

Über den Einfluss von Oberwellen auf das Verhalten des Hysterese motors

Citation for published version (APA):

Meyer, K. H. (1976). *Über den Einfluss von Oberwellen auf das Verhalten des Hysterese motors*. [, Electrical Engineering]. Technische Hogeschool Eindhoven. <https://doi.org/10.6100/IR159618>

DOI:

[10.6100/IR159618](https://doi.org/10.6100/IR159618)

Document status and date:

Gepubliceerd: 01/01/1976

Document Version:

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

www.tue.nl/taverne

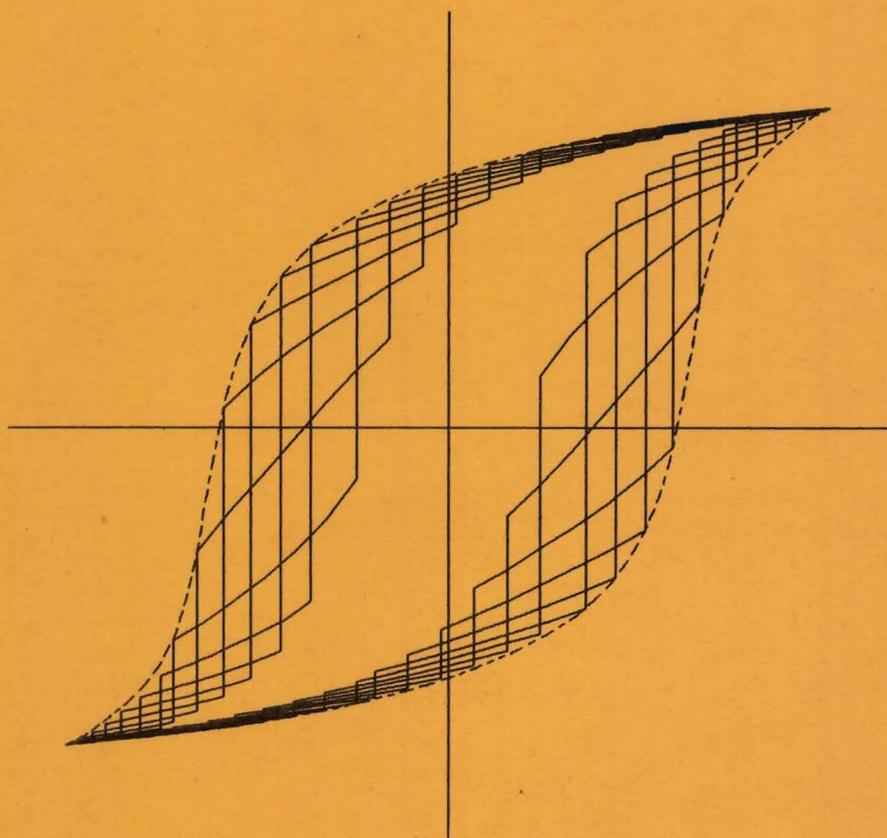
Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

openaccess@tue.nl

providing details and we will investigate your claim.

**ÜBER DEN EINFLUSS VON
OBERWELLEN AUF DAS
VERHALTEN DES
HYSTERESEMOTORS**



K. H. MEYER

ÜBER DEN EINFLUSS VON OBERWELLEN AUF DAS VERHALTEN DES HYSTERESEMOTORS

PROEFSCHRIFT

TER VERKRIJGING VAN DE GRAAD VAN DOCTOR
IN DE TECHNISCHE WETENSCHAPPEN AAN DE
TECHNISCHE HOGESCHOOL EINDHOVEN, OP
GEZAG VAN DE RECTOR MAGNIFICUS, PROF.
DR. IR. G. VOSSERS, VOOR EEN COMMISSIE AAN-
GEWEZEN DOOR HET COLLEGE VAN DEKANEN
IN HET OPENBAAR TE VERDEDIGEN OP DINSDAG
22 JUNI 1976 TE 16.00 UUR

DOOR

KARL HANNIS MEYER

GEBOREN TE HESSELBACH (B.R.D.)

DIT PROEFSCHRIFT IS GOEDGEKEURD DOOR DE PROMOTOREN
PROF. DR. IR. J. G. NIESTEN EN IR. J. A. SCHOT

Die vorliegende Arbeit baut auf Erfahrungen und Untersuchungen auf, die im Forschungslabor Aachen der Philips GmbH in der Gruppe Technische Physik entstanden sind.

Für das Entgegenkommen der Geschäftsleitung des Forschungslaboratoriums und für die Unterstützung und Mitarbeit aller Kollegen bin ich zu Dank verpflichtet.

Dies gilt besonders für Herrn grad. Ing. Leo Hond, der bei der Durchführung der Untersuchungen und der Zusammenstellung des Manuskripts mitgewirkt hat.

INHALT

	Seite
1. EINFÜHRUNG	1
2. DER AUFBAU DES HYSTERESEMOTORS	4
3. DAS ERSTE MODELL DES HYSTERESEMOTORS	6
3.1. Die Formulierung und Berechnung des 1. Modells	6
3.2. Der Geltungsbereich des 1. Modells	26
4. DAS ZWEITE MODELL DES HYSTERESEMOTORS	32
4.1. Die Berechnung der Feldgrößen h_H und b_H	32
4.1.1. Die Modellformulierung	32
4.1.2. Die Berechnung der Feldstärkewelle h_H	34
4.1.3. Die Materialfunktion $b_H(h_H)$ des 2. Modells	40
4.1.4. Die Berechnung der Induktionswelle b_H	48
4.1.5. Die dynamischen Hysteresekurven	58
4.1.6. Das Konzept des Rechenprogramms für h_H und b_H	62
4.2. Das Verhalten des 2. Modells	65
4.2.1. Die Zeitfunktionen wichtiger Größen	66
4.2.1.1. Die Beschreibung der betrachteten Fälle	66
4.2.1.2. Drehmoment und mechanische Leistung	75
4.2.1.3. Die induzierte Spannung	83
4.2.1.4. Die elektrische Leistung	90
4.2.1.5. Magnetische Energie und Leistungsbilanz	91
4.2.2. Die Einzeleinflüsse wichtiger Modellparameter	100
4.2.2.1. Die betrachteten Fälle	100
4.2.2.2. Die Einzeleinflüsse	106
4.3. Vergleich theoretischer und experimenteller Ergebnisse	110
4.3.1. Vergleich Modell 1–Modell 2	110
4.3.2. Vergleich Modell 1–Modell 2–realer Motor	115
5. ZUSAMMENFASSUNG	127
Verzeichnis der Formelzeichen	129
Literaturverzeichnis	132

1. EINFÜHRUNG

Der Hystereseomotor ist ein selbstanlaufender Synchronmotor. Vom Stillstand bis zur synchronen Drehzahl hat er ein positives, im Idealfall konstantes und drehzahlunabhängiges Drehmoment. Er ist daher gut geeignet für Antriebe, die bei einer konstanten Drehzahl arbeiten, da er sowohl den Anlauf als auch den Synchronlauf ohne besondere Maßnahmen ermöglicht. Die Höhe der synchronen Drehzahl und die Größe des angekuppelten Trägheitsmoments unterliegen vom Motorprinzip her keinen Einschränkungen. Der Motor wird darum oft verwendet in Schallplattenspielern, Bandrekordern, Videorekordern, Plattenspeichern von Computern, Zentrifugen, Navigationskreiseln usw.

Die Drehmomentbildung im Hystereseomotor beruht auf der Eigenschaft des Hysteresematerials, zwischen der magnetischen Feldstärke und der Induktion eine Phasenverschiebung erzeugen zu können. Das Finden des Zusammenhangs dieser beiden Feldgrößen mit den Materialeigenschaften und das Feststellen ihrer räumlichen und zeitlichen Verteilung im Hysterese-material stellen das Kernproblem der Theorie des Hysterese-motors dar.

Die Grundtheorie des Motors wurde von Steinmetz ²⁵⁾ aufgestellt. Wichtige Voraussetzungen hierin sind ein ideales Kreisdrehfeld und eindimensionale Feldbilder für die Feldgrößen im Hysterese-material. Hiermit wird erreicht, daß reine Wechselhysterese *) vorliegt. Die Materialeigenschaften werden durch normale Hystereseschleifen dargestellt. Ein bekanntes Ergebnis dieser Theorie ist die Proportionalität zwischen dem Flächeninhalt der Hystereseschleife und dem maximalen Drehmoment. Auf der Basis dieses Modells sind zahlreiche Untersuchungen durchgeführt worden, in denen das Betriebsverhalten sowie Kriterien zur Werkstoffauswahl diskutiert werden ^{2,3,4,5,7,8,14,16,17,19,21,22,25,26)}. Das mit diesem Modell berechnete Modellverhalten stimmt mit gemessenen Motoreigenschaften in soweit überein, als der bekannte typische Verlauf der Drehmoment–Drehzahl-Kurve erhalten wird. Die Proportionalität zwischen Schleifenfläche und Maximalmoment wird jedoch bei weitem nicht erreicht. Die weitgehende Idealisierung des Modells, die zwar für ein leichtes Verständnis nützlich ist, erfaßt offensichtlich nicht alle Zusammenhänge, die das Verhalten realer Motoren bestimmen. Eine genauere Analyse ist daher erforderlich.

Hierzu wären die Randbedingungen eines Modells so festzulegen, daß die Verhältnisse realer Motoren möglichst vollständig und genau abgebildet werden. Dies läuft auf die Einführung von zweidimensionalen Feldbildern und von Oberwellenwirkungen hinaus. Es stellt sich dabei letztlich die Aufgabe, die zeitliche und räumliche Verteilung der Feldstärke und der Induktion im Hysterese-material zu bestimmen. Dazu müssen Materialfunktionen bekannt sein. Diese

*) *Wechselhysterese* liegt vor, wenn nur der Betrag und das Vorzeichen, nicht aber die räumliche Richtung des Feldstärkevektors variabel sind. Ansonsten liegt im allgemeinen *Mischhysterese* vor.

hängen jetzt aber von den gesuchten Feldgrößen selbst ab, sind also nicht von vorneherein bekannt. Sie sind auf jeden Fall nichtlinear, von der magnetischen Vorgeschichte abhängig, anisotrop *) und nicht mit der Hystereseschleife zu beschreiben. Völlig erschwert wird das Problem durch die Mischhysterese, weil für diese keine ausreichenden Materialeigenschaften bekannt sind. Angesichts dieser Situation wird versucht, mittels Näherungen Lösungen zu Teilproblemen zu finden.

Eine Näherungsmöglichkeit besteht darin, für die benötigte Beziehung zwischen Feldstärke und Induktion im Hysterese material normale Hystereseschleifen zu verwenden. Hiermit lassen sich recht genaue Näherungen für die Feldbilder bestimmen, wie in ^{1,11,26,29}) gezeigt wird. Die auftretende Mischhysterese wird auf verschiedene Arten durch Wechselhysterese angenähert. Oberwellenwirkungen werden hierin nicht betrachtet.

Die Zusammenfassung von genauer Feldnäherung und Oberwellenwirkungen wird in ^{12,23}) mitgeteilt. Hierin wird eine Ellipse als Materialfunktion vorgegeben. Eine Wechselwirkung zwischen den Feldgrößen und Materialfunktionen kann dadurch nur geringfügig berücksichtigt werden. Die auftretende Mischhysterese wird wie Wechselhysterese behandelt.

Die folgenden Untersuchungen behandeln Beziehungen zwischen den Feldgrößen im Hysterese material und den dazu gehörenden Materialfunktionen, wobei einerseits Oberwellen berücksichtigt werden und andererseits die Materialfunktionen direkt aus tatsächlichen und meßbaren Materialeigenschaften abgeleitet werden.

Oberwellen entstehen im Hysterese motor infolge der nichtsinusförmig verteilten Statorwicklung, der Statornutung und der nichtlinearen Materialfunktionen. Die prinzipielle Wirkung von Oberwellen kann anhand einer einzelnen Oberwellenart gezeigt werden, und hierzu sollen die aus der Wicklungsverteilung stammenden verwandt werden.

Eine weitgehende Analyse des Zusammenhangs der Feldgrößen mit den Materialfunktionen läßt sich derzeit nur auf der Basis der Wechselhysterese durchführen. In der Modellformulierung werden daher Größen, die Mischhysterese auslösen können, vernachlässigt. Das wird hier durch eine Feldnäherung erreicht, die im Hysterese material ein eindimensionales Feldbild vorgibt.

Das Modell entspricht somit in der Feldnäherung dem Steinmetzmodell, enthält aber eine verbesserte Näherung des Drehfeldes realer Motoren.

Der erste wichtige Schritt der Modellberechnung ist das Aufsuchen der Materialfunktionen, durch die der Zusammenhang der Feldstärke mit der Induktion im Hysterese material hergestellt wird. Die Materialfunktionen bestimmen sich aus gemessenen Materialeigenschaften und dem Funktionsverlauf der Feldstärke.

*) Mischhysterese bedingt, daß auch im ansonsten isotropen Medium anisotrope Effekte vorkommen können.

Eine Analyse des Funktionsverlaufs der Feldstärke ergibt in Verbindung mit Ergebnissen von Materialmessungen, daß die Sekundärschleifen der Hystereseschleife die gesuchten Materialfunktionen darstellen. Für jedes Volumelement des Hysterese-materials gilt eine andere Sekundärschleife und damit eine andere Materialfunktion. Die Abhängigkeit der Materialfunktion vom räumlichen und zeitlichen Verlauf der Feldstärke verlangt eine exakte Berechnung der Feldstärke, da sonst einem Volumelement eine falsche Sekundärschleife zugeordnet werden könnte. Derartige Fehler können bereits infolge des Gibbs-Phänomens entstehen. Es wird daher eine numerische Methode angewandt, die exakte Funktionswerte ergibt. Damit können aus den Momentanwerten der Feldstärke eindeutig die zugehörigen Momentanwerte der Induktion angegeben werden.

Mit der Kenntnis der Feldgrößen können die Zeitfunktionen der an den Klemmen und der an der Welle auftretenden Größen nach bekannten Gesetzen berechnet werden. Die exakte numerische Berechnung erforderte jedoch einen beträchtlichen Aufwand.

Das berechnete Modellverhalten wird Meßergebnissen eines vergleichbaren Hysterese-motors gegenübergestellt, und es kann eine deutliche Verbesserung gegenüber dem Steinmetzmodell festgestellt werden. Die möglichen Ursachen für Abweichungen werden diskutiert.

2. DER AUFBAU DES HYSTERESEMOTORS

Der prinzipielle Aufbau des untersuchten Hysteresemotors wird in der Abb. 1 gezeigt. Der Stator entspricht dem des normalen mehrphasigen Induktionsmotors, er besitzt also ein Eisenpaket aus gegeneinander isolierten Blechen und eine in Nuten liegende Mehrphasenwicklung, die in der Bohrung ein magnetisches Drehfeld erzeugen soll. Der Rotor, der keine Wicklung trägt, besteht aus einem Ring aus *Hysteresewerkstoff* und enthält im Innern einen Kern, der entweder aus einem weichmagnetischen oder aus einem unmagnetischen Werkstoff besteht. In dieser Arbeit soll die Version mit weichmagnetischem Kern untersucht werden.

Hysteresewerkstoff ist das gleiche Material wie das für Permanentmagnete verwandte, entsprechend einer besonderen Verwendung im Hysteresemotor aber besonders benannt. Im Aufbau und in der Werkstoffzusammensetzung unter-

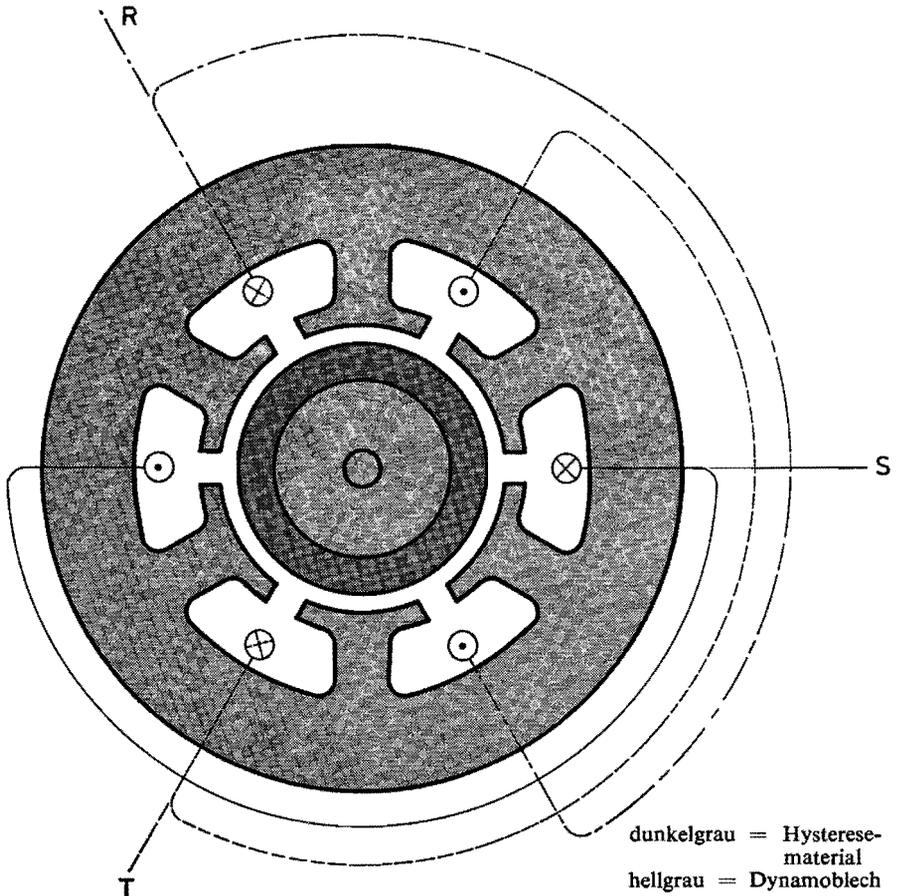


Abb. 1. Prinzipieller Aufbau des untersuchten Hysteresemotors.

scheidet sich der Hysteresemotor somit nicht vom normalen permanentmagnetisch erregten Synchronmotor mit konstantem Luftspalt. Beim Hysteresemotor wird der Rotor jedoch im Gegensatz zum Synchronmotor unmagnetisiert eingebaut. Die zur Drehmomentbildung notwendige Erzeugung von Rotormagnetpolen übernimmt beim Hysteresemotor das eigene Statorfeld bei jedem Einschalten. Mit diesem Aufmagnetisierungsvorgang sind die besonderen Eigenschaften dieser Motorart besonders eng verknüpft, und seine Berechnung stellt den Hauptteil der Modellbetrachtung dar.

Hysteresemotoren werden in zwei- und mehrpoligen Ausführungen gebaut. Die hier untersuchten Modelle werden aus der Version mit einem weichmagnetischen Kern im Rotor abgeleitet, und darin werden Feldnäherungen verwandt, die im Prinzip von der Polzahl unabhängig sind. Die Polzahl ist dann kein interessanter Parameter, und die Modelle werden in zweipoliger Ausführung untersucht.

3. DAS ERSTE MODELL DES HYSTERESEMOTORS

3.1. Die Formulierung und Berechnung des ersten Modells

Das Verhalten des Hysteresemotors wird von so vielen Einflußgrößen bestimmt, daß deren simultane Berücksichtigung ein sehr komplexes Problem darstellt. An den Beginn der Untersuchung des Motors soll daher ein vereinfachtes und idealisiertes Modell gestellt werden, welches so formuliert wird, daß nur die wesentlichen Funktionen des realen Motors erhalten bleiben und einfach und anschaulich beschrieben werden können *). In der Betrachtung des ersten Modells wird eine besonders an das Problem angepaßte Darstellungsweise eingeführt, die sich auch auf das nachfolgende genauere Modell weiterführen läßt. Für die im Modell vorkommenden Größen werden positive Zählrichtungen festgelegt und in der Abbildung 2 wiedergegeben.

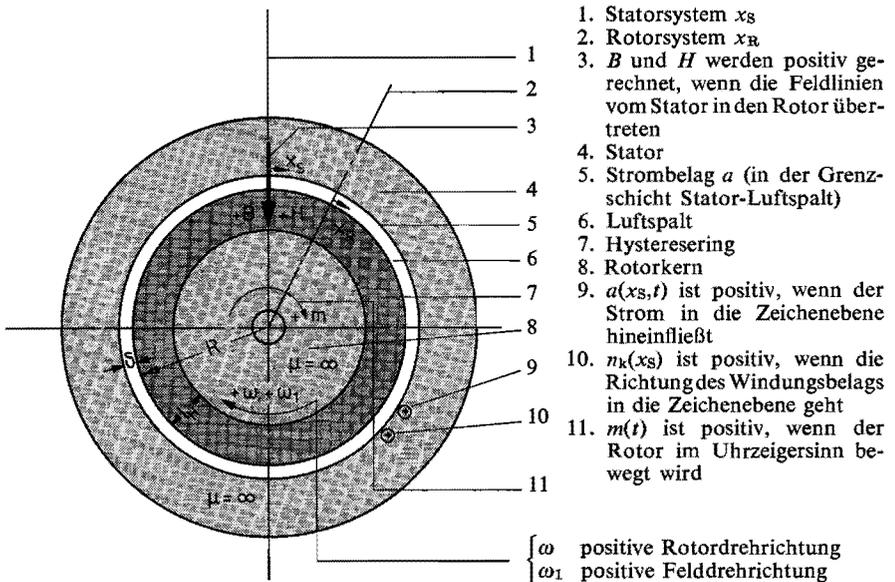


Abb. 2. Festlegung der positiven Zählrichtungen.

Die wichtigsten, später begründeten Annahmen für das erste Modell sind:

- (1) Der Stator erzeugt ein ideales Kreisdrehfeld,
- (2) die magnetischen Felder im Hysteresering und im Luftspalt bestehen nur aus radialen Komponenten.

Das ideale Kreisdrehfeld wird folgendermaßen realisiert gedacht. Die in Wirklichkeit in Nuten liegende Statorwicklung wird durch einen flächenhaften Windungsbelag in der als ungenutzt angenommenen Statorbohrung er-

*) Dieses Modell entspricht dem von Steinmetz angegebenen.

setzt, und er hat nur eine axiale Komponente. Der Windungsbelag sei m -phasig und symmetrisch, der Betrag sei eine Sinusfunktion *) der Stator-Umfangskoordinate x_s ; der Richtungssinn des Windungsbelags wird durch das Vorzeichen der Winkelfunktion richtig wiedergegeben. Wird die Achse des Windungsbelags der 1. Phase bei $x_s = \tau/2$ festgelegt, so wird der Windungsbelag der k -ten Phase

$$n_k(x_s) = \hat{N} \cos \left[\pi \frac{x_s}{\tau} - (k-1) \frac{2\pi}{m} \right] \quad \text{mit } k = 1, 2, \dots, m. \quad (1)$$

Die Windungsverteilung des praktisch wichtigsten Falls mit $m = 3$ ist in der Abb. 3 gezeigt.

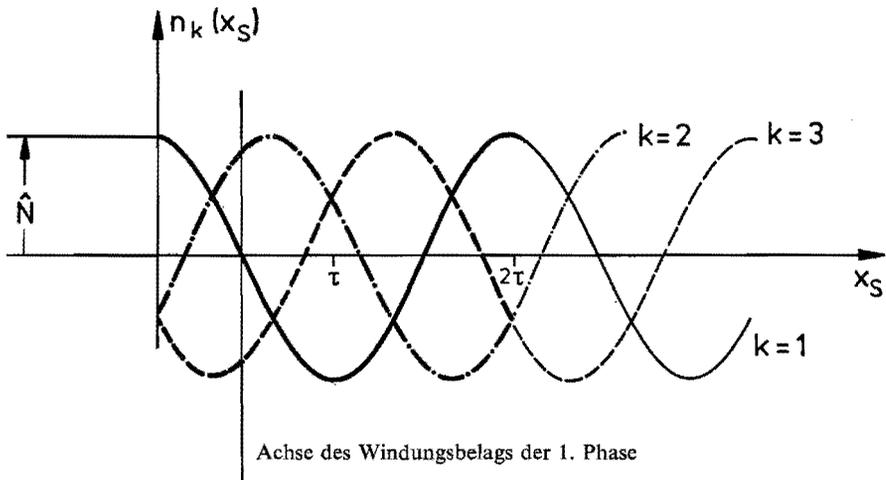


Abb. 3. Windungsbelag einer sinusförmigen Dreiphasenwicklung.

Die in Gl. (1) angegebene Wicklung wird aus einem m -phasigen symmetrischen Stromsystem mit dem Strom

$$i_k(t) = \hat{I} \sin \left[\omega_1 t - (k-1) \frac{2\pi}{m} \right] \quad \text{mit } k = 1, 2, \dots, m \quad (2)$$

in der k -ten Phase gespeist.

Die Strombeläge aller m -Phasen addieren sich zum Gesamtstrombelag

$$a(x_s, t) = \sum_{k=1}^m n_k(x_s) i_k(t). \quad (3)$$

Unter den besonderen Voraussetzungen, die hier für $n(x_s)$ und $i(t)$ festgelegt worden sind, wird der Gesamtstrombelag

*) Sinusfunktion steht stellvertretend für sinusoidale Größen.

gezeigt. Wie vereinbart ist der Stator ungenutzt, und er enthält in der Bohrung einen flächenhaften sinusförmigen Strombelag.

In die Statorbohrung wird jetzt ein Hystereserotor eingebaut, der aus einem Ring aus Hysteresewerkstoff und einem Kern aus einem Werkstoff mit unendlich großer Permeabilität bestehen soll. Der Rotor verändert das magnetische Feld, das in der leeren Bohrung homogen war. Unter der Annahme, daß der Hysteresering und der Luftspalt geringe radiale Ausdehnung im Vergleich zur Polteilung τ haben, ergibt sich in Verbindung mit den unterschiedlichen Permeabilitäten an den Grenzflächen in der Hystereseschicht und im Luftspalt ein Überwiegen der Radialkomponenten gegenüber den Tangentialkomponenten. Die Felder im Ring und im Luftspalt können daher in guter Näherung als radial angesehen werden; die Abb. 5 zeigt diese Näherung. Die Annahme dieser radia-

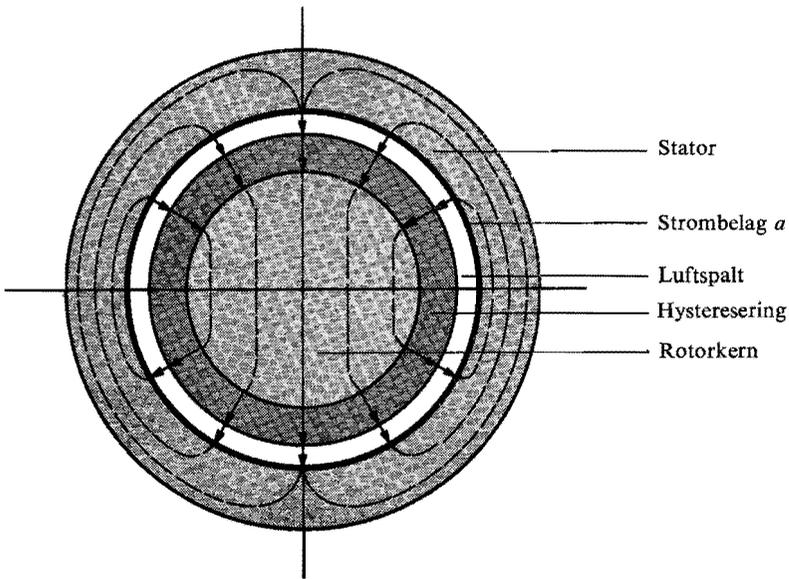


Abb. 5. Feldnäherung für die Feldstärke im Hysteresering und im Luftspalt ($t = 2k\pi/\omega_1$).

len Feldform bildet die wichtigste Voraussetzung für die Wechselhysterese. Damit ist sichergestellt, daß die für die Modellberechnung benötigten Eigenschaften des Hysteresematerials in üblicher Weise gemessen werden können.

Die Materialeigenschaften werden benötigt, um aus der gegebenen Feldstärkewelle h_H die Induktionswelle b_H zu berechnen. Diese werden *Hysteresedaten* genannt, und sie werden an Werkstoffproben gemessen und ergeben Zusammenhänge, die komplexer und vieldeutiger sind als die entsprechenden Zusammenhänge bei hysteresefreien weichmagnetischen Werkstoffen. In Abhängigkeit von den Ummagnetisierungsbedingungen der Werkstoffprobe bei der Messung wird zwischen Wechselhysterese, Drehhysterese und Mischhysterese

unterschieden, je nachdem die Probe durch ein Wechselfeld, ein Drehfeld oder die Überlagerung aus beiden ummagnetisiert wird. Die Mischhysterese ist die allgemeinste der drei Arten, sie ist aber meßtechnisch wegen der unendlich großen Zahl der möglichen Ummagnetisierungsmöglichkeiten nicht erfäßbar. Dies ist bei der Wechselhysterese wohl möglich, die daher in den nachfolgenden Untersuchungen dieser Arbeit zugrunde liegen soll. Die Voraussetzungen werden darum so aufgestellt, daß in den betrachteten Modellen die Ummagnetisierung der Hystereseschicht des Rotors auch tatsächlich durch Wechselfelder geschieht. Dies bedeutet die Annahme nicht ganz exakter Feldlinienbilder, die in einigen Punkten in Widerspruch zur Feldtheorie stehen. Dies ist aber im Interesse der Berechenbarkeit unumgänglich.

Aus der beschriebenen Abhängigkeit der Hysteresedaten von den Ummagnetisierungsbedingungen der Probe während der Messung folgt, daß die Meßergebnisse direkt nur bezüglich eines fest auf der Probe ruhenden Koordinatensystems gelten. Der materialabhängige b_H - h_H -Zusammenhang ist daher berechenbar, indem entweder die Feldgrößen h_H und b_H auf ein Koordinatensystem bezogen werden, welches auf der Probe ruht, oder aber indem die gemessenen Materialeigenschaften in ein gegenüber der Probe bewegtes System transformiert werden. Diese letztere Möglichkeit bereitet sehr große Schwierigkeiten, da hier Zusammenhänge zwischen verschiedenen Teileigenschaften des Hysteresematerials benötigt werden, die aber noch nicht bekannt sind. Aus diesem Grund wird die erste Möglichkeit angewandt, und die Untersuchung der Ummagnetisierungsvorgänge in der Hystereseschicht des Rotors wird daher auf ein Koordinatensystem bezogen, das fest mit dieser Schicht, also dem Rotor verbunden ist. Dazu muß das vom Statorstrombelag in der Hystereseschicht erzeugte Magnetfeld, das normalerweise auf ein auf dem Stator ruhendes System bezogen ist, in ein Rotorsystem transformiert werden. Der Rotor dreht sich mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit

$$\omega = (1 - s) \omega_1,$$

wobei ω_1 die Winkelgeschwindigkeit des Statorfeldes ist und

$$s = (\omega_1 - \omega) / \omega_1$$

als Schlupf definiert ist. Zu den Zeiten

$$t = k \, 2 \pi / \omega \quad \text{mit} \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

fallen beide Systeme zusammen. Die Transformation ergibt zwischen den Längenkoordinaten x_R und x_S vom Rotor- und Statorsystem die Beziehung

$$x_R = x_S - (1 - s) \frac{\tau}{\pi} \omega_1 t. \quad (6)$$

Die Feldstärke h_H , mit der die Hystereseschicht im Rotor angesteuert wird, ergibt sich aus dem Strombelag a nach dem Durchflutungsgesetz.

Die geringe radiale Ausdehnung, die die Hystereseschicht und der Luftspalt nach den Vereinbarungen für das Modell haben, bedeuten, daß die Feldstärke h_H sich innerhalb der Schicht in Abhängigkeit von der Radialkoordinate r nur sehr beschränkt verändert, so daß sie in guter Näherung als ganz unabhängig hiervon angesehen werden kann. Die Feldstärke sowie die daraus berechnete Induktion b_H werden dann außer von der Zeit t nur von der Umfangskoordinate x_R bzw. x_S abhängen.

Die Hystereseschicht und der Luftspalt werden durch eine einzige Ersatzschicht zusammengefaßt, deren Eigenschaften sich wegen der magnetischen Reihenschaltung als Scherung der Hysteresedaten ergeben. Im folgenden wird als *Hystereseschicht* stets diese Ersatzschicht verstanden. Die angenommene Feldnäherung ist in der Abb. 6 gezeigt.

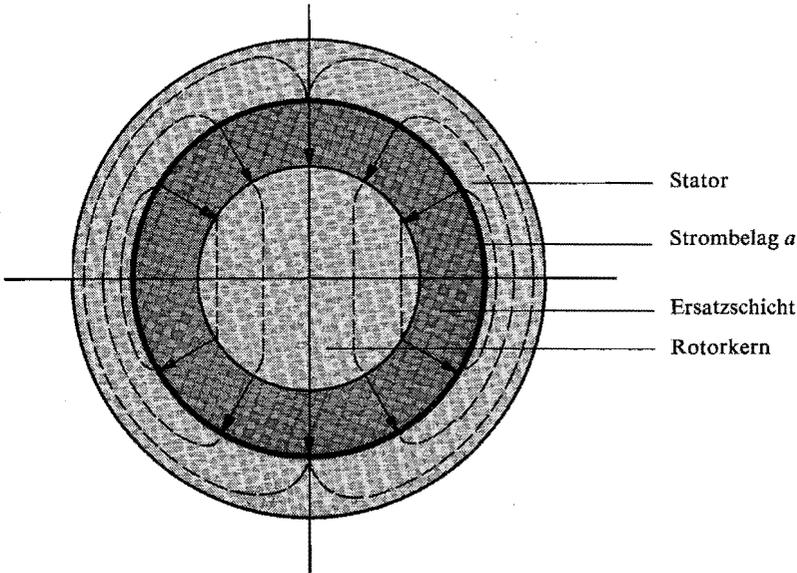


Abb. 6. Feldnäherung für die Feldstärke in der Ersatzschicht, die den Hysteresering und den Luftspalt zusammenfaßt ($t = 2k\pi/\omega_1$).

Der Integrationsweg, auf den das Durchflutungsgesetz angewandt wird, ist in der Abb. 7 eingezeichnet. Er ist an den beiden Stellen x_R und $x_R + \tau$ radial durch die Hystereseschicht gelegt, und er fällt somit mit den radial verlaufenden Feldlinien von h_H zusammen. Aus Symmetriegründen gilt für die Feldstärke an den diametral gegenüberliegenden Stellen x_R und $x_R + \tau$

$$h_H(x_R, t) = -h_H(x_R + \tau, t). \quad (7)$$

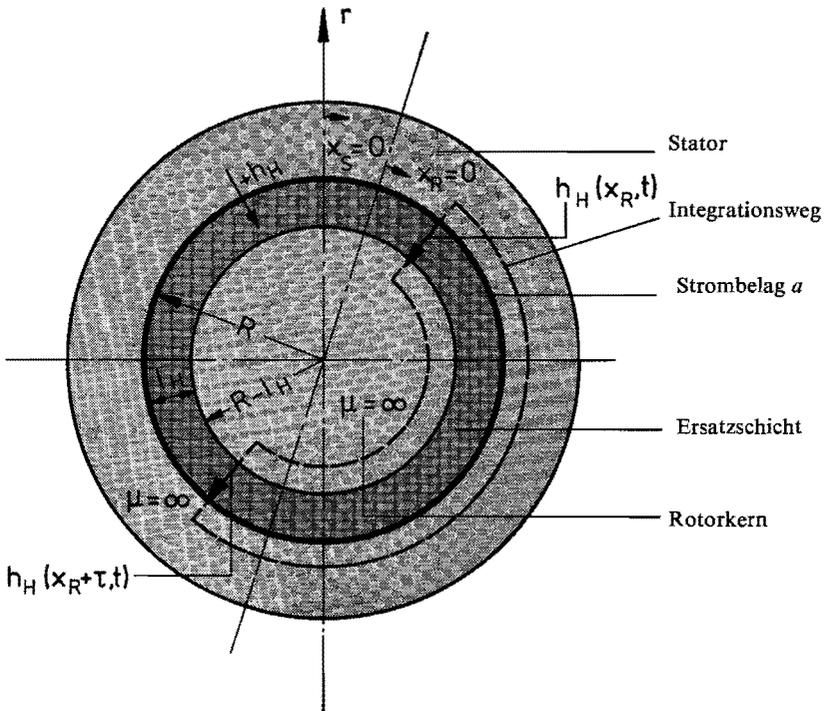


Abb. 7. Verlauf des Integrationswegs zur Berechnung von $h_H(x_R, t)$ in der Ersatzschicht.

Mit den Beziehungen nach Abb. 7 wird die Feldstärke

$$\int_R^{R-l_H} h_H(x_R, t) dr + \int_{R-l_H}^R h(x_R + \tau, t) dr = \int_{x_R}^{x_R+\tau} -\hat{A} \sin\left(\pi \frac{x_S}{\tau} - \omega_1 t\right) dx_R. \quad (8)$$

Bei Vernachlässigung der Krümmung wird h_H von r unabhängig, und die Ausrechnung obiger Beziehung ergibt

$$h_H(x_R, t) = \frac{m}{2} \hat{N} \hat{I} \frac{\tau}{\pi l_H} \cos\left(\pi \frac{x_R}{\tau} - s \omega_1 t\right). \quad (9)$$

Die Feldstärke h_H wird danach eine Funktion von x_R und t . Sie ist eine Welle, deren Amplitude vom Strom \hat{I} , den Daten der Wicklung m und \hat{N} sowie von den geometrischen Größen l_H und τ abhängt, und die mit der Schlupfkreisfrequenz $s \omega_1$ über den Rotor läuft. Solange $s \neq 0$ ist, wird jede Rotorstelle x_R durch ein Feld mit der zeit- und schlupfunabhängigen Amplitude

$$\hat{H}_H = \frac{m}{2} \hat{N} \hat{I} \frac{\tau}{l_H \pi} \quad (10)$$

und der Ummagnetisierungsfrequenz

$$f_s = s f_1 \quad (11)$$

ausgesteuert. Diese monoton zwischen zwei festen, gegengleichen Höchstwerten $\pm \hat{H}_H$ schwankende Aussteuerung bedeutet die gleiche Ummagnetisierungsbedingung für den Hysteresewerkstoff im Rotor, wie sei bei der Messung der bekannten Hystereseschleife vorliegt. Diese Schleife stellt damit im ersten Modell des Hysterese motors die Beziehung zwischen der Feldstärke h_H und der Induktion b_H dar.

Der durch die Hystereseschleife gegebene Zusammenhang zwischen h_H und b_H ist zweideutig. Die Zweideutigkeit wird durch eine eindeutige Zuordnung ausgeschaltet, die sich aus dem physikalischen Ablauf der Ummagnetisierungsvorgänge im Material ergibt. Für fallende Werte der Feldstärke gilt der obere Ast der Hystereseschleife, für steigende Werte der untere. Die Schleife wird somit bei Aussteuerung mit einer periodischen Zeitfunktion, wie z. B. h_H nach Gl. (9), periodisch zyklisch im Gegenuhrzeigersinn durchfahren.

Die Hystereseschleife wird als Kurve $b_H(h_H)$ in der b - h -Ebene oder als Punktmenge $(H_{H\sigma}, B_{H\sigma})$, $\sigma = 1, \dots, \text{ca. } 45$ gemessen. Die Zusammenfassung des Hysterese rings und des Luftspalts zu einer einzigen Schicht bedeutet eine Transformation der gemessenen Materialdaten $b_H(h_H)$ nach

$$b_H' = b_H, \quad (12)$$

$$h_H'(b_H) = \frac{l_H}{l_H + \delta} h_H(b_H) + \frac{1}{\mu_0} \frac{\delta}{l_H + \delta} b_H.$$

Die Graphen von $h_H'(b_H)$ und von $h_H(b_H)$ sind in der Abb. 8 gezeigt. Die für die Ersatzschicht geltende Hysterese kurve unterscheidet sich von der Materialschleife nur durch eine schmalere Form, im Prinzip aber bleibt der Kurventyp erhalten *).

Aus dem Graph von $b_H(h_H)$ läßt sich die Zeitfunktion der Induktion bei gegebener Zeitfunktion der Feldstärke grafisch bestimmen, wie die Abb. 9 es zeigt. Der für die Berechnung erforderliche analytische Ausdruck für $b_H(h_H)$ wird zweckmäßigerweise in Form einer Parameterdarstellung $b_H(p)$ und $h_H(p)$ mit einem geeigneten Parameter p aufgestellt.

Zu der Feldstärkewelle nach Gl. (9) gehört dann die Induktionswelle

$$b_H(x_R, t) = \sum_{v=1}^{\infty} \hat{B}_{Hv} \cos \left[v \left(\pi \frac{x_R}{\tau} - s \omega_1 t \right) + \psi_v \right]. \quad (13)$$

*) Die weiteren Beziehungen sind im Prinzip unabhängig davon, ob die gesicherten Größen h_H' und b_H' oder die ungesicherten Größen h_H und b_H verwendet werden.

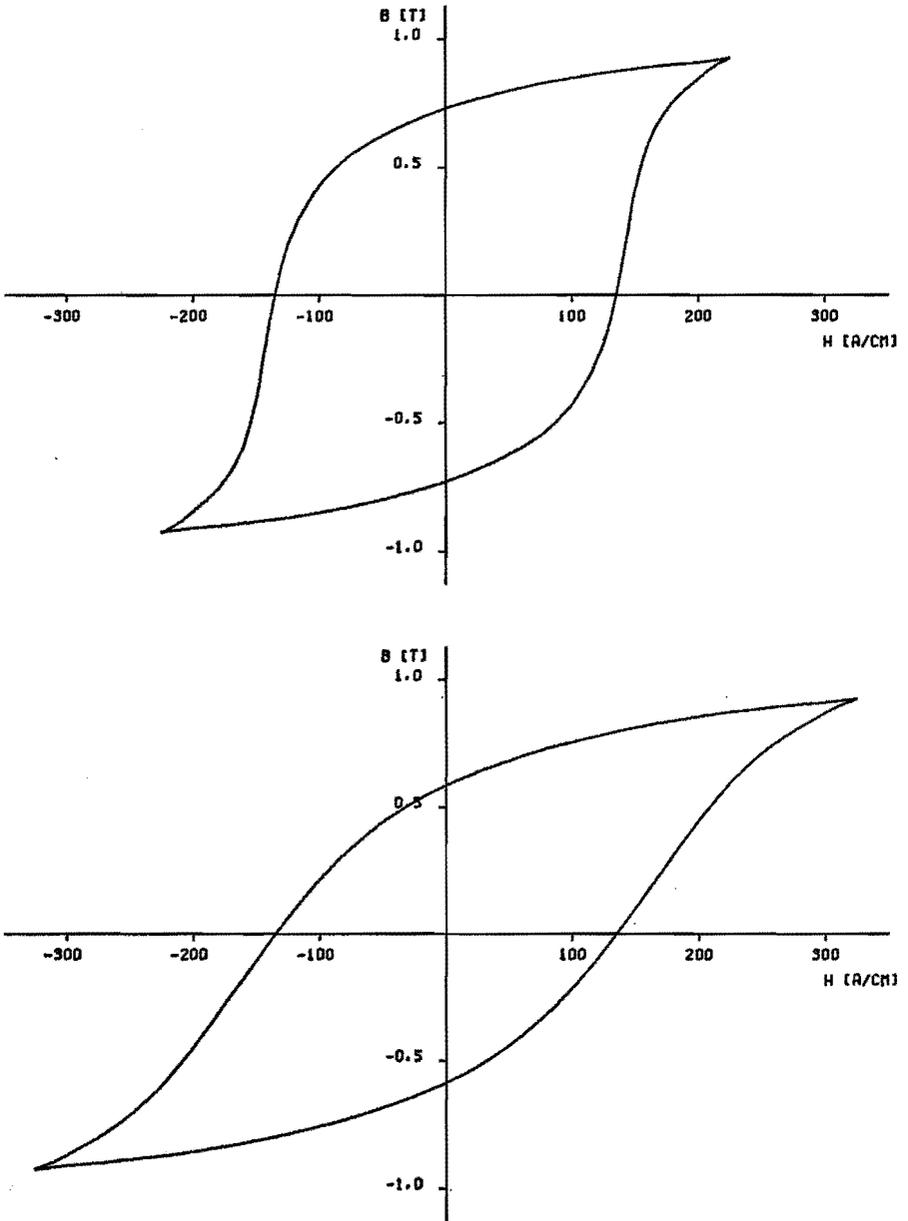


Abb. 8. Hystereseschleife für das Material und die Ersatzschicht. Hysteresematerial: AlNiCo 88/200, $H_{\text{Max}} = 225 \text{ A/cm}$, $l_H = 7.35 \text{ mm}$, $\delta = 0.1 \text{ mm}$ (Werte des Vergleichsmotors).

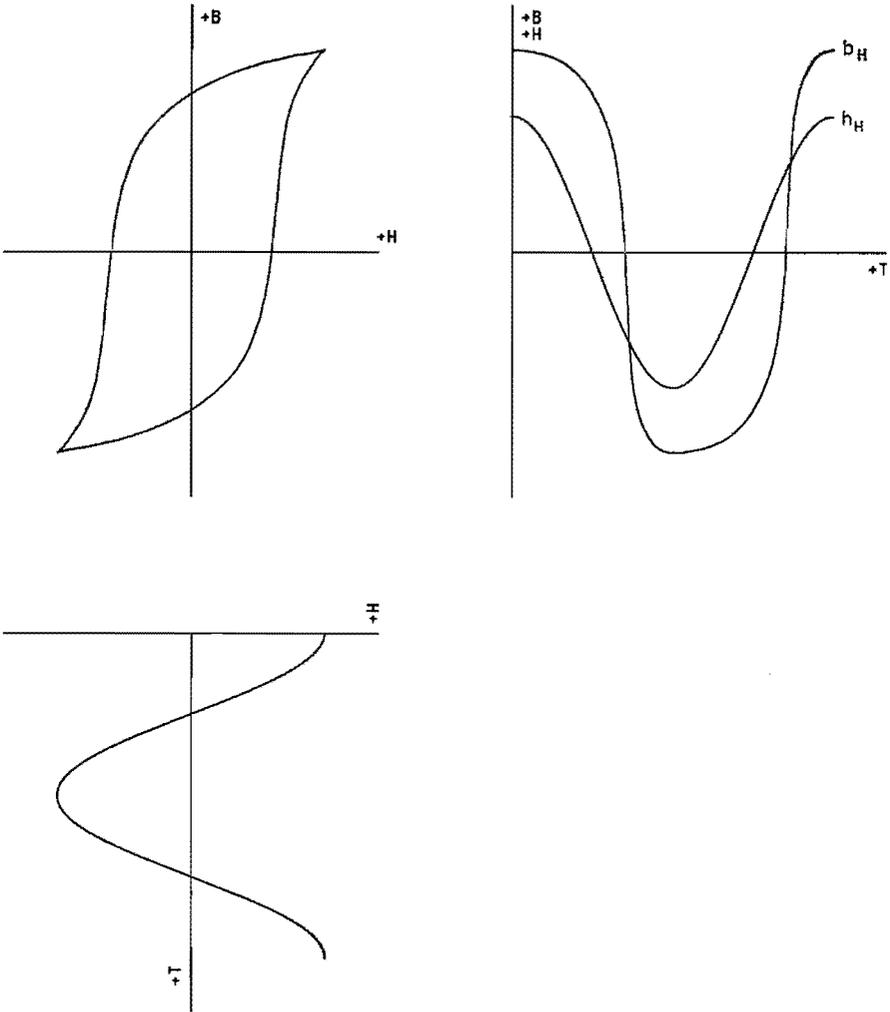


Abb. 9. Bestimmung der Induktion aus der Feldstärke und der Hystereseschleife.

b_H ist aus den gleichen Gründen wie h_H von der Radialkoordinate r nahezu unabhängig. Der Feldlinienverlauf wird dann ebenfalls durch einen rein radialen Verlauf angenähert. Die Abb. 10 zeigt die Näherung.

Die Fourierkoeffizienten $\hat{B}_{H\nu}$ hängen von der Kurvenform der Hystereseschleife ab, was bedeutet, daß die Kurvenform das Modellverhalten mitbestimmt. Die Phasenverschiebung ψ_1 der b_H -Grundwelle gegenüber der h_H -Welle ist möglich durch die Zweideutigkeit der Hystereseschleife, während die höheren Harmonischen in b_H eine Folge ihrer Nichtlinearität sind.

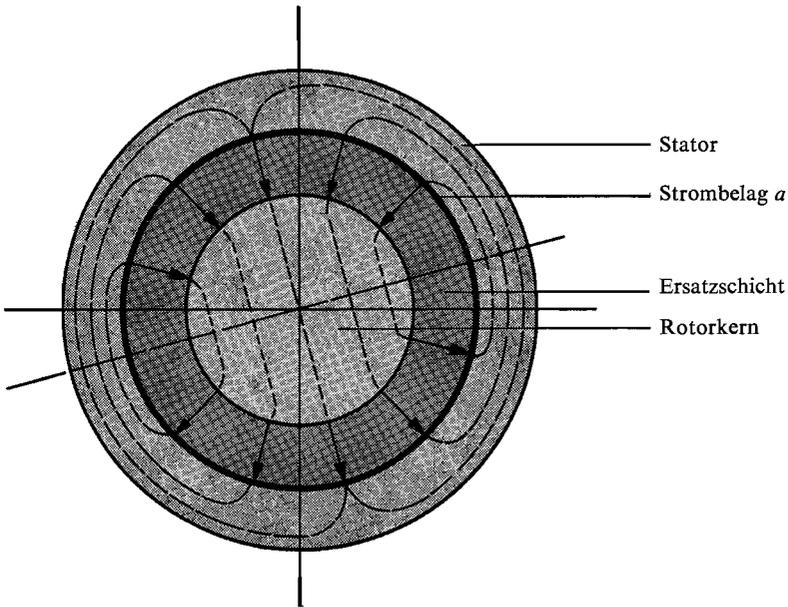


Abb. 10. Feldnäherung für die Induktion b_H in der Ersatzschicht ($t = 2 k\pi/\omega_1$). Das Nacheilen des Nulldurchgangs der Induktionswelle gegenüber dem Nulldurchgang der Feldstärke-welle ist angedeutet.

Wie die Abb. 9 zeigt und auch die Gl. (13) ausdrückt, bewegt sich die b_H -Welle gegenüber dem Rotorsystem x_R mit der gleichen Relativgeschwindigkeit

$$v = s \omega_1 \frac{\tau}{\pi} \quad (14)$$

wie die h_H -Welle. Die Kurvenform von b_H und ihre Lage bezüglich h_H sind dabei vom Schlupf s unabhängig. Dies gilt auch für den Grenzübergang $s \rightarrow 0$, der den Übergang vom Asynchronlauf mit $s \rightarrow 0$ in den Synchronlauf mit $s = 0$ an gibt. Dieser Punkt, der als Kippunkt bezeichnet wird, wird sowohl beim ersten als auch beim zweiten Modell als der Betriebszustand festgelegt, für den das Verhalten beider Modelle betrachtet werden soll. Dies hat zwei Gründe: 1. ist dieser Punkt eindeutig definierbar und auch experimentell ziemlich eindeutig einstellbar und 2. liegt hier die im Synchronlauf maximal abgegebene mittlere mechanische Leistung, die ja für die Motoranwendung eine sehr wichtige Größe ist.

Der Grenzübergang $s \rightarrow 0$ ergibt für die Feldstärkewelle, die Induktionswelle und für die Ummagnetisierungsfrequenz die Ausdrücke

$$h_H(x_R, t) = \frac{m}{2} \hat{N} \hat{I} \frac{\tau}{l_H \pi} \cos\left(\pi \frac{x_R}{\tau}\right), \quad (15)$$

$$b_H(x_R, t) = \sum_{\nu=1}^{\infty} \hat{B}_{H\nu} \cos\left(\nu \pi \frac{x_R}{\tau} + \psi_\nu\right) \quad (16)$$

und

$$f_s = 0. \quad (17)$$

Im Kippunkt stellen sich auf dem Rotor zeitunabhängige, ortsfeste Verteilungen der Feldstärke h_H und der Induktion b_H ein, der Rotor wird nicht mehr ummagnetisiert. Die örtlichen Verteilungen von h_H und b_H und ihre relative Lage zueinander sind in den Abb. 11 und 12 gezeigt. Ganz entscheidend, und zwar sowohl für die Berechenbarkeit des Modells als auch für sein Verhalten ist, daß auch im Kippunkt der b_H - h_H -Zusammenhang durch die Hystereseschleife gegeben ist. Diese sowohl im Kippunkt als auch im Asynchronlauf bestehende feste, schlupfunabhängige Beziehung zwischen der Feldstärkewelle und der Induktionswelle ergibt die für den Hystereseomotor charakteristischen

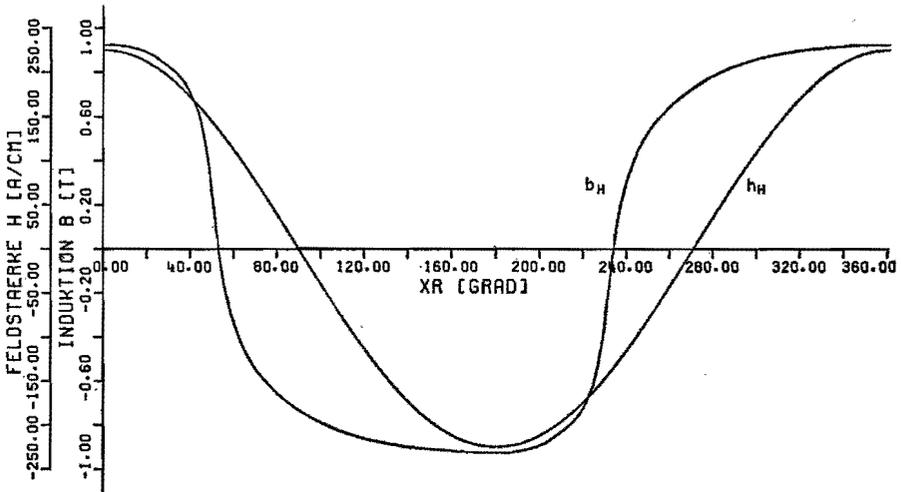


Abb. 11. Örtliche Verteilung der Feldstärke und der Induktion über dem Rotorumfang. Hysterese material: AlNiCo 88/200, $H_{Max} = 225$ A/cm.

