

Het meten en verklaren van de karakteristieken van een hydrostatische wormmotor

Citation for published version (APA):

Kroonenberg, van den, H. H. (1966). *Het meten en verklaren van de karakteristieken van een hydrostatische wormmotor*. [Dissertatie 1 (Onderzoek TU/e / Promotie TU/e), Mechanical Engineering]. Waltman.
<https://doi.org/10.6100/IR97321>

DOI:

[10.6100/IR97321](https://doi.org/10.6100/IR97321)

Document status and date:

Gepubliceerd: 01/01/1966

Document Version:

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

www.tue.nl/taverne

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

openaccess@tue.nl

providing details and we will investigate your claim.

HET METEN EN VERKLAREN VAN
DE KARAKTERISTIEKEN VAN EEN
HYDROSTATISCHE WORMMOTOR

H. H. VAN DEN KROONENBERG

HET METEN EN VERKLAREN VAN
DE KARAKTERISTIEKEN VAN EEN
HYDROSTATISCHE WORMMOTOR

HET METEN EN VERKLAREN VAN DE KARAKTERISTIEKEN VAN EEN HYDROSTATISCHE WORMMOTOR

THE MEASUREMENT AND EXPLANATION OF THE
CHARACTERISTICS OF A HYDROSTATIC SCREW-MOTOR
WITH SUMMARY IN ENGLISH

PROEFSCHRIFT

TER VERKRIJGING VAN DE GRAAD VAN DOCTOR IN DE
TECHNISCHE WETENSCHAPPEN AAN DE TECHNISCHE
HOGESCHOOL TE EINDHOVEN, OP GEZAG VAN DE
RECTOR MAGNIFICUS DR. K. POSTHUMUS, HOOGLERAAR
IN DE AFDELING DER SCHEIKUNDIGE TECHNOLOGIE,
VOOR EEN COMMISSIE UIT DE SENAAT TE VERDEDIGEN
OP DINSDAG 15 NOVEMBER 1966, DES NAMIDDAGS
TE 4 UUR

DOOR

HENRICUS HUBERTUS VAN DEN KROONENBERG

werktuigkundig Ingenieur
geboren te Roggel

UITGEVERIJ WALTMAN - DELFT

DIT PROEFSCHRIFT WERD GOEDGEKEURD DOOR
DE PROMOTOR: PROF. DR. IR. W. M. J. SCHLÖSSER

Aan de nagedachtenis van mijn ouders

Op deze plaats betuig ik mijn dank aan allen
die aan het tot stand komen van dit proefschrift
hebben medegewerkt.

INHOUD

	Inleiding en samenvatting	11
HOOFDSTUK I	De meesleuromzetter	
	1. Inleiding	15
	2. De energieomzetting in pompen en motoren	17
	3. De meesleuropomp en de meesleurmotor	20
	4. Bijzondere gevallen bij meesleuropompen en motoren	23
HOOFDSTUK II	Het mathematisch model voor verdringeromzeters	
	1. Inleiding	26
	2. De mechanisch-hydraulische verliezen	26
	3. Volumetrische verliezen	32
HOOFDSTUK III	De invloed van meesleureffecten op de karakteristieken van de verdringeromzeters	
	1. Inleiding	34
	2. De karakteristieken van de verdringeromzetter met meesleureffecten	35
HOOFDSTUK IV	Het theoretisch slagvolume en het theoretisch moment van hydromotoren	
	1. Inleiding	40
	2. Het theoretisch slagvolume van hydromotoren	40
	3. De invloed van de geometrie van de hydromotor op het theoretisch slagvolume	41
	4. De invloed van de spelingen op het theoretisch slagvolume	47
	5. Het theoretisch moment van hydromotoren	48
HOOFDSTUK V	De invloed van de commutatie	
	1. Inleiding	51
	2. De commutatie	51
	3. De verliesarbeid van een verdringermachine ten gevolge van de commutatie	52
	4. Conclusie	53
HOOFDSTUK VI	Een beschrijving van de meetopstelling voor statische metingen aan verdringeromotoren	
	1. Inleiding	55
	2. De meetopstelling	58
	3. Het meten van drukverschillen	58
	4. Het meten van het aantal omwentelingen	59
	5. Het meten van een draaimoment	61
	6. Het meten van volumestromen	67
	7. Het instellen van de temperatuur	69

HOOFDSTUK VII	Het proefobject	
	1. Inleiding	71
	2. De invloed van het meesleu­rslag­volum­e	71
	3. De invloed van de elasticiteit van het motorhuis	71
	4. De invloeden van de commutator	71
	5. De invloed van de oneenparigheid van de volumestroom	72
	6. Motivering van de keuze van het proefobject	73
HOOFDSTUK VIII	Lekspleten en lekdoortochten in verdringerwerktuigen	
	1. Inleiding	74
	2. De lekstroom door de viscositeitsafhankelijke weerstand	75
	3. De lekstroom door de dichtheidsafhankelijke weerstand	76
	4. De serieschakeling van viscositeits- en dichtheidsafhankelijke weerstanden	77
	5. De omzetting van een serieschakeling van een viscositeitsafhankelijke en een dichtheidsafhankelijke weerstand in een parallelschakeling van een viscositeitsafhankelijke en een dichtheidsafhankelijke weerstand	80
	6. De verliescoëfficiënten C_{sv} en C_{st}	82
HOOFDSTUK IX	De „inwendige” weerstand	
	1. Inleiding	86
	2. De schematische voorstelling van de inwendige weerstand	86
	3. De invloed van de inwendige weerstand op de verliescoëfficiënten C_{sv} en C_{st}	87
	4. De invloed van de „inwendige weerstand” op de drukafhankelijke verliescoëfficiënt C_{pv}	90
HOOFDSTUK X	De invloed van de variatie van de viscositeit door temperatuur en druk op de stroming in een lekspleet	
	1. Over de samenhang van de druk, de temperatuur en de viscositeit	93
	2. De niet-isoviskeuze stroming door een lekspleet met bewegende wanden	94
	3. De invloed van de viscositeit op de lekstroom door een spleet	103
	4. De invloed van de viscositeit op de verliescoëfficiënt C_{sv} van een wormmotor	110
	5. De invloed van de variabele viscositeit op het viskeuze verliesmoment	111
	6. De invloed van de viscositeit op de verliescoëfficiënt C_{vv} van een wormmotor	119
HOOFDSTUK XI	Het scheiden van de lekstroom in een viscositeitsafhankelijk en een dichtheidsafhankelijk deel	
	1. Inleiding	121
	2. De $Q_s - 1/\mu$ grafiek bij een serieschakeling van een viscositeits- en een dichtheidsafhankelijke weerstand	121
	3. Een scheidingsmethode in viscositeitsafhankelijke en dichtheidsafhankelijke lekstromen bij aanwezigheid van serie-weerstanden	124
	4. Het verwerken der meetgegevens	125

HOOFDSTUK XII	De invloed van de variatie van de viscositeit op de lekstroom	
	1. Inleiding	129
	2. De invloed van het motortoerental op de lekstroom	129
	3. De invloed van toerental en viscositeit op de lekstroom	132
	4. De invloed van het drukverschil op de lekstroom	136
HOOFDSTUK XIII	Een grafische methode voor het scheiden van de mechanisch-hydraulische verliezen van een wormmotor	
	1. Inleiding	137
	2. De meetresultaten	137
	3. Het elimineren van het drukafhankelijke verliesmoment	137
	4. Het elimineren van het viscositeitsafhankelijke verliesmoment	143
	5. Het elimineren van het dichtheidsafhankelijke verliesmoment, en het bepalen van het constante verliesmoment	143
	6. Het dichtheidsafhankelijke verliesmoment M_t	143
	7. Het viscositeitsafhankelijke verliesmoment	152
	8. Het drukafhankelijke verliesmoment M_p	155
HOOFDSTUK XIV	Het gebied van de lage motortoerentallen	
	1. Inleiding	160
	2. Theoretische beschouwingen van het verliesmoment van hydro-motoren bij lage toerentallen	160
	3. Metingen bij lage snelheden	165
	Summary	167
	Literatuurlijst	169
	Lijst van gebruikte symbolen	169

INLEIDING EN SAMENVATTING

De bouw en de ontwikkeling van hydraulische apparatuur, heeft tot nu toe voornamelijk empirisch plaats. Praktijkervaring en het onderzoek van de optredende gebreken zijn de pijlers, waarop de constructeur van hydraulische pompen en motoren zijn constructies opbouwt. De ontwikkeling van de meettechniek opent de mogelijkheid, door metingen een beter inzicht te krijgen in het gedrag van hydraulische componenten. Het blijkt mogelijk te zijn, dit gedrag van de hydraulische pompen en motoren, in mathematische modellen vast te leggen. Hiermee krijgt de constructeur een rekengereedschap, dat hij bij het nastreven van een optimale werking van zijn produkt, kan hanteren. Het opstellen van een zo betrouwbaar mogelijk mathematisch model, is dan ook een taak, waaraan verschillende onderzoekers zich hebben gewijd.

In Amerika werd door Wilson een mathematisch model voor verdringerpompen en -motoren opgesteld. In dit mathematische model, wordt de invloed van de viscositeit van de hydraulische vloeistof, op de lekverliezen en op de mechanisch-hydraulische verliezen, in rekening gebracht. Het mathematische model van Wilson bleek echter in de praktijk niet te voldoen, omdat grote afwijkingen van het gedrag van de werkelijke pompen ten opzichte van het Wilson-model werden geconstateerd.

Dit model van Wilson werd in 1959 door Schlösser aangevuld. Naast de invloed van de viscositeit, werd nu ook de invloed van de dichtheid van de vloeistof in rekening gebracht. In [1] „Metten aan verdringerpompen” werd dit mathematische model beschreven, terwijl in een reeks later verschenen publicaties verdere meetresultaten werden vermeld.

In dit mathematische model wordt de invloed van de druk, de viscositeit en de dichtheid van de vloeistof op de lekstroom en op het verliesmoment door de dimensieloze verliescoëfficiënten C_{pv} , C_{vv} , C_{lv} , C_{sv} en C_{st} volgens schema I beschreven.

Schema I. De verliescoëfficiënten van het mathematisch model voor verdringeromzetter

invloed	druk	viscositeit	dichtheid
lekstroom	–	C_{sv}	C_{st}
verliesmoment	C_{pv}	C_{vv}	C_{lv}

Omdat bij het fysische model niet aan alle voorwaarden voldaan wordt, zullen afwijkingen van het gedrag van de werkelijke pomp of motor ten opzichte van

het mathematisch model blijven voorkomen. Aan het einde van zijn proefschrift wijst Schlösser op deze afwijkingen en op de noodzaak een verklaring voor deze afwijkingen te vinden met de woorden:

„Na deze tijd van voorbereidende werkzaamheden breekt nu de periode aan van toepassen van deze methodiek en van analyseren der gevonden resultaten. De nu volgende taak zal zijn, het verklaren van de veranderingen der pompcoëfficiënten: C_{sv} , C_{st} , C_{pv} , C_{tv} , bij veranderingen in de bedrijfsparameters: Δp , μ en ρ of zelfs in λ en σ .”

Om tot de verklaring der genoemde afwijkingen te kunnen komen is het noodzakelijk als meetobject een verdringermotor te kiezen welke zo weinig mogelijk aanleiding zal geven tot storende effecten die verkeerde interpretaties van de meetresultaten tot gevolg kunnen hebben. In de eerste vijf hoofdstukken worden in kort bestek de verschillende invloeden behandeld die bij de keuze van het proefobject een rol hebben gespeeld.

Uit de beschouwingen van de eerste vijf hoofdstukken volgt dat het meest geschikte proefobject de wormmotor is. Deze motor heeft geen meesleurlagvolume (hoofdstuk I, II en III), geen variatie in het afgegeven theoretische moment (hoofdstuk IV), geen doordraaislagvolume of schadelijke ruimte (hoofdstuk V) en geen invloed van de elasticiteit van het motorhuis op het slagvolume. In hoofdstuk VII worden de overwegingen welke hebben geleid tot de keuze van de wormmotor als proefobject nogmaals opgesomd. Aan het proefobject worden op een proefstand metingen verricht. De proefstand welke grotendeels overeenkomt met de in „Meten aan verdringerpompen” beschreven proefstand is in hoofdstuk VI beschreven. De grootheden die gemeten worden zijn in schema II opgegeven.

Schema II. De te meten grootheden

grootheden	hydraulisch	mechanisch
onafhankelijk variabelen	drukverschil Δp	toerental n
afhankelijk variabelen	volumestroom Q	moment M

Uit de metingen is het mogelijk lekstromen en verliesmomenten te bepalen.

Hoewel door de keuze van de wormmotor als proefobject reeds vele storende effecten zijn geëlimineerd, blijven toch nog invloeden over welke afwijkingen ten opzichte van het mathematisch model veroorzaken.

Volgens het door Schlösser opgestelde model, wordt de totale lekstroom opgebouwd uit een parallelschakeling van viskeuze en dichtheidsafhankelijke

lekstromen. Het feit dat naast de parallelschakelingen ook serieschakelingen van lekstromen voorkomen, heeft dan een afwijking ten opzichte van het mathematisch model ten gevolge.

In hoofdstuk VIII is de invloed van de serieschakelingen theoretisch uiteengezet. De te verwachten afwijkingen van het werkelijke verloop van de lekstromen ten opzichte van het mathematisch model worden door de meetresultaten volgens hoofdstuk XI volledig bevestigd.

Bij de opstelling van het mathematisch model is verondersteld dat de vloeistof niet samendrukbaar is. Aan deze eis wordt niet voldaan, omdat elke vloeistof enigszins samendrukbaar is. Naarmate de hoeveelheid meegesleurde lucht groter wordt, zal de invloed van de samendrukbaarheid een belangrijker rol gaan spelen. Bij hoge drukken, zal de invloed van de samendrukbaarheid van de vloeistof, merkbaar worden als een verkleining van de volumestroom aan de hogedrukszijde van een pomp en als een vergroting van de volumestroom aan de lagedrukszijde van een motor. Een volumestroommeting, welke nauwkeurig genoeg is om deze kleine verschillen betrouwbaar vast te stellen, is momenteel nog niet voldoende ontwikkeld. Het feit dat de proeven verricht werden aan een wormmotor waarover slechts een relatief klein drukverschil werd toegelaten, rechtvaardigt het om de vloeistof als niet samendrukbaar te beschouwen.

Het mathematische model is opgesteld voor een isoviskeuze vloeistof. In werkelijkheid is de viscositeit van de vloeistof afhankelijk van de temperatuur en van de druk.

In hoofdstuk X is een theoretische beschouwing gegeven over de verandering van de lekstroom door een spleet en over de verandering van het viskeuze wrijvingsmoment ten gevolge van de variatie van de viscositeit door de temperatuur en de druk. In hoofdstuk XII zijn lekstroommetingen opgenomen en is de afwijking die ten gevolge van de druk en de temperatuur op de viscositeit optreedt, vergeleken met de theoretisch volgens hoofdstuk X te verwachten afwijking. Het blijkt dat de meetresultaten zowel kwalitatief als kwantitatief de theorie bevestigen.

In hoofdstuk XIII wordt het totale verliesmoment met behulp van een grafische methode gesplitst in een drukafhankelijk, een viscositeitsafhankelijk, een dichtheidsafhankelijk en een constant verliesmoment.

De invloed van de verandering van de viscositeit ten gevolge van temperatuursverhoging door vloeistofwrijving, blijkt volgens hoofdstuk XIII overeen te stemmen met de in hoofdstuk X genoemde theoretisch te verwachten afwijkingen van het werkelijke gedrag van de motor ten opzichte van het mathematisch model.

In hoofdstuk XIV is het gebied van de lage motorsnelheid onderzocht. Uit de praktijk is bekend, dat het afgegeven moment van een hydromotor bij lage motorsnelheden sterk kan afnemen. De resultaten van hoofdstuk XIV wijzen

erop, dat dit verschijnsel analoog is aan de proefresultaten welke door Stribeck bij lage glij snelheden van lagers werden gevonden.

Schema III. De invloeden welke bij een wormmotor afwijkingen ten opzichte van het mathmatische model veroorzaken

invloed	theoretische beschouwingen		meetresultaten	
serieschakeling van viscositeitsafhankelijke en dichtheidsafhankelijke weerst.	hoofdstuk VIII	-----	hoofdstuk XI	-----
de inwendige weerstand van verdringeromzetters	hoofdstuk IX	hoofdstuk IX	-----	hoofdstuk XIII
de variabele viscositeit ten gevolge van de temperatuur en van de druk	hoofdstuk X	hoofdstuk X	hoofdstuk XII	hoofdstuk XIII
lage toerentallen	-----	hoofdstuk XIV	-----	hoofdstuk XIV
	volumetrisch	mechan.-hydr.	volumetrisch	mechan.-hydr.

Samenvattend zijn in schema III de invloeden welke afwijkingen ten opzichte van het mathematische model kunnen teweegbrengen opgenomen, met een verwijzing naar het hoofdstuk waarin bedoelde afwijking wordt behandeld. Nu het mogelijk blijkt het gedrag van hydromotoren in een mathematisch model vast te leggen en de afwijkingen ten opzichte van dit model bevredigend te verklaren, krijgt de constructeur van deze hydromotoren de gelegenheid zijn constructies op de proefstand te laten onderzoeken, waarna hij eventueel verbeteringen aan zijn constructies kan aanbrengen. Hiermee krijgt de hydrauliek de kans uit het tijdperk van de empirische ontwikkeling te treden en zijn produkten op een meer wetenschappelijke basis verder te vervolmaken.

DE MEESLEUROMZETTER

1. Inleiding

Onder een hydraulische omzetter verstaan we een werktuig waarin mechanische energie wordt omgezet in hydraulische energie, (pompwerking) of waarin transformatie van hydraulische energie in mechanische energie plaats vindt (motorwerking). De hydraulische omzetters kunnen worden onderverdeeld in: emmeromzetters, verdringeromzetters, impulsomzetters en meesleuromzetters.

In fig. I-1 is een indeling van de bestaande omzetters weergegeven met verwijzingen naar publikaties, waarin de betreffende omzetters worden besproken en met verwijzingen naar de afbeeldingen van de diverse omzetters.

1.	emmerpomp	lit. [1] fig. I-2	emmermotor	lit. [1] fig. I-2
2.	verdringerpomp	lit. [2, 3] fig. I-3	verdringermotor	lit. [2, 3] fig. I-4
3.	impulspomp	lit. [7, 8] fig. I-5	impulsmotor	lit. [9] fig. I-6
4.	meesleuropomp	lit. [3, 4, 5] fig. I-7		

Fig. I-1. Overzicht van hydraulische omzetters

Tot de impulspompen behoren de centrifugaalpomp en de schroefpomp, terwijl de impulsmotoren worden vertegenwoordigd door de waterturbines. Een combinatie van impulspomp en impulsmotor is aanwezig in de hydrokinetische overbrengingen.

Meesleurmotoren zijn niet bekend, maar analoog aan de opsplitsing van de onder 1 t/m 3 genoemde hydraulische omzetters in pompen en motoren, wordt hier de meesleurmotor als een te verwezenlijken werktuigbouwkundige constructie behandeld.

Uit de hier gegeven indeling van de verschillende soorten pompen en motoren mag niet de conclusie worden getrokken, dat de werking van de diverse omzetters volledig berust op het principe waaraan de omzetter zijn naam ontleent.

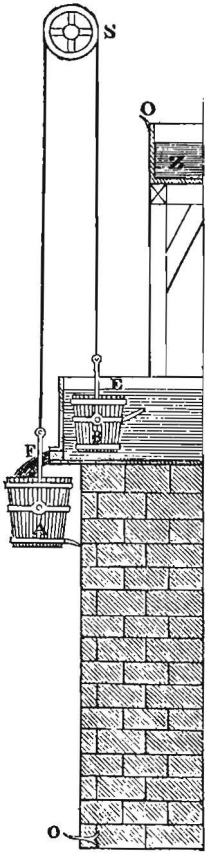


Fig. I-2 Door een emmermotor aangedreven emmerpomp, zoals door Gironimo Finugio in 1616 beschreven.

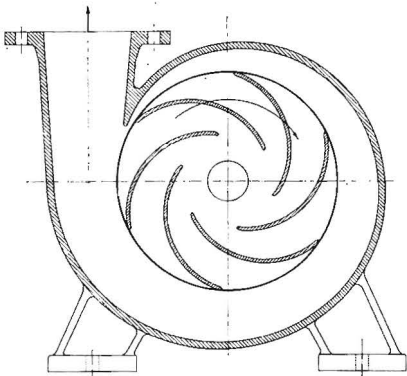


Fig. I-5 Impulspomp.

Fig. I-3 Verdringerpomp.

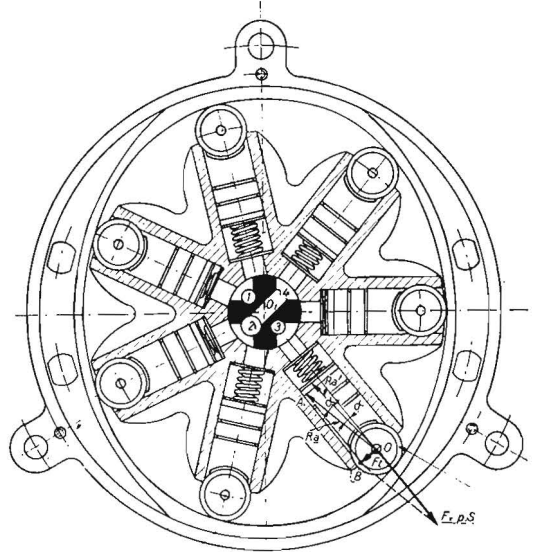
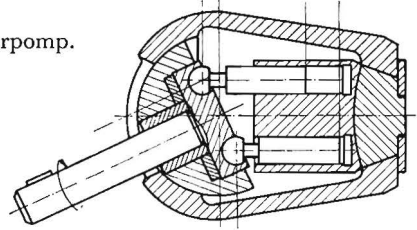


Fig. I-4 Verdringermotor.

Fig. I-6 Impulsmotor.

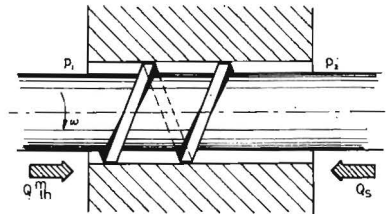
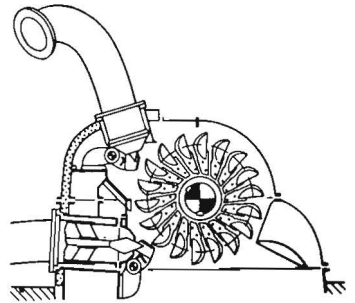
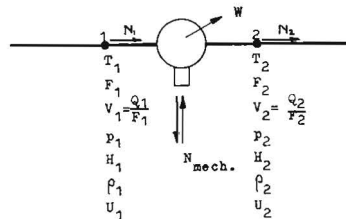


Fig. I-7 Meesleurpomp van het gesloten type.

Bij een verdringeromzetter bijvoorbeeld, is meestal een aanwijsbare meesleurwerking aanwezig, omdat in de lekspleten van de verdringeromzetter zich verschijnselen afspeelen, die analoog zijn aan de verschijnselen welke bij de meesleuromzeters optreden. Een behandeling van de verdringeromzeters, zonder daarbij de werking van de meesleuromzetter te onderzoeken, is dan ook niet volledig. Reden waarom in de volgende paragrafen eerst de meesleurpomp en de meesleurmotor worden behandeld.

2. De energieomzetting in pompen en motoren

Voor elk der pomp- en motortypen die in de inleiding zijn genoemd, geldt de volgende energiebeschouwing welke uitvoeriger in [10] is uiteengezet.



T	temperatuur van de vloeistof	$[\Theta]$
F	leidingdoorsnede-oppervlak	$[L^2]$
v	gemiddelde snelheid van de vloeistof	$[LT^{-1}]$
p	statische druk in de vloeistof	$[ML^{-1}T^{-2}]$
H	geodetische hoogte	$[L]$
ρ	dichtheid van de vloeistof	$[ML^{-3}]$
U	inwendige energie van de vloeistof	$[L^2T^{-2}]$
N_{mech}	mechanische energiestroom	$[ML^2T^{-3}]$
W	warmtestroom	$[ML^2T^{-3}]$
Q	volumestroom van de vloeistof	$[L^3T^{-1}]$

Fig. I-8. De grootheden die betrekking hebben op de energievergelijking.

De energiestromen in de punten 1 en 2 van de hydraulische leiding volgens figuur I-8 worden gegeven door de energievergelijking. Onder de voorwaarden welke in [10] genoemd zijn, o.a. $W = 0$ (geïsoleerd opgestelde omzetter) en $\rho = \text{constant}$ (volumeconstante vloeistof) * kan de energievergelijking voor de quasi-statische toestand worden geschreven als:

$$\rho v_2 F_2 \left(U_2 + \frac{p_2}{\rho} + \frac{1}{2} v_2^2 + g H_2 \right) - \rho v_1 F_1 \left(U_1 + \frac{p_1}{\rho} + \frac{1}{2} v_1^2 + g H_1 \right) = N_{mech} \quad \text{(I-2-1)}$$

Bij de hydrostatische energieoverdracht streeft men ernaar het verschil in kinetische energie tussen de 2 beschouwde punten zo klein mogelijk te houden.

* De invloed van de samendrukbaarheid van de vloeistof is numeriek zeer gering. In hoofdstuk V wordt hierop nader ingegaan.

Met $v_1 = v_2$ en met $\rho v_1 F_1 = \rho v_2 F_2 = Q_m$, waarin Q_m de massastroom voorstelt schrijven we, als $H_1 = H_2$, formule (I-2-1) als:

$$Q_m(U_2 - U_1) + (p_2 - p_1)Q = N_{\text{mech}} \dots \dots \dots \quad (\text{I-2-2})$$

Als mechanische energie wordt toegevoerd is N_{mech} positief en zal p_2 groter zijn dan p_1 . De omzetter werkt in dit geval als pomp. Indien de omzetter als hydromotor werkt, wordt mechanische energie afgevoerd waardoor N_{mech} negatief is. In dit geval is p_1 groter dan p_2 .

De eerste term van het linkerlid van vergelijking (I-2-2) geeft de verandering van de inwendige energiestromen tussen de beide beschouwde punten aan, welke verandering ook geschreven kan worden als: $Q \rho C_v (T_2 - T_1)$.

De tweede term geeft de hydrostatische energiestroom $\Delta p Q_e$ aan welke in een pomp uit de toegevoerde mechanische energiestroom N_{mech} is ontstaan of die in een motor in een mechanische energiestroom wordt omgezet. Hierin is Q_e de optredende effectieve volumestroom.

