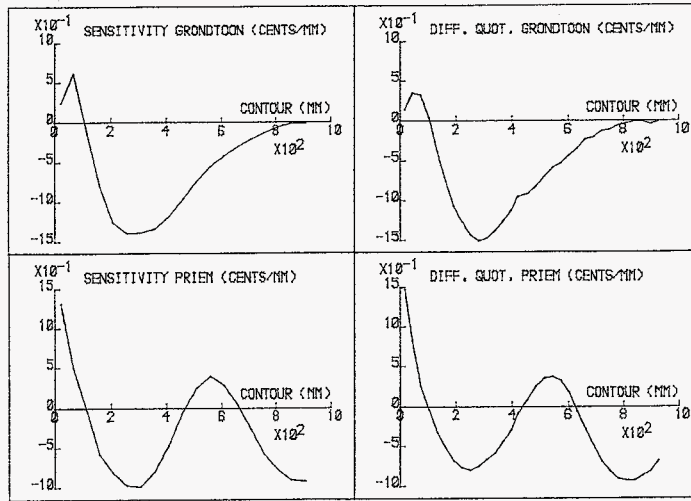


Kleine kerstklek - buitenzijde.

IV, -2, -3 [CENTS]



kleine tenten klok- buitentzijde.



Model van figuur 3.0.
 elementlengten kanleidd tot
 de vereiste sectorlengte.

```

WWW  WWW  WWW  WWWWW  WWWWW  WWWWW  WWWWW  WWW  WWW
W   W W   W W   W   W   W   W   W   W   W   W   W   W   W
W   W   W W W   W   W   W   W   W   W   W   W   W   W
W   WWW  W   W   W   WWWW  W   W   W   W   W   W   WWW
W   WW W W   W   W   W   W   W   W   W   W   W   W   W
W   W W W   W   W   W   W   W   W   W   W   W   W   W
WWWW W   W   WWW  W   WWWWW  WWWWW  W   WWWWW  W   W   W   WWW

```

STEMGRAFIEKEN VAN BINNEN- EN BUITENZIJD

GEGEVENS: GROOTSTE DIAMETER 396 MM.
 HOOGTE 353 MM.
 SECTORLENGTE 9.89 MM. (2.5% VAN 396)
 SNEDEDIEPTE 1.54 MM. (1.5*396/385)
 AANTAL SECTOREN 40
 14 TONEN: GRONDTOON G-2
 PRIEM P-2
 GROTE ~~KLEINE~~ TERTS I-3
 KWINT II-3
 OKTAAF I-4
 GROTE DECIEM II-4
 1E UNDECIEM III-2
 2E UNDECIEM III-3
 DUODECIEM I-5
 ONBENDEMD III-4