Anlauf- und Synchronlaufeigenschaften. Beide Felder rotieren unabhängig von der Rotordrehzahl ω stets gleichsinnig und mit fester Lage zueinander und mit synchroner Drehzahl relativ zum Stator. Daraus ergeben sich zwischen einigen Größen interessante Beziehungen.

Zuerst sei das Drehmoment m betrachtet. Es wird als Lorentzkraft zwischen Strombelag und Induktionswelle berechnet. Nach den geltenden Voraussetzun-

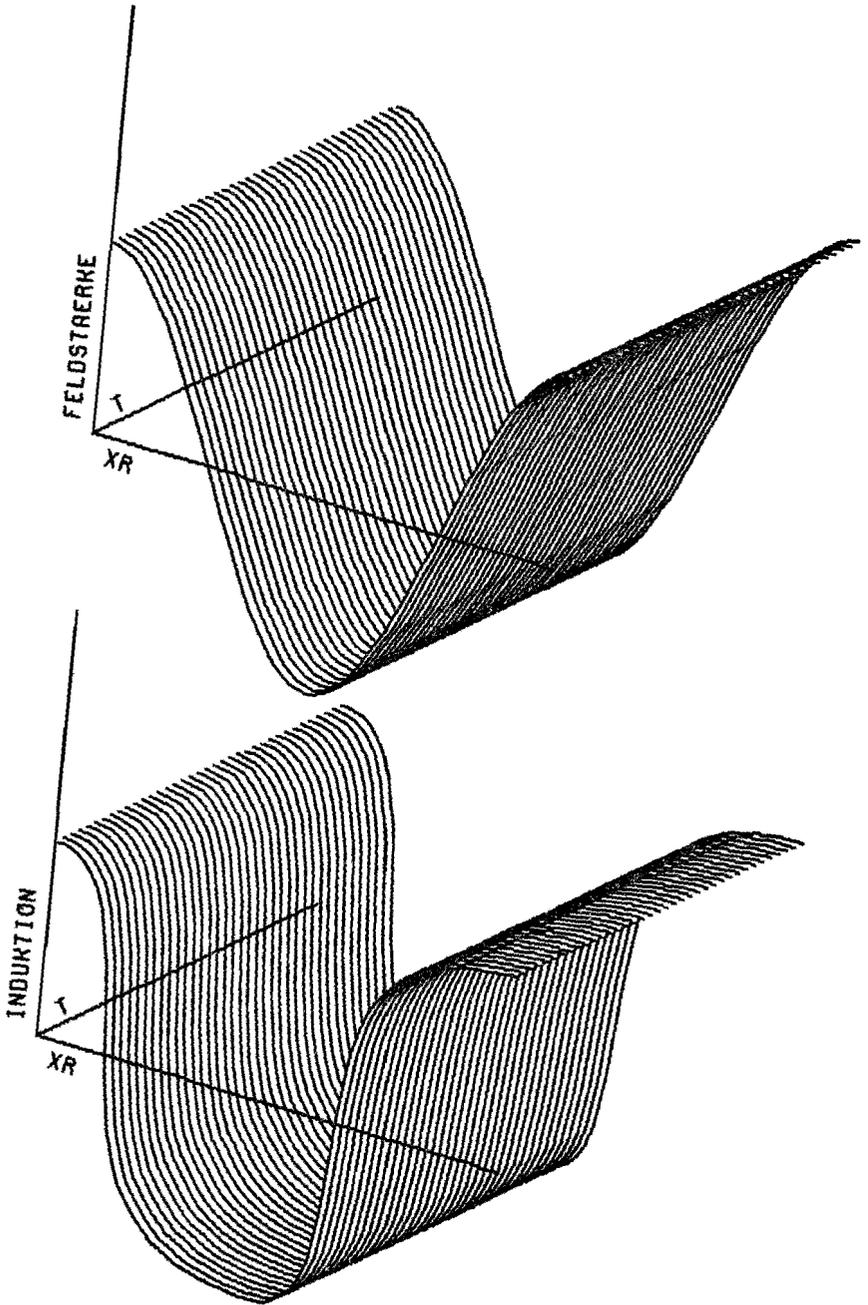


Abb. 12. Feldstärkewelle und Induktionswelle $h_H = f(x_R, t)$ und $b_B = f(x_R, t)$. Zeitintervall: 0-180 Grad in 5-Grad Schritten, x_R -Intervall: 0-360 Grad (entspricht 2π), Hysteresematerial: AlNiCo 88/200, $H_{Max} = 225$ A/cm.

gen besitzt die Induktionswelle nur eine radiale Komponente, und der Strombelag ist flächenhaft in der Statorbohrung und besitzt nur eine axiale Komponente, so daß das Moment

$$m(t) = \int_0^{2\tau} -\frac{\tau}{\pi} L b_H(x_R, t) a(x_R, t) dx_R \quad (18)$$

wird.

Für b_H ist der Ausdruck aus Gl. (13) einzusetzen, für a der aus Gl. (4), der zuvor noch vom x_S -System in das x_R -System zu transformieren ist. L ist die axiale Länge des Rotors. Das Moment wird somit

$$m(t) = -\frac{L \tau^2}{\pi} \hat{A} \int_0^{2\tau} \sin\left(\pi \frac{x_R}{\tau} - s \omega_1 t\right) \cdot \sum_{v=1}^{\infty} \hat{B}_{Hv} \cos\left[\nu\left(\pi \frac{x_R}{\tau} - s \omega_1 t\right) + \psi_v\right] dx_R. \quad (19)$$

Das Spektrum von b_H wird in Grundwellenanteil und Oberwellen zerlegt, und die Drehmomentanteile werden für beide getrennt berechnet.

$$m(t) = -\frac{L \tau^2}{\pi} \hat{A} \cdot \left\{ \int_0^{2\tau} \sin\left(\pi \frac{x_R}{\tau} - s \omega_1 t\right) \hat{B}_{H1} \cos\left(\pi \frac{x_R}{\tau} - s \omega_1 t + \psi_1\right) dx_R + \int_0^{2\tau} \sin\left(\pi \frac{x_R}{\tau} - s \omega_1 t\right) \sum_{v=3,5,\dots}^{\infty} \hat{B}_{Hv} \cos\left[\nu\left(\pi \frac{x_R}{\tau} - s \omega_1 t\right) + \psi_v\right] dx_R \right\}. \quad (20)$$

Der erste Term ergibt das aus den Grundwellen gebildete Drehmoment m_0 zu

$$m_0 = -\frac{L \tau^2}{\pi} \hat{A} \hat{B}_{H1} \sin \psi_1. \quad (21)$$

m_0 hängt außer von den konstanten geometrischen Größen L und τ nur von Größen ab, die hier, das heißt bei konstanter Aussteuerung, als konstant anzusehen sind, wie den Amplituden des Strombelags \hat{A} und der Induktionsgrund-

welle \hat{B}_{H1} und der Phasenverschiebung ψ_1 zwischen Feldstärke- und Induktionsgrundwelle, aber nicht von variablen Größen wie dem Schlupf s oder irgendwelchen Momentanwerten. Das Grundwellenmoment ist somit zeit- und schlupfunabhängig, aber abhängig von Hysteresedaten.

Der zweite Term in der Gl. (20), der das Moment aus der Strombelagswelle und den höheren Harmonischen der Induktionswelle angibt, wird null. Dieses Ergebnis ist verständlich, da die im zweiten Term von Gl. (20) vorkommenden Teilwellen von a und b_H unterschiedliche Wellenlängen haben. Das Gesamtmoment m ist somit dem Grundwellendrehmoment gleichzusetzen. Die Gl. (21) drückt wichtige Eigenschaften des ersten Modells des Hysterese-motors aus. Diese beruhen im wesentlichen auf dem konstanten Zusammenspiel von Strombelag und der von ihm selbst erzeugten Induktionswelle, und ihr Geltungsbereich ist der, in welchem die normale Hystereseschleife den Zusammenhang zwischen der Feldstärke h_H und der Induktion b_H in der Hystereseschicht im Rotor angibt. Nach Gl. (15) und (16) ist das der ganze Schlupfbereich $0 \leq s \leq \infty$, wobei hier nur der Motorbereich zwischen Stillstand und Übergang in den Synchronlauf interessiert.

Die für die Anwendung wichtigste Eigenschaft des Hysterese-motors ist das vom Stillstand bis zur Synchrondrehzahl stets positive und schlupfunabhängige Drehmoment, das sich aus der Gl. (21) ergeben hat. Diesen Verlauf findet man bei keiner anderen Motorenart. Der Hysterese-motor ist somit in der Lage, beliebig große Lastträgheitsmomente auf beliebig hohe synchrone Drehzahlen zu beschleunigen. Daher wird der Hysterese-motor in Antrieben, in denen diese Eigenschaft wichtig ist, häufig eingesetzt. Praktisch wird das durch hier nicht betrachtete gegenläufige Einflüsse, die nicht im Prinzip des Hysterese-motors liegen, wie z. B. Wirbelströme, Abfuhr der Schlupfleistung aus dem Rotor usw. begrenzt.

Der Einfluß des Hysterese-werkstoffs und seiner Aussteuerung auf das Drehmoment ist in der Gl. (21) in den Größen \hat{A} , \hat{B}_{H1} und ψ_1 enthalten. Das grundsätzliche Verhalten des ersten Modells ist jedoch von der Wahl des Werkstoffs und der Aussteuerung unabhängig, und deshalb soll der quantitative Einfluß dieser Größen hier nicht untersucht werden, zumal dies im folgenden zweiten Modell des Motors unter erweiterten Voraussetzungen gebracht wird.

Es sollen jetzt noch einige interessante für das erste Modell geltende Beziehungen zwischen den Feldgrößen, den Hysteresedaten, dem Drehmoment und der Ummagnetisierungsarbeit angegeben werden.

Zwischen der Amplitude \hat{A} des Strombelags und der Amplitude \hat{H}_H der Feldstärke besteht unter den Bedingungen des ersten Modells nach dem Durchflutungsgesetz der Zusammenhang

$$\hat{A} = \hat{H} \pi \frac{l_H}{\tau} . \quad (22)$$

Das Volumen V_H des Hystereserings ist, wenn die Schichtdicke l_H klein gegen die Polteilung τ ist, so daß die Krümmung vernachlässigt werden kann,

$$V_H = 2 \tau L l_H. \quad (23)$$

Aus den Gl. (21)–(23) ergibt sich dann das Drehmoment in Abhängigkeit von den Hysteresedaten

$$m = \frac{1}{2} V_H \hat{H}_H \hat{B}_{H1} \sin \psi_1. \quad (24)$$

Während des Asynchronlaufs wird der Hysteresering durch das Statorfeld ummagnetisiert. Die Hysteresearbeit w_H je Ummagnetisierungszyklus ist

$$w_H = \int_{V_H} \oint h_H db_H(h_H) dV_H. \quad (25)$$

b_H ist als Funktion von h_H grafisch als Hystereseschleife gegeben. Ein einfacher analytischer Ausdruck für $b_H = b_H(h_H)$ zur Verwendung in der Gl. (25) läßt sich nicht angeben. Die gesuchte Beziehung ist jedoch in den Gl. (9) und (13) in einer Parameterdarstellung $h_H = h_H(t)$ und $b_H = b_H(t)$ mit t als Parameter gegeben. Für einen Ummagnetisierungszyklus muß sich die Integration über eine ganze Periode T des Parameters t erstrecken, z. B. von $t = 0$ bis $t = 2\pi/s \omega_1$.

Für w_H ergibt sich somit

$$w_H = \int_{V_H} \int_{t=0}^{t=2\pi/|s|\omega_1} h_H \frac{\partial b_H}{\partial t} dt dV_H. \quad (26)$$

Das innere Integral wird die Fläche der Hystereseschleife ergeben.

$$A_H = \int_{t=0}^{t=2\pi/|s|\omega_1} \hat{H}_H \cos \left(\pi \frac{x_R}{\tau} - s \omega_1 t \right) \cdot \sum_{v=1}^{\infty} \hat{B}_{Hv} s \omega_1 \sin \left[\nu \left(\pi \frac{x_R}{\tau} - s \omega_1 t \right) + \psi_v \right] dt, \quad (27)$$

Das Ergebnis wird

$$A_H = \frac{s}{|s|} \pi \hat{H}_H \hat{B}_{H1} \sin \psi_1.$$

Die zweite Integration liefert

$$w_H = \frac{s}{|s|} \pi V_H \hat{H}_H \hat{B}_{H1} \sin \psi_1. \quad (28)$$

Die Fläche der Hystereseschleife gibt die Ummagnetisierungsarbeit je Zyklus unmittelbar an. Dies ist ein sehr nützliches Kriterium für die Auswahl von Hysteresewerkstoffen. Die Ummagnetisierungsfrequenz im Asynchronlauf mit dem Schlupf s ist $f_s = |s| \omega_1/2\pi$, so daß die Hystereseverlustleistung beim Schlupf s

$$p_H = s \frac{\omega_1}{2} V_H \hat{H}_H \hat{B}_{H1} \sin \psi_1 \quad (29)$$

wird.

Die mechanische Leistung p_m ist bei der Rotordrehfrequenz $f = (1-s)\omega_1/2\pi$ und dem Moment $m = m_0$ nach Gl. (21) und (24)

$$p_m = 2 \pi f m = (1-s) \frac{\omega_1}{2} V_H \hat{H}_H \hat{B}_{H1} \sin \psi_1. \quad (30)$$

Ein Vergleich der beiden Gl. (29) und (30) zeigt, daß die mechanische Leistung beim Schlupf $s = 0$, also im Synchronlauf, der Hystereseverlustleistung im Rotor beim Schlupf $s = 1$, also im Stillstand, gleich ist. Als mechanische Leistung im Synchronlauf ist hier die Kippleistung zu verstehen. Die einfache Verknüpfung zwischen der Leistung im Synchronlauf und dem Flächeninhalt der Hystereseschleife ermöglicht eine einfache Beurteilung und einen einfachen Vergleich verschiedener Hysteresewerkstoffe anhand ihrer Schleifenflächen. Danach sind die Werkstoffe, deren Schleifen den größten Flächeninhalt ergeben, am besten geeignet, weil sie das größte Kippmoment im Synchronlauf ergeben. Zu diesem Kriterium gehören jedoch Nebenbedingungen, von denen die wichtigste sich auf die Höhe der Aussteuerung \hat{H}_H bezieht, die wegen der Kupferverluste in der Statorwicklung (die Zusammenhänge können aus der Gl. (22) abgeleitet werden) innerhalb bestimmter Grenzwerte liegen muß.

Die Induktionswelle b_H induziert in der Statorwicklung eine Spannung e , die nach dem Induktionsgesetz

$$e(t) = - \frac{d\phi_t}{dt} \quad (31)$$

aus dem magnetischen Fluß ϕ_t berechnet wird, der mit der Wicklung verkettet ist. Der Fluß ϕ_t ergibt sich aus der Induktionswelle b_H nach Gl. (13) und dem Windungsbelag n nach Gl. (1). Der im Modell geltende radiale Verlauf der Feldlinien von b_H und der Verlauf der Stromlinien des Windungsbelags n bedeuten eine vollständige, streuungsfreie Verkettung der Induktionswelle mit

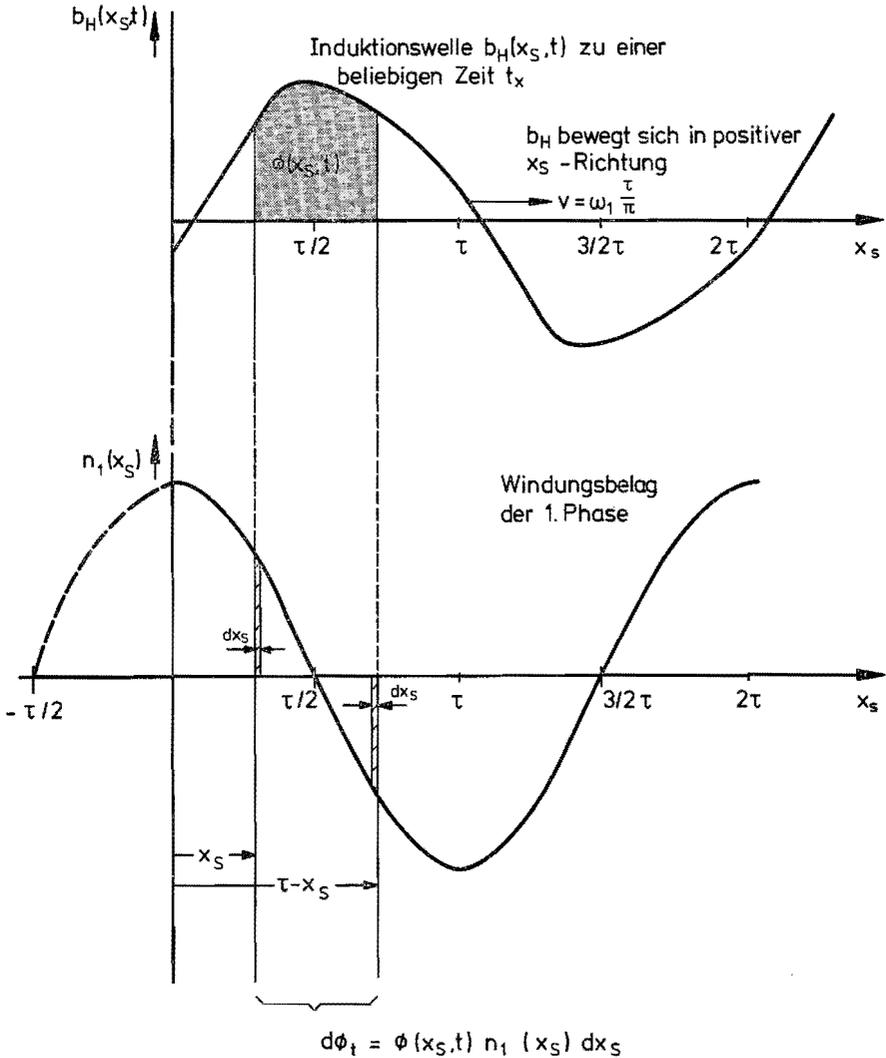


Abb. 13. Zur Verketzung der Induktionsswelle $b_H(x_S, t)$ mit dem Windungsbelag der 1. Phase $n_1(x_S)$.

dem Windungsbelag. b_H stellt weiter das Gesamtfeld des Modells dar; die hieraus berechnete Spannung e entspricht somit der Summe aus der Polradspannung e_p und der induktiven Spannung $i \cdot X$ an der Hauptinduktivität, die sonst in der Theorie der Synchronmaschinen unterschieden werden.

Die Induktionsswelle, die in Gl. (13) im Rotorsystem angegeben ist, wird mit Gl. (6) ins Statorsystem transformiert. Nach Abb. 13 ist der zwischen den Grenzen x_S und $\tau - x_S$ hindurchtretende Fluß

$$\phi(x_s, t) = \int_{x_s}^{\tau - x_s} L b_H(x_s, t) dx_s, \quad (32)$$

$$\phi(x_s, t) = L \int_{x_s}^{\tau - x_s} \sum_{v=1}^{\infty} \hat{B}_{Hv} \cos \left[v \left(\pi \frac{x_s}{\tau} - \omega_1 t \right) + \psi_v \right] dx_s$$

Dieser Fluß ist mit den Windungen $n_1(x_s) \cdot dx_s$ verkettet. Die ganze Flußverkettung mit dem Windungsbelag der 1. Phase ist

$$\phi_t(x_s, t) = 2 \int_0^{\tau/2} \phi(x_s, t) n_1(x_s) dx_s. \quad (33)$$

Die Ausrechnung ergibt

$$\phi_t(x_s, t) = -\hat{N} \hat{B}_{H1} L \frac{\tau^2}{\pi} \sin(\omega_1 t - \psi_1). \quad (34)$$

Hieraus ergibt sich die induzierte Spannung zu

$$e_1(t) = -\frac{d\phi_t}{dt} = \frac{1}{\pi} \hat{N} \hat{B}_{H1} \tau^2 \omega_1 L \cos(\omega_1 t - \psi_1). \quad (35)$$

Die in den anderen Phasen induzierten Spannungen haben den gleichen Betrag, aber entsprechend ihrer Lage eine zusätzliche Phasenverschiebung um den Betrag $(k - 1) 2\pi/m$, und es gilt

$$e_k(t) = \frac{1}{\pi} \hat{N} \tau^2 L \omega_1 \hat{B}_{H1} \cos \left[\omega_1 t - \psi_1 - (k - 1) \frac{2\pi}{m} \right]. \quad (36)$$

Dieser Ausdruck zeigt einige besondere Eigenschaften des ersten Modells. Die induzierte Spannung besteht nur aus einer Grundschwingung mit der Frequenz ω_1 , und sie wird nur aus der Grundwelle b_{H1} der Induktionswelle b_H gebildet. Die höheren Harmonischen von b_H sind an der induzierten Spannung unbeteiligt. Dies folgt aus den Gl. (32) und (33), wonach eine Flußverkettung nur für die Grundwelle b_{H1} , nicht aber für die höheren Harmonischen von b_H besteht. Die Spannung ist weiter nach Betrag, Phase und Frequenz vom Schlupf s , also der Rotordrehzahl ω unabhängig. Die Ursache hierfür liegt in der schlupfunabhängigen b_H - h_H -Verknüpfung, die bei diesem Modell durch die normale statische Hystereseschleife gegeben ist. Hierdurch wird auch die Induktionswelle bezüglich des Statorsystems x_s vom Schlupf unabhängig und somit auch die induzierte Spannung. Die Rotordrehzahl ist also an den Klemmen der Wicklung nicht feststellbar. Weiter ist der Phasenwinkel ψ_1 in der Gl. (35) der gleiche Winkel, der zwischen der Induktionsgrundwelle b_{H1} und der Feldstärke-

welle h_H besteht. Die räumliche Phasenverschiebung der b_{H1} -Welle im x_R -System gegenüber der h_H -Welle überträgt sich also direkt auf die zeitliche Phasenverschiebung zwischen e_1 und i_1 . Die im x_R -System nacheilende Welle ergibt im Zeitbereich eine voreilende induzierte Spannung. Der Winkel ψ_1 ist direkt mit einer Eigenschaft des Hysterese materials verknüpft, und sein Betrag hängt nur von der Form der Hystereseschleife ab.

Als letzte Größe des ersten Modells soll die aufgenommene elektrische Leistung p_e berechnet werden. Diese ergibt sich für die k -te Phase aus dem Strom i_k in dieser Phase und ihrer Klemmenspannung u_k . Für das erste Modell ist ein solches Feldlinienbild für die Induktionslinien vereinbart worden, daß der gesamte Rotorfluß mit dem Windungsbelag verkettet sein muß. Streufelder sind also ausgeschlossen. Weiter ist der flächenhafte Statorwindungsbelag als widerstandslos angenommen. Aus beiden Vereinbarungen folgt, daß die induzierte Spannung nach Gl. (35) auch die Klemmenspannung der Wicklung darstellt. Zwischen ihnen besteht die Beziehung

$$e_k = -u_k. \quad (37)$$

Die von der k -ten Phase aufgenommene momentane elektrische Leistung p_{ek} ist mit e_k nach Gl. (36) und i_k nach Gl. (2)

$$p_{ek} = -\hat{I} \hat{N} \hat{B}_{H1} \tau^2 \omega_1 L \frac{1}{\pi} \cdot \cos \left[\omega_1 t - \psi_1 - (k-1) \frac{2\pi}{m} \right] \sin \left[\omega_1 t - (k-1) \frac{2\pi}{m} \right]. \quad (38)$$

Die gesamte von allen m Phasen aufgenommene momentane Leistung ist

$$p_e = -\frac{m}{2} \frac{\omega_1}{\pi} \tau^2 L \hat{I} \hat{B}_{H1} \sin \psi_1. \quad (39)$$

Die momentane Gesamtleistung ist zeitlich konstant und hängt außer vom Strom \hat{I} von geometrischen Größen des Modells und von Eigenschaften des Hysterese materials ab. Dieser Ausdruck ist, wie sich nach einiger Umrechnung ergibt, dem der Gl. (30) mit $s = 0$ gleich. Diese Übereinstimmung zwischen der aufgenommenen elektrischen Leistung p_e und der mechanisch abgegebenen p_m ist eine Folge der im Modell nicht enthaltenen Verluste. Der Statorwindungsbelag ist als widerstandslos angesetzt; die Kupferverluste werden bei der Untersuchung von Oberwelleneinflüssen als unwesentlich angesehen, und sie sind daher im Modell nicht enthalten.

Hiermit sind die wesentlichen Eigenschaften, die das erste Modell des Hysterese motors kennzeichnen, angegeben. Am Ausgangspunkt stand die Annahme eines sinusförmigen Stator-Drehstrombelags, der ein ideales Kreisfeld er-

zeugt, eines radialen Flußverlaufs in der Hystereseschicht des Rotors, eines stationären Betriebszustandes sowohl im Asynchronlauf als auch im Synchronlauf (im Kippunkt) und einer als konstant angenommenen Winkelgeschwindigkeit ω . Für die Durchführbarkeit der Berechnung wesentlich war das Auffinden von gültigen Magnetisierungskurven, die sich als die bekannte normale Hystereseschleife herausstellten. Das Betriebsverhalten des Modells war besonders gekennzeichnet durch

- (1) ein im Bereich $0 \leq s \leq 1$ konstantes und stets positives Drehmoment,
- (2) ein im Synchronlauf zeitlich konstantes Drehmoment,
- (3) eine einfache Verknüpfung zwischen der maximalen Leistung im Synchronlauf und dem Flächeninhalt der Hystereseschleife und
- (4) eine induzierte Spannung, die trotz verzerrter Induktionswelle sinusförmig ist.

Sehr bemerkenswert ist, daß in einer der Feldgrößen des ersten Modells zwar Oberwellen existieren, daß diese aber keinen Einfluß auf die Modelleigenschaften haben. Alle Größen des Modells, die an den Klemmen der Wicklung oder an der Welle meßbar sind, sind von den vorhandenen Oberwellen nicht beeinflußt. Mit diesem Modell sollten die in Wirklichkeit komplexeren Zusammenhänge des Hysterese-motors auf das Wesentliche reduziert werden, damit sich das prinzipielle Verhalten anschaulich beschreiben läßt. Das Verhalten dieses idealisierten Modells soll jetzt mit Messungen an einem realen Motor verglichen werden.

3.2. Der Geltungsbereich des ersten Modells

Die wichtigsten Eigenschaften des ersten Modells sind im vorigen Abschnitt abgeleitet und angegeben worden. Sie gelten in Verbindung mit den speziellen Annahmen und Voraussetzungen, die in der Formulierung dieses Modells festgelegt sind. Die Vereinfachung von in Wirklichkeit komplizierten Zusammenhängen sind eingeführt worden, um ein durchsichtiges und berechenbares Modell zu erhalten, bei welchem die physikalischen Vorgänge anschaulich verfolgt werden können und aus welchem das prinzipielle Verhalten des Hysterese-motors gefunden werden kann. In diesem Sinn hat das erste Modell seinen Zweck erfüllt, und es soll jetzt festgestellt werden, ob der Geltungsbereich der erhaltenen Ergebnisse ausreicht, auch das Verhalten realer Motoren zu beschreiben. Hierzu wird zu überprüfen sein, wie weit zwischen dem berechneten Modellverhalten und gemessenen Motoreigenschaften Übereinstimmung besteht.

Zum Vergleich wird ein Labormodell eines Hysterese-motors ausgewählt, in welchem wie im ersten Modell in der Hystereseschicht des Rotors ein annähernd radialer Flußverlauf besteht. Hiermit soll die Hauptvoraussetzung des Modells erfüllt werden, denn die Hystereseschicht wird dann in beiden Fällen durch Wechselfelder ummagnetisiert, es liegt damit stets Wechselhysterese vor. Die wichtigsten Daten des Vergleichsmotors sind in der Tabelle I zusammengestellt,

der Statorblechschnitt ist in der Abb. 14 gezeigt. Der Hysteresering besteht aus einer AlNiCo-Legierung, die oft in Hysteresemotoren verwendet wird. Die Hystereseschleifenschar, die die für das erste Modell gültigen b_H-h_H -Beziehungen enthält, ist in der Abb. 15 gezeigt. Der radiale Flußverlauf wird 1. durch einen kleinen Wert des Quotienten l_H/δ und 2. durch Verwendung eines weichmagnetischen und hochpermeablen Kerns im Innern des Hystereserings weitgehend angenähert.

TABELLE I

Daten des Vergleichsmotors

(1) Ständer

(1) Blechpaket

Ständerbohrung	40 mm
Außendurchmesser	80 mm
Paketlänge	40 mm
Blechsorte	DynBl IV
Nutenzahl	12

(2) Wicklung

3-phasige Zweischichtwicklung mit Spulen gleicher Weite

Polzahl	$2p = 2$
Phasenzahl	$m = 3$
Nutenzahl je Pol und Phase	$q = 2$
Sehnung	$W/\tau = 5/6$
Windungszahl / Phase	$w = 600$
Phasenwiderstand	$R_{Cu} = 28 \text{ Ohm}$

(2) Rotor

(1) Hysteresering

Außendurchmesser	39.8 mm
Innendurchmesser	28 mm
Länge	40 mm
Material	isotrope AlNiCo-Legierung, wärmebehandelt
	$B_R \approx 0.88 \text{ T}, H_C \approx 200 \text{ A/cm}$
	(im Text bez. als AlNiCo 88/200)

(2) Rotorkern

Außendurchmesser	28 mm
Innendurchmesser	15 mm
Länge	40 mm
Material	DynBl IV

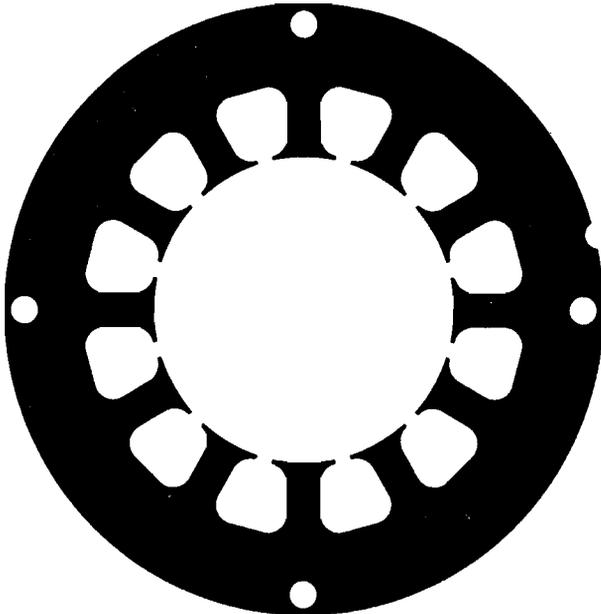


Abb. 14. Blechschnitt des Vergleichsmotors.

Der Vergleich zwischen Theorie und Messung geschieht anhand des Vergleichs der Kippmomente und der Drehmoment-Drehzahl-Kurven. Nach den Gl. (28)–(30) soll zwischen dem Kippmoment und dem Flächeninhalt der ausgerechneten Hystereseschleife direkte Proportionalität bestehen. Die aus dem Schleifeninhalt berechnete Hystereseverlustleistung, die also dem Kippmoment entspricht, ist in der Abb. 16 gezeigt. Die hiermit zu vergleichenden Ergebnisse der Motormessungen sind ebenfalls in der Abb. 16 wiedergegeben. Die Kurven zeigen, daß die aus der Schleifenfläche berechnete Modelleistung viel größer als die gemessene Motorleistung ist. Beide Kurven nähern sich Sättigungswerten, die aber bei unterschiedlichen Aussteuerungen beginnen. Die Abweichungen zwischen Theorie und Messung sind so groß, daß sie nicht als Meßfehler bei der Messung der Hystereseschleifen oder deren Flächeninhalten oder als Meßfehler bei der Kippmomentmessung angesehen werden können. Differenzen in ähnlicher Größenordnung ergeben sich auch bei anderen Hysterese-motoren und bei anderen Hysterese-werkstoffen, so daß festgestellt werden muß, daß das erste Modell das Kippmoment eines realen Motors nur ungenau angibt.

Ähnliches gilt auch für das Drehmoment im Asynchronlauf, wie der Vergleich der gemessenen und berechneten M - n -Kurven in der Abb. 17 zeigt. Die Übereinstimmung ist auch hier nicht gegeben, wenn auch das positive Anlaufmoment grundsätzlich bestätigt wird. Das nicht konstante Drehmoment der gemessenen M - n -Kurven wird auf Wirbelstromwirkungen im elektrisch leitenden Hysterese-ring zurückgeführt.

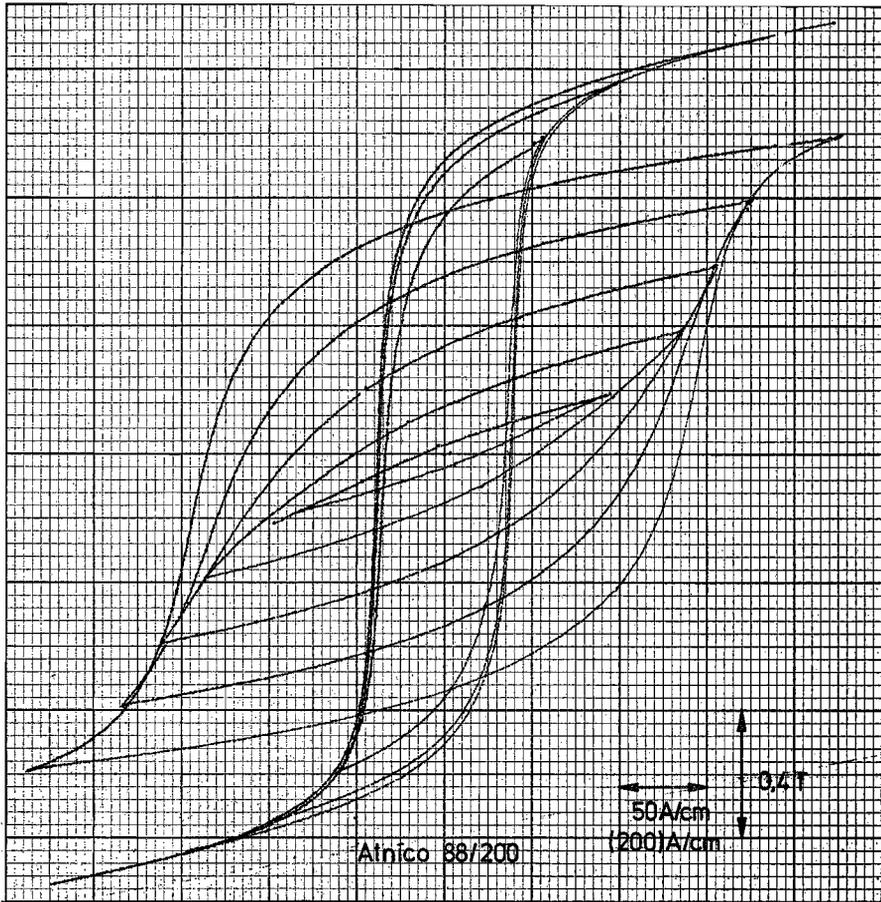


Abb. 15. Hystereseschleifen von AlNiCo 88/200. (Eigene Messung mit Doppeljoch)

Der Vergleich zwischen dem Verhalten des ersten Modells und des Muster-motors hat somit ergeben, daß das Modell nur die prinzipielle Funktionsweise des Hysteresemotors wiedergibt. Es bestätigt die Charakteristik des selbstanlaufenden Synchronmotors, versagt aber in quantitativer Beziehung. Hieraus wird gefolgert, daß das idealisierte Modell die Vorgänge im realen Motor nicht richtig oder nur unvollständig beschreibt. Das Modellverhalten war innerhalb der vereinbarten Voraussetzungen und Annahmen exakt und ohne die Verwendung von Näherungen abgeleitet und berechnet worden. Die Ursachen der Abweichungen zwischen Modell und Messung müssen darum in der Modellformulierung liegen. Ähnliches findet sich auch bei der Untersuchung idealisierter Modelle anderer Motorarten.

Die weiteren theoretischen Untersuchungen des Hysteresemotors beginnen daher mit der Aufstellung eines verbesserten Modells. Dieses soll ein besseres

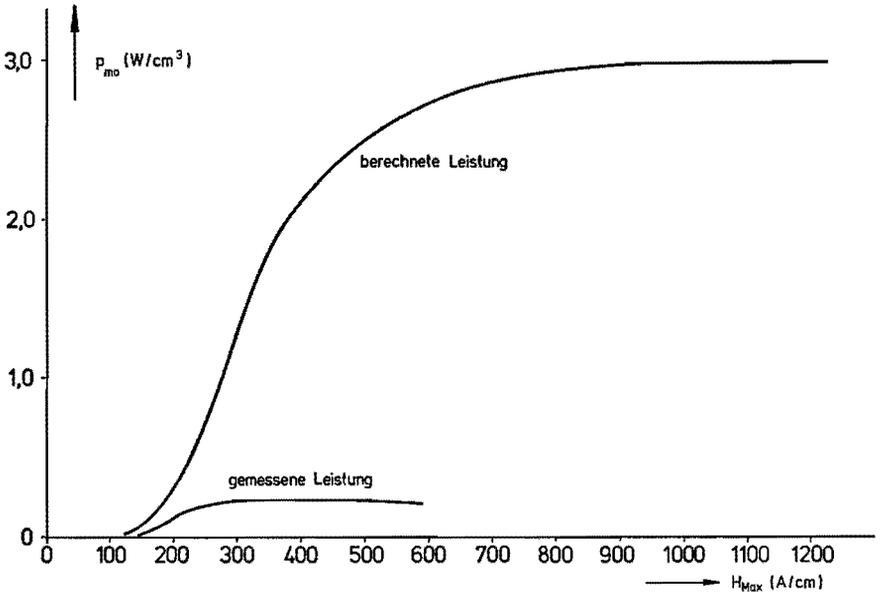


Abb. 16. Theoretische Hystereseleistung und gemessene Motorleistung als Funktion der Aussteuerung H_{Max} .

Abbild des realen Motors darstellen, der Grad der Vereinfachung muß gegenüber dem ersten Modell geringer sein. Hierbei ergibt sich aber das Problem des schnell steigenden Schwierigkeitsgrades der Berechnungen, so daß der Punkt der Unberechenbarkeit bald erreicht wird. Im folgenden Modell werden nur diejenigen der bisher vernachlässigten Größen neu aufgenommen, von denen ein wesentlicher Einfluß auf die Motoreigenschaften erwartet wird. Als besonders einflußreich werden im Stator Drehfeld enthaltene Oberwellen angesehen. Im ersten Modell waren diese nicht enthalten, in einem realen Motor existieren sie aber. Die oben festgestellten Unterschiede zwischen berechneten und gemessenen Motoreigenschaften werden hauptsächlich der Vernachlässigung von Oberwellen zugerechnet. Ein verbessertes Motormodell, in welchem deren Wirkungen berücksichtigt werden, sollte dann zu besseren Übereinstimmungen zwischen Theorie und Experiment führen. Daher ist der Einfluß von Oberwellen auf die physikalischen Vorgänge in der Hystereseschicht der Hauptgegenstand der nachfolgenden Untersuchungen.

Die im Drehfeld vorkommenden Oberwellen entstehen durch die nichtsinusförmige Verteilung der Statorwicklung längs der Bohrung und durch die Schwankungen des magnetischen Luftspaltleitwerts infolge der Nutung. Die aus der nichtsinusförmigen Wicklung entstehenden Oberwellen lassen sich in einer Modelluntersuchung erfassen, die aus der Nutung bzw. den Leitwertschwankungen entstehenden führen auf ein derzeit nicht lösbares Problem, da

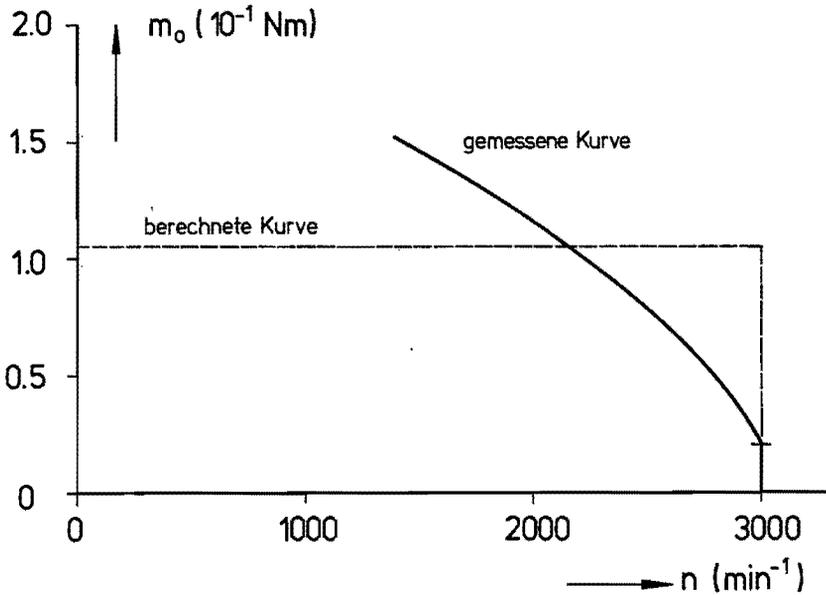


Abb. 17. Berechnete und gemessene Drehmoment–Drehzahl-Kurven. Motor- und Materialdaten nach Tabelle I, $f = 50$ Hz.

seitens der Feldtheorie noch keine Methoden und Techniken bestehen, die magnetischen Felder in nichtlinearen und hysteresebehafteten Medien unter so komplizierten und zeitabhängigen Randbedingungen zu bestimmen *). Die nachfolgenden Untersuchungen beziehen sich darum auf die Wirkungen der Oberwellen, die aus der nichtsinusförmigen Wicklungsverteilung entstehen. Es wird erwartet, daß das Weglassen der NutungsOberwellen die Erkenntnisse und Ergebnisse nur quantitativ beeinflußt, daß also keine wichtigen physikalischen Vorgänge übersehen werden.

Der im ersten Modell angenommene radiale Flußverlauf in der Hystereseschicht, der die entscheidende Voraussetzung für die Gültigkeit der Wechselhysterese war, muß aus dem gleichen Grund auch im verbesserten zweiten Modell gelten. Gerade in dem zweiten Modell werden ausführlichere und weitergehende Materialeigenschaften benötigt, so daß die Annahme dieser Hystereseart für die Berechenbarkeit des Modells wesentlich ist.

Die Untersuchung des zweiten Modells wird in zwei Schritte aufgeteilt. Im ersten werden die Zusammenhänge zwischen den einzelnen Größen abgeleitet, im zweiten wird der quantitative Einfluß wichtiger Modellparameter untersucht.

*) Die Nichtlinearität stellt für sich allein bereits ein sehr schwieriges Feldproblem dar, wie in Referenzen 13, 18, 27 und 28 gezeigt wird. Die Hysterese erhöht den Schwierigkeitsgrad noch ganz erheblich darüberhinaus.

4. DAS ZWEITE MODELL DES HYSTERESEMOTORS

4.1. Die Berechnung der Feldgrößen h_H und b_H

4.1.1. Die Modellformulierung

Das bisher betrachtete idealisierte erste Modell des Hysterese motors hat das bekannte Hauptmerkmal dieses Motortyps, die Charakteristik des selbstlaufenden Synchronmotors, bestätigt. Der Vergleich des berechneten Modellverhaltens mit Messungen an einem ausgesuchten Motor ergab aber eine geringe quantitative Übereinstimmung. Es wird ein zweites Modell des Motors aufgestellt, in welchem die dem ersten Modell zugrundeliegenden Vereinfachungen teilweise aufgegeben werden, um ein genaueres Abbild des realen Motors zu erhalten.

Als besonders einflußreiche, aber im ersten Modell nicht enthaltene Größe werden die im realen Motor vorkommenden Drehfeldoberwellen angesehen. Diese Oberwellen kommen vor, weil es nicht möglich ist, mit der endlichen Nutenzahl N des Stators eine sinusförmige Verteilung der Statorwicklung zu erhalten. Eine sinusförmige Verteilung setzt die praktisch nicht realisierbare unendlich große Nutenzahl voraus. Das Modell muß so aufgestellt werden, daß es einerseits eine möglichst genaue Abbildung des realen Motors darstellt, andererseits muß seine Berechenbarkeit sichergestellt sein. Diese hängt allein davon ab, ob es gelingt, den für dieses Modell geltenden speziellen Zusammenhang zwischen der Feldstärkewelle h_H und der Induktionswelle b_H herzustellen. Hierzu werden zwei Voraussetzungen eingeführt, die sich auf den Feldlinienverlauf in der Hystereseschicht des Rotors und den Betriebszustand beziehen.

Die Vereinbarung über den Feldlinienverlauf soll die Voraussetzungen für die Gültigkeit der Wechselhysterese herstellen. Diese war bereits für die Berechenbarkeit des einfachen ersten Modells wichtig, in dem komplexeren zweiten ist sie eine unbedingte Voraussetzung. Im realen Hysterese motor wird das magnetische Feld in der Hystereseschicht infolge der Statornutung mit Sicherheit eine solche Orts- und Zeitabhängigkeit haben, daß bestimmt Mischhysterese vorliegen wird *). Diese Hystereseart, die zwar die allgemeinste Ummagnetisierungsform darstellt, ist bekanntlich aber nur qualitativ beschreibbar, während sie kaum meßtechnisch erfaßbar ist und auch keinerlei Beziehungen zu den beiden einfacheren Sonderformen Wechsel- und Drehhysterese bekannt sind. Die Berechnung des magnetischen Feldes in der Hystereseschicht ist daher ein kaum lösbares Feldproblem, wenn die Statornutung mit berücksichtigt werden soll.

Zur Problemvereinfachung wird daher die räumliche Anordnung der Leiter der Statorwicklung im Nutenraum durch einen flächenhaften Windungsbelag ersetzt, der genau in den Nutöffnungen liegen soll. Das Nutenvolumen sei mit

*) Dies ist aus den Feldberechnungen in Referenzen 1, 11, 12, 23, und 29 ersichtlich.

einem Werkstoff mit unendlich hoher Permeabilität ausgefüllt, wodurch die Schwankungen des Luftspaltleitwertes durch die Nutung ausgeschaltet werden und sich für jeden Wert der Statorcoordinate x_s ein konstanter Luftspalt δ ergibt. Die Statorbohrung ist dann glatt und enthält den flächenhaften Windungsbelag, der im zweiten Modell eine unstetige Funktion der Statorcoordinate x_s ist. Der Rotor besteht wie beim ersten Modell aus einem Hysteresering, der im Innern einen weichmagnetischen Kern enthält. Die radialen Abmessungen des Hystereserings und des Luftspalts, l_H und δ , sollen im Vergleich zur Polteilung so klein sein, daß der Feldlinienverlauf für die Feldstärke h_H und die Induktion b_H vorwiegend radial wird. In beiden Schichten können dann h_H und b_H als von der Radialcoordinate r unabhängig angenommen werden, und beide Schichten werden durch eine einzige Ersatzschicht zusammengefaßt; die in den Abb. 5, 6 und 10 für das erste Modell gezeigten Verhältnisse gelten ebenso für das zweite Modell.

Die zweite für die Berechenbarkeit des Modellverhaltens wichtige Annahme ist wegen der Zusammenhänge zwischen dem Betriebszustand und den Materialfunktionen notwendig. Der Magnetisierungszustand eines Volumelements korrespondiert in der b - h -Ebene mit einem Punkt, der auf oder auch im gesamten Innern einer Hystereseschleife liegen kann. Zu jedem Feldstärkewert sind unendlich viele Induktionswerte möglich, weil die magnetische Vorgeschichte mitwirkt. Daher ist die Materialfunktion $b_H(h_H)$ allein aus der Zeitfunktion der Feldstärke nicht eindeutig bestimmbar, die Zeitfunktion der Induktion ebenfalls nicht. Ein analytischer Ausdruck oder ein anderer, gleichwertiger Zusammenhang zur Beschreibung des allgemeinen b_H - h_H -Zusammenhangs eines Hysteresewerkstoffs ist derzeit nicht bekannt. Dieses Problem läßt sich jedoch lösen, wenn die Untersuchungen auf stationäre Betriebszustände beschränkt werden. Dabei kommen dann auch nur stationäre Materialfunktionen $b_H(h_H)$ vor, und die aus dem Verlauf der Zeitfunktion der Feldstärke und dem Betriebszustand abgeleiteten Bedingungen reichen aus, eine bestimmte Materialfunktion eindeutig festzulegen. Die Untersuchung von nichtstationären Vorgängen könnte näherungsweise als zeitliche Aufeinanderfolge einzelner stationärer Zustände betrachtet werden.

Das zweite Modell wird daher wie das erste im Kippunkt betrachtet, und dieser ist durch den Grenzübergang vom Asynchronlauf in den Synchronlauf gegeben. Dieser Betriebspunkt wird ausgewählt, weil er für die Motoranwendung recht bedeutend ist, und weil er außerdem im Experiment ziemlich eindeutig einstellbar und reproduzierbar ist. Mit der Festlegung der wichtigsten Voraussetzungen für das zweite Modell ist die Reihenfolge der Berechnung auch vorgezeichnet: Sie beginnt mit der Berechnung der Feldstärkewelle $h_H(x_R, t)$. Es wird sich zeigen, daß deren Funktionsverlauf wichtige Kriterien zur Auswahl der speziellen Magnetisierungsfunktionen $b_H(h_H)$ aus dem unendlichen Vorrat der allgemeinen Materialfunktion des Werkstoffs enthält. Damit ist die Induk-

tionswelle $b_H(x_R, t)$ ebenfalls berechenbar. Die vom Hysteresematerial herührenden Effekte — die *Hysterese* und *Nichtlinearität* — sind in der Verknüpfung der Feldstärkewelle mit der Induktionswelle enthalten. Hieraus werden sich die besonderen Eigenschaften des Modells ergeben. Das erste Modell ist im zweiten als Sonderfall enthalten, und das Verhalten wird stets für beide berechnet und verglichen, so daß die gesuchten Oberwelleneinflüsse deutlich sichtbar werden.

Die nichtlinearen Zusammenhänge verbieten die Anwendung des Superpositionsprinzips. Alle zeit- und ortsabhängigen Größen werden daher als Momentanwerte behandelt, in denen alle Harmonischen simultan berücksichtigt sind. Die benötigten Materialeigenschaften liegen aus Messungen als Punktmengen vor. Zur Verwendung in den Berechnungen werden sie durch geeignete Verfahren dargestellt.

4.1.2. Die Berechnung der Feldstärkewelle h_H

Als Feldstärkewelle ist hier das magnetische Feld h_H bezeichnet, welches die Ströme in der Statorwicklung in der Hystereseschicht des Rotors erzeugen. Sie hat im zweiten Modell eine zweifache Bedeutung, denn sie gibt nicht nur die Zeitfunktion der Feldstärke an, mit der jede Rotorstelle angesteuert und ummagnetisiert wird, sondern sie legt auch die aktuellen Materialfunktionen fest, die aus den unendlich vieldeutigen Materialdaten auszuwählen sind. Gerade aus diesem letzten Grund ist eine exakte Berechnung ihres Funktionsverlaufs unerläßlich.

Die Zusammenhänge zwischen dem Feld h_H und den Größen, mit denen die Wicklungsanordnung beschrieben wird, sind beim vorliegenden Modell im Prinzip die gleichen wie beim ersten, da in beiden Fällen der gleiche Feldlinienverlauf zugrunde liegen soll. Die räumliche Anordnung der Wicklung in Nuten ist durch einen flächenhaften Windungsbelag ersetzt, der genau in die Nutöffnungen gelegt wird und der nur eine axiale Komponente besitzt. Er ist somit eine unstetige Funktion der Statorumfangskoordinate x_S , der nur im Bereich einer Nutöffnung einen endlichen Wert hat und außerhalb der Nutöffnungen exakt null ist. Die Übergänge sollen unendlich steil sein.