Aan de hand van figuur I-9 gaan we iets dieper in op de omzetting van mechanische energie in hydraulische energie of omgekeerd.

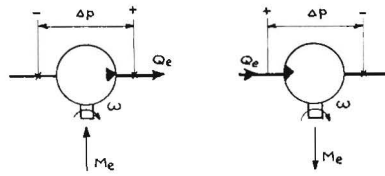


Fig. I-9 Algemeen schema van de niet-verliesvrije pomp en motor.

De toe- of afgevoerde mechanische energie bedraagt:

$$N_{\text{mech}} = M_e \omega \dots \dots \dots \quad (\text{I-2-3})$$

Het bij een pomp toe te voeren koppel M_e is ten gevolge van de mechanisch-hydraulische verliezen groter dan het theoretisch benodigde koppel M_{th} , terwijl het afgegeven koppel van een hydromotor kleiner is dan het theoretische koppel zodat we kunnen schrijven:

$$M_e = M_{th} \pm M_s \dots \dots \dots \quad (\text{I-2-4})$$

Hierin is M_s het verlieskoppel.

Formule (I-2-3) kan nu met behulp van (I-2-4) geschreven worden als:

$$M_e \omega = M_{th} \omega \pm M_s \omega \dots \dots \dots \quad (\text{I-2-5})$$

Ofwel:

$$N_{\text{mech}} = N_{th} \pm N_{s_{\text{mech}}} \dots \dots \dots \quad (\text{I-2-6})$$

Hierin is $N_{s_{\text{mech}}}$ het mechanisch-hydraulische verlieskoppel.

De netto hydrostatische energiestroom welke bij een pomp beschikbaar komt, respectievelijk aan een motor wordt toegevoerd schrijven we als:

$$N_{hydr} = \Delta p Q_e \quad \dots \dots \dots (I-2-7)$$

Het afgegeven hydrostatische vermogen is bij een pomp kleiner dan het theoretische vermogen omdat de effectieve volumestroom Q_e ten gevolge van optredende lekverliezen kleiner is dan de theoretische volumestroom Q_{th} . Bij een motor is Q_e om dezelfde reden groter dan Q_{th} , zodat we kunnen schrijven:

$$Q_e = Q_{th} \mp Q_s \quad \dots \dots \dots (I-2-8)$$

Hierin is Q_s de lekstroom.

Uit (I-2-8) volgt:

$$\Delta p Q_e = \Delta p Q_{th} \mp \Delta p Q_s \quad \dots \dots \dots (I-2-9)$$

Combineren van (I-2-7) en (I-2-9) levert op:

$$N_{hydr} = N_{th} \mp N_{svol} \quad \dots \dots \dots (I-2-10)$$

Hierin is N_{svol} het volumetrische verliesvermogen. Het totale verliesvermogen bedraagt:

$$N_s = \pm (N_{mech} - N_{hydr}) \quad \dots \dots \dots (I-2-11)$$

Uit (I-2-6), (I-2-10) en (I-2-11) volgt dus:

$$N_s = N_{smech} + N_{svol} \quad \dots \dots \dots (I-2-12)$$

Schematisch kan de energieomzetting in een pomp en in een motor dus worden voorgesteld als in figuur I-10 is afgebeeld.

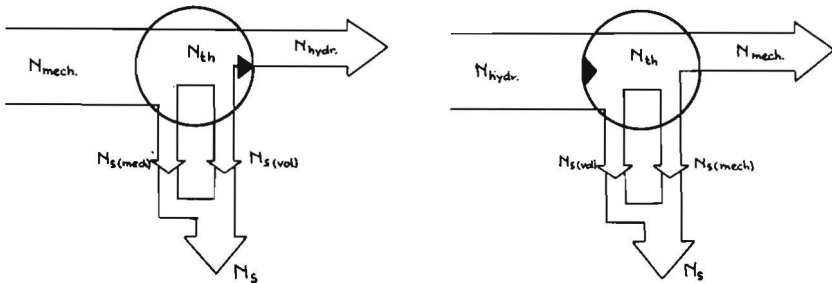


Fig. I-10 De energieomzetting in een pomp en in een motor.

Uit de formules (I-2-6) en (I-2-10) volgt de belangrijke betrekking welke voor pomp en motor geldig is:

$$N_{th} = \Delta p Q_{th} = \omega M_{th} \quad \dots \dots \dots (I-2-13)$$

Hieruit leiden we af:

$$M_{th} = \frac{\Delta p Q_{th}}{\omega} \dots \dots \dots (I-2-14)$$

De theoretische volumestroom Q_{th} is gelijk aan het produkt van het toerental n en het theoretische slagvolume W_{th} .

$$Q_{th} = nW_{th} \dots \dots \dots (I-2-15)$$

Formule (I-2-14) schrijven we met (I-2-15) en met $\omega = 2\pi n$ als:

$$M_{th} = \frac{\Delta p W_{th}}{2\pi} \dots \dots \dots (I-2-16)$$

Dit is de uitdrukking voor het theoretische moment, die in de volgende paragrafen steeds zal worden gehanteerd.

3. De meesleurpomp en de meesleurmotor

Voor de meesleurpomp en -motor zullen de grootheden M_e en Q_e worden afgeleid.

We veronderstellen dat de stroming in de meesleuromzetter volgens figuur I-11 laminair is, dat de viscositeit van de vloeistof constant blijft en dat de soortelijke massa van de vloeistof geen invloed heeft. De rotor heeft een hoeksnelheid ω .

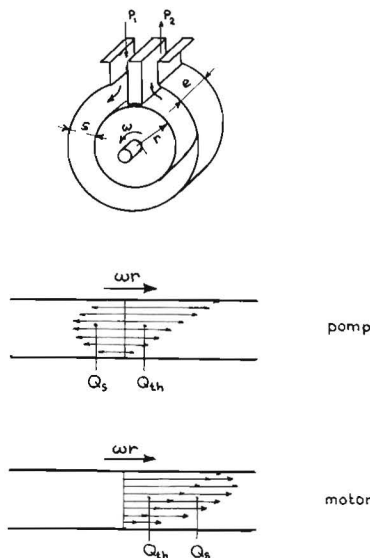


Fig. I-11 De vloeistofstroming in de meesleuromzetter.

Als het drukverschil over een spleet volgens figuur I-11, waarvan de wanden een relatieve snelheid ωr ten opzichte van elkaar hebben gelijk is aan $p_2 - p_1$, volgt uit de stromingsleer de uitdrukking voor de effectieve volumestroom door deze spleet:

$$Q_e = \frac{es\omega r}{2} - \frac{es^3(p_2 - p_1)}{12\mu l} \dots \dots \dots \text{(I-3-1)}$$

Voor een pomp is $p_2 > p_1$, zodat de effectieve volumestroom kleiner wordt bij toenemend drukverschil, terwijl voor een motor met $p_1 > p_2$ de effectieve volumestroom groter wordt naarmate het drukverschil toeneemt.

Bij de beschouwingen is aangenomen dat $s \ll r$ zodat de gebogen spleet van figuur I-11 als een vlakke spleet kan worden behandeld. De invloed van de noodzakelijke dam tussen p_2 en p_1 wordt verwaarloosd, zodat l uit formule (I-3-1) gelijk is aan $2\pi r$.

Formule (I-3-1) kan ook worden geschreven als:

$$Q_e = Q_{th} \mp Q_s \dots \dots \dots \text{(I-3-2)}$$

De eerste term van het rechterlid van formule (I-3-1) en (I-3-2) geeft de meesleurstroming aan, terwijl de tweede term de lekstroom van de hogedrukzijde naar de lagedrukzijde voorstelt.

Het moment dat aan de rotoras van een meesleurpomp moet worden uitgeoefend respectievelijk het moment dat aan de as van een meesleurmotor ter beschikking komt kan worden berekend uit de viskeuze wrijving die de rotor van de vloeistof ondervindt.

Aan de stromingsleer ontleen we de betrekking voor de viskeuze wrijving aan een bewegend oppervlak:

$$\tau = - \left\{ \frac{(p_2 - p_1)s}{2l} + \frac{\mu\omega r}{s} \right\} \dots \dots \dots \text{(I-3-3)}$$

Het effectieve moment wordt nu:

$$M_e = -\tau e l r \dots \dots \dots \text{(I-3-4)}$$

$$M_e = \frac{(p_2 - p_1)res}{2} + \frac{\mu l \omega r^2 e}{s} \dots \dots \dots \text{(I-3-5)}$$

Hierin is de eerste term van het rechterlid het moment dat moet worden uitgeoefend om de vloeistof in een meesleurpomp van de druk p_1 op p_2 te brengen, terwijl in een meesleurmotor het moment wordt aangegeven dat onder gelijktijdige drukafname van p_1 naar p_2 aan de as vrijkomt.

Dit moment is dus het theoretische moment M_{th} . De formule (I-3-5) kan ook geschreven worden als:

$$M_e = M_{th} \pm M_s \dots \dots \dots \text{(I-3-6)}$$

Dat het theoretische moment van een meesleuromzetter gelijk is aan $\Delta p_{res}/2$

volgt ook uit de energiebeschouwing welke in de vorige paragraaf gegeven is.

Uit de formules (I-3-1) en (I-3-2) volgt:

$$Q_{th} = \frac{es\omega r}{2} \dots \dots \dots (I-3-7)$$

Na invullen van (I-3-7) in (I-2-14) krijgen we:

$$M_{th} = \frac{\Delta p_{res}}{2} \dots \dots \dots (I-3-8)$$

hetgeen in overeenstemming is met formule (I-3-5) en (I-3-6).

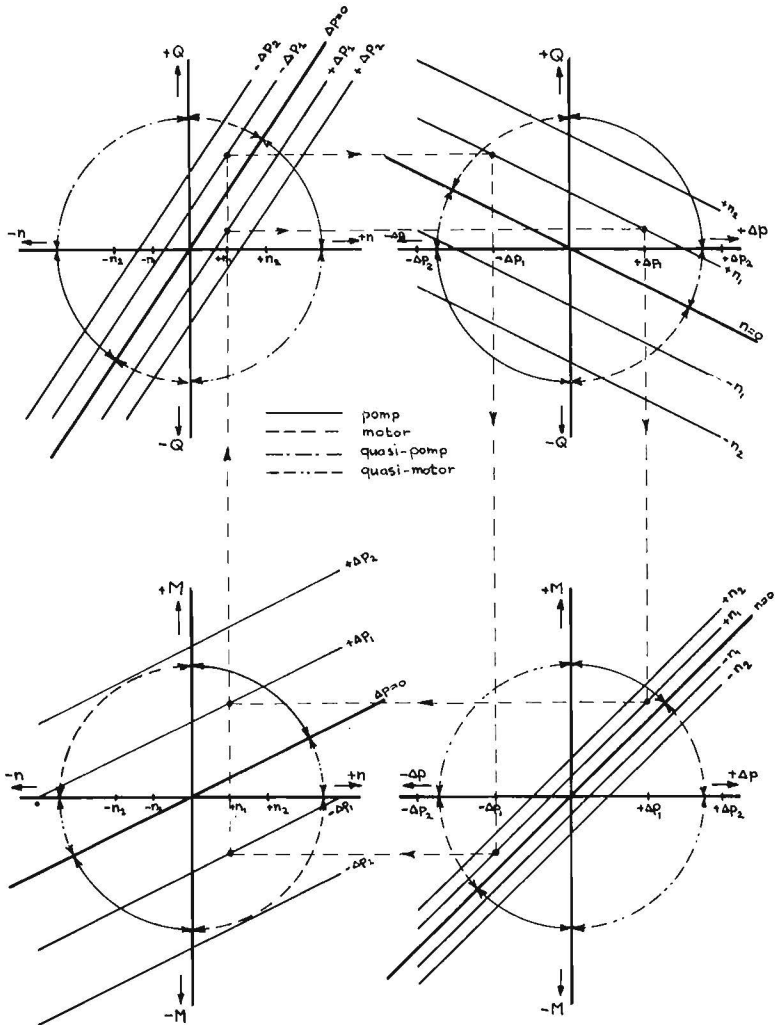


Fig. I-12 De karakteristieken van de meesleuomzetter.

Uit de opbrengstvergelijking (I-3-7) volgt het theoretische slagvolume van de meesleuromzetter.

$$W_{th} = \frac{Q_{th}}{n} \dots \dots \dots (I-3-9)$$

Na invullen van (I-3-7) in (I-3-9) volgt hieruit met $\omega = 2\pi n$:

$$W_{th} = \pi e s r \dots \dots \dots (I-3-10)$$

In figuur I-12 zijn de formules waardoor de effectieve volumestroom en het effectieve moment van de meesleuromzetter worden gegeven grafisch voorgesteld.

In de figuur zijn de gebieden waarin de omzetter als pomp of als motor werkt aangegeven. De gebieden waarin de pomp een negatieve volumestroom levert noemen we de gebieden van de quasipompen. In feite wordt hierdoor de toestand aangegeven waarbij de meesleuwpomp is aangesloten op een reservoir waarin een hogere druk heerst dan de druk die door de meesleuwpomp bij positieve pompopbrengst kan worden bereikt. De lekstroom is hier dus groter dan de meesleurstroom en de effectieve pompopbrengst wordt negatief. Bij praktische toepassingen van meesleuwpompen zal dit gebied niet bereikt worden. In de verdringermachine, waarbij de spleten een meesleuwerking kunnen hebben zal deze toestand echter herhaaldelijk optreden. De gebieden waarin de motor een moment afgeeft dat tegengesteld gericht is aan het drukverschil over de motor noemen we de gebieden van de quasimotor. Hier is de motorsnelheid groter dan het drukverschil kan bewerkstelligen. In de praktijk komt deze toestand niet voor, maar in de spleten van een verdringermachine speelt dit verschijnsel een grote rol.

4. Bijzondere gevallen bij meesleuwpompen en motoren

We beschouwen nu enkele bijzondere gevallen waarop bij de behandeling van de spleten in de verdringerpomp en -motor zal worden teruggegrepen.

1e geval De effectieve volumestroom van een meesleuwpomp is nul ($Q_e = 0$)

Uit formule (I-3-1) volgt voor dit geval:

$$\frac{e s \omega r}{2} = \frac{e s^3 \Delta p}{12 \mu l} \dots \dots \dots (I-4-1)$$

De schuifstroming is in dit geval gelijk aan de tegengesteld gerichte drukstroming.

Voor het drukverschil volgt uit formule (I-4-1)

$$\Delta p = \frac{6 \mu l \omega r}{s^2} \dots \dots \dots (I-4-2)$$

Het theoretische moment volgt uit de formules (I-3-8) en (I-4-2).

$$M_{th} = \frac{3\mu\omega r^2 e}{s} \dots \dots \dots (I-4-3)$$

Het effectieve moment wordt nu:

$$M_e = \frac{\mu\omega r^2 e}{s} + \frac{3\mu\omega r^2 e}{s} \dots \dots \dots (I-4-4)$$

2e geval *Het drukverschil over een meesleerpomp is nul* ($\Delta p = 0$)

Uit formule (I-3-1) volgt de uitdrukking voor de effectieve opbrengst:

$$Q_e = \frac{es\omega r}{2} \dots \dots \dots (I-4-5)$$

Omdat Δp gelijk is aan nul is er in dit geval geen lekstroom aanwezig.

Uit formule (I-3-5) volgt:

$$M_e = \frac{\mu\omega r^2 e}{s} \dots \dots \dots (I-4-6)$$

Het effectieve moment is in zijn geheel verliesmoment.

3e geval *De snelheid van de meesleurmotor is nul* ($\omega = 0$)

Het moment aan de motoras volgt nu met $\omega = 0$ uit formule (I-3-5)

$$M_e = \frac{\Delta p e s r}{2} = M_{th} \dots \dots \dots (I-4-7)$$

Het effectieve moment is in dit geval gelijk aan het theoretische moment. Er is dus geen verliesmoment aanwezig.

Uit formule (I-3-1) volgt, dat voor $\omega = 0$ de effectieve volumestroom gelijk is aan de lekstroom Q_s

$$Q_e = \frac{es^3 \Delta p}{12\mu l} = Q_s \dots \dots \dots (I-4-8)$$

De theoretische volumestroom is in dit geval gelijk aan nul omdat ω gelijk aan nul is.

4e geval *Het effectieve moment aan een meesleurmotor is nul* ($M_e = 0$)

Dit kan worden verwezenlijkt door de motor niet te belasten. Uit formule (I-3-5) volgt voor de motor:

$$\frac{\Delta p e s r}{2} = \frac{\mu\omega r^2 e}{s} \dots \dots \dots (I-4-9)$$

Het theoretische moment is in dit geval gelijk aan het verliesmoment.

De motorsnelheid wordt nu:

$$\omega = \frac{\Delta p s^2}{2 \mu l r} \dots \dots \dots (I-4-10)$$

Hieruit volgt de theoretische volumestroom door combinatie van (I-3-9) met (I-3-10) en (I-4-10)

$$Q_{th} = \frac{\Delta p e s^3}{12 \mu l} \dots \dots \dots (I-4-11)$$

De effectieve volumestroom volgt na invullen van (I-4-10) in (I-3-1)

$$Q_e = \frac{\Delta p e s^3}{3 \mu l} \dots \dots \dots (I-4-12)$$

Met de hierboven afgeleide betrekkingen voor de bijzondere gevallen van de meesleuropomp en -motor kunnen de verschijnselen welke zich in de lekspleten van verdringermotoren afspelen worden geanalyseerd.

In [3] zijn de maximaal bereikbare rendementen voor meesleuropompen afgeleid. Constructieve gegevens en meetresultaten aan meesleuropompen worden gegeven in [5].

In figuur I-11 bestaat de werkzame lengte van de meesleuromzetter uit één rotorotrek. (De scheidingsdam wordt verwaarloosd.) Deze werk lengte kan echter vergroot worden door de spleet als een spiraal om de rotor te wikkelen. In [5] en [6] zijn pompen volgens deze uitvoering beschreven. In deze vorm worden meesleuropompen vaak als afdichtingselement gebruikt [6].

Het begrip meesleurmotor wordt in de literatuur niet genoemd. Constructieve uitvoeringen zijn niet bekend. Toch is de theorie van de meesleurmotor in verband met de analoge verschijnselen in lekspleten zeer belangrijk. Vandaar dat in dit hoofdstuk de meesleurmotor naast de meesleuropomp aan een theoretische beschouwing is onderworpen.

HET MATHEMATISCH MODEL VOOR VERDRINGEROMZETTERS

1. Inleiding

Voor een verliesvrije pomp of motor geldt volgens hoofdstuk I, dat het theoretisch moment aan de pomp- of motoras gelijk is aan:

$$M_{th} = \frac{\Delta p W_{th}}{2\pi} \dots \dots \dots (II-1-1)$$

Ten gevolge van de mechanisch-hydraulische verliezen, zal het moment aan de pompas groter zijn dan M_{th} en zal het moment aan de motoras kleiner zijn dan M_{th} .

De volumestroom die door een verliesvrije pomp wordt geleverd, of door een verliesvrije motor wordt opgenomen, is eveneens volgens hoofdstuk I:

$$Q_{th} = n W_{th} \dots \dots \dots (II-1-2)$$

Ten gevolge van de volumetrische verliezen, zal de afgegeven volumestroom van een pomp kleiner zijn dan Q_{th} . De aan een motor toe te voeren volumestroom zal daarentegen groter zijn dan Q_{th} .

De bovengenoemde verliezen, zijn door Schlösser in een mathematisch model opgenomen. Dit mathematisch model, zal in de volgende paragrafen beknopt worden behandeld, om als uitgangspunt voor verdere beschouwingen te dienen.

2. De mechanisch-hydraulische verliezen

In deze paragraaf zullen de mechanisch-hydraulische verliestermen welke in het mathematisch model zijn opgenomen in het kort worden aangeduid. Voor uitvoerige informatie over deze verliezen kan worden verwezen naar [2].

2.1 *Verliezen die evenredig zijn met het drukverschil Δp*

Het verliesmoment, dat een functie is van Δp , wordt geschreven als:

$$M_p = C_{pv} \frac{\Delta p W_{th}}{2\pi} \dots \dots \dots (II-2-1)$$

Hierin is C_{pv} een dimensieloze verliescoëfficiënt, die aangeeft welk gedeelte

van het theoretisch moment: $\frac{\Delta p W_{th}}{2\pi}$, aan drukafhankelijke verliezen verloren gaat.

Voor M_p kunnen we volgens [11] schrijven:

$$M_p = \Delta p \Sigma F_p \cdot f_r \cdot r \dots \dots \dots (II-2-1a)$$

Hierin is F_p een oppervlak, f_r een wrijvingscoëfficiënt en r de straal waarop de wrijvingskracht $\Delta p \cdot F_p \cdot f_r$ aangrijpt.

Voor C_{pv} kunnen we derhalve schrijven:

$$C_{pv} = \frac{\Sigma F_p \cdot f_r \cdot r}{\left(\frac{W_{th}}{2\pi}\right)} \dots \dots \dots (II-2-1b)$$

Het integrale verliesmoment M_p is alleen opgebouwd uit die drukafhankelijke verliesmomenten welke veroorzaakt worden door wrijving in rollende lagers en door Coulomb-wrijving. De invloed van de druk op de viscositeit levert ook een drukafhankelijk verliesmoment op, dat echter bij het integrale viskeuze verliesmoment moet worden ondergebracht.

2.2 Viskeuze wrijvingsverliezen

Alle bewegende delen in de motor die met de viskeuze vloeistof in aanraking komen zullen een bijdrage leveren aan het integrale viscositeitsafhankelijke verliesmoment M_v . Beschouwen we een oppervlak F_v dat een viskeuze wrijving ondervindt en dat op een afstand r van de rotatieas van de motor is gelegen, dan is het viskeuze wrijvingsmoment, dat nodig is om dit oppervlak met een hoeksnelheid ω om de as te laten roteren, gelijk aan:

$$M_v = \tau F_v r \dots \dots \dots (II-2-2)$$

Zie hiervoor figuur II-1.

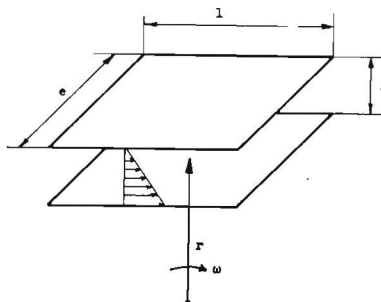


Fig. II-1. Viskeuze wrijving aan twee ten opzichte van elkaar bewegende oppervlakken.

De schuifspanning τ is afhankelijk van de snelheid ω en van een eventueel drukverschil over de spleet. We zullen nu afhankelijk van het drukverschil over de spleet 3 gevallen beschouwen.

a. *Het drukverschil over de spleet is nul*

Dit geval kan worden beschouwd als een bijzonder geval van een meesleurpomp. In hoofdstuk I is dit als 2e geval van een meesleurpomp behandeld. Zie verder figuur II-2.

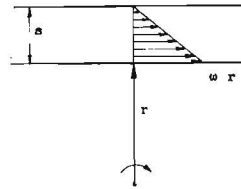


Fig. II-2. Schuifstroming in een spleet.

Het wrijvingsmoment is in dit geval volgens formule (I-2-33) van hoofdstuk I:

$$M = \frac{\mu \omega l r^2 e}{s} \dots \dots \dots (II-2-3)$$

Dit moment is een zuiver verliesmoment, en we zullen dit viskeuze moment M_{v_1} noemen.

b. *De drukstroming is tegengesteld gericht aan de schuifstroming*

Deze situatie is in figuur II-3 geschetst.

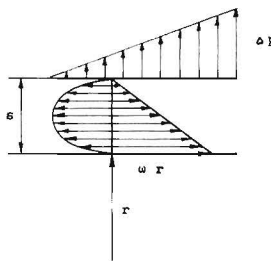


Fig. II-3. Schuifstroming in een spleet met tegengesteld gerichte drukstroming.

Dit geval kan men vergelijken met de gewone meesleurpomp, zoals die in hoofdstuk I behandeld is. Er wordt hier immers vloeistof tegen een drukverschil Δp in getransporteerd. Volgens de theorie van de meesleurpomp is het

moment dat nodig is om de beide spleetoppervlakken t.o.v. elkaar te laten roteren gelijk aan:

$$M_e = \frac{\Delta p r s}{2} + \frac{\mu \omega l r^2}{s} \dots \dots \dots (II-2-4)$$

De eerste term van het rechterlid is het theoretisch moment van de als meesleurpomp werkende spleet en levert dus een bijdrage aan het theoretisch moment van de verdringermachine. De bijdrage aan een verdringerpomp is positief, terwijl het theoretisch moment van een verdringermotor door dit meesleureffect wordt verkleind. De tweede term van het rechterlid van formule (II-2-4) geeft het moment aan dat nodig is om de viskeuze wrijving te overwinnen en levert dus een bijdrage aan het integrale viskeuze verliesmoment

$$M_{v_2} = \frac{\mu \omega l r^2}{2} \dots \dots \dots (II-2-5)$$

c. *De drukstroming is gelijkgericht aan de schuifstroming*

Het drukverschil over de spleet is getekend in figuur II-4.

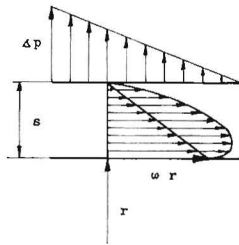


Fig. II-4. Schuifstroming in een spleet met gelijkgerichte drukstroming.