 ONBENDEMD II-5
 DUBBELOKTAAF I-6
 ONBENDEMD IV-2
 ONBENDEMD IV-3

*DESIGNVAR

1	-0.075	-0.09	-0.020	0.01	'STRAAL1'
2	0.825	0.6	0.9	0.01	'STRAAL2'
3	0.825	0.6	0.9	0.01	'STRAAL3'
4	0.475	0.3	0.7	0.01	'STRAAL4'
5	0.675	0.3	0.7	0.01	'STRAAL5'
6	0.000	-1.0	1.0	0.01	'DIKTE1'
7	0.500	0.4	0.7	0.01	'DIKTE2'
8	0.667	0.4	0.8	0.01	'DIKTE3'
9	-0.175	-0.4	-0.1	0.01	'DIKTE4'
10	0.375	0.2	0.6	0.01	'DIKTE5'

Rekentijd voor het oplossen van het eigenwaardeprobleem:

47 elementen : 170.15 sec. CPU-tijd

15 elementen : 790 sec CPU-tijd

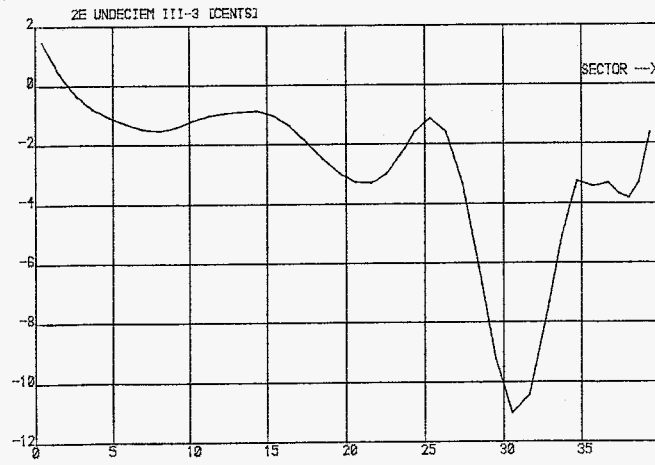
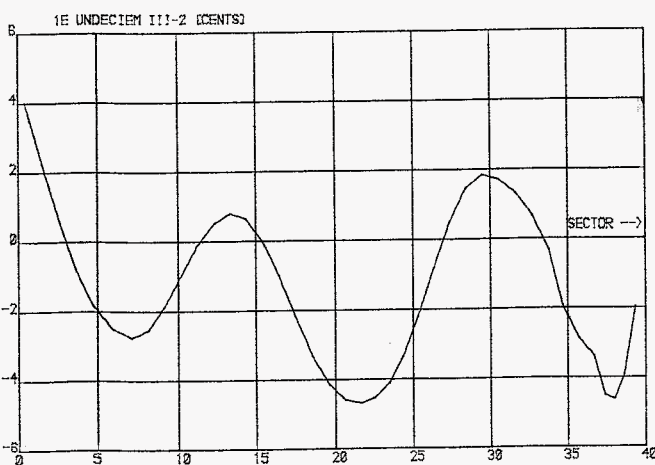
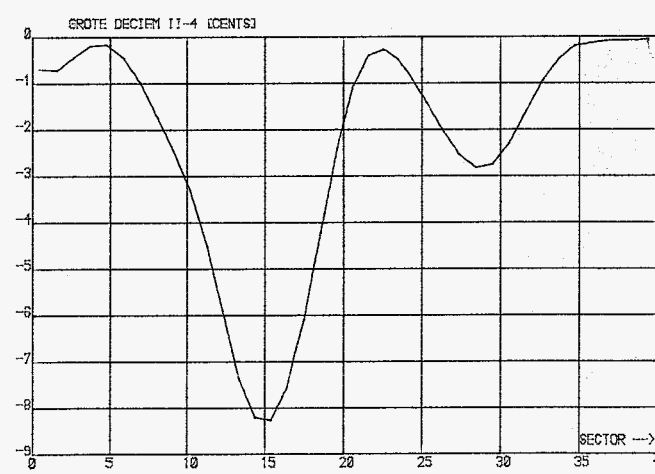
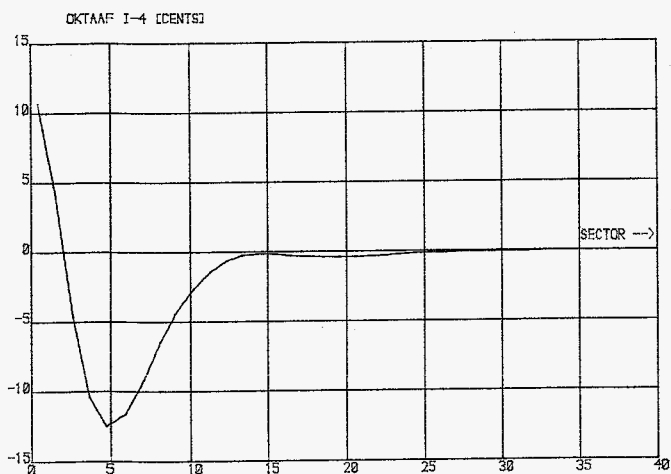
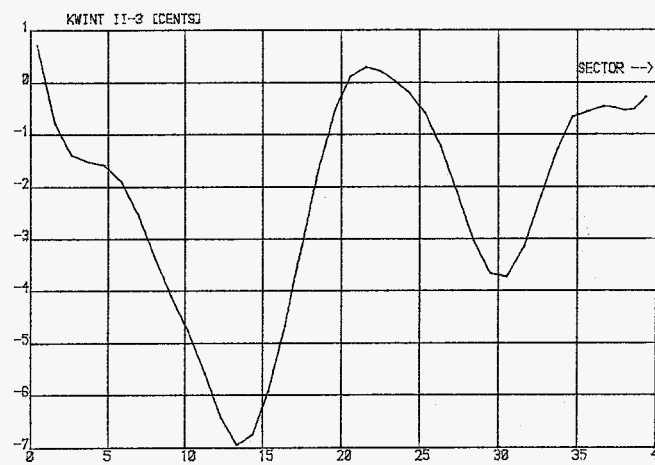
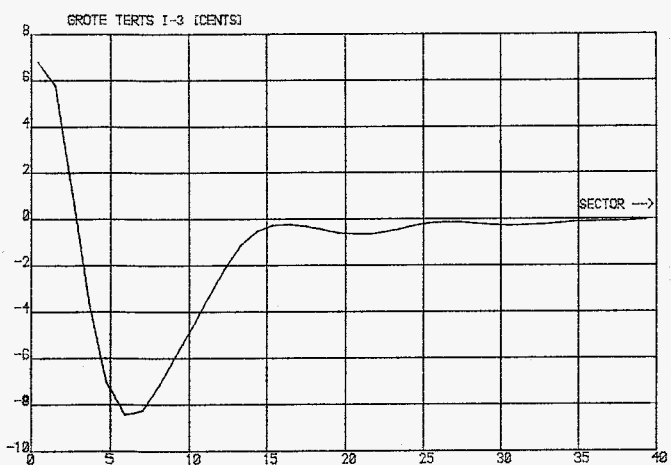
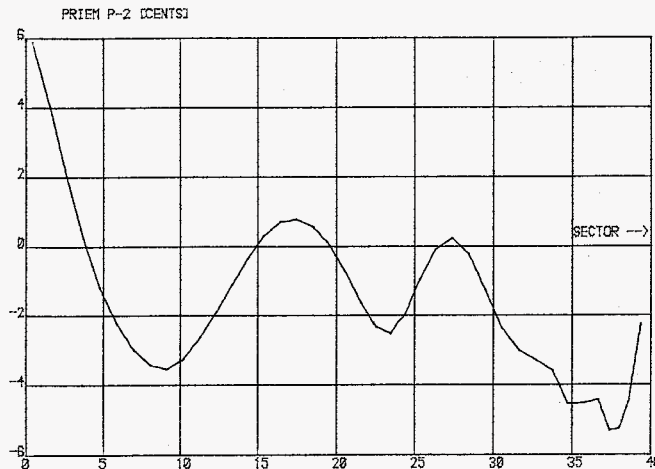
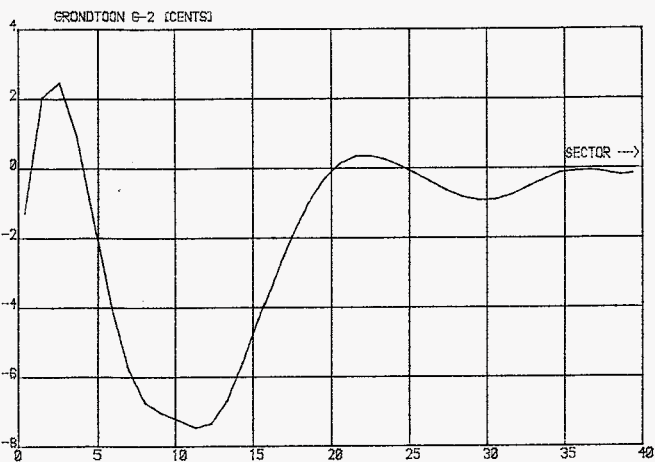
N.B. na vermenigvuldiging met een factor 3 komen de cents-waarden overeen met de experimenteel bepaalde stemgrafieken.