Es wird zuerst nur die k -te Phase der als symmetrisch und m -phasig vorausgesetzten Wicklung betrachtet. Der analytische Ausdruck für diesen Phasenwindungsbelag $n_k(x_S)$ kann aus dem Ausdruck für den Windungsbelag einer einzelnen Nut aufgebaut werden. Der Windungsbelag w^* einer Einzelnut ist, wie Abb. 18 zeigt, eine periodische Rechteckfunktion mit $w^* \neq 0$ im Bereich der Nutöffnung und $w^* = 0$ außerhalb. Kennzeichnend für w^* sind der absolute Windungsbelag w/S , die relative Nutöffnung S/τ und die Position x_0 im x_S -System. Die Größen w , w^* und x_0 sind mit den beiden Indizes NN und k , der Nutnummer und der Phasennummer, zu indizieren, womit festgelegt ist, daß dies die NN -te von insgesamt N vorhandenen Nuten ist, und daß sie der

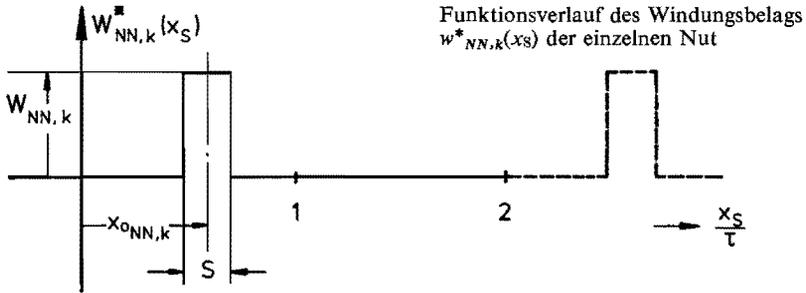
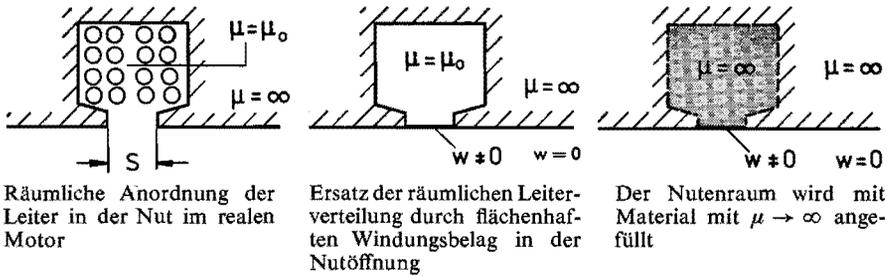


Abb. 18. Ersatz der räumlichen Leiterverteilung einer Nut durch einen flächenhaften Windungsbelag und zugehöriger Funktionsverlauf von $w^*_{NN,k}(x_s)$.

k -ten Phase zuzurechnen ist. Mit diesen Bezeichnungen lautet die Fourierreihe für den Windungsbelag der Einzelnut

$$w^*_{NN,k}(x_s) = w_{NN,k} \left\{ \frac{1}{2\tau} + \frac{2}{\pi S} \sum_{\varrho=1}^{\infty} \frac{1}{\varrho} \sin \left(\varrho \frac{\pi S}{2\tau} \right) \cos \left[\frac{\varrho \pi}{\tau} (x_s - x_{0NN,k}) \right] \right\}. \quad (40)$$

Der Gesamtwindungsbelag der k -ten Phase ist die Überlagerung der Windungsbeläge aller Nuten, die zu dieser Phase gehören:

$$n_k(x_s) = \sum_{NN=1}^N \frac{2 w_{NN,k}}{\pi S} \sum_{\varrho=1}^{\infty} \frac{1}{\varrho} \sin \left(\varrho \frac{\pi S}{2\tau} \right) \cos \left[\frac{\varrho \pi}{\tau} (x_s - x_{0NN,k}) \right]. \quad (41)$$

Aufgrund der Symmetrieeigenschaft $f(x + \tau) = -f(x)$ kommen in der Gl. (41) keine geradzahigen Harmonischen vor.

Für n_k wird noch die gleichwertige, aber anschaulichere Form

$$n_k(x_s) = \sum_{\varrho=1}^{\infty} \hat{N}_{\varrho} \cos \left\{ \varrho \left[\pi \frac{x_s}{\tau} - (k-1) \frac{2\pi}{m} \right] - \gamma_{\varrho} \right\} \quad (42)$$

angeschrieben. Hierin ist die Verteilung der Statorwicklung in den beiden

Größen \hat{N}_ϱ und γ_ϱ enthalten (γ_ϱ ist hier wegen der Wahl der Achsen jedoch null).

Aus dem Windungsbelag ergibt sich der Strombelag

$$a_k(x_s, t) = n_k(x_s) \cdot i_k(t) \quad (43)$$

mit $i_k(t)$ als Zeitfunktion des Stromes in der k -ten Phase. Die Überlagerung aller m Phasenstrombeläge ergibt den Gesamtstrombelag

$$a(x_s, t) = \sum_{k=1}^m i_k(t) \sum_{NN=1}^N \frac{2 w_{NN,k}}{\pi S} \sum_{\varrho=1}^{\infty} \frac{1}{\varrho} \sin \left(\varrho \frac{\pi S}{2\tau} \right) \cdot \cos \left[\frac{\varrho \pi}{\tau} (x_s - x_{0_{NN,k}}) \right]. \quad (44)$$

Für die Zeitfunktion der Ströme wird der gleiche Verlauf wie im ersten Modell angenommen, also Stromspeisung mit zeitlich sinusförmigem Strom entsprechend der Gl. 2. Damit ist der Ausdruck der Gl. (44) für jede gegebene Wicklungsanordnung berechenbar, und er stellt die Strombelagswelle dar. Deren Verlauf ist der Gl. (44) kaum zu entnehmen, aber durch Umformen und durch Ausnutzen der im Stromsystem und im Wicklungssystem enthaltenen Symmetrien läßt sich die einfachere Form

$$a(x_s, t) = \sum_{\varrho=-\infty}^{\infty} \hat{A}_\varrho \sin \left(\varrho \pi \frac{x_s}{\tau} - \omega_1 t \right) *) \quad (45)$$

finden. Hierin sind die Eigenschaften der Wicklungsanordnung, die in Gl. (44) im wesentlichen durch die beiden inneren Summationen ausgedrückt werden, in den Fourierkoeffizienten \hat{A}_ϱ enthalten. In der Gl. (45) besteht die Strombelagswelle aus einem unendlichen Spektrum von Teilwellen a_ϱ , die sich mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten im x_s -System teils in positiver, teils in negativer Richtung fortbewegen.

Die ϱ -te Teilwelle besitzt die Wellenlänge

$$\lambda_\varrho = 2 \tau / |\varrho|$$

und die Umlaufgeschwindigkeit

$$v_\varrho = 1/\varrho \frac{\tau \omega_1}{\pi}.$$

Die Strombelagsteilwellen, deren Ordnungszahlen ein ganzes Vielfaches der Phasenzahl m sind, fehlen. Wegen der unterschiedlichen Umlaufgeschwindig-

*) ϱ -Laufbereich, siehe Hinweis auf Seite 131.

keiten der einzelnen Teilwellen ist die Form der Strombelagswelle während einer Zeitperiode T , d. h. während eines vollständigen Umlaufs der Grundwelle a_1 , nicht konstant.

Aus der Strombelagswelle wird die Feldstärkewelle mittels der gleichen Beziehungen berechnet, die für das erste Modell angegeben wurden. Die Feldstärkewelle wird dann

$$h_H(x_S, t) = \sum_{k=1}^m i_k(t) \sum_{NN=1}^N \frac{2 w_{NN,k}}{\pi S l_H} \cdot \sum_{\varrho=1}^{\infty} \frac{\tau}{\varrho^2 \pi} \sin\left(\varrho \frac{\pi S}{2\tau}\right) \cos\left[\frac{\varrho \pi}{\tau} \left(x_S - x_{0_{NN,k}} + \frac{\tau}{2}\right)\right]. \quad (46)$$

Auch dieser Ausdruck kann durch die anschaulichere Form

$$h_H(x_S, t) = \sum_{\varrho=-\infty}^{\infty} \hat{H}_{H\varrho} \cos\left(\varrho \pi \frac{x_S}{\tau} - \omega_1 t\right) \quad *) \quad (47)$$

ersetzt werden. Wegen der formalen Übereinstimmung mit der Gl. (45) gelten bezüglich der Zusammensetzung von h_H aus Teilwellen die oben aufgeführten Feststellungen. Die Gleichungen (46) und (47) geben die Feldstärke an, mit der die Hystereseschicht im Rotor angesteuert wird. Da in den nachfolgenden Berechnungen die Eigenschaften des Hysteresematerials gebraucht werden, ist es notwendig, die Ausdrücke für die Feldstärkewelle und die Strombelagswelle, die bisher im Statorkoordinatensystem x_S gegeben sind, in das Rotorkoordinatensystem x_R zu transformieren. Die Transformation, die durch die Gl. (6) geregelt wird, ergibt für den Synchronlauf, der hier betrachtet werden soll,

$$a(x_R, t) = \sum_{k=1}^m i_k(t) \sum_{NN=1}^N \frac{2 w_{NN,k}}{\pi S} \sum_{\varrho=1}^{\infty} \frac{1}{\varrho} \sin\left(\varrho \frac{\pi S}{2\tau}\right) \cdot \cos\left\{\varrho \left[\frac{\pi}{\tau} (x_R - x_{0_{NN,k}}) + \omega_1 t\right]\right\}, \quad (48)$$

$$h_H(x_R, t) = \sum_{k=1}^m i_k(t) \sum_{NN=1}^N \frac{2 w_{NN,k}}{\pi S l_H} \sum_{\varrho=1}^{\infty} \frac{\tau}{\varrho^2 \pi} \sin\left(\varrho \frac{\pi S}{2\tau}\right) \cdot \cos\left\{\varrho \left[\frac{\pi}{\tau} \left(x_R - x_{0_{NN,k}} + \frac{\tau}{2}\right) + \omega_1 t\right]\right\}. \quad (49)$$

*) ϱ -Laufbereich, siehe Hinweis auf Seite 131.

und für die anschaulicheren Darstellungen

$$a(x_R, t) = \sum_{\varrho} \hat{A}_{\varrho} \sin \left[\varrho \pi \frac{x_R}{\tau} - (1 - \varrho) \omega_1 t \right], \quad (50)$$

$$h_H(x_R, t) = \sum_{\varrho} \hat{H}_{H\varrho} \cos \left[\varrho \pi \frac{x_R}{\tau} - (1 - \varrho) \omega_1 t \right]. \quad (51)$$

Es sollen nun einige Eigenschaften der obigen Ausdrücke untersucht werden, soweit diese für die weiteren Betrachtungen bedeutend sind. Der Vergleich entsprechender Ausdrücke des ersten Modells und des zweiten Modells zeigt, daß die nichtsinusförmige Wicklungsverteilung des zweiten Modells zu Oberwellen führt. Die in der Feldstärke vorkommenden Oberwellen bewirken eine Aussteuerung des Hysteresewerkstoffs durch ein Frequenzspektrum. Zusammen mit der Nichtlinearität und Vieldeutigkeit der Materialeigenschaften werden sich hieraus die besonderen Modelleigenschaften ergeben, die sich von denen des ersten erheblich unterscheiden werden. Einen ersten Überblick über den Funktionsverlauf der Feldstärkewelle gibt die Abb. 19, in der h_H als Funktion von x_R und t so dargestellt ist, daß der Verlauf als Welle und auch deren Beeinflussung durch Oberwellen deutlich erkennbar sind. Der Vergleich mit der Abb. 12, die die Feldstärkewelle des ersten Modells zeigt, zeigt die Veränderungen gegenüber dem ersten Modell.

Die Genauigkeit, mit der h_H zu berechnen ist, muß in der vorliegenden Untersuchung sehr hoch sein. Dies liegt an den später noch ausführlicher beschriebenen Zusammenhängen zwischen dem Funktionsverlauf von h_H und der Auswahl der speziellen Magnetisierungsfunktionen $b_H(h_H)$ aus einer unendlich vieldeutigen Menge. Diese hohe Genauigkeitsforderung kann aber durch die angegebenen Berechnungsvorschriften nach den Gl. (50) und (51) kaum erfüllt werden. Zunächst ist es praktisch unmöglich, die angegebenen unendlichen Reihen numerisch exakt zu berechnen, da Summenausdrücke hierfür nicht bekannt sind. Die Reihen müßten dann also nach einer endlichen Gliederzahl abgebrochen werden und die entsprechenden Teilsummen als Näherung für den exakten Funktionswert verwendet werden. Wenn dies die einzige Schwierigkeit wäre, so ließe sich der Restfehler durch eine ausreichend hohe Zahl von Teilwellen sicher ausreichend klein halten. Die Hauptschwierigkeit ergibt sich aber aus dem Gibbs-Phänomen, wonach die Annäherung eines Funktionsverlaufs mit Unstetigkeitsstellen durch eine unendliche Fourierreihe stets mit einem Überschwingen von 18% bei den Unstetigkeitsstellen behaftet ist ⁶⁾. Wird die Reihe nach einer endlichen Gliederzahl abgebrochen, wie es praktisch unvermeidbar ist, so ist das Überschwingen auch in der Umgebung der Unstetigkeits-

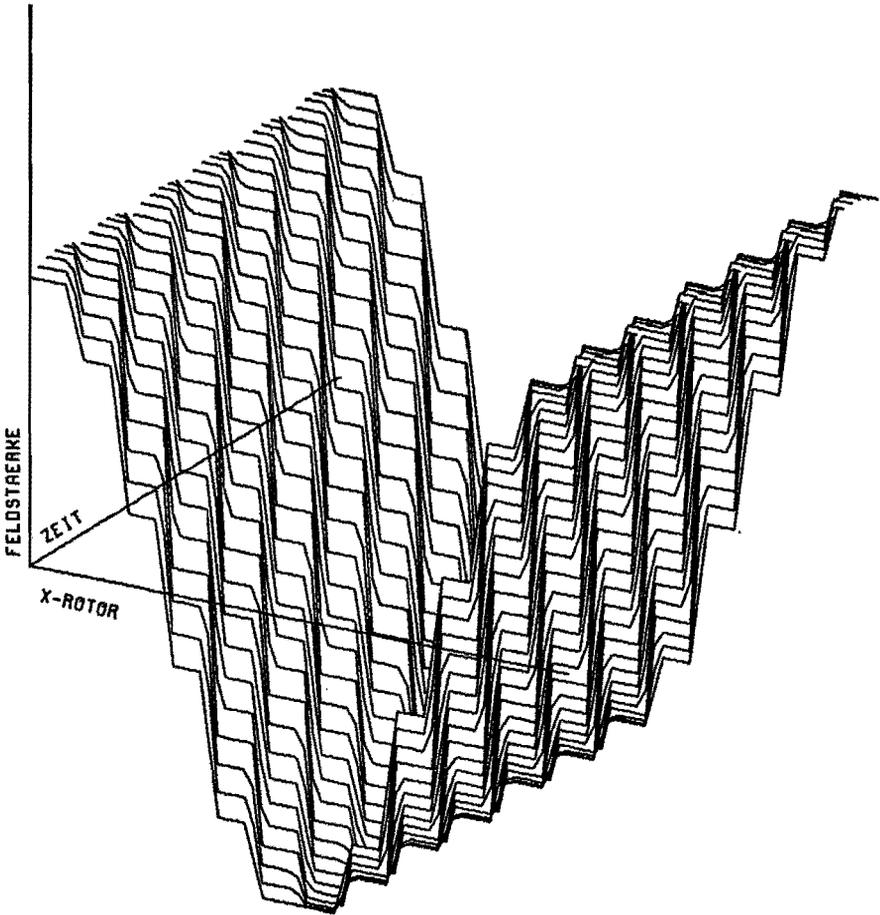


Abb. 19. Feldstärkewelle $h_H(x_R, t)$. Zeitintervall: 0–180 Grad in 5-Grad Schritten, x_R -Intervall: 0–360 Grad (entspricht 2τ), Wicklung: $N = 12$, $W/\tau = 5/6$, $S/\tau_N = 0.2$.

stellen festzustellen, es kann auch hier bis zu 18% betragen. Ein weiteres Problem ist die schlechte Konvergenz der Fourierreihe bei Funktionen mit Sprüngen, d. h. die vielen zu berücksichtigenden Glieder führen zu sehr langen Rechenzeiten.

Der hier vorliegende Funktionsverlauf des Statorwindungsbelags besteht aus einer Vielzahl von Unstetigkeitsstellen, und zwar bestehen je Nut 2 Sprünge, so daß beide oben beschriebenen Nachteile der Fourierreihen hier vorkommen. Bei der Feldstärkewelle sind die Schwierigkeiten etwas geringer, da hier keine Unstetigkeitsstellen, sondern nur undifferenzierbare Stellen vorliegen. Bei der Berechnung auf einer digitalen Rechenmaschine bestehen aber Möglichkeiten, im Rechenprogramm Sprungfunktionen exakt zu erzeugen und hiermit den Windungsbelag und auch die Strombelagswelle exakt nachzubilden. Ebenso

bestehen für einen Funktionsverlauf, der undifferenzierbare Stellen enthält, entsprechende Möglichkeiten. Auch an den Sprungstellen bzw. an den undifferenzierbaren Stellen werden hierbei die richtigen Werte berechnet. Diese Verfahren, die ohne die Verwendung unendlicher Reihen auskommen, werden darum hier für die numerische Berechnung der Strombelags- und der Feldstärkewelle verwandt. Das Prinzip des Verfahrens ist recht einfach und besteht darin, daß der Funktionsverlauf des Windungsbelags direkt wiedergegeben wird.

Für die Ableitung der physikalischen Zusammenhänge wird dagegen stets von der Fourierreihendarstellung Gebrauch gemacht, da dies die Beziehungen in gewohnter Weise beschreibt und somit anschaulicher ist.

Die in diesem Abschnitt abgeleitete Feldstärkewelle h_H bildet die Grundlage für die weitere Betrachtung des zweiten Modells. Zunächst werden die Zusammenhänge zwischen ihrem Funktionsverlauf und den Materialfunktionen betrachtet.

4.1.3. Die Materialfunktion $b_H(h_H)$ des zweiten Modells

Die Materialfunktion stellt den Zusammenhang zwischen der Feldstärkewelle h_H und der Induktionswelle b_H her, und sie wird durch das Zusammenwirken der Feldstärkewelle mit Materialeigenschaften bestimmt. Im ersten Modell ist sie durch die normale Hystereseschleife gegeben, und zwar, weil der Hysteresewerkstoff aufgrund des idealen, d. h. oberwellenfreien Drehfeldes nach Gl. (9) monofrequent angesteuert wird. Die Aussteuerung im zweiten Modell erfolgt dagegen durch ein Frequenzspektrum, welches durch Gl. (51) gegeben ist, und damit bestehen hier nicht mehr die Voraussetzungen für die Gültigkeit der Hystereseschleife. Die gesuchte Materialfunktion ist zunächst unbestimmt, sie kann irgendeinen Verlauf auf oder im Innern einer Hystereseschleife haben. Hierfür gibt es unendlich viele Möglichkeiten, und eine allgemeine Lösung für dieses Problem ist derzeit nicht bekannt. Die Aufgabe kann durch eine speziellere Formulierung jedoch schrittweise gelöst werden, und zwar werden zunächst nur die Bedingungen für ein einzelnes Volumelement $\Delta V = \Delta x_R \cdot l_H \cdot L$ des Rotors an der Rotorstelle $x_R = X_R$ betrachtet. Die Feldstärke, bisher eine Funktion der beiden Variablen x_R und t , ist jetzt nur noch zeitvariabel. Die Zeitfunktion der Feldstärke, mit der dieses Volumelement angesteuert wird, enthält die Bedingungen zur Festlegung der gesuchten Magnetisierungsfunktion für dieses Volumelement. Wenn das Problem für ein Volumelement an der beliebigen Rotorstelle X_R gelöst ist, so ist es für die übrigen Rotorstellen ebenfalls lösbar.

Zuerst wird der Verlauf der Zeitfunktion der Feldstärke für einige Rotorstellen X_R betrachtet. Die Abb. 20 zeigt die Kurvenschar $h_H(X_R, t) = f(t)$ mit X_R als Kurvenparameter. Die zugrundeliegende Wicklung und die Größe des Stroms werden später begründet. Die Kurven ergeben für die Bestimmung der gesuchten Materialfunktion folgende Kriterien.

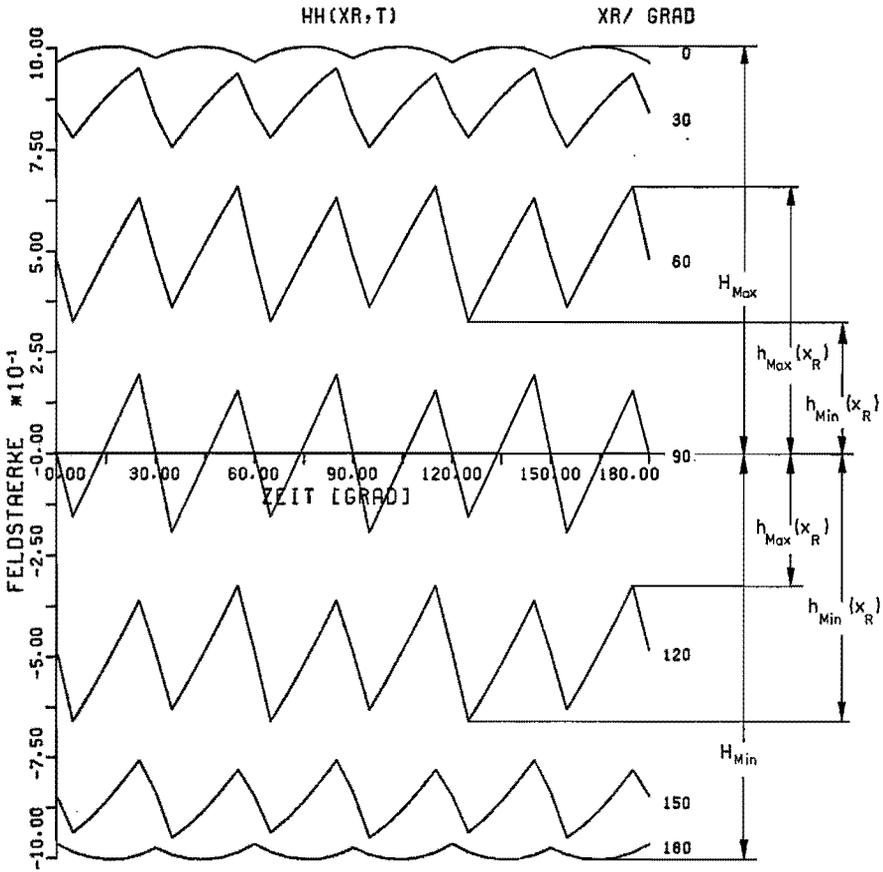


Abb. 20. Relativer Verlauf der Feldstärke $h_H(x_R, t)$ an den Rotorstellen $X_R = 0, 30, 60, \dots, 180$ Grad. Wicklung: $N = 12, W/\tau = 5/6, S/\tau_N = 0.2, \text{Strom: } \hat{I} = 1.$

- (1) Für jedes feste X_R ist $h_H(X_R, t)$ eine periodische Funktion, deren Wertebereich durch $h_{\text{Max}}(X_R)$ und $h_{\text{Min}}(X_R)$ begrenzt wird. Der prinzipielle Funktionsverlauf ist für alle Werte von X_R gleich.

Die lokalen Extremwerte h_{Max} bzw. h_{Min} erfüllen die Bedingung

$$h_{\text{Max}}(x_R) > h_{\text{Max}}(x_R + \Delta x_R) \text{ bzw. } h_{\text{Min}}(x_R) < h_{\text{Min}}(x_R + \Delta x_R).$$

- (2) h_H hat bei X_R -Werten, die eine Polteilung τ auseinanderliegen, die absoluten Extremwerte H_{Max} und H_{Min} , deren Beträge gleich sind.

Diese Eigenschaften von h_H werden jetzt zu gemessenen Materialeigenschaften in Beziehung gesetzt. Zuerst werden die Extremwerte H_{Max} bzw. H_{Min} ausgewertet. Bei der Messung von Hysteresekurven findet man die Gesetzmäßigkeit, daß jede normale Hystereseschleife, die die Scheitelpunkte $\pm \hat{H}_H$ hat, die Grenzcurve aller möglichen Magnetisierungskurven ist, die mit beliebiger

Zeitfunktion der Aussteuerung erreicht werden, wenn nur deren Aussteuerung $h \leq \hat{H}_H$ ist. Die Extremwerte H_{Max} und H_{Min} der Feldstärkewelle h_H werden daher den beiden Scheitelpunkten $+\hat{H}_H$ und $-\hat{H}_H$ unmittelbar zugeordnet. Hiermit ist — bei gegebener Wicklungsanordnung — dann auch der Scheitelwert des Stroms bestimmt.

Die weitere Festlegung der Magnetisierungsfunktion, wozu jetzt das andere Kriterium ausgewertet wird, geht von den in Abb. 21 gezeigten Verhältnissen aus. Hier ist innerhalb einer Hystereseschleife der Bereich schraffiert, der den zum Wertebereich $h_{Max}(X_R) - h_{Min}(X_R)$ der Feldstärke einer bestimmten Rotorstelle X_R gehörenden möglichen Wertebereich der Induktion angibt. Die möglichen Kurven müssen in diesem Intervall liegen, wobei aber immer noch unendlich viele Möglichkeiten bestehen. Der periodische Verlauf und der beschränkte Wertebereich der Zeitfunktion der Feldstärke $h_H(X_R, t)$ für einen beliebigen, festen Wert von X_R verlangen, daß der zugehörige Verlauf der Zeitfunktion der Induktion $b_H(X_R, t)$ die gleichen Eigenschaften haben muß, denn es muß einen eindeutigen Zusammenhang geben. Die Lösung ergibt sich wieder aus

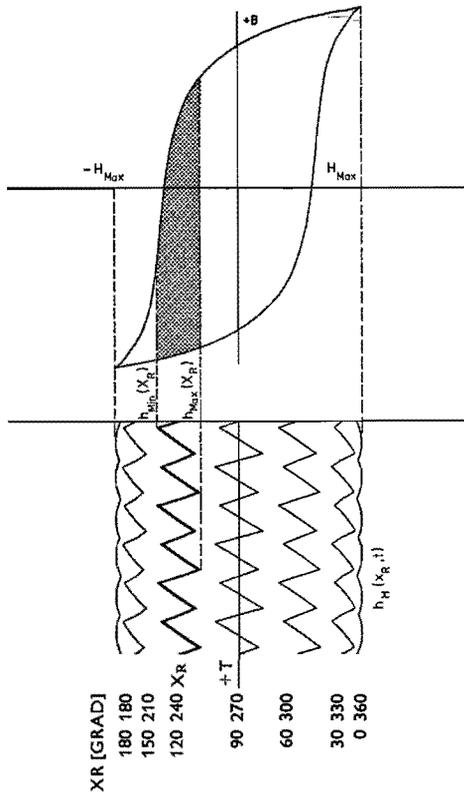


Abb. 21. Festlegung des Intervalls in der b - h -Ebene, in dem die Magnetisierungsfunktion der festen Rotorstelle X_R liegen muß.

den aus Messungen bekannten Eigenschaften der Hysteresewerkstoffe ¹⁷⁾. Die gesuchte Magnetisierungsfunktion muß durch Abschnitte von sogenannten remanenten Magnetisierungskurven gegeben sein. Diese remanenten Kurven entstehen, wenn der Richtungssinn der Feldstärke bereits vor den Scheitelpunkten der Hystereseschleife umgekehrt wird. Für jeden Punkt der Hystereseschleife gibt es dann eine solche Kurve, die in das Innere der Schleife hinein geht und bis zum gegenüberliegenden Schleifenast laufen kann.

Die Abb. 22 zeigt eine Schar von solchen gemessenen remanenten Kurven,

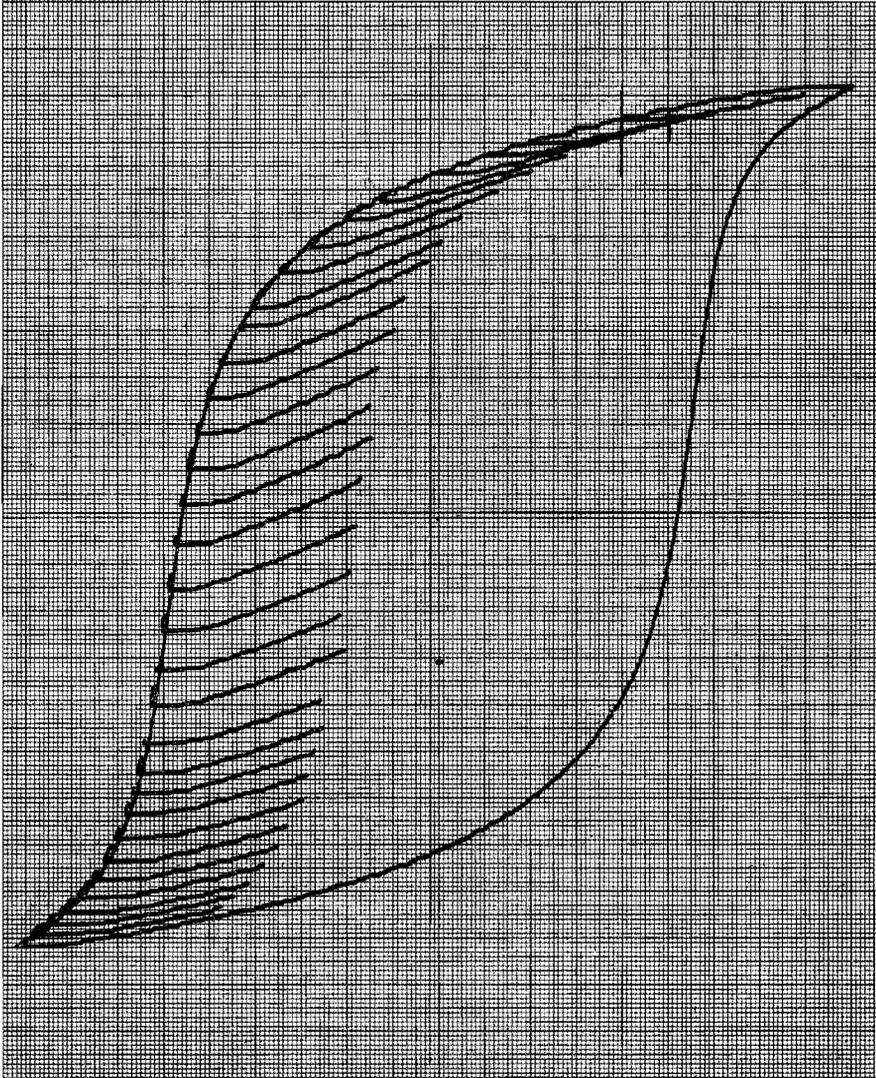


Abb. 22. Schar von gemessenen remanenten Magnetisierungskurven. Material: AlNiCo 88/200, $H_{\text{Max}} = 225 \text{ A/cm}$. (Eigene Messung mit Doppeljoch)

die zum linken Ast der Schleife gehören; zum rechten Ast gibt es entsprechende. Die remanenten Kurven werden genau wie die Schleife selbst nicht reversibel durchlaufen; würde beim Durchlaufen der Richtungssinn der Änderung der Feldstärke umgekehrt, so würde der Rücklauf durch eine andere remanente Kurve beschrieben als der Hinlauf. Beim periodischen Wechsel des Vorzeichens von dh_H/dt , wie es bei den vorliegenden Kurven $h_H(X_R, t)$ vorkommt, werden dann aus den beiden Abschnitten der remanenten Hin- und Rücklaufkurve kleine sekundäre Hystereseschleifen gebildet. Aus dem Kurvenverlauf von $h_H(X_R, t)$ nach Abb. 20 für die betrachtete Rotorstelle X_R und aufgrund der remanenten Magnetisierungskurven nach Abb. 22 liegt im Intervall

$$h_{\text{Max}}(X_R) \leq h_H \leq h_{\text{Min}}(X_R)$$

eine bestimmte Schar von Sekundärschleifen. In der Abb. 23 sind einige dieser Schleifen schematisch abgebildet. Damit ist die gesuchte Magnetisierungsfunktion bereits soweit festgelegt, daß aus den unendlich vielen denkbaren Kurvenverläufen bestimmte ausgewählt sind. Das letzte freie Kriterium, das sich auf den betrachteten Betriebszustand bezieht, wird endlich die Vieldeutigkeit beseitigen.

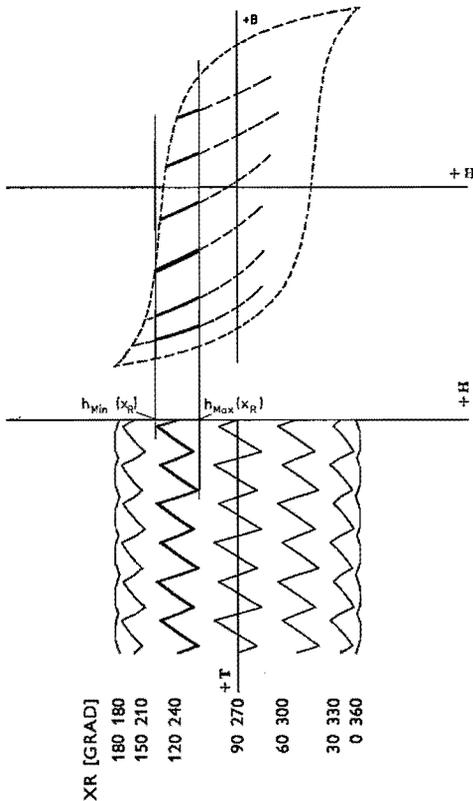


Abb. 23. Auswahl der Sekundärschleifen im Intervall $[h_{\text{Max}}(X_R) - h_{\text{Min}}(X_R)]$ (es sind nur die unteren Äste gezeichnet).

Es ist vereinbart, den Betrieb im Kippunkt zu untersuchen; dies ist der Betriebspunkt, in dem der Motor seine Maximalleistung abgibt. Der analytische Zusammenhang zwischen dem Betriebspunkt und der gesuchten Magnetisierungsfunktion ist nicht bekannt. Parallelen zum ersten Modell sollen helfen, dies Problem zu lösen. Die Magnetisierungsfunktion des ersten Modells ist durch die normale Hystereseschleife gegeben. Es wird nun angenommen, daß im zweiten Modell die Feldstärkegrundwelle h_{H1} und die höheren Harmonischen $h_{H\varrho}$ mit $\varrho > 1$ voneinander unabhängig einstellbar seien. Ist nur die Grundwelle h_{H1} allein eingeschaltet, so liegt das erste Modell vor, und jeder Rotorstelle x_R ist ein bestimmter Punkt auf der Hystereseschleife als Magnetisierungszustand zugeordnet. Es wird nun angenommen, daß nunmehr auch die Feldstärkeharmonischen $h_{H\varrho}$ mit $\varrho > 1$ allmählich von null auf ihren normalen Wert gesteigert werden. Dadurch wird der anfangs auf der Schleife liegende Punkt auf einer Sekundärschleife ins Innere der Hystereseschleife wandern.

Dieser Vorgang ist möglich auf derjenigen Sekundärschleife der Abb. 23, deren äußerer Umkehrpunkt genau auf der Hystereseschleife liegt. Dieser hat die Koordinaten $(h_{\text{Min}}(X_R) | b_{\text{Min}}(X_R))$. Die übrigen Sekundärschleifen, deren Umkehrpunkte nicht auf sondern im Innern der Hystereseschleife liegen, gehören dann zum Teillastbereich des Motors.

Für die willkürlich gewählte Rotorstelle X_R ist damit eine eindeutige Magnetisierungsfunktion $b_H(X_R) = f(h_H(X_R))$ gefunden. Für die übrigen Werte von x_R sind diese auf gleiche Weise zu ermitteln. Dabei ist die Gesamtmenge der Berührungspunkte aller Sekundärschleifen über den ganzen Umfang der Hystereseschleife

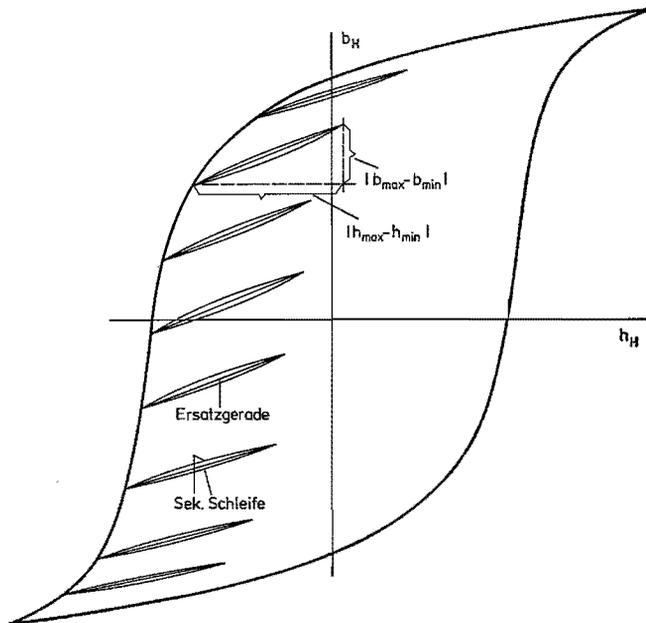


Abb. 24. Ersatz der Sekundärschleifen durch Geraden durch die Umkehrpunkte.

schleife verteilt. Die Koordinaten der Berührungspunkte am linken Ast sind durch $(h_{\text{Min}}(x_R) | b_{\text{Min}}(x_R))$ gegeben, die vom rechten Ast durch $(h_{\text{Max}}(x_R) | b_{\text{Max}}(x_R))$. Die Abb. 24 zeigt die für einige Rotorstellen x_R geltenden Sekundärschleifen. Die Gesamtheit der so definierten Sekundärschleifen bildet die Magnetisierungsfunktion des zweiten Modells.

Die Verwendung dieser Materialfunktionen in der Modellberechnungen wird zweckmäßigerweise durch eine Vereinfachung erleichtert. Hierzu wird der annähernd lineare Verlauf beider Äste der Sekundärschleifen ausgenutzt, der besteht, wenn der Oberwellengehalt in der Feldstärkewelle ein bestimmtes Maß nicht überschreitet. Die Abb. 24 zeigt, daß dies bei dem betrachteten AlNiCo-Werkstoff gut zutrifft. Der annähernd lineare Verlauf liegt dann vor, wenn die den Oberwellen zuzuschreibende Feldstärkeschwankung $h_{\text{Max}}(x_R) - h_{\text{Min}}(x_R)$ klein im Vergleich zur Gesamtaussteuerung $2\hat{H}_H$ der Hystereseschleife ist. Dann können die Sekundärschleifen durch eindeutige Kurven ersetzt werden. Eine akzeptable Näherung bieten die Geraden, die die Umkehrpunkte der Sekundärschleifen verbinden. Der Abstand der Umkehrpunkte und damit die Geradenlängen an den einzelnen Rotorstellen x_R hängen vom Spektrum der Feldstärkewelle ab. Die Abb. 25 zeigt eine Schar von Ersatzgeraden für einen bestimmten Fall. Die Gesamtheit aller Ersatzgeraden belegt in der b - h -Ebene eine abge-

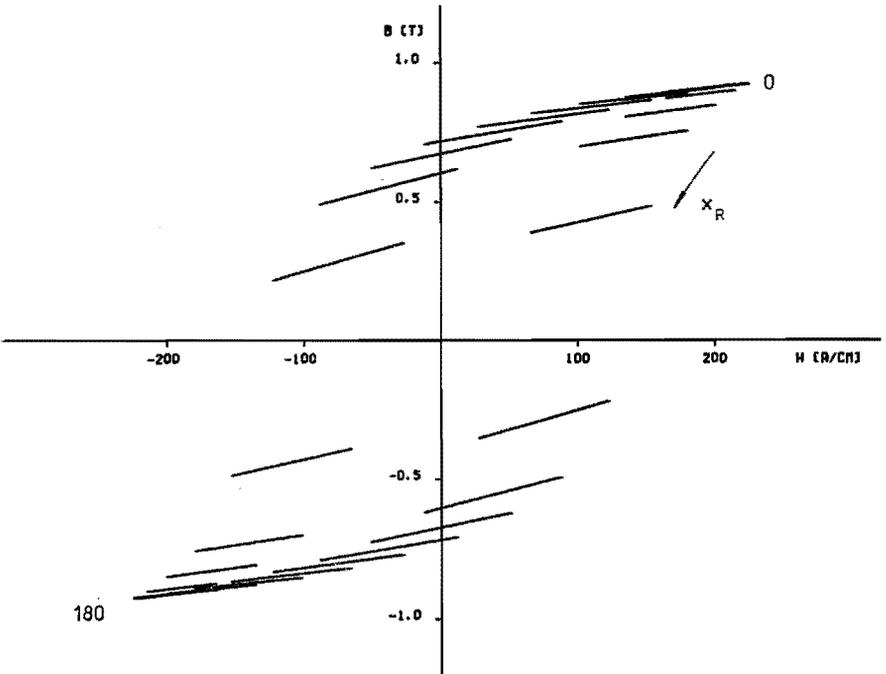


Abb. 25. Materialfunktion des zweiten Modells an den Rotorstellen $X_R = 0, 10, 20, \dots, 360$ Grad. Hysterese material: AlNiCo 88/200, $H_{\text{Max}} = 225$ A/cm, Wicklung: $N = 12$, $W/\tau = 5/6$, $S/\tau_N = 0.2$.

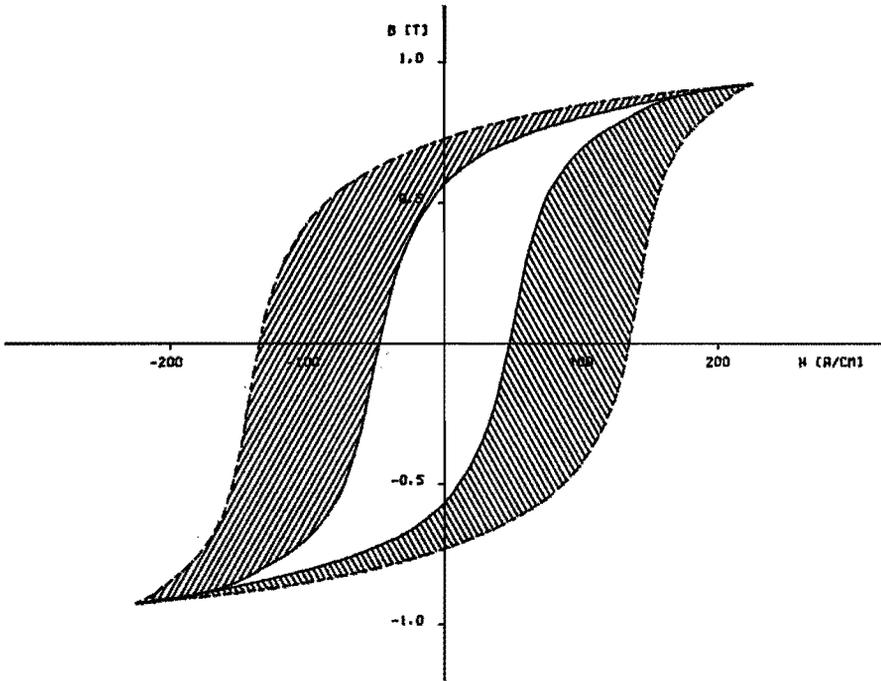


Abb. 26. Bereich der Materialfunktion in der b - h -Ebene. Innere Randkurve des Gebiets: Funktion des Spektrums der Feldstärkewelle und des Verlaufs der Ersatzgeraden. Hier ist die Wicklung $N = 12$, $W/\tau = 5/6$, $S/\tau_N = 0.2$, und das Material AlNiCo 88/200, mit $H_{\text{Max}} = 225$ A/cm. Äußere Randkurve des Gebiets: Hystereseschleife, $H_{\text{Max}} = 225$ A/cm.

geschlossene Fläche, die außen durch die normale Hystereseschleife berandet wird, und innen durch eine Kurve, die vom Feldstärkespektrum und vom Verlauf der Sekundärschleifen gemeinsam bestimmt wird. Die Abb. 26 zeigt das Gebiet der Materialfunktion für den gleichen Fall, der der Abb. 25 zugrunde liegt.

Die Ersatzgeraden werden in den Berechnungen durch ihren Anstieg

$$\mu_R(x_R) = \frac{b_{\text{Max}}(x_R) - b_{\text{Min}}(x_R)}{h_{\text{Max}}(x_R) - h_{\text{Min}}(x_R)} \quad (52)$$

und durch ihren Schnittpunkt mit der Hystereseschleife beschrieben. Dieser hat je nach Zuordnung zum linken oder rechten Schleifenast die Koordinaten $(h_{\text{Min}}(x_R)|b_{\text{Min}}(x_R))$ oder $(h_{\text{Max}}(x_R)|b_{\text{Max}}(x_R))$. Aus demselben Grund besteht der Graph von $\mu_R(x_R)$ aus zwei Teilen, die in Abhängigkeit von x_R abwechselnd gelten. Die Abb. 27 zeigt den Verlauf von $\mu_R(x_R)$ im Bereich $0 \leq x_R \leq 2\tau$. $\mu_R(x_R)$ ist in dieser Darstellung als Funktion der Rotorkoordinate keine reine Materialfunktion mehr, da die Verteilung des Parameters x_R über die Hystereseschleife eine Funktion des h_H -Spektrums ist.

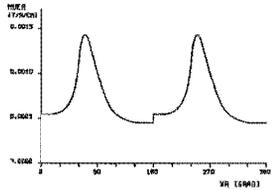


Abb. 27. Funktionsverlauf von $\mu_R(x_R)$ (Anstieg der Ersatzgeraden der Sekundärschleifen). Hysterese material: AlNiCo 88/200, $H_{Max} = 225$ A/cm, Wicklung: $N = 12$, $W/\tau = 5/6$, $S/\tau_N = 0.2$.

Die Eigenschaften der Hystereseschicht und des Luftspalts werden in einer einzigen Schicht zusammengefaßt. Deren Materialfunktionen und Abmessungen ergeben die Eigenschaften der Ersatzschicht, und zwar führt dies auf eine Transformation der Ersatzgeraden. Deren Schnittpunkt mit der Hystereseschleife wird mittels der Gl. (12) transformiert, und für den Anstieg μ_R gilt

$$\mu_R' = \frac{\mu_R}{1 + \mu_R \delta / \mu_0 l_H} \frac{l_H + \delta}{l_H}. \quad (53)$$

Die Geraden werden hiermit wieder in Geraden transformiert, aber der Zusammenhang $\mu_R' - \mu_R$ ist nichtlinear. Die Abb. 28 zeigt diese Zusammenhänge an einem Beispiel.

Für die Messung der Sekundärschleifen wird ein Magnetmeßgerät verwandt. Da sie stets mit einer bestimmten Hystereseschleife verbunden sind, wird praktisch so verfahren, daß zuerst ein Ast einer Hystereseschleife punktweise gemessen wird. Danach werden zu einer Anzahl von Schleifenpunkten die inneren Umkehrpunkte der Sekundärschleifen gemessen, die von diesen Schleifenpunkten ausgehen. Beide Messungen ergeben Punktmengen ($H_{H\sigma}$, $B_{H\sigma}$), $\sigma = 1, \dots$ ca. 45. Die für das zweite Modell benötigten Hysteresedaten werden hieraus mittels eines Rechenprogramms berechnet.

4.1.4. Die Berechnung der Induktionswelle b_H

Die zeitliche und örtliche Verteilung der Induktion in der Hystereseschicht und im Luftspalt, hier als Induktionswelle b_H bezeichnet, wird aus der zeitlichen und örtlichen Verteilung der Feldstärke, die als Feldstärkewelle h_H definiert ist, und aus den hierzu gehörenden speziellen Magnetisierungsfunktionen $b_H = f(h_H)$ berechnet. Zwischen der Feldstärkewelle und der Induktionswelle ist — trotz der unendlichen Vieldeutigkeit der allgemeinen Magnetisierungsfunktionen eines Hysterese werkstoffes — ein eindeutig bestimmbarer Zusammenhang angebar aufgrund der Vereinbarung bestimmter Bedingungen im Abschnitt 4.1.3. Die spezielle Magnetisierungsfunktion wird näherungsweise durch eine unendliche Zahl von Geradenabschnitten dargestellt (s. Abb. 25), wobei ein einzelner

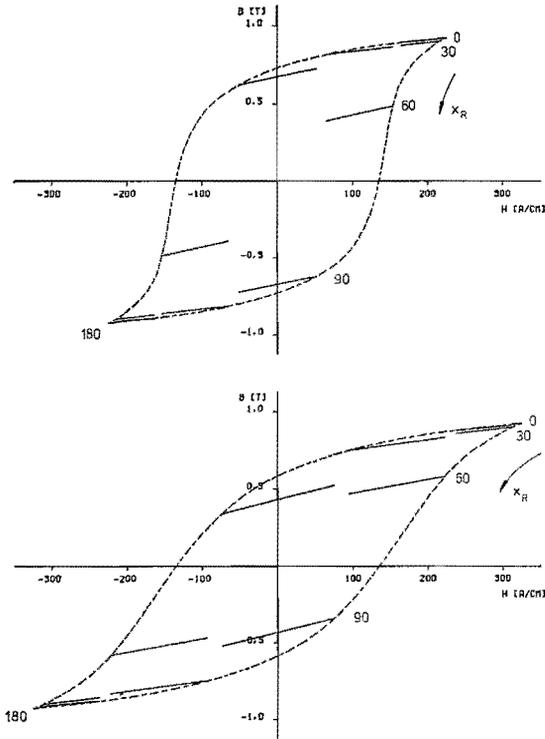


Abb. 28. Materialfunktionen für das Hystereseematerial und die Ersatzschicht bei $x_R = 0, 30, 60, \dots, 360$ Grad. Hystereseematerial: AlNiCo 88/200, $H_{\text{Max}} = 225$ A/cm, Wicklung: $N = 12, W/\tau = 5/6, S/\tau_N = 0.2, l_H = 7.35$ mm, $\delta = 0.1$ mm (Werte des Vergleichsmotors).

Geradenabschnitt die lokal für eine einzelne Rotorstelle x_R geltende b_H - h_H -Beziehung ist. Der Gesamtzusammenhang wird durch die Gesamtheit aller Geraden beschrieben, und diese belegen in der b - h -Ebene eine abgeschlossene Fläche (siehe Abb. 26)).

Der Zusammenhang zwischen der Feldstärkewelle, den Magnetisierungsfunktionen und der Induktionswelle wird im Prinzip in der gleichen Weise wie beim ersten Modell erhalten. Die Möglichkeit, diese Zusammenhänge grafisch zu bestimmen, ist in der Abb. 29 gezeigt. Analytische Ausdrücke für diese Beziehungen lassen sich ebenfalls angeben. Hierzu wird zunächst der für einen beliebigen, aber festen Wert X_R geltende Ausdruck betrachtet: Für festes X_R ist der Zusammenhang zwischen b_H und h_H durch einen bestimmten Geradenabschnitt festgelegt, dieser Zusammenhang ist also linear, und man erhält für dieses feste X_R für die Zeitfunktion der Induktion b_H einen Ausdruck, der linear von der Zeitfunktion der Feldstärke h_H abhängt. Die Gerade ist bestimmt durch ihren Schnittpunkt mit der Hystereseschleife und die Steigung μ_R . Der Schnittpunkt hat die Koordinaten $(h_{\text{Min}}(X_R)|b_{\text{Min}}(X_R))$ oder $(h_{\text{Max}}(X_R)|b_{\text{Max}}(X_R))$, je nachdem der linke oder der rechte Ast der Schleife gilt. Die Steigung ist mit

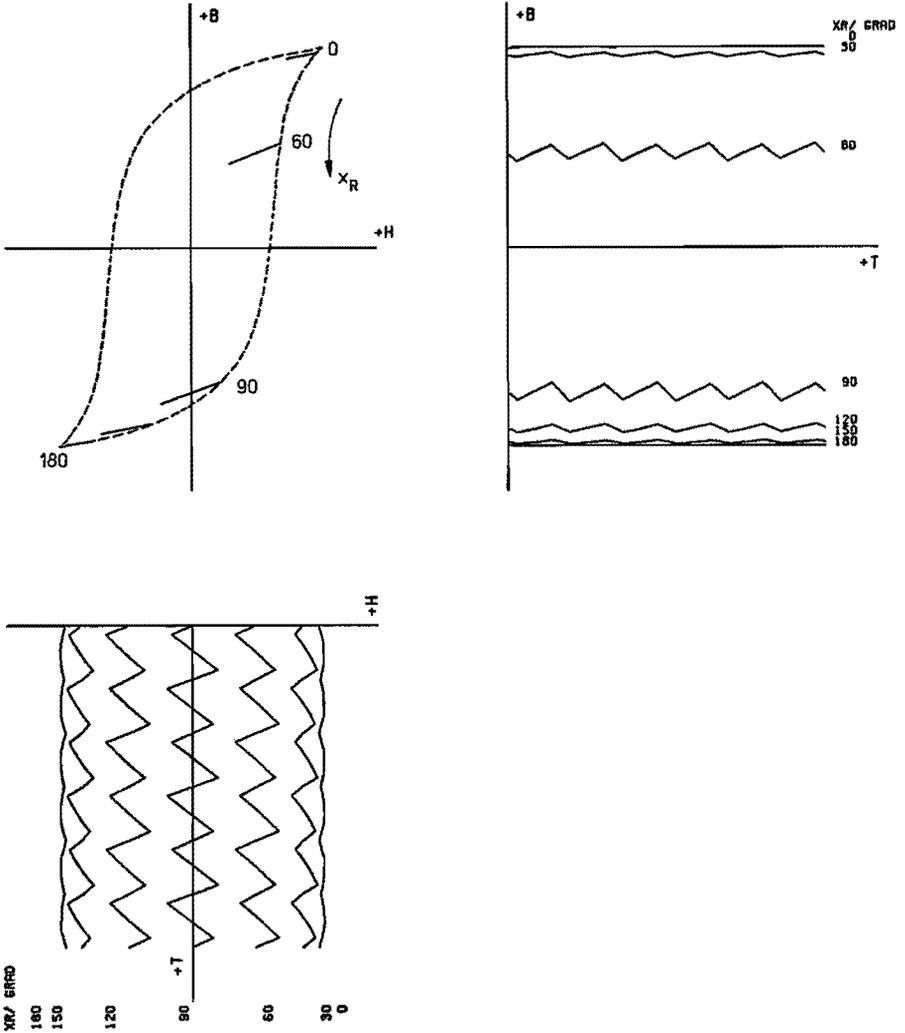


Abb. 29. Zusammenhang $h_H(x_R, t) - b_H(h_H) - b_H(x_R, t)$ dargestellt für die Rotorstellen $x_R = 0, 30, \dots, 360$ Grad. Hysterese material: AlNiCo 88/200, $H_{Max} = 225$ A/cm, Wicklung: $N = 12, W/\tau = 5/6, S/\tau_N = 0.2$.