De in figuur II-4 getekende situatie komt overeen met het algemene geval van een meesleurmotor. Voor het moment aan de meesleurmotoras schrijven we volgens formule (I-3-5)

$$M_e = \frac{\Delta p e s r}{2} - \frac{\mu \omega e l r^2}{s} \dots \dots \dots (II-2-6)$$

Hierin is weer de eerste term van het rechterlid het theoretische moment van de als meesleurmotor werkende spleet. Dit levert een positieve bijdrage aan het theoretische moment van een verdringermotor en een negatieve bijdrage aan het theoretische moment van een verdringerpomp. De tweede term van het rechterlid is een viskeus-verliesmoment voor de hydromotor en voor de pomp waarvoor we noteren:

$$M_{v_3} = \frac{\mu\omega e l r^2}{s} \dots \dots \dots \text{(II-2-7)}$$

Uit de voorgaande beschouwingen volgt dat, alle spleten in een hydromotor een viskeus verliesmoment veroorzaken, waarvan de som gelijk is aan het totale viskeuze verliesmoment van de motor.

$$M_v = \sum M_{v_1} + \sum M_{v_2} + \sum M_{v_3} \dots \dots \dots \text{(II-2-8)}$$

ofwel:

$$M_v = \sum \frac{\mu\omega e l r^2}{s} \dots \dots \dots \text{(II-2-9)}$$

met

$$\omega = 2\pi n \dots \dots \dots \text{(II-2-10)}$$

wordt dit

$$M_v = 2\pi\mu n \sum \frac{e l r^2}{s} \dots \dots \dots \text{(II-2-11)}$$

Met de door Schlösser gehanteerde dimensieloze viskeuze verliescoëfficiënt C_{vv} kan (II-2-11) worden geschreven als:

$$M_v = C_{vv}\mu n W_{th} \dots \dots \dots \text{(II-2-12)}$$

waarin

$$C_{vv} = \frac{\sum \frac{e l r^2}{s}}{\left(\frac{W_{th}}{2\pi}\right)} \dots \dots \dots \text{(II-2-13)}$$

2.3 De verliezen welke evenredig zijn met het kwadraat van de snelheid

Omdat de vloeistof niet massaloos is, zullen versnellingen en vertragingen van de vloeistof in de motor verliezen opleveren die een functie zijn van $n^2\rho$. Ook turbulente stromingsverliezen en karnverliezen in de lagers leveren een verliesmoment, dat evenredig is met de dichtheid en met het kwadraat van de snelheid.

Schrijven we dit gezamenlijke verliesmoment als:

$$M_t = A n^2 \rho,$$

dan kunnen we een dimensieloze grootheid C_{tw} invoeren, waardoor de traagheidsverliezen worden gegeven.

$$M_t = \frac{C_{tw}\rho n^2}{4\pi} \sqrt[3]{W_{th}^5} \dots \dots \dots \text{(II-2-14)}$$

In [11] is afgeleid dat de verliescoëfficiënt C_{lv} geschreven kan worden als:

$$C_{lv} = \frac{8\pi^3 \Sigma (r^3 F_t)}{\sqrt[3]{W_{th}^5}} \dots \dots \dots \text{(II-2-14a)}$$

Hierin is F_t een in de pomp of motor omlopend oppervlak waardoor het impulsmoment van de vloeistof verhoogd wordt. De hiervoor benodigde kracht grijpt aan op een straal r vanaf de rotoras.

Een belangrijk deel van het dichtheidsafhankelijke verliesmoment wordt veroorzaakt door de zgn. „inwendige weerstand” van de verdringermachine. Ten gevolge van de inwendige weerstand treedt een drukdaling Δp_i over het verdringergedeelte van de motor op waardoor het theoretische moment wordt verkleind met:

$$M_{ti} = \frac{\Delta p_i W_{th}}{2\pi} \dots \dots \dots \text{(II-2-15)}$$

De drukdaling Δp_i is het gevolg van stromingsverliezen in de aan- en afvoerkanaalen van de motor en ze is evenredig met ρn^2 . Aan het begrip „inwendige weerstand” wordt in een volgend hoofdstuk een nadere beschouwing gewijid.

2.4 *Het constante verliesmoment*

Aan de meeste verdringermachines kan ten gevolge van wrijving in manchetten een constant verliesmoment M_c worden geconstateerd, dat onafhankelijk is van het toerental en van het drukverschil. Dit constante verliesmoment is meestal gering en wordt bij vele berekeningen verwaarloosd t.o.v. de andere verliesmomenten.

2.5 *Het as-moment van de hydromotor*

Voor het as-moment van de hydromotor kunnen we schrijven:

$$M_e = M_{th} - M_s$$

$$M_e = M_{th} - M_p - M_v - M_t - M_c \dots \dots \dots \text{(II-2-16)}$$

Met behulp van de dimensieloze grootheden C_{pv} , C_{vv} en C_{lv} wordt dit:

$$M_e = M_{th} - C_{pv} \frac{\Delta p W_{th}}{2\pi} - C_{vv} \cdot \mu n W_{th} - \frac{C_{lv} \rho n^2}{4\pi} \sqrt[3]{W_{th}^5} - M_c \text{ (II-2-17)}$$

Bij verwaarlozing van M_c als zéér klein t.o.v. M_{th} en na deling door M_{th} verkrijgen we een door Schlösser opgestelde vergelijking voor het mechanisch-hydraulisch rendement.

$$\frac{M_e}{M_{th}} = \eta_{HM} = 1 - C_{pv} \frac{\Delta p W_{th}}{2\pi M_{th}} - \frac{C_{vv}\mu n W_{th}}{M_{th}} - \frac{C_{tv} \varrho n^2 \sqrt[3]{W_{th}^5}}{4\pi M_{th}}$$

met

$$M_{th} = \frac{\Delta p W_{th}}{2\pi} \text{ en met } \lambda = \frac{2\pi\mu n}{\Delta p} \text{ en } \sigma = \frac{n \sqrt[3]{W_{th}}}{\sqrt{\frac{2\Delta p}{\varrho}}}$$

wordt dit:

$$\eta_{HM} = 1 - C_{vv}\lambda - C_{tv}\sigma^2 - C_{pv} \dots \dots \dots \text{ (II-2-18)}$$

Zie hiervoor [2].

3. Volumetrische verliezen

In het mathematisch model wordt aan de gebruikte vloeistof zowel viscositeit als dichtheid toegekend. Hierdoor zullen de lekstromen die in de verdringer-machines optreden gedeeltelijk van viskeuze aard zijn, terwijl een ander deel afhankelijk is van de dichtheid van de vloeistof. De totale lekstroom wordt in het mathematisch model geschreven als:

$$Q_s = Q_{sv} + Q_{st} \dots \dots \dots \text{ (II-3-1)}$$

Hierin is Q_{sv} het viscositeitsafhankelijke deel, terwijl Q_{st} het traagheidsafhankelijke deel van de lekstroom is.

3.1 De viskeuze lekstroom

Voor Q_{sv} kan worden geschreven:

$$Q_{sv} = \sum \frac{\Delta p}{\mu} \frac{s^3 e}{12l} \dots \dots \dots \text{ (II-3-2)}$$

Hierbij is gesommeerd over alle viskeuze lekspleten. Met behulp van de dimensieloze viskeuze slipfactor C_{sv} schrijven we hiervoor:

$$Q_{sv} = C_{sv} \frac{\Delta p W_{th}}{2\pi\mu} \dots \dots \dots \text{ (II-3-3)}$$

Hierin is:

$$C_{sv} = \frac{2\pi \sum \frac{s^3 e}{12l}}{W_{th}} \dots \dots \dots \text{ (II-3-4)}$$

3.2 De turbulente lekstroom

Voor Q_{st} kan worden geschreven

$$Q_{st} = \sum \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} (j) \dots \dots \dots (II-3-5)$$

Hierin is j het oppervlak van één lekdoortocht, waarin een stroming met een uitgesproken turbulent karakter optreedt. Met behulp van de dimensieloze dichtheidsafhankelijke slipfactor C_{st} schrijven we hiervoor:

$$Q_{st} = C_{st} \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} \cdot \sqrt[3]{W_{th}^2} \dots \dots \dots (II-3-6)$$

Hierin is

$$C_{st} = \frac{\Sigma(j)}{\sqrt[3]{W_{th}^2}} \dots \dots \dots (II-3-7)$$

3.3 De effectieve volumestroom van de hydromotor

De effectieve volumestroom van de hydromotor schrijven we als:

$$Q_e = Q_{th} + Q_s \dots \dots \dots (II-3-8)$$

$$Q_e = Q_{th} + C_{sv} \frac{\Delta p}{2\pi\mu} W_{th} + C_{st} \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} \sqrt[3]{W_{th}^2} \dots \dots \dots (II-3-9)$$

Het volumetrisch rendement volgt uit de uitdrukking:

$$\eta_v = \frac{Q_{th}}{Q_e} \dots \dots \dots (II-3-10)$$

met

$$Q_{th} = nW_{th} \dots \dots \dots (II-3-11)$$

schrijven we

$$\eta_v = \frac{1}{1 + \frac{C_{sv}}{\lambda} + \frac{C_{st}}{\sigma}} \dots \dots \dots (II-3-12)$$

Hierin zijn λ en σ bedrijfsparameters die bij de bespreking van het mechanisch-hydraulisch rendement al zijn behandeld.

DE INVLOED VAN MEESLEUREFFECTEN
OP DE KARAKTERISTIEKEN VAN DE
VERDRINGEROMZETTERS

1. Inleiding

Aan het mathematische model uit hoofdstuk II ontleen we voor de verliesvrije verdringeromzetter de formules:

$$Q_{th} = nW_{th} \dots \dots \dots (III-1-1)$$

$$M_{th} = \frac{\Delta p W_{th}}{2\pi} \dots \dots \dots (III-1-2)$$

Hieruit kunnen de Δp - Q - en de M - n -karakteristieken van de verliesvrije verdringeromzetter worden geconstrueerd (zie figuur III-1).

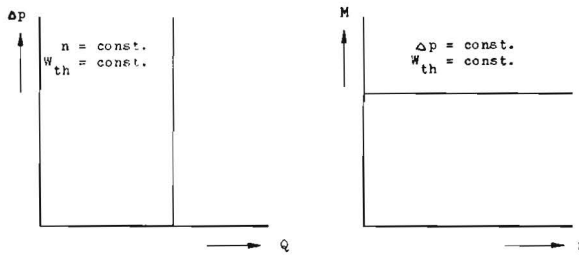


Fig. III-1 De statische karakteristieken van een verliesvrije verdringeromzetter.

Door nu de verliesvrije verdringeromzetter in combinatie met de meesleuromzetter te beschouwen, kunnen de karakteristieken van de verliesvrije verdringeromzetter aangevuld worden met meesleureffecten. Hierdoor gaan deze karakteristieken afwijken van de karakteristieken van de verliesvrije omzetter.

De door combinatie van verdringeromzetter en meesleuromzetter verkregen karakteristieken geven een beter inzicht in het gedrag van de werkelijke verdringeromzetter, dan door een beschouwing van de verdringeromzetter alleen mogelijk is.

Het meesleuurslagvolume kan voor de verschillende pomp- of motortypen variëren van 0 tot ca. 3% van het theoretisch slagvolume.

Het opsplitsen van de verliezen in de verschillende verliesposten zal bij motoren met hoge rendementen sterk worden beïnvloed door de grootte van het meesleuurslagvolume. Als de verliezen groot zijn zullen de meesleureffecten

echter relatief van geringe invloed zijn op het pomp- of motorgedrag. Omdat de ontwikkeling van de hydraulische pompen en motoren gericht is op het verwezenlijken van een steeds hoger totaal rendement, zullen zich in de toekomst steeds duidelijker de invloeden van meesleureffecten bij de verlies-scheiding manifesteren.

2. De karakteristieken van de verdringeromzetter met meesleureffecten

De lekspleten in een verdringerpomp of -motor, die noodzakelijk aanwezig moeten zijn om een goed functioneren van de machine te waarborgen kunnen als kleine meesleurpompen en meesleurmotoren de karakteristieken van de verdringeromzetter beïnvloeden.

De gezamenlijke spleten waarin de richting van de meesleurstroom naar de hogedrukzijde gericht is kunnen als één meesleurpomp worden beschouwd waarvan het slagvolume volgens formule (I-3-10) gelijk is aan:

$$W_{th\text{meesl.p.}} = \pi \Sigma e r s \dots \dots \dots (III-2-1)$$

Eveneens geldt voor de gezamenlijke spleten waarin de richting van de meesleurstroom van de hogedrukzijde af is gericht, dat deze spleten als een meesleurmotor kunnen worden beschouwd, waarvan het slagvolume gelijk is aan:

$$W_{th\text{meesl.m.}} = \pi \Sigma e r s \dots \dots \dots (III-2-2)$$

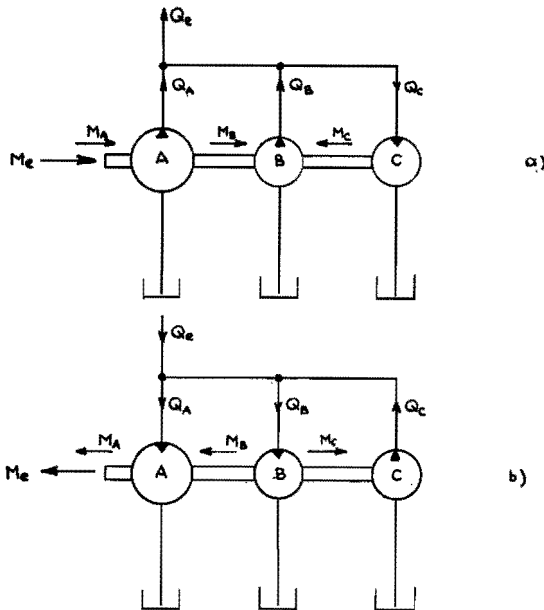


Fig. III-2a-2b De verdringeromzetter met meesleureffecten.

Een verdringerpomp kan nu volgens figuur III-2a schematisch worden voorgesteld als een parallelschakeling van een verliesvrije verdringerpomp A met een meesleuropomp B en een meesleurmotor C. In figuur III-2b is voor de verdringeromotor een soortgelijk schema getekend.

Voor de effectieve volumestroom van de in figuur III-2a voorgestelde verdringerpomp en van de in figuur III-2b voorgestelde verdringeromotor geldt:

$$Q_e = Q_A + Q_B - Q_C \quad \dots \dots \dots \quad (III-2-3)$$

Q_A is de volumestroom door de verliesvrije verdringeromzetter waarvoor we kunnen schrijven:

$$Q_A = nW_{th\text{verdr.p.}} \quad \dots \dots \dots \quad (III-2-4)$$

$$Q_A = nW_{th\text{verdr.m.}} \quad \dots \dots \dots \quad (III-2-5)$$

Q_B is de effectieve volumestroom door de parallel geschakelde meesleuropomp of -motor waarvoor we volgens formule (I-3-2) kunnen schrijven:

$$Q_B = nW_{th\text{meesl.p.}} - Q_{s\text{meesl.p.}} \quad \dots \dots \dots \quad (III-2-6)$$

en:

$$Q_B = nW_{th\text{meesl.m.}} + Q_{s\text{meesl.m.}} \quad \dots \dots \dots \quad (III-2-7)$$

Q_C is de effectieve volumestroom door de parallelgeschakelde meesleuromzetter waarvoor we eveneens volgens (I-3-2) schrijven:

$$Q_C = nW_{th\text{meesl.m.}} + Q_{s\text{meesl.m.}} \quad \dots \dots \dots \quad (III-2-8)$$

en:

$$Q_C = nW_{th\text{meesl.p.}} - Q_{s\text{meesl.p.}} \quad \dots \dots \dots \quad (III-2-9)$$

Combineren van de formules (III-2-3), (III-2-4), (III-2-6) en (III-2-7) levert voor een verdringerpomp op:

$$Q_e = n(W_{th\text{verdr.p.}} + W_{th\text{meesl.p.}} - W_{th\text{meesl.m.}}) - Q_{s\text{meesl.p.} + m.} \quad \dots \quad (III-2-10)$$

Voor een verdringeromotor vinden we op dezelfde wijze:

$$Q_e = n(W_{th\text{verdr.m.}} + W_{th\text{meesl.m.}} - W_{th\text{meesl.p.}}) + Q_{s\text{meesl.p.} + m.} \quad \dots \quad (III-2-11)$$

Het theoretische slagvolume van de werkelijke verdringerpomp is dus

$$W_{th} = W_{th\text{verdr.p.}} + W_{th\text{meesl.p.}} - W_{th\text{meesl.m.}} \quad \dots \dots \dots \quad (III-2-12)$$

terwijl dit voor de werkelijke verdringeromotor bedraagt:

$$W_{th} = W_{th\text{verdr.m.}} + W_{th\text{meesl.m.}} - W_{th\text{meesl.p.}} \quad \dots \dots \dots \quad (III-2-13)$$

Dit resultaat volgt ook uit het samenstellen van de statische karakteristieken van de verliesvrije verdringeromzetter en de meesleuromzetter, zoals dit in figuur III-3 is gedemonstreerd.

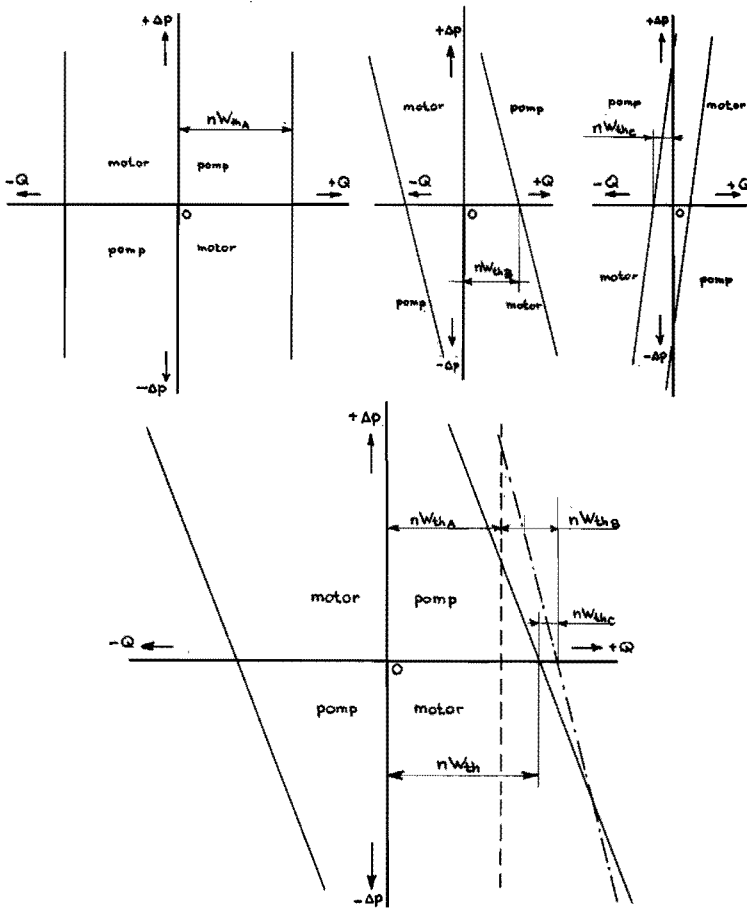


Fig. III-3

Het samenstellen van de Δp - Q karakteristieken van de werkelijke verdringeromzetter.

Uit figuur III-2 blijkt verder dat de momenten welke bij de aandrijving van dit systeem een rol spelen in serie geschakeld zijn.

$$M_e = M_A + M_B - M_C \dots \dots \dots (III-2-14)$$

Voor M_A , M_B en M_C noteren we achtereenvolgens

$$M_A = \frac{\Delta p W_{th\text{verdr.p.}}}{2\pi} \dots \dots \dots (III-2-15)$$

$$M_A = \frac{\Delta p W_{th\text{verdr.m.}}}{2\pi} \dots \dots \dots (III-2-16)$$

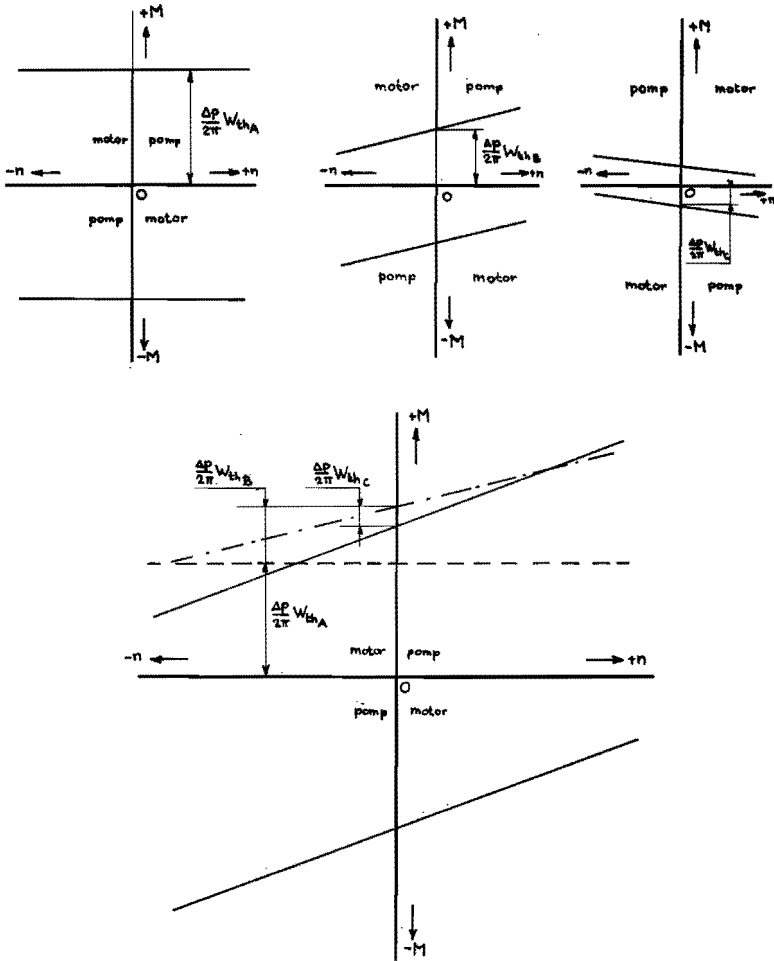


Fig. III-4

Het samenstellen van de M - n karakteristieken van de werkelijke verdringeromzetter.

$$M_B = \frac{\Delta p W_{th_{meesl.p.}}}{2\pi} + M_{s_{meesl.p.}} \dots \dots \dots (III-2-17)$$

$$M_B = \frac{\Delta p W_{th_{meesl.m.}}}{2\pi} - M_{s_{meesl.m.}} \dots \dots \dots (III-2-18)$$

$$M_C = \frac{\Delta p W_{th_{meesl.m.}}}{2\pi} - M_{s_{meesl.m.}} \dots \dots \dots (III-2-19)$$

$$M_C = \frac{\Delta p W_{th_{meesl.p.}}}{2\pi} + M_{s_{meesl.p.}} \dots \dots \dots (III-2-20)$$

Voor het moment van de verdringerpomp kunnen we nu schrijven:

$$M_e = \frac{\Delta p}{2\pi} (W_{th\text{verdr.p.}} + W_{th\text{meesl.p.}} - W_{th\text{meesl.m.}}) + M_{s\text{meesl.p. i. m.}} \quad (\text{III-2-21})$$

De uitdrukking voor het asmoment van de werkelijke verdringeromotor wordt nu:

$$M_e = \frac{\Delta p}{2\pi} \{W_{th\text{verdr.m.}} + W_{th\text{meesl.m.}} - W_{th\text{meesl.p.}}\} - M_{s\text{meesl.m. i. p.}} \quad (\text{III-2-22})$$

Uit de formules (III-2-21) en (III-2-22) blijkt dat het hier gevonden theoretische slagvolume overeenkomt met de formules (III-2-11) en (III-2-12).

In figuur III-4 is de M - n -karakteristiek voor de werkelijke verdringeromzetter uit de theoretische karakteristieken van de verliesvrije verdringerpomp en -motor en van de meesleuromzetteren geconstrueerd.

Uit de figuren III-3 en III-4 blijkt dat de werkelijke karakteristieken van een verdringeromzetter door de als meesleuropomp of -motor werkende spleten beïnvloed worden en meer op de karakteristieken van een meesleuromzetter gaan lijken naarmate het aandeel van de meesleuwerking groter is.

HET THEORETISCH SLAGVOLUME EN HET THEORETISCH MOMENT VAN HYDROMOTOREN

1. Inleiding

Het theoretisch slagvolume speelt bij de analyse van de verliezen van pompen en motoren een belangrijke rol. Een juiste bepaling van het mechanisch-hydraulisch en van het volumetrisch rendement is niet mogelijk als de waarde van W_{th} niet nauwkeurig bekend is.

2. Het theoretisch slagvolume van hydromotoren

Onder het theoretisch slagvolume W_{th} verstaan we bij een verliesloze hydromotor het per omwenteling van de motoras opgenomen vloeistofvolume. Voor een motor zonder lekspleten (een constructief niet te verwezenlijken motor) betekent dit dat het theoretisch slagvolume gelijk is aan het geometrische slagvolume. Dit geometrische slagvolume W_g kan uit de afmetingen van de hydromotor worden bepaald. Bij een hydromotor waarbij wél lekspleten aanwezig zijn, zal bij rotatie van de motoras een hoeveelheid vloeistof in die lekspleten, waarin een relatieve snelheid van de beide grensvlakken optreedt, worden getransporteerd. Deze spleten werken als meesleurmachine en gedragen zich zoals in hoofdstuk I over meesleurmachines is afgeleid.

Het totale theoretische slagvolume wordt nu verkregen door sommatie van het geometrische en van het meesleuurslagvolume.

$$W_{th} = W_g + W_m \dots \dots \dots \text{(IV-2-1)}$$

Bij de behandeling van het mathematisch model in hoofdstuk II is W_{th} als een constante grootte ingevoerd. Een nauwkeurige beschouwing leert ons dat W_{th} meestal is opgebouwd uit een momentaan veranderende grootte zoals uit het volgende zal blijken.

In het algemeen zal het volume dat per eenheid van draaiingshoek wordt opgenomen een functie zijn van deze draaiingshoek φ .

Noemen we dit momentaan opgenomen volume V , dan kunnen we voor het theoretisch slagvolume schrijven:

$$W_{th} = \int_0^{2\pi} V d\varphi \dots \dots \dots \text{(IV-2-2)}$$

waarbij is aangenomen dat V een continue functie van φ is.

Als V een niet-continue functie van φ is schrijven we

$$W_{th} = \sum_{i=1}^j \int_{\phi_{i-1}}^{\phi_i} V d\varphi (IV-2-3)$$

waarin

$$\sum_{i=1}^j (\Phi_i - \Phi_{i-1}) = 2\pi (IV-2-4)$$

Combineren van (IV-2-1) en (IV-2-2) levert als resultaat op:

$$W_{th} = \int_0^{2\pi} V_g d\varphi + \int_0^{2\pi} V_m d\varphi (IV-2-5)$$

Omdat in

$$W_{th} = \int_0^{2\pi} V d\varphi$$

de grootheid V meestal een functie is van φ , zal het momentaan opgenomen volume van een hydromotor variëren. Ten gevolge van de variatie in V zullen variaties in het afgegeven draaimoment optreden zoals zal blijken bij de behandeling van het theoretisch moment. De momentane variatie van het afgegeven, respectievelijk opgenomen volume V , kan zijn oorzaak vinden in de geometrie van de beschouwde spelingvrije verdringerpomp of -motor, maar ze kan ook het gevolg zijn van een variatie in de spelingen van de werkelijke verdringeromzetter.

3. De invloed van de geometrie van de hydromotor op het theoretisch slagvolume

3.1 De wormmotor

Aan [12] ontleen we de volgende gegevens.