	47 elementen [Hz]	15 elementen [Hz]	verschil [Hz]	rel. afw. %
1 G-2	559.9197	561.0791	1.1594	0.21
2 P-2	1094.786	1116.927	22.141	2.02
3 I-3	1390.003	1404.071	14.068	1.07
4 II-3	1660.269	1602.339	14.07	0.04
5 III-2	1893.396	1923.754	30.358	1.60
6 I-4	2170.506	2213.096	34.59	1.59
7 III-3	2250.593	2275.762	25.169	1.12
8 II-4	2799.018	2807.522	0.534	0.30
9 I-5	3173.316	3227.007	54.491	1.72
10 III-4	3525.005	3545.638	20.633	0.58
11 IV-2	3725.620	3770.927	45.307	1.22
12 IV-3	3914.200	3973.970	59.69	1.52
13 II-5	4041.234	4050.316	9.082	0.22
14 I-6	4322.353	4403.579	81.226	1.88

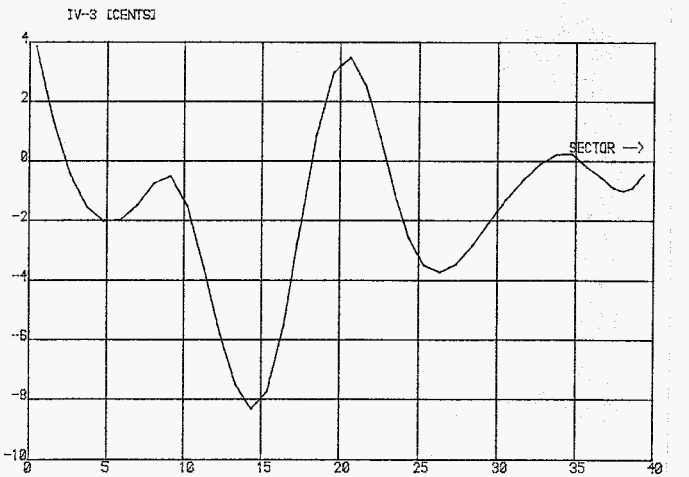
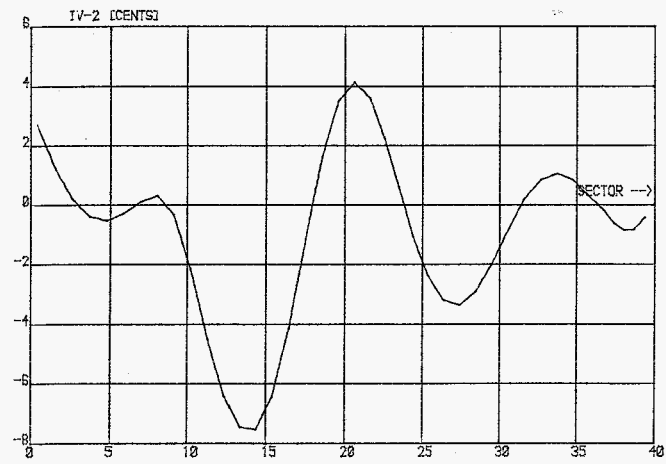
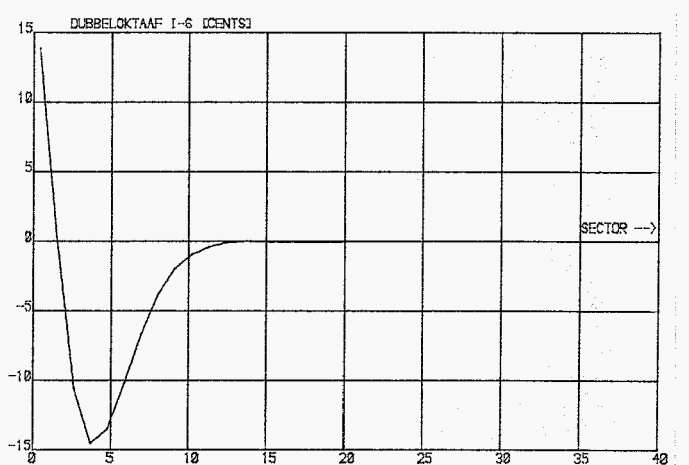
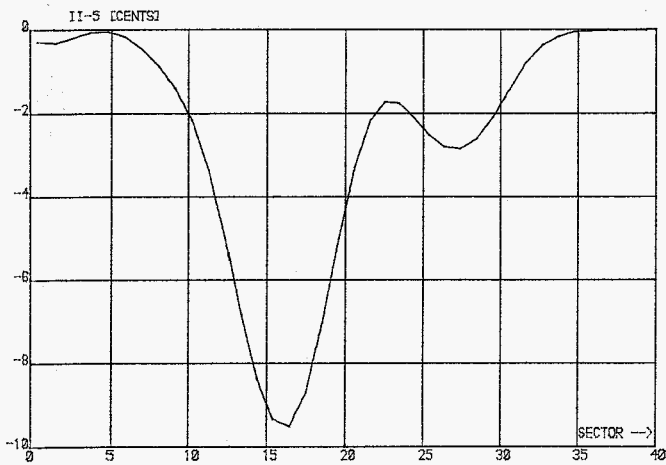
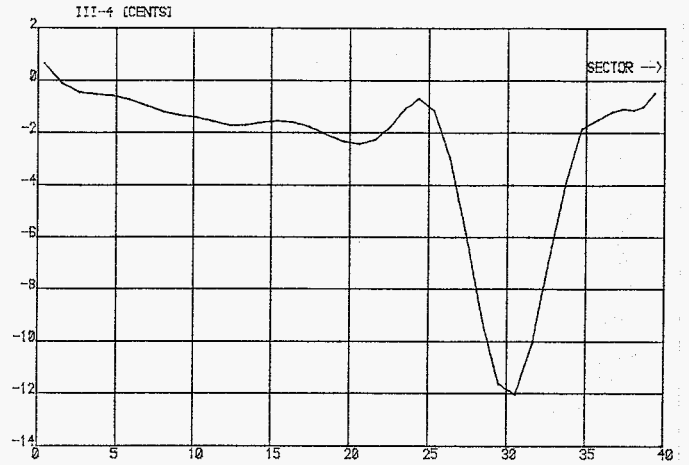
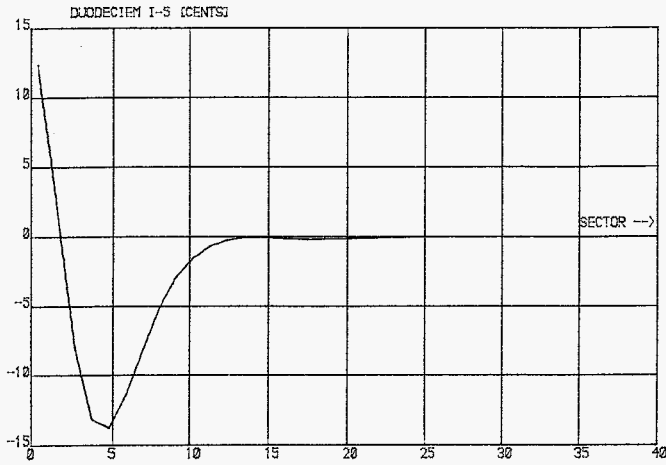
	[cents]	[cents]	[cents]	%
1 G-2	58	24	-34	-58.6
2 P-2	1209	1216	7	0.58
3 I-3	1622	1613	-9	-0.55
4 II-3	1930	1925	-5	-0.67
5 III-2	2157	2157	0	0
6 I-4	2400	2400	0	0
7 III-3	2456	2448	-8	-0.33
8 II-4	2834	2812	-22	-0.78
9 I-5	3051	3053	2	0.07
10 III-4	3233	3216	-17	-0.53
11 IV-2	3329	3323	-6	-0.18
12 IV-3	3414	3413	-1	-0.03
13 II-5	3470	3446	-24	-0.69
14 I-6	3586	3591	5	0.14

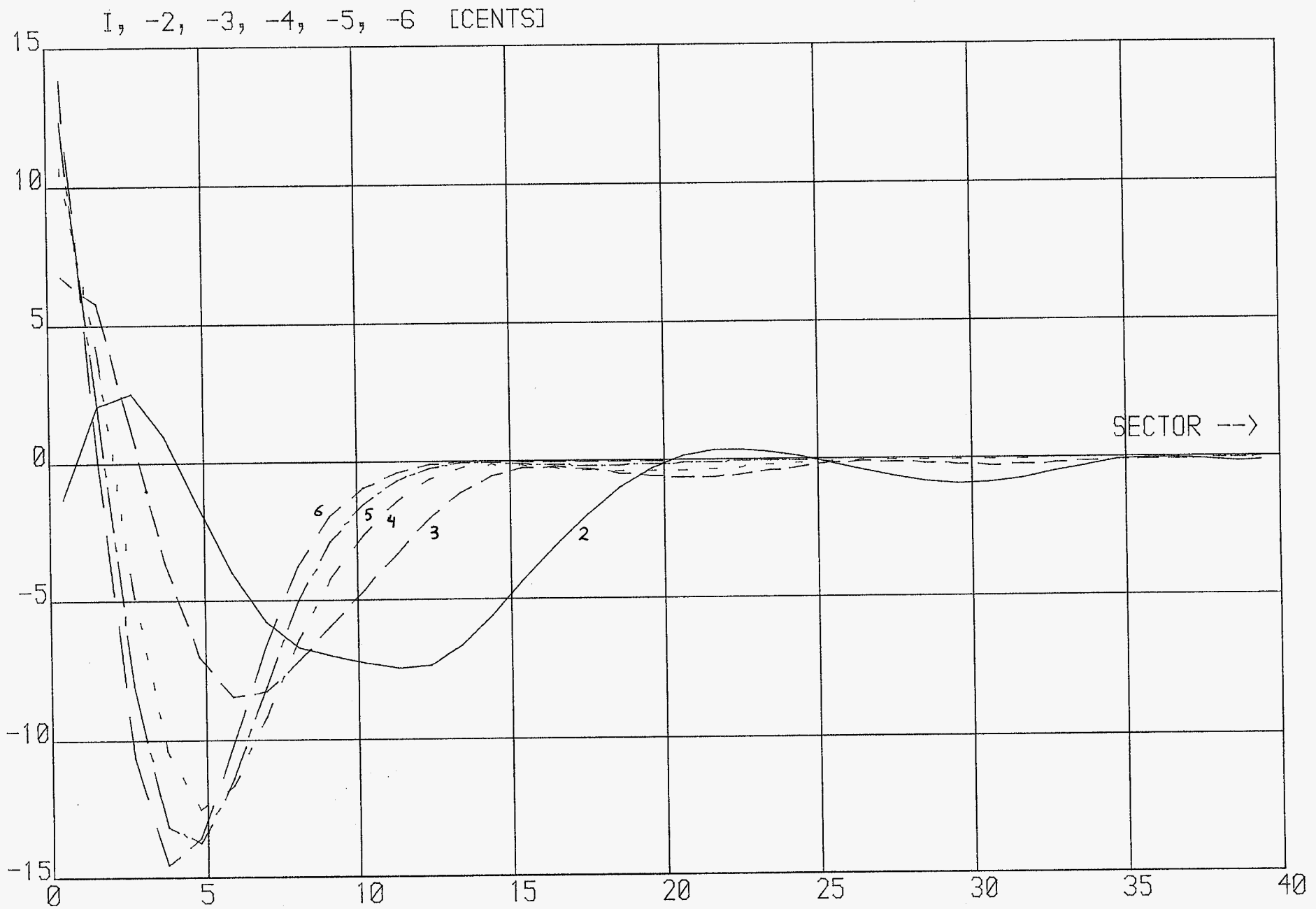
november 1905, Rob. Nuytgeaal

grote tert's klok-binnen zijde.