Gl. (52) als Funktion von $h_{Min}(X_R), h_{Max}(X_R), b_{Min}(X_R)$ und $b_{Max}(X_R)$ definiert. Die Zugehörigkeit zum linken oder rechten Ast wird durch den Wert von X_R festgelegt, und die Zuordnung bestimmt sich aus dem physikalisch positiven Ummagnetisierungssinn auf der Hystereseschleife, dem Erreichen des Motor-kippunktes aus positivem Schlupf und dem Funktionsverlauf von h_H . Die Abb. 30 zeigt, daß zum Wertebereich $\tau \leq X_R \leq 2\tau$ der linke Ast gehört, zum Wertebereich $0 \leq X_R \leq \tau$ der rechte. Für die Induktionswelle b_H bestehen

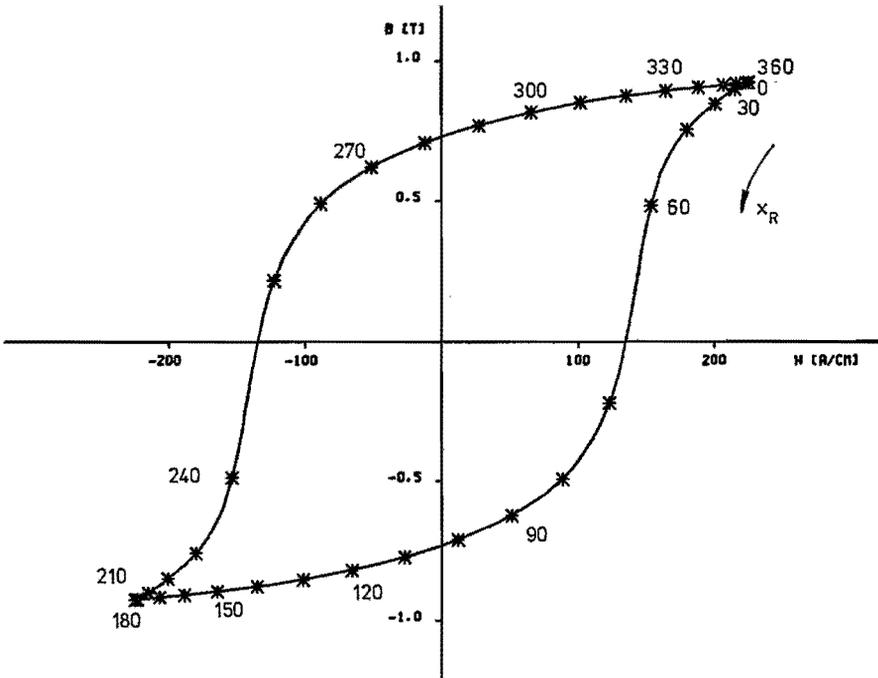


Abb. 30. Verteilung des Parameters x_R auf der Hystereseschleife. Hysterese material: AlNiCo 88/200, $H_{Max} = 225$ A/cm, Wicklung: $N = 12$, $W/\tau = 5/6$, $S/\tau_N = 0.2$.

somit für einen festen Wert von X_R zwei Beziehungen, die in Abhängigkeit von X_R abwechselnd gelten.

$$b_H(X_R, t) = b_{Min}(X_R) + \mu_R(X_R) [h_H(X_R, t) - h_{Min}(X_R)] \quad \text{für } \tau \leq X_R \leq 2\tau, \quad (54.1)$$

und

$$b_H(X_R, t) = b_{Max}(X_R) + \mu_R(X_R) [h_H(X_R, t) - h_{Max}(X_R)] \quad \text{für } 0 \leq X_R \leq \tau. \quad (54.2)$$

Die hierin vorkommenden Größen, die nur von X_R abhängen, haben für konstantes X_R ebenfalls konstante Werte, und daher ist der Funktionsverlauf von $b_H(X_R, t)$ dem von $h_H(X_R, t)$ ähnlich.

Der für variables x_R geltende Gesamtzusammenhang

$$b_H(x_R, t) = f [h_H(x_R, t)]$$

wird nichtlinear, da Ort für Ort eine andere lineare Beziehung

$$b_H(X_R, t) = f [h_H(X_R, t)]$$

gilt.

Formal ergibt sich der global gültige Zusammenhang für $b_H(x_R, t)$ aus den Gl. (54.1) und (54.2), wenn die Abhängigkeit der Terme h_{Min} , h_{Max} , b_{Min} , b_{Max} und μ_R von x_R durch entsprechende Funktionen beschrieben wird. Die Graphen der 5 Größen sind in den Abb. 31, 32 und 33 gezeigt. Die Funktionen $h_{\text{Min}}(x_R)$ und $b_{\text{Min}}(x_R)$ werden nur im Intervall $\tau \leq x_R \leq 2\tau$ benötigt, die Funktionen $h_{\text{Max}}(x_R)$ und $b_{\text{Max}}(x_R)$ nur im Intervall $0 \leq x_R \leq \tau$. Zwischen einzelnen dieser Größen bestehen Beziehungen, und zwar gilt, wegen $h_H(x_R, t) = -h_H(x_R + \tau, t)$, zwischen h_{Max} und h_{Min}

$$h_{\text{Max}}(x_R) = -h_{\text{Min}}(x_R + \tau). \quad (55)$$

Daraus folgt für b_{Max} und b_{Min} die gleiche und für μ_R eine ähnliche Beziehung

$$b_{\text{Max}}(x_R) = -b_{\text{Min}}(x_R + \tau), \quad (56)$$

$$\mu_R(x_R) = \mu_R(x_R + \tau), \quad (57)$$

Mittels dieser Beziehungen können h_{Max} und h_{Min} zu einer einzigen Funktion, die im ganzen x_R -Bereich definiert ist, zusammengefaßt werden, ebenso gilt dies für b_{Max} und b_{Min} . μ_R ist wegen der Beziehung Gl. (57) jetzt ebenfalls überall definiert. Die Graphen dieser 3 Funktionen sind in den Abb. 31, 32 und 33 gezeigt. Die Periodizität dieser 3 Funktionen legt die Approximation durch Fourierreihen nahe, doch in Anlehnung an das Computerprogramm, in welchem die Funktionen nicht als geschlossene Ausdrücke, sondern im Intervall $0 \leq x_R \leq \tau$ tabelliert vorliegen, werden hier Potenzreihen verwandt. Diese ergeben dann die Näherungsfunktionen

$$h_{\text{Max}}(x_R) = \sum_{\sigma=1}^{\sigma N} H_{\sigma} \left(\frac{x_R}{\tau} \right)^{\sigma}, \quad (58)$$

$$b_{\text{Max}}(x_R) = \sum_{\sigma=1}^{\sigma N} B_{\sigma} \left(\frac{x_R}{\tau} \right)^{\sigma}, \quad (59)$$

$$\mu_R(x_R) = \sum_{\sigma=1}^{\sigma N} M_{\sigma} \left(\frac{x_R}{\tau} \right)^{\sigma}. \quad (60)$$

Der Ausdruck für die Induktionswelle b_H besteht nach Gl. (54) aus zwei Teilausdrücken, die in Abhängigkeit von x_R abwechselnd gelten. Die Anwendung der Beziehungen der Gl. (55)–(57) auf diese Ausdrücke zeigt jedoch, daß

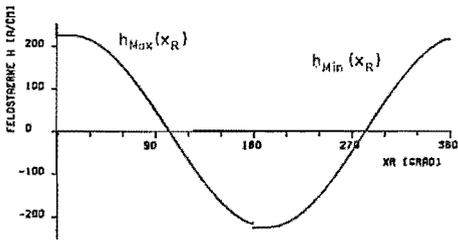
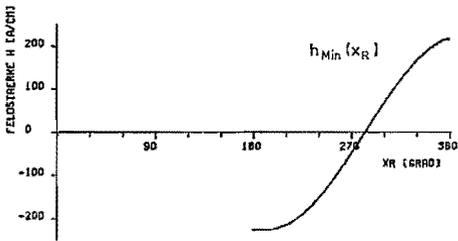
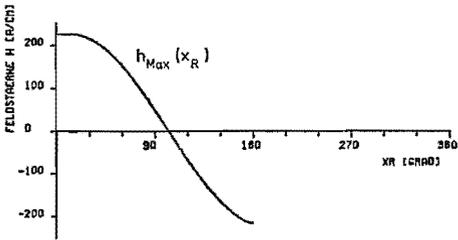


Abb. 31. Funktionsverlauf von $h_{\text{Max}}(x_R)$ und $h_{\text{Min}}(x_R)$. Hysteresematerial: AlNiCo 88/200, $H_{\text{Max}} = 225$ A/cm, Wicklung: $N = 12$, $W/\tau = 5/6$, $S/\tau_N = 0.2$.

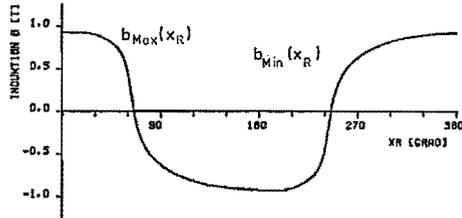
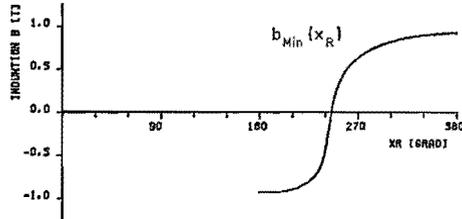
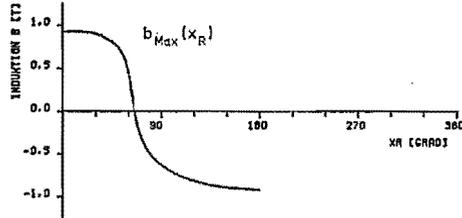


Abb. 32. Funktionsverlauf von $b_{\text{Max}}(x_R)$ und $b_{\text{Min}}(x_R)$. Hysteresematerial: AlNiCo 88/200, $H_{\text{Max}} = 225$ A/cm, Wicklung: $N = 12$, $W/\tau = 5/6$, $S/\tau_N = 0.2$.

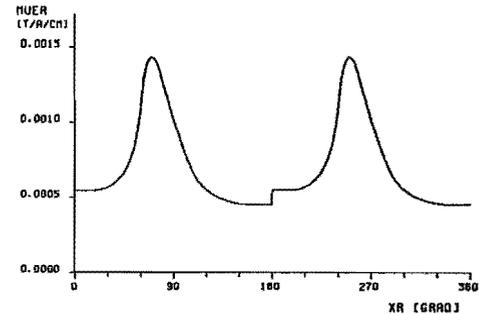


Abb. 33. Funktionsverlauf von $\mu_R(x_R)$ (Anstieg der Ersatzgeraden der Sekundärschleifen). Hysteresematerial: AlNiCo 88/200, $H_{\text{Max}} = 225$ A/cm, Wicklung: $N = 12$, $W/\tau = 5/6$, $S/\tau_N = 0.2$.

jeder Teilausdruck nicht nur in seinem ursprünglichen Definitionsbereich, sondern auch im übrigen x_R -Intervall die richtigen Funktionswerte ergibt. Beide Teilausdrücke sind also als identisch zu betrachten, jeder einzelne beschreibt den Gesamtverlauf der Induktionswelle vollständig.

Mit den obigen Näherungsausdrücken für h_{Max} , b_{Max} und μ_R wird die Induktionswelle dann

$$b_H(x_R, t) = \sum_{\sigma=1}^{\sigma_N} B_\sigma \left(\frac{x_R}{\tau} \right)^\sigma + \sum_{\sigma=1}^{\sigma_N} M_\sigma \left(\frac{x_R}{\tau} \right)^\sigma \cdot \left\{ \sum_{\varrho=1}^{\infty} \hat{H}_{H\varrho} \cos \left[\varrho \pi \frac{x_R}{\tau} - (1 - \varrho) \omega_1 t \right] - \sum_{\sigma=1}^{\sigma_N} H_\sigma \left(\frac{x_R}{\tau} \right)^\sigma \right\}. \quad (61)$$

Dieser Ausdruck wird am einfachsten mittels einer programmierbaren Rechenmaschine ausgewertet. Die Funktionswerte $b_H(x_R, t)$ werden für diskrete Wertepaare von x_R und t tabelliert. Wegen der in x_R und t bestehenden Periodizität werden nur die Grundintervalle $0 \leq x_R \leq \tau$ und $0 \leq t \leq 180^\circ$ berechnet.

Die Gl. (61) beinhaltet zwar den Zusammenhang der Induktionswelle mit der Feldstärkewelle und den Materialeigenschaften, es ist aber kaum ersichtlich, wie das b_H -Spektrum im Vergleich zum h_H -Spektrum zusammengesetzt ist. Dieser Vergleich wird leichter möglich, wenn der Ausdruck der Gl. (61) in eine reine Fourierreihe umgewandelt wird. Diese wird als zweifache unendliche Reihe angesetzt, da das b_H -Spektrum infolge der nichtlinearen Materialfunktionen gegenüber dem h_H -Spektrum erweitert sein wird.

Der Ansatz für die ν, μ -te Teilwelle von b_H wird besonders dann zu physikalisch anschaulichen Ergebnissen führen, wenn er dem tatsächlich vorliegenden Spektrum entspricht. Da der direkte Weg — die explizit durchgeführte Umwandlung der Gl. (61) in eine Fourierreihe — ziemlich aufwendig ist, soll aus den bisher bekannten Beziehungen eine geeignete Form gesucht werden. Als Ansatzpunkte dienen der im ersten Modell bestehende Zusammenhang zwischen den h_H - und b_H -Spektren und das Spektrum von h_H im vorliegenden zweiten Modell. Die Induktionswelle wird im ersten Modell durch die Reihe

$$b_H(x_S, t) = \sum_{\nu=1}^{\infty} \hat{B}_{H\nu} \cos \left[\nu \left(\pi \frac{x_S}{\tau} - \omega_1 t \right) + \psi_\nu \right] \quad (62)$$

beschrieben.

Diese Form ergibt sich aufgrund der monofrequenten Aussteuerung des Hysteresewerkstoffs durch die Feldstärkewelle nach Gl. (9) bzw. (15). Im zwei-

ten Modell besteht die Feldstärkewelle aus einem unendlichen Spektrum, wodurch in der Induktionswelle zusätzliche Oberwellen entstehen. Diese Oberwellen sollen durch den Ansatz nach Gl. (63) erfaßt werden *)

$$b_H(x_S, t) = \sum_{\nu, \mu} \hat{B}_{H\nu, \mu} \cos \left[\nu \left(\pi \frac{x_S}{\tau} - \mu \omega_1 t \right) + \psi_{\nu, \mu} \right]. \quad ** \quad (63)$$

Damit liegt b_H als Summe unendlich vieler Teilwellen $b_{H\nu, \mu}$ vor, und die Spektren von h_H und b_H sind vergleichbar. Im x_R -System wird die Induktionswelle

$$b_H(x_R, t) = \sum_{\nu, \mu} \hat{B}_{H\nu, \mu} \cos \left[\nu \left(\pi \frac{x_R}{\tau} - (\mu - 1) \omega_1 t \right) + \psi_{\nu, \mu} \right]. \quad (64)$$

Diese Form ist für die weiteren Berechnungen zweckmäßig. Zuvor werden noch einige Eigenschaften der b_H -Welle nach Gl. (64) betrachtet. Die Wellenlänge $\lambda_{\nu, \mu}$ der ν, μ -ten Teilwelle

$$\lambda_{\nu, \mu} = \frac{1}{|\nu|} 2 \tau \quad (65)$$

wird allein durch die erste Ordnungszahl ν bestimmt, und sie ist ein Bruchteil der Wellenlänge der Grundwelle.

Die lineare Umlaufgeschwindigkeit im x_S -System

$$v_{\nu, \mu} = \mu \omega_1 \frac{\tau}{\pi} \quad (66)$$

ist allein durch die zweite Ordnungszahl μ bestimmt. μ kann alle Werte von $-\infty$ bis $+\infty$ annehmen, die Harmonischen laufen schneller um als die Grundwelle, und zwar in positiver und in negativer x_S -Richtung.

Die gemeinsame Darstellung von h_H und von b_H in der Abb. 34 soll noch einmal die Besonderheiten des Zusammenhangs dieser beiden Wellen verdeutlichen. Die lokal bestehende Ähnlichkeit beider Funktionsverläufe ist ebenso erkennbar wie der materialbedingte nichtlineare und hysteretische globale Zusammenhang. Diese Darstellungsweise von h_H und b_H in der Form $f(t)$ mit X_R als Kurvenparameter, die für die Ableitung der Zusammenhänge zwischen h_H , $h_H(b_H)$ und b_H zweckmäßig ist, soll durch eine Darstellung von h_H und b_H in der Form $f(x_R, t)$ ergänzt werden, wobei der Charakter als Wellen deutlich

*) Das hat die Konsequenz, daß im Argument in Gl. (63) die Ordnungszahlen bei x_R und t nicht dieselbe Verbindung haben wie in Gl. (51) für h_H .

**) ν - und μ -Laufbereiche siehe Hinweis auf Seite 131.

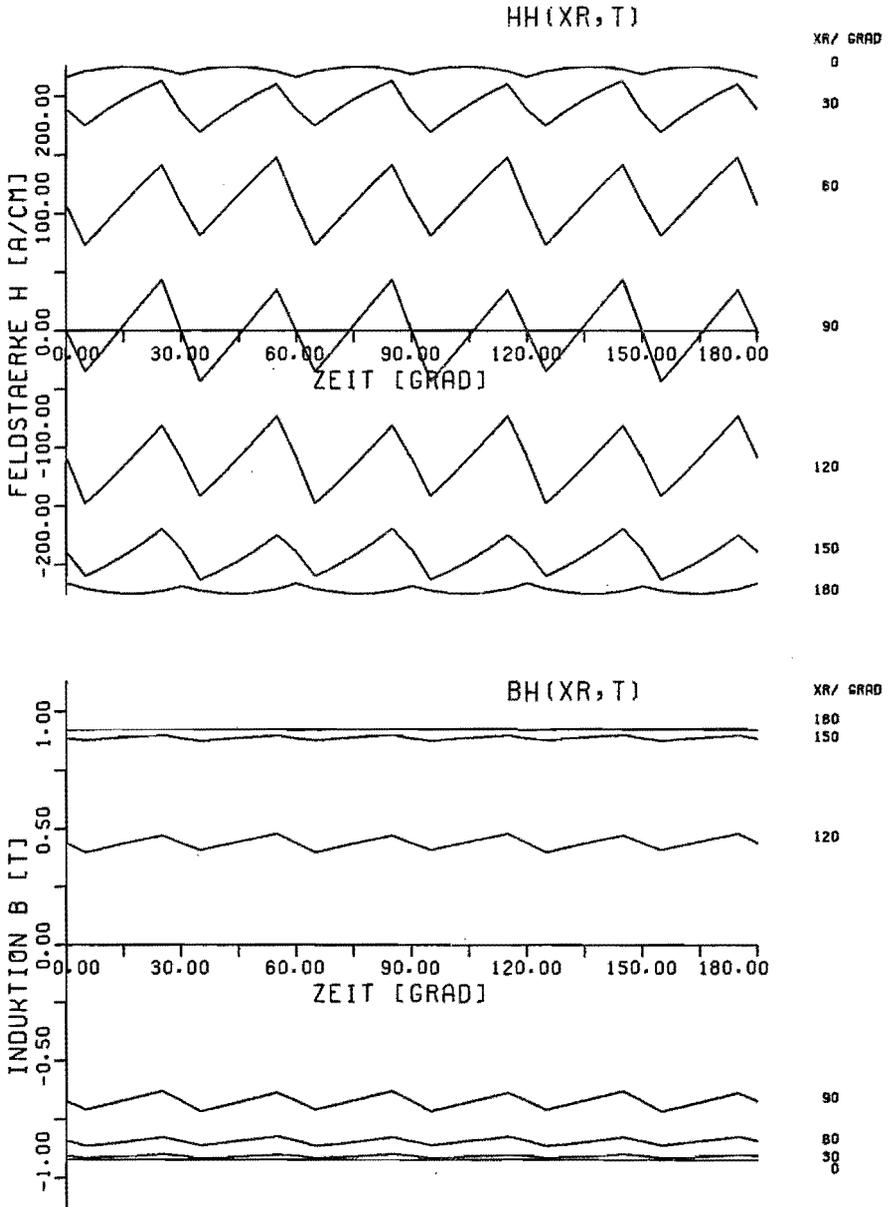


Abb. 34. Zeitfunktionen von Feldstärke und Induktion. Hysterese material: AlNiCo 88/200, $H_{Max} = 225$ A/cm, Wicklung: $N = 12$, $W/\tau = 5/6$, $S/\tau_N = 0.2$.

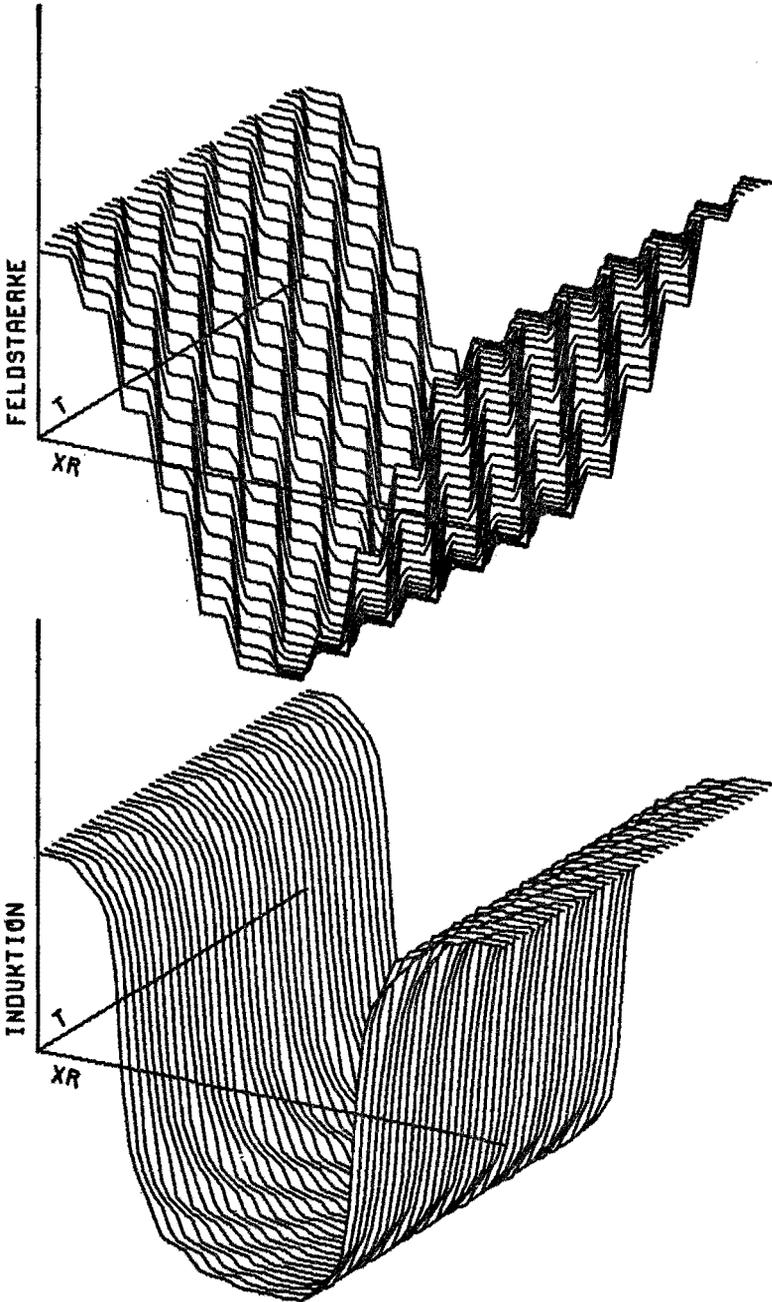


Abb. 35. Feldstärkewelle und Induktionswelle $h_H = f(x_R, t)$ und $b_B = f(x_R, t)$. Zeitintervall: 0–180 Grad in 5-Grad Schritten, x_R -Intervall: 0–360 Grad (entspricht 2τ), Hysterese material: AlNiCo 88/200, $H_{Max} = 225$ A/cm, Wicklung: $N = 12$, $W/\tau = 5/6$, $S/\tau_N = 0.2$.

wird. Die Abb. 35 zeigt diese Kurven, in denen die Oberwellen sich in Abweichungen von der idealen Sinusform zeigen. Im hier betrachteten Synchronlauf stehen die Grundwellen von h_H und von b_H gegenüber dem x_R -System still. Alle Oberwellen von h_H und ein Teil der Oberwellen von b_H haben jedoch eine abweichende Umlaufgeschwindigkeit und Richtung, sie bewegen sich also gegenüber dem x_R -System. Ihre Überlagerung mit den Grundwellen ergibt die momentanen Schwankungen. Die hysteresebedingte Verschiebung der h_H - und der b_H -Wellen gegeneinander ist ebenfalls erkennbar.

Die Ableitung der Zusammenhänge zwischen der Feldstärkewelle, den Magnetisierungsfunktionen und der Induktionswelle, die im wesentlichen mit der Aufstellung der Gl. (61) gegeben ist, hat analytische Beziehungen ergeben, die zweckmäßigerweise mittels digitaler Rechenmaschinen ausgewertet werden. Das Rechenprogramm ist so gestaltet, daß aus einer Feldstärkewelle, deren Momentanwerte als Funktion von x_R und t zunächst tabelliert werden, und den Hysteresedaten die Induktionswelle in gleicher Darstellung berechnet wird.

4.1.5. Die dynamischen Hysteresekurven

Die Hystereseschleife stellt im ersten Motormodell im Zusammenhang zwischen Eigenschaften des Hysterese materials und dem Modellverhalten eine wichtige Beziehung dar. Die Schleife ist eine unter bestimmten Bedingungen gemessene Materialeigenschaft, und unter den im ersten Modell bestehenden Ummagnetisierungsbedingungen stellt sie den Zusammenhang zwischen der Feldstärkewelle $h_H(x_R, t)$ und der Induktionswelle $b_H(x_R, t)$ dar. Hiermit hängt zusammen, daß ihr Flächeninhalt dem Kippmoment proportional ist, und daß ihre Kurvenform den Phasenwinkel ψ_1 zwischen dem Strom i_k und der Grundschwingung der induzierten Spannung e_k bestimmt.

Ähnliche vergleichbare Beziehungen zwischen dem Funktionsverlauf der Hystereseschleife und Eigenschaften des zweiten Modells werden sich, wie im Abschnitt 4.2 gezeigt werden wird, nicht angeben lassen. Die Hystereseschleife ist nämlich nicht die Materialfunktion, die zu den Ummagnetisierungsbedingungen paßt, die im zweiten Modell vorliegen, und sie stellt darum auch nicht den Zusammenhang zwischen der Feldstärkewelle und der Induktionswelle dar. Der Magnetisierungszustand ($h_H|b_H$) einer Rotorstelle x_R , der im oberwellenfreien ersten Modell durch einen festen, nur von x_R abhängigen Punkt auf der *Hystereseschleife* festgelegt ist, ist im zweiten Modell infolge der Oberwellen in der Feldstärkewelle durch einen zeitlich variablen Punkt auf einer *Sekundärschleife*, die von x_R bestimmt ist, festgelegt. Die genaue Lage dieses Punktes auf der Sekundärschleife bzw. ihrer Ersatzgeraden hängt von der Zeitfunktion der Feldstärke, mit der diese Rotorstelle angesteuert wird, ab. Die Gesamtheit der Zustandspunkte ($h_H|b_H$) aller Rotorstellen bildet zu jedem Zeitpunkt eine Kurve in der h - b -Ebene, die als *dynamische Hysteresekurve* definiert wird. Die

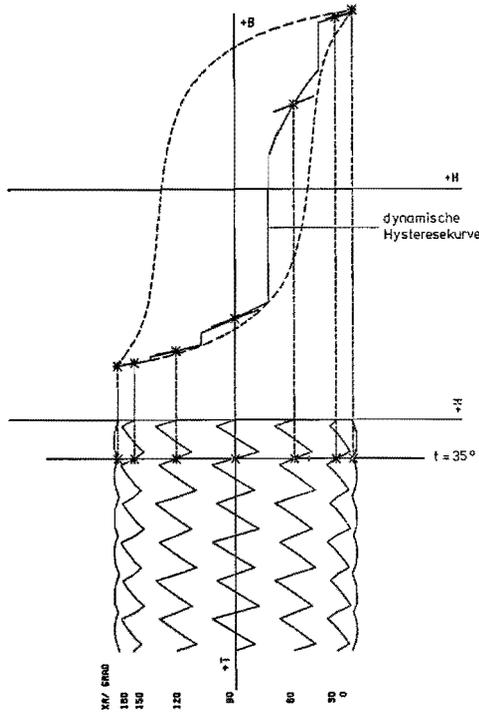


Abb. 36. Zusammenhang einer dynamischen Hystereseurve mit den Momentanwerten von $h_H(x_R, t)$ und $b_H(x_R, t)$. Zeitpunkt $t = 35$ Grad (willkürlich gewählt), Hysterese material: AlNiCo 88/200, $H_{Max} = 225$ A/cm, Wicklung: $N = 12$, $W/\tau = 5/6$, $S/\tau_N = 0.2$.

Abb. 36 soll die Zusammenhänge dieser Kurve mit der Feldstärkewelle h_H und den Materialfunktionen $b_H(h_H)$ verdeutlichen. Für jeden Wert der Zeit t ergibt sich somit eine spezielle Hystereseurve, und der Gesamtzusammenhang wird durch eine unendliche Kurvenschar beschrieben; die Abb. 37 zeigt einen Teil hiervon.

Jede einzelne dynamische Hystereseurve gibt den momentan geltenden Zusammenhang zwischen der Feldstärkewelle und der Induktionswelle an, und ihre Bedeutung für das zweite Modell entspricht damit der der Hysterese schleife fürs erste Modell. Zwischen ihrem Funktionsverlauf und den Momentanwerten der Modelleigenschaften werden daher formal ähnliche Beziehungen wie im ersten Modell bestehen. Der Unterschied in der wichtigen b_H-h_H Beziehung besteht also darin, daß diese in einem Fall durch eine einzige, zeitunabhängige Kurve festgelegt ist, während im anderen Fall hierfür eine unendliche, zeitabhängige Kurvenschar besteht; dies bedeutet, daß die Modelleigenschaften unterschiedlich sein werden. Größen, die im ersten Modell zeitlich konstant oder zeitlich sinusförmig verlaufen, z. B. das Drehmoment und die induzierte Spannung, werden im zweiten Modell zeitlich variabel oder zeitlich nicht-sinusförmig sein.

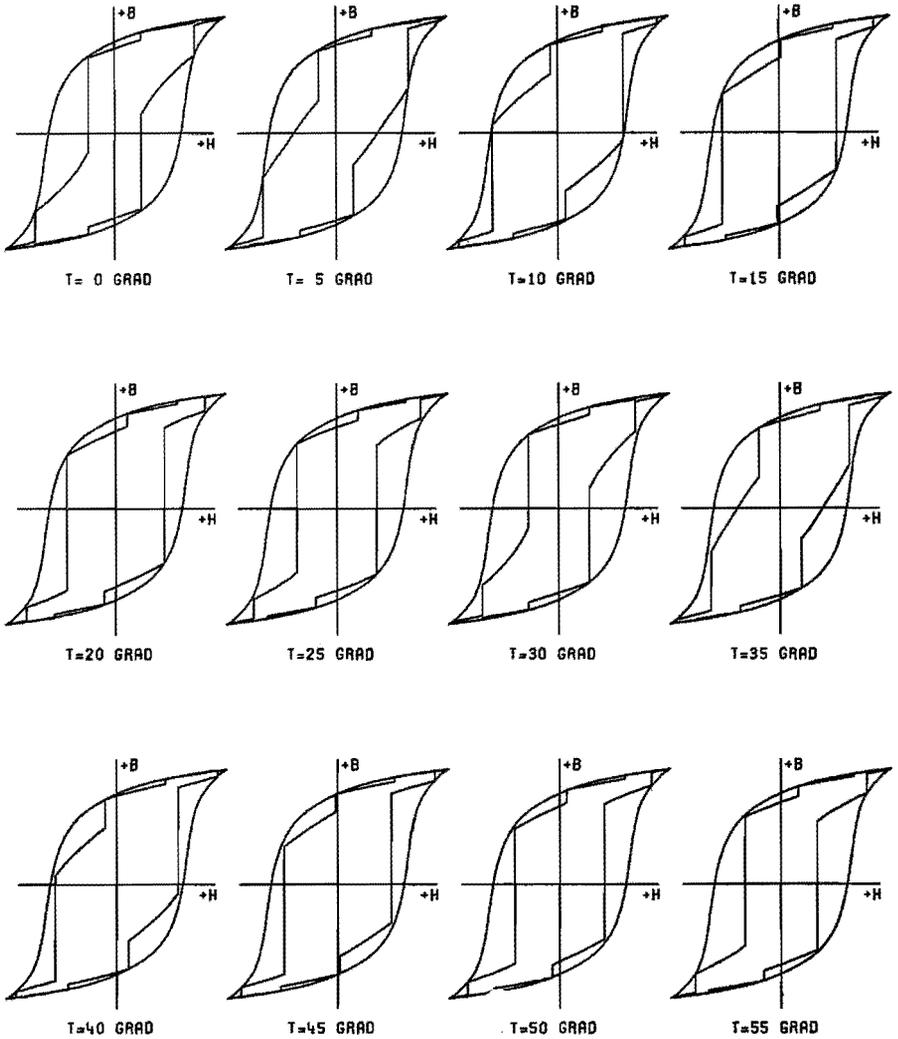


Abb. 37. Dynamische Hysteresekurven zu den Zeiten $t = 0, 5, 10, \dots, 55$ Grad. Die Kurven sind periodisch bezüglich 60 Grad. Hysterese material: AlNiCo 88/200, $H_{\text{Max}} = 225$ A/cm, Wicklung: $N = 12$, $W/\tau = 5/6$, $S/\tau_N = 0.2$. Äußere Kurve: Hysterese schleife.

Der Verlauf der dynamischen Hysteresekurven wird durch den Funktionsverlauf der Feldstärkewelle h_H und durch die Materialfunktionen $b_H(h_H)$ bestimmt. Sie sind, genau wie die Hysterese schleife, zweideutig, haben aber kaum Ähnlichkeit mit ihr. Die Gesamtheit aller dynamischen Hysteresekurven liegt in einem bestimmten Gebiet in der h - b -Ebene, das außen durch die Hysterese schleife begrenzt wird und innen durch eine Kurve, die vom Verlauf der Feldstärkewelle und der Sekundärschleifen abhängt. Der durch die dynamischen Hysteresekurven beschriebene b_H - h_H -Zusammenhang ist nichtlinear, entspre-

chend den zwischen allen Harmonischen von h_H und b_H bestehenden Wechselwirkungen. Dies wird sich im Modellverhalten darin zeigen, daß die Feldstärkeoberwellen auch die Grundwellenvorgänge mit beeinflussen, und daß die Grundwellenvorgänge das Verhalten nicht allein bestimmen, sondern daß sich noch Oberwellenterme ergeben.

Der Übergang von einer dynamischen Hystereseurve, die zu der Zeit t_1 gelte, zu der zur Zeit $t_1 + \Delta t$ geltenden ist nicht mit Ummagnetisierungsarbeit verbunden; es ändert sich nur die magnetische Energie. Dies ist eine Folge der reversiblen Ummagnetisierung jedes Volumelementes längs der reversibel durchlaufenen Ersatzgeraden der Sekundärschleifen. Wenn jedes einzelne Volumelement verlustfrei seinen Magnetisierungszustand ändert, so gilt dieses auch für das gesamte Rotorvolumen. Die Änderung der magnetischen Energie ist, wie noch gezeigt wird, im Gleichgewicht mit den Änderungen der Momentanwerte der elektrischen und mechanischen Leistung.

Die dynamischen Hystereseurven sollen noch durch eine weitere Kurve ergänzt werden, und diese Kurve soll, so wie die dynamischen Kurven Momentanwerte von h_H und b_H verknüpft, die zeitlichen Mittelwerte von h_H und b_H verknüpfen. Diese *mittlere dynamische Hystereseurve* kann durch zeitliche Mittelwertbildung von allen dynamischen Hystereseurven oder aus den zeitlichen Mittelwerten $\bar{h}_H(x_R)$ und $\bar{b}_H(x_R)$ erhalten werden. Sie ist, wie die Abb. 38

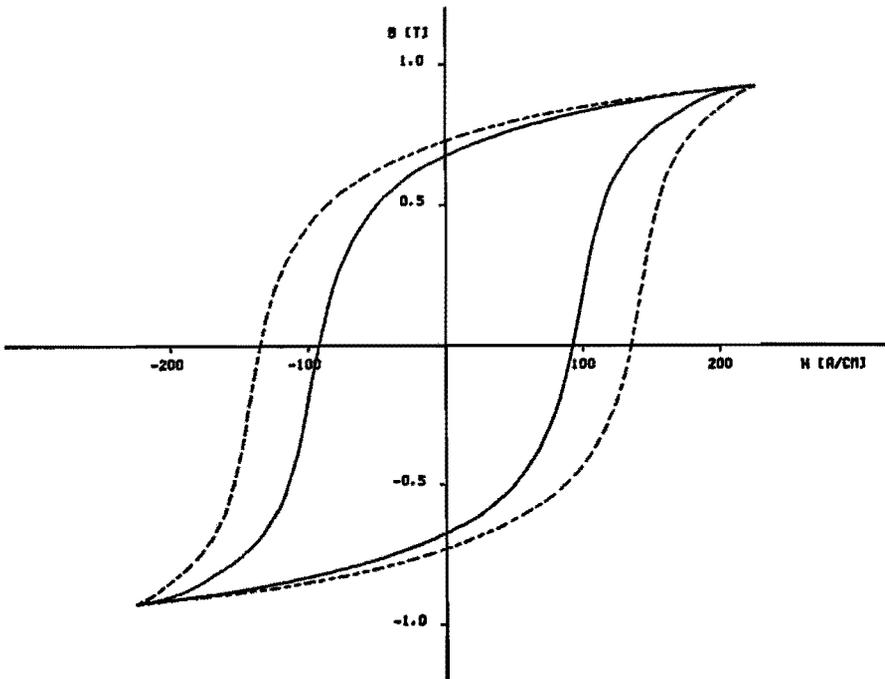


Abb. 38. Mittlere dynamische Hystereseurve. Hysterese material: AlNiCo 88/200, $H_{\text{Max}} = 225$ A/cm, Wicklung: $N = 12$, $W/\tau = 5/6$, $S/\tau_N = 0.2$. Äußere Kurve: Hysterese schleife.

zeigt, eine geschlossene Kurve, die im Innern der Hystereseschleife liegt und eine ähnliche Kurvenform wie diese hat. Die Bedeutung dieser Kurve ist die, daß sie sowohl die Materialfunktionen als auch deren Beeinflussung durch die Oberwellen der Feldstärkewelle zusammenfaßt. Es ist möglich, mittels dieser Kurve nach dem einfachen Formalismus des ersten Modells die Mittelwerte der wichtigsten Größen zu berechnen. Hierbei wird der Oberwelleneinfluß mit berücksichtigt, ohne daß die Oberwellen explizit vorkommen. Ihr Flächeninhalt ist kleiner als der der Hystereseschleife, und hieraus läßt sich bereits erkennen, daß das mittlere Drehmoment des zweiten Modells kleiner als das des ersten Modells sein wird.

Der Vergleich der Hystereseschleife und der mittleren dynamischen Hysterese-kurve zeigt anschaulich, daß die Oberwellen der Feldstärkewelle die Material-funktionen so beeinflussen, daß die Hysteresewirkungen verringert werden. Die praktisch erreichbaren Motoreigenschaften werden dadurch gegenüber den theoretisch im Werkstoff verfügbaren verringert.

Dies wird sich in den folgenden Berechnungen des Modellverhaltens zeigen.

4.1.6 Das Konzept des Rechenprogramms für h_H und b_H

Die Berechenbarkeit der Feldstärkewelle und der Induktionswelle erfolgt wegen der nicht geschlossen angebbaren Zusammenhänge, insbesondere wegen der nichtlinearen Materialfunktionen $b_H(h_H)$, mittels einer programmierbaren elektronischen Rechenmaschine. Der prinzipielle Aufbau des Rechenpro-gramms, dessen Hauptteil aus etwa 400 ALGOL-Statements besteht, soll an-hand des Flußdiagramms der Abb. 39 erläutert werden. Es ist hierin nur die Reihenfolge und Bedeutung der wichtigsten Schritte angegeben.

Am Beginn steht das Einlesen der Parameter, die zur Beschreibung des Mo-dells und der Materialeigenschaften dienen. Sie werden in einem vereinbarten Maßsystem als Zahlenwerte eingelesen und sind dabei in folgende Gruppen unterteilt.

- (1) Geometrische Modellabmessungen
 - Dicke der Hystereseschicht l_H ,
 - axiale Länge der Hystereseschicht L ,
 - Polteilung τ ,
 - Luftspalt δ .
- (2) Wicklungsdaten
 - Phasenzahl m ,
 - Nutenzahl N ,
 - Sehnung W/τ ,
 - Nutöffnung S ,
 - Phasenwindungszahl w_{ph} .
- (3) Elektrische Größen
 - Kreisfrequenz des Statorstroms ω_1 .

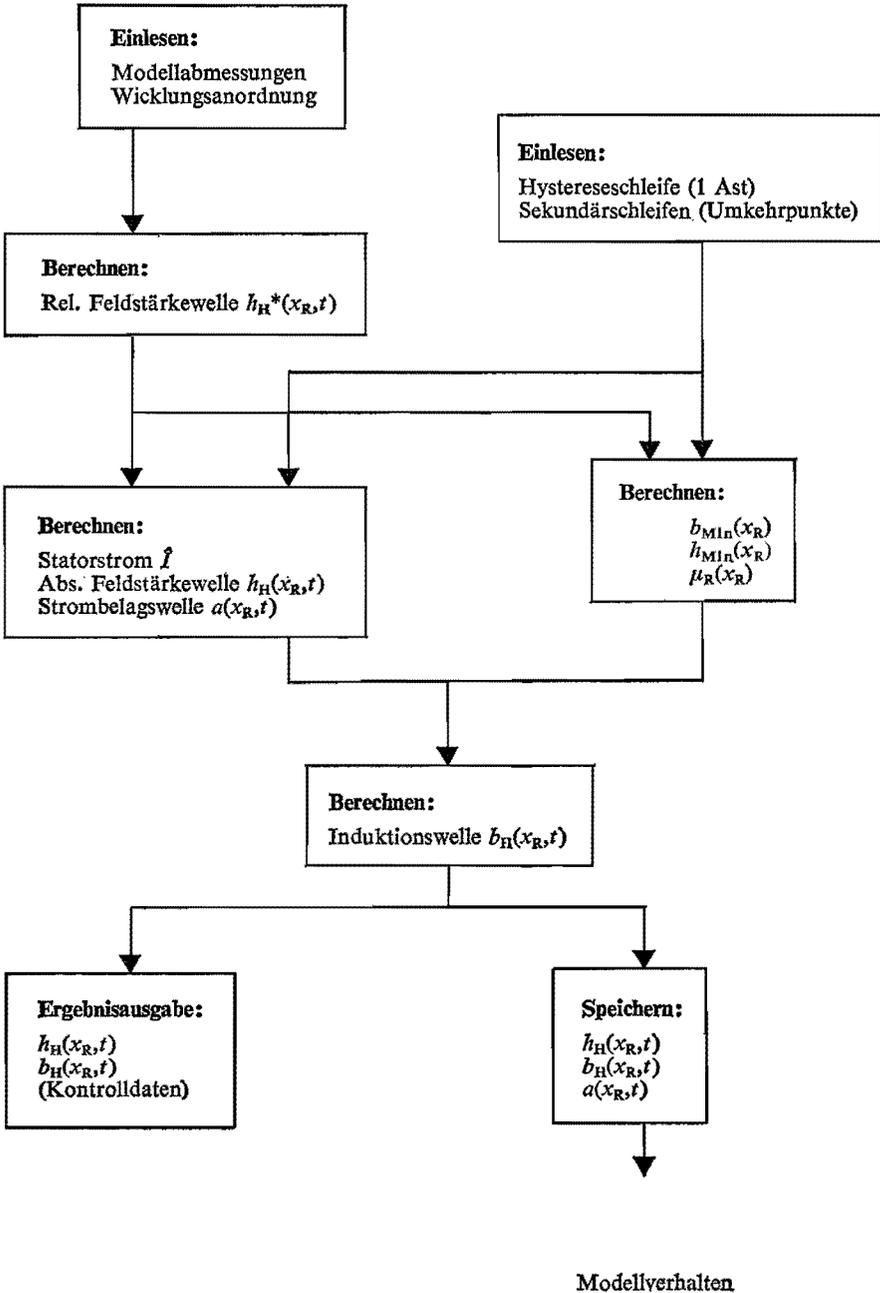


Abb. 39. Flußdiagramm zum Rechenprogramm für die Berechnung h_H und b_H aus den Modellparametern und Materialdaten.

(4) Hysteresedaten

- ein Ast einer Hystereseschleife, als endliche Punktmenge ($H_{H\sigma}, B_{H\sigma}$), $\sigma = 1, \dots$ bis ca. 45,
- zu ausreichend vielen Schleifpunkten die zugehörigen inneren Umkehrpunkte (H_{HS}, B_{HS}) von Sekundärschleifen, ebenfalls als endliche Punktmenge ($H_{H\sigma}, H_{HS\sigma}, B_{H\sigma}, B_{HS\sigma}$) mit $\sigma = 1, \dots$ bis ca. 20.

Die Hysteresedaten werden direkt in der Form eingelesen, wie sie bei der Messung mit einem Doppeljoch-Magnetmeßgerät anfallen. In einem Vorprogrammteil werden sie in die Form umgerechnet, die für die Weiterrechnung zweckmäßig ist. Die Abb. 18, die ein Beispiel ist von einem Originalmeßergebnis, gibt einen Eindruck von der erreichten Meßgenauigkeit; der Verlauf des unteren Astes der Sekundärschleifen ist durch relativ geringe Induktionsänderungen zwischen den beiden Endpunkten gekennzeichnet, so daß diese Messung verhältnismäßig ungenau wird. Dies wird durch ein Glättungsverfahren, das den Verlauf aller Sekundärschleifen berücksichtigt, teilweise wieder ausgeglichen. Die Punktmenge, die die Hystereseschleife beschreibt, wird ebenfalls durch ein Glättungsverfahren bearbeitet, um auch hier einen Teil der unvermeidbaren Meßfehler zu eliminieren.

Der erste Hauptteil des Programms dient der Berechnung der Feldstärkewelle h_H , wobei die in den ersten drei Gruppen eingelesenen Modell- und Wicklungsdaten verwertet werden. Der Scheitelwert des Stromes, der nicht mit zu den Eingangsparametern zählt, wird zunächst als $\hat{I} = 1$ angenommen, und mit diesem Wert wird zunächst der relative Verlauf $h_H^*(x_R, t)$ berechnet. Das absolute Maximum dieser Funktion, im Abschnitt 4.1.3 als H_{Max} definiert, wird dem Scheitelwert der eingelesenen Hystereseschleife angepaßt. Hieraus wird der wirkliche Wert des Stroms \hat{I} bestimmt, und mit diesem Wert wird von hier ab weitergerechnet. Der Sinn dieses Verfahrens ist eine Anpassung der absoluten Werte der Feldstärkewelle an die vorgegebene Hystereseschleife. Der umgekehrte Fall, der von einem fest vorgegebenen Wert des Statorstroms ausgeht, ist nur mit einem wesentlich größeren Meß- und Rechenaufwand lösbar. Hierbei wären u. a. Hysteresedaten aus mehreren Meßvorgängen zu interpolieren, was einen sehr hohen Organisationsaufwand im Rechenprogramm erfordert. Da dies unzweckmäßig ist, wird hier mit einer *vorgewählten Hystereseschleife* gearbeitet; hiermit geht keine Information über das Modellverhalten verloren, es besteht aber ein schnellerer Zugriff zu Ergebnissen.

Mit dem ermittelten Wert des Statorstroms \hat{I} wird der wirkliche Verlauf der Feldstärkewelle $h_H(x_R, t)$ berechnet, dazu noch die Strombelagswelle $a(x_R, t)$. Die beiden unabhängigen Variablen x_R und t sind in Rastern von 1° -Schrittweite vorgegeben, und es wird der Bereich $0 \leq x_R \leq 180^\circ$ und $0 \leq t \leq 180^\circ$ berechnet.

Aus den eingelesenen Hysteresedaten wird ein Näherungspolynom für die

Hystereseschleife berechnet *). Aus dem Verlauf der Feldstärkewelle h_H und den Hysteresedaten bestimmen sich die speziellen Funktionen $h_{\text{Min}}(x_R)$, $b_{\text{Min}}(x_R)$ und $\mu_R(x_R)$.

Aus h_H , b_{Min} und h_{Min} kann schließlich die Induktionswelle nach den Beziehungen der Gl. (61) berechnet werden. b_H wird genau wie h_H in Form von Momentanwerten in Abhängigkeit von x_R und t erhalten. Für die Umrechnung in die Form der Fourierreihe nach Gl. (63) wird ein gesondertes Programm benutzt. Die nunmehr berechneten Wellen a , b_H und h_H bilden die Grundlage für die Berechnung des Modellverhaltens, und sie werden für die weiteren Berechnungen im Plattenspeicher gespeichert, außerdem werden sie auf dem Plotter ausgegeben.

Mit der vorliegenden Form des Rechenprogramms ist es möglich, die Modell- und Materialparameter durch einfaches Einlesen von Lochkarten in die Berechnungen einzubringen, und es ist daher kein Problem, das Modellverhalten in einem größeren Wertebereich der Parameter zu untersuchen. Jede Einzellösung ist dabei eine spezielle Lösung, es ist aber möglich, aus der erhaltenen größeren Anzahl von Einzellösungen allgemeinere Aussagen über den Einfluß der Oberwellen zu erhalten.

4.2. Das Verhalten des 2. Modells

Das Modellverhalten wird durch die Zeitfunktion der an der Welle meßbaren mechanischen und der an den Wicklungsklemmen meßbaren elektrischen Größen beschrieben. Dies sind das Drehmoment, die Drehzahl und die induzierte Spannung, der Strom sowie die mechanische und elektrische Leistung.

Die Berechnung dieser Größen geht von der Induktionswelle b_H aus, für die wegen der Schwierigkeit, die Materialeigenschaften allgemein zu formulieren, nur spezielle Lösungen bekannt sind. Die Zusammenhänge zwischen dem Modellverhalten und den Modell- und Materialparametern werden daher ebenfalls durch eine spezielle Lösung beschrieben. Aussagen über den Einfluß von Oberwellen auf das Modellverhalten werden darum aus einer Anzahl von numerischen Lösungen abgeleitet; deren Berechnung stellt bei der Verwendung einer elektronischen Rechenmaschine kein Problem dar. Die Ergebnisse werden in zwei Schritten mitgeteilt und betrachtet.

- (1) Die grundsätzliche Beeinflussung der Modelleigenschaften durch Oberwellen wird ausführlich anhand der Zeitfunktionen der oben aufgezählten Größen gezeigt. Dies wird ergänzt durch die Darstellung der Magnetisierungsfunktionen, die ebenfalls Zeitfunktionen sind. Die gleichzeitige Betrachtung von drei Fällen, von denen der erste einen besonders geringen, der zweite einen mittleren und der dritte einen besonders hohen Oberwellengehalt im Spektrum der Feldstärkewelle haben, wird zeigen, wie sich die

*) Unter Verwendung der SPLINE-Interpolation nach Ref. 10.

unterschiedlichen Spektren auf das Modellverhalten auswirken. Die Ergebnisse zeigen eine bessere Annäherung an experimentell erhaltene Motoreigenschaften als beim oberwellenfreien ersten Modell.

- (2) Im zweiten Schritt wird der Einzeleinfluß bestimmter Modell- und Materialparameter festgestellt. Relevant sind die Parameter, die das Spektrum der Feldstärkewelle bestimmen, und die, von denen der Zusammenhang zwischen der Feldstärkewelle und der Induktionswelle abhängt. Das Spektrum wird durch die Nutenzahl N , die Sehnung W/τ und die Nutöffnung S/τ_N bestimmt, der h_H - b_H -Zusammenhang durch Materialparameter, die sich in Abhängigkeit von der Maximalaussteuerung H_{Max} ändern. Damit sind insgesamt vier Parameter variabel, so daß sich eine große Anzahl von Einzellösungen ergibt. Für deren Darstellung ist es zweckmäßig, nicht die Zeitfunktionen selbst wiederzugeben, sondern nur deren Haupteigenschaften. Die erhaltenen Ergebnisse zeigen, daß die Modelleigenschaften von den einzelnen Parametern sehr unterschiedlich beeinflußt werden.