Het momentaan geleverde volume van een wormpomp kan geschreven worden als:

$$V = FS/2\pi (IV-3-1)$$

Voor een wormmotor zal dus hetzelfde gelden

$$V = \frac{FS}{2\pi} (IV-3-2)$$

Hieruit volgt:

$$W_g = \int_0^{2\pi} V d\varphi$$

$$W_g = \int_0^{2\pi} \frac{FS}{2\pi} d\varphi = FS \dots \dots \dots (IV-3-3)$$

Hierin is S de spoed van de samenwerkende wormen, en F het niet gearceerde oppervlak in fig. IV-1.

Omdat S en F constante waarden zijn, is V eveneens een constante en dus onafhankelijk van φ . Zie figuur IV-2.

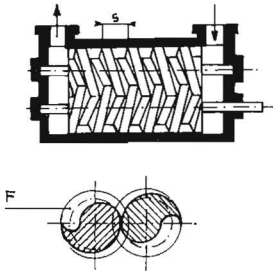


Fig. IV-1. De wormmotor.

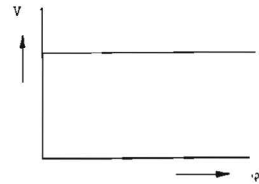


Fig. IV-2. Het verloop van V tegen φ voor een wormmotor.

3.2 De tandradmotor

In [13] en [14] is zowel de waarde van V en W_g voor de tandradpomp opgenomen.

Voor de tandradmotor gelden dezelfde waarden.

$$V = b_t [R_k^2 - R_g^2 \{1 + \varphi_1^2 + 2 \tan^2 \alpha - 2 \varphi_1 \tan \alpha\}] \dots \dots \dots (IV-3-4)$$

De betekenis van de symbolen uit formule volgt uit figuur IV-3. In figuur IV-4 is V tegen de hoek φ uitgezet.

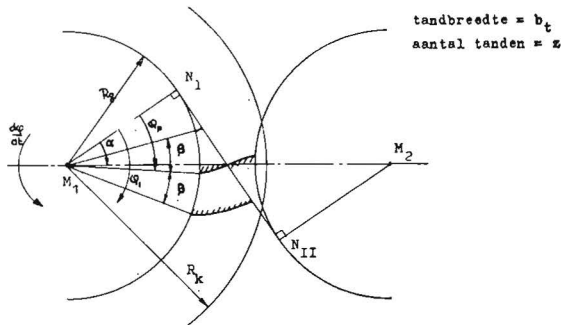


Fig. IV-3. De tandradmotor.

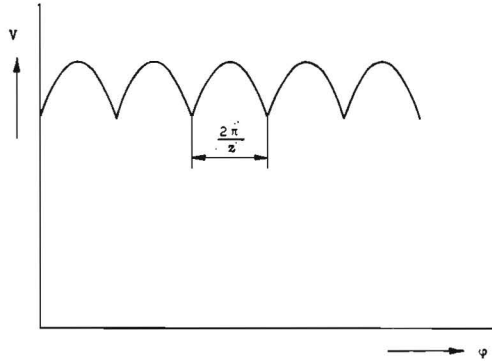


Fig. IV-4. Het verloop van V tegen φ voor een tandradmotor.

Met

$$W_g = \sum_{i=1}^j \int_{\varphi_{i-1}}^{\varphi_i} V d\varphi \text{ volgt uit formule (IV-3-4):}$$

$$W_g = 2\pi b t \left(R_k^2 - R_s^2 - R_g^2 \frac{\pi^2}{3z^2} \right) \dots \dots \dots \text{(IV-3-5)}$$

3.3 De radiale plunjermotor

Bij een radiale plunjermotor waarvan de rotor excentrisch t.o.v. de stator is opgesteld kan de volumeverandering per radiaal berekend worden uit de verandering van de voerstraal ϱ .

$$\varrho = R \sqrt{1 - \left(\frac{e \sin \varphi}{R} \right)^2} - e \cos \varphi \dots \dots \dots \text{(IV-3-6)}$$

De volumeverandering per cilinder kan worden berekend uit:

$$V = F \frac{d\varrho}{d\varphi} \dots \dots \dots \text{(IV-3-7)}$$

waarin F het zuigeroppervlak voorstelt.

$$\frac{d\varrho}{d\varphi} = \left\{ e \sin \varphi - \frac{e^2 \sin \varphi \cos \varphi}{R \sqrt{1 - \left(\frac{e \sin \varphi}{R} \right)^2}} \right\} \dots \dots \dots \text{(IV-3-8)}$$

$$V_{\text{per cilinder}} = F \left\{ e \sin \varphi - \frac{e^2 \sin \varphi \cos \varphi}{R \sqrt{1 - \left(\frac{e \sin \varphi}{R} \right)^2}} \right\} \dots \dots \dots \text{(IV-3-9)}$$

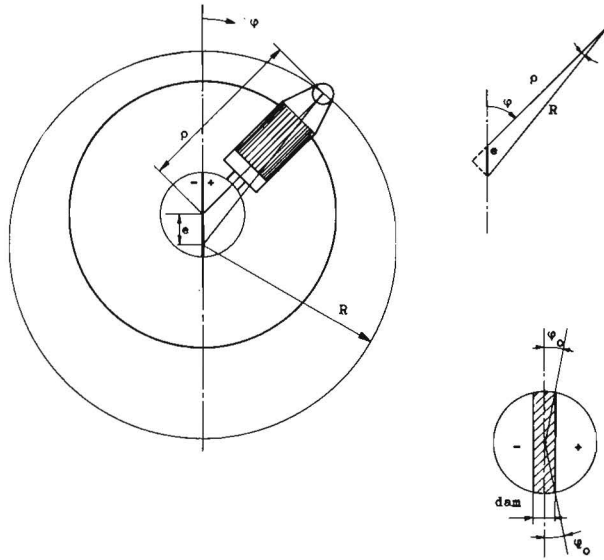


Fig. IV-5. De radiale plunjermotor.

In de literatuur worden vaak vereenvoudigde uitdrukkingen voor V van radiale plunjermotoren opgegeven. Zie [15].

W_g kan door integratie van (IV-3-9) voor elke afzonderlijke cilinder worden bepaald. Eenvoudiger is het echter om W_g direct uit figuur IV-5 te bepalen. Als de dambreedte wordt verwaarloosd vinden we voor W_g :

$$W_g = F(\varrho_\pi - \varrho_0) \dots \dots \dots (IV-3-10)$$

$$\varrho_\pi = R + e \dots \dots \dots (IV-3-11)$$

$$\varrho_0 = R - e \dots \dots \dots (IV-3-12)$$

$$W_g = 2Fe \dots \dots \dots (IV-3-13)$$

Voor z cilinders wordt W_g dus gelijk aan:

$$W_g = 2zFe \dots \dots \dots (IV-3-14)$$

Met inachtnaeme van de dam tussen hogedrukgebied en lagedrukgebied wordt de uitdrukking voor W_g :

$$W_g = zF\{\varrho_{(\pi-\varphi_0)} - \varrho_{\varphi_0}\} \dots \dots \dots (IV-3-15)$$

$$\varrho_{\varphi=(\pi-\varphi_0)} = R \sqrt{1 - \left(\frac{e \sin \varphi_0}{R}\right)^2} + e \cos \varphi_0 \dots \dots \dots (IV-3-16)$$

$$\varrho_{\varphi=\varphi_0} = R \sqrt{1 - \left(\frac{e \sin \varphi_0}{R}\right)^2} - e \cos \varphi_0 \dots \dots \dots (IV-3-17)$$

$$W_g = 2zFe \cos \varphi \dots \dots \dots (IV-3-18)$$

Als de hoeken waardoor de dambreedte wordt bepaald niet beide gelijk zijn aan φ_0 maar de waarden φ_1 en φ_2 hebben, wordt formule (IV-3-18) gewijzigd in:

$$W_g = zFe (\cos \varphi_1 + \cos \varphi_2) (IV-3-19)$$

3.4 De axiale plunjermotor

Evenals dit voor de radiale plunjermotor het geval is vinden we in de literatuur voor de axiale plunjermotor veel gegevens over de kinematica van de verschillende uitvoeringsvormen van de motoren. Zie [15] en [16]. Ook hier worden vaak vereenvoudigingen toegepast, waardoor de resultaten van de verschillende onderzoekers vaak moeilijk onderling vergelijkbaar zijn.

De zuigerweg S kan worden geschreven als:

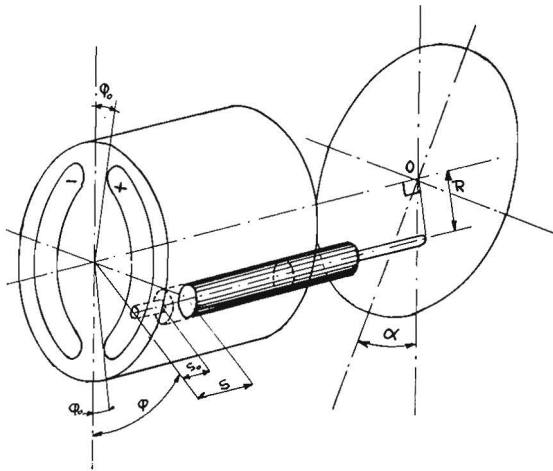


Fig. IV-6. De axiale plunjermotor.

$$S = S_0 + R \tan \alpha (1 - \cos \varphi) (IV-3-20)$$

De volumeverandering per eenheid van draaiingshoek vinden we uit:

$$V = \frac{dFS}{d\varphi} (IV-3-21)$$

Hierin is F het zuigeroppervlak. Uit (IV-3-20) en (IV-3-21) volgt voor één cilinder:

$$V = FR \tan \alpha \sin \varphi (IV-3-22)$$

Voor meerdere cilinders geldt:

$$V_{\text{totaal}} = FR \tan \alpha \left\{ \sin \varphi + \sin \left(\varphi + \frac{2\pi}{z} \right) + \sin \left(\varphi + \frac{4\pi}{z} \right) \right\} . . (IV-3-23)$$

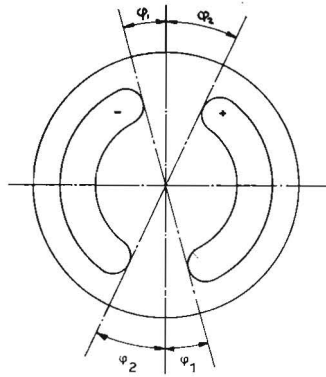


Fig. IV-7. De stuurspiegel van een axiale plunjeromotor.

Het slagvolume kan weer uit figuur IV-6 bepaald worden. Als de invloed van de dam tussen hoge-druk en lage-druk verwaarloosd wordt vinden we W_g uit de formule:

$$W_g = zF(S_\pi - S_0) \dots \dots \dots (IV-3-24)$$

$$S_\pi = S_0 + R \tan \alpha (1 - \cos \pi)$$

$$S_\pi = S_0 + 2 R \tan \alpha \dots \dots \dots (IV-3-25)$$

Dus:

$$W_g = 2zFR \tan \alpha \dots \dots \dots (IV-3-26)$$

Als de dambreedte in rekening wordt gebracht wordt het slagvolume uitgedrukt door:

$$W_g = zF(S_{(\pi-\varphi_0)} - S_{\varphi_0}) \dots \dots \dots (IV-3-27)$$

$$S_{(\pi-\varphi_0)} = S_0 + R \tan \alpha \{1 - \cos(\pi - \varphi_0)\} \dots \dots \dots (IV-3-28)$$

$$S_{\varphi_0} = S_0 + R \tan \alpha \{1 - \cos \varphi_0\} \dots \dots \dots (IV-3-29)$$

$$W_g = 2zFR \tan \alpha \cos \varphi_0 \dots \dots \dots (IV-3-30)$$

Als de hoeken waardoor de breedte van de dam aangegeven wordt niet gelijk zijn aan φ_0 , maar beide een andere waarde φ_1 en φ_2 hebben, wordt formule (IV-3-30) gewijzigd in:

$$W_g = 2FR \tan \alpha (\cos \varphi_1 + \cos \varphi_2) \dots \dots \dots (IV-3-31)$$

(zie figuur IV-7).

3.5 *Samenvatting*

In de voorgaande paragrafen is gebleken dat voor de meeste uitvoeringen van hydromotoren het momentaan opgenomen volume geen constante grootheid

is. De wormmotor echter blijkt een uitzonderingspositie in te nemen. Bij deze motor is het momentaan opgenomen vloeistofvolume onafhankelijk van de draaiingshoek φ . Bij een schottenmotor, die vanwege de vele uitvoeringsvormen welke hiervan bekend zijn niet in de voorgaande paragrafen is opgenomen, kan onder bepaalde voorwaarden de momentaan opgenomen volumestroom onafhankelijk zijn van de draaiingshoek φ .

4. De invloed van de spelings op het theoretisch slagvolume

In paragraaf 2 is al opgemerkt, dat de variatie van het theoretisch slagvolume van een verdringer motor het gevolg kan zijn van veranderingen in de spelings van de motor. Deze variaties van de spelings kunnen het meesleerslagvolume beïnvloeden, terwijl het ook mogelijk is dat variaties in het geometrische slagvolume er het gevolg van zijn.

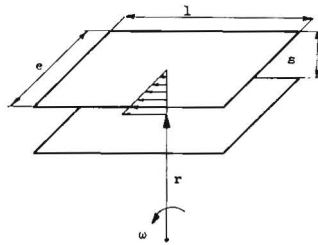


Fig. IV-8. De lekspleet met bewegende wanden.

Stel dat in een hydromotor een aantal spleten van de in figuur IV-8 geschetste vorm aanwezig zijn. In deze spleten, waarvan de grensvlakken een relatieve snelheid ωr t.o.v. elkaar hebben, wordt een vloeistofvolume Q_m meegesleurd.

Volgens hoofdstuk I formule (I-3-10) wordt het meesleerslagvolume gelijk aan:

$$W_m = \pi \Sigma r e s (IV-4-1)$$

Als nu de speling s tussen de bewegende vlakken varieert, zal ook het meesleerslagvolume variëren.

Bij een wormmotor is een variatie van het meesleerslagvolume niet mogelijk, omdat de wormmotor geen meesleerslagvolume heeft.

Een variatie van de speling kan ook zonder dat het meesleerslagvolume beïnvloed wordt een variatie in het geometrische slagvolume teweeg brengen.

Dit valt onder meer af te leiden uit formule (IV-3-5) voor het geometrische slagvolume van een tandradpomp of -motor. Als ten gevolge van de speling in de lagers de hartafstand en dus tevens de steekcirkelstraal R_s gaat variëren, heeft dit volgens formule (IV-3-5) tot gevolg dat W_g een variatie ondergaat.

Van deze eigenschap heeft men gebruik gemaakt bij de constructie van een tandradpomp met een variabel slagvolume. In figuur IV-9 is een tandradpomp getekend waarvan het boven- en onderhuis over de ingrijplijn verschuifbaar is. Hierdoor wordt de hartafstand van de beide tandwielen gevarieerd, waardoor het slagvolume binnen enge grenzen veranderlijk is.

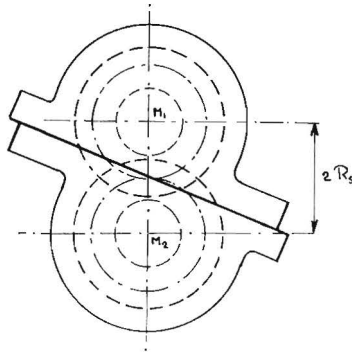


Fig. IV-9 De tandradpomp met variabel slagvolume.

Bij een wormmotor kan het slagvolume ten gevolge van spelingen in de lagers geen verandering ondergaan, omdat volgens (IV-3-3) het slagvolume van de wormmotor alleen bepaald wordt door de spoed en door het oppervlak van een loodrechte doorsnede door de wormen, welke beide onafhankelijk zijn van enige speling.

5. Het theoretische moment van hydromotoren

Het door een hydromotor zonder verliezen afgegeven draaimoment M , verandert in het algemeen als functie van de rotatiehoek φ van de motoras, bij constant drukverschil over de hydromotor. Bij een hydromotor die door een niet samendrukbare vloeistof onder druk wordt aangedreven, leert de energiebalans bij constante drukval Δp over de motor en voor een rotatie van Φ radialen:

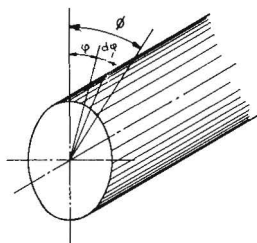


Fig. IV-10 De rotatiehoek van een as.

$$\int_0^{\Phi} M d\varphi = \Delta p \int_0^{\Phi} V d\varphi \quad \dots \dots \dots \quad (IV-5-1)$$

waarin M en V in het algemeen als functie van φ variëren en continue functies zijn in het gebied van 0 tot Φ . Als het momentane moment M een continue functie van φ is, volgt voor het gemiddelde moment per omwenteling van de as:

$$M_{\text{gem}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} M d\varphi \quad \dots \dots \dots \quad (IV-5-2)$$

Dit gemiddelde moment per omwenteling, wordt het theoretische moment M_{th} genoemd.

Als M geen continue functie is, wordt afzonderlijk geïntegreerd over de j -gebieden waarin M wel continu is, waarna door sommatie het theoretische moment kan worden geschreven als:

$$M_{th} = \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^j \int_{\Phi_{i-1}}^{\Phi_i} M d\varphi \quad \dots \dots \dots \quad (IV-5-3)$$

waarin:

$$\sum_{i=1}^j (\Phi_i - \Phi_{i-1}) = 2\pi$$

We hebben reeds afgeleid, dat het theoretische slagvolume W_{th} van een hydro-motor wordt bepaald door:

$$W_{th} = \int_0^{2\pi} V d\varphi \quad \dots \dots \dots \quad (IV-5-4)$$

als V een continue functie van φ is.

Als V niet continu is over 2π radialen, volgt evenals bij de afleiding van het theoretische moment als uitdrukking voor het theoretische slagvolume W_{th} .

$$W_{th} = \sum_{i=1}^j \int_{\Phi_{i-1}}^{\Phi_i} V d\varphi \quad \dots \dots \dots \quad (IV-5-5)$$

Invullen van de vergelijkingen (IV-5-2) en (IV-5-4) respectievelijk (IV-5-3) en (IV-5-5) in (IV-5-1) levert de bekende relatie tussen W_{th} en M_{th} op.

$$M_{th} = \frac{\Delta p W_{th}}{2\pi} \quad \dots \dots \dots \quad (IV-5-6)$$

Omdat de energiebalans volgens formule (IV-5-1), in een gebied waarin

M en V continue functies van φ zijn, juist is, onafhankelijk van de grootte van Φ , geldt blijkbaar bij constante Δp over de hydromotor:

$$M = \Delta p V. \dots \dots \dots (IV-5-7)$$

Het verloop van het momentane draaimoment kan nu op eenvoudige wijze bepaald worden als V bekend is. Met de waarden van V_g , welke voor diverse uitvoeringsvormen van hydromotoren in de vorige paragrafen zijn vastgelegd, kan nu toch het theoretisch moment afhankelijk van de draaiingshoek φ worden bepaald.

Het is duidelijk dat motoren, waarbij de waarde V een functie van φ is, een variërend moment afgeven. De variatie van dit moment is gelijk aan de variatie van V .

De variatie van M_{th} afhankelijk van de draaiingshoek φ zal bij een pomp meestal geen moeilijkheden opleveren. Bij een motor daarentegen kan, vooral bij lage toerentallen, het niet constant zijn van het afgegeven draaimoment aanleiding geven tot een onregelmatige werking van de motor.

Omdat bij een wormmotor de grootte V constant is, zal ook het theoretisch moment een constante grootte zijn, die onafhankelijk is van de draaiingshoek φ .

DE INVLOED VAN DE COMMUTATIE

1. Inleiding

Bij de behandeling van het mathematisch model is aangenomen, dat de vloeistof onsamendrukbaar is. In feite is elke vloeistof samendrukbaar en een invloed van deze samendrukbaarheid op de werking van de verdringer-machine, zal in de volgende paragrafen worden behandeld. De mate van samendrukbaarheid van een vloeistof, wordt uitgedrukt door de compressibiliteitsmodulus K . Deze compressibiliteitsmodulus wordt gedefinieerd door de formule:

$$K = -V \left(\frac{\partial p}{\partial V} \right) \dots \dots \dots (V-1-1)$$

In [2] zijn door Schlösser numerieke waarden van de compressibiliteitsmoduli voor de belangrijkste hydraulische vloeistoffen opgenomen. Deze kunnen met behulp van (V-1-1) uit de toestandsvergelijking voor minerale oliën, zoals die door Dow en Fink [35] is opgesteld, worden berekend.

De compressibiliteitsmodulus blijkt afhankelijk te zijn van de druk en van de temperatuur. Bij de komende beschouwingen, welke alleen tot doel hebben de invloed van de samendrukbaarheid kwalitatief aan te tonen, is K echter als een constante grootte ingevoerd omdat de variatie van K met de druk p over een groot drukbereik gering is.

2. De commutatie

In een verdringer-machine wordt in het algemeen een ruimte beurtelings in verbinding gebracht met de hogedrukzijde en met de lagedrukzijde. Analoog aan hetgeen zich in een elektrische machine afspeelt, noemen we het leggen van de juiste verbindingen op de juiste ogenblikken, hydraulische commutatie.

Zeer schematisch kan de werking van de commutatie van de verdringer-machine worden voorgesteld door de bovengenoemde ruimte langs een commutator te bewegen, waarbij afwisselend hoge- en lage drukgebieden worden gepasseerd. Voor een verdringerpomp zonder lekverliezen is in figuur V-1 de werking schematisch weergegeven. De ruimte V wordt in het lagedrukgebied groter (aanzuigen). We nemen verder aan dat tussen het lagedrukgebied en het hogedrukgebied het afgesloten volume V , constant blijft.

In het hogedrukgebied neemt het volume af van V_1 tot V_0 (persen). Tussen het hogedrukgebied en het lagedrukgebied, blijft het afgesloten volume V_0

(doordraivolume) constant. Het doordraaivolume V_0 is te vergelijken met de schadelijke ruimte bij compressoren. Voor een verdringermotor gelden dezelfde overwegingen als hierboven gegeven. De cyclus wordt hier echter in omgekeerde richting doorlopen.

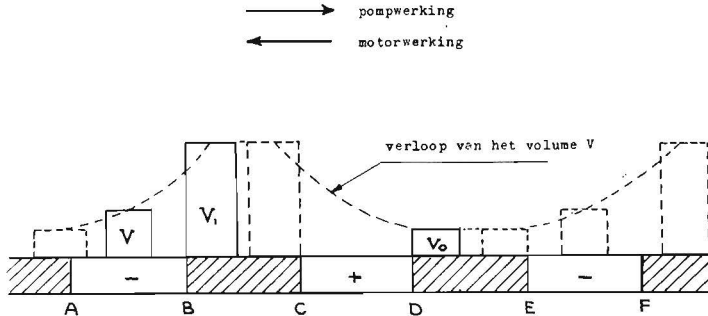


Fig. V-1. Schematisch verloop van de commutatie van een verdringermachine.

3. De verliesarbeid van een verdringermachine ten gevolge van de commutatie

Om een vloeistofvolume V , van de druk p_1 te verhogen tot de druk p_2 , is een compressiearbeid nodig van:

$$A = \int_{p_1}^{p_2} p dV (V-3-1)$$

Het verband tussen p en V wordt door de vergelijking (V-1-1) gegeven. Uit deze formule volgt:

$$dV = \frac{-V}{K} dp (V-3-2)$$

Combinatie van (V-3-1) en (V-3-2) levert op:

$$A = \int_{p_1}^{p_2} \frac{V}{K} p dp (V-3-3)$$

Als het volume V en de compressiemodulus K constant worden gesteld, wordt de uitkomst na integratie:

$$A = \frac{1}{2} \frac{V}{K} (p_2^2 - p_1^2) (V-3-4)$$

Zie hiervoor [17].

Op een volume V in het hogedrukgebied van figuur V-1 is dus, teneinde

de druk te verhogen van p_1 naar p_2 , een elastische compressiearbeid A_{el} verricht.

$$A_{el} = \frac{1}{2} \frac{V(p_2^2 - p_1^2)}{K} \dots \dots \dots (V-3-5)$$

Deze elastische compressiearbeid kan eventueel in de hydromotor tijdens expanderen worden teruggewonnen. De elastische arbeid behoeft dus in het algemeen niet als verlies te worden beschouwd. Ten gevolge van het doordraai-volume V_0 wordt echter een gedeelte van deze in de vloeistof geaccumuleerde arbeid naar de zuigzijde van de pomp gevoerd. Door expanderen van de vloeistof in de zuigleiding kan deze geaccumuleerde elastische arbeid niet meer nuttig worden aangewend. Het arbeidsverlies bedraagt derhalve:

$$A_{el} = \frac{1}{2} V_0 \frac{(p_2^2 - p_1^2)}{K} \dots \dots \dots (V-3-6)$$

Als het doordraai-volume V_0 , op de weg DE in figuur V-1, in tegenstelling tot hetgeen is aangenomen, groter wordt, kan de geaccumuleerde elastische arbeid door expansie geheel of gedeeltelijk worden benut. Bij sommige verdringer-machines zijn constructieve maatregelen genomen om de in de vloeistof geaccumuleerde elastische arbeid door expansie geheel of gedeeltelijk terug te winnen, teneinde de verliezen ten gevolge van het doordraai-volume zoveel mogelijk te beperken.

Numeriek zijn de verliezen ten gevolge van het niet terugwinnen van de elastische arbeid klein. Bij het opvoeren van de werkdruk, zullen in de toekomst deze verliezen echter een steeds grotere rol kunnen gaan spelen.

Als het doordraai-volume V_0 gelijk is aan 10% van het theoretisch slagvolume (dit komt bij axiale plunjerpompen voor), dan is de theoretische arbeid per omwenteling:

$$A_{th} = \Delta p W_{th} \dots \dots \dots (V-3-7)$$

Bij $p_2 = 200 \cdot 10^5 \text{ Nm}^{-2}$ en $p_1 = 0$ en $K = 2 \cdot 10^9 \text{ Nm}^{-2}$ wordt de verliesarbeid volgens formule (V-3-6):

$$A_{el} = 10^4 W_{th}$$

De theoretische arbeid is volgens (V-3-7):

$$A_{th} = 2 \cdot 10^7 W_{th}$$

Hieruit volgt dat $A_{el} = 0,0005 A_{th}$.

4. Conclusie

Uit de voorgaande beschouwingen volgt, dat door de aanwezigheid van het doordraai-volume V_0 arbeidsverlies kan optreden.