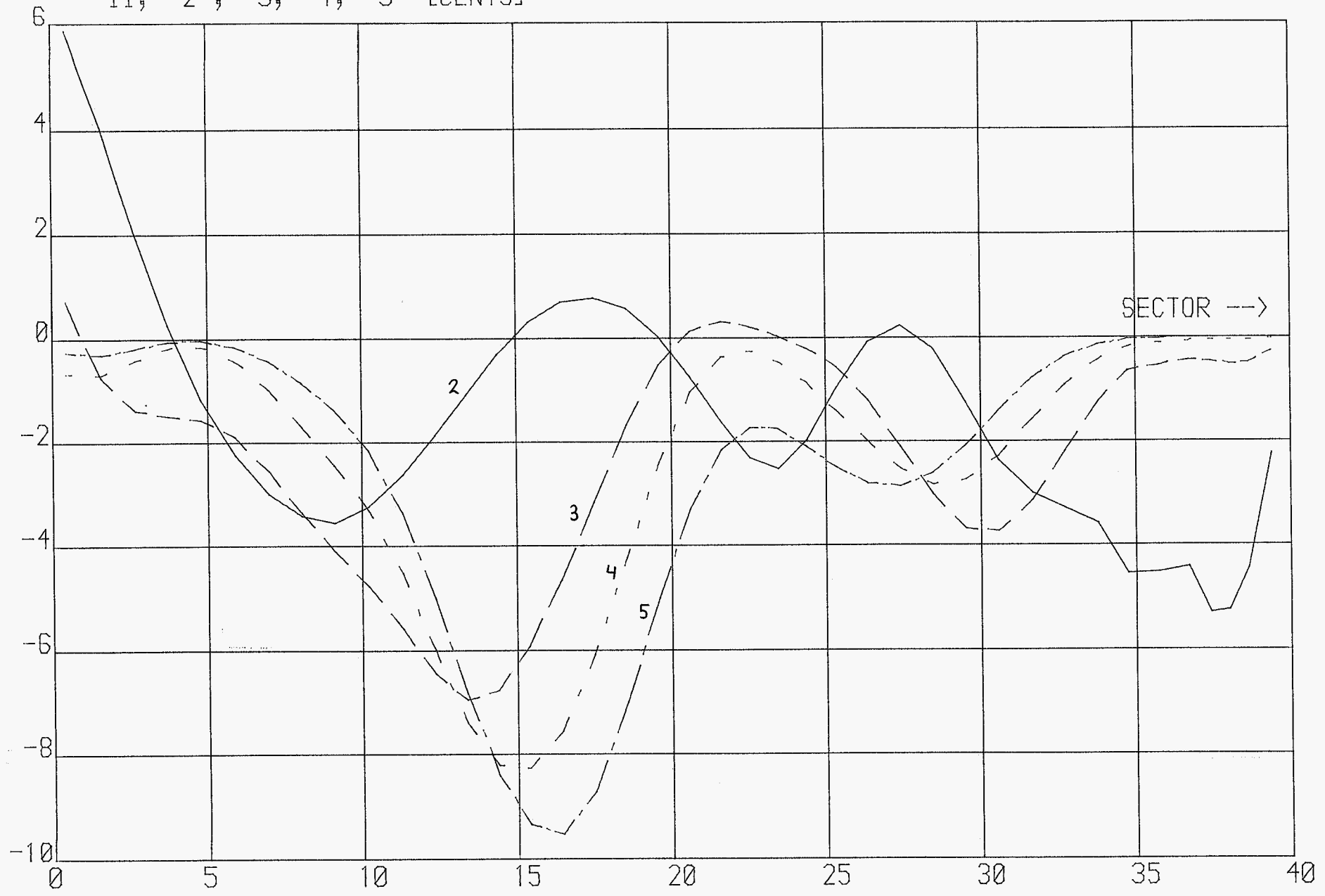
grote tert's klok-binnenzijde





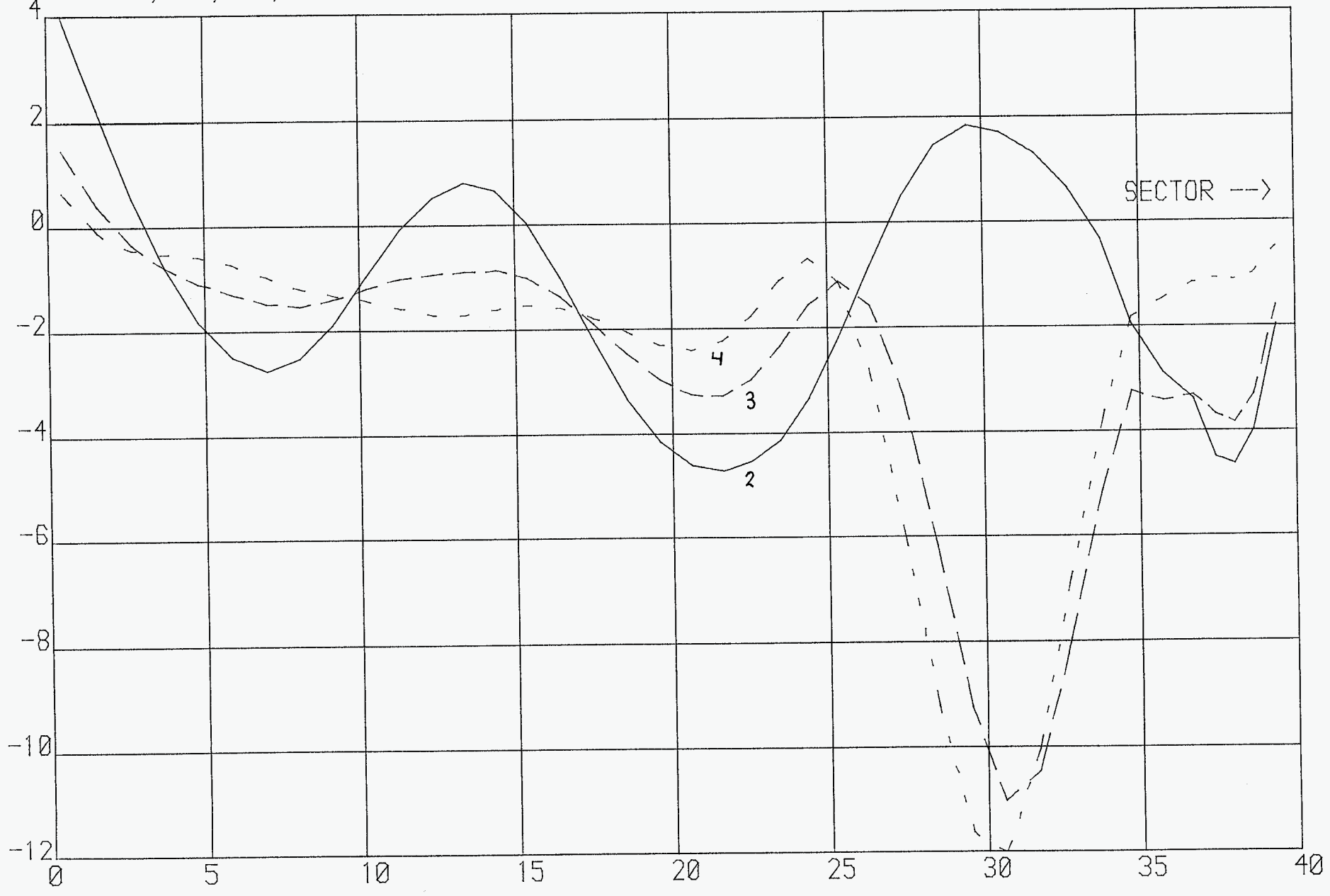
grote kerstblok - binnenzijde.