4.2.1. Die Zeitfunktion wichtiger Größen

4.2.1.1. Die Beschreibung der betrachteten Fälle

Die grundsätzliche Wirkung der Oberwellen wird anhand von drei ausgesuchten Beispielen betrachtet, deren Parameterwerte so festgelegt werden, daß ein Fall mit einem geringen Oberwellengehalt in der Feldstärkewelle, einer mit einem mittleren und einer mit einem besonders hohen entstehen. Der Oberwellengehalt ist nach Gl. (49) eine Funktion der Parameter N , W/τ und S/τ_N , und für die drei Beispiele werden die Kombinationen

1. Fall $N = 12$ $W/\tau = 5/6$ $S/\tau_N = 1.0$
2. Fall $N = 12$ $W/\tau = 5/6$ $S/\tau_N = 0.2$
3. Fall $N = 6$ $W/\tau = 1$ $S/\tau_N = 0.1$

festgelegt. Diese Zahlenwerte liegen in Größenordnungen, die praktisch in Hysteresemotoren vorkommen, und zwar vertritt der 2. Fall die normale, häufig vorliegende Dimensionierung; der 3. Fall liegt bei Motoren vor, die aus z. B. fertigungstechnischen Gründen eine kleine Nutenzahl je Pol und Phase haben, also bei sehr kleinen 2-poligen oder bei hochpoligen Ausführungen; der 1. Fall, der sich durch die Größe der Nutöffnung von $S/\tau_N = 1.0$ auszeichnet und damit eine nutzenlose, im Luftspalt liegende Wicklung darstellt, ist neuerdings bei sehr hochtourigen Hysteres- und auch Induktionsmotoren anzutreffen. Die charakteristischen Unterschiede in den drei Fällen, die ausschließlich in der Verteilung des Windungsbelags bestehen, lassen sich sehr anschaulich aus dem Funktionsverlauf von $n_1(x_s)$ sowie den zugehörigen Fourierzerlegungen entnehmen. Die Abb. 40 zeigt mit den hier gewählten Werten der Para-

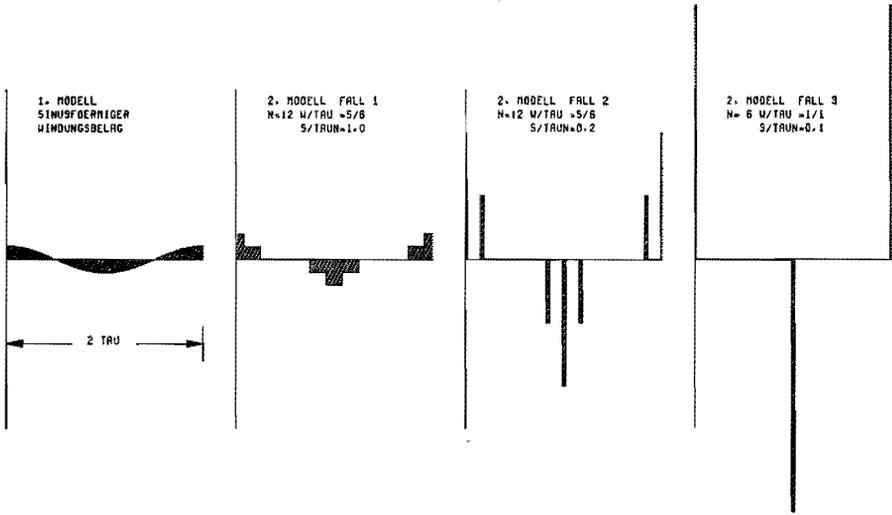


Abb. 40. Verteilung des Windungsbelags der ersten Phase am Statorumfang. Die Wicklungsfläche ist für alle vier Fälle gleich groß.

meter N , W/τ und S/τ_N den Verlauf von $n_1(x_s)$ für das erste Modell und für die drei Fälle des zweiten Modells mit der Nebenbedingung, nach der in allen vier Beispielen der gleiche Wickelraum ausgenutzt wird.

Diese Abbildung zeigt deutlich, daß der rechteckförmige Verlauf von $n_1(x_s)$ exakt nachgebildet wird. Entsprechend werden auch die hieraus berechneten Funktionsverläufe von $a(x_s, t)$ und von $h_H(x_s, t)$ exakt erhalten.

Die Fourierkoeffizienten von n sind für die Ordnungszahlen $\varrho = 1$ bis $\varrho = 37$ in der Abb. 41 als Balkendiagramm dargestellt; auch hier sind die Unterschiede der einzelnen Fälle deutlich.

Die übrigen Parameter, das sind die Phasenzahl m und die vom Hysteresewerkstoff und der Maximalaussteuerung H_{Max} abhängigen Materialparameter, werden hier nicht variiert. Für m wird der häufig vorkommende Wert $m = 3$ eingesetzt, für den Werkstoff und die Aussteuerung H_{Max} werden typische, in Motoren oft vorkommende Annahmen gemacht, und zwar ist der Werkstoff die bereits bekannte und in der Tabelle I beschriebene AlNiCo-Legierung und die Aussteuerung $H_{Max} = 225$ A/cm.

Die gleichzeitige Betrachtung der drei Fälle sowie der stets vorgenommene Vergleich zum ersten Modell werden zeigen, wie die von den unterschiedlichen, nichtsinusförmigen Verteilungen der Windungsbeläge $n(x_s)$ ausgehenden Oberwellen sich in den hieraus berechneten Feldgrößen h_H und b_H fortsetzen und damit das an der Welle und an den Klemmen meßbare Verhalten beeinflussen. Hieraus wird deutlich, daß die Oberwellen einen Einfluß haben, der so beträchtlich ist, daß er nicht vernachlässigt werden kann.

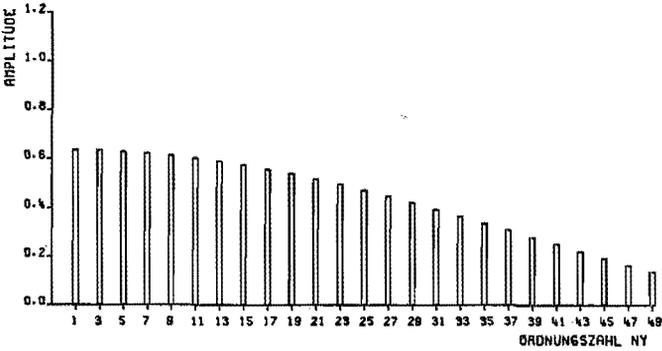
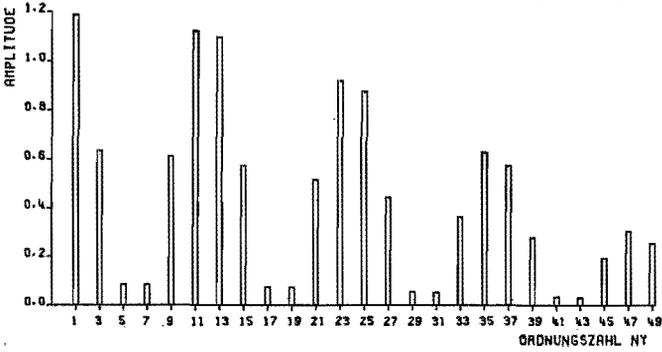
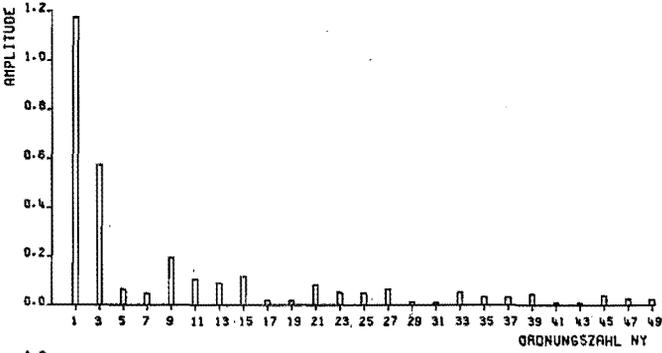
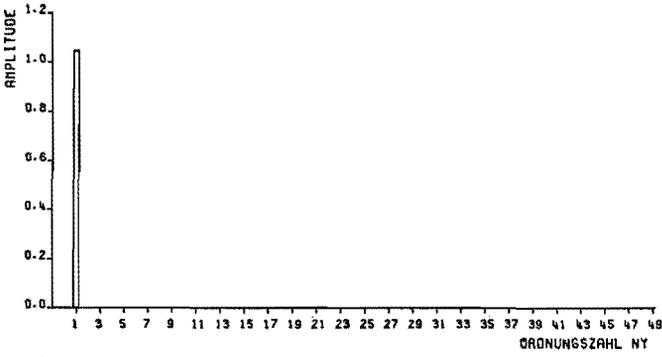


Abb. 41. Amplitudenspektren des Windungsbelags einer Phase.

Im folgenden werden die beiden wichtigen Feldgrößen h_H und b_H sowie die speziellen Magnetisierungskurven $b_H(h_H)$ für die betrachteten Fälle abgebildet und verglichen. Die Abb. 42 zeigt die Feldstärkewelle in der Darstellung als

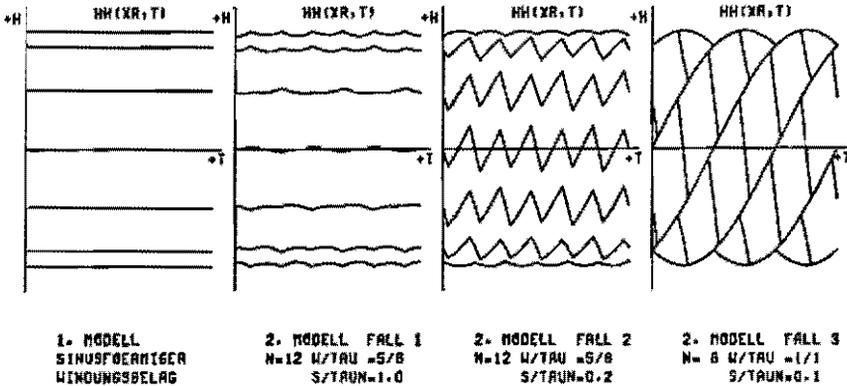


Abb. 42. Zeitfunktion der Feldstärke h_H bei verschiedenen Werten der Parameter N , W/τ und S/τ_N . Das Feldstärkemaximum ist in allen 4 Fällen gleich groß. Kurvenparameter: $x_R = 0, 30, \dots, 180$ Grad (von oben nach unten), Zeitintervall: $0-180$ Grad.

Zeitfunktion mit x_R als Kurvenparameter. Die zeitlichen Schwankungen der momentanen Feldstärkewerte werden durch die Amplituden und Phasenwinkel der Oberschwingungen des Windungsbelags n bestimmt. Im Idealfall, wie er im oberwellenfreien ersten Modell vorliegt, sind die Feldstärkeschwankungen null, so daß der Hysteresewerkstoff mit einer konstanten Feldstärke angesteuert und nicht ummagnetisiert wird; im zweiten Modell nimmt die Schwankungsamplitude mit dem Oberschwingungsgehalt von n zu und erreicht recht große Werte, wie die Abb. 42, Fall 3 zeigt.

Die nächste wichtige Größe sind die aus gemessenen Materialeigenschaften und zu dem berechneten Verlauf von h_H gehörenden speziellen Magnetisierungskurven, die an Stelle der Hystereseschleife des ersten Modells gelten. Sie bestehen aus einer unendlich großen Anzahl von nichtzusammenhängenden Geradenabschnitten, die einen Endpunkt auf der Hystereseschleife haben. Die für einige Rotorstellen x_R geltenden Kurven sind in Abb. 43 gezeigt. Der Einfluß unterschiedlicher Oberwellenspektren zeigt sich hier in der Länge der Geradenabschnitte. Im oberwellenfreien ersten Modell ist diese Länge stets null, die Geraden entarten zu Punkten auf der Schleife; im zweiten Modell reichen sie je nach der vorliegenden Wicklung weit in das Innere der Schleife hinein.

Die Gesamtheit aller Magnetisierungskurven belegt in der h - b -Ebene eine geschlossene Fläche, die außen durch die Hystereseschleife und innen durch eine vom Verlauf der Feldstärke bestimmte Kurve berandet wird. Der Verlauf

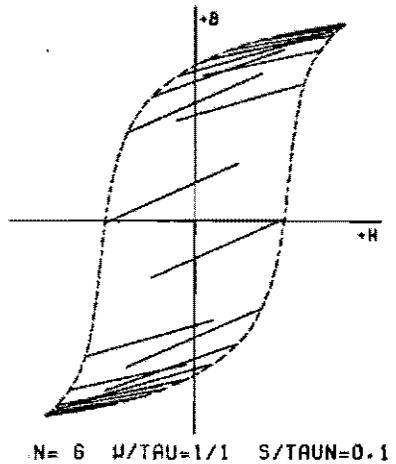
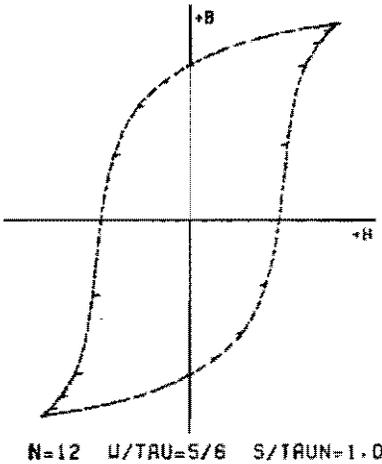
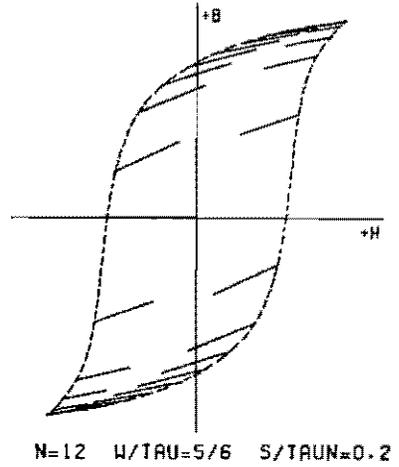
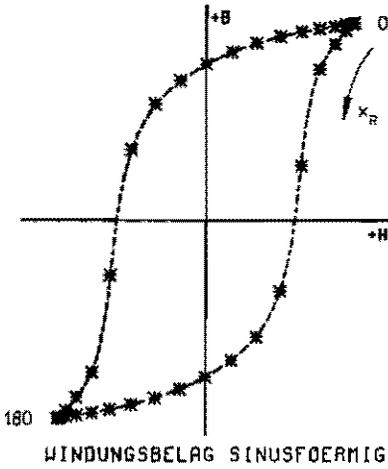


Abb. 43. Materialfunktion $b_H(b_H)$ bei verschiedenen Werten der Wicklungsparameter N , W/τ und S/τ_N . Kurvenparameter: $X_R = 0, 10, 20, \dots, 360$ Grad. Äußere Kurve: Hystereseschleife, Hysteresematerial: AlNiCo 88/200, $H_{MAX} = 225$ A/cm.

der inneren Randkurve und der zwischen beiden Randkurven liegende Flächeninhalt sind Funktionen, die vom Spektrum der Feldstärkequelle bestimmt werden und somit oberwellenabhängig sind. Die innere Randkurve unterscheidet sich umso mehr von der Hystereseschleife, je stärker das Oberwellenspektrum ist; der eingeschlossene Flächeninhalt verändert sich im gleichen Maß. Im oberwellenfreien ersten Modell fallen beide Randkurven zusammen, und der Flächeninhalt ist null. Wie die Abb. 44, in der diese Kurven und die zwischen ihnen eingeschlossenen Flächen dargestellt sind, zeigt, treten bei starkem Ober-

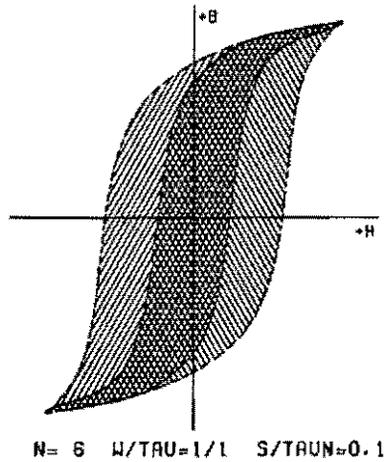
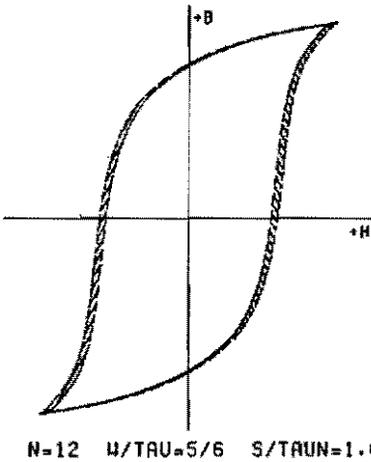
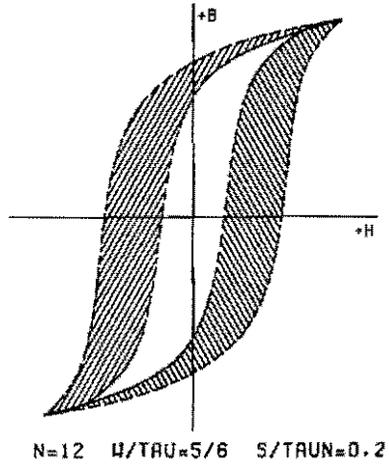
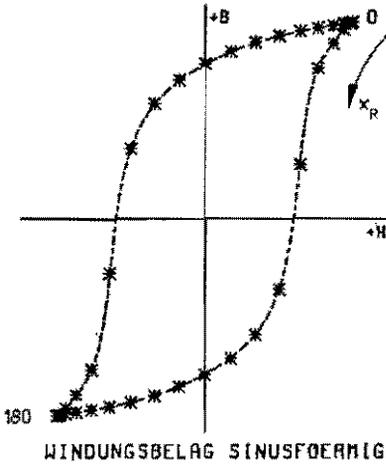


Abb. 44. Gebiet der Materialfunktion $b_H(h_H)$ in der b - h -Ebene bei verschiedenen Werten der Parameter N , W/τ und S/τ_N . Innere Randkurve: Bei gegebener Hystereseschleife eine Funktion von N , W/τ und S/τ_N . Äußere Randkurve: Hystereseschleife. Hysterese material: AlNiCo 88/200, $H_{Max} = 225 \text{ A/cm}$.

wellengehalt sogar Überschneidungen der vom linken und vom rechten Ast ausgehenden Randkurven auf; das hat zur Folge, daß sich negativ zu zählende Drehmomentanteile bilden.

Den Einfluß unterschiedlicher Feldstärkespektren auf den Verlauf der dynamischen Hysteresekurven zeigt die Abb. 45. Diese Kurven, die für den momentanen Zusammenhang zwischen der Feldstärkewelle und der Induktionswelle maßgebend sind, zeigen eine umso größere Abweichung von der Hysteresese-

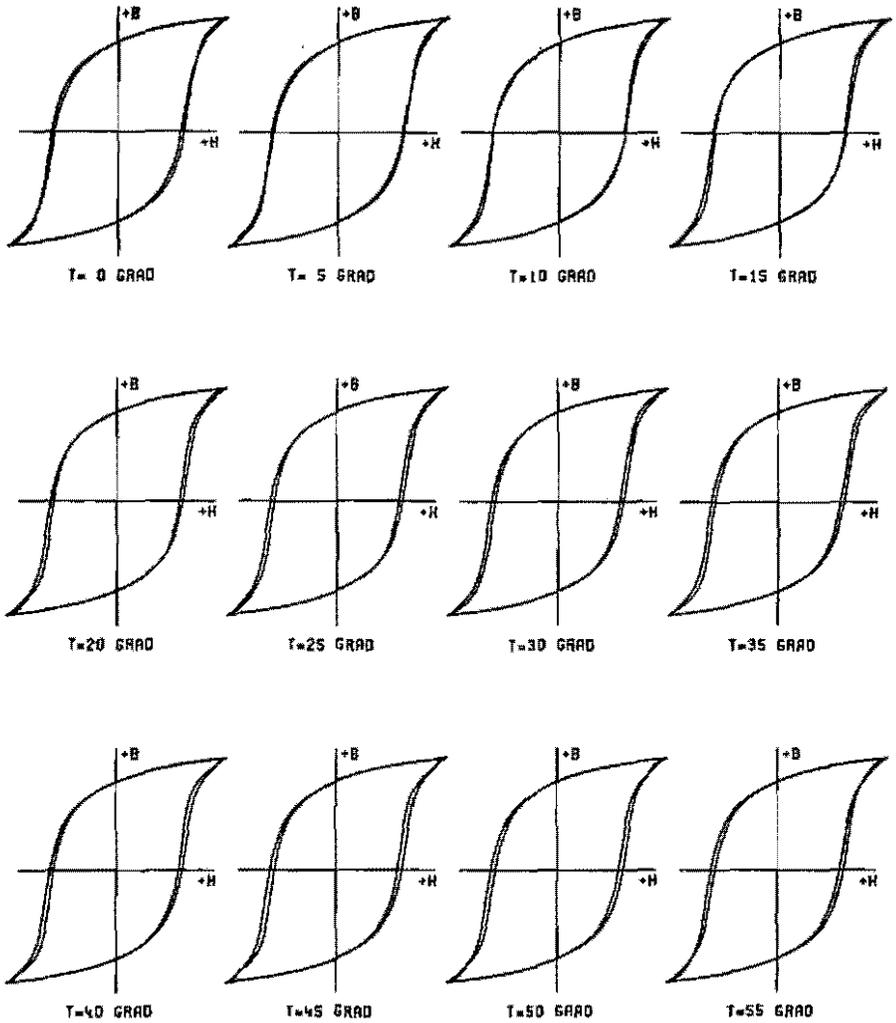


Abb. 45.1. Dynamische Hysteresekurven bei den Zeiten $t = 0, 5, 10, \dots, 55$ Grad. Hysteresematerial: AlNiCo 88/200, $H_{Max} = 225$ A/cm. Wicklung: $N = 12$, $W/\tau = 5/6$, $S/\tau_N = 1.0$, Äußere Kurve: Hystereseschleife.

schleife, je stärker das Oberwellenspektrum wird. Im dritten Fall, der das stärkste Spektrum enthält, sind die Kurven sogar teilweise so weit entartet, daß die für die Drehmomentbildung entscheidende Zweideutigkeit zeitweise kaum noch besteht. Den Einfluß unterschiedlicher Oberwellenspektren auf den Verlauf der mittleren dynamischen Hysteresekurven zeigt die Abb. 46. Diese Kurven zeigen — wegen des Zusammenhangs zwischen dem eingeschlossenen

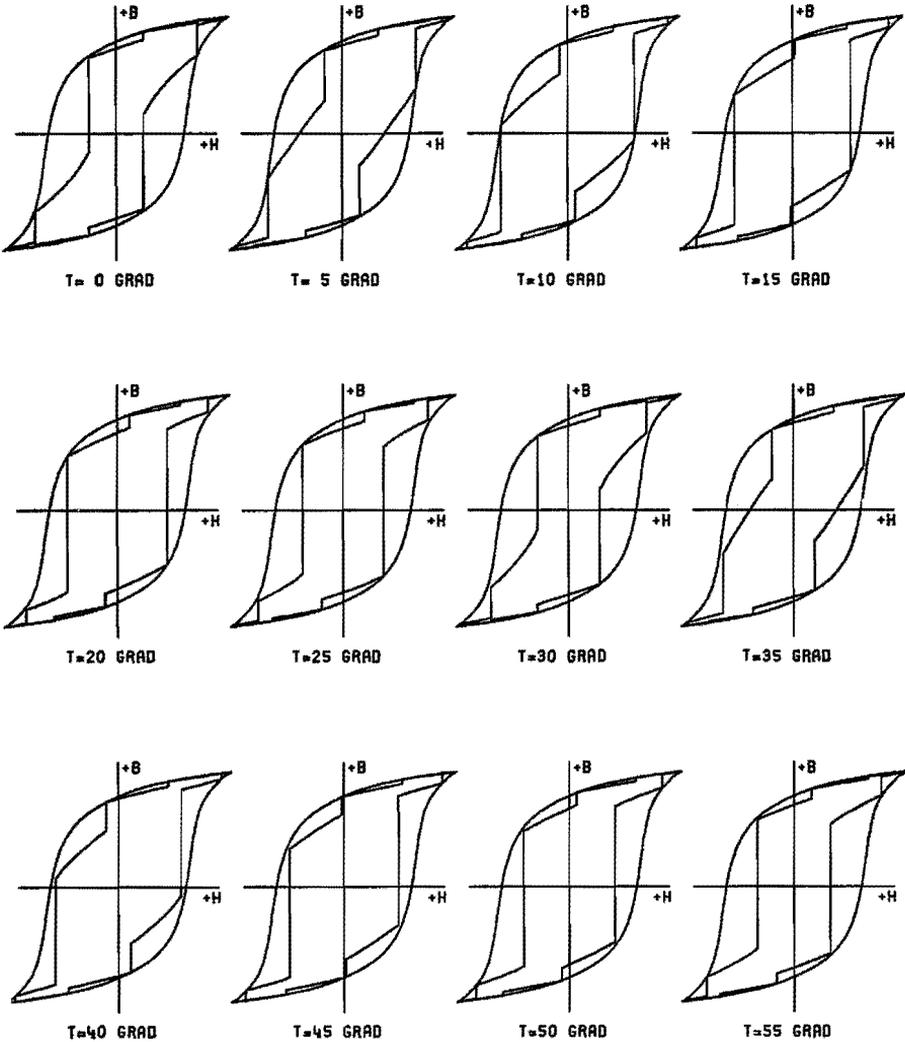


Abb. 45.2. Dynamische Hysteresekurven bei den Zeiten $t = 0, 5, 10, \dots, 55$ Grad. Hysteresematerial: AlNiCo 88/200, $H_{\text{Max}} = 225$ A/cm, Wicklung: $N = 12$, $W/\tau = 5/6$, $S/\tau_N = 0.2$, Äußere Kurve: Hystereseschleife.

Flächeninhalt und dem Drehmoment — sehr deutlich, daß die mittlere abgegebene Leistung sehr stark durch die Oberwellen beeinflusst wird.

Zuletzt sei die Induktionswelle betrachtet, die in der Abb. 47 in der Darstellung als Zeitfunktion mit x_R als Kurvenparameter gezeigt ist. Die hierzu gehörende Feldstärkewelle h_H ist gleichzeitig mit abgebildet, damit die Zusammenhänge beider Wellen bei verschiedenen Oberwellenspektren verglichen

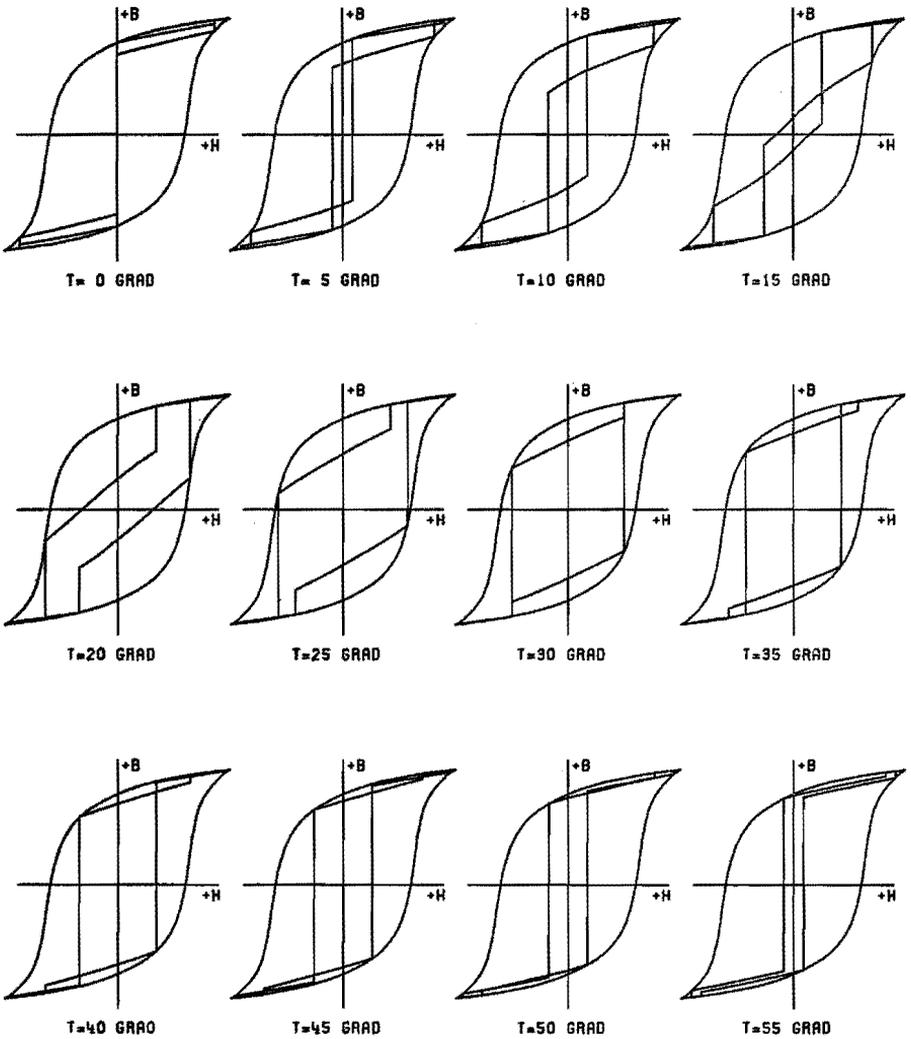


Abb. 45.3. Dynamische Hysteresekurven bei den Zeiten $t = 0, 5, 10, \dots, 55$ Grad. Hysteresematerial: AlNiCo 88/200, $H_{\text{Max}} = 225$ A/cm, Wicklung: $N = 6$, $W/\tau = 1/1$, $S/\tau_N = 0.1$.

werden können. Dies wird für ein beliebiges, aber festes x_R betrachtet: Die in h_H vorkommenden Oberwellen, die die zeitlichen Schwankungen um den Mittelwert bewirken, werden in b_H abgebildet, indem in b_H ebenfalls zeitliche Schwankungen entstehen. Zusätzlich wird der zeitliche Mittelwert von b_H gegenüber dem von h_H verändert. Diese Verschiebung steht in engem Zusammenhang mit den h_H - und b_H -Grundwellen (im x_S -System), und der Einfluß der Oberwellen von h_H auf diese Größe ist für das Modellverhalten wesentlich. Die Abb. 48

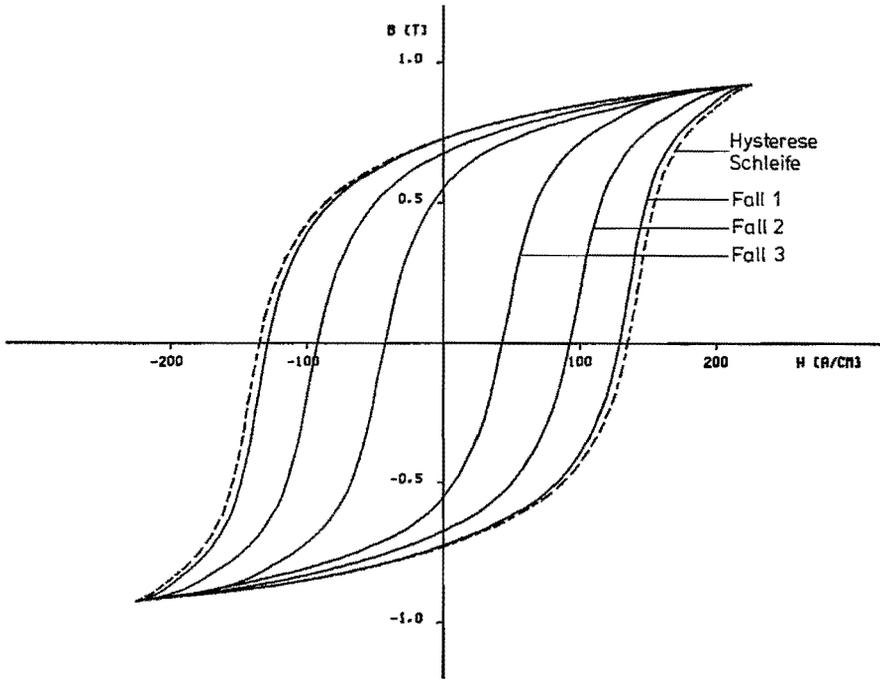


Abb. 46. Mittlere dynamische Hysteresekurven bei verschiedenen Werten der Parameter N , W/τ und S/τ_N .
 Außen: Hystereseschleife. Material: AlNiCo 88/200, $H_{\text{Max}} = 225$ A/cm,
 Innen : Fall 1: $N = 12$, $W/\tau = 5/6$, $S/\tau_N = 1.0$,
 Fall 2: $N = 12$, $W/\tau = 5/6$, $S/\tau_N = 0.2$,
 Fall 3: $N = 6$, $W/\tau = 1/1$, $S/\tau_N = 0.1$.

zeigt die Größe der Phasenverschiebung ψ_1 zwischen der h_H und der b_H -Grundwelle bei den betrachteten Fällen. Im oberwellenfreien Fall ist der Wert von ψ_1 allein von der Form der Hystereseschleife bestimmt; im zweiten Modell weicht sein Wert umso mehr hiervon ab, je stärker der Oberwellengehalt der Feldstärkewelle wird. Die Oberwellen verkleinern diesen Winkel. Obwohl die Amplituden von $b_{H\pm 1,1}$ etwas größer werden, wird das Produkt aus $b_{H\pm 1,1} \cdot \sin \psi_{\pm 1,1}$ insgesamt kleiner. Dieser Oberwelleneffekt ist unerwünscht, da er eine Verringerung der mechanischen Leistung bedeutet.

Mit der Betrachtung dieser Größen sind die drei Fälle in den Punkten beschrieben, die für die nachfolgende Berechnung der Modelleigenschaften wichtig sind, und um das berechnete Verhalten auch physikalisch zu verstehen.

4.2.1.2. Drehmoment und mechanische Leistung

Das Drehmoment kann wie beim ersten Modell aus der Lorentzkraft zwischen der Strombelagswelle und der Induktionswelle berechnet werden. In beiden Modellen sind der Feldlinienverlauf der Induktionswelle als radial (in der

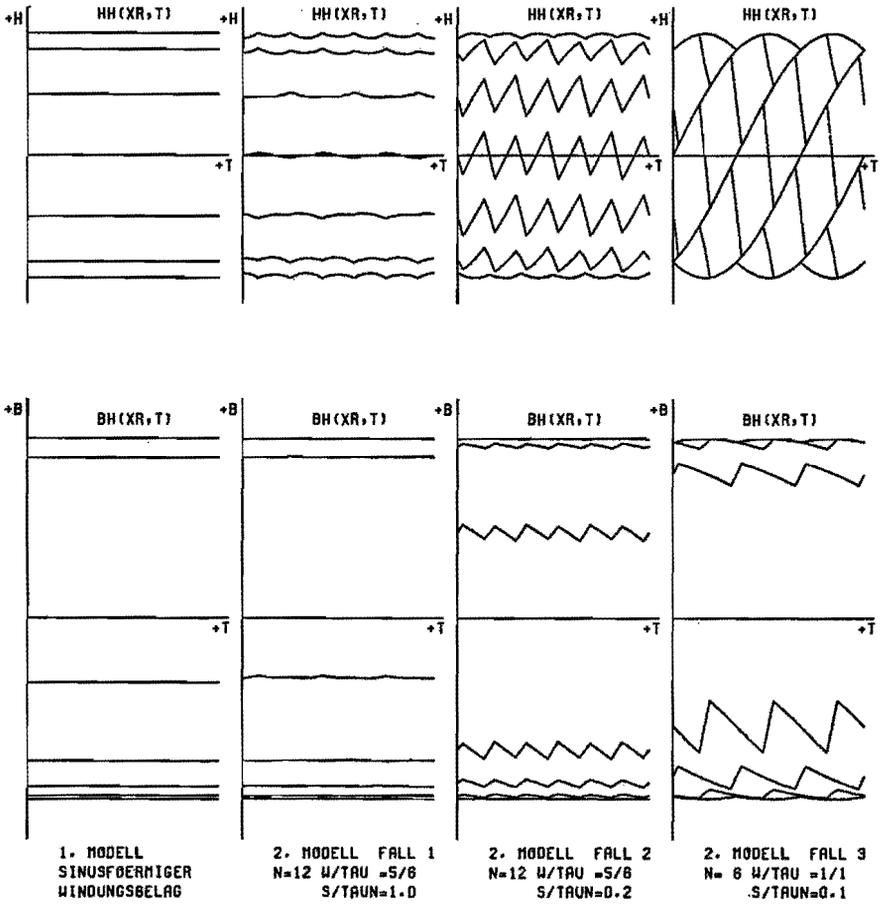


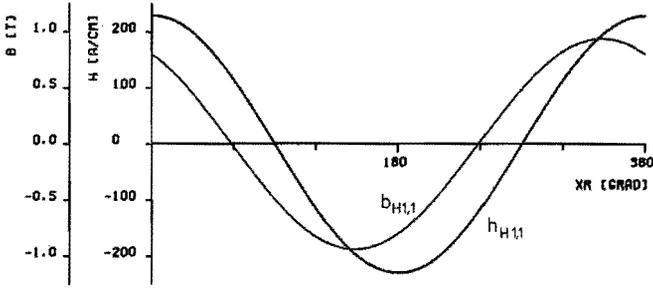
Abb. 47. Zeitfunktion der Feldstärke h_H und der Induktion b_H bei verschiedenen Werten der Parameter N , W/τ und S/τ_N . Hysterese material: AlNiCo 88/200, $H_{Max} = 225$ A/cm, Kurvenparameter: $X_R = 0, 30, \dots, 180$ Grad (von oben nach unten), Zeitintervall: 0–180 Grad.

Grenzschicht Rotor–Stator) und der Stromlinienverlauf der Strombelagswelle als axial angenommen, so daß die Gl. (18) direkt angewandt werden kann. Sie lautet

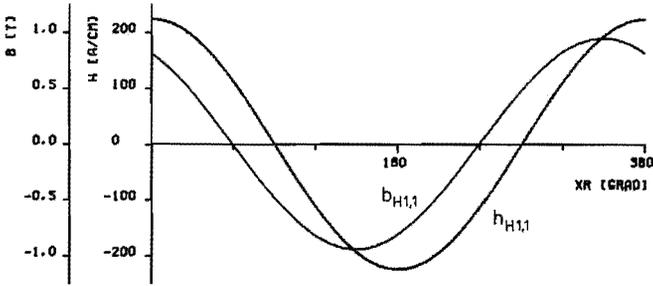
$$m(t) = - \int_0^{2\tau} \frac{\tau}{\pi} L b_H(x_R, t) a(x_R, t) dx_R \quad (18)$$

und hierin sind für a und b_H die im zweiten Modell geltenden Ausdrücke einzusetzen.

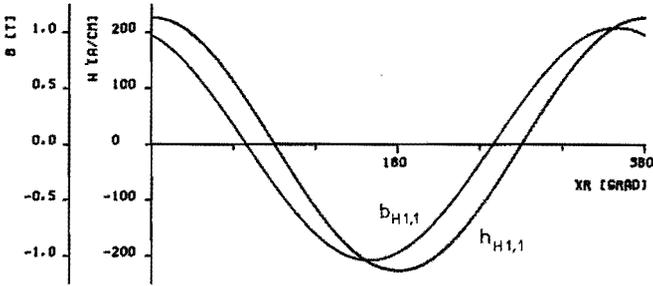
Die Strombelagswelle wird durch die Fourierreihe



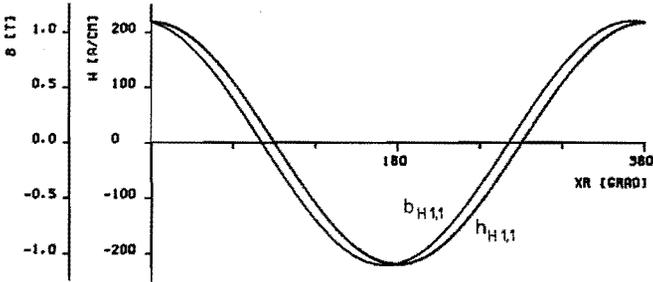
1. MODELL
SINUSFÖRMIGER
WINDUNGSBELAG



2. MODELL FALL 1
N=12 U/TAU=5/6
S/TAUN=1.0



2. MODELL FALL 2
N=12 U/TAU=5/6
S/TAUN=0.2



2. MODELL FALL 3
N=6 U/TAU=1/1
S/TAUN=0.1

Abb. 48. Grundwellen der Feldstärke und der Induktion. Hysterese material: AlNiCo 88/200, $H_{Max} = 225$ A/cm.

$$a(x_R, t) = \sum_{\varrho} \hat{A}_{\varrho} \sin \left(\varrho \pi \frac{x_R}{\tau} - (1 - \varrho) \omega_1 t \right) \quad (50)$$

beschrieben.

Für die Induktionswelle besteht die Fourierreihe

$$b_H(x_R, t) = \sum_{\nu, \mu} \hat{B}_{H\nu, \mu} \cos \left[\nu \left(\pi \frac{x_R}{\tau} - (\mu - 1) \omega_1 t \right) + \psi_{\nu, \mu} \right]. \quad (64)$$

Damit wird die Zeitfunktion des Drehmoments

$$m(t) = -\frac{L \tau}{\pi} \int_0^{2\tau} \sum_{\varrho} \hat{A}_{\varrho} \sin \left(\varrho \pi \frac{x_R}{\tau} - (1 - \varrho) \omega_1 t \right) \cdot \sum_{\nu, \mu} \hat{B}_{H\nu, \mu} \cos \left[\nu \left(\pi \frac{x_R}{\tau} - (\mu - 1) \omega_1 t \right) + \psi_{\nu, \mu} \right] dx_R \quad (67)$$

ebenfalls durch eine unendliche Reihe beschrieben. Der Drehmomentanteil eines einzelnen Terms aus der ϱ -ten Teilschwingung a_{ϱ} des Strombelags und der ν, μ -ten Teilwelle $b_{H\nu, \mu}$ der Induktionswelle wird

$$m_{\varrho, \nu, \mu}(t) = -\frac{L \tau}{\pi} \hat{A}_{\varrho} \hat{B}_{H\nu, \mu} \cdot \int_0^{2\tau} \sin \left(\varrho \pi \frac{x_R}{\tau} - (1 - \varrho) \omega_1 t \right) \cos \left[\nu \left(\pi \frac{x_R}{\tau} - (\mu - 1) \omega_1 t \right) + \psi_{\nu, \mu} \right] \cdot dx_R. \quad (69)$$

Hierfür gibt es in Abhängigkeit von den Ordnungszahlen ϱ und ν drei Arten von Lösungen.

$$\begin{aligned} m_{\varrho, \nu, \mu} &= 0, & \text{für } \varrho \neq \pm \nu, \\ m_{\varrho, \nu, \mu} &= \frac{L \tau^2 \hat{A}_{-\nu} \hat{B}_{H\nu, \mu}}{\pi} \sin \left[(1 + \mu \nu) \omega_1 t - \psi_{\nu, \mu} \right], & \text{für } \varrho = -\nu, \\ m_{\varrho, \nu, \mu} &= \frac{L \tau^2 \hat{A}_{\nu} \hat{B}_{H\nu, \mu}}{\pi} \sin \left[(1 - \mu \nu) \omega_1 t + \psi_{\nu, \mu} \right], & \text{für } \varrho = +\nu. \end{aligned} \quad (70)$$

Der Einfluß der Ordnungszahlen auf die Art der Lösung folgt daraus, daß die Ordnungszahlen die Eigenschaften der Teilwellen bezüglich Wellenlänge, Um-

laufgeschwindigkeit und Umlaufrichtung mitbestimmen. Die erste Lösung stellt den Fall dar, in welchem die a_q -Teilwelle und die $b_{H\nu,\mu}$ -Teilwelle unterschiedliche Wellenlängen haben. Dieser Term ergibt somit keinen Drehmomentbeitrag.

In den beiden andern Fällen legt die Bedingung $\varrho = -\nu$ bzw. $\varrho = \nu$ jeweils gleiche Wellenlängen der a_q - und der $b_{H\nu,\mu}$ -Teilwellen fest. Die Zusammenfassung beider Anteile zur Berechnung des Gesamtmoments $m(t)$ ergibt

$$m(t) = \frac{L \tau^2}{\pi} \left\{ \sum_{\nu,\mu} \hat{A}_{-\nu} \hat{B}_{H\nu,\mu} \sin \left[(1 + \mu \nu) \omega_1 t - \psi_{\nu,\mu} \right] + \sum_{\nu,\mu} \hat{A}_{\nu} \hat{B}_{H\nu,\mu} \sin \left[(1 - \mu \nu) \omega_1 t + \psi_{\nu,\mu} \right] \right\}. \quad (71)$$

Der Laufbereich von ν geht von $-\infty$ bis $+\infty$, und daher kann im ersten Term ν ersetzt werden durch $-\nu$, und $m(t)$ wird

$$m(t) = \frac{L \tau^2}{\pi} \sum_{\nu,\mu} \hat{A}_{\nu} \left\{ \hat{B}_{H-\nu,\mu} \sin \left[(1 - \mu \nu) \omega_1 t - \psi_{-\nu,\mu} \right] + \hat{B}_{H\nu,\mu} \sin \left[(1 - \mu \nu) \omega_1 t + \psi_{\nu,\mu} \right] \right\}. \quad (72)$$

Damit ist das Drehmoment bestimmt. Es besteht aus einem zeitunabhängigen und einem rein zeitabhängigen Anteil. Der erstere ist durch die Bedingung $\mu \cdot \nu = 1$ festgelegt. Von den beiden möglichen Lösungen $\mu = +1, \nu = +1$ sowie $\mu = -1, \nu = -1$ kommt nur die erstere infrage, da nur die Strombelastungsteilwelle a_1 existiert, während die Teilwelle a_{-1} null ist. Der zeitunabhängige Drehmomentanteil m_0 wird somit

$$m_0 = \frac{L \tau^2}{\pi} \hat{A}_1 (\hat{B}_{H1,1} \sin \psi_{1,1} - \hat{B}_{H-1,1} \sin \psi_{-1,1}). \quad (73)$$

Der Einfluß von Oberwellen ist indirekt in $\hat{B}_{H\pm 1,1}$ und $\psi_{\pm 1,1}$ enthalten. Das folgt daraus, daß $b_{H\pm 1,1}$ nicht allein von h_{H1} abhängt, sondern vom ganzen h_H -Spektrum.

Der rein zeitabhängige Drehmomentanteil von Gl. (71) ist die Differenz der Momente von Gl. (71) und (73). Er ist zeitlich periodisch und nichtsinusförmig. Die Oberwelleneinflüsse bestehen darin, daß Oberwellenterme $a_{\nu} \cdot b_{H\nu,\mu}$ direkt vorkommen, außerdem bestehen indirekte Einflüsse ähnlich wie in m_0 über die Beträge von $\hat{B}_{H\nu,\mu}$ und $\psi_{\nu,\mu}$.

Das für das zweite Modell berechnete Drehmoment unterscheidet sich vom Drehmoment des ersten Modells in zwei Punkten, wobei die Ursache stets in den Oberwellen infolge der nichtsinusförmigen Wicklung liegt. Sowohl der zeitliche Mittelwert als auch der momentane Verlauf sind von diesen Oberwellen beeinflusst.

Der in den Gl. (68)–(73) angegebene Zusammenhang wird im folgenden verwandt, um für drei Fälle, die im Abschnitt 4.2.1.1 vereinbart und beschrieben sind, den zeitlichen Drehmomentverlauf zu berechnen. Die numerische Berechnung des Gesamtmoments m geht jedoch — um Fehler infolge des Gibbs-Phänomens zu vermeiden — von Momentanwerten von $a(x_R, t)$ und $b_H(x_R, t)$ aus, die ohne die Verwendung unendlicher Reihen berechnet werden und tabelliert vorliegen. Hierin sind die Funktionswerte des Strombelags auch im Bereich von Unstetigkeitsstellen exakt berechnet. Das Drehmoment wird in Form von Momentanwerten in Abhängigkeit von der Zeit t erhalten.

Die Abb. 49 zeigt die für den Fall 2 (d. h. $N = 12$, $W/\tau = 5/6$, $S/\tau_N = 0.2$) berechnete Zeitfunktion des Drehmoments während einer Zeitperiode T . Das

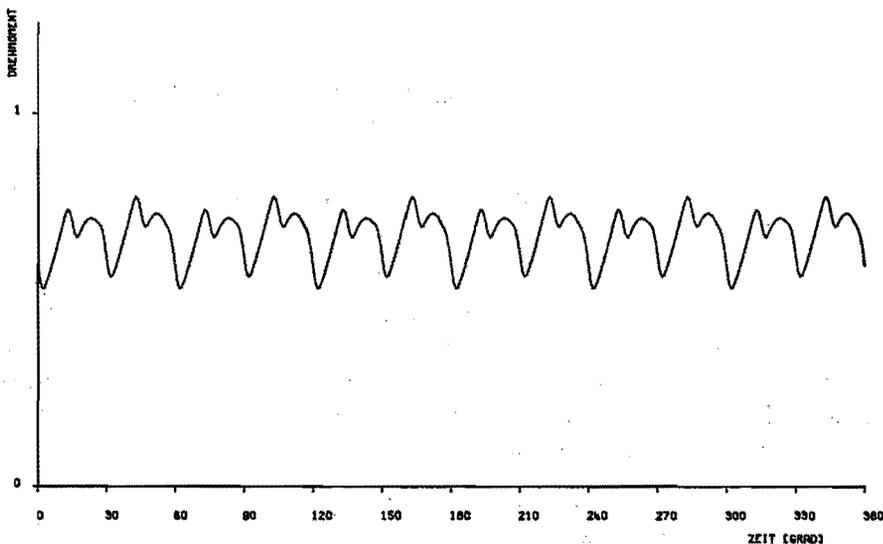


Abb. 49. Zeitfunktion des Drehmoments, normiert auf das mittlere Moment m_0 des ersten Modells. Wicklung: $N = 12$, $W/\tau = 5/6$, $S/\tau_N = 0.2$, Hysterese material: AlNiCo 88/200, $H_{\text{Max}} = 225$ A/cm, Zeitintervall: 0–360 Grad (1 Umdrehung).

mittlere Drehmoment m_0 ist gegenüber dem mittleren Drehmoment des ersten Modells reduziert. Diese theoretisch ermittelte Reduzierung stellt ein wichtiges Ergebnis dar, denn hiermit kann die an Motoren experimentell feststellbare Drehmomentreduktion als Oberwellenwirkung erklärt werden.

Der Einfluß unterschiedlicher Feldstärkespektren auf $m(t)$ wird anhand des Vergleichs von 4 Fällen gezeigt. Dazu sind in der Abb. 50 die Zeitfunktionen

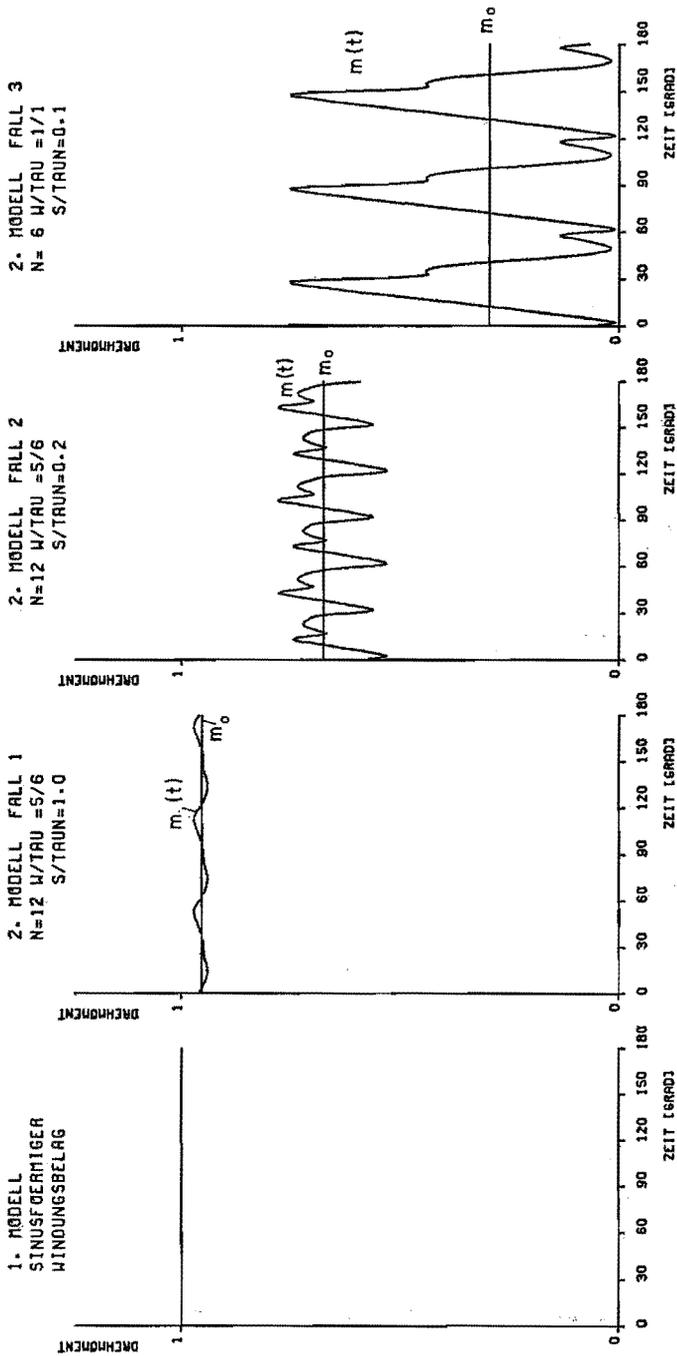


Abb. 50. Zeitfunktion des Drehmoments bei verschiedenen Werten der Parameter N , W/τ und S/τ_N , normiert auf das mittlere Moment m_0 des ersten Modells. Hysterese-material: AlNiCo 88/200, $H_{\text{Max}} = 225$ A/cm, Zeitintervall: 0-180 Grad (1/2 Umdrehung).