In een wormpomp of wormmotor zal door het ontbreken van het doordraai-
moment V_0 bij de commutatie geen arbeidsverlies ontstaan.

In paragraaf 3 is er op gewezen, dat de elastische arbeid die is geaccumuleerd
in de vloeistofstroom, welke van een hydraulische pomp naar een hydromotor
wordt gevoerd, niet zonder meer als verlies mag worden beschouwd.

Deze elastische arbeid kan, in bepaalde gevallen, in de hydromotor door
expansie worden teruggewonnen. In een wormmotor, waarvan de wormen een
gelijkblijvende spoedhoek hebben, is geen expansie mogelijk, waardoor de
met de vloeistof toegevoerde elastische arbeid niet kan worden benut. In de
algemene inleiding, is er al op gewezen, dat deze invloed van de samendruk-
baarheid van de vloeistof, vooral bij lage drukken, zeer gering is, reden waarom
de vloeistof bij de verdere beschouwingen, als niet-samendrukbaar is be-
schouwd.

Een volumestroom Q vertegenwoordigt bij een druk van $p \text{ Nm}^{-2}$, een elas-
tische energiestroom van:

$$N_{el} = \frac{Q}{2K} p^2 \text{ Watt} \dots \dots \dots (V-4-1)$$

De hydrostatische energiestroom, welke door deze volumestroom wordt ver-
tegenwoordigd is:

$$N_{hydr} = Qp \text{ Watt} \dots \dots \dots (V-4-2)$$

De verhouding N_{el}/N_{hydr} kan dus worden geschreven als:

$$\frac{N_{el}}{N_{hydr}} = \frac{p}{2K} \dots \dots \dots (V-4-3)$$

Voor verschillende waarden van de druk p , met de bijbehorende waarde van
de compressibiliteitsmodulus K , voor de minerale olie bij 50°C , is deze ver-
houding in de figuur V-2 opgenomen.

p	$50 \cdot 10^5$	$100 \cdot 10^5$	$150 \cdot 10^5$	$200 \cdot 10^5$	$250 \cdot 10^5$	$300 \cdot 10^5$	Nm^{-2}
K	$1,6 \cdot 10^9$	$1,63 \cdot 10^9$	$1,67 \cdot 10^9$	$1,71 \cdot 10^9$	$1,74 \cdot 10^9$	$1,78 \cdot 10^9$	Nm^{-2}
$\frac{N_{el}}{N_{hydr}}$	0,00155	0,00307	0,00450	0,00585	0,00719	0,00843	

Fig. V-2. De invloed van de compressibiliteitsmodulus K

Het aandeel van de elastische arbeid op de hydrostatische arbeid, blijkt bij
drukken lager dan $100 \cdot 10^5 \text{ Nm}^{-2}$ zeer gering te zijn.

EEN BESCHRIJVING VAN DE MEETOPSTELLING VOOR
STATISCHE METINGEN AAN VERDRINGERMOTOREN

1. Inleiding

Onder statische metingen zullen we verstaan: metingen welke onder stationaire bedrijfsomstandigheden zijn verricht. Het drukverschil over de motor, het toerental en de ingangstemperatuur worden tijdens deze metingen constant gehouden. De grootheden die gemeten moeten worden zijn:

Het drukverschil	Δp
De effectieve volumestroom	Q_e
Het afgegeven draaimoment	M_e
Het toerental	n

Het produkt van het drukverschil en de volumestroom is het toegevoerde hydraulische vermogen:

$$N_{\text{hydr}} = \Delta p Q_e \dots \dots \dots \text{(VI-1-1)}$$

Het afgegeven mechanische vermogen is het produkt van het asmoment en de hoeksnelheid:

$$N_{\text{mech}} = \omega M_e \dots \dots \dots \text{(VI-1-2)}$$

Het totaalrendement is gedefinieerd als:

$$\eta_{\text{tot}} = \frac{N_{\text{mech}}}{N_{\text{hydr}}} \dots \dots \dots \text{(VI-1-3)}$$

Met de hierboven genoemde en gemeten grootheden is het dus mogelijk het totaalrendement van de motor te bepalen. Als het slagvolume van de motor bekend is, volgt uit:

$$Q_{th} = n W_{th} \dots \dots \dots \text{(VI-1-4)}$$

en

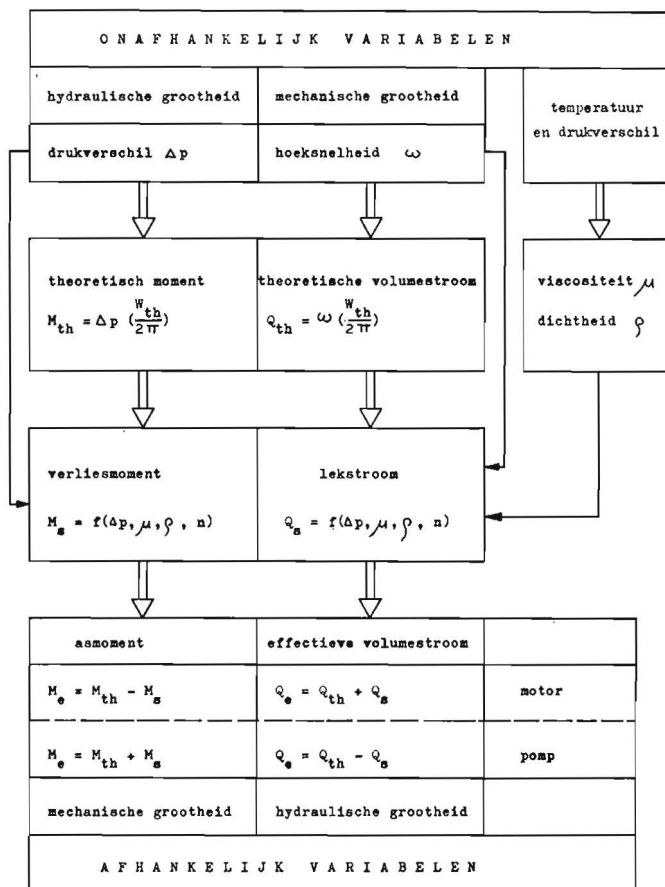
$$M_{th} = \frac{\Delta p W_{th}}{2\pi} \dots \dots \dots \text{(VI-1-5)}$$

het volumetrisch en het mechanisch-hydraulisch rendement:

$$\eta_v = \frac{Q_{th}}{Q_e} \dots \dots \dots \text{(VI-1-6)}$$

$$\eta_{mh} = \frac{M_e}{M_{th}} \dots \dots \dots \text{(VI-1-7)}$$

In het schema IV zijn de onafhankelijk en de afhankelijk variabelen weer-gegeven.



Schema IV De onafhankelijk en de afhankelijk variabelen bij metingen aan hydromotoren.

Het is van veel belang dat de onafhankelijk variabelen tijdens de metingen constant gehouden worden. Het drukverschil kan nl. om een gemiddelde waarde schommelingen vertonen, evenals dit bij het toerental het geval kan zijn.

In fig. VI-1 is het drukverloop van een plunjerpomp tegen de tijd weer-gegeven. De onregelmatigheid van de druk bedraagt hier 17% van het gemiddelde drukkiveau [18].

De onregelmatigheid van de snelheid van een hydromotor is bij snellopende hydromotoren zeer gering. Bij lage toerentallen kunnen t.g.v. stick-slip-

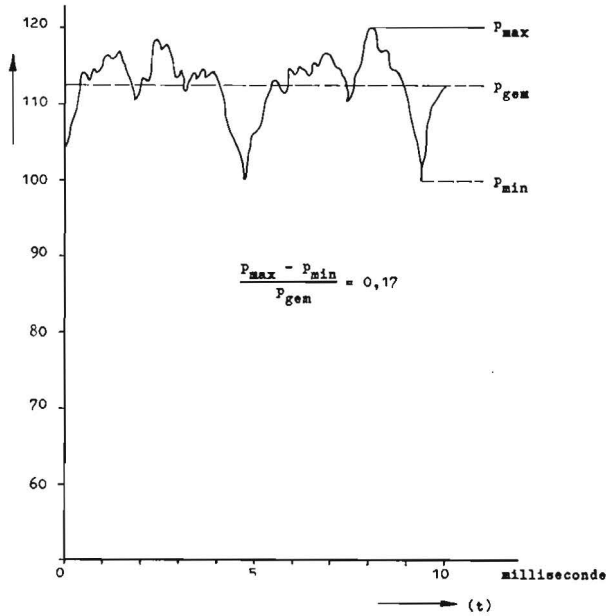


Fig. VI-1. De drukfluctuatie in de persleiding van een axiale plunjerpomp.

verschijnselen de variaties in de snelheid echter ontoelaatbaar hoog worden.

Misschien is het in de toekomst bij metingen aan hydraulische werktuigen mogelijk de onafhankelijk variabelen via terugkoppelingen nog beter constant te houden, waardoor ook de kleine schommelingen om de gemiddelde waarde gedeeltelijk worden afgevlakt.

Het constant houden van de temperatuur is in verband met de vereiste constante ingangsviscositeit van de vloeistof zeer belangrijk. Toch moet in het oog gehouden worden dat de viscositeit van de vloeistof ten gevolge van verouderen langzaam verandert. Telkens wanneer de vloeistof na op druk te zijn gebracht in een spleet weer expandeert, vindt er een kleine verandering van de vloeistofeigenschappen plaats. In verband hiermee is de inhoud van het vloeistofreservoir zeer groot gekozen, waardoor de omlooptijd van de vloeistof lang wordt en het verouderingsproces zeer langzaam plaats vindt.

Omdat de onafhankelijk variabelen gedurende de meettijd kleine schommelingen om een evenwichtsstand uitvoeren, is het voor toekomstige metingen wellicht nuttig een meettechniek te ontwikkelen waarbij het door vergaande digitalisering van de meetapparatuur mogelijk wordt zeer snel momentane waarden van de te meten grootheden op ponsbanden vast te leggen.* Via

* Deze meetmethodiek bevindt zich thans (1966) in een vergevorderd stadium van ontwikkeling.

statistische methoden kunnen deze meetgegevens dan worden verwerkt, waardoor een nog nauwkeuriger uitkomst wordt verkregen.

In de volgende paragrafen is de onnauwkeurigheid van de verschillende meetmethoden onderzocht. De onnauwkeurigheidshyperbolen geven de maximaal mogelijke fout aan. De totale onnauwkeurigheid die hier wordt aangegeven treedt alleen maar op, als alle meetpunten gelijktijdig met de maximaal mogelijke fout gemeten worden. In werkelijkheid is de kans dat dit gebeurt, zeer gering. De onnauwkeurigheid van de meting zal dan ook geringer zijn, dan de hyperbolen doen vermoeden.

2. De meetopstelling

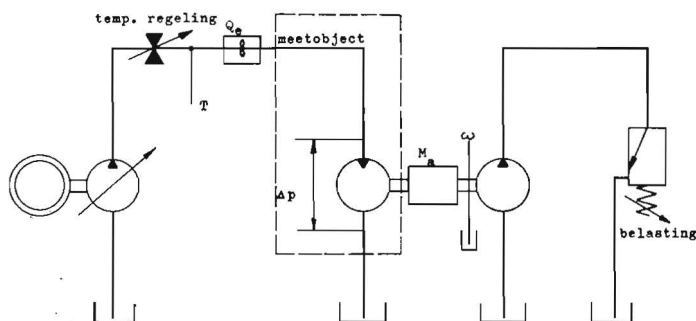


Fig. VI-2 De meetopstelling.

Het meetobject (de hydromotor) is opgenomen in een schakeling volgens figuur VI-2. Een variabele pomp levert een volumestroom aan de te onderzoeken hydromotor. Hierdoor neemt de motor een bepaald toerental aan. Het drukverschil over de hydromotor wordt bepaald door de instelling van de belasting. De meetapparaten welke nodig zijn voor het gelijktijdig verrichten van metingen werden grotendeels door Schlösser in [2] beschreven.

3. Het meten van drukverschillen

In [2] is een beschrijving gegeven van de differentiaal-zuiger-manometer, waarmee het mogelijk is drukverschillen tot $200 \cdot 10^5 \text{ Nm}^{-2}$ met een zeer grote nauwkeurigheid te meten. In fig. VI-3 is de maximale onnauwkeurigheid tegen het drukverschil uitgezet.

Het principeschema van de drukverschilmeting is in fig. VI-4 weergegeven.

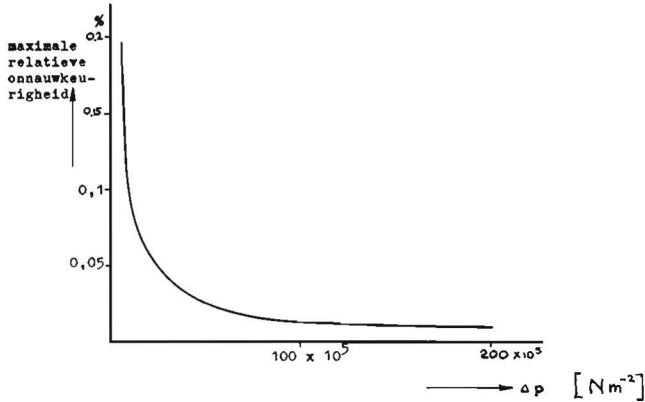


Fig. VI-3. Onnauwkeurigheidsgrafiek van de differentiaal zuigermanometer.

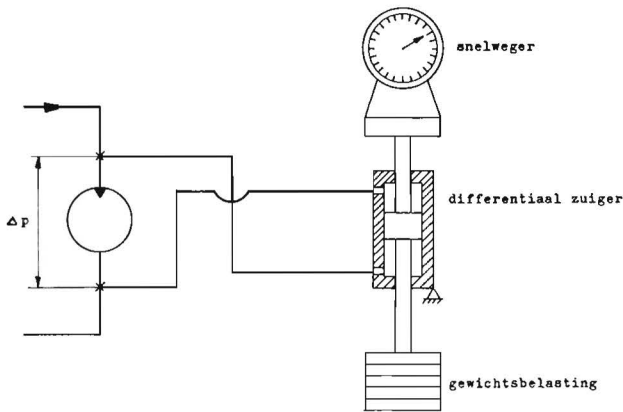


Fig. VI-4. Principeschema drukverschilmeting.

4. Het meten van het aantal omwentelingen

Het aantal omwentelingen van de motoras wordt gemeten door middel van een schijf welke op de as bevestigd is en waarin, gelijkmatig over de omtrek verdeeld, 100 gaatjes zijn aangebracht. Een lichtstraal, welke ter hoogte van de gaatjes is aangebracht, wordt door de draaiende schijf 100 maal per omwenteling onderbroken. Deze onderbrekingen worden door een fotocel in spanningspulsen omgezet en via een poortschakeling naar een elektronische teller gevoerd. De poortschakeling wordt door een kristal gestuurde elektronische klok geschakeld. De maximale onnauwkeurigheid van de elektronische klok met poortschakeling is kleiner dan $\pm 0,10/100$. De telfout van de omwentelingenteller kan maximaal 2 gaatjes zijn. Dit komt over met $2 \times (360/100) = 7,2^\circ$

hoekverdraaiing van de motoras. Bij een meettijd van 10 seconden en een snelheid van de motoras van 25 omw/sec betekent dit dat gedurende deze meettijd 25.000 pulsen worden afgegeven. De maximale relatieve onnauwkeurigheid is dus 0,008%. Bij lagere motorsnelheden bijv. 10 omw /sec neemt

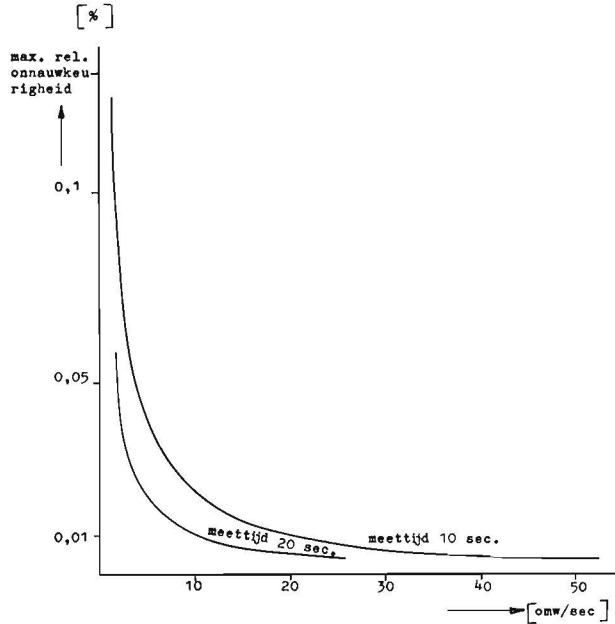


Fig. VI-5. Maximale meetonnauwkeurigheid van de snelheidsmeting.

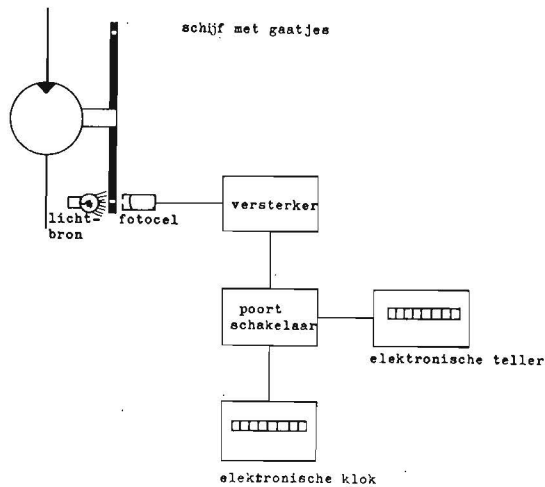


Fig. VI-6. Principeschema snelheidsmeting.

de maximale onnauwkeurigheid toe tot 0,2%. Door de meettijd bij lage motor-snelheden op te voeren neemt de maximale onnauwkeurigheid weer af.

In fig. VI-5 is de maximale relatieve onnauwkeurigheid van de omwentelingentelling afhankelijk van de omwentelingsnelheid bij constante meettijd weergegeven.

Het prinsipeschema van de snelheidsmeting is in fig. VI-6 getekend. De meettijd kan op de elektronische klok worden ingesteld.

5. Het meten van een draaimoment

Voor het meten van het moment wordt gebruik gemaakt van een meetas, waarin met behulp van rekstrookjes de torsie t.g.v. het wringend moment wordt omgezet in een elektrisch signaal. De momentmeetas bestaat uit een roterende as met slepringen en een niet-roterend huis, waarin de koolborstels zijn gemonteerd, zoals schematisch in figuur VI-7 is aangegeven.

Het huis is aan één kant op de meetas gelagerd. Door deze eenzijdige lagering wordt de meetwaarde niet door lager- en koolborstelwrijving beïnvloed.

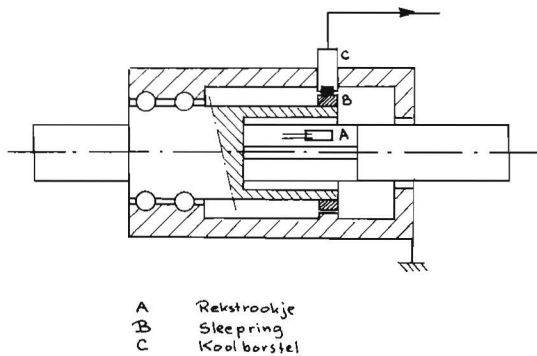


Fig. VI-7. De schematische voorstelling van de momentmeetas.

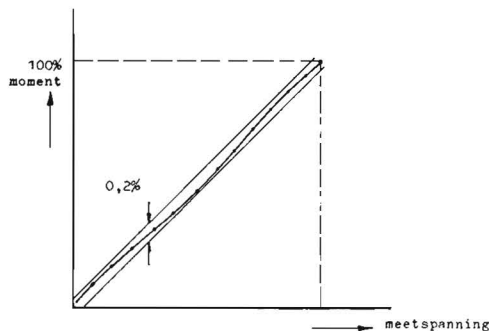


Fig. VI-8. IJkgrafiek moment meetas.

Op de meetas zijn rekstrookjes aangebracht welke in een Wheatstonbrugschakeling zijn opgenomen.

De vervorming van de torsie-as ten gevolge van het wringend moment heeft een weerstandsverandering van de rekstrookjes tot gevolg, waardoor een verstemming van de brugschakeling optreedt. Door de verstemming van de brugschakeling wordt een meetspanning verkregen welke evenredig is met de grootte van het wringend moment.

De ijkgrafiek waarin de meetspanning tegen het wringend moment is uitgezet geeft aan dat de meetwaarden binnen een band van 0,2% van de eindwaarde liggen.

Als in fig. VI-8 gebruik wordt gemaakt van een lineaire betrekking tussen moment en meetspanning is de maximaal mogelijke fout van de meetas $\pm 0,1\%$ van de maximale waarde.

De maximale relatieve fout van de meetas is in fig. VI-9 uitgezet. Bij kleine meetwaarden verdient het aanbeveling over te gaan op een meetas met een kleiner meetbereik. In fig. VI-9 is met streeplijnen aangeduid hoe bij meetassen met een kleiner meetbereik de maximale relatieve onnauwkeurigheid verloopt.

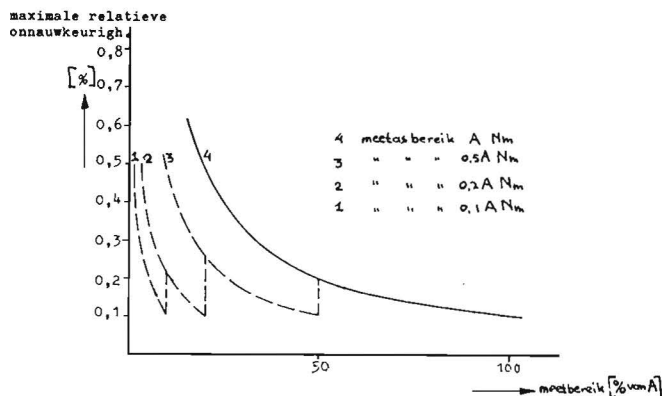


Fig. VI-9. De maximale relatieve onnauwkeurigheid bij gebruik van een serie meetassen.

Door gebruik te maken van een serie meetassen met een meetbereik van telkens 50%, 20% en 10% van het meetbereik van de oorspronkelijke meetas kan de maximale relatieve onnauwkeurigheid beneden de 0,3% blijven. De hierboven beschreven onnauwkeurigheid kan worden geëlimineerd door niet uit te gaan van een lineaire betrekking tussen het moment en de meetwaarde, maar door het bij een bepaalde meetspanning behorende moment in de ijkgrafiek op te zoeken.

De meetspanning die door de meetas wordt afgegeven wordt toegevoerd aan

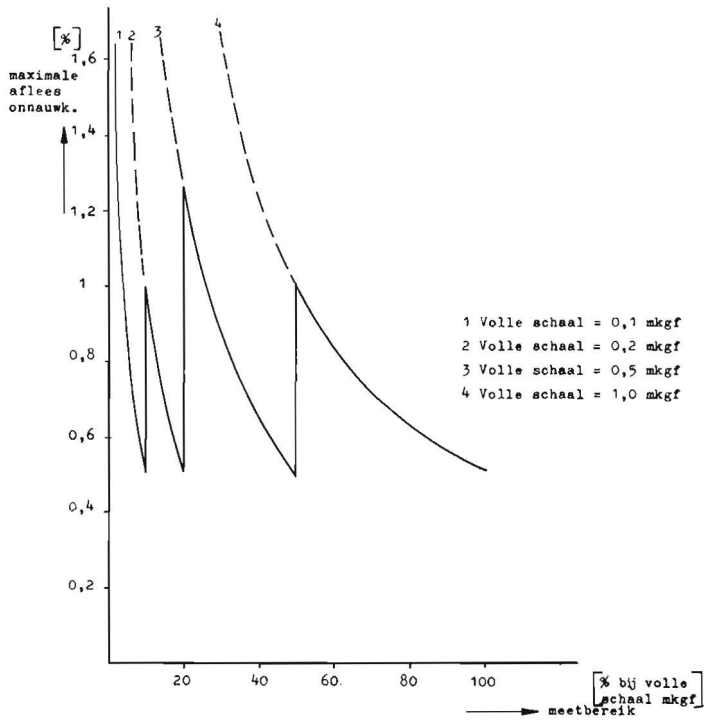


Fig. VI-10. Analoge aflezing op versterker.

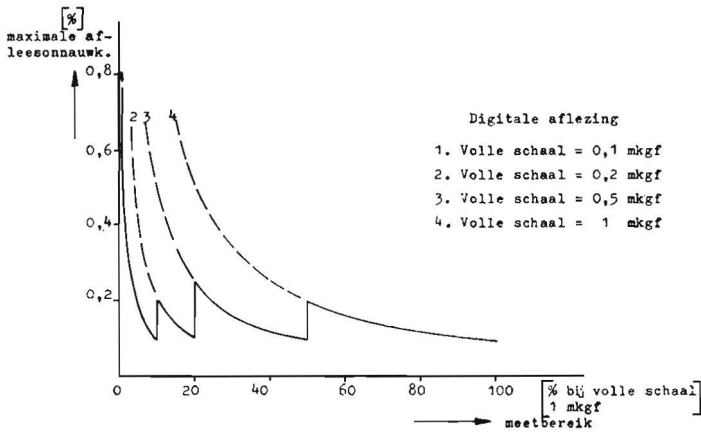


Fig. VI-11. Digitale aflezing.

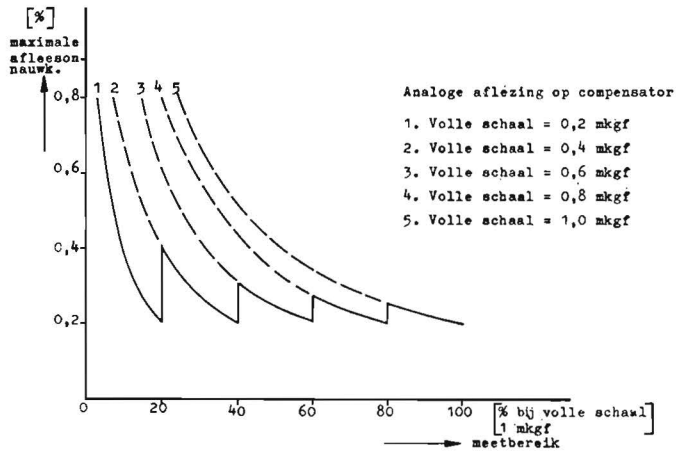


Fig. VI-12. Analoge aflezing op compensator.