II, -2, -3, -4, -5 [CENTS]



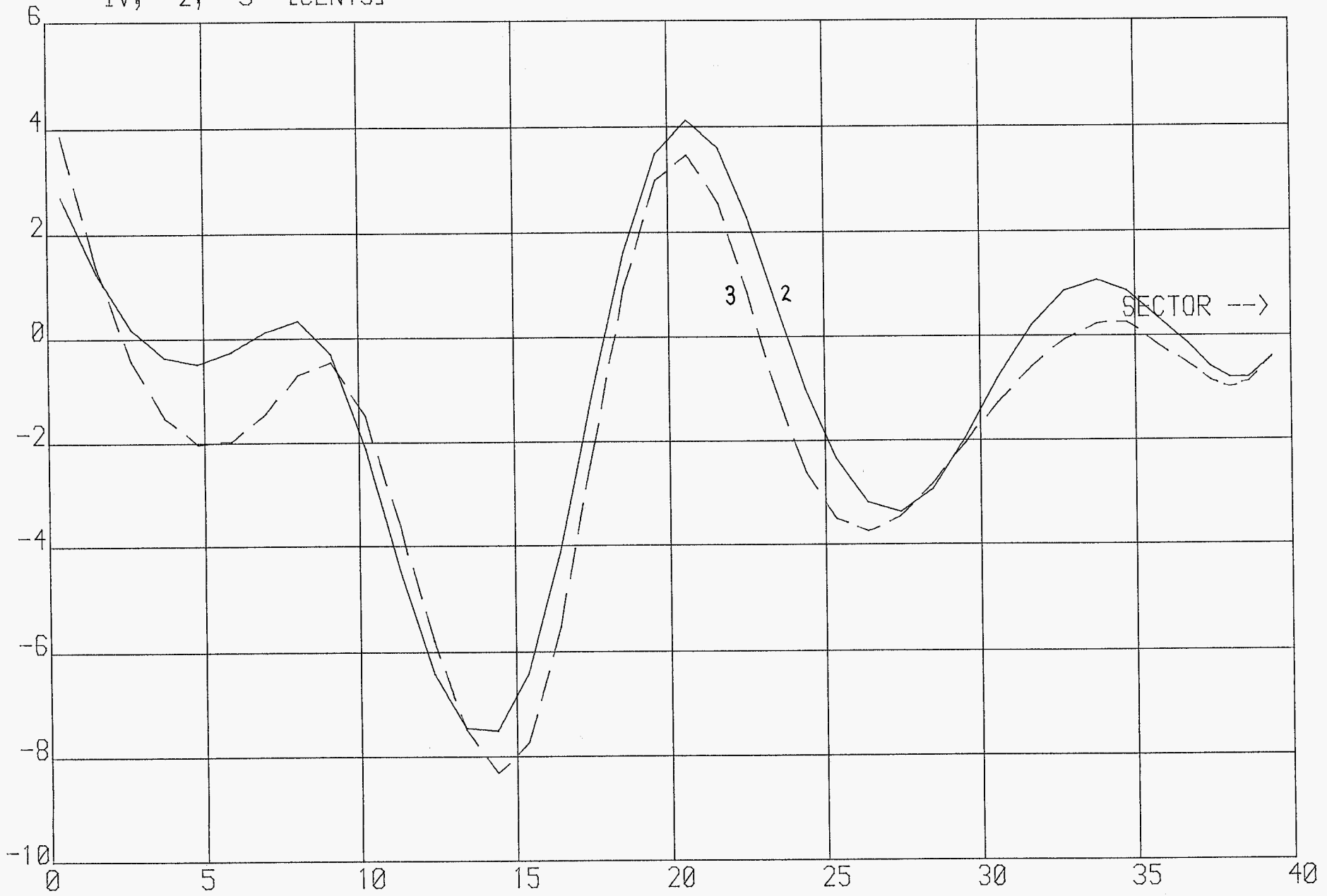
grobe kerstblok - binnenzijde.

III, -2, -3, -4 [CENTS]



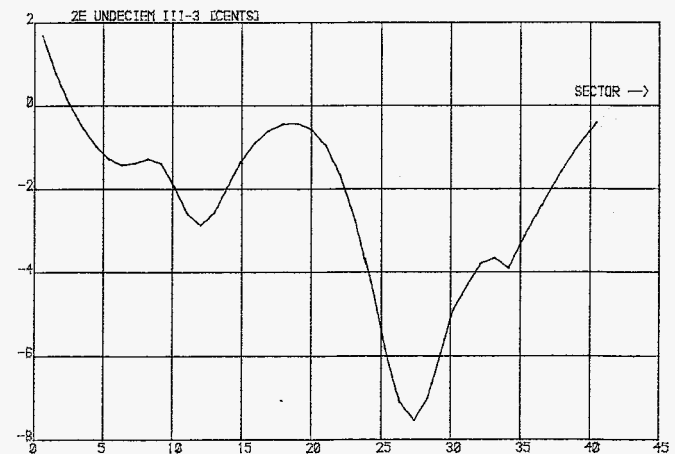
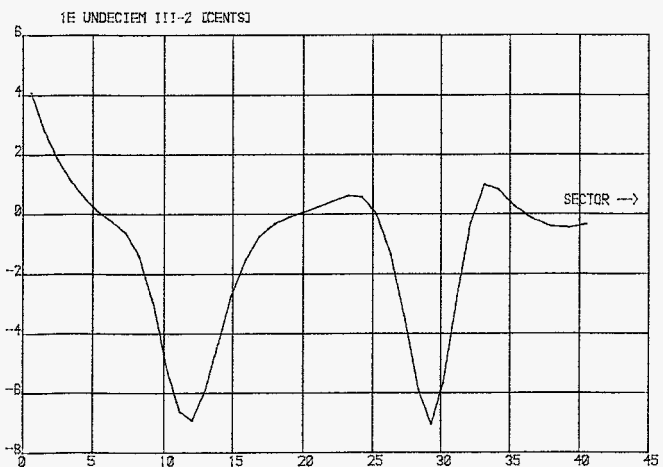
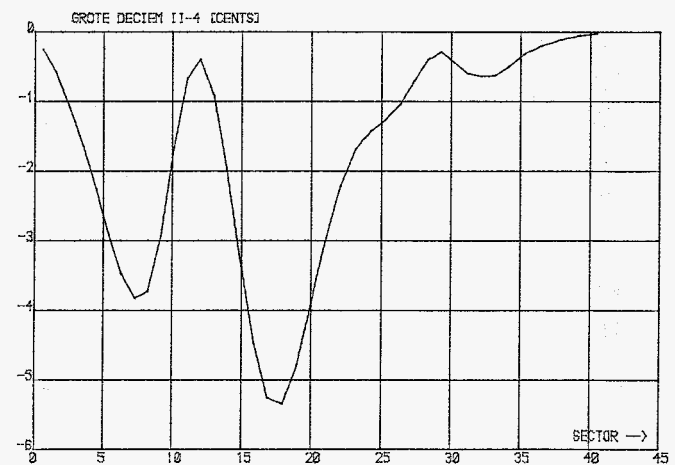
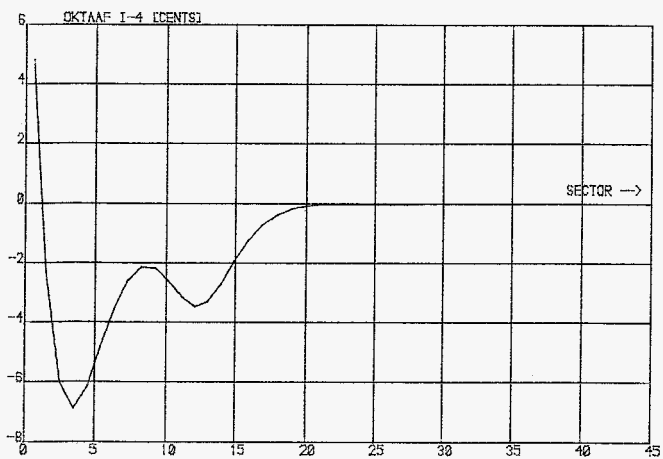
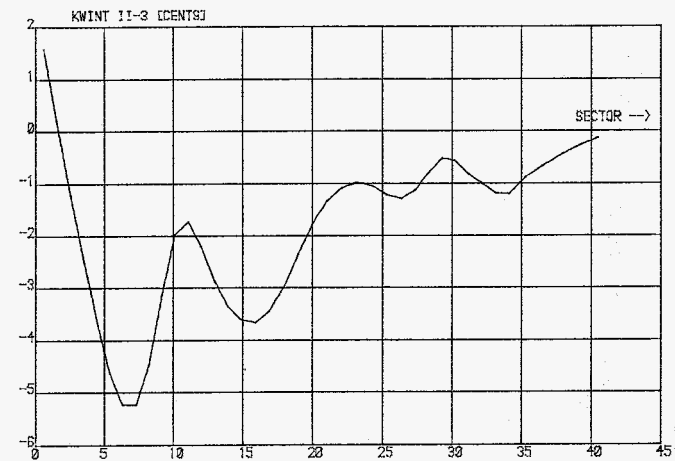
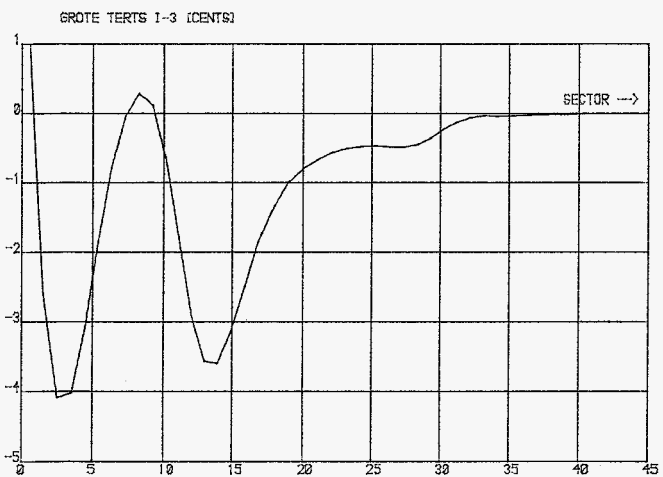
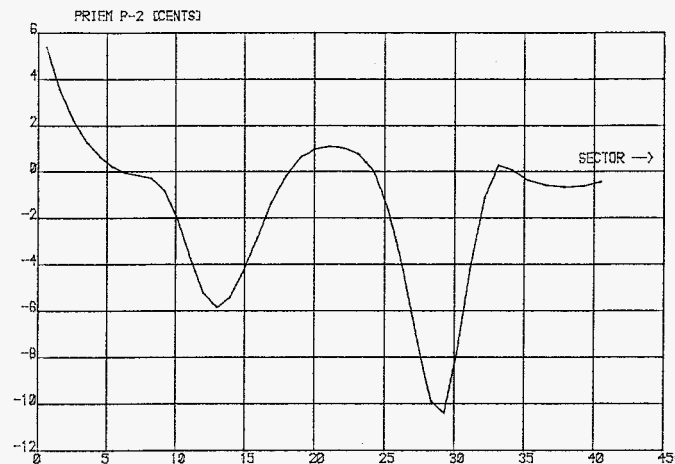
grote tevens klok - binnen zijde.