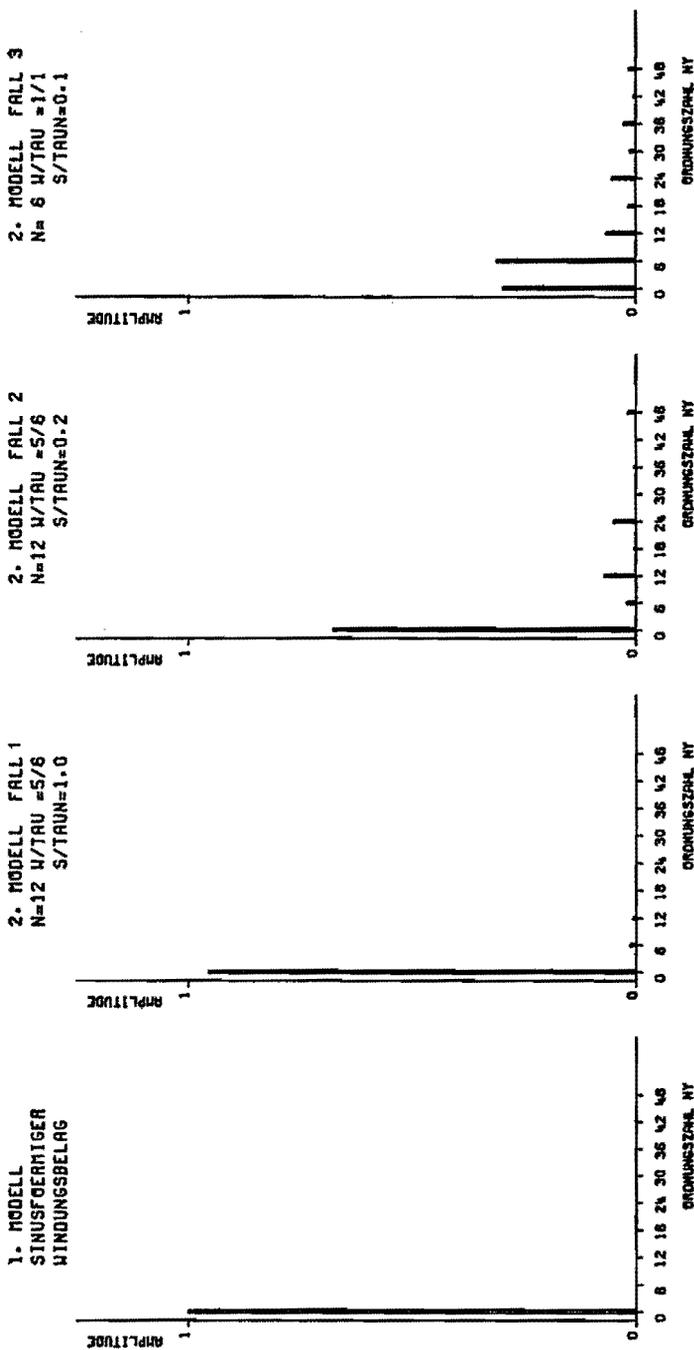


Abb. 51. Amplitudenspektrum des Drehmoments bei verschiedenen Werten der Parameter N , W/τ und S/τ_N , normiert auf das mittlere Moment m_0 des ersten Modells. Hysterese-material: AlNiCo 88/200, $H_{Max} = 225$ A/cm.

der Drehmomente abgebildet und in der Abb. 51 die Fourierspektren dieser Zeitfunktionen (bis zur Ordnungszahl 48) *). Das Hauptergebnis ist, daß bei zunehmendem Oberwellengehalt der Feldstärkewelle der Oberschwingungsgehalt des Drehmoments zunimmt, während die Mittelwerte m_0 verringert werden.

Die Feldstärkeoberwellen beeinflussen sowohl den momentanen Drehmomentverlauf als auch den Mittelwert gleichzeitig in ungünstiger Weise. Die Parameter, die hierbei besonders großen Einfluß haben, werden im Abschnitt 4.2.2 festgestellt werden.

Die Zeitfunktion der mechanischen Leistung unterscheidet sich von der des Drehmoments nur durch den hier konstanten Faktor ω_1 .

4.2.1.3. Die induzierte Spannung

In der Statorwicklung werden durch das umlaufende und sich ändernde Magnetfeld b_H Spannungen induziert. Deren Berechnung läuft auf die Berechnung der Zeitfunktion des mit der Wicklung verketteten Flusses ϕ_t hinaus. ϕ_t ist der gesamte Fluß, der mit dem Wicklungsteil verkettet ist, an dessen Klemmen die induzierte Spannung auftritt, und er wird bestimmt aus der Induktionsswelle $b_H(x_s, t)$ und dem Windungsbelag $n(x_s)$.

Die Induktionsswelle b_H stellt das gesamte Luftspaltfeld des Modells dar. Dies ist eine Abweichung gegenüber der Theorie der Synchronmaschinen, in der das vom Rotormagneten und das vom Statorstrom erzeugte Feld unterschieden werden; diese ist aber wegen der besonderen Zusammenhänge zwischen der Feldstärkewelle h_H , den Materialfunktionen $b_H(h_H)$ und der Induktionsswelle b_H beim Hysteresemotor zweckmäßig. Die Feldnäherung, wie sie hier definiert ist, ist nicht in zwei Teilfelder aufteilbar, die voneinander unabhängig sind und einzeln existieren können. Der Zusammenhang zwischen der Feldstärkewelle und der Induktionsswelle, der durch Hysterese und Nichtlinearitäten mitbestimmt ist, bedingt, daß ein Rotor-Teilfeld stets an die Anwesenheit eines Stator-Teilfeldes gebunden ist, wobei die Momentanwerte beider Teilfelder stets voneinander abhängig sind.

Die Berechnung des verketteten Flusses ϕ_t aus dem Windungsbelag und der Induktionsswelle geht analog zu denselben Beziehungen des ersten Modells, die durch die Gl. (32)–(34) beschrieben werden. Sie wird für die erste Phase durchgeführt, aus der sich die entsprechenden Beziehungen für die k -te Phase leicht ableiten lassen. Der Windungsbelag der ersten Phase des zweiten Modells wird mit Gl. (42) und $\gamma_0 = 0$.

$$n_1(x_s) = \sum_{q=1}^{\infty} \hat{N}_q \cos \left(q \pi \frac{x_s}{\tau} \right)$$

*) Fourieranalyse der nach Gl. (72) berechneten Zeitfunktion; mittels Runge-Faltung nach Ref. 30 berechnet.

beschrieben.

Für die Induktionsswelle wird die Gl. (63) verwandt, da sie hierin in demselben Koordinatensystem beschrieben wird, in welchem die Spule ruht.

$$b_H(x_S, t) = \sum_{\nu, \mu} \hat{B}_{H\nu, \mu} \cos \left[\nu \left(\pi \frac{x_S}{\tau} - \mu \omega_1 t \right) + \psi_{\nu, \mu} \right]. \quad (63)$$

Der zwischen den Grenzen x_S und $\tau - x_S$ liegende Fluß wird

$$\phi(x_S, t) = L \int_{x_S}^{\tau - x_S} \sum_{\nu, \mu} \hat{B}_{H\nu, \mu} \cos \left[\nu \left(\pi \frac{x_S}{\tau} - \mu \omega_1 t \right) + \psi_{\nu, \mu} \right] dx_S. \quad (74)$$

Die Ausrechnung ergibt, wobei berücksichtigt ist, daß ν nur ungerade Werte annimmt,

$$\phi(x_S, t) = \frac{2L\tau}{\pi} \sum_{\nu, \mu} \frac{1}{\nu} \hat{B}_{H\nu, \mu} \sin(\mu \nu \omega_1 t - \psi_{\nu, \mu}) \cos \left(\nu \pi \frac{x_S}{\tau} \right). \quad (75)$$

Dieser Fluß ϕ ist mit der Teilschleife mit $n_1(x_S) dx_S$ Windungen nach der Beziehung

$$d\phi_t(x_S, t) = n_1(x_S) \phi(x_S, t) dx_S \quad (76)$$

verkettet, und die gesamte Flußverkettung der betrachteten ersten Phase wird

$$\begin{aligned} \phi_t(t) &= 2 \int_0^{\tau/2} \frac{2L\tau}{\pi} \sum_{\nu, \mu} \hat{B}_{H\nu, \mu} \frac{1}{\nu} \sin(\mu \nu \omega_1 t - \psi_{\nu, \mu}) \cos \left(\nu \pi \frac{x_S}{\tau} \right) \cdot \\ &\quad \cdot \sum_{\varrho=1}^{\infty} \hat{N}_{\varrho} \cos \left(\varrho \pi \frac{x_S}{\tau} \right) dx_S. \end{aligned} \quad (77)$$

Es wird zuerst der Anteil eines einzelnen Terms, der herrührt von $b_{H\nu, \mu} n_{\varrho}$, betrachtet. Die Integration ergibt, ähnlich wie die Beziehungen beim Drehmoment, in Abhängigkeit von den beiden Ordnungszahlen ϱ und ν drei Lösungen, wobei es eine Rolle spielt, daß beide (ϱ und ν) stets ungerade sind,

$$\begin{aligned} \phi_{t\varrho, \nu, \mu} &= 0, & \text{für } \varrho \neq \pm \nu, \\ \phi_{t\varrho, \nu, \mu} &= \frac{L\tau^2}{\pi} \hat{B}_{H\nu, \mu} \hat{N}_{\nu} \frac{1}{\nu} \sin(\mu \nu \omega_1 t - \psi_{\nu, \mu}), & \text{für } \varrho = +\nu, \\ \phi_{t\varrho, \nu, \mu} &= \frac{L\tau^2}{\pi} \hat{B}_{H\nu, \mu} \hat{N}_{-\nu} \frac{1}{\nu} \sin(\mu \nu \omega_1 t - \psi_{\nu, \mu}) & \text{für } \varrho = -\nu. \end{aligned} \quad (78)$$

Die verschiedenen Lösungstypen entstehen wieder, je nachdem die n_q - und die $b_{H\nu,\mu}$ -Teilwellen ungleiche oder gleiche Wellenlängen haben.

Der zweite Fall liefert den verketteten Fluß, der aus zwei Anteilen besteht, entsprechend $q = \nu$ und $q = -\nu$. Beim Zusammenfassen beider Anteile zur Berechnung von ϕ_t ist der Laufbereich von ν in der Fourierreihe für n in Gl. (42) zu berücksichtigen, der nur positive q zuläßt. Aus Gl. (78) wird zunächst

$$\phi_t(t) = \frac{L \tau^2}{\pi} \left[\sum_{\substack{\nu=1 \\ \mu}}^{\infty} \frac{1}{\nu} \hat{B}_{H\nu,\mu} \hat{N}_\nu \sin(\mu \nu \omega_1 t - \psi_{\nu,\mu}) + \sum_{\substack{\nu=-1 \\ \mu}}^{-\infty} \frac{1}{\nu} \hat{B}_{H\nu,\mu} \hat{N}_{-\nu} \sin(\mu \nu \omega_1 t - \psi_{\nu,\mu}) \right]. \quad (79)$$

Durch Umwandlung des Laufbereichs von ν im zweiten Term lassen sich beide Anteile unter einem einzigen Summenzeichen zusammenfassen.

$$\phi_t(t) = \frac{L \tau^2}{\pi} \sum_{\substack{\nu=1 \\ \mu}}^{\infty} \frac{1}{\nu} \hat{N}_\nu \left[\hat{B}_{H\nu,\mu} \sin(\mu \nu \omega_1 t - \psi_{\nu,\mu}) + \hat{B}_{H-\nu,\mu} \sin(\mu \nu \omega_1 t + \psi_{-\nu,\mu}) \right]. \quad (80)$$

Damit ist $\phi_t(t)$ bestimmt, und hieraus wird die induzierte Spannung der betrachteten ersten Phase

$$e_1(t) = -\frac{L \tau^2}{\pi} \sum_{\substack{\nu=1 \\ \mu}}^{\infty} \omega_1 \mu \hat{N}_\nu \left[\hat{B}_{H\nu,\mu} \cos(\mu \nu \omega_1 t - \psi_{\nu,\mu}) + \hat{B}_{H-\nu,\mu} \cos(\mu \nu \omega_1 t + \psi_{-\nu,\mu}) \right]. \quad (81)$$

Dieser Ausdruck enthält gegenüber dem entsprechenden des ersten Modells wichtige Unterschiede, die Folgen der Oberwellen sind. e besteht aus einem unendlichen Spektrum von Harmonischen — im ersten Modell existiert nur eine Grundwelle. Das Spektrum von e wird durch eine doppelte Reihe beschrieben, dennoch wird jede einzelne Harmonische nur aus einer endlichen Anzahl von b_H -Teilwellen gebildet. Die Anzahl der miteinander verketteten n - und b_H -Teilwellen nimmt mit steigender Ordnungszahl zu. Die Grund-

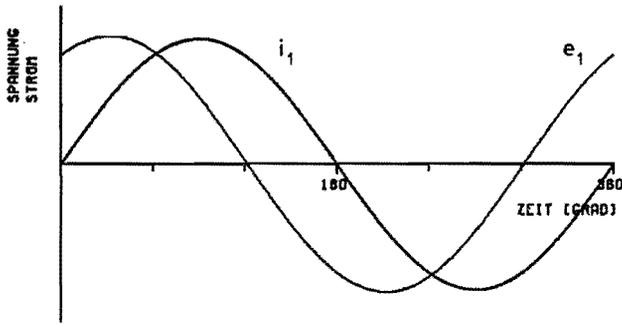
schwingung von e wird allein aus der Grundwelle $b_{H\pm 1,1}$ gebildet, die höheren Harmonischen von e jedoch aus einer mit ν und μ steigenden Zahl von b_H -Harmonischen. Dementsprechend wird die e -Grundschwingung nur indirekt von den Oberwellen von h_H beeinflusst, indem diese die Amplituden $\hat{b}_{H\pm 1,1}$ und die Winkel $\psi_{\pm 1,1}$ beeinflussen. Die höheren Harmonischen von e haben dagegen einen direkten Oberwelleneinfluß, und dazu noch den indirekten ähnlich wie bei der e -Grundschwingung.

Der Funktionsverlauf von e kann aus der Gl. (81) zwar prinzipiell gesehen werden — es ist eine nichtsinusförmige periodische Zeitfunktion —, aber seine Abhängigkeit vom Verlauf der Feldstärkewelle ist wegen der komplexen Zusammenhänge nicht ersichtlich. Dieser soll durch die Betrachtung der vier Beispiele mit jeweils unterschiedlichem h_H -Spektrum festgestellt werden. Es werden die drei Fälle des zweiten Modells und das erste Modell betrachtet und miteinander verglichen. Die Berechnung der Spannungsverläufe geht von einem Verfahren aus, das die Fehler, die bei der Verwendung von Fourierreihen infolge des Gibbs-Phänomens auftreten, vermeidet und auch im Bereich der Unstetigkeitsstellen von $n(x_s)$ exakte Funktionswerte liefert.

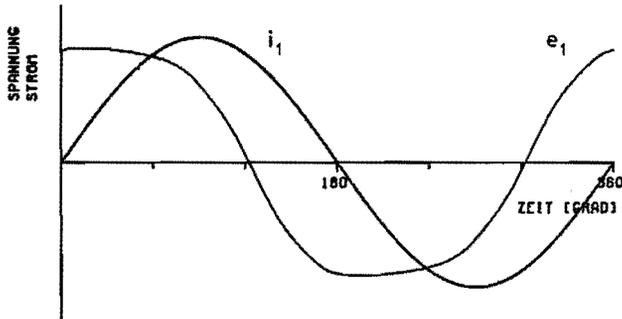
Die Abb. 52 zeigt die für die erste Phase berechneten Spannungsverläufe während einer Zeitperiode T für alle vier Fälle, dazu den Strom i_1 als Bezugsgröße für die Phasenlagen. Die Kurvenverläufe von e zeigen deutliche Einflüsse der unterschiedlichen Feldstärkewellen. Im ersten Modell ist e oberwellenfrei, so wie die Gl. (36) es auch angibt; in den drei Fällen des zweiten Modells enthält e Oberwellen, entspricht somit der Gl. (81). Die Abweichungen von der Sinusform werden mit wachsendem Oberwellengehalt der Feldstärkewelle größer. Einen genaueren Eindruck von dieser Abhängigkeit gibt die Abb. 53, in der die Spektren von e und von h_H abgebildet sind *).

Von besonderer Bedeutung ist der Einfluß des h_H -Spektrums auf die e -Grundwelle, da diese die Wirkleistung des Modells bestimmt. Nach Gl. (81) sind sowohl die Amplitude als auch die Phasenlage der e -Grundwelle von diesem beeinflusst. Die Abb. 54, in der die e -Grundwellen aller vier Fälle gezeigt sind, macht deutlich, daß mit wachsendem h_H -Oberwellengehalt die Phasenverschiebung bezüglich des Stroms i_1 größer wird. Die h_H -Oberwellen haben damit den gleichen Effekt, als wenn die Form der Hystereseschleife bei festbleibenden Scheitelpunkten durch Zusammendrücken verkleinert wird. Dies steht mit den in der Abb. 46 gezeigten *mittleren dynamischen Hysteresekurven* in Übereinstimmung. Die Feldstärkeoberwellen bewirken somit, daß die durch die Hystereseschleife gegebenen Materialeigenschaften nicht ausnutzbar sind, womit die abgebbare Motorleistung reduziert wird, was eine mit Experimenten übereinstimmende Feststellung ist.

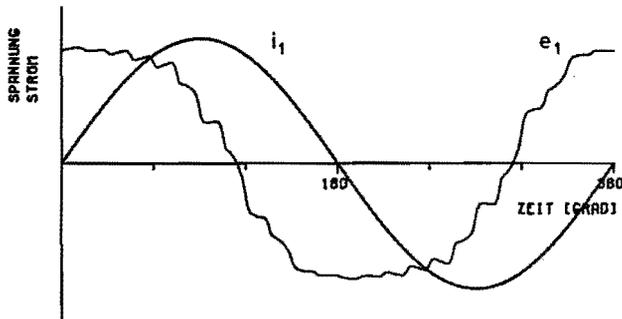
*) Fourieranalyse der nach Gl. (81) berechneten Zeitfunktion; mittels Runge-Faltung nach Ref. 30 berechnet.



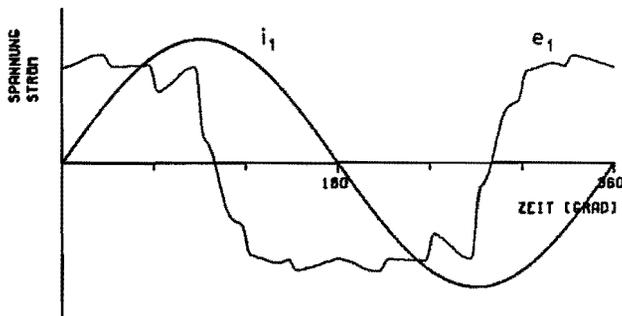
1. MODELL
SINUSFÖRMIGER
WINDUNGSBELAG



2. MODELL FALL 1
 $N=12$ $W/\tau = 5/6$
 $S/\tau_{\text{AUN}}=1.0$



2. MODELL FALL 2
 $N=12$ $W/\tau = 5/6$
 $S/\tau_{\text{AUN}}=0.2$



2. MODELL FALL 3
 $N=6$ $W/\tau = 1/1$
 $S/\tau_{\text{AUN}}=0.1$

Abb. 52. Zeitfunktion der induzierten Spannung bei verschiedenen Werten der Parameter N , W/τ und S/τ_N (dargestellt für die erste Phase). Hysterese material: AlNiCo 88/200, $H_{\text{Max}} = 225$ A/cm.

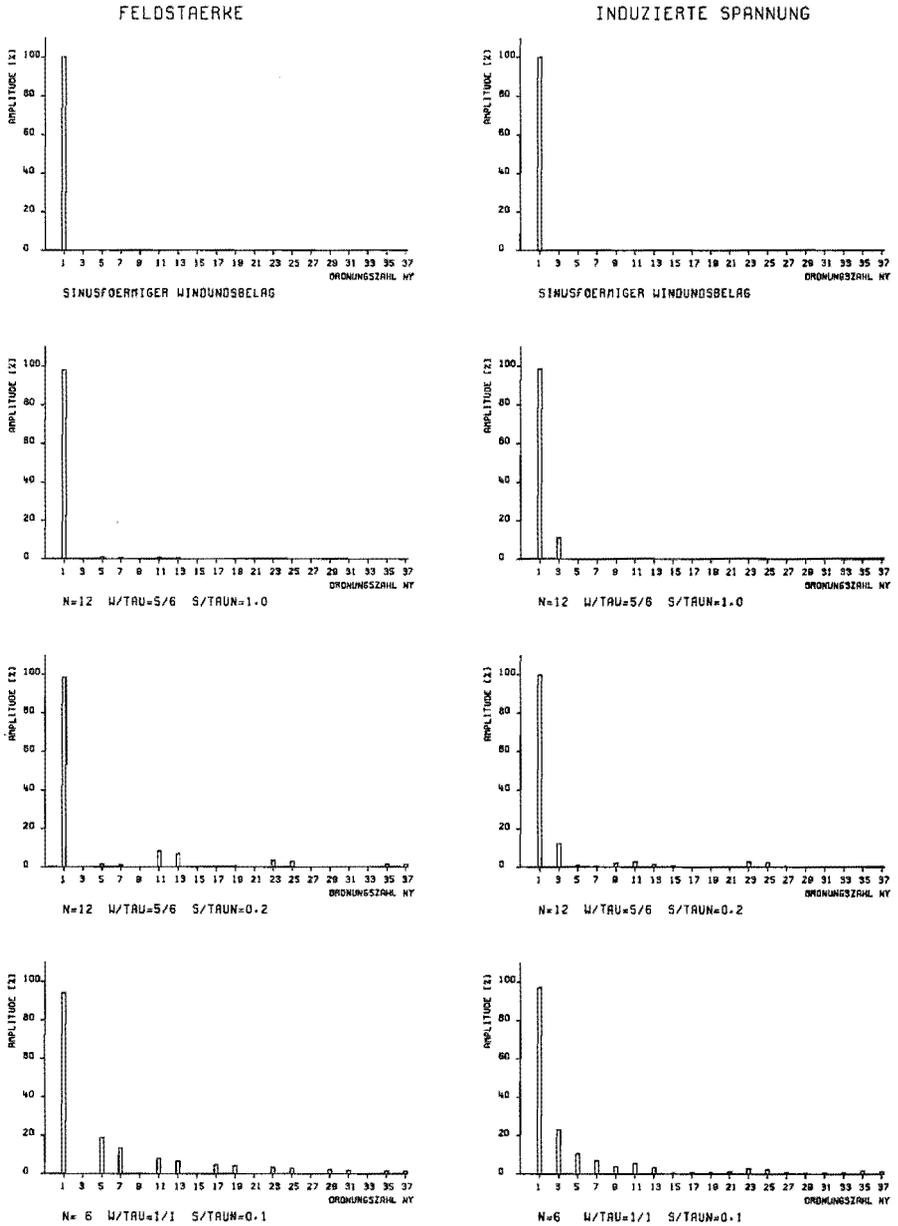
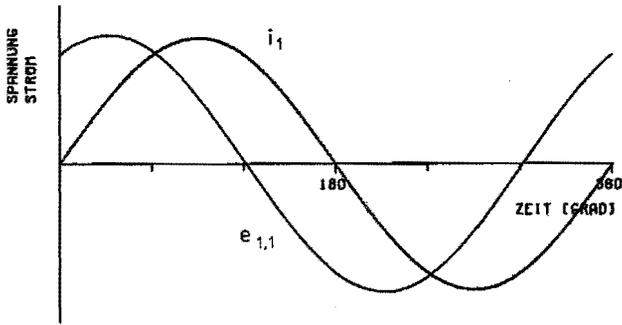
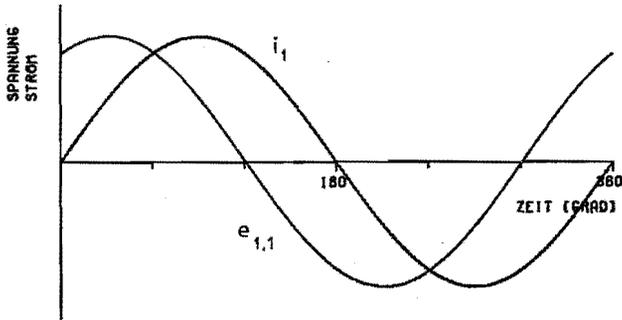


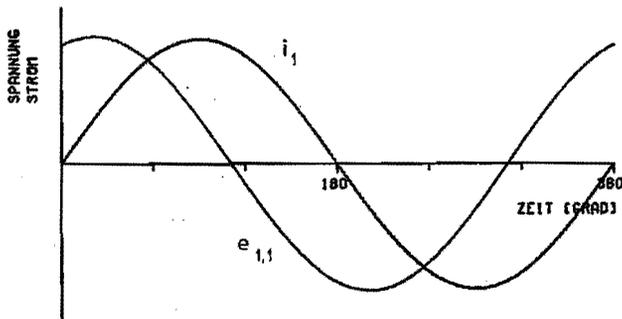
Abb. 53. Amplitudenspektren der Feldstärke und induzierten Spannung bei verschiedenen Werten der Parameter N , W/τ und S/τ_N .
 Hysteresematerial: AlNiCo 88/200, $H_{Max} = 225$ A/cm.



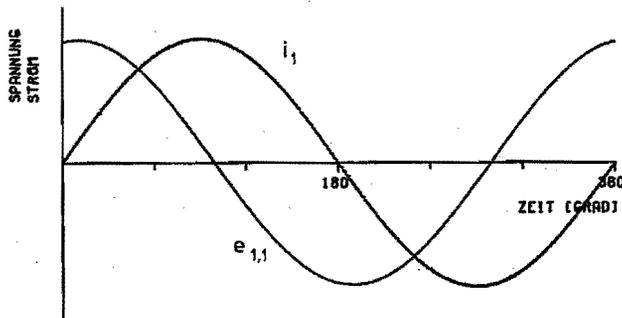
1. MODELL
SINUSFÖRMIGER
WINDUNGSBELAG



2. MODELL FALL 1
 $N=12$ $W/\tau = 5/6$
 $S/\tau_{AUN}=1.0$



2. MODELL FALL 2
 $N=12$ $W/\tau = 5/6$
 $S/\tau_{AUN}=0.2$



2. MODELL FALL 3
 $N=6$ $W/\tau = 1/1$
 $S/\tau_{AUN}=0.1$

Abb. 54. Grundschiwingung der induzierten Spannung bei verschiedenen Werten der Parameter N , W/τ und S/τ_N . Hysteresematerial: AlNiCo 88/200, $H_{Max} = 225$ A/cm.

4.2.1.4. Die elektrische Leistung

Die vom Motor aus dem Netz aufgenommene elektrische Leistung kann wegen der im Motor und im Netz angenommenen Symmetrie aus der von einer beliebigen Phase aufgenommenen Leistung berechnet werden. Diese wird für die k -te Phase

$$p_{ek}(t) = -e_k(t) \cdot i_k(t). \quad (82)$$

Die Gesamtleistung aller k Phasen ist die Summe der Einzelleistungen. Die Ausrechnung ergibt

$$p_e(t) = \frac{m L \tau^2}{2 \pi} \omega_1 \int \sum_{\substack{\nu=1 \\ \mu}}^{\infty} \hat{N}_\nu \mu \left\{ \hat{B}_{H\nu,\mu} \sin \left[(1 - \mu \nu) \omega_1 t + \psi_{\nu,\mu} \right] + \hat{B}_{H-\nu,\mu} \sin \left[(1 - \mu \nu) \omega_1 t - \psi_{-\nu,\mu} \right] \right\}. \quad (83)$$

Dieser Ausdruck ist — im Gegensatz zum entsprechenden des ersten Modells — eine Zeitfunktion. Diese ist periodisch und nichtsinusförmig, und sie läßt sich in einen zeitunabhängigen und einen zeitabhängigen Term aufspalten. Der erstere, der sich mit der Bedingung $\nu \cdot \mu = 1$ ergibt, wird

$$p_{e0} = \frac{m L \tau^2}{2 \pi} \omega_1 \int \hat{N}_1 (\hat{B}_{H1,1} \sin \psi_{1,1} - \hat{B}_{H-1,1} \sin \psi_{-1,1}). \quad (84)$$

Hieran ist nur die Grundschwingung von e bzw. die Grundwelle $b_{H\pm 1,1}$ der Induktionswelle beteiligt. Der Oberwelleneinfluß ist wieder indirekt über den Einfluß auf die Amplituden $\hat{B}_{H\pm 1,1}$ und die Phasenwinkel $\psi_{\pm 1,1}$ vorhanden.

Der rein zeitabhängige Leistungsanteil ist die Differenz von $p_e(t)$ nach Gl. (83) und p_{e0} nach Gl. (84). Hieran sind Oberwellen beteiligt, und zwar einmal direkt, da $p_e(t)$ Oberwellenterme enthält, und zum zweiten indirekt in der bereits beschriebenen Abhängigkeit der einzelnen $\hat{B}_{H\nu,\mu}$ -Amplituden und $\psi_{\nu,\mu}$ vom Gesamtspektrum der Feldstärkewelle.

Die für den Fall zwei ($N = 12$, $W/\tau = 5/6$ und $S/\tau_N = 0.2$) berechnete elektrische Leistung $p_e(t)$ ist in der Abb. 55 abgebildet. Die Gesamtleistung des ersten Modells ist zum Vergleich mit abgebildet. Die letztere ist, wie die Gl. (39) angibt, zeitlich konstant, während die Leistung des zweiten Modells eine Zeitfunktion ist. Diese schwankt periodisch um eine mittlere Leistung, die deutlich von der des ersten Modells abweicht. Beides ist, wie aus den Gl. (83) und (84) hervorgeht, als Oberwellenwirkung anzusehen.

Der Einfluß unterschiedlicher Feldstärkespektren wird anhand des Vergleichs der vier Fälle gezeigt. In der Abb. 56 sind die Zeitfunktionen von p_e abge-

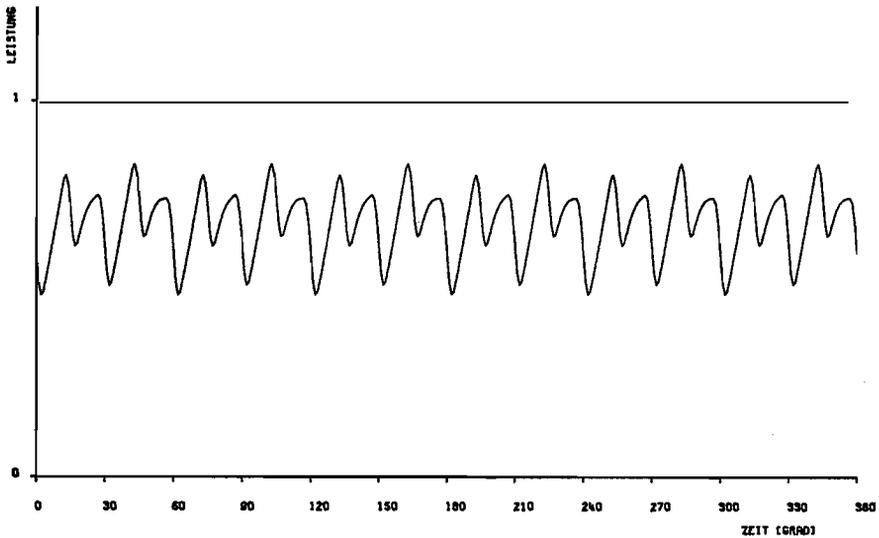


Abb. 55. Zeitfunktion der elektrischen Leistung p_e , normiert auf die mittlere elektrische Leistung p_{e0} des ersten Modells. Wicklung: $N = 12$, $W/\tau = 5/6$, $S/\tau_N = 0.2$, Hysteresematerial AlNiCo 88/200, $H_{\text{Max}} = 225$ A/cm, Zeitintervall: 0–360 Grad (1 Zeitperiode).

bildet, in der Abb. 57 die Fourierspektren *) dieser Zeitfunktionen (bis zur Ordnungszahl 48). Die Kurven zeigen deutlich, daß bei steigendem Oberwellengehalt der Feldstärkewelle die mittlere elektrische Leistung p_{e0} sinkt, während die momentanen Schwankungen zunehmen.

Die elektrische Leistung des Modells wird also von den Feldstärkeoberwellen so stark beeinflußt, daß diese nicht vernachlässigbar sind.

4.2.1.5. Magnetische Energie und Leistungsbilanz

Das Magnetfeld des Modells enthält magnetische Energie. Das Magnetfeld im Stator erbringt jedoch keinen Beitrag zur Energie, da hier wegen der Annahme der unendlich großen Permeabilität des Statoreisens $h = 0$ ist. Im Luftspalt und in der Hystereseschicht sind beide Feldgrößen h_H und b_H von null verschieden, und dies gilt dann auch für die magnetische Energiedichte. Die Feldgrößen sind Funktionen von x_R und t , so daß die Energiedichte w ebenfalls eine Funktion dieser beiden Variablen wird. In der Leistungsbilanz, die für das Modell aufgestellt werden soll, kommt die Energie w_M nur in der Beziehung dw_M/dt vor, so daß nur der zeitabhängige Anteil von w_M zu berechnen ist.

Es wird zuerst der Beitrag eines einzelnen Volumelements ΔV an der Rotorstelle x_R betrachtet. Wenn sich sein Magnetisierungszustand von $(h_{H0}|b_{H0})$ nach

*) Fourieranalyse der nach Gl. (83) berechneten Zeitfunktion; mittels Runge-Faltung nach Ref. 30 berechnet.

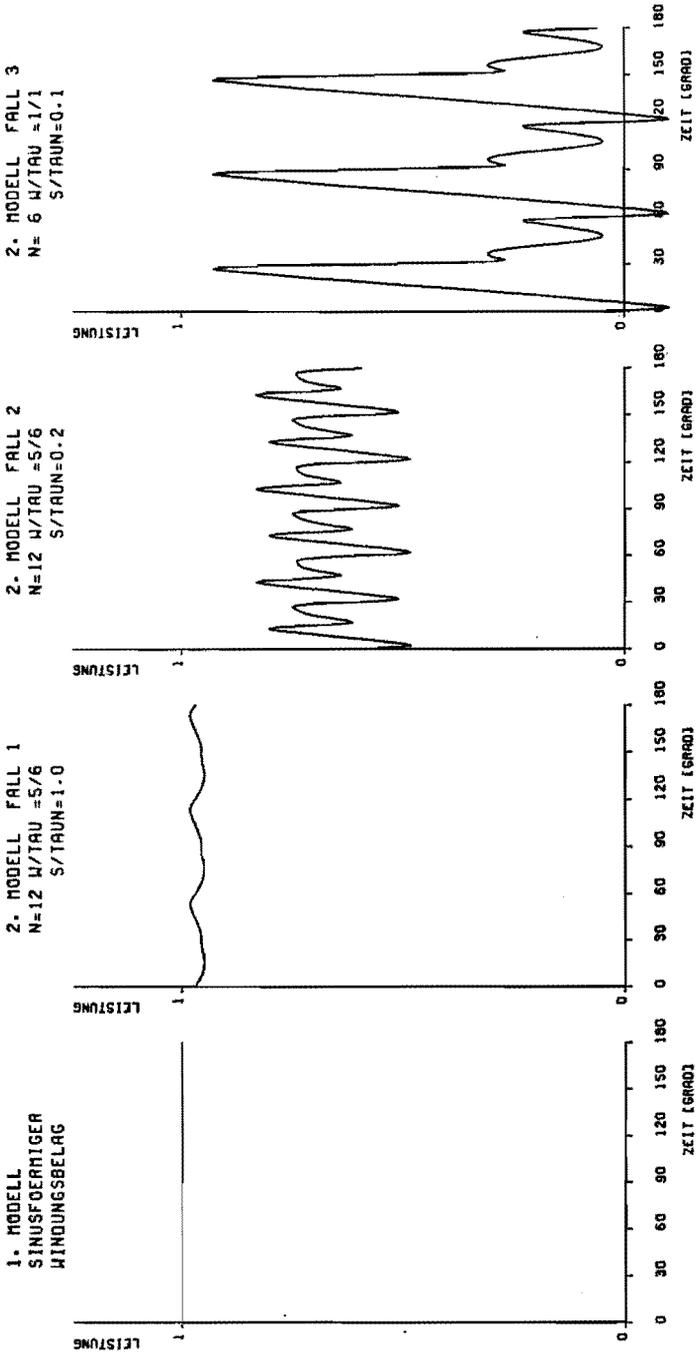


Abb. 56. Zeitfunktion der elektrischen Leistung p_e bei verschiedenen Werten der Parameter N , W/τ und S/τ_N , normiert auf die mittlere elektrische Leistung p_{e0} des ersten Modells. Hysteresematerial: AlNiCo 88/200, $H_{\text{Max}} = 225$ A/cm, Zeitintervall: 0–180 Grad (1/2 Zeitperiode).

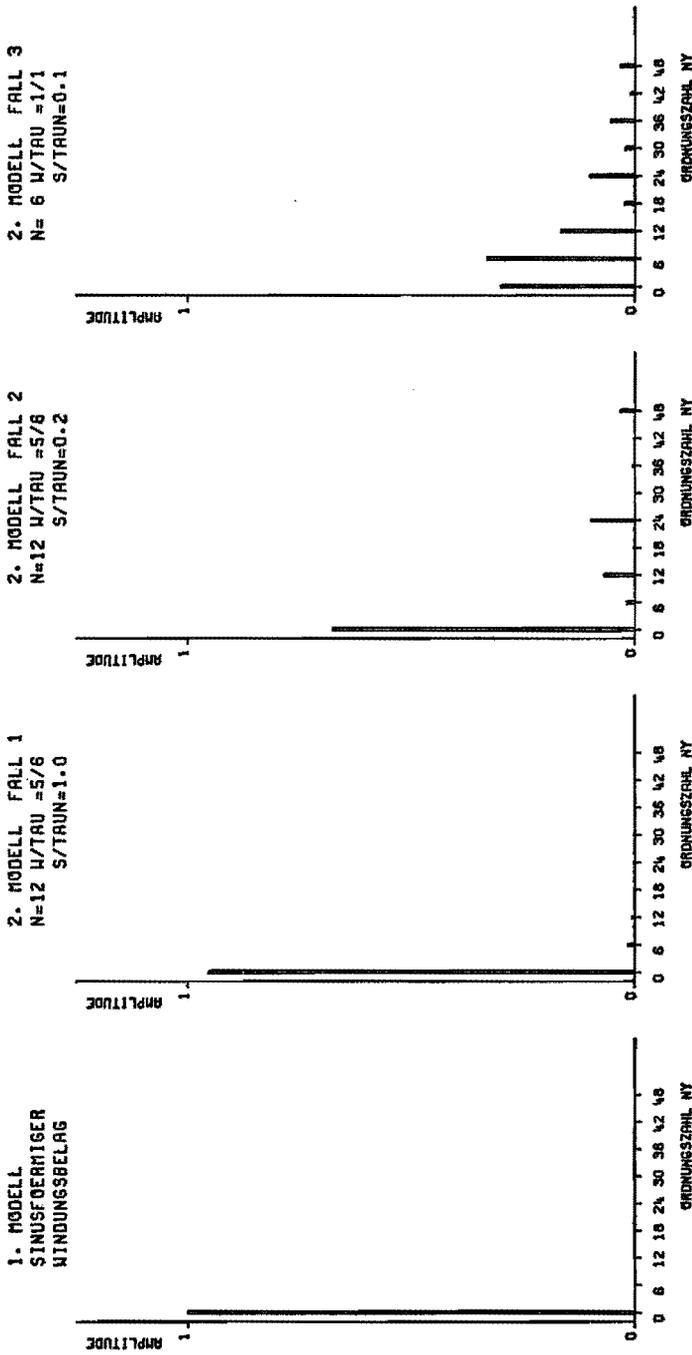


Abb. 57. Amplitudenspektrum der elektrischen Leistung p_e bei verschiedenen Werten der Parameter N , H/τ und S/τ_N , normiert auf die mittlere elektrische Leistung p_{e0} des ersten Modells. Hysterese material: AlNiCo 88/200, $H_{\text{Max}} = 225$ A/cm.

$(h_H|b_H)$ ändert, so ändert sich seine magnetische Energiedichte von w_0 nach w nach der Beziehung

$$w = w_0 + \int_{b_{H0}}^{b_H} h_H db_H. \quad (85)$$

Um dies berechnen zu können, muß der Weg bekannt sein, auf dem die Ummagnetisierung in der b - h -Ebene verläuft. Im vorliegenden Modell ist dieser Weg für jedes Volumelement durch ein eindeutig bestimmtes, von x_R abhängiges Geradenstück gegeben. Dieser b_H - h_H -Zusammenhang ist ebenfalls in den Funktionen für b_H und h_H nach den Gl. (51) und (64) enthalten. Für festes x_R sind $h_H(x_R, t)$ und $b_H(x_R, t)$ Zeitfunktionen, und sie enthalten den Ummagnetisierungsweg in der b - h -Ebene als Parameterdarstellung mit der Zeit t als Parameter. Hiermit wird die Energiedichte zwischen den Zeiten t und t_0

$$w(t) = w(t_0) + \int_{t_0}^t h_H(t) \frac{\partial b_H(x_R, t)}{\partial t} dt \quad (86)$$

und die gesuchte zeitliche Änderung

$$\frac{dw(t)}{dt} = h_H(t) \frac{\partial b_H(x_R, t)}{\partial t}. \quad (87)$$

Aus dem Beitrag eines einzelnen Volumelements an der Stelle x_R ergibt sich dw_M/dt durch Integration über das ganze Rotorvolumen zu

$$dw_M/dt = - \int_0^{2\tau} \frac{dw(t)}{dt} l_H L dx_R. \quad (88)$$

Mit den Ausdrücken für h_H und b_H nach den Gl. (51) und (64) wird der Anteil eines Einzelterms aus $h_{H\varrho}$ und $b_{H\nu, \mu}$

$$dw_{M\varrho, \nu, \mu}/dt = l_H L \hat{H}_{H\varrho} \hat{B}_{H\nu, \mu} \omega_1 (\mu - 1) \nu \cdot$$

$$\cdot \int_0^{2\tau} \cos \left(\varrho \pi \frac{x_R}{\tau} - (1 - \varrho) \omega_1 t \right) \sin \left[\nu \left(\pi \frac{x_R}{\tau} - (\mu - 1) \omega_1 t \right) + \psi_{\nu, \mu} \right] dx_R. \quad (89)$$

Die Ausrechnung ergibt wieder — je nach den Werten von ν und ϱ die Lösungen

$$dw_{M_{\theta, \nu, \mu}}/dt = 0, \quad \text{für } \varrho \neq \pm \nu.$$

$$dw_{M_{\theta, \nu, \mu}}/dt = l_H L \tau \nu (\mu - 1) \omega_1 \hat{H}_{H\nu} \hat{B}_{H\nu, \mu} \sin \left[(1 - \mu \nu) \omega_1 t + \psi_{\nu, \mu} \right],$$

für $\varrho = +\nu$.

$$dw_{M_{\theta, \nu, \mu}}/dt = l_H L \tau \nu (\mu - 1) \omega_1 \hat{H}_{H-\nu} \hat{B}_{H-\nu, \mu} \sin \left[(-1 - \mu \nu) \omega_1 t + \psi_{\nu, \mu} \right],$$

für $\varrho = -\nu$. (90)

Der letzte Anteil ist identisch mit

$$dw_{M_{\theta, \nu, \mu}}/dt = -l_H L \tau \nu (\mu - 1) \omega_1 \hat{H}_{H\nu} \hat{B}_{H-\nu, \mu} \sin \left[(-1 + \mu \nu) \omega_1 t + \psi_{-\nu, \mu} \right].$$

Beide Anteile werden in einer einzigen Summation zusammengefaßt und ergeben

$$dw_M/dt = \omega_1 \tau l_H L \sum_{\nu, \mu} \nu (\mu - 1) \hat{H}_{H\nu} \left\{ \hat{B}_{H\nu, \mu} \sin \left[(1 - \mu \nu) \omega_1 t + \psi_{\nu, \mu} \right] + \right. \\ \left. + \hat{B}_{H-\nu, \mu} \sin \left[(1 - \mu \nu) \omega_1 t - \psi_{-\nu, \mu} \right] \right\}. \quad (91)$$

dw_M/dt ist eine periodische und nichtsinusförmige Zeitfunktion. Der zeitunabhängige Anteil dw_{M0}/dt , der auch der ganze Zeitmittelwert über eine Zeitperiode T ist, ergibt sich unter der Bedingung $\nu \cdot \mu = 1$. Da nur die Lösung $\mu = 1, \nu = 1$ existiert (da \hat{H}_{H-1} null ist), wird dw_{M0}/dt null. Dieses Ergebnis bestätigt die hystereseverlustrfreie Ummagnetisierung der Hystereseschicht, die daraus folgt, daß jedes einzelne Volumelement auf einer reversibel durchlaufenen Kurve ummagnetisiert wird.

Die Gl. (91) besteht damit nur aus rein zeitabhängigen Anteilen. Dies wird in der Abb. 58 bestätigt, die dw_M/dt in Abhängigkeit von t zeigt.

Die Abhängigkeit von dw_M/dt vom Spektrum der Feldstärkewelle wird anhand des Vergleichs von vier Fällen gezeigt. Dazu sind in der Abb. 59 die Zeitfunktionen von dw_M/dt abgebildet, in der Abb. 60 die Fourierspektren dieser Zeitfunktionen *).

Die Leistungsbilanz des Modells wird mit den Zeitfunktionen der mechanischen Leistung, der elektrischen Leistung und der Energieänderung

$$p_e(t) = p_m(t) + dw_M(t)/dt. \quad (92)$$

*) Fourieranalyse der nach Gl. (91) berechneten Zeitfunktion; mittels Runge-Faltung nach Ref. 30 berechnet.

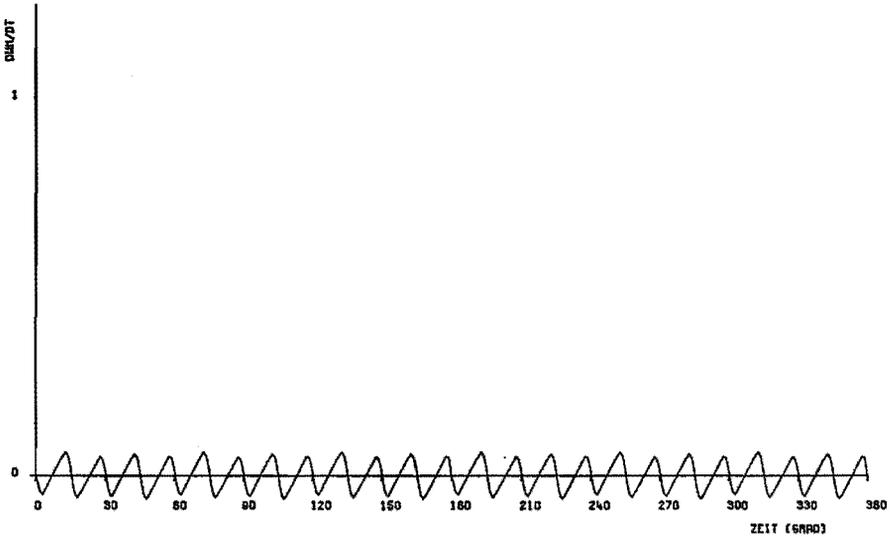


Abb. 58. Zeitfunktion der Änderung der magnetischen Energie dw_M/dt , normiert auf die mittlere elektrische Leistung p_{e0} des ersten Modells. Wicklung: $N = 12$, $W/\tau = 5/6$, $S/\tau_N = 0.2$, Hysteresematerial: AlNiCo 88/200, $H_{M\max} = 225$ A/cm.

Weitere Terme sind nicht zu berücksichtigen, da keine Elemente enthalten sind, die die ohmschen Verluste der Statorwicklung und die Ummagnetisierungsverluste im Statorisen repräsentieren. Diese werden nicht mitbetrachtet, da ihr Einfluß bei der Untersuchung der Oberwellenwirkungen als nicht wesentlich angesehen wird.

Die Ausdrücke für p_e , p_m und dw_M/dt folgen aus den Gl. (83), (72) und (91). Zum Vergleich dieser drei Größen sind die Beziehungen einzuführen, die zwischen den Fourierkoeffizienten \hat{N}_ϱ , \hat{A}_ϱ und $\hat{H}_{H\varrho}$ bestehen. Diese Beziehungen leiten sich ab aus den Fourierreihen für n , a und h_H und aus Randbedingungen, und sie bestehen aus Bedingungen für die Koeffizienten \hat{N}_ϱ , \hat{A}_ϱ und $\hat{H}_{H\varrho}$ selbst sowie aus Bedingungen über die Laufbereiche der Ordnungszahl ϱ . Die Reihen sind

$$n_k(x_S) = \sum_{\varrho=1}^{\infty} \hat{N}_\varrho \cos \left[\varrho \left(\pi \frac{x_S}{\tau} - (k-1) \frac{2\pi}{m} \right) \right], \text{ mit } \gamma_\varrho = 0. \quad (42)$$

$$a(x_S, t) = \sum_{\varrho} \hat{A}_\varrho \sin \left(\varrho \pi \frac{x_S}{\tau} - \omega_1 t \right), \quad (45)$$

$$h_H(x_S, t) = \sum_{\varrho} \hat{H}_{H\varrho} \cos \left(\varrho \pi \frac{x_S}{\tau} - \omega_1 t \right). \quad (47)$$

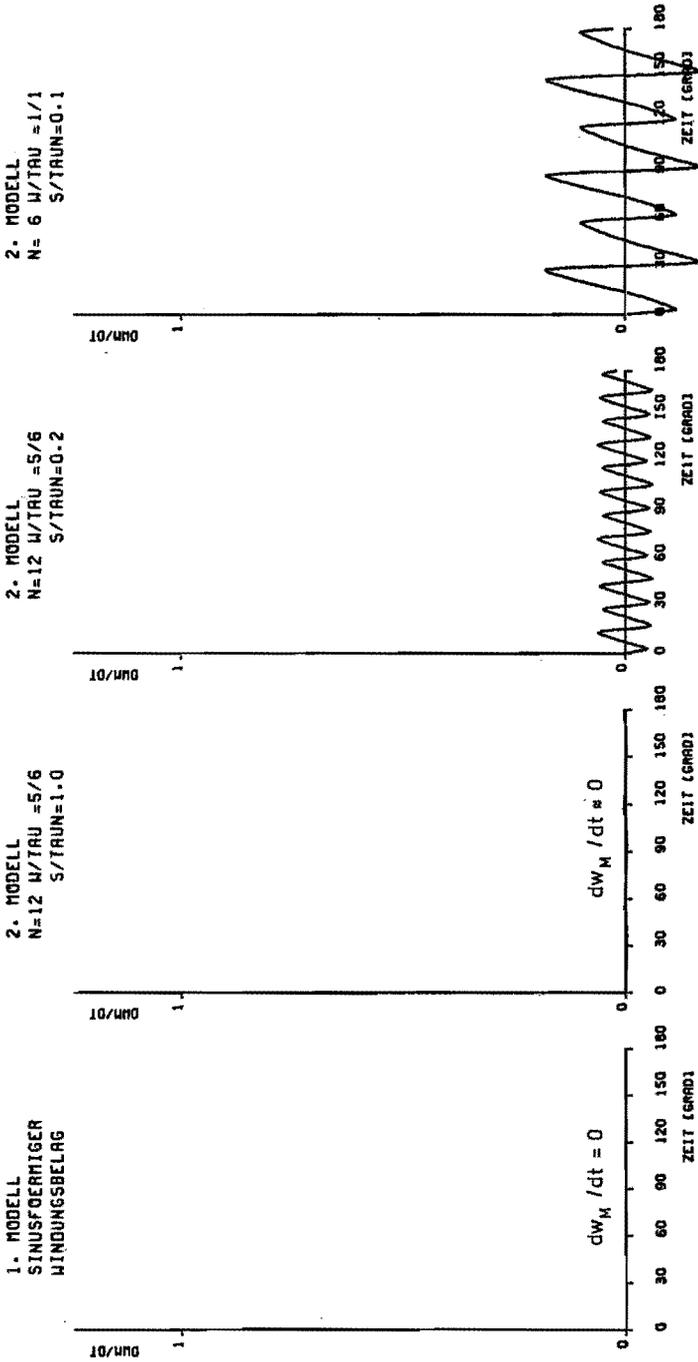


Abb. 59. Zeitfunktion der Änderung der magnetischen Energie dw_M/dt bei verschiedenen Werten der Parameter N , W/τ und S/τ_N , normiert auf die mittlere elektrische Leistung p_{e0} des ersten Modells. Hysteresematerial: AlNiCo 88/200, $H_{Max} = 225$ A/cm.

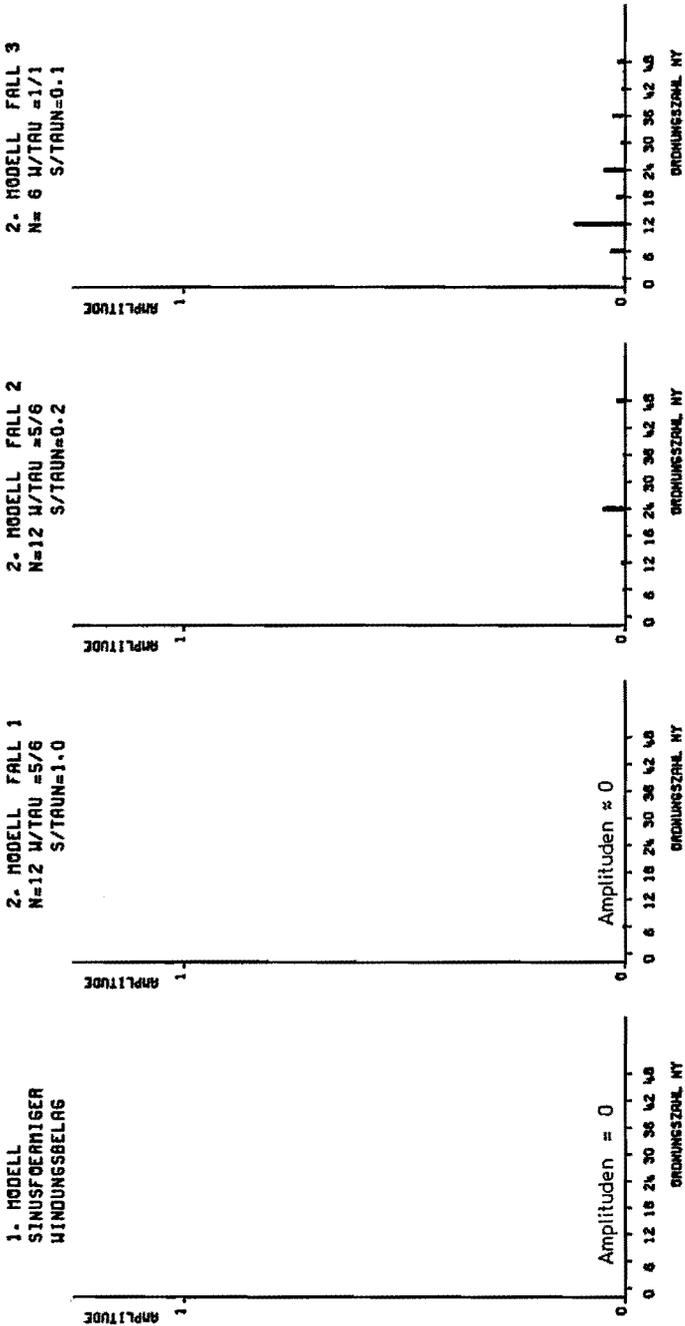


Abb. 60. Amplitudenspektrum der Änderung der magnetischen Energie $d\omega_M/dt$ bei verschiedenen Werten der Parameter N , W/τ und S/τ_N , normiert auf die mittlere elektrische Leistung p_{e0} des ersten Modells. Hysteresematerial: AlNiCo 88/200, $H_{Max} = 225$ A/cm.