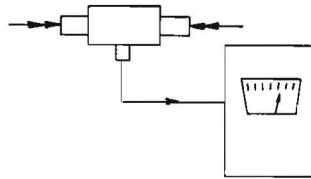


Fig. VI-13. Schematische meetopstelling van momentmeetas en meetversterker. Aflezing op analoge schaal.

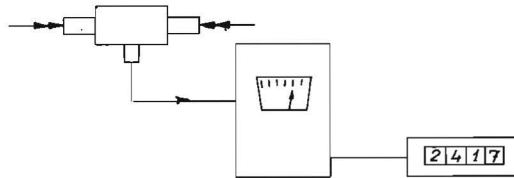


Fig. VI-14. Schematische meetopstelling van momentmeetas en meetversterker met digitale voltmeter. Aflezing op digitale schaal.

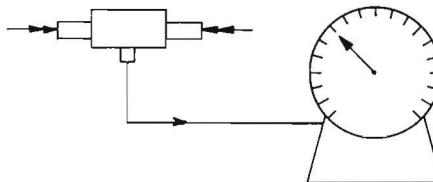


Fig. VI-15. Schematische meetopstelling van momentmeetas en compensator. Aflezing op analogeschaal.

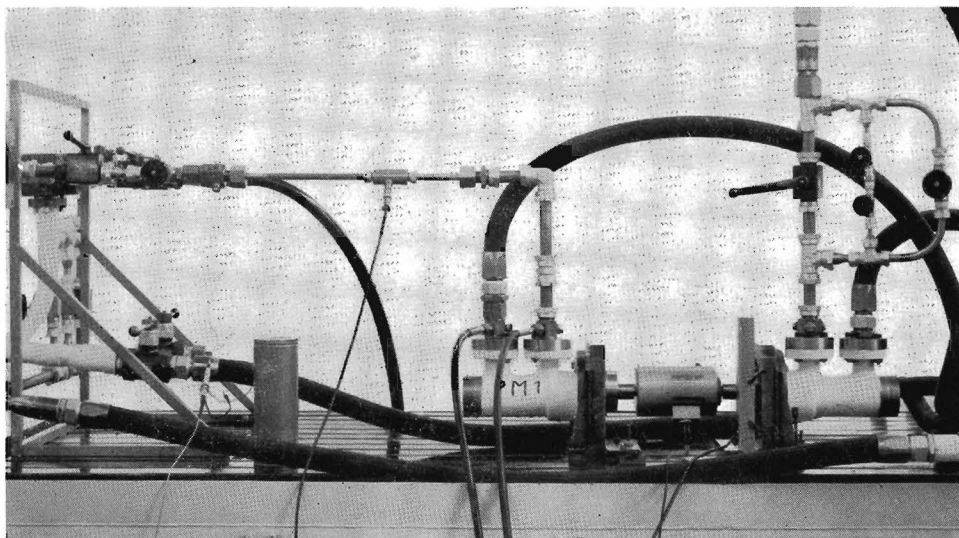
een meetversterker. Dit versterkte signaal kan op een analoge schaal van de meetversterker worden afgelezen. De maximale aflees- onnauwkeurigheid van deze analoge schaal is kleiner dan $\pm 0,5\%$ van de volle schaal.

In fig. VI-10 is de maximale afleesonauwkeurigheid van de analoge schaal van de meetversterker afhankelijk van het ingestelde meetbereik weergegeven. Teneinde de nauwkeurigheid van de meetas geheel te kunnen benutten kan de uitgang van de meetversterker worden verbonden met een digitale voltmeter. De onnauwkeurigheid van de digitale voltmeter is $\pm 0,05\%$ van de volle schaal. In fig. VI-11 is de onnauwkeurigheid tegen het ingestelde meetbereik uitgezet. Door het overgaan op een steeds kleiner meetbereik blijft de maximale afleesonauwkeurigheid bij digitale aflezing beneden de $2,5/100$.

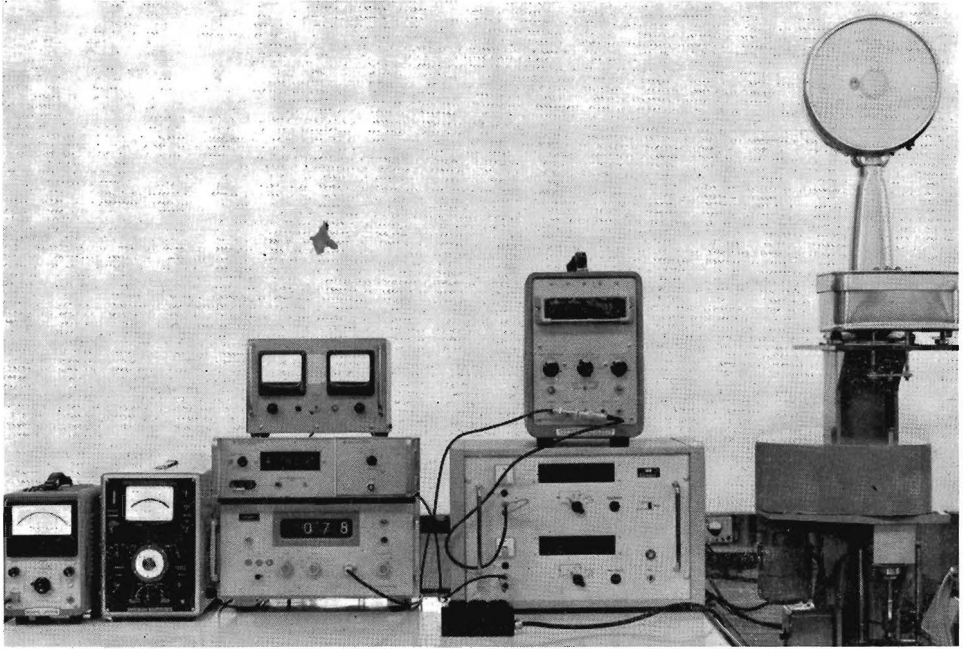
Door gebruik te maken van een compensator met een beter afleesbare analoge schaal waarvan de onnauwkeurigheid minder dan $\pm 0,2\%$ van de volle schaal is zal de afleesonauwkeurigheid volgens fig. IV-12 beneden $\pm 4/100$ blijven. In de figuren VI-13 t/m VI-15 zijn respectievelijk de schema's opgenomen van de momentmeting met:

- a. meetversterker, figuur VI-13;
- b. meetversterker en digitale voltmeter, figuur VI-14;
- c. compensator, figuur VI-15.

In de overzichtsfoto's I, II en III van de proefstand en van de gebruikte meetinstrumenten is de momentmeting volgens de digitale- en volgens de analoge aanwijzing aangegeven.



temperatuurmeting volumestroommeting drukverschilmeting meetobject momentmetas snelheidsmeting belasting
Foto I. De opstelling van het meetobject met de meetpunten.



analoge
tempera-
tuur-
aflezing

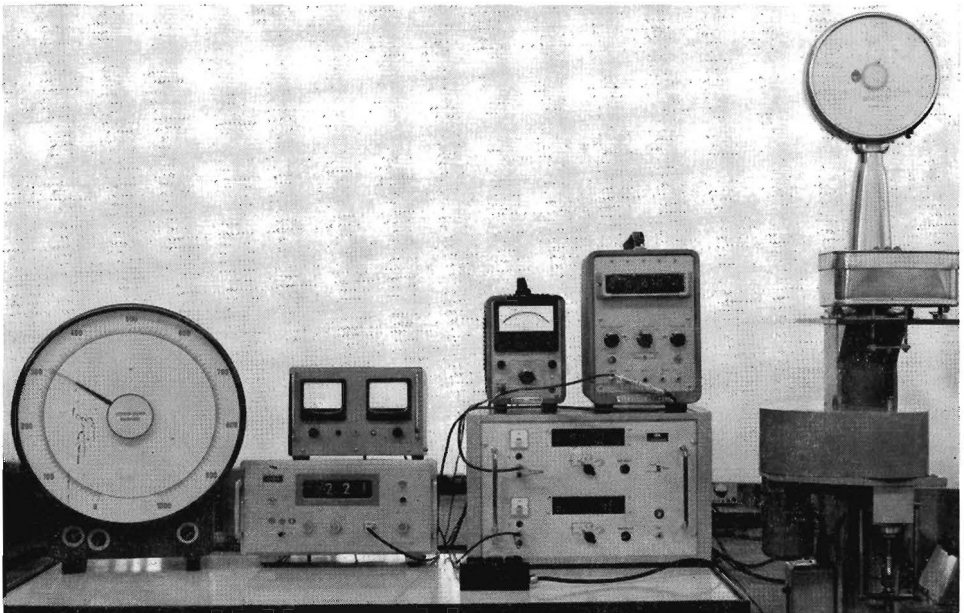
analoge
moment-
aflezing

digitale
momentmeting
en temperatuur-
meting

digitale
snelheidsmeting en
volumestroommeting

drukverschilmeting

Foto II. De meetinstrumenten bij digitale momentaflezing.



analoge
momentmeting
op compensator

digitale
temperatuurmeting

digitale snelheidsmeting
volumestroommeting en
analoge temperatuurmeting

drukverschilmeting

Foto III. De meetinstrumenten bij momentaflezing op compensator.

6. Het meten van volumestromen

Voor het meten van volumestromen werd in het verleden uitsluitend gebruik gemaakt van een weegmethode, waarbij de pomppopbrengst gedurende een bepaald aantal omwentelingen van de pomp werd gewogen. Hierna werd de opbrengst per seconde door berekening bepaald. Deze methode is in [1] uitvoerig beschreven.

Hoewel deze methode thans voor het meten van volumestromen niet vaak meer wordt toegepast omdat ze zich voor het bepalen van de volumestroom naar de hydromotor minder goed leent, is bij de hierna besproken metingen in enkele gevallen van deze zeer nauwkeurige methode gebruik gemaakt.

Meestal wordt voor het meten van de volumestroom naar de hydromotor gebruik gemaakt van een turbine-doorstroommeter. Dit is een van schoepen voorzien draaibaar lichaam dat in een daartoe bestemde buis is aangebracht, zie figuur VI-16.

In de wand van deze buis is een spoel aangebracht zodanig dat bij het passeren van elke schoep een spanning in de spoel wordt geïnduceerd. Deze nagenoeg sinusvormige spanning wordt in een pulsformer omgezet in een blokvormig signaal, dat via een poortschakeling naar een elektronische teller wordt

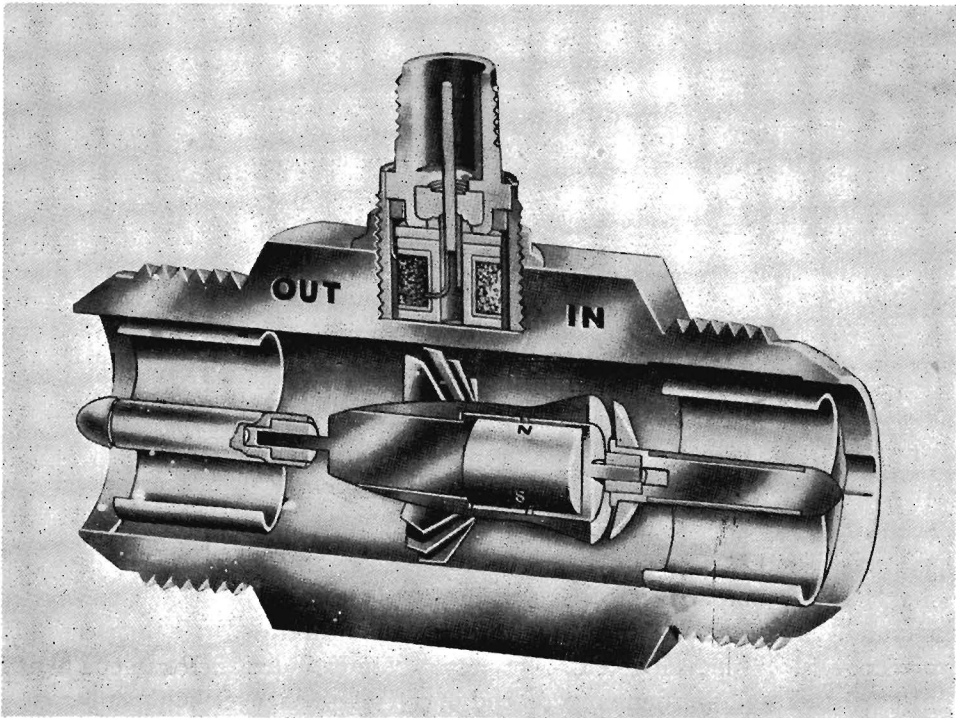


Fig. VI-16. Doorsnede van de turbine-doorstroommeter.

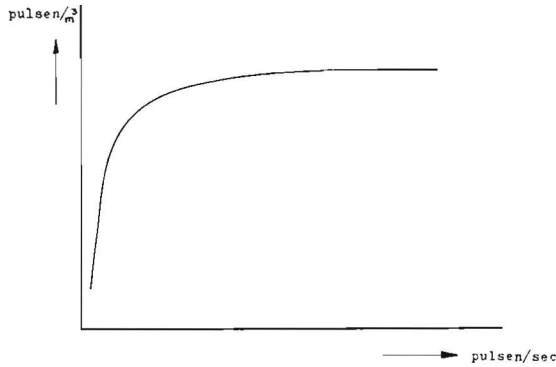


Fig. VI-17. Ijkgrafiek turbine-doorstroommeter.

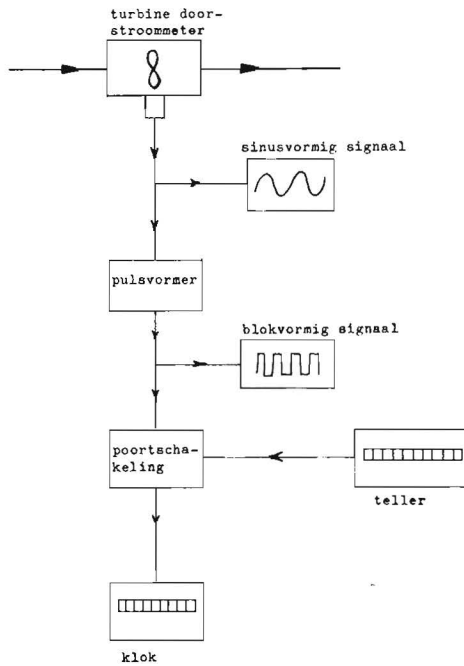


Fig. VI-18. Schematische weergave van de meetwijze van de volumestroom.

gevoerd. Deze poortschakeling wordt door een kristalgestuurde elektronische klok geschakeld. De onnauwkeurigheid van de elektronische klok met poortschakeling is kleiner dan $\pm 0,1\%$. De te kiezen meettijd kan op de klok worden ingesteld. Gedurende de meettijd wordt het aantal pulsen dat door de pulsformer wordt afgegeven geteld. Met behulp van een ijkgrafiek kan een aantal pulsen per seconde worden omgerekend in een volumehoeveelheid per seconde.

De ijking van de volumestroommeter geschiedt met een onnauwkeurigheid

van minder dan $\pm 0,70/100$. Zie [19]. De afleesonauwkeurigheid van de ijkgrafiek wordt klein gehouden door de ijkgrafieken op een grote schaal te tekenen, of door de ijkgegevens in tabellen op te nemen. In figuur VI-17 is een ijkgrafiek van een hoeveelheidsmeter weergegeven. Gedurende de meettijd van bijvoorbeeld 10 seconden wordt het aantal pulsen, dat de turbine-doorstroommeter afgeeft geteld. Op de horizontale as zoekt men nu dit aantal op waarna op de verticale as een ijkfactor in pulsen/m³ kan worden afgelezen. Deling van het getelde aantal pulsen door de ijkfactor levert de volumestroom in m³/sec op. In figuur VI-18 is schematisch de opstelling van de meetapparatuur voor het meten van volumestromen weergegeven.

7. Het instellen van de temperatuur

Het mathematisch model is o.a. gebaseerd op een constante ingangstemperatuur van de vloeistof. Bij het beproeven van pompen is het constant houden van de temperatuur geen probleem omdat de vloeistof rechtstreeks aan een reservoir onttrokken wordt, waarvan de temperatuur nauwkeurig geregeld kan worden [2].

Bij het beproeven van motoren moet de vloeistof eerst op druk gebracht worden, hetgeen betekent dat de vloeistof vanaf het reservoir via een verdringerpomp naar de motor wordt geleid. Omdat de verdringerpomp niet verliesvrij is, zal het verliesvermogen van deze pomp in een warmtestroom worden omgezet en gedeeltelijk in de vloeistof terecht komen. Hierdoor stijgt de temperatuur van de vloeistof afhankelijk van het verliesvermogen van de pomp.

Het ligt nu voor de hand om de reservoirtemperatuur lager af te stellen dan de gewenste ingangstemperatuur van de vloeistof bij de motor.

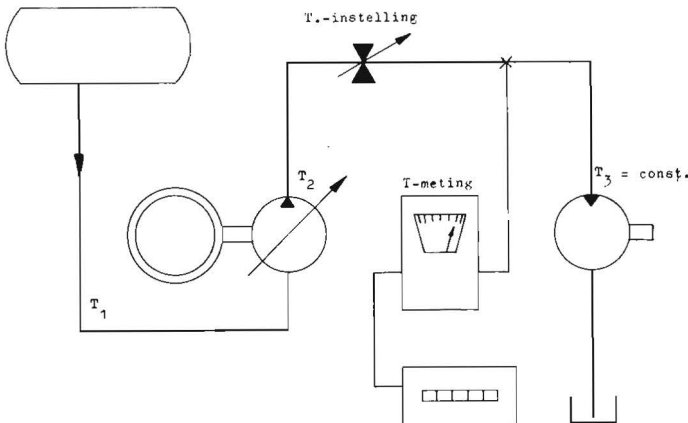


Fig. VI-19. Temperatuurinstelling.

Om nu de gewenste constante waarde T_3 in te stellen wordt in de toevoering van de motor een regelbare weerstand opgenomen waarin smoor-energie in warmte wordt omgezet. De temperatuur van de toegevoerde vloeistof wordt achter deze regelbare weerstand met behulp van een thermokoppel en een digitale voltmeter gemeten. De regelbare weerstand kan nu zodanig worden ingesteld tot de gewenste temperatuur T_3 bereikt is. De instel-onnauwkeurigheid is kleiner dan $\pm 0,25$ °C.

HET PROEFOBJECT

1. Inleiding

Om het mathematisch model van een hydromotor aan het werkelijke motorgedrag te toetsen, verdient het aanbeveling als proefobject een motortype te kiezen waarin effecten, die de uitkomst kunnen vertroebelen, zo weinig mogelijk optreden.

De voornaamste invloeden, die verkeerde interpretaties van de meetgegevens tot gevolg kunnen hebben, zijn in de vorige hoofdstukken al behandeld.

De keuze is uitgegaan naar de wormmotor, welke keuze in de volgende paragrafen zal worden gemotiveerd.

2. De invloed van het meesleerslagvolume

Het meesleerslagvolume kan een positieve of negatieve bijdrage leveren aan het theoretische slagvolume van een hydromotor. Bij een wormmotor staat de meesleerrichting loodrecht op de transportrichting van de verdringer-machine waardoor ten gevolge van meesleuring géén bijdrage aan het slagvolume wordt geleverd. De wormmotor heeft dus geen meesleerslagvolume.

3. De invloed van de elasticiteit van het motorhuis

Als het motorhuis elastisch is, kan dit invloed hebben op het theoretisch slagvolume. Door elastische vergroting (opblazen) van het motorhuis, bij verhoging van de druk, kunnen de lekspleetafmetingen veranderen en kan het meesleerslagvolume dat in paragraaf 2 genoemd is beïnvloed worden.

Het theoretisch slagvolume wordt dan drukafhankelijk. Een theoretische beschouwing over de invloed van de elasticiteit op het theoretisch slagvolume is door Rietman in [20] gegeven.

Omdat de wormmotor geen meesleerslagvolume heeft, kan de elastische vervorming van het motorhuis geen bijdrage leveren aan het slagvolume. Een eventuele elastische vervorming van de worm door de oliedruk, kan invloed op het slagvolume hebben, maar deze invloed is zéér gering.

4. De invloeden van de commutator

Bij een hydromotor waarbij een schadelijke ruimte aanwezig is, wordt per

omwenteling de vloeistof, die zich bij hoge druk in de schadelijke ruimte bevindt, teruggevoerd naar de lage drukzijde waar expansie van deze vloeistof plaats vindt.

De wormpomp en -motor onderscheidt zich van alle andere verdringer-convertoren door het feit, dat geen mechanische delen van de machine van het hogedrukgebied naar het lagedrukgebied (of omgekeerd) worden verplaatst. Hierdoor kan geen schadelijke ruimte aanwezig zijn, met als gevolg dat terugdraaieffecten geen invloed kunnen uitoefenen op de meetresultaten.

5. De invloed van de oneenparigheid van de volumestroom

In hoofdstuk IV, paragraaf 3 zijn uitdrukkingen opgesteld voor het momentaan opgenomen volume V van de hydromotor. Alleen bij de wormmotor blijkt de grootte V geen functie van de draaiingshoek φ te zijn, zodat geen fluctuaties in de volumestroom optreden. Een variatie van de volumestroom van de wormmotor treedt alleen nog op doordat de dichtheidsgraad van de wormmotor, evenals dit bij andere soorten verdringer motoren het geval is, variabel is.

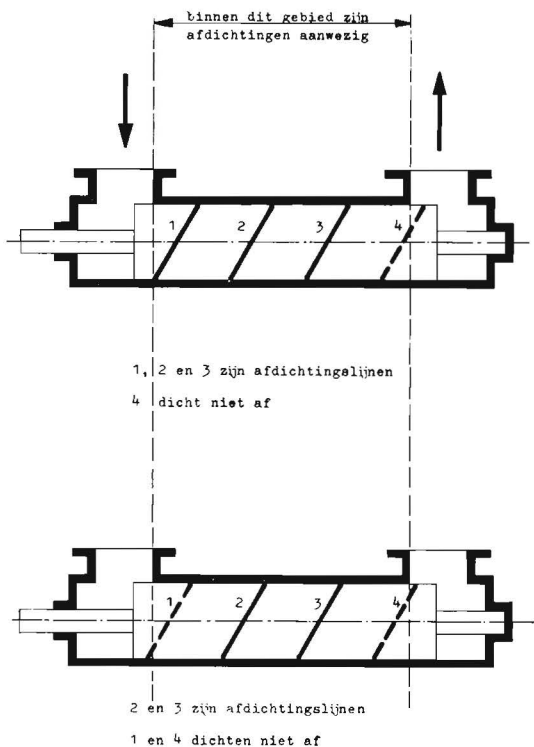


Fig. VII-1. Schematische voorstelling van de dichtheidsgraad van een wormmotor.

Hierdoor is de lekstroom een functie van de draaiinghoek φ . De variatie in dichtheidsgraad bij een wormmotor wordt veroorzaakt door het feit dat het aantal afdichtingslijnen tijdens één omwenteling niet constant blijft. In figuur IV-2 is dit schematisch aangeduid.

6. Motivering van de keuze van het proefobject

Omdat de effecten genoemd in de paragrafen 2 t/m 5 bij een wormmotor geen invloed kunnen uitoefenen, is de wormmotor als proefobject gekozen. Door de afwezigheid van deze effecten zal een, met de wormmotor als proefobject, uitgevoerd meetprogramma duidelijker inzichten geven in het gedrag van de hydromotor, dan bij de keuze van een ander verdringermotortype.

Als het mogelijk blijkt, het mathematisch model toe te passen op de wormmotor, kan in de toekomst het onderzoek gericht worden op andere verdringermotortypen.

LEKSPLETEN EN LEKDOORTOCHTEN IN VERDRINGERWERKTUIGEN

1. Inleiding

In een verdringerwerktuig treden noodzakelijkerwijze spleten en gaten op, waardoor vloeistof van de hogedrukszijde naar de lagedrukszijde kan weglekken. De spleten en gaten kunnen worden beschouwd als hydraulische weerstanden. In de verdringermachine kunnen deze hydraulische weerstanden in zeer willekeurige configuraties voorkomen.

Een exacte beschrijving van het netwerk van hydraulische weerstanden, is wegens de gecompliceerdheid hiervan niet te geven. Uit lekstroommetingen kunnen echter conclusies getrokken worden over de aard van het weerstandsnetwerk. Om tot mathematische uitdrukkingen voor de lekstroom door het weerstandsnetwerk te kunnen komen, zal moeten worden uitgegaan van een benaderend rekenmodel.

In 1946 stelde Wilson [21] een mathematisch model op, waarin de lekstroom van een verdringermachine werd beschouwd als een zuivere viskeuze lekstroom.

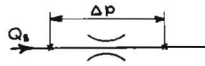


Fig. VIII-1. De lekstroom door een viscositeitsafhankelijke weerstand.

Symbolisch wordt dit door figuur VIII-1 voorgesteld.

In 1958 stelde Schlösser [22] aan de hand van metingen vast, dat de lekstroom niet alleen door de viscositeit van de vloeistof wordt beheerst, maar dat de dichtheid van de vloeistof eveneens van invloed is. Hij stelde een mathematisch model op, waarin de lekstroom beschreven wordt door een parallelschakeling van een viscositeitsafhankelijke lekstroom en een dichtheidsafhankelijke lekstroom. In figuur VIII-2 is dit schematisch weergegeven.

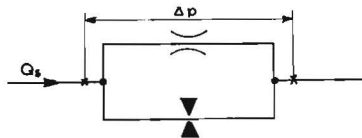


Fig. VIII-2. De lekstroom door een parallelschakeling.

In [2] wordt de mogelijke aanwezigheid van serieschakelingen onderkend, maar de meetresultaten zijn nog niet voldoende nauwkeurig om tot een definitieve keuze tussen de parallelschakeling en de serieschakeling te komen.

Omdat de parallelschakeling van een viscositeitsafhankelijke en een dichtheidsafhankelijke weerstand een overzichtelijker mathematisch model oplevert, is in [2] de parallelschakeling gekozen als uitgangspunt voor de beschouwingen van de lekstroom in een verdringermachine. Naarmate de nauwkeurigheid van de metingen toenam, traden afwijkingen van het fysisch gedrag ten opzichte van het door Schlösser gekozen mathematisch model aan het licht. De meetresultaten met de huidige (1964) meetopstelling wijzen echter uit, dat de serieschakeling meer representatief is voor het weerstandsnetwerk in een wormmotor dan de parallelschakeling.

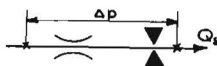


Fig. VIII-3. De lekstroom door een serieschakeling.