IV, -2, -3 [CENTS]

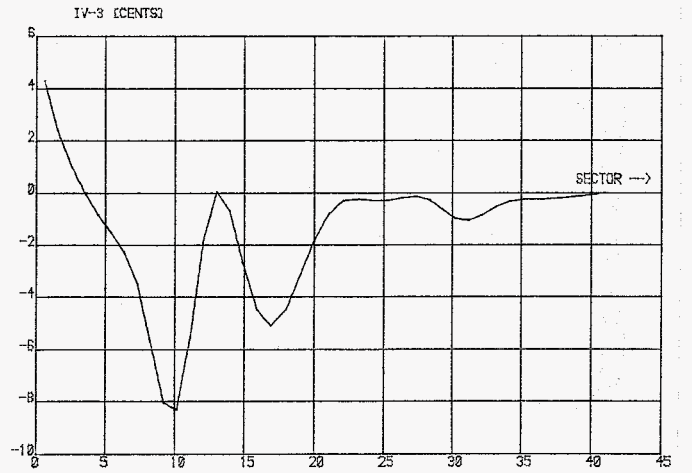
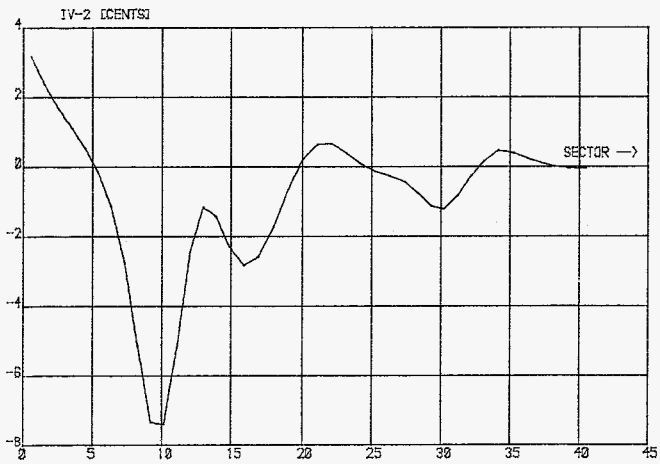
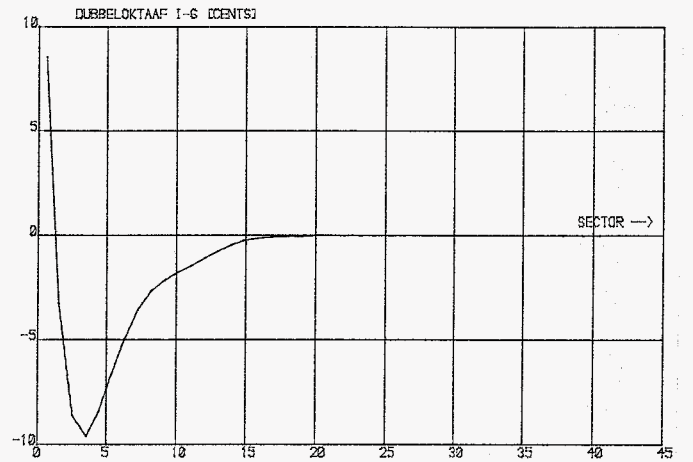
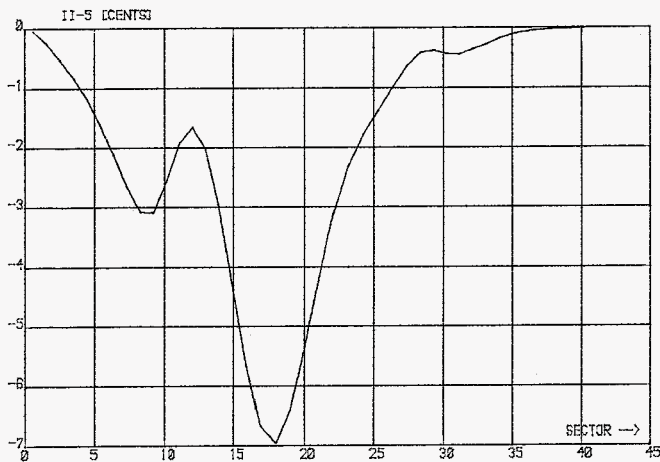
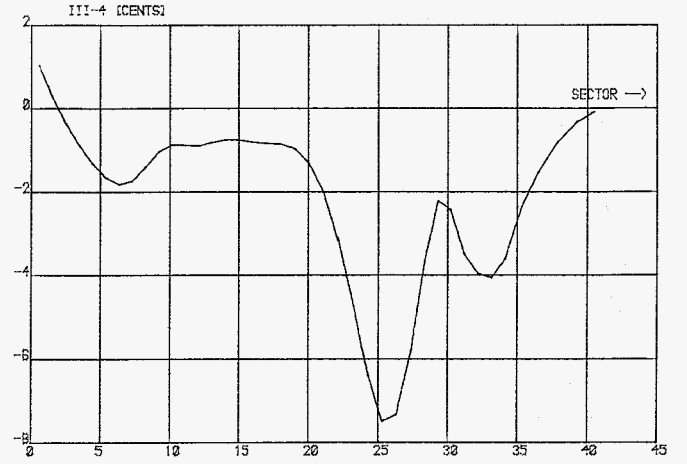
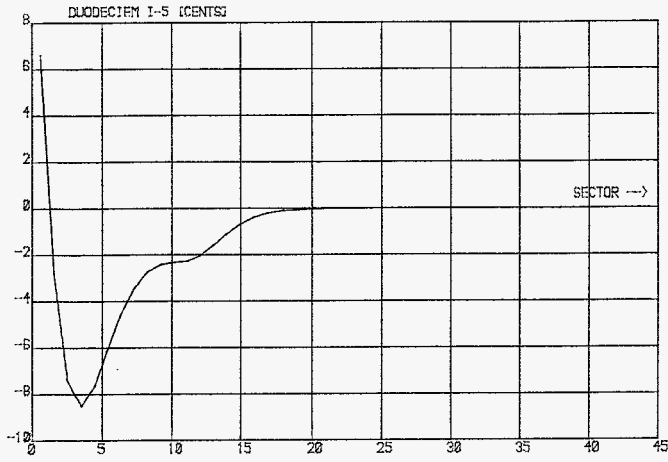