Zwischen den Fourierkoeffizienten \hat{N}_ϱ und \hat{A}_ϱ sowie \hat{A}_ϱ und $\hat{H}_{H\varrho}$ bestehen die Beziehungen

$$\hat{A}_\varrho = \frac{r m}{2} \hat{N}_\varrho, \quad (93)$$

$$\hat{H}_{H\varrho} = \hat{A}_\varrho \frac{1}{\varrho} \frac{\tau}{\pi l_H}. \quad (94)$$

Der Laufbereich von ϱ geht in Gl. (42) von $\varrho = 1$ bis $\varrho = \infty$, in Gl. (45) von $\varrho = -\infty$ bis $\varrho = +\infty$. Das bedeutet, daß beim Ersatz von \hat{N}_ϱ in der Gl. (83) durch \hat{A}_ϱ nicht nur die Beziehung (93) anzuwenden ist, sondern daß außerdem der ϱ -Laufbereich auszudehnen ist auf $\varrho = -\infty$ bis $\varrho = +\infty$. Für $p_e(t)$ folgt daraus

$$p_e(t) = \frac{L \tau^2}{\pi} \omega_1 \sum_{v,\mu} \mu \hat{A}_v \left\{ \hat{B}_{Hv,\mu} \sin \left[(1 - \mu v) \omega_1 t + \psi_{v,\mu} \right] + \hat{B}_{H-v,\mu} \sin \left[(1 - \mu v) \omega_1 t - \psi_{-v,\mu} \right] \right\}. \quad (95)$$

Die mechanische Leistung p_m wird mit Gl. (72)

$$p_m(t) = \frac{L \tau^2}{\pi} \omega_1 \sum_{v,\mu} \hat{A}_v \left\{ \hat{B}_{Hv,\mu} \sin \left[(1 - \mu v) \omega_1 t + \psi_{v,\mu} \right] + \hat{B}_{H-v,\mu} \sin \left[(1 - \mu v) \omega_1 t - \psi_{-v,\mu} \right] \right\}. \quad (96)$$

dw_M/dt wird, wenn die Beziehung von Gl. (94) angewandt wird

$$dw_M/dt = \frac{L \tau^2}{\pi} \omega_1 \sum_{v,\mu} (\mu - 1) \hat{A}_v \left\{ \hat{B}_{Hv,\mu} \sin \left[(1 - \mu v) \omega_1 t + \psi_{v,\mu} \right] + \hat{B}_{H-v,\mu} \sin \left[(1 - \mu v) \omega_1 t - \psi_{-v,\mu} \right] \right\}. \quad (97)$$

Damit ist die Leistungsbilanz nach Gl. (92) anhand der drei obigen Ausdrücke für p_e , p_m und dw_M/dt nachprüfbar. Sie ist sowohl für die rein zeitabhängigen als auch für die zeitunabhängigen Anteile erfüllt. Die Existenz des rein zeitabhängigen Anteils von dw_M/dt bedeutet einen ständigen Energieaustausch zwischen der zugeführten elektrischen Leistung, der mechanisch abgegebenen Leistung und der im Magnetfeld gespeicherten Energie. Zeitunabhängige Anteile existieren nur in p_e und p_m , der von dw_M/dt ist null, und das

bedeutet, daß die ständige Ummagnetisierung des Hysteresewerkstoffs keine Hystereseverluste nach sich zieht.

Die Leistungsbilanz nach Gl. (92) ist in der Abb. 61 anhand der Zeitfunktionen von p_e , p_m und dw_M/dt dargestellt.

Nach Gl. (92) ist $dw_M/dt = p_e - p_m$, und zum besseren Vergleich dieser drei Größen ist in der Abb. 61 die Kurve $(p_e - p_m)$ ebenfalls eingezeichnet, und es zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung mit dw_M/dt , d. h. die Leistungsbilanz ist erfüllt.

Die Abb. 62 zeigt dieselben Zusammenhänge wie die Abb. 61 für alle betrachteten Fälle. Hierin zeigt sich, daß dw_M/dt vom Spektrum der Feldstärkewelle beeinflusst ist und auf jeden Fall eine Größe darstellt, die in der Leistungsbilanz nicht vernachlässigt werden darf. Im ersten Modell ist die magnetische Energie des Rotors zeitlich konstant, dementsprechend ist hier dw_M/dt null.

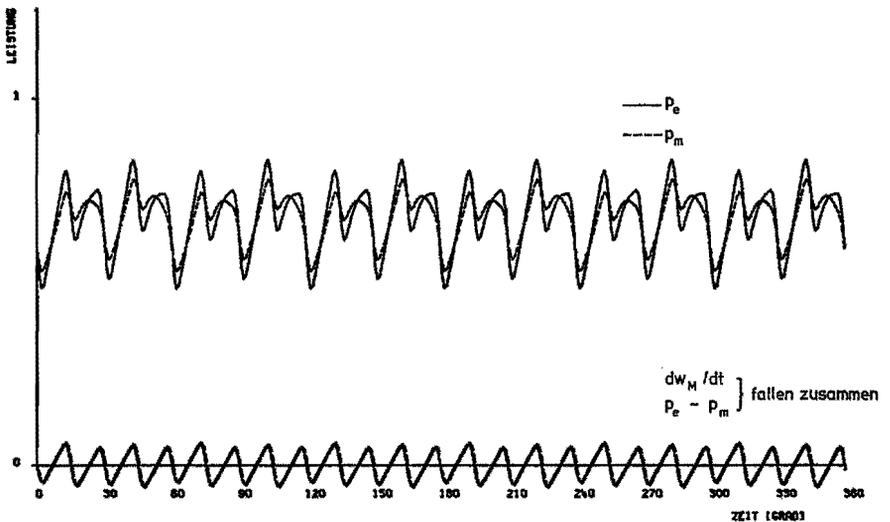


Abb. 61. Leistungsbilanz $p_e = p_m + dw_M/dt$, dargestellt an den Zeitfunktionen. Normierung auf die mittlere elektrische Leistung p_{e0} des ersten Modells. Wicklung: $N = 12$, $W/\tau = 5/6$, $S/\tau_N = 0.2$, Hysteresematerial: AlNiCo 88/200, $H_{Max} = 225$ A/cm.

4.2.2. Die Einzeleinflüsse wichtiger Modellparameter

4.2.2.1. Die betrachteten Fälle

Im vorangegangenen Abschnitt 4.2.1 sind die Zusammenhänge zwischen den Modell- und Materialparametern und dem Modellverhalten abgeleitet worden. Das Modellverhalten wurde anhand der Zeitfunktionen der an den Wicklungsklemmen meßbaren elektrischen Größen und der an der Welle meßbaren mechanischen Größen gezeigt. Hierfür sind — infolge der wegen Nichtlinearität und Vieldeutigkeit nicht analytisch angebbaren Beziehung zwischen der Feld-

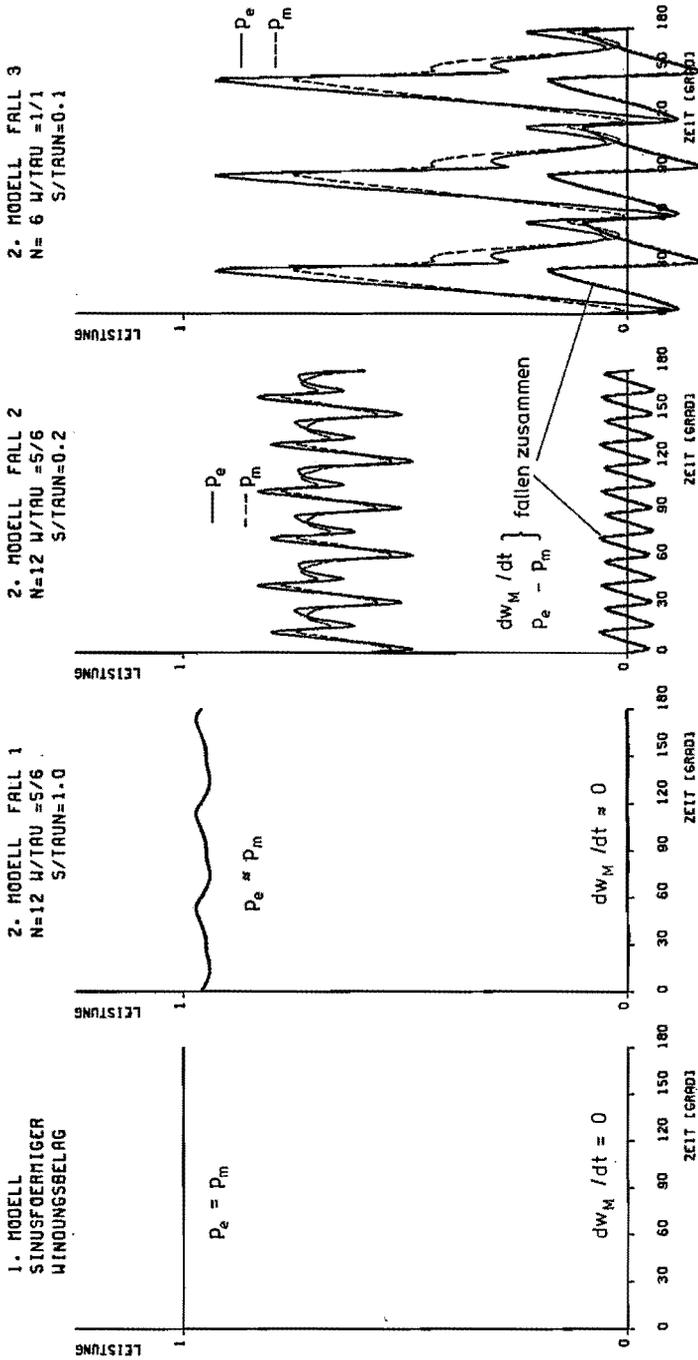


Abb. 62. Leistungsbilanz $p_e = p_m + dw_M/dt$ bei verschiedenen Werten der Parameter N , W/τ und S/τ_N , dargestellt an den Zeitfunktionen. Normierung auf die mittlere elektrische Leistung p_{e0} des ersten Modells. Hysterese material: AlNiCo 88/200, $H_{Max} = 225$ A/cm.

stärkewelle h_H und der Induktionswelle b_H — nur spezielle numerische Lösungen angegeben. Die Ergebnisse liegen daher nicht als analytischer Ausdruck vor, in welchem das Modellverhalten als Funktion von Modell- und Materialparametern enthalten ist, sondern als Punktmengen in Abhängigkeit von der Zeit. Es wurden vier verschiedene Fälle betrachtet, welche so gewählt sind, daß sie sich jeweils nur im Spektrum der Feldstärkewelle h_H unterscheiden. Es war ein Fall mit einer oberwellenfreien Feldstärkewelle festgelegt (= erstes Modell), einer mit einem sehr geringen Oberwellengehalt, einer mit einem mittleren sowie einer mit einem besonders hohen. Hierzu sind jeweils mehrere Modellparameter simultan variiert worden, und daher kann aus den berechneten speziellen Lösungen zwar eine Abhängigkeit zwischen dem Feldstärkespektrum und dem Modellverhalten festgestellt werden, es ist aber bei dieser Methode nicht möglich, die Anteile einzelner Parameter getrennt anzugeben. Diese Einzeleinflüsse sollen im folgenden berechnet und diskutiert werden. Die Kenntnis dieser Zusammenhänge ist für die Motordimensionierung bedeutend, damit bestimmte vorgegebene Motoreigenschaften auf wirtschaftliche Weise erreichbar sind.

Das Modellverhalten ist, wie im Abschnitt 4.2.1 gezeigt wurde, hauptsächlich von Eigenschaften der Feldstärkewelle und des Hysteresewerkstoffs bestimmt, und daher sind diejenigen Parameter als wichtig anzusehen, die diese Größen beeinflussen. Das Spektrum der Feldstärkewelle ist durch die Funktion des Statorwindungsbelags $n(x_s)$ bestimmt, und dieser wird im einzelnen hier durch die Größen m , N , W/τ und S/τ_N dargestellt. Die absolute Windungszahl w_{ph} hat auf das Spektrum keinen Einfluß, sie bestimmt aber — zusammen mit den geometrischen Abmessungen des Luftspalts und des Rotors und bei gegebenem Strom — die Maximalaussteuerung H_{Max} des Hysteresewerkstoffs. Die für das Modellverhalten wichtigen Materialeigenschaften sind die Form der Hystereseschleife und der Verlauf der Sekundärschleifen. Beide sind Funktionen der Maximalaussteuerung H_{Max} und des Werkstoffs. Die übrigen Parameter des Modells gehen in die Ergebnisse nur als lineare Faktoren ein, sie werden daher nicht betrachtet.

Das Modellverhalten ist somit von den fünf Parametern m , N , W/τ , S/τ_N , H_{Max} und dem Werkstoff abhängig, und es ergibt sich, um den Rechenaufwand und die Zahl der Ergebnisse zu begrenzen, die Notwendigkeit, alle Parameter nur in begrenzten Wertebereichen zu variieren. Die Festlegung dieser Bereiche geht davon aus, daß Hysteresemotoren meist für mechanische Leistungen $p_m < 100$ W gebaut werden, also als Kleinstmotoren gelten. Daher kommen nur kleine Nutenzahlen N vor, und es sollen hier nur die vier Fälle

$$N = 6, 12, 18 \text{ und } 24$$

berechnet werden. Hierbei ist bereits davon ausgegangen, daß die Phasenzahl $m = 3$ festgesetzt ist. Dies ist der meist vorkommende Wert, wobei praktisch

meist über eine vereinfachte Steinmetzschtaltung aus einem Einphasennetz ein künstliches Dreiphasennetz erzeugt wird.

Die Spulensehnung W/τ kann — außer in dem Fall mit $S/\tau_N = 1.0$ — nur bestimmte ganzzahlige Vielfache von $1/N$ annehmen; es werden aber nicht alle rechnerisch möglichen Fälle berechnet, sondern nur solche, die günstige Modelleigenschaften erwarten lassen. Hierzu werden die Werte von W/τ ausgewählt, die möglichst geringe Oberwellengehalte in der Feldstärkewelle erzeugen, da hierdurch die beste Annäherung an das ideale erste Modell erreichbar ist. Zu den vorliegenden vier Werten von N werden daher für die Sehnung folgende acht Werte festgelegt.

- (1) $N = 6 \quad W/\tau = 1$
- (2) $N = 6 \quad W/\tau = 2/3$
- (3) $N = 12 \quad W/\tau = 5/6$
- (4) $N = 18 \quad W/\tau = 8/9$
- (5) $N = 18 \quad W/\tau = 7/9$
- (6) $N = 24 \quad W/\tau = 11/12$
- (7) $N = 24 \quad W/\tau = 5/6$
- (8) $N = 24 \quad W/\tau = 3/4$

Die Nutöffnung S/τ_N wird von $S/\tau_N = 0.1$ bis 1.0 variiert. Dieser große Bereich kommt praktisch bei Hystereseomotoren vor, und zwar entsprechen die kleineren Werte der normalerweise vorliegenden Dimensionierung, und der Wert 1.0 ist bei sehr hoctourigen Motoren anzutreffen. Die letzteren werden also ungenutzt ausgeführt, wobei die Wicklung direkt im Luftspalt liegt, um einen über den ganzen Statorumfang konstanten Luftspaltleitwert zu erhalten. Insgesamt werden für S/τ_N die vier Werte

$$S/\tau_N = 0.1, 0.2, 0.5 \text{ und } 1.0$$

festgelegt.

Die Maximalaussteuerung H_{Max} ist der Parameter, in dessen Abhängigkeit sich die Materialeigenschaften des Hysteresewerkstoffs ändern. Die Form der Hystereseschleife und der Verlauf der Sekundärschleifen eines Hysteresewerkstoffs sind Funktionen der Maximalaussteuerung; jedem Wert von H_{Max} entspricht eine bestimmte Hystereseschleife und eine bestimmte Schar von Sekundärschleifen. Für den praktischen Betrieb des Hystereseomotors ist nur ein bestimmtes Intervall von H_{Max} optimal, welches dadurch festgelegt ist, daß einerseits der Flächeninhalt A_H der Hystereseschleife möglichst groß wird, andererseits die mit H_{Max} quadratisch anwachsenden Kupferverluste in der Statorwicklung innerhalb bestimmter Höchstwerte liegen. Die Schleifenfläche hat in Abhängigkeit von H_{Max} bei allen Hysteresewerkstoffen den in der Abb. 63 gezeigten typischen Verlauf, und der hier zu untersuchende Bereich ist der, in welchem

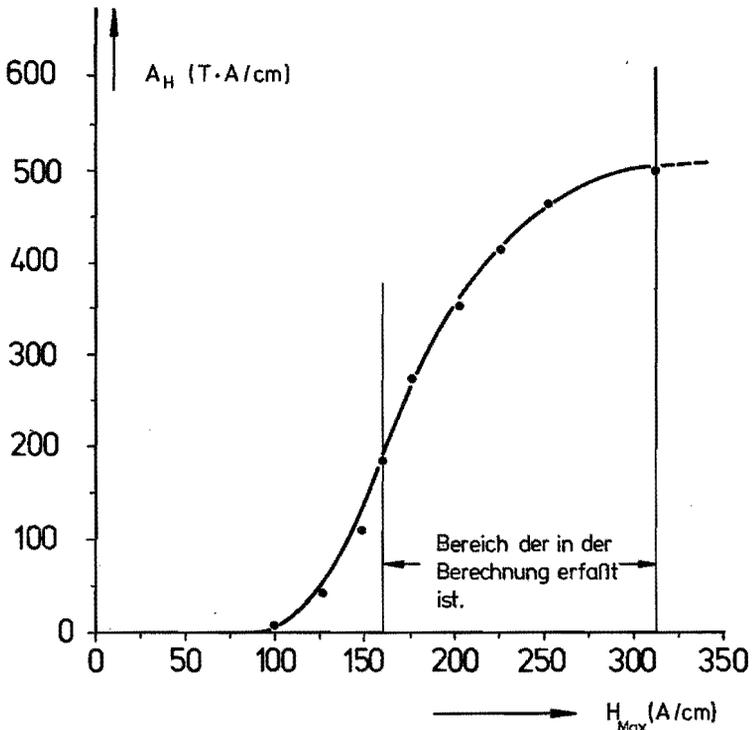


Abb. 63. Flächeninhalt der Hystereseschleife als Funktion der Aussteuerung H_{Max} . Material: AlNiCo 88/200.

die Kurve $A_H = f(H_{Max})$ ihren größten Anstieg hat. Für den vorliegenden AlNiCo-Werkstoff werden daher die sechs Aussteuerungen

$$H_{Max} = 160, 175, 202.5, 225, 250 \text{ und } 312.5 \text{ A/cm}$$

zugrunde gelegt, womit auch der Beginn des Sättigungsbereichs mit erfaßt ist. Die zu diesen Aussteuerungen gehörenden Hystereseschleifen sind in der Abb. 64 gezeigt; die mit H_{Max} sich verändernde Schleifenform wird hier deutlich. Die ebenfalls mit H_{Max} veränderlichen Sekundärschleifenscharen zu den sechs Hystereseschleifen werden hier mittelbar durch den in Gl. (52) definierten Anstieg μ_R wiedergegeben. Die Funktion $\mu_R = f(h_H)$ ist entsprechend der Zuordnung zum linken oder rechten Ast der Hystereseschleife zweideutig, wobei die gleiche Art von Symmetrie wie bei der Schleife besteht. In der Abb. 65 sind die zum linken Schleifenast gehörenden Kurven $\mu_R = f(h_H)$ abgebildet. Kurvenparameter ist die Maximalaussteuerung H_{Max} , die die oben festgelegten sechs Werte annimmt.

Die durch die Abb. 64 und 65 ausgedrückten Eigenschaften der untersuchten AlNiCo-Legierung bestehen prinzipiell bei allen Hysterese-Werkstoffen. Die mit

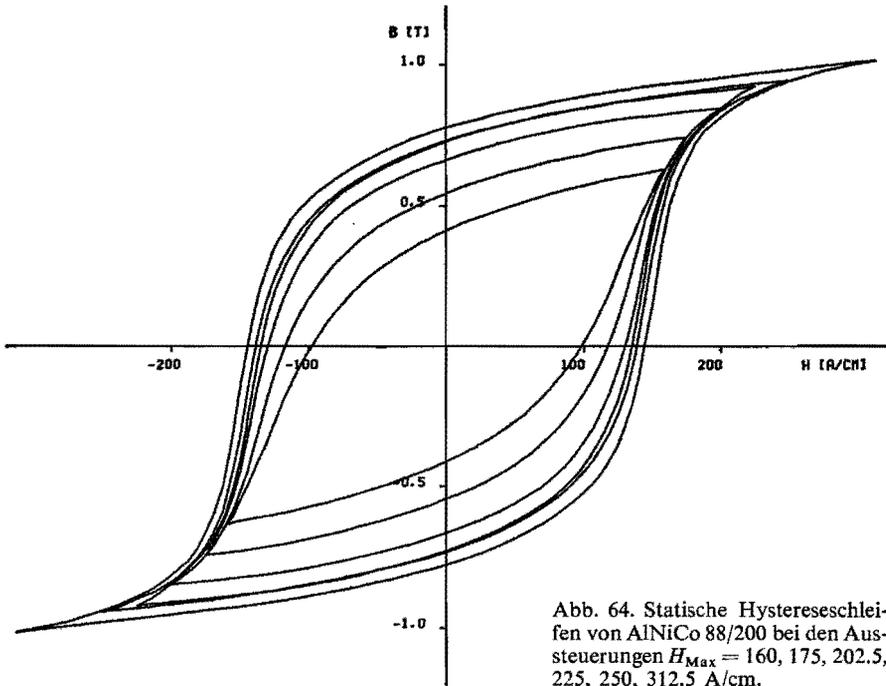


Abb. 64. Statische Hystereseschleifen von AlNiCo 88/200 bei den Aussteuerungen $H_{Max} = 160, 175, 202.5, 225, 250, 312.5$ A/cm.

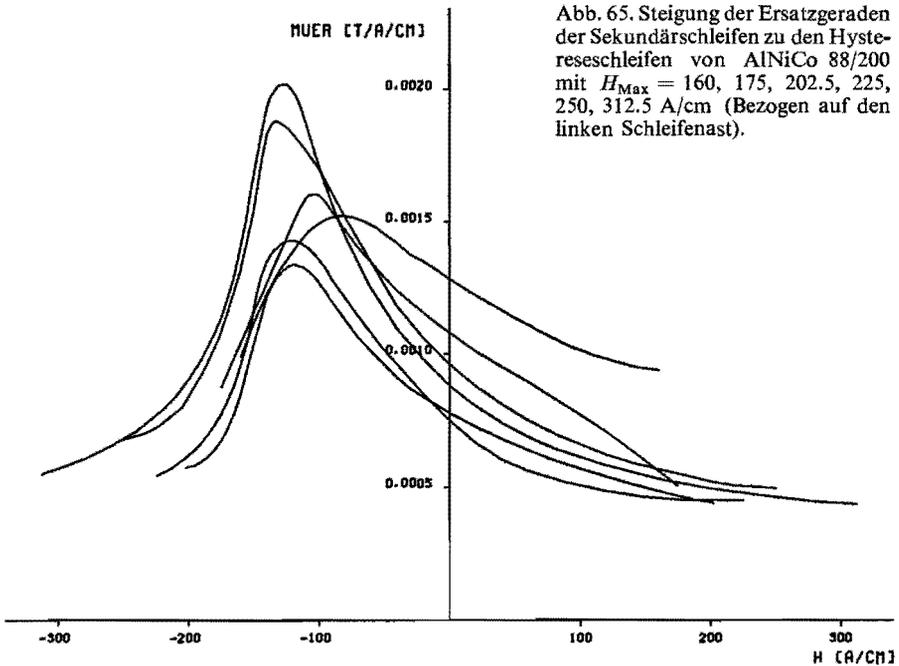


Abb. 65. Steigung der Ersatzgeraden der Sekundärschleifen zu den Hystereseschleifen von AlNiCo 88/200 mit $H_{Max} = 160, 175, 202.5, 225, 250, 312.5$ A/cm (Bezogen auf den linken Schleifenast).

unterschiedlichen Werkstoffen berechneten Modelleigenschaften werden sich in der Weise unterscheiden, daß die Oberwellenwirkungen quantitativ stärker oder schwächer sein können. In Anbetracht des sehr großen Aufwandes zur Messung der Materialeigenschaften — es sollten je Werkstoff mindestens sechs vollständige Hystereseschleifen und 240 Sekundärschleifen gemessen werden — werden hier die weiteren Berechnungen nur auf die in Tabelle I beschriebene AlNiCo-Legierung beschränkt.

Mit der Festlegung der Werte der zu variierenden Parameter S/τ_N , N und W/τ sowie H_{Max} sind $Z = 4 \cdot 8 \cdot 6 = 192$ spezielle Fälle definiert. Diese Anzahl läßt die Wiedergabe der Ergebnisse mittels der Zeitfunktionen der elektrischen und mechanischen Größen an den Klemmen und der Welle nicht zu. Es erscheint als ausreichend, wenn nur die Haupteigenschaften der an der Welle meßbaren mechanischen Größen wiedergegeben werden. Die Haupteigenschaften des momentanen Drehmoments werden durch den zeitlichen Mittelwert m_0 während einer Zeitperiode T und durch die Drehmomentschwankung Δm beschrieben. Dies sind im praktischen Motorbetrieb wichtige Größen, die die Eignung eines Motors in einem gegebenen Antriebsproblem entscheiden. Sie werden auf geeignete Bezugsgrößen bezogen, damit die 192 Fälle leichter vergleichbar sind und damit die Einzeleinflüsse der Hauptparameter deutlich werden. Die Bezugsgröße für das mittlere Drehmoment m_0 ist das aus dem Flächeninhalt der Hystereseschleife — also nach der Theorie des ersten Modells — berechnete Drehmoment m_{AH} . Dies ist das Maximalmoment, welches bei der vorliegenden Aussteuerung H_{Max} maximal erreichbar ist. Die im zweiten Modell vorhandenen Feldstärkeoberwellen bewirken, daß stets $m_0 < m_{\text{AH}}$ wird, und die bezogene Größe

$$m' = m_0/m_{\text{AH}} \quad (98)$$

gibt damit die infolge dieser Oberwellen rezidierte Materialausnutzung an. Der Vergleich der 192 Fälle wird zeigen, mit welchen Parameterwerten das ideale erste Modell am besten angenähert werden kann.

Die momentanen Drehmomentschwankungen Δm werden ebenfalls nicht anhand ihrer unmittelbar berechneten Werte verglichen. Sie werden auf das im jeweiligen Fall geltende mittlere Moment m_0 bezogen, so daß die relative Drehmomentschwankung

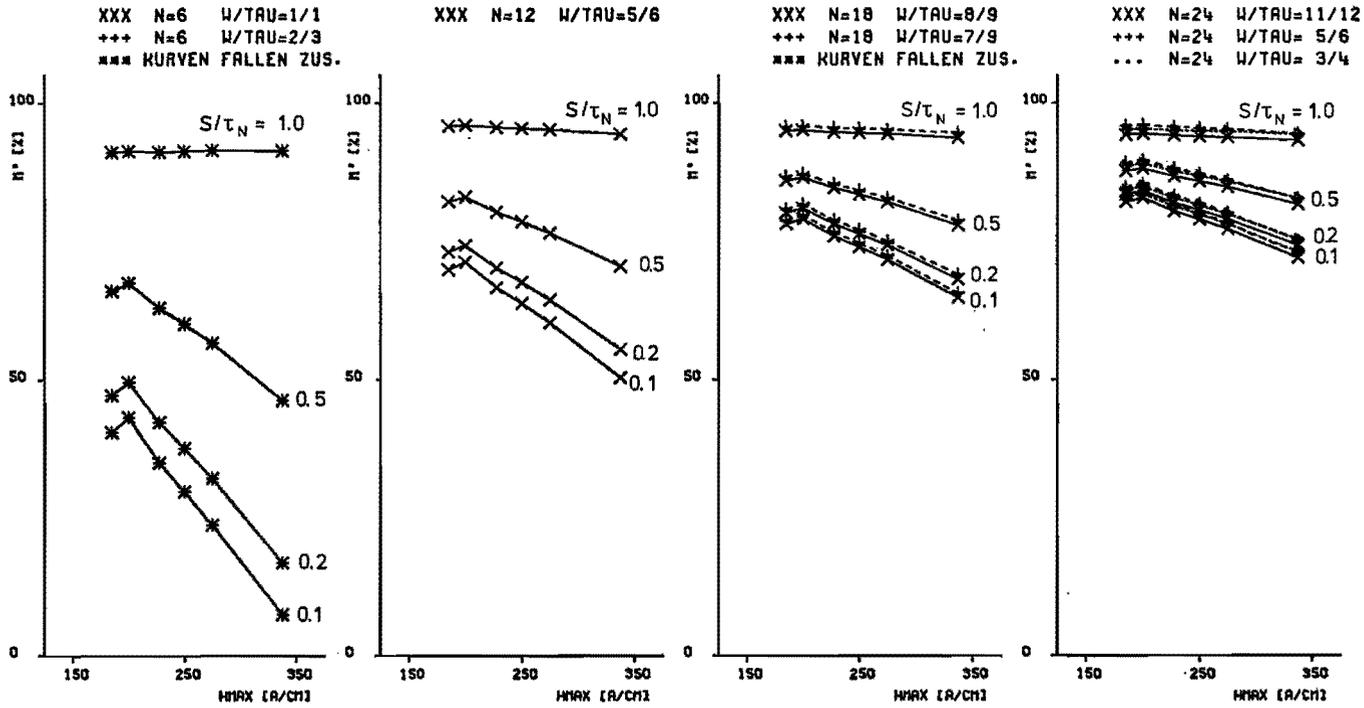
$$\Delta m' = \Delta m/m_0 \quad (99)$$

eine in allen Fällen vergleichbare Größe ist. Δm kann größer oder kleiner als m_0 sein, so daß $\Delta m'$ größer oder kleiner als 1 werden kann.

4.2.2.2. Die Einzeleinflüsse

Die charakteristischen Daten des zeitlichen Drehmomentverlaufs werden durch die Größen m' und $\Delta m'$ in den Abb. 66 und 67 wiedergegeben. m' und

Abb. 66. Relatives mittleres Drehmoment m' als Funktion von N , W/τ , S/τ_N und H_{Max} .
 Hysteresematerial: AlNiCo 88/200.



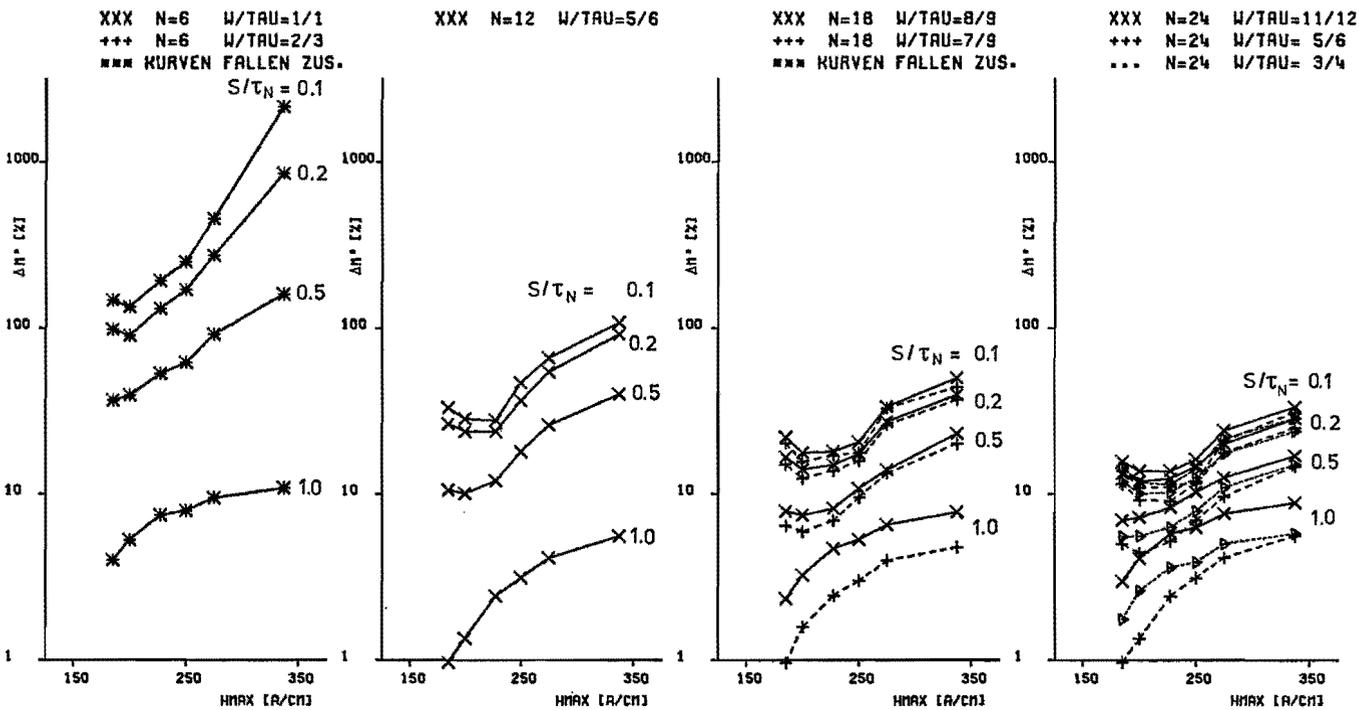


Abb. 67. Relative Drehmomentschwankung $\Delta m'$ als Funktion von N , W/τ , S/τ_N und H_{max} .
 Hysteriematerial: AlNiCo 88/200.

$\Delta m'$ sind hierin als Funktionen von N , S/τ_N und W/τ sowie von H_{Max} berechnet. Die drei ersten Parameter bestimmen das Spektrum der Feldstärkewelle h_H , der vierte Parameter legt bestimmte Materialeigenschaften fest. Der Vergleich der berechneten 192 Fälle zeigt:

- (1) Die Kurven m' und $\Delta m'$ werden durch alle vier betrachteten Parameter beeinflusst. Die Zahlenwerte von m' und besonders die von $\Delta m'$ schwanken in Abhängigkeit von N , S/τ_N , W/τ und H_{Max} innerhalb großer Intervalle. Beide Größen weichen umso stärker von den Idealwerten $m' = 1$ und $\Delta m' = 0$, die sie im oberwellenfreien ersten Modell haben, ab, je mehr der Oberwellengehalt in der Feldstärkewelle in Abhängigkeit von den Parametern anwächst.
- (2) Die Einzeleinflüsse der vier Parameter sind voneinander abhängig. Diese gegenseitige Abhängigkeit ist eine Folge der nichtlinearen Materialfunktion $b_H(h_H)$, die zu einem nichtlinearen Zusammenhang zwischen der Feldstärkewelle und der Induktionswelle führt. Daher hängt die Einflußstärke jedes einzelnen Parameters von seinem eigenen Wert und von dem der übrigen Parameter ab. Werden die Parameterwerte so gewählt, daß der Oberwellengehalt in der Feldstärkewelle gering wird, so wird damit gleichzeitig ihr Einfluß auf die Modelleigenschaften reduziert. Die Einflußstärken der betrachteten vier Parameter gehen mit geringer werdendem Oberwellengehalt unterschiedlich schnell zurück. Der Einfluß des Parameters H_{Max} bleibt jedoch bis zum oberwellenfreien Fall bestehen. Dies liegt an der Verknüpfung von H_{Max} mit der Form und der Größe der geltenden Hystereseschleife — zu jedem H_{Max} gehört eine bestimmte Hystereseschleife —, und diese ist auch im ersten Modell für die Modelleigenschaften bestimmend.

Wird der Oberwellengehalt der Feldstärkewelle durch entsprechende Variationen der Parameter N , S/τ_N und W/τ erhöht, so nimmt gleichzeitig deren Einflußstärke zu. Besonders stark sind die Einflüsse von N und S/τ_N bei hohen Oberwellengehalten. Ihre gegenseitigen Beeinflussungen bestehen darin, daß bei kleinen Werten von N (hier sind die Oberwellengehalte am größten) der Einfluß der Nutöffnung viel größer ist als bei großen Nutenzahlen (hier ist der durch N verursachte Oberwellenanteil geringer). Umgekehrt ist bei dem Höchstwert von $S/\tau_N = 1.0$ (hier ist der von S/τ_N abhängige Oberwellenanteil minimal) der Einfluß der Nutenzahl geringer als bei den kleineren Werten von S/τ_N .

Der starke Einfluß von N und S/τ_N auf die Modelleigenschaften liegt bereits in einer starken Abhängigkeit der Feldstärkewelle von diesen beiden Parametern.

Der Einfluß der Spulensehnung ist dagegen geringer, selbst in den Fällen, in denen der Oberwellengehalt aufgrund der Werte der übrigen Parameter N und S/τ_N groß ist. Dies liegt daran, daß W/τ nur einen geringen Einfluß auf die

Extremwerte $h_{\text{Max}}(x_R)$ und $h_{\text{Min}}(x_R)$ hat, die die Aussteuerung des Volumelements an der Rotorstelle x_R festlegen.

Die Haupteinflüsse gehen damit von den Parametern N und S/τ_N aus, wenn der Oberwellengehalt groß ist, und von dem einen Parameter H_{Max} , wenn der Oberwellengehalt gering ist.

Die in den beiden Abb. 66 und 67 gezeigte Abhängigkeit des Modellverhaltens von den Werten der Modellparameter zeigt, daß deren Werte sorgfältig festzulegen sind. Die zwischen den einzelnen Parametern bestehenden Abhängigkeiten verlangen eine gegenseitige Abstimmung ihrer Werte. Aus dem gleichen Grund kann der Einzeleinfluß jedes Parameters nur im Zusammenhang mit den Werten der übrigen Parameter gesehen werden.

4.3. Vergleich theoretischer und experimenteller Ergebnisse

4.3.1. Vergleich Modell 1–Modell 2

Die Untersuchung des zweiten Modells hat wesentliche Unterschiede zum vorher betrachteten ersten Modell ergeben. Die an den Wicklungsklemmen und an der Welle meßbaren elektrischen und mechanischen Größen e , i und m sowie die elektrische Leistung p_e zeigen folgende Abweichungen.

- (1) Das Drehmoment m und die mechanische Leistung p_m sind periodische Zeitfunktionen; beim ersten Modell sind beide Größen zeitunabhängig.
- (2) Das mittlere Drehmoment m_0 und die mittlere mechanische Leistung p_{m0} sind gegenüber den Werten des ersten Modells reduziert.
- (3) Die induzierte Spannung e enthält Oberschwingungen; im ersten Modell ist sie sinusförmig.
- (4) Die elektrische Gesamtleistung aller m Phasen p_e enthält Oberschwingungen; im ersten Modell ist p_e zeitunabhängig.

Beiden Modellen gemeinsam ist die Beziehung $p_{e0} = p_{m0}$, beide Modelle sind verlustfrei. Im ersten Modell ist das wegen des statischen Magnetisierungszustands der Hystereseschicht selbstverständlich. Im zweiten Modell wird die Hystereseschicht durch die Feldstärkeoberwellen ständig pulsierend magnetisiert, es entstehen trotzdem dabei keine Hystereseverluste.

Die besonderen Eigenschaften des zweiten Modells beruhen auf Einwirkungen des Gesamtspektrums der Feldstärkewelle auf das Hysterese material. Ein anschaulicher Ausdruck hierfür wird durch die dynamischen Hysteresekurven gegeben. Diese sind keine statischen Materialeigenschaften, sondern vom Feldstärkespektrum und von Materialeigenschaften gemeinsam abhängige Zeitfunktionen. Eine ihrer besonderen Eigenschaften ist der hystereseverlustfreie Übergang zwischen den zu verschiedenen Zeiten geltenden Kurven. Hiermit hängt auch die Verlustfreiheit des Modells zusammen. Im ersten Modell enthält die Feldstärkewelle nur eine einzige Harmonische, es können also keine Wechsel-

wirkungen verschiedener Harmonischer bestehen. Folglich ist die statische Hystereseschleife die geltende Materialfunktion $b_H(h_H)$.

Der zwischen der Feldstärkewelle h_H , den Materialfunktionen $b_H(h_H)$ und der Induktionswelle b_H im zweiten Modell bestehende Zusammenhang bewirkt die Beteiligung aller h_H -Harmonischen am Modellverhalten. Diese spezielle Art des Zusammenhangs zwischen h_H , $b_H(h_H)$ und b_H besteht nur beim Hysteresemotor, und hieraus leiten sich einerseits die große Bedeutung der Materialeigenschaften und ihr Einfluß auf das Modellverhalten ab, andererseits wird aber gerade hierdurch die analytische Behandlung realitätsnaher Modelle sehr erschwert und die Behandlung von Modellen mit exaktem Feldbild unmöglich, solange keine Verfahren zur analytischen Beschreibung der hierbei auftretenden Mischhysteresen bestehen.

Die im zweiten Modell relevanten Materialeigenschaften, aus denen die Materialfunktionen $b_H(h_H)$ bestimmt werden, sind für jeden Wert von H_{Max} durch die Gesamtheit der Sekundärschleifen gegeben, die zu der Hystereseschleife mit der Aussteuerung H_{Max} gehören. Die Hystereseschleife selbst hat keine unmittelbare Bedeutung, sie ist hier nur die Ortskurve der äußeren Umkehrpunkte der Sekundärschleifen. Sie ist damit in dieser Schleifenschar als Sonderfall mit enthalten.

In den analytischen Ausdrücken der Größen des zweiten Modells zeigen sich die Oberwelleneinflüsse in der Weise, daß

- (1) die im ersten Modell zeitunabhängigen Größen p_m und p_e im zweiten Modell Zeitfunktionen sind,
- (2) die im ersten Modell sinusförmigen Größen n_k , a , h_H und e_k im zweiten Modell durch unendliche Fourierreihen ersetzt werden,
- (3) die im ersten Modell durch eine einfache unendliche Fourierreihe beschriebene Induktionswelle b_H im zweiten Modell durch eine doppelte unendliche Fourierreihe beschrieben wird.

Die folgenden Zusammenstellungen der Zeit- und Ortsabhängigkeiten der wichtigsten Größen beider Modelle zeigen die Fortpflanzung der Oberwellenwirkungen, deren Ausgangspunkt der nichtsinusförmige Windungsbelag $n_k(x_s)$ ist.

Die 1. Gruppe enthält die Größen $i_k(t)$ und $n_k(x_s)$. n_k ist ein wichtiger Bestandteil der Modelldefinition, denn in der Funktion $n_k(x_s)$ liegt der einzige, aber entscheidende Unterschied beider Modelle: Im ersten Modell ist n_k eine Cosinusfunktion der Statorcoordinate x_s , im zweiten Modell eine nur stückweise stetige Funktion von x_s . Dieser unstetige Funktionsverlauf hat viele Konsequenzen; die beiden wichtigsten sind die Erzeugung von Oberwellen in der Feldstärkewelle und die Flußverkehlung vieler Harmonischer der Induktionswelle mit der Wicklung. Die Zeitfunktionen der Ströme sind in beiden Modellen gleich.

STROM

1. Modell $i_k(t) = \hat{I} \sin \left[\omega_1 t - (k-1) \frac{2\pi}{m} \right]$

2. Modell $i_k(t) = \hat{I} \sin \left[\omega_1 t - (k-1) \frac{2\pi}{m} \right]$.

WINDUNGS-
BELAG

1. Modell $n_k(x_s) = \hat{N} \cos \left[\pi \frac{x_s}{\tau} - (k-1) \frac{2\pi}{m} \right]$

2. Modell $n_k(x_s) = \sum_{\varrho=1}^{\infty} \hat{N}_{\varrho} \cos \left[\varrho \left(\pi \frac{x_s}{\tau} - (k-1) \frac{2\pi}{m} \right) \right]$

Die aus i und n berechnete Strombelagswelle a und die Feldstärkewelle h_H bestehen im ersten Modell aus einer einzigen Harmonischen, im zweiten Modell aus einem unendlichen Spektrum.

STROM-
BELAG

1. Modell $a(x_s, t) = -\hat{A} \sin \left(\pi \frac{x_s}{\tau} - \omega_1 t \right)$

2. Modell $a(x_s, t) = \sum_{\varrho} \hat{A}_{\varrho} \sin \left(\varrho \pi \frac{x_s}{\tau} - \omega_1 t \right)$

FELD-
STÄRKE

1. Modell $h_H(x_R, t) = \hat{H}_H \cos \left(\pi \frac{x_R}{\tau} \right)$

2. Modell $h_H(x_R, t) = \sum_{\varrho} \hat{H}_{H\varrho} \cos \left[\varrho \pi \frac{x_R}{\tau} - (1-\varrho) \omega_1 t \right]$

Das Modellverhalten wird entscheidend dadurch bestimmt, daß die einzelnen Teilwellen von h_H unterschiedliche Umlaufgeschwindigkeiten und Richtungen haben. Hierdurch verändert sich die Kurvenform der Feldstärkewelle periodisch, so daß der Hysteresewerkstoff pulsierend magnetisiert wird.

Aus dem Verlauf der Zeitfunktion $h_H(x_R, t)$, mit der jedes Rotorvolumenelement angesteuert wird, und aus gemessenen Materialeigenschaften wird die spezielle Materialfunktion $b_H(h_H)$ bestimmt, die den Zusammenhang zur Induktionswelle b_H herstellt. Die Materialfunktionen sind in beiden Modellen:

MATERIAL-
FUNKTION

- 1. Modell Statische Hystereseschleife,
- 2. Modell Schar der Sekundärschleifen.

Beide Materialfunktionen sind nichtlinear, folglich werden die Spektren der Induktionswellen b_H gegenüber den Spektren der zugehörigen Feldstärkewellen h_H erweitert sein:

INDUK-
TIONS-
WELLE

$$1. \text{ Modell } b_H(x_R, t) = \sum_{v=1}^{\infty} \hat{B}_{Hv} \cos \left(v \pi \frac{x_R}{\tau} + \psi_v \right)$$

$$2. \text{ Modell } b_H(x_R, t) = \sum_{v, \mu} \hat{B}_{Hv, \mu} \cos \left[\left(v \pi \frac{x_R}{\tau} - (\mu - 1) \omega_1 t \right) + \psi_{v, \mu} \right].$$

Im ersten Modell enthält b_H im Rotorsystem nur räumliche Harmonische, da die nichtlineare Materialfunktion $b_H(h_H)$ monofrequent angesteuert wird. Im zweiten Modell wird die zugehörige Materialfunktion durch ein Frequenzspektrum angesteuert, folglich enthält das b_H -Spektrum außer räumlichen Harmonischen auch zeitliche Harmonische.

Die an der Welle und an den Klemmen meßbaren Modelleigenschaften sind mit der Induktionswelle verknüpft, und daher werden sich die unterschiedlichen b_H -Spektren beider Modelle in unterschiedlichen Modelleigenschaften zeigen. Der Vergleich der Drehmomente wird

DREH-
MOMENT

$$1. \text{ Modell}$$

$$m(t) = - \frac{L \tau^2}{\pi} \hat{A} \hat{B}_{H1} \sin \psi_1$$

$$2. \text{ Modell}$$

$$m(t) = \frac{L \tau^2}{\pi} \sum_{v, \mu} \hat{A}_v \left\{ \hat{B}_{H-v, \mu} \sin \left[(1 - \mu v) \omega_1 t - \psi_{-v, \mu} \right] + \hat{B}_{Hv, \mu} \sin \left[(1 - \mu v) \omega_1 t + \psi_{v, \mu} \right] \right\}.$$

Das Drehmoment wird jeweils nur aus den Teilwellen der a - und b_H -Spektren gebildet, die gleiche Wellenlänge haben. Im ersten Modell ist diese Bedingung nur für die Grundwellen a_1 und b_{H1} erfüllt, da es keine a_g mit $g > 1$ gibt. Im zweiten Modell enthalten das a - und das b_H -Spektrum viele Harmonische, die diese Bedingung erfüllen. Das Drehmoment ist im ersten Modell zeitunabhängig, im zweiten Modell eine Zeitfunktion.

Für die Flußverkettung gilt in den beiden Modellen

1. Modell $\phi_t = -\frac{L \tau^2}{\pi} \hat{N} \hat{B}_{H1} \sin(\omega_1 t - \psi_1)$

**FLUSSVER-
KETTUNG**

2. Modell $\phi_t = \frac{L \tau^2}{\pi} \sum_{\substack{\nu=1 \\ \mu}}^{\infty} \frac{1}{\nu} \hat{N}_\nu \left[\hat{B}_{H\nu,\mu} \sin(\mu \nu \omega_1 t - \psi_{\nu,\mu}) + \hat{B}_{H-\nu,\mu} \sin(\mu \nu \omega_1 t + \psi_{-\nu,\mu}) \right]$

Eine Verkettung besteht nur für solche Induktionsteilwellen und Windungsbelagteilwellen, die gleiche Wellenlängen haben. Diese Bedingung ist im ersten Modell nur für die Induktionsgrundwelle b_{H1} erfüllt; die höheren Harmonischen von b_H kommen nicht in ϕ_t vor, da keine entsprechenden Teilwellen des Windungsbelags existieren. Im zweiten Modell dagegen enthalten sowohl die Induktionswelle als auch der Windungsbelag viele Harmonische, für die die Bedingung zur Verkettung erfüllt ist. Dies zeigt sich in den Zeitfunktionen der induzierten Spannung:

1. Modell

$$e(t) = \frac{L \tau^2}{\pi} \omega_1 \hat{N} \hat{B}_{H1} \cos(\omega_1 t - \psi_1)$$

**INDUZIERTER
SPANNUNG**

(1. Phase)

2. Modell

$$e(t) = -\frac{L \tau^2}{\pi} \sum_{\substack{\nu=1 \\ \mu}}^{\infty} \omega_1 \mu \hat{N}_\nu \left[\hat{B}_{H\nu,\mu} \cos(\mu \nu \omega_1 t - \psi_{\nu,\mu}) + \hat{B}_{H-\nu,\mu} \cos(\mu \nu \omega_1 t + \psi_{-\nu,\mu}) \right]$$

Die vom Netz aufgenommene elektrische Leistung ist bei den beiden Modellen:

1. Modell

$$p_e(t) = -\frac{L \tau^2}{\pi} \omega_1 \hat{A} \hat{B}_{H1} \sin \psi_1$$

**ELEK-
TRISCHE
LEISTUNG**

2. Modell

$$p_e(t) = \frac{L \tau^2}{\pi} \omega_1 \sum_{\nu,\mu} \mu \hat{A}_\nu \left\{ \hat{B}_{H\nu,\mu} \sin \left[(1 - \mu \nu) \omega_1 t + \psi_{\nu,\mu} \right] + \hat{B}_{H-\nu,\mu} \sin \left[(1 - \mu \nu) \omega_1 t - \psi_{-\nu,\mu} \right] \right\}$$

p_e ist im ersten Modell allein von der Induktionsgrundwelle b_{H1} bestimmt, die höheren Harmonischen sind nicht beteiligt, und p_e ist daher keine Zeitfunktion. Im zweiten Modell sind alle b_H -Harmonischen an p_e beteiligt, und p_e ist eine periodische Zeitfunktion.

Die im Magnetfeld gespeicherte magnetische Energie ist eine Funktion der Feldgrößen h_H und b_H . Im ersten Modell sind h_H und b_H im Rotorsystem keine Zeitfunktionen, und die Energie ist zeitunabhängig. Im zweiten Modell sind h_H und b_H im Rotorsystem Zeitfunktionen. Die daraus folgende zeitliche Energieänderung ist

ENERGIE- 1. Modell $dw_M/dt = 0$
 ÄNDERUNG 2. Modell

$$dw_M/dt = \frac{L \tau^2}{\pi} \omega_1 \sum_{\nu, \mu} (\mu - 1) \hat{A}_\nu \cdot \left\{ \hat{B}_{H\nu, \mu} \sin \left[(1 - \mu \nu) \omega_1 t + \psi_{\nu, \mu} \right] + \hat{B}_{H-\nu, \mu} \sin \left[(1 - \mu \nu) \omega_1 t - \psi_{-\nu, \mu} \right] \right\}$$

Bemerkenswert ist das Fehlen von Ummagnetisierungsverlusten im zweiten Modell, obwohl der Magnetisierungszustand der Hystereseschicht sich periodisch ändert. Der zeitliche Mittelwert von dw_M/dt ist folglich null.

Diese Zusammenstellung der Hauptbeziehungen beider Modelle zeigt die Einflüsse der Oberwellen recht deutlich. Deren Wirkungen auf die Modelleigenschaften sind im Hysterese-motor besonders ausgeprägt, da sein Prinzip auf der Wechselwirkung der Feldstärkewelle h_H mit dem Hysterese-material, das durch Materialfunktionen $b_H(h_H)$ beschrieben wird, beruht.

Eine wichtige Konsequenz dieser Zusammenhänge ist, daß die Hystereseschleife im zweiten Modell nicht mehr als gültige b_H - h_H -Beziehung auftritt, sondern durch zeitabhängige Kurven ersetzt wird, die als *dynamische Hysteresekurven* im Abschnitt 4.1.5 betrachtet werden. Die für die mittlere mechanische Leistung maßgebende Kurve, die *mittlere dynamische Hysteresekurve*, gibt ein anschauliches Bild von der Leistungsreduktion, die durch die Oberwellen in der Feldstärkewelle ausgelöst wird.