Uitgaande van deze serieschakeling volgens figuur VIII-3 is in de volgende paragrafen een mathematisch model opgesteld en een scheidingsmethode voor de viscositeits- en dichtheidsafhankelijke lekstroom aangegeven.

Met dit mathematisch model, blijken de afwijkingen van het fysisch gedrag ten opzichte van het mathematisch model, waarin de parallelschakeling gekozen is, volledig verklaarbaar te zijn.

Bij de beschouwingen van de in serie geschakelde viscositeitsafhankelijke en dichtheidsafhankelijke weerstanden is aangenomen dat de viscositeit en de dichtheid van de vloeistof constant blijft.

2. De lekstroom door de viscositeitsafhankelijke weerstand

Een lekspleet beschouwen we als een hydraulische weerstand, waarvan de grootte overwegend viscositeitsafhankelijk is.

Volgens de stromingsleer is de lekstroom door de viscositeitsafhankelijke weerstand:

$$Q_{sv} = \frac{\Delta p e s^3}{12 \mu l} = A \frac{\Delta p}{\mu} \dots \dots \dots \text{(VIII-2-1)}$$

Zie figuur VIII-4.

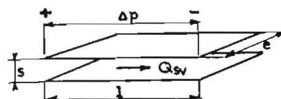


Fig. VIII-4. De viscositeitsafhankelijke weerstand.

Het symbool voor deze weerstand is in figuur (VII-1) getekend.

Uit een analogie met elektrische weerstanden kunnen we besluiten:

- a. Een serieschakeling van viscositeitsafhankelijke weerstanden kan worden vervangen door één viscositeitsafhankelijke substitutieweerstand.
- b. Een parallelschakeling van viscositeitsafhankelijke weerstanden kan worden vervangen door één viscositeitsafhankelijke substitutieweerstand.

3. De lekstroom door de dichtheidsafhankelijke weerstand

Een lekstroomdoortocht, waarin een uitgesproken turbulente stroming optreedt, noemen we een dichtheidsafhankelijke weerstand. De lekstroom Q_{st} wordt geschreven als:

$$Q_{st} = j \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} = \frac{B \sqrt{\Delta p}}{\sqrt{\rho}} \dots \dots \dots \text{(VIII-3-1)}$$

waarin j het kleinste oppervlak van de doortocht is (zie fig. VIII-5).

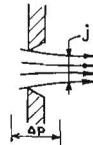


Fig. VIII-5. De dichtheidsafhankelijke weerstand.

Het symbool voor de dichtheidsafhankelijke weerstand, is in figuur VIII-6 getekend.



Fig. VIII-6. Het symbool voor de dichtheidsafhankelijke weerstand.

Chaimowitsch geeft in [23] uitdrukkingen voor serie- en parallelschakelingen van dichtheidsafhankelijke weerstanden. Uit die uitdrukkingen leiden we af:

- a. Een serieschakeling van dichtheidsafhankelijke weerstanden kan worden vervangen door één dichtheidsafhankelijke substitutieweerstand.
- b. Een parallelschakeling van dichtheidsafhankelijke weerstanden kan vervangen worden door één dichtheidsafhankelijke substitutieweerstand.

4. De serieschakeling van viscositeits- en dichtheidsafhankelijke weerstanden

In figuur VIII-7 zijn viscositeits- en dichtheidsafhankelijke weerstanden in serie geschakeld.

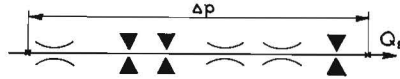


Fig. VIII-7. De serieschakeling van viscositeitsafhankelijke en dichtheidsafhankelijke weerstanden.

Met de stellingen uit paragraaf 2 en 3 kunnen we deze serieschakeling vervangen door een serieschakeling van één viscositeitsafhankelijke- en één dichtheidsafhankelijke weerstand. Zie figuur VIII-8.

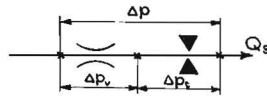


Fig. VIII-8. De substitutieschakeling van de serieschakeling volgens figuur VIII-7.

Hierin is Δp_v het drukverschil over de viscositeitsafhankelijke weerstand terwijl Δp_t het drukverschil over de dichtheidsafhankelijke weerstand is.

We noteren nu volgens formule (VIII-2-1) en (VIII-3-1):

$$Q_s = \frac{A \Delta p_v}{\mu} \dots \dots \dots (VIII-4-1)$$

$$\Delta p_v = \frac{\mu Q_s}{A} \dots \dots \dots (VIII-4-2)$$

$$Q_s = \frac{B \sqrt{\Delta p_t}}{\sqrt{\rho}} \dots \dots \dots (VIII-4-3)$$

$$\Delta p_t = \frac{\rho Q_s^2}{B^2} \dots \dots \dots (VIII-4-4)$$

Uit figuur VIII-8 volgt:

$$\Delta p_t + \Delta p_v = \Delta p \dots \dots \dots (VIII-4-5)$$

Combineren van (VIII-4-2), (VIII-4-4) en (VIII-4-5) levert op:

$$\frac{\rho Q_s^2}{B^2} + \frac{\mu Q_s}{A} = \Delta p \dots \dots \dots (VIII-4-6)$$

Q_s kan nu uit deze vierkantsvergelijking worden opgelost.

$$Q_s = \frac{\mu B^2}{2\rho A} \left(\sqrt{1 + \frac{4\rho A^2 \Delta p}{\mu^2 B^2}} - 1 \right) \dots \dots \dots \text{(VIII-4-7)}$$

De invloed van viskeuze en dichtheidsafhankelijke effecten op de volumestroom ten gevolge van de serieschakeling, kan door een energiebeschouwing worden vastgesteld.

De viscositeitsafhankelijke weerstand neemt een vermogen $N_v = \Delta p_v Q_s$ op, terwijl de dichtheidsafhankelijke weerstand een vermogen $N_t = \Delta p_t Q_s$ opneemt. Voor de serieschakeling geldt $N_s = \Delta p Q_s$. Om nu het aandeel van de viscositeitsafhankelijke weerstand op de totale weerstand vast te stellen, kan N_v worden vergeleken met N_s . De verhouding N_v/N_s wordt nu:

$$\frac{N_v}{N_s} = \frac{\Delta p_v Q_s}{\Delta p Q_s} = \frac{\mu Q_s}{A \Delta p} \dots \dots \dots \text{(VIII-4-8)}$$

Na invullen van formule (VIII-4-7) in (VIII-4-8) krijgen we:

$$\frac{N_v}{N_s} = \frac{\mu^2 B^2}{2\rho A^2 \Delta p} \left(\sqrt{1 + \frac{4\rho A^2 \Delta p}{\mu^2 B^2}} - 1 \right) \dots \dots \dots \text{(VIII-4-9)}$$

We voeren nu de dimensieloze grootte E in:

$$E = \sqrt{\frac{\rho A^2 \Delta p}{\mu^2 B^2}} \dots \dots \dots \text{(VIII-4-10)}$$

Dan schrijven we (VIII-4-9) als:

$$\frac{N_v}{N_s} = \frac{(\sqrt{1+4E^2}-1)}{2E^2} \dots \dots \dots \text{V(III-4-11)}$$

De fysische betekenis van de grootte E blijkt na invullen van de bedrijfsparameters λ en σ , welke in hoofdstuk II genoemd zijn, en na invullen van de verliescoëfficiënten C_{sv}^* en C_{st}^* voor de spleetafmetingen A en de doortochtafmetingen B . Uit:

$$A = \frac{es^3}{12l} \dots \dots \dots \text{(VIII-4-12)}$$

en

$$B = j\sqrt{2} \dots \dots \dots \text{(VIII-4-13)}$$

volgt voor de beschouwde serieschakeling:

$$C_{sv}^* = \frac{2\pi}{W_{th}} \frac{s^3 e}{12l} = \frac{2\pi}{W_{th}} A \dots \dots \dots \text{(VIII-4-14)}$$

$$C_{st}^* = \frac{j}{\sqrt[3]{W_{th}^2}} = \frac{B}{\sqrt{2}\sqrt[3]{W_{th}^2}} \dots \dots \dots \text{(VIII-4-15)}$$

met

$$\lambda = \frac{2\pi\mu n}{\Delta p}$$

en

$$\sigma = \frac{n\sqrt[3]{W_{th}}}{\sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}}$$

volgt hieruit:

$$E = \left(\frac{\sigma}{\lambda}\right) \left(\frac{C_{sv}^*}{C_{st}^*}\right) \dots \dots \dots \text{(VIII-4-16)}$$

Hierin geven σ en λ de bedrijfsomstandigheden aan, terwijl C_{sv}^* en C_{st}^* een maat zijn voor de afmetingen van de weerstanden volgens de definities in hoofdstuk II. Bij nadere beschouwing van het kental E blijkt:

- a. E nadert tot nul als σ tot nul nadert. Als σ tot nul nadert, nadert de dichtheid ρ tot nul. Er is dan geen dichtheidsafhankelijkheid, en de serieschakeling gedraagt zich alleen als een viscositeitsafhankelijke weerstand.
- b. E nadert tot nul als λ tot oneindig nadert. In dat geval nadert μ tot oneindig en is de viscositeitsinvloed eveneens overwegend.
- c. E nadert tot nul als C_{sv}^* tot nul nadert. Als C_{sv}^* nadert tot nul, naderen de lekspleetafmetingen van de viscositeitsafhankelijke weerstand tot nul, hetgeen inhoudt, dat de totale weerstand van de serieschakeling praktisch alleen beheerst wordt door de viscositeitsafhankelijke weerstand.
- d. E nadert tot nul als C_{st}^* tot oneindig nadert. Als C_{st}^* tot oneindig nadert worden de afmetingen van de dichtheidsafhankelijke doortocht zo groot, dat de weerstand hiervan verwaarloosbaar klein wordt, waardoor evenals onder a t/m c alleen de viscositeitsinvloed overblijft.

Een zelfde beschouwing kan worden gegeven als E tot oneindig nadert. In dat geval is de invloed van de dichtheid van de vloeistof maatgevend voor de weerstand van de serieschakeling.

N_v/N_s kan nu als functie van E worden afgebeeld. (Zie figuur VIII-9). Het blijkt, dat beneden een bepaalde waarde van E , de verhouding N_v/N_s praktisch gelijk is aan 1. Dit wil zeggen dat de serieschakeling zich beneden een bepaalde waarde van E gedraagt als één viscositeitsafhankelijke weerstand.

De verhouding N_v/N_s nadert nl. tot 1 als E tot nul nadert. Als E tot oneindig nadert, nadert de verhouding N_v/N_s tot nul.

Uit figuur VIII-9 blijkt dat boven een bepaalde waarde van E de ver-

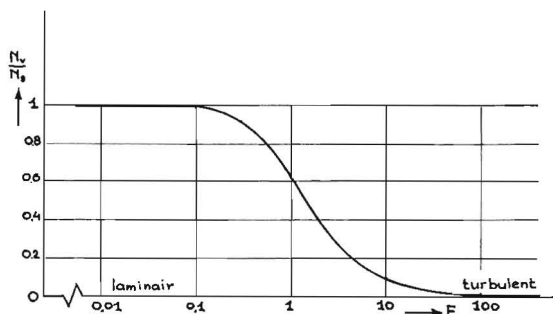


Fig. VIII-9. De invloed van het kental E op de aard van de lekstroom.

houding $N_v/N_s \approx 0$. De serieschakeling kan dan als één dichtheidsafhankelijke weerstand worden beschouwd.

5. De omzetting van een serieschakeling van een viscositeitsafhankelijke en een dichtheidsafhankelijke weerstand in een parallelschakeling van een viscositeitsafhankelijke en een dichtheidsafhankelijke weerstand

In de vorige paragrafen zijn de viscositeitsafhankelijke en dichtheidsafhankelijke weerstanden beschouwd als lekspalten en openingen waarin respectievelijk laminaire en turbulente stromingen optreden. Als dichtheidsafhankelijke weerstanden komen verder verwijdingen en vernauwingen van lekspalten in aanmerking. De instroming van de vloeistof in een lekspalte waarbij de vloeistof versneld moet worden kan eveneens als een dichtheidsafhankelijke weerstand worden beschouwd. Dit is door Hellinga in [24] behandeld.

Omdat deze vernauwingen en verwijdingen en instromingsweerstand in spalten als dichtheidsafhankelijke weerstanden moeten worden opgevat, betekent dit, dat praktisch alle viscositeitsafhankelijke weerstanden vergezeld gaan van een dichtheidsafhankelijke serieweerstand. Vandaar dat voor de analyse van de lekstroom de serieschakeling van een viscositeitsafhankelijke en een dichtheidsafhankelijke weerstand is gekozen.

Het Schlösser-model met de parallelschakeling is door de overzichtelijke mathematische behandeling aantrekkelijker dan het model met de serieschakeling. We kunnen echter de invloed van de serieschakeling van de viscositeitsafhankelijke en van de dichtheidsafhankelijke weerstand in het Schlösser-model tot uitdrukking brengen, door de serieschakeling te vervangen door een gelijkwaardige parallelschakeling. We handhaven dus als uitgangspunt het mathematische model, waarin de viscositeitsafhankelijke en dichtheidsafhankelijke weerstanden als parallelweerstand zijn opgenomen.

In formule (VIII-4-7) is de uitdrukking voor de volumestroom door een

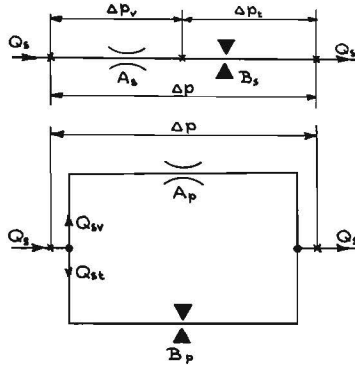


Fig. VIII-10. Het vervangen van een serieschakeling door een gelijkwaardige parallelschakeling van een viscositeitsafhankelijke en een dichtheidsafhankelijke weerstand.

serieschakeling van een viskeuze en een dichtheidsafhankelijke weerstand afgeleid.

$$Q_s = \frac{\mu B_s^2}{2\rho A_s} \left(\sqrt{1 + \frac{4\rho A_s^2 \Delta p}{\mu^2 B_s^2}} - 1 \right) \dots \dots \dots \text{(VIII-5-1)}$$

De index *s* van *A* en *B* geeft hier aan dat de bedoelde weerstanden serieschakelingen zijn. In figuur VIII-10 is de serieschakeling en de hieraan equivalente parallelschakeling getekend. De vraag is nu, hoe groot *A_p* en *B_p* moeten worden gekozen, opdat de parallelschakeling volkomen equivalent is aan de serieschakeling. De index *p* van *A* en *B* geeft in dit geval aan dat de weerstanden parallelweerstand zijn. Hiertoe moet het vermogen, dat door de viscositeitsafhankelijke serieweerstand wordt gedissipeerd, gelijk zijn aan het vermogen dat door de viscositeitsafhankelijke parallelweerstand wordt gedissipeerd. Het vermogen dat door de dichtheidsafhankelijke serieweerstand wordt gedissipeerd, moet gelijk zijn aan het gedissipeerde vermogen van de dichtheidsafhankelijke parallelweerstand. In formulevorm wordt dit:

$$N_v = \Delta p_v Q_s = \Delta p Q_{sv} \dots \dots \dots \text{(VIII-5-2)}$$

Uit (VIII-5-2) volgt nu:

$$Q_{sv} = \frac{\Delta p_v}{\Delta p} Q_s \dots \dots \dots \text{(VIII-5-3)}$$

Volgens formule (VIII-2-1) geldt:

$$Q_s = \frac{A_s \Delta p_v}{\mu} \dots \dots \dots \text{(VIII-5-4)}$$

en:

$$Q_{sv} = \frac{A_p \Delta p}{\mu} \dots \dots \dots \text{(VIII-5-5)}$$

Combineren van (VIII-5-3), (VIII-5-4) en (VIII-5-5) levert op:

$$\frac{A_p \Delta p}{\mu} = \frac{\mu Q_s^2}{A_s \Delta p} \dots \dots \dots \text{(VIII-5-6)}$$

Als nu voor Q_s formule (VIII-5-1) wordt ingevuld krijgen we met gebruikmaking van

$$E = \frac{A_s \sqrt{\Delta p \varrho}}{\mu B_s} ;$$

$$A_p = A_s \frac{(\sqrt{1+4E^2}-1)^2}{4E^4} \dots \dots \dots \text{(VIII-5-7)}$$

Hieruit volgt, dat de viscositeitsafhankelijke serieweerstand A_s door een parallelweerstand A_p kan worden vervangen, waarbij de grootte van A_p een functie is van de dimensieloze grootheid E .

Voor de invloed van de dichtheidsafhankelijke weerstand, kunnen we op dezelfde wijze schrijven:

$$\Delta p_t Q_s = \Delta p Q_{st} \dots \dots \dots \text{(VIII-5-8)}$$

$$Q_s = \frac{B_s \sqrt{\Delta p_t}}{\sqrt{\varrho}} \dots \dots \dots \text{(VIII-5-9)}$$

$$Q_{st} = \frac{B_p \sqrt{\Delta p}}{\sqrt{\varrho}} \dots \dots \dots \text{(VIII-5-10)}$$

Combineren van (VIII-5-8), (VIII-5-9) en (VIII-5-10) geeft:

$$\frac{B_p \sqrt{\Delta p}}{\sqrt{\varrho}} = \frac{\varrho Q_s^3}{\Delta p B_s^2} \dots \dots \dots \text{(VIII-5-11)}$$

Met Q_s volgens formule (VIII-5-1) en met $E = \frac{A_s \sqrt{\Delta p \varrho}}{\mu B_s}$ wordt dit:

$$B_p = B_s \frac{(\sqrt{1+4E^2}-1)^3}{8E^3} \dots \dots \dots \text{(VIII-5-12)}$$

Een dichtheidsafhankelijke serieweerstand, kan dus door een parallelweerstand worden vervangen, waarbij de grootte van de parallelweerstand afhankelijk is van E .

6. De verliescoëfficiënten C_{sv} en C_{st}

In de vorige paragraaf is aangetoond, dat een serieschakeling van een viscositeitsafhankelijke en een dichtheidsafhankelijke weerstand kan worden ver-

vangen door een parallelschakeling van een variabele dichtheidsafhankelijke en een variabele viscositeitsafhankelijke weerstand.

We zullen nu nagaan, hoe de verliescoëfficiënten C_{sv} en C_{st} , met de bedrijfsparameters variëren.

De viskeuze lekstroom kan geschreven worden als:

$$Q_{sv} = A_p \frac{\Delta p}{\mu} \dots \dots \dots \text{(VIII-6-1)}$$

Voor A_p vullen we formule (VIII-5-7) in, waardoor de formule (VIII-6-1) overgaat in:

$$Q_{sv} = A_s \frac{\Delta p}{\mu} \left\{ \frac{(\sqrt{1+4E^2}-1)^2}{4E^4} \right\} \dots \dots \dots \text{(VIII-6-2)}$$

Volgens de notatie van het mathematisch model schrijven we voor Q_{sv} :

$$Q_{sv} = \frac{C_{sv} \Delta p W_{th}}{2\pi\mu} \dots \dots \dots \text{(VIII-6-3)}$$

Vergelijking van de formules (VIII-6-2) en (VIII-6-3) levert, na invullen van formule (VIII-4-14), op:

$$C_{sv} = \frac{2\pi A_s (\sqrt{1+4E^2}-1)^2}{W_{th} 4E^4} = C_{sv}^* \frac{(\sqrt{1+4E^2}-1)^2}{4E^4} \dots \text{(VIII-6-4)}$$

Uit deze formule blijkt, dat C_{sv} in tegenstelling tot C_{sv}^* een variabele grootheid is, die beïnvloed wordt door de grootte van E .

Door E te schrijven als een vorm van μ en Δp , verandert formule (VIII-6-4) in:

$$C_{sv} = C_{sv}^* \frac{\left(\sqrt{1 + \frac{4\rho A^2 \Delta p}{\mu^2 B^2}} - 1 \right)^2}{4 \left(\frac{\rho A^2 \Delta p}{\mu^2 B^2} \right)^2} \dots \dots \dots \text{(VIII-6-5)}$$

De waarde van C_{sv} is in figuur (VIII-11) uitgezet tegen Δp , met $1/\mu$ als parameter.

Voor de dichtheidsafhankelijke lekstroom schrijven we volgens het mathematische model:

$$Q_{st} = C_{st} \sqrt[3]{\frac{2\Delta p}{\rho}} \sqrt[3]{W_{th}^2} \dots \dots \dots \text{(VIII-6-6)}$$

We schreven al volgens formule (VIII-4-1):

$$Q_{st} = B_p \frac{\sqrt{\Delta p}}{\sqrt{\rho}} \dots \dots \dots \text{(VIII-6-7)}$$

Voor B_p vullen we formule (VIII-5-12) in, waardoor we verkrijgen:

$$Q_{st} = B_s \frac{\sqrt{\Delta p} (\sqrt{1+4E^2}-1)^3}{\sqrt{\rho} 8E^3} \dots \dots \dots \text{(VIII-6-8)}$$

Vergelijken van (VIII-6-6) en (VIII-6-8) levert na invullen van (VIII-4-15) op:

$$C_{st} = \frac{B_s}{\sqrt{2} \sqrt[3]{W_{th}^2}} \frac{(\sqrt{1+4E^2}-1)^3}{8E^3} = C_{st}^* \frac{(\sqrt{1+4E^2}-1)^3}{8E^3} \dots \text{(VIII-6-9)}$$

Hieruit volgt, dat het dichtheidsafhankelijke verliescoëfficiënt C_{st} een functie is van het kental E .

Door E te schrijven als een vorm van Δp en μ verandert formule (VIII-6-9) in:

$$C_{st} = C_{st}^* \frac{\left(\sqrt{1 + \frac{4\rho A^2 \Delta p}{\mu^2 B^2}} - 1\right)^3}{8 \left(\frac{\rho A^2 \Delta p}{\mu^2 B^2}\right)^{3/2}} \dots \dots \dots \text{(VIII-6-10)}$$

De waarde van C_{st} is in figuur VIII-12 uitgezet tegen Δp , met $1/\mu$ als parameter.

In [25] zijn C_{sv} en C_{st} waarden opgegeven, welke uit metingen zijn bepaald en waarvan het verloop niet bevredigend kon worden verklaard. Uit deze gegevens van [25] volgt echter, dat het daar gevonden verloop van C_{sv} en C_{st} beantwoordt aan het hiervoor theoretisch afgeleide verloop.

In figuur VIII-13 is de gepubliceerde grafiek voor een wormpomp en een tandradpomp uit [25] overgenomen.

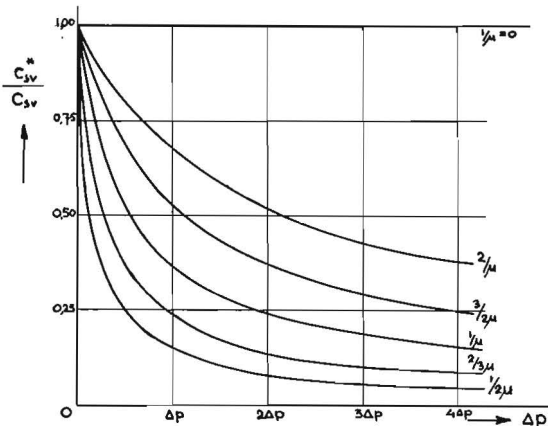


Fig. VIII-11. Het verloop van C_{sv} tegen Δp met $1/\mu$ als parameter.

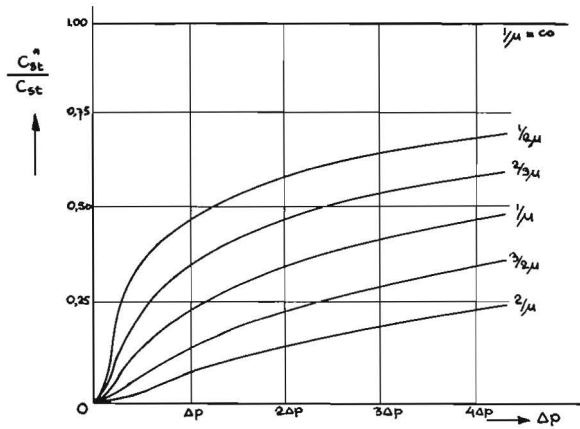


Fig. VIII-12. Het verloop van C_{st} tegen Δp met $1/\mu$ als parameter.

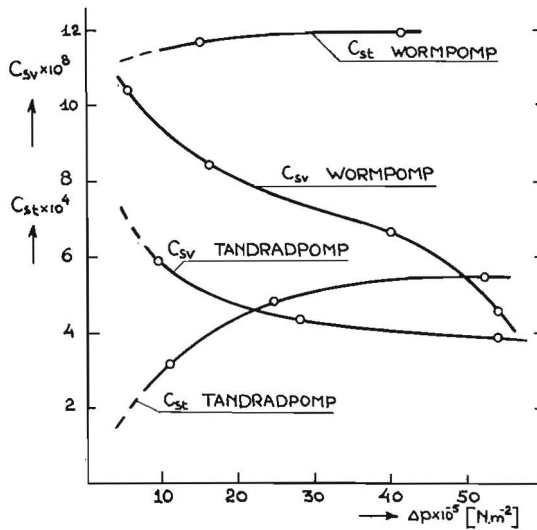


Fig. VIII-13. Het verloop van C_{sv} en C_{st} tegen het drukverschil Δp van een wormpomp en een tandradpomp.

DE „INWENDIGE” WEERSTAND

1. Inleiding

Een bijzonder geval van seriegeschakelde dichtheidsafhankelijke en viskeuze weerstanden, wordt gevormd door de zogenaamde „inwendige weerstand” van de verdringermachine.

Hieronder verstaan we de in- en uitstroomweerstand van de verdringer-machine.

De in- en uitstroomkanalen van een verdringermachine kunnen, vooral als de openingen nauw zijn en als er veel bochten in voorkomen, worden beschouwd als dichtheidsafhankelijke weerstanden. Dit houdt in dat er al een drukval in de vloeistof heeft plaats gehad, voordat het eigenlijke verdringer-gedeelte van de machine bereikt is.

2. De schematische voorstelling van de inwendige weerstand

De invloed van de inwendige weerstand van een motor is schematisch voorgesteld in fig. IX-1. Hier treedt ten gevolge van de inwendige weerstand een drukverschil over het verdringergedeelte op, dat kleiner is dan het gemeten drukverschil over de motor. Het drukverschil ten gevolge van de inwendige weerstand is nu gedefinieerd als:

$$\Delta p_i = \Delta p - \Delta p^1 \quad \dots \dots \dots \quad \text{(IX-2-1)}$$

waarin Δp het gemeten drukverschil over de flenzen van de motor is.