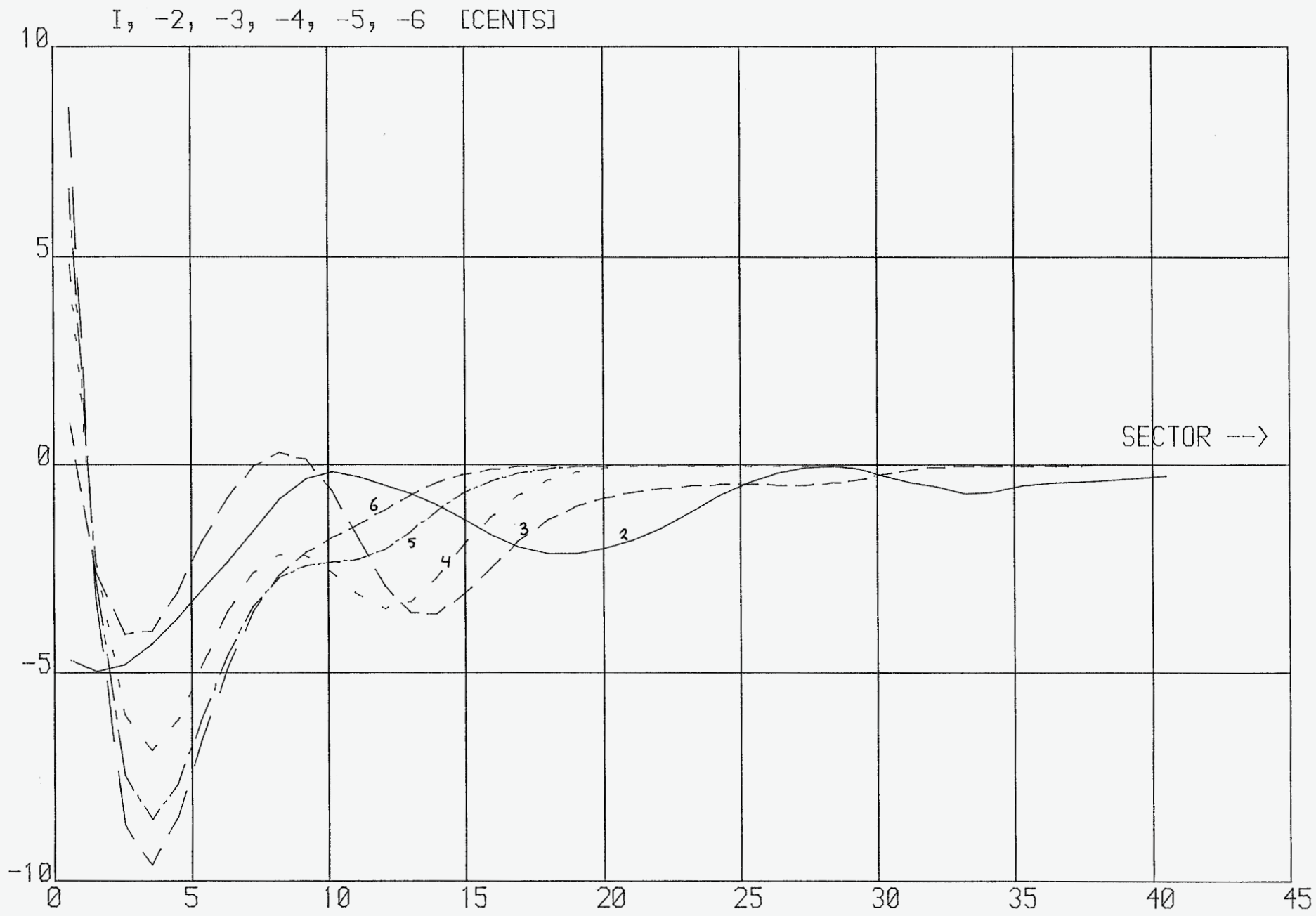
grote lerts klok - binnen zijde.

grote terts klok - buitenzijde.



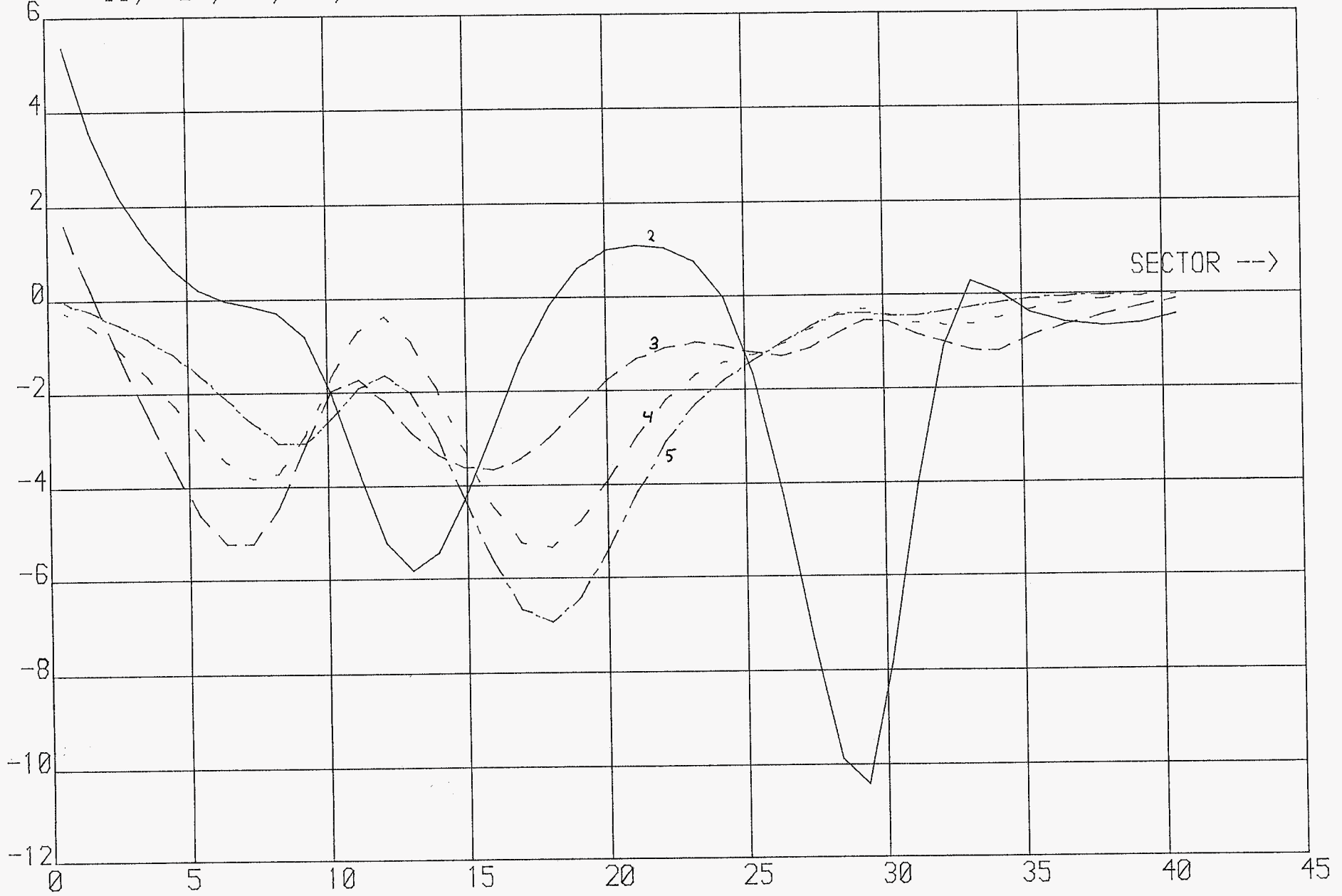
grote terts klok - buitenzijde.