4.3.2. Vergleich: Modell 1-Modell 2-realer Motor

Der im vorigen Abschnitt durchgeführte Vergleich der Modelle 1 und 2 zeigt, daß das Modellverhalten infolge von Oberwellen stark beeinflusst ist. Im zweiten Modell bestimmt das Feldstärkespektrum zusammen mit den nichtlinearen Hysteresedaten das Verhalten, und die Hauptresultate sind

- (1) die Reduzierung der mittleren mechanischen Leistung,
- (2) die verlustfreie Rotorummagnetisierung,
- (3) die Oberschwingungen im Drehmoment,
- (4) die Oberschwingungen in der induzierten Spannung.

Damit unterscheidet sich das Verhalten des zweiten Modells erheblich von dem des ersten, und es soll nunmehr auch mit dem experimentell an einem Labor-motor ermittelten Verhalten verglichen werden.

Die Messung der an den Wicklungsklemmen anliegenden elektrischen Größen bereitet keine Schwierigkeiten, da die entsprechenden Meßgeräte Stand der Technik sind. Die Messung der an der Welle auftretenden mechanischen Größen ist prinzipiell ebenfalls möglich, es treten aber technische Probleme auf, wenn die Zeitfunktionen der Drehzahl und des Drehmoments zu messen sind. Eine Drehzahlmessung erübrigt sich jedoch, da die in der Theorie vorausgesetzte konstante Rotordrehzahl praktisch gut realisierbar ist. Die Messung der Zeitfunktion des Drehmoments geschieht mit sogenannten Drehmomentmeßnaben, die das mechanische Drehmoment in elektrische Signale umwandeln. Das Prinzip dieser Naben besteht darin, daß das zu messende Drehmoment eine mechanische Verformung einer Meßwelle hervorruft, die mittels eines Differentialtransformators elektrisch gemessen wird. Die Konstruktion der vorhandenen Naben bedingt jedoch, daß die Meßwelle nicht nur durch Drehmomente, sondern auch durch Zug- oder Druckkräfte und durch Biegemomente verformt wird. Am Differentialtransformator kann die Ursache der Verformung nicht unterschieden werden. Die Zug- und Druckkräfte und Biegemomente entstehen durch die mechanische Verbindung des zu messenden Motors mit der Meßnabe, selbst wenn elastisch verformbare Kupplungen verwandt werden. Dies Problem tritt umso stärker auf, je kleiner das zu messende Drehmoment ist, da die Störeinflüsse nicht kleiner werden. Die durch die Kupplung entstehenden Störkräfte täuschen dann scheinbare Drehmomente vor, deren Größenordnungen dem eigentlichen Drehmoment entsprechen können. Im Fall des Vergleichsmotors nach Tabelle 1 traten diese Schwierigkeiten stark auf, so daß keine befriedigend genauen Meßergebnisse erhalten werden konnten. Die Ergebnisse wurden von der Art der verwandten Kupplung in nicht kontrollierbarer Weise beeinflusst, sie waren daher nicht reproduzierbar, und sie können somit nicht zum Vergleich mit den theoretisch berechneten Ergebnissen herangezogen werden.

Der Vergleich soll sich daher auf Größen beziehen, die experimentell mit ausreichender Genauigkeit und Reproduzierbarkeit meßbar sind. Dies ist die mittlere mechanische Leistung. Der betrachtete Betriebszustand soll der Kippunkt sein, d. h. der Grenzübergang $s \rightarrow 0$. Dazu wird der Motor mit einer einstellbaren Wirbelstrombremse belastet, die auch den Betrag des Belastungsdrehmoments anzeigt. Gleichzeitig bewirkt das große Trägheitsmoment der Bremstrommel, daß die momentane Winkelgeschwindigkeit des Rotors ziemlich konstant ist; hiermit wird der in der Theorie angenommenen konstanten

Rotor-Winkelgeschwindigkeit $\omega = \omega_1$ weitgehend entsprochen. Der Grenzübergang $s \rightarrow 0$ wird mit einem Stroboskop kontrolliert, das mit der Speisefrequenz des Motors synchronisiert ist. Die Drehmoment-Drehzahl-Kurve weist in der Umgebung des Kippunktes einen schleichenden Übergang vom Asynchronlauf in den Synchronlauf auf, und es ist praktisch nur eine Belastung etwas unterhalb des Kippunktes stabil einstellbar.

Die induzierte Spannung wird mittels einer Meßspule gemessen. Diese liegt parallel zur Arbeitswicklung einer Phase, und daher ist die Spannung in der Meßspule der induzierten Spannung in der Arbeitsspule proportional. Die gemessene Spannung wird mit einem Oszillografen abgebildet. Der Strom in der gleichen Phase wird ebenfalls mit abgebildet und dient als Referenz für die Phasenlage des Nulldurchgangs der Spannung.

Der Motor wird aus einer Stromquelle gespeist, da die Theorie von einem eingepprägten Strom ausgeht. Die Stromquelle wird aus einer Spannungsquelle realisiert, indem vor den Motor ein großer Vorwiderstand geschaltet wird. Diese Näherung ist technisch ausreichend gut *).

Der zum Vergleich verwandte Hysteresemotor ist ein Labormuster, seine Hauptdaten sind in der Tabelle I beschrieben.

Die Daten dieses Motors sind in den Rechenprogrammen für die Berechnung der Zeitfunktionen des Drehmoments und der induzierten Spannung enthalten. Die Hysteresedaten des verwandten Werkstoffs AlNiCo 88/200 sind für verschiedene Werte der Aussteuerung H_{Max} auf dem Plattenspeicher des Computers gespeichert und werden von den Rechenprogrammen aufgerufen und übernommen.

In den Rechenprogrammen werden die Größen des zweiten Modells so berechnet, wie sie in der hier abgehandelten Theorie miteinander verknüpft sind. Das erste Modell ist im zweiten als Untermenge enthalten. Je Programmlauf ergibt sich eine spezielle numerische Lösung, die die berechneten Zeitfunktionen des Drehmoments und der induzierten Spannung als Punktmengen liefert.

Der Vergleich der berechneten und gemessenen Größen sei jetzt betrachtet. Dies sind $p_{m0} = f(I)$ und $e(t)$. Die Abb. 68 zeigt p_{m0} . Die Kurve des ersten Modells entspricht dem Inhalt der Hystereseschleife, und dies ist die mit dem vorliegenden Werkstoff maximal erreichbare Leistung. Diese Leistung kann voll ausgenutzt werden, d. h. voll als mechanische Leistung an der Welle erhalten werden, da das Statorfeld keine asynchronen Teilwellen enthält. Im zweiten Modell ist die Leistung kleiner, es wird also nur ein Bruchteil der vom Werkstoff her verfügbaren Leistung tatsächlich erreicht. Dies ist eine Folge von asynchronen Teilwellen in der Feldstärkewelle. Die mit einem realen Motor tatsächlich erreichte Leistung ist in der 3. Kurve gezeigt. Diese ist noch wesentlich kleiner als die im zweiten Modell errechnete. Der Vergleich der drei Kurven zeigt,

*) Die Motorspannung beträgt ca. 1/3 der Netzspannung.

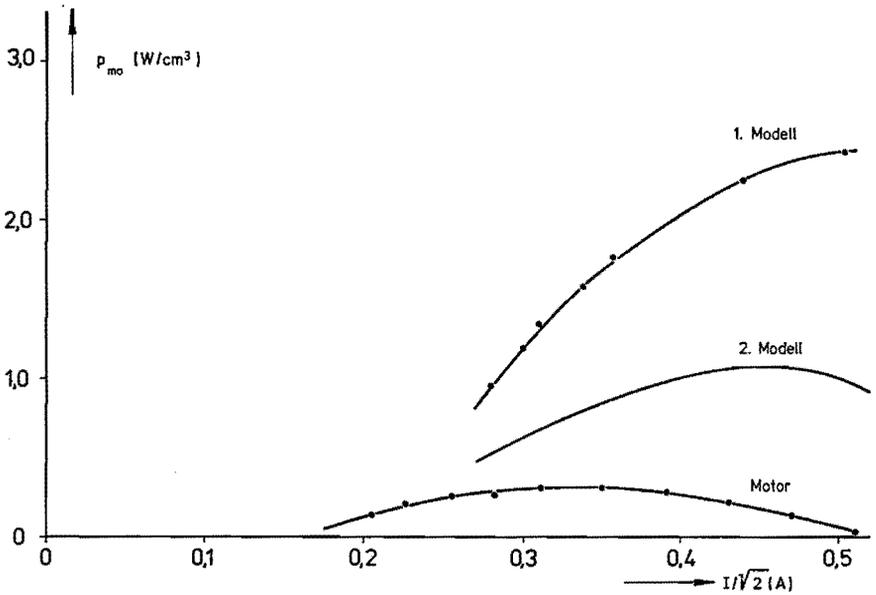


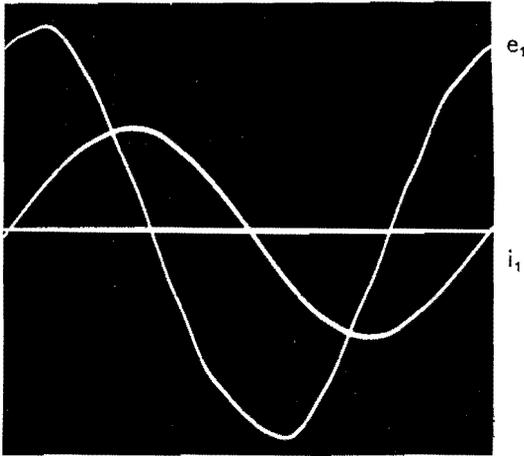
Abb. 68. Mittlere mechanische Leistung p_{mo} beider Modelle und des Vergleichsmotors als Funktion des Statorstroms ($\hat{I} \sim H_{Max}$). $f = 50$ Hz.

daß die mit dem zweiten Modell angestrebte Näherung gegenüber dem ersten Modell verbessert ist, zum realen Motor bestehen aber noch beträchtliche Abweichungen. Diese sollen anschließend betrachtet werden.

Die Zeitfunktion der induzierten Spannung ist in der Abb. 69 gezeigt. Im ersten Modell ist sie sinusförmig, im zweiten Modell und beim Motor verzerrt. Die beiden letzteren Kurven unterscheiden sich hauptsächlich hinsichtlich der Oberschwingungsgehalte. Es werden mehr Oberschwingungen berechnet, insbesondere solche mit höheren Ordnungszahlen, als in der Messung zu finden sind. Obwohl das zweite Modell eine Verbesserung des ersten darstellt, decken sich seine Ergebnisse noch nicht mit den Messungen.

Es sollen nun die Abweichungen betrachtet und mögliche Gründe dafür diskutiert werden. Die Berechnungen und auch die Messungen selbst können als richtig und ausreichend genau angesehen werden, und so bleibt nur die Möglichkeit, daß die Abweichungen die Folgen von unterschiedlichen Voraussetzungen bei den Berechnungen und den Messungen sein können. Um dies zu verdeutlichen, sind in der Abb. 70 die drei verglichenen Fälle nebeneinandergestellt. Sie sind stark schematisiert, damit die Unterschiede deutlich herausgestellt werden.

Die beiden Modelle unterscheiden sich untereinander allein im Funktionsverlauf des Statorwindungsbelags $n_k(x_s)$. Im ersten Modell ist er idealisiert, im zweiten Modell dagegen sehr gut genähertes Abbild der Windungsbelagsver-



VERGLEICHSMOTOR

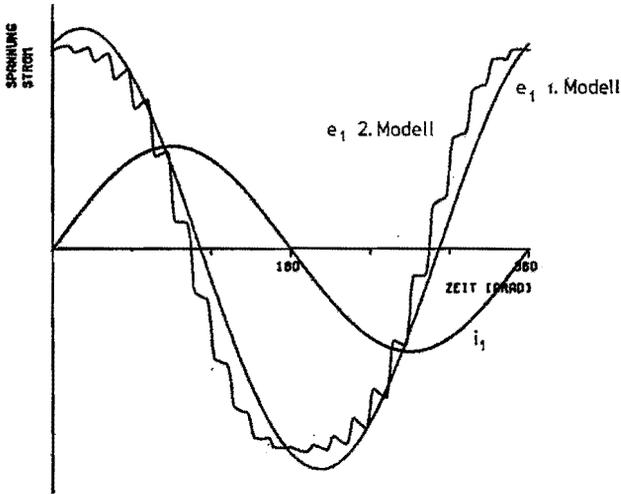


Abb. 69. Induzierte Spannung der Modelle und des Vergleichsmotors. Hysteresematerial: AlNiCo 88/200, $H_{\text{Max}} = 225 \text{ A/cm}$.

teilung eines realen Motors. In beiden Modellen wird der Luftspalt mit der Hystereseschicht zusammengefaßt, und in dieser Schicht wird rein radialer Feldlinienverlauf angenommen. Der hier wesentliche Unterschied zwischen dem realen Motor und dem zweiten Modell besteht in der Statornutation. Im zweiten Modell ist der Luftspalt als konstant angenommen, im Motor ist er eine periodische Funktion der Statorcoordinate x_s . Aufgrund der Statornutation ergeben sich zwei wichtige Abweichungen: Der Verlauf der Feldkurve $h_H(x_R, t)$ und der Feldlinienverlauf in der Hystereseschicht werden sich beim Motor von den im

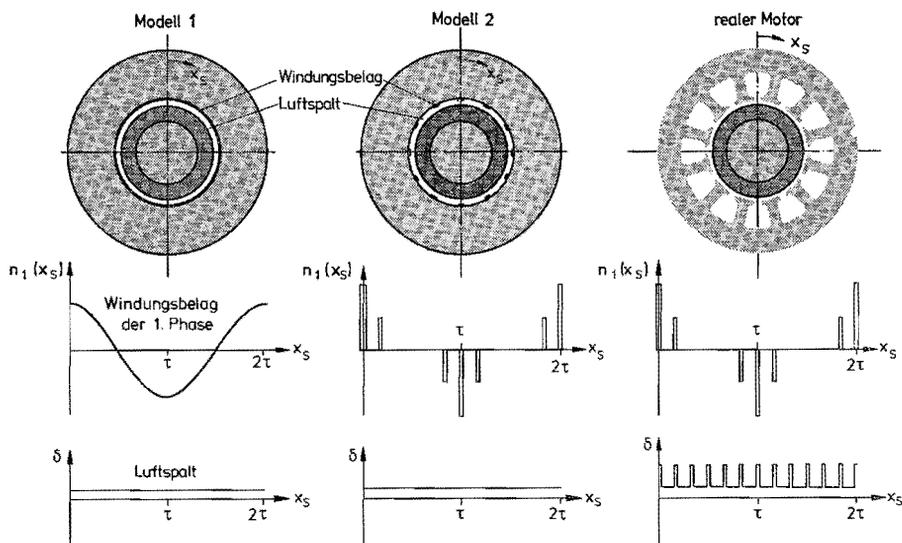


Abb. 70. Vergleich der Hauptmerkmale von Modell 1 – Modell 2 – realem Motor.

Modell vereinbarten Annahmen unterscheiden. Die Feldkurve ist im zweiten Modell, da der Luftspalt konstant ist, der Felderregerkurve proportional, und sie ist damit unmittelbar aus der Strombelagsverteilung $a(x_s, t)$ zu bestimmen (die Proportionalitätskonstante enthält die geometrischen Abmessungen). Im Motor ist zwar die Dicke der Hystereseschicht konstant, aber der mit ihr in Serie geschaltete Luftspalt ist eine periodische Funktion der Statorlänge x_s . Hierdurch kann die Feldkurve nicht mehr unmittelbar aus der Felderregerkurve allein berechnet werden. Das zweite Problem ist das Feldproblem. Infolge der Statornuten hat das Feld in der Hystereseschicht sowohl Radialkomponenten als auch Tangentialkomponenten, und dies führt auf die Mischhysterese. Das ist zwar die allgemeinste Hystereseart, sie ist aber nur phänomenologisch beschreibbar, während mathematische Modelle zur Verwendung in einer Motortheorie nicht bekannt sind. Selbst die Messung von Hysteresedaten stellt bei Mischhysterese ein kaum lösbares Meßproblem dar. Die schon versuchte Zerlegung der Mischhysterese in zweiachsige Wechselhysterese stellt eine physikalisch nicht begründbare Näherung dar, über deren Genauigkeit nichts bekannt ist.

Die durch die Statornuten ausgelösten Effekte sind, wie die Abweichungen in den Abb. 68 und 69 zeigen, für den realen Motor tatsächlich relevant, aber ihre theoretische Untersuchung ist derzeit ein nicht lösbares Problem.

Ein Versuch, die berechneten und die gemessenen Ergebnisse trotz der zwischen zweitem Modell und Motor bestehenden Unterschiede zu vergleichen, soll nun beschrieben werden. Das Hauptproblem liegt in der Feldverteilung in

der Hystereseschicht. Da das Feldbild wegen der komplizierten und zeitabhängigen Randbedingungen und wegen der vieldeutigen Materialfunktionen $b_H(h_H)$ nicht berechenbar ist, soll versucht werden, dieses Problem meßtechnisch abzutrennen. Dazu wird der räumliche Feldlinienverlauf aus einem Modell übernommen, in welchem anstelle des Hysteresewerkstoffs ein anderes ferromagnetisches Material mit bekannter und eindeutiger Magnetisierungsfunktion $b(h)$ verwandt wird, z. B. Dynamoblech mit vernachlässigbarer Hysterese. Hier interessiert besonders der Einfluß der Statornutung auf den Feldverlauf im Rotor, und es wird hierzu zunächst der Einfluß einer Einzelnut betrachtet. Die Abb. 71 (aus Richter, El. Masch. Bd. I, S. 171) zeigt den an einem Strömungsmodell

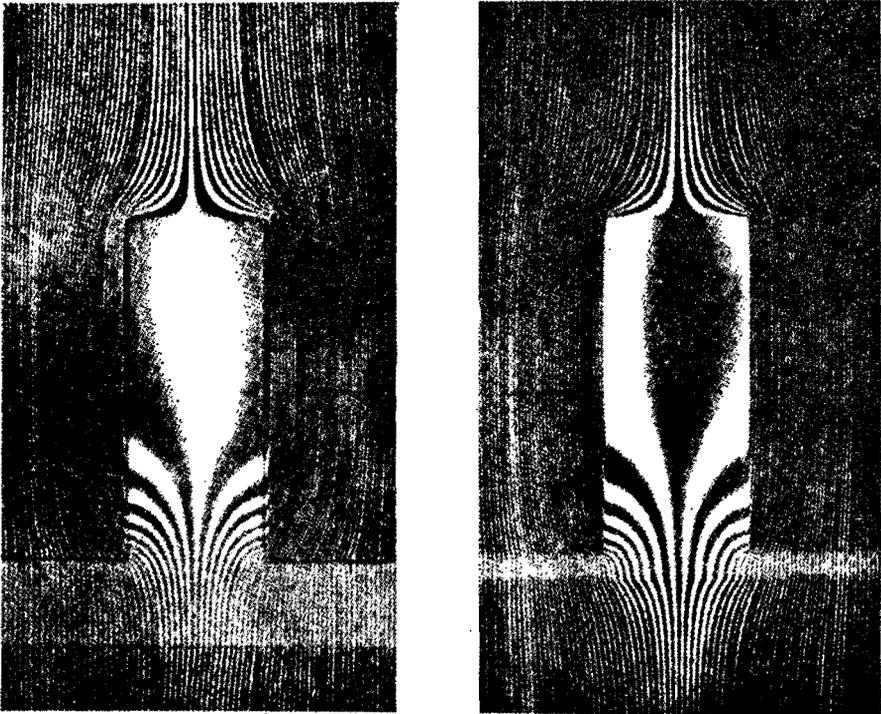


Abb. 71. Feldverteilung im Rotor infolge der Statornutung. (Entnommen aus R. Richter. Elektrische Maschinen I, Birkhäuser Verlag Basel — Stuttgart, 3. Aufl. 1967, Abb. 171, S. 171 — mit freundlicher Genehmigung des Verlags.)

experimentell ermittelten Feldlinienverlauf im Rotor im Bereich einer Nut²⁰⁾. Für das Hysteresemodell ist in dieser Abbildung die Tatsache wichtig, daß die von der Nut verursachte Feldstörung eine bestimmte Abhängigkeit von der Tiefe hat, und zwar nimmt der Nutungseinfluß sehr rasch mit zunehmender Tiefe ab. Von einer Tiefe an, die in etwa einer Nutöffnung gleich ist, ist der Feldlinienverlauf fast so, als wenn der Stator ungenutzt wäre. Es ist anzu-

nehmen, daß diese begrenzte Eindringtiefe im Hysteresefall in sehr ähnlicher Weise vorhanden ist, und hierauf beruhen die weiteren Überlegungen. Dies soll dazu ausgenutzt werden, in der Hystereseschicht zwei Bereiche zu unterscheiden, wobei in der äußeren, der Nutung zugekehrten Schicht der Nutungseinfluß wirksam ist, und in der inneren Schicht der Einfluß der Nutung so gering ist, daß er vernachlässigbar ist. Ein geschätzter und dabei stark vereinfachter Feldverlauf ist in der Abb. 72 für den Bereich von 3 Nutteilungen gezeigt; hier-

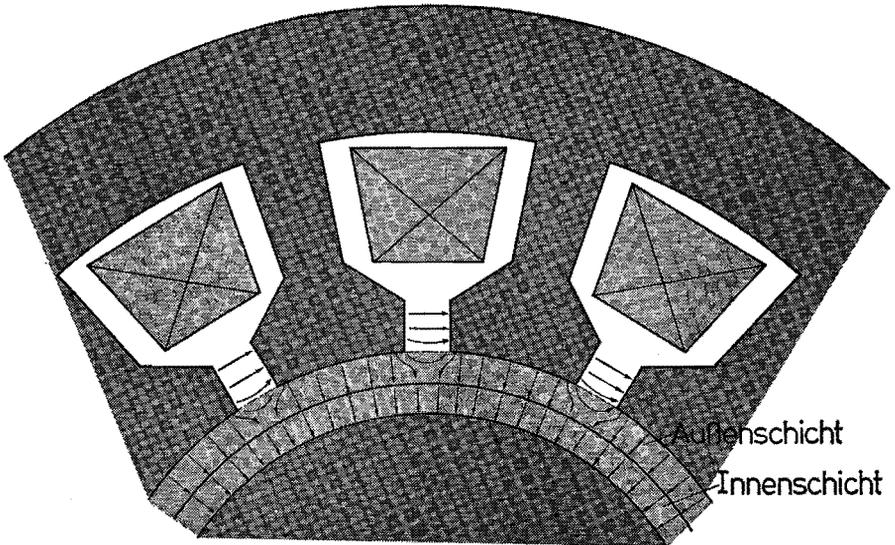


Abb. 72. Schematischer Feldlinienverlauf von h_H und b_H in der Ersatzschicht, wenn die Nutung näherungsweise berücksichtigt wird. Die Aufteilung der Ersatzschicht in eine äußere und eine innere Zone ist angedeutet.

bei ist auch die Einteilung in die beiden Zonen bereits vorgenommen. Wesentlich ist, daß in der äußeren Zone sowohl radiale als auch tangentialer Feldkomponenten bestehen, während in der inneren Schicht nur radiale Feldkomponenten sind. In der Innenschicht erfolgt die Ummagnetisierung jedes Volumelements daher durch Wechselhysterese, und für diese lassen sich die Hysteresedaten sowohl messen als auch für Rechenmaschinen geeignet formulieren. In der Außenschicht dagegen werden die Volumelemente, die sich gerade durch eine Übergangszone Nut-Zahn bewegen, durch Felder ummagnetisiert, die sowohl ihren Betrag als auch ihre Richtung in Abhängigkeit von x_R und t ändern. Das ergibt Mischhysterese. Der entsprechende Drehmomentanteil kann jedoch derzeit nicht berechnet werden, da jegliche in einer Motortheorie verwertbare b_H - h_H -Beziehungen dieser Hystereseart fehlen.

In der Innenschicht sind allein die aus der Wicklungsverteilung stammenden Harmonischen wirksam, und für alle Harmonischen gilt ein radialer Feldver-

lauf, es liegt daher hier Wechselhysterese vor. Die Theorie des zweiten Modells gilt also nur für die mit der Innenschicht zusammenhängenden Vorgänge, nicht aber für die Außenschicht und damit auch nicht für den Gesamttrotor. In einem normalen Rotor sind beide Schichten natürlich fest miteinander verbunden, so daß an der Welle stets das aus Außen- und Innenschicht gemeinsam bestimmte Gesamtverhalten meßbar ist. Auch die induzierte Spannung wird durch die Vorgänge in beiden Schichten bestimmt. Das Einzelverhalten beider Schichten kann durch eine mechanische Auftrennung der normalen Hystereseschicht in zwei Einzelschichten getrennt gemessen werden. Dazu wurde ein spezieller Rotor angefertigt; die Innen- und die Außenschicht besitzen je ein eigenes Wellenende, so daß die beiden Drehmomentanteile einzeln gemessen werden können. Durch eine äußere Kupplung können sie aber auch fest miteinander verbunden werden, so daß sich der Rotor wie ein normaler verhalten muß. Der mechanische Aufbau ist in der Abb. 73 gezeigt. Die Dicke der Außenschicht

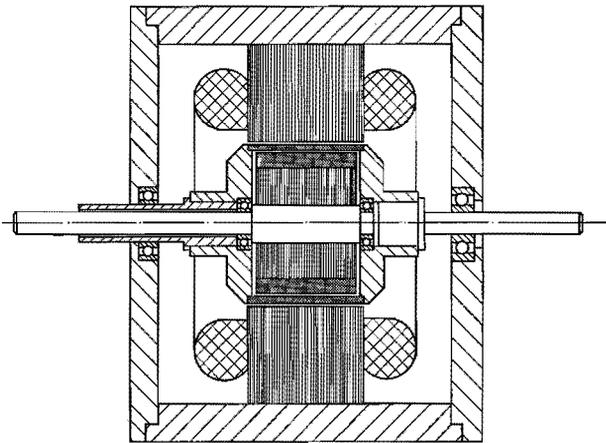


Abb. 73. Mechanischer Aufbau des Doppelläufer-Hysterese-motors. Die innere und die äußere Hystereseschicht haben je ein separates Wellenende.

wurde entsprechend dem Feldbild der Abb. 72 festgelegt. Danach wird die Dicke der Außenschicht der Größe der Nutöffnung gleichgesetzt, um zu erreichen, daß sich die wesentlichen Wirkungen der Nutung — soweit sie die Luftspaltschwankungen betreffen — in der Außenschicht abspielen, während die Innenschicht ein von der Nutung kaum gestörtes Feld vorfindet. Der Luftspalt

zwischen beiden Schichten ist sehr klein (0.05 mm), damit das Feldlinienbild möglichst mit dem eines normalen Rotors übereinstimmt. Der Kern der Innenschicht ist aus Dynamoblech hergestellt, so daß der radiale Feldlinienverlauf in dieser Schicht gut angenähert wird. Der Stator, in welchem der Doppelrotor betrieben wird, entspricht hinsichtlich der Parameter N , W/τ und S/τ_N dem in der Tabelle I beschriebenen Vergleichsstator. Die mit dem Doppelrotor durchgeführten Experimente zeigen wie erwartet recht unterschiedliches Verhalten beider Schichten. Der Innenrotor läuft synchron zur Drehfeldgrundwelle, während der Außenrotor keine feste Drehzahl hat, sondern sich auf die Synchrondrehzahlen verschiedener Drehfeldoberwellen einrasten läßt, sogar auf die in negativer Richtung umlaufenden. Die Einflüsse der Oberwellen sind so groß, daß der Einfluß des Hauptfeldes völlig untergeht. Im normalen Rotor, in dem beide Schichten fest miteinander verbunden sind, wird ein Teil des Drehmoments zum Mitnehmen der Außenschicht benötigt. Die von der Innenschicht, der Außenschicht und beiden zusammen (d. h. zusammengekoppelt) an der Welle abgegebene mechanische Leistung zeigt die Abb. 74. Das Hauptergebnis ist, daß die Leistung des Innenteils beträchtlich größer als die des Gesamtrotors ist. Hierin zeigt sich der Einfluß der Außenschicht auf das Verhalten des Gesamtrotors recht deutlich. Es ist auch verständlich, daß das zweite Modell, das ja die Vorgänge in der Außenschicht nicht erfaßt, für den Gesamtrotor keine genauen Resultate liefern kann.

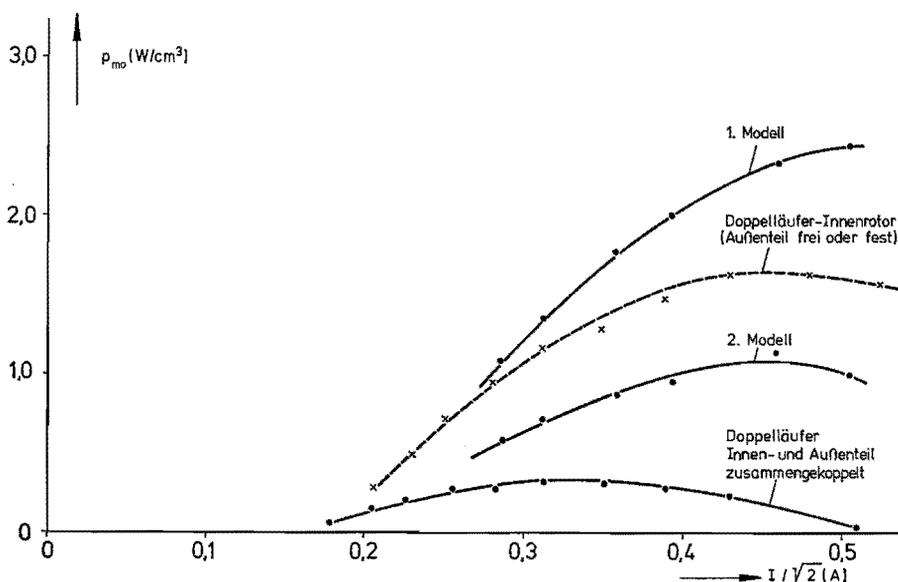


Abb. 74. Mittlere mechanische Leistung p_{m0} beider Modelle und des Doppelläufer-Motors als Funktion des Statorstroms. Eine Kurve zeigt die Leistung der mechanisch zusammengekoppelten Innen- und Außenschicht, eine andere Kurve die Leistung der Innenschicht allein. Dabei ist die Außenschicht einmal festgebremst, einmal frei drehbar. $f = 50$ Hz.

Der Doppelrotor zeigt das unterschiedliche Verhalten der beiden Schichten sehr anschaulich, der quantitative Vergleich der Leistung des Innenrotors mit dem zweiten Modell wird aber besser anhand des Vergleichsmotors nach Tabelle I vorgenommen. Das hat zwei Gründe:

- (1) sind im Doppelrotormotor z. T. aus konstruktiven Gründen die Längen des Statorblechpakets, der äußeren und der inneren Hystereseschicht unterschiedlich, und
 - (2) sollen die Einflüsse von Streuungen in den Daten des Hysteresematerials zwischen dem Doppelrotor und dem Vergleichsmotor ausgeschaltet werden.
- Der Vergleichsmotor wurde also entsprechend umgerüstet, und zwar wurde in die Statorbohrung ein dünnwandiger Zylinder aus Hysteresewerkstoff (aus derselben Legierung wie beim Rotor) eingesetzt. Dieser soll die Funktion des Außenteils des Doppelrotors übernehmen. Er kann sich zwar nicht frei drehen, aber die Experimente mit dem Doppelrotor zeigen, daß die Drehzahl des Außenteils nur geringen Einfluß auf die mechanische Leistung des Innenteils hat. Der Rotor des Vergleichsmotors wird entsprechend der Dicke des Hysteresezylinders abgeschliffen, und sein Verhalten wird so mit dem des Innenrotors vergleichbar, und er erfüllt dann auch weitgehend die Voraussetzungen, die im zweiten Modell vereinbart sind.

Die mechanische Leistung des Vergleichsmotors (in der umgebauten Version) ist in der Abb. 75 zusammen mit den für das erste und zweite Modell berechnete-

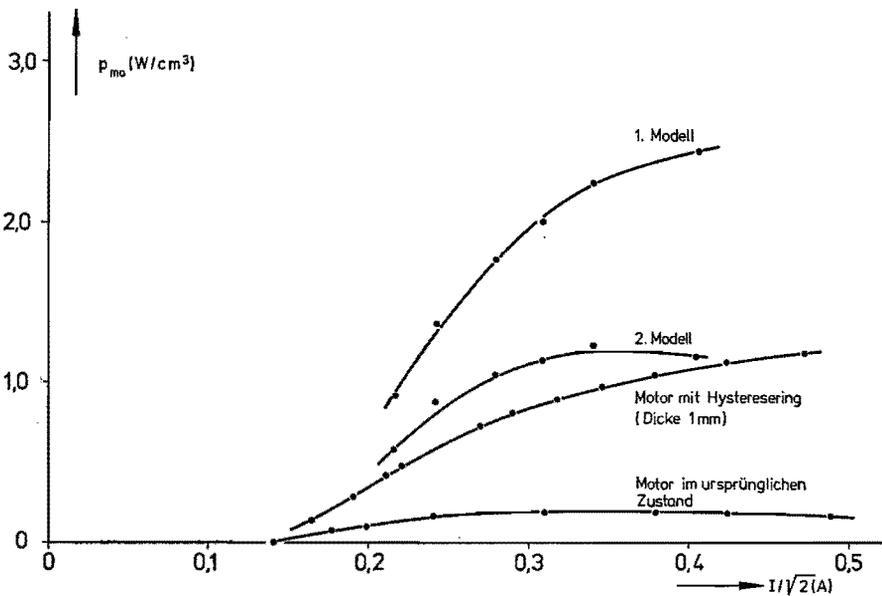


Abb. 75. Mittlere mechanische Leistung p_{m0} beider Modelle und des Vergleichsmotors. Dieser ist einmal im ursprünglichen Zustand gemessen, und einmal mit einem fest in die Statorbohrung eingesetzten Hysteresering. $f = 50$ Hz.

ten Leistungen gezeigt, dazu die Leistung des Vergleichsmotors vor dem Einbau des Hystereserings. Der Ring bewirkt eine beträchtliche Leistungssteigerung gegenüber dem Ausgangszustand. Daraus kann geschlossen werden, daß sich die Einflüsse der Nutung im wesentlichen im Ring auswirken, während der Rotor selbst nur geringfügig davon beeinflusst wird. Die Ummagnetisierungsvoraussetzungen im Rotor entsprechen damit weitgehend denen im zweiten Modell, und dies zeigt sich in der verbesserten Übereinstimmung zwischen der berechneten und der gemessenen Leistung.

Die noch nicht vollständige Übereinstimmung wird hauptsächlich als Folge von zwei Einflüssen gesehen, nämlich von restlicher Mischhysterese im Rotor und von Streuung der Materialeigenschaften. Die restliche Mischhysterese kann zwei Ursachen haben. Der Einfluß der Nutung nimmt zwar sehr schnell mit der Tiefe ab, aber eben doch nicht vollständig, so daß auch im Rotorinnern noch Nutzungseinflüsse bestehen, die aber im Modell nicht erfaßt werden. Zum andern gilt der im Modell für alle Harmonischen der Feldstärkewelle angenommene radiale Feldlinienverlauf nur für die niedrigen Harmonischen als gute Näherung, für die hohen Harmonischen aber weniger. Sie haben auch Tangentialkomponenten und befinden sich im Außenteil der Hystereseschicht. Im Modell werden dann im Spektrum der Feldstärkewelle mehr Harmonische angenommen als im Motor effektiv wirksam sind. Das Spektrum müßte somit reduziert werden, aber hierzu wäre ein genaueres Feldbild erforderlich.

Die in der Rechnung zugrundeliegenden Materialdaten stammen zwar von der gleichen Legierung, die im Motor verwandt wird, aber es ist kaum möglich, die Materialeigenschaften hundertprozentig zu reproduzieren.

5. ZUSAMMENFASSUNG

Das untersuchte zweite Modell stellt ein Näherungsmodell des Hysterese-motors dar. Das zentrale Problem ist die Berechnung der zeitlichen und der örtlichen Verteilung der Induktion b_H im Hysterese-material bei gegebener Verteilung der Feldstärke h_H . Die Beziehungen zwischen b_H und h_H — die Materialfunktion $b_H(h_H)$ — sind abhängig von Materialeigenschaften, dem Spektrum der Feldstärkewelle und von Randbedingungen. Die in der Motortheorie benötigten Materialeigenschaften sind derzeit nur für die Wechselhysterese meßbar, und diese wiederum sind vieldeutig und nichtlinear. Die Berechenbarkeit des Modellverhaltens ist also an die Voraussetzungen der Wechselhysterese gebunden. Die Hauptvoraussetzung dafür besteht darin, daß jedes Volumelement der Hysterese-schicht durch einen Feldvektor magnetisiert wird, der nur seinen Betrag und sein Vorzeichen, nicht aber seine räumliche Richtung ändert. Im Modell wird deshalb ein radialer Verlauf der Feldlinien der Feldstärke h_H (für das gesamte Spektrum) in der Hysterese-schicht angenommen. Der Verlauf der Feldlinien der Induktion b_H wird ebenfalls durch einen radialen Verlauf angenähert. Diese Näherung ist, wie der Vergleich mit Messungen zeigt, für einen Teil der Hysterese-schicht akzeptabel. In der Außenschicht treten jedoch infolge der Statornutung zusätzlich tangentielle Feldkomponenten auf. Diese führen zu Mischhysterese, die jedoch vom zweiten Modell nicht erfaßt werden kann.

Nach der Beschränkung auf Wechselhysterese liegt das Hauptproblem wieder in der Aussteuerung der vieldeutigen und nichtlinearen Materialfunktionen durch ein Frequenzspektrum. Grundlage für die Materialfunktionen sind die gemessenen Materialeigenschaften, für das Feldstärkespektrum die Wicklungsverteilung. In beiden Fällen werden die realen Zusammenhänge in den wesentlichen Punkten ohne die Verwendung von Näherungen im Modell abgebildet.

Die allgemeinen Materialfunktionen bestehen aus einer unendlichen Anzahl von Sekundärschleifen im Innern der Hysterese-schleife. Die Feldstärkewelle enthält — infolge der Wicklungsverteilung in eine endliche Nutenzahl — im Statorsystem x_s ortsabhängige Oberwellen, aus denen durch die zeitabhängige x_s-x_r -Transformation (nach Gl. 6) im x_r -System orts- und zeitabhängige Oberwellen werden. Wegen der Nichtlinearität der Materialfunktion $b_H(h_H)$ müssen in den zeit- und ortsabhängigen Feldgrößen alle Harmonischen simultan berücksichtigt werden. Die Vieldeutigkeit der Materialfunktion kann in eindeutige Beziehungen aufgelöst werden, wenn nur der stationäre Betrieb im Synchronlauf im Punkt des maximalen Drehmoments betrachtet wird.

Die Eigenschaften des Modells sind durch das Zusammenwirken des Feldstärkespektrums mit den Materialfunktionen bestimmt. Der b_H-h_H -Zusammenhang, der im oberwellenfreien Fall durch die statische Hysterese-schleife gegeben ist, ist hier zeitabhängig; er wird anschaulich durch die *dynamischen Hysterese-kurven* wiedergegeben. Die mittlere mechanische Leistung, die im oberwellen-

freien Fall durch die Hystereseschleife bestimmt ist, wird hier durch eine im Innern der Hystereseschleife liegende kleinere Schleife repräsentiert. Die mittlere Leistung wird gegenüber dem oberwellenfreien Fall reduziert. Dem liegt ein anhysteretischer Vorgang zugrunde, es treten trotz zeitlich periodischer Ummagnetisierungen in der Hystereseschicht keine Hystereseverluste auf.

Die Materialfunktion und damit die Materialeigenschaften haben auf die Modell- und Motoreigenschaften einen einmalig großen Einfluß, wie er in keiner andern Motorart vorkommt. Die Ableitung der Materialfunktion direkt aus gemessenen Materialeigenschaften beinhaltet die genaue Wiedergabe der Ummagnetisierungsvorgänge in der Hystereseschicht und damit auch die genaue Berechnung aller damit verknüpfter Größen. Damit stellen die Ergebnisse eine im Rahmen der Modellvereinbarung exakte Lösung dar.

Die Ansatzpunkte für eine Weiterführung der Theorie des Hysterese motors ergeben sich aus den Einschränkungen, die für das zweite Modell vereinbart werden mußten. Die Vorgänge in der Außenzone des Rotors, die durch Mischhysterese bestimmt sind, bedürfen der Klärung. Denn diese Zone hat, obwohl ihr Volumen nur ein kleiner Bruchteil des Gesamthysteresevolumens ist, einen beträchtlichen Einfluß auf den Gesamttrotor. Die Einbeziehung der Mischhysterese zieht allerdings die großen Probleme dieser Hystereseart nach sich. Zur Zeit scheint keine verwertbare Modellvorstellung dieser Hystereseart zur Verfügung zu stehen, es fehlen auch verwertbare Beziehungen zur Wechsel- oder zur Drehhysterese, so daß nur Näherungslösungen infrage kommen.

Verzeichnis der Formelzeichen

a	Strombelag, Momentanwert
\hat{A}	Strombelag, Scheitelwert
\hat{A}_ϱ	Strombelag, Scheitelwert der ϱ -ten Harmonischen
A_H	Flächeninhalt der Hystereseschleife
b	magnetische Induktion, Momentanwert
b_H	magnetische Induktion, Momentanwert, am Hysteresewerkstoff
\hat{b}_H	magnetische Induktion, Scheitelwert, am Hysteresewerkstoff
$\hat{b}_{H\nu,\mu}$	magnetische Induktion, am Hysteresewerkstoff, Scheitelwert der ν,μ -ten Harmonischen der Induktionswelle
\overline{b}_H	magnetische Induktion, zeitlicher Mittelwert am Hysteresewerkstoff
b_{Max}	magnetische Induktion, relatives Maximum der Induktionswelle
b_{Min}	magnetische Induktion, relatives Minimum der Induktionswelle
$B_{H\sigma}$	magnetische Induktion, b -Wert eines Punktes einer Hystereseschleife
$B_{HS\sigma}$	magnetische Induktion, b -Wert des inneren Umkehrpunktes einer Sekundärschleife
B_σ	magnetische Induktion, σ -ter Polynomkoeffizient
e	induzierte Spannung, Momentanwert
e_k	induzierte Spannung, Momentanwert der k -ten Phase
$e_{k,n}$	induzierte Spannung, Momentanwert der n -ten Harmonischen der k -ten Phase
e_p	induzierte Spannung, Polradspannung
f	Frequenz
f_1	Frequenz der Statorströme
f_s	Schlupffrequenz
h	magnetische Feldstärke, Momentanwert
h_H	magnetische Feldstärke, Momentanwert an der Hystereseschicht
\hat{H}	magnetische Feldstärke, Scheitelwert
\hat{H}_H	magnetische Feldstärke, Scheitelwert an der Hystereseschicht
$\hat{H}_{H\varrho}$	magnetische Feldstärke, an der Hystereseschicht, Scheitelwert der ϱ -ten Harmonischen
h_{Max}	magnetische Feldstärke, relatives Maximum der Feldstärkewelle
h_{Min}	magnetische Feldstärke, relatives Minimum der Feldstärkewelle
H_{Max}	magnetische Feldstärke, absolutes Maximum der Feldstärkewelle
H_{Min}	magnetische Feldstärke, absolutes Minimum der Feldstärkewelle
\overline{h}_H	magnetische Feldstärke, zeitlicher Mittelwert
h_H^*	magnetische Feldstärke, relative Feldstärkewelle (mit $\hat{I} = 1$)
$H_{H\varrho}$	magnetische Feldstärke, h -Wert eines Punktes einer Hystereseschleife
$H_{HS\sigma}$	magnetische Feldstärke, h -Wert des inneren Umkehrpunktes einer Sekundärschleife

H_σ	magnetische Feldstärke, σ -ter Polynomkoeffizient
i	Strom, Momentanwert
\hat{I}	Strom, Scheitelwert
k	Ordnungszahl
L	axiale Länge der Hystereseschicht
l_H	Dicke der Hystereseschicht
m	Phasenzahl
$m(t)$	Drehmoment, Momentanwert
m_0	Drehmoment, zeitunabhängiger Anteil
m'	Drehmoment, relativer Wert (bezogen auf 1. Modell)
Δm	Drehmomentschwankung
$\Delta m'$	Drehmomentschwankung, relativer Wert (bezogen auf 1. Modell)
M_σ	Permeabilität, σ -ter Polynomkoeffizient
n	Rotordrehzahl
n	Statorwindungsbelag, Momentanwert
n_k	Statorwindungsbelag, Momentanwert der k -ten Phase
\hat{N}	Statorwindungsbelag, Scheitelwert
\hat{N}_ϱ	Statorwindungsbelag, Scheitelwert der ϱ -ten Harmonischen
p_e	elektrische Leistung, Momentanwert
p_{ek}	elektrische Leistung, Momentanwert der k -ten Phase
p_{e0}	elektrische Leistung, zeitunabhängiger Anteil
p_H	Hystereseverlustleistung
p_m	mechanische Leistung, Momentanwert
p_{m0}	mechanische Leistung, zeitunabhängiger Anteil
r	Radialkoordinate
R	Rotordurchmesser
s	Schlupf
S	Nutslitzbreite
t	Zeit
T	Zeitperiode
v	Geschwindigkeit
w	Windungsbelag einer Einzelnut, Anteil einer Phase
w^*	Windungsbelag einer Einzelnut, Momentanwert
w	magnetische Energiedichte, Momentanwert
w_H	Hysteresearbeit
w_M	magnetische Energie, Momentanwert
w_{ph}	Windungszahl, Anteil einer Phase
W	Spulenweite
V_H	Hysteresevolumen
x_R	Rotorkoordinate, variabler Punkt
x_S	Statorkoordinate, variabler Punkt
X_R	Rotorkoordinate, fester Punkt

X	Hauptinduktivität
u_k	Klemmenspannung der k -ten Phase
$v_{\nu,\mu}$	lineare Geschwindigkeit der ν,μ -ten Harmonischen
δ	Luftspalt *)
ν	Ordnungszahl *)
μ	Ordnungszahl
ϱ	Ordnungszahl
σ	Ordnungszahl
τ	Polteilung *)
τ_N	Nutteilung *)
ω	mechanische Winkelgeschwindigkeit
ω_1	Kreisdrehfrequenz der Feldstärkegrundwelle
$\psi_{\nu,\mu}$	Phasenverschiebung der ν,μ -ten Harmonischen
ϕ	magnetischer Fluß
ϕ_t	verketteter magnetischer Fluß
$\lambda_{\nu,\mu}$	Wellenlänge der ν,μ -ten Harmonischen
μ_R	relative Permeabilität *)
μ'_R	relative Permeabilität, gescherter Wert
μ_{Stator}	relative Permeabilität des Stator Eisens

*) In den Computer-Plots steht für

δ = DELTA

ν = NY

τ = TAU

τ_N = TAUN

μ_R = MUER

Bemerkung.
$$\sum_{\nu} \equiv \sum_{\nu=-\infty}^{+\infty}$$

$$\sum_{\nu,\mu} \equiv \sum_{\nu=-\infty}^{+\infty} \sum_{\mu=-\infty}^{+\infty}$$

LITERATURVERZEICHNIS

- 1) H. Bausch, Die Feldverteilung in dreiphasigen HystereseMotoren, Techn. Rundschau Bern **40**, 1966.
- 2) M. A. Copeland und G. R. Slemon, An Analysis of the Hysteresis Motor, I - Analysis of the Idealized Machine, IEEE Trans. PAS-**82**, 34-42, 1963.
- 3) M. A. Copeland und G. R. Slemon, An Analysis of the Hysteresis Machine, II - The Circumferential-Flux Machine, IEEE Trans. PAS-**83**, 619-625, 1964.
- 4) M. A. Copeland, G. R. Slemon und M. A. Rahman, An Analysis of the Hysteresis Machine, III - Parasitic Losses, IEEE Trans. PAS-**88**, 954-961, 1969.
- 5) H. Dietrich, Hartmagnetische Werkstoffe für HystereseMotoren und HystereseKuppelungen, ETZ-A **87**, 665-673, 1966.
- 6) E. A. Guillemin, Mathematische Methoden des Ingenieurs, Wiley and Sons, New York-London, 1962, 547-558 und 574-575.
- 7) O. Henkel, Untersuchungen an hartmagnetischen Fe-Co-V-Legierungen für Rotoren in HystereseMotoren, Elektrie **16**, 200-204, 1962.
- 8) H. E. Jaeschke, Der HystereseMotor, Diss. TH Breslau, 1940.
- 9) H. E. Jaeschke, Magnetische Wechsel- und Drehhysterese, Arch. Elektrotechnik **37**, 413-443, 1943.
- 10) G. Jordan-Engelen und F. Reutter, Numerische Mathematik für Ingenieure, Bibliographisches Institut Mannheim, 1973, p. 227.
- 11) H. Jordan und H. Bausch, Strom und Drehmoment dreiphasiger HystereseMotoren, DEW-Techn. Ber. **6**, 71-80, 1966.
- 12) T. Kenjo, Slot Harmonic Losses of Hysteresis Motors, El. Eng. Japan **90**, 146-155, 1970.
- 13) H. Kuschel, W. Reibetanz, S. Wykowski und H. J. Keitel, Modellmäßige und rechnerische Ermittlung der eindimensionalen Verteilung der Feldgrößen in Materialien mit nichtlinearer Kennlinie, Vortrag IX Intern. Wiss. Koll. TH Ilmenau, 1964.
- 14) H. Liebsch, Läuferwerkstoffe für HystereseMotoren, Elektrie **16**, 230-233, 1962.
- 15) H. Mikolcic, Hysterese — Außenläufer-Spaltmotor, Diss. TU Berlin, 1971.
- 16) S. Miyairi und T. Kataoka, A Basic Equivalent Circuit of the Hysteresis Motor, El. Eng. Japan **85**, 41-50, 1965.
- 17) R. J. Parker und R. J. Studders, Permanent Magnets and their Applications, Wiley and Sons, New York-London, 1962.
- 18) E. Philippow, Einige aktuelle Probleme der nichtlinearen Elektrotechnik, Vortrag XIII Intern. Wiss. Koll. TH Ilmenau, 1968.
- 19) M. A. Rahman, Analytical Models for polyphase Hysteresis Motors, IEEE Trans. PAS-**92**, 237-242, 1973.
- 20) R. Richter, Elektrische Maschinen I, Birkhäuser Verlag, Basel und Stuttgart, 3. Auflage 1967, p. 171.
- 21) E. Riessland, Wirkungsweise und Betriebsverhalten des HystereseMotors, Elektrie **16**, 123-128, 1962.
- 22) E. Riessland, Zur Auswahl des optimalen Rotorwerkstoffs für HystereseMotoren, Elektrie **16**, 196-204, 1962.
- 23) S. D. T. Robertson und S. Z. G. Zaky, Analysis of the Hysteresis Machine I, IEEE Trans. PAS-**88**, 474-483, 1969.
- 24) H. C. Roters, The Hysteresis Motor, Advances which permit economical fractional horsepower ratings, AIEE Trans. **66**, 1419-1430, 1947.
- 25) Ch. P. Steinmetz, Theorie und Berechnung der Wechselstromschaltungen, Reuther & Reichard, Berlin, 1900, p. 160.
- 26) B. R. Teare, jr., Theory of Hysteresis Motor Torque, AIEE Trans. **59**, 907-912, 1940.
- 27) E. Wagner, Ein Beitrag zur Berechnung statischer Felder in nichtlinearen Medien, Vortrag XII Intern. Wiss. Koll. TH Ilmenau, 1967.
- 28) E. Wagner und S. Wykowski, Methoden für die Ermittlung des Verlaufs magnetischer und elektromagnetischer Felder in nichtlinearen Medien, Vortrag XIII Intern. Wiss. Koll. TH Ilmenau, 1968.
- 29) G. Wakui, Alternating Hysteresis and Rotational Hysteresis in the Hysteresis Motor, El. Eng. Japan **90**, 85-93, 1970.
- 30) R. Zurmühl, Praktische Mathematik, Springer, Berlin - Heidelberg - New York, 5. Auflage 1965, pp. 368-370.

STELLINGEN BIJ HET PROEFSCHRIFT VAN K.H. MEYER

I

Die materialkundlich noch wenig erforschte Mischhysterese kann näherungsweise durch Kombinationen von Wechselhysterese oder Rotationshysterese dargestellt werden. Es wäre interessant zu vergleichen, wie sich verschiedene denkbare Zerlegungsformen auswirken.

II

Es gibt zwar einen großen Bedarf an Hysteresewerkstoffen, aber — bis auf wenige Ausnahmen — keine spezielle Werkstoffentwicklung. Die Dauermagnetentwicklung, von der bisher Hysteresewerkstoffe abgezweigt wurden, geht aber in eine für Hysteresezwecke ungünstige Richtung, so daß mit einem Mangel an Werkstoffen zu rechnen ist.

III

Die Berechnung der Leistung eines Hysteresemotors über die Verlustziffer ergibt nur im Asynchronverlauf richtige Ergebnisse, im Synchronlauf kann sie zu Fehlern führen.

IV

Die gemeinsamen Eigenschaften, die der Synchronmotor und der Hysteresemotor im Synchronlauf haben, reichen zwar für eine gemeinsame Theorie, nicht aber für gemeinsame Dimensionierungsregeln.

V

Die recht günstigen Betriebseigenschaften des Hysteresemotors werden mit einem relativ hohen Preis erkaufte, was beim Vergleich verschiedener Synchronmotorarten leicht übersehen wird.

VI

Die durch Reklame vermittelte Information wird vom Konsumenten recht teuer bezahlt.

VII

Auch Staatshandelsländer können sich den Auswirkungen von Inflation nicht entziehen.

VIII

Dank der Flexibilität der Marktwirtschaft sind die in der Zentralverwaltungswirtschaft auftretenden Planungsfehler ausgleichbar.

IX

Die Grauganstheorie von Konrad Lorenz sollte nur bedingt auf andere Lebewesen übertragen werden.