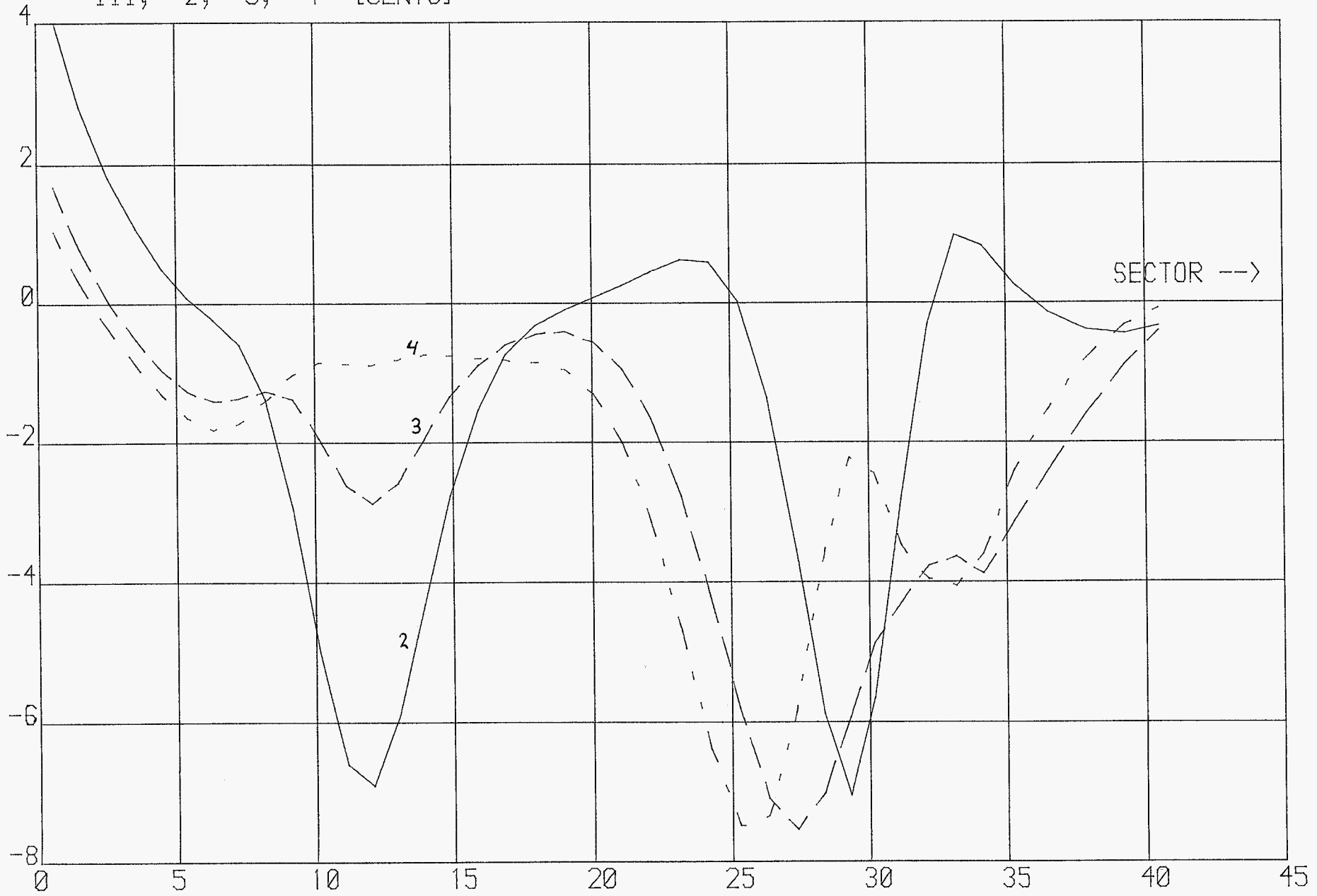
grote tertsklok - buiten zijde .

II, -2, -3, -4, -5 [CENTS]



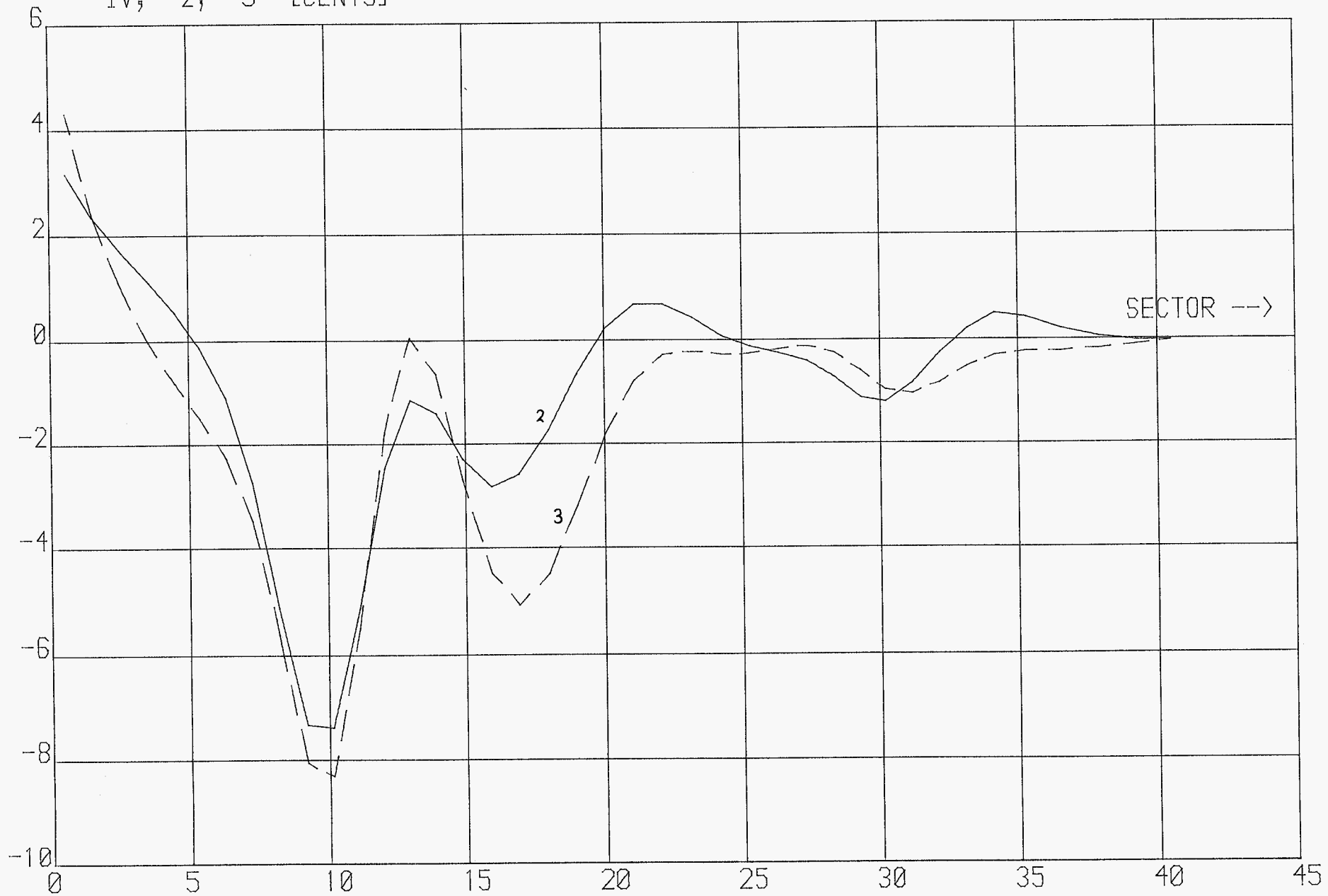
grote lerts klok - buitenzijde.

III, -2, -3, -4 [CENTS]



grote lerts klok - buitenzijde.

IV, -2, -3 [CENTS]



grote kerfs klok - buitenzijde.