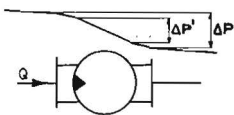


Fig. IX-1. Inwendige motorweerstand.

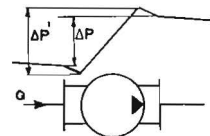


Fig. IX-2. Inwendige pompweerstand.

Bij een verdringerpomp is het drukverschil over het verdringergedeelte, groter dan het gemeten drukverschil over de flenzen van de pomp. Dit is in figuur IX-2 schematisch aangegeven.

Hier geldt

$$\Delta p_i = \Delta p^1 - \Delta p \quad \dots \dots \dots \quad \text{(IX-2-2)}$$

3. De invloed van de inwendige weerstand op de verliescoëfficiënten C_{sv} en C_{st}

Met de symbolische notatie, welke in het vorige hoofdstuk werd ingevoerd, kunnen we het principe-schema van een verdringermotor met inwendige weerstand tekenen, zoals in figuur IX-3 is weergegeven. Het netwerk dat in figuur IX-3 is opgenomen, is van de vorm zoals in hoofdstuk VIII werd behandeld.

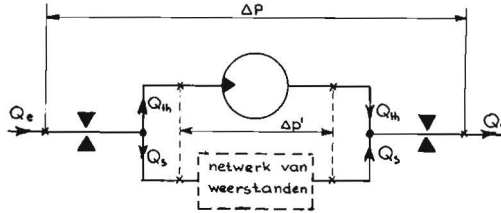


Fig. IX-3. Het principe-schema van de verdringermotor met inwendige weerstand.

De hydromotor met verliezen, is in figuur IX-3 weergegeven als een verliesvrije hydromotor, waaraan parallel het netwerk van lekweerstand is opgenomen. Het drukverlies over de in- en uitstroomweerstand kunnen we schrijven als:

$$\Delta p_i = C_1 Q_e^2 \dots \dots \dots (IX-3-1)$$

$$\Delta p_i = C_1 (Q_{th} + Q_s)^2 \dots \dots \dots (IX-3-2)$$

Nu is de grootte van Q_s , ook bij grote drukverschillen p , numeriek zo klein, dat de drukkaling Δp_i ten gevolge van Q_s , verwaarloosd mag worden. Formule (IX-3-2) schrijven we dan met $Q_{th} = nW_{th}$ als volgt:

$$\Delta p_i = C_2 n^2 \dots \dots \dots (IX-3-3)$$

De lekstroom Q_s wordt nu niet meer veroorzaakt door het drukverschil Δp , maar door het drukverschil $\Delta p' = \Delta p - \Delta p_i$.

De werkelijk optredende lekstromen kunnen nu in de notatie van het mathematisch model geschreven worden als:

$$Q_{sv} = \frac{C_{sv}(\Delta p - \Delta p_i)W_{th}}{2\pi\mu} \dots \dots \dots (IX-3-4)$$

$$Q_{st} = C_{st} \sqrt{\frac{2(\Delta p - \Delta p_i)}{\rho}} \sqrt[3]{W_{th}^2} \dots \dots \dots (IX-3-5)$$

Als de lekstroom gescheiden is in het viskeuze aandeel Q_{sv} en het dichtheidsafhankelijke deel Q_{st} , kunnen uit de formules (IX-3-4) en (IX-3-5) de werkelijke waarden van de verliescoëfficiënten C_{sv} en C_{st} bepaald worden.

$$C_{sv\text{werkelijk}} = \frac{Q_{sv} 2\pi\mu}{(\Delta p - \Delta p_i) W_{th}} \dots \dots \dots \text{(IX-3-6)}$$

en

$$C_{st\text{werkelijk}} = \frac{Q_{st} \sqrt{\rho}}{\sqrt{2}(\Delta p - \Delta p_i) \sqrt[3]{W_{th}^2}} \dots \dots \dots \text{(IX-3-7)}$$

In het mathematisch model wordt de lekstroom echter betrokken op het gemeten drukverschil over de motor Δp . Dit houdt in, dat een schijnbare waarde voor C_{sv} en C_{st} wordt verkregen, die afwijkt van de werkelijke waarde, welke in het vorige hoofdstuk voor het netwerk van weerstanden is bepaald.

$$C_{sv\text{schijnbaar}} = \frac{Q_{sv} 2\pi\mu}{\Delta p W_{th}} \dots \dots \dots \text{(IX-3-8)}$$

$$C_{st\text{schijnbaar}} = \frac{Q_{st} \sqrt{\rho}}{\sqrt{2}\Delta p \sqrt[3]{W_{th}^2}} \dots \dots \dots \text{(IX-3-9)}$$

Combineren van formule (IX-3-6) met (IX-3-8) en van formule (IX-3-7) met (IX-3-9) geeft als resultaat:

$$C_{sv\text{schijnbaar}} = C_{sv\text{werkelijk}} \frac{(\Delta p - \Delta p_i)}{\Delta p} \dots \dots \dots \text{(IX-3-10)}$$

$$C_{st\text{schijnbaar}} = C_{st\text{werkelijk}} \sqrt{\frac{\Delta p - \Delta p_i}{\Delta p}} \dots \dots \dots \text{(IX-3-11)}$$

Met $\Delta p_i = C_2 n^2$ wordt dit:

$$C_{sv\text{schijnbaar}} = C_{sv\text{werkelijk}} \left(1 - \frac{C_2 n^2}{\Delta p}\right) \dots \dots \dots \text{(IX-3-12)}$$

$$C_{st\text{schijnbaar}} = C_{st\text{werkelijk}} \sqrt{\left(1 - \frac{C_2 n^2}{\Delta p}\right)} \dots \dots \dots \text{(IX-3-13)}$$

Voor een verdringerpomp kunnen we analoog aan figuur IX-3 een principe-schema tekenen.

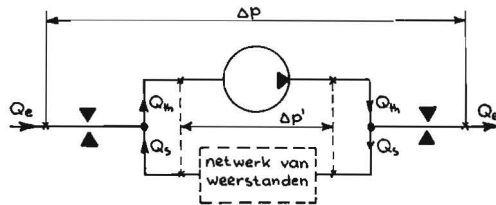


Fig. IX-4. Het principe-schema van de verdringerpomp met inwendige weerstand.

Met dezelfde verwaarlozingen als bij de hydromotor, schrijven we voor Δp_t van de verdringerpomp:

$$\Delta p_t = C_3 n^2 \dots \dots \dots \text{(IX-3-14)}$$

De lekstroom Q_s wordt hier volgens formule (IX-2-2) veroorzaakt door het drukverschil $\Delta p_1 = \Delta p + p_i$.

In [25] is er al op gewezen, dat bij een verdringerpomp, ten gevolge van de inwendige weerstand, te hoge waarden van C_{sv} en C_{st} kunnen worden gevonden bij lage drukverschillen Δp . Dit volgt uit de analoge formules voor (IX-3-12) en (IX-3-13) welke voor de verdringerpomp geschreven worden als:

$$C_{sv\text{schijnbaar}} = C_{sv\text{werkelijk}} \left(1 + \frac{C_3 n^2}{\Delta p} \right) \dots \dots \dots \text{(IX-3-15)}$$

$$C_{st\text{schijnbaar}} = C_{st\text{werkelijk}} \sqrt{\left(1 + \frac{C_3 n^2}{\Delta p} \right)} \dots \dots \dots \text{(IX-3-16)}$$

De formules (IX-3-12), (IX-3-13), (IX-3-15) en (IX-3-16) zijn in de figuren IX-5 en IX-6 in beeld gebracht.

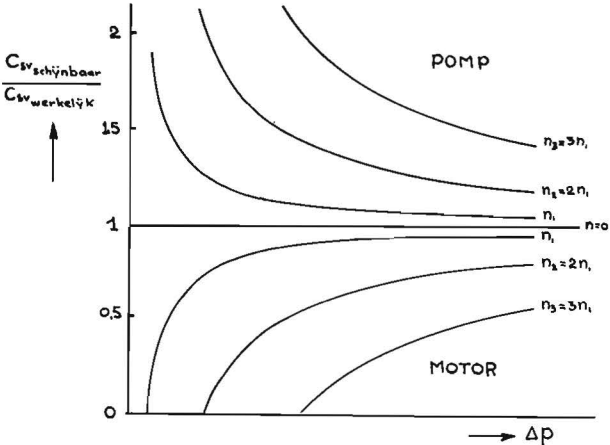


Fig. IX-5. Het verloop van $C_{sv\text{schijnbaar}}/C_{sv\text{werkelijk}}$ afhankelijk van het drukverschil en het toerental voor een verdringerpomp en een verdringermotor met inwendige weerstand.

Als we het verloop van C_{sv} en C_{st} tegen Δp , tengevolge van de serieschakeling van viscositeitsafhankelijke en dichtheidsafhankelijke weerstanden volgens figuur VIII-12 en VIII-13, vergelijken met het verloop van C_{sv} en C_{st} ten gevolge van de „inwendige weerstand” volgens figuur IX-5 en IX-6, valt op, dat het verloop van C_{sv} en C_{st} tegen Δp tengevolge van de inwendige weerstand bij een pomp en bij een motor een tegengestelde tendens heeft. Dit in tegenstelling tot het verloop van C_{st} en C_{sv} tegen Δp ten gevolge van de serieschakeling

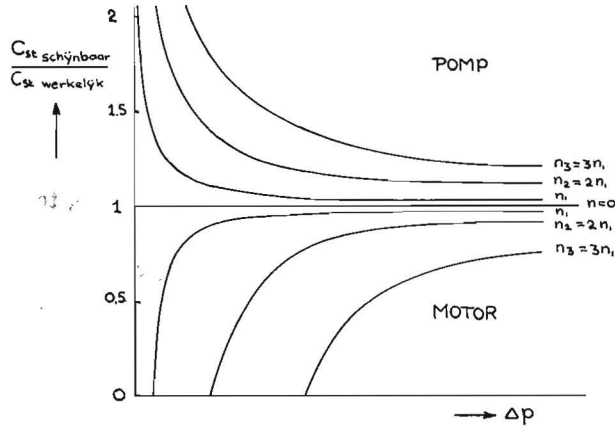


Fig. IX-6. Het verloop van $C_{st\text{schijnbaar}}/C_{st\text{werkelijk}}$ afhankelijk van het drukverschil en het toerental voor een verdringerpomp en een verdringermotor met inwendige weerstand.

kelde weerstanden welke voor een motor en een pomp hetzelfde zijn, omdat de figuren VIII-12 en VIII-13 zowel voor een pomp als voor een motor gelden.

Als tweede verschil merken we op, dat tengevolge van de „inwendige weerstand” de afwijkingsrichting van het verloop van C_{sv} en C_{st} tegen Δp dezelfde is, terwijl ten gevolge van de serieschakeling de afwijkingsrichting van het verloop van C_{sv} tegengesteld is aan de afwijkingsrichting van het verloop van C_{st} tegen Δp . Het pomp- of motortoerental, heeft invloed op het verloop van C_{sv} en C_{st} tegen Δp , ten gevolge van de inwendige weerstand, omdat Δp_i door de totale volumestroom wordt bepaald, terwijl het toerental geen invloed heeft op het verloop van C_{sv} en C_{st} tegen Δp ten gevolge van de serieschakeling, omdat door deze serieschakeling alleen maar de toerental-onafhankelijke lekstroom vloeit.

4. De invloed van de „inwendige weerstand” op de drukafhankelijke verliescoëfficiënt C_{pv}

Het drukafhankelijke verliesmoment wordt volgens het mathematische model geschreven in de vorm:

$$M_p = C_{pv} \frac{\Delta p W_{th}}{2\pi} \dots \dots \dots (IX-4-1)$$

Hierin is M_p een gemeten grootte, terwijl Δp het over de motor gemeten drukverschil is.

Het verliesmoment M_p wordt echter veroorzaakt door het „werkelijke” drukverschil over het verdringergedeelte, dat bij een motor met inwendige weerstand kleiner is dan het gemeten drukverschil. Dus:

$$M_p = C_{pv\text{werkelijk}} \frac{\Delta p_{\text{werkelijk}} W_{th}}{2\pi} \dots \dots \dots \text{(IX-4-2)}$$

Uit formule (IX-4-1) volgt de „schijnbare” waarde van C_{pv} .

$$C_{pv\text{schijnbaar}} = \frac{2\pi M_p}{\Delta p W_{th}} \dots \dots \dots \text{(IX-4-3)}$$

terwijl uit (IX-4-2) volgt:

$$C_{pv\text{werkelijk}} = \frac{2\pi M_p}{\Delta p_{\text{werkelijk}} W_{th}} \dots \dots \dots \text{(IX-4-4)}$$

Analoog aan de procedure in paragraaf 3 schrijven we nu:

$$\frac{C_{pv\text{schijnbaar}}}{C_{pv\text{werkelijk}}} = \frac{\Delta p_{\text{werkelijk}}}{\Delta p_{\text{gemeten}}} \dots \dots \dots \text{(IX-4-5)}$$

In paragraaf 3 is aangetoond dat voor een motor geldt:

$$\Delta p_{\text{werkelijk}} = \Delta p_{\text{gemeten}} - \Delta p_i \dots \dots \dots \text{(IX-4-6)}$$

$$\Delta p_{\text{werkelijk}} = \Delta p_{\text{gemeten}} - C_2 n^2 \dots \dots \dots \text{(IX-4-7)}$$

Formule (IX-4-5) wordt nu:

$$\frac{C_{pv\text{schijnbaar}}}{C_{pv\text{werkelijk}}} = \frac{\Delta p - C_2 n^2}{\Delta p} = 1 - \frac{C_2 n^2}{\Delta p} \dots \dots \dots \text{(IX-4-8)}$$

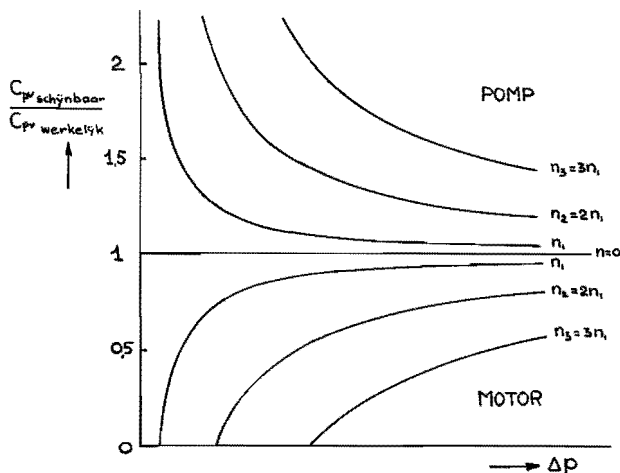


Fig. IX-7. Het verloop van $C_{pv\text{schijnbaar}}/C_{pv\text{werkelijk}}$ afhankelijk van het drukverschil en het toerental voor een verdringerpomp en een verdringermotor met inwendige weerstand.

Voor een pomp geldt:

$$\Delta p_{\text{werkelijk}} = \Delta p_{\text{gemeten}} + C_3 n^2 \dots \dots \dots \text{(IX-4-9)}$$

Formule (IX-4-5) wijzigt zich voor een pomp in:

$$\frac{C_{pv\text{schijnbaar}}}{C_{pv\text{werkelijk}}} = \frac{\Delta p + C_3 n^2}{\Delta p} = 1 + \frac{C_3 n^2}{\Delta p} \dots \dots \dots \text{(IX-4-10)}$$

In figuur IX-7 is het verloop van $C_{pv\text{schijnbaar}}/C_{pv\text{werkelijk}}$ tegen het drukverschil uitgezet met het toerental n als parameter.

DE INVLOED VAN DE VARIATIE VAN DE VISOSCITEIT
DOOR TEMPERATUUR EN DRUK OP DE STROMING
IN EEN LEKSPLEET

1. Over de samenhang van de druk, de temperatuur en de viscositeit

In het mathematisch pomp- en motormodel worden het pomp- en motorgedrag beschreven door dimensieloze kentallen die enerzijds door de bedrijfsomstandigheden en anderzijds door de pomp- en motorafmetingen worden bepaald.

Aan niet alle aannamen, welke zijn gemaakt bij het opstellen van het mathematisch model, wordt echter in de verdringermachine voldaan, waardoor afwijkingen in het fysisch gedrag ten opzichte van het mathematisch model optreden. Het mathematisch model is nl. opgesteld voor een isoviskeuze en een volumeconstante vloeistof.

In werkelijkheid is zowel de viscositeit en de dichtheid van de vloeistof een functie van de druk en van de temperatuur.

In hoofdstuk VI is aangetoond, dat de dichtheid zo weinig drukafhankelijk is, dat de invloed hiervan op de lekstroom door metingen nu nog nauwelijks kan worden aangetoond. De invloed van de temperatuur op de dichtheid is volgens [2] eveneens gering. Ten opzichte van de invloed van de druk en de temperatuur op de viscositeit, kunnen de invloed van de druk en de temperatuur op de dichtheid worden verwaarloosd.

In [26] analyseert Wilson de stroming van een vloeistof door nauwe lekspalten, waarvan de wanden een relatieve snelheid hebben. Hij brengt hierbij de invloed van de temperatuur op de viscositeit in rekening met de formule:

$$\mu = \mu_0 e^{-\delta T} \dots \dots \dots (X-1-1)$$

Exline houdt alleen rekening met de invloed van de druk op de viscositeit bij stroming door spleten waarvan de wanden ten opzichte van elkaar niet bewegen. Exline hanteert in [27] de formule:

$$\mu = \mu_0 e^{\beta p} \dots \dots \dots (X-1-2)$$

Als we de door Wilson en Exline gebruikte formules combineren, brengen we zowel de invloed van de temperatuur als de invloed van de druk in rekening door te schrijven:

$$\mu = \mu_0 e^{\beta p - \delta T} \dots \dots \dots (X-1-3)$$

Deze formule wordt door Pinkus in [28] bij beschouwingen over smeringsproblemen gebruikt.

In [29] hanteert Thoma eveneens formule (X-1-3) bij de analyse van de stroming door lekspleten met stilstaande spleetwanden.

Naast de zojuist genoemde, komen in [30, 31, 32, 33] nog vele formules voor waardoor de invloed van de temperatuur en de druk op de viscositeit wordt beschreven.

In [34] zijn berekeningen van de volumestroom in een lekspleet opgenomen, waarbij voor de viscositeit de formule van Roelands [33] is gebruikt.

Ten opzichte van de formules volgens [30] t/m [33] heeft formule (X-1-3) het voordeel, dat ze goed geschikt is voor mathematische behandeling.

Omdat in een verdringerwerktuig een groot aantal lekspleten voorkomt, waaraan niet afzonderlijk kan worden gemeten, zullen de meetresultaten alleen integrale effecten opleveren. Een exacte beschrijving van de verschijnselen, welke zich in de afzonderlijke lekspleten afspelen met gebruikmaking van de moeilijk hanteerbare formules, kan daarom niet volledig door metingen worden geverifieerd. Vandaar dat in de volgende paragrafen de door Pinkus voorgestelde formule voor de beschrijving van de lekstroom door spleten met bewegende wanden zal worden gebruikt.

Het doel van dit hoofdstuk kan dan ook niet verder reiken, dan het verklaren van de afwijkingsrichting van het gedrag van de hydromotor ten opzichte van het mathematisch model, ten gevolge van de invloed van temperatuur en druk op de viscositeit van de vloeistof.

2. De niet-isoviskeuze stroming door een lekspleet met bewegende wanden

In figuur X-1 is schematisch een gedeelte van een lekspleet getekend, waarover in x -richting een drukverschil ($p_1 - p_2$) staat. We nemen een oneindige spleetuitbreiding in y -richting aan. In de figuur is een gedeelte van de spleet met breedte e getekend.

De druk, de viscositeit en de temperatuur ter plaatse 1 en 2 zijn respectievelijk p_1 , μ_1 , T_1 en p_2 , μ_2 , T_2 . De beide spleetwanden hebben een relatieve snelheid, welke wordt gegeven door de snelheidsvector ωr en de hoek φ , die deze snelheidsvector maakt met de positieve x -as.

We nemen aan dat de in de lekspleet ontwikkelde warmte alleen door massatransport wordt afgevoerd en dat geen warmtegeleiding in de vloeistof en door de spleetwanden optreedt. De druk en de temperatuur over de relatief zeer geringe hoogte van de spleet wordt constant aangenomen.

We beschouwen nu een gedeelte van de lekspleet met afmetingen dx , dy en s als een elementaire meesleurmachine. Met behulp van de theorie van de mee-

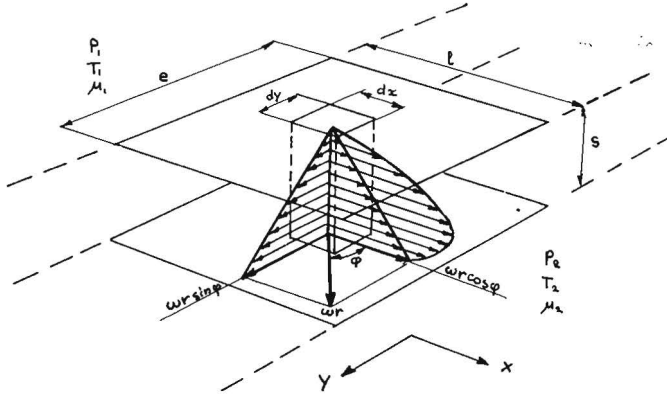


Fig. X-1. De volumestromen door de lekspleet met bewegende wand.

sleurpomp en meesleurmotor volgens hoofdstuk I komen we met betrekking tot de warmteontwikkeling in het elementaire deeltje tot de volgende analyse.

De lekstroom in de elementaire meesleurmachine bedraagt volgens formule (I-3-1) en (I-3-2):

$$\Delta Q_s = - \frac{s^3}{12\mu} \left(\frac{\Delta p}{dx} \right) dy \dots \dots \dots (X-2-1)$$

Voor Δp schrijven we hier $\left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) dx$, zodat:

$$\Delta Q_s = - \frac{s^3}{12\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) dy \dots \dots \dots (X-2-3)$$

De schrijfwijze ΔQ_s geeft aan, dat deze volumestroom betrekking heeft op een klein onderdeel van de gehele spleet.

De energiedissipatie ten gevolge van deze lekstroom bedraagt:

$$\Delta N_{1x} = Q_s \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) dx \dots \dots \dots (X-2-4)$$

$$\Delta N_{1x} = \frac{s^3}{12\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 dx dy \dots \dots \dots (X-2-5)$$

De optredende verlieskracht in x -richting kunnen we uit het verliesmoment volgens formule (I-3-5) en (I-3-6) berekenen.

$$\Delta K_s = \frac{\Delta M_s}{r} = \frac{\mu \omega r \cos \varphi dx dy}{s} \dots \dots \dots (X-2-6)$$

De energiedissipatie in het volume-element bedraagt ten gevolge van de verlieskracht in x -richting derhalve:

$$\Delta N_{2x} = \frac{\mu\omega^2 r^2 \cos^2 \varphi \, dx dy}{s} \dots \dots \dots (X-2-7)$$

We beschouwen nu het volume-element als meesleurmachine in y -richting.

Omdat in y -richting geen drukgradiënt aanwezig is, is de lekstroom in y -richting gelijk aan nul en is dientengevolge de energiedissipatie ten gevolge van een lekstroom ΔN_{1y} ook gelijk aan nul.

De verlieskracht in y -richting is volgens formule (I-3-5)

$$\Delta K_s = \frac{\Delta M_s}{r} = \frac{\mu\omega r \sin \varphi \, dx dy}{s} \dots \dots \dots (X-2-8)$$

De energiedissipatie ten gevolge van de verlieskracht in y -richting bedraagt:

$$\Delta N_{2y} = \frac{\mu\omega^2 r^2 \sin^2 \varphi \, dx dy}{s} \dots \dots \dots (X-2-9)$$

De totale gedissipeerde energie in het elementaire deel bedraagt:

$$\Delta N_s = \frac{s^3}{12\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)^2 dx dy + \frac{\mu\omega^2 r^2 \cos^2 \varphi}{s} dx dy + \frac{\mu\omega^2 r^2 \sin^2 \varphi}{s} dx dy \dots (X-2-10)$$

$$\Delta N_s = \frac{s^3}{12\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)^2 dx dy + \frac{\mu\omega^2 r^2}{s} dx dy \dots \dots \dots (X-2-11)$$

De vloeistofstroom in y -richting voert geen warmte af, omdat door de aanname van een oneindige spleetuitbreiding in y -richting, evenveel warmte het volume-element instroomt als er uit stroomt.

De totale gedissipeerde energie wordt derhalve in x -richting afgevoerd.

De temperatuurstijging over de lengte dx kunnen we nu voor de volume-constante vloeistof als volgt schrijven:

$$\rho C_v \Delta Q_x \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right) dx = \Delta N_s \dots \dots \dots (X-2-12)$$

Voor ΔQ_x over de breedte dy kunnen we volgens formule (I-3-1) en (X-2-3) schrijven:

$$\Delta Q_x = \frac{s\omega r \cos \varphi \, dy}{2} - \frac{s^3}{12\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right) dy \dots \dots \dots (X-2-13)$$

Over de breedte e wordt dit:

$$Q_x = \frac{es\omega r \cos \varphi}{2} - \frac{es^3}{12\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right) \dots \dots \dots (X-2-14)$$

De warmteontwikkeling over de breedte e schrijven we als:

$$N_s = \frac{es^3}{12\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)^2 dx + \frac{\mu\omega^2 r^2 e dx}{s} \dots \dots \dots (X-2-15)$$

Voor de temperatuurstijging over de lengte dx volgt nu uit (X-2-12)

$$\rho C_v Q_x \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right) dx = N_s \dots \dots \dots (X-2-16)$$

Uit (X-2-14) volgt:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\mu \left(\frac{12Q_s}{es^3}\right) \dots \dots \dots (X-2-17)$$

Uit (X-2-15), (X-2-16) en (X-2-17) volgt:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \mu \frac{\left(\frac{12Q_s^2}{es^3} + \frac{e\omega^2 r^2}{s}\right)}{\rho C_v Q_x} \dots \dots \dots (X-2-18)$$

Uit (X-2-17) en (X-2-18) volgt:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = A \frac{\partial p}{\partial x} \dots \dots \dots (X-2-19)$$

Hierin is:

$$A = -\frac{\left(\frac{12Q_s^2}{es^3} + \frac{e\omega^2 r^2}{s}\right)}{\rho C_v Q_x} \cdot \frac{es^3}{12Q_s} \dots \dots \dots (X-2-20)$$

Uit (X-2-19) volgt nu:

$$dT = Adp \dots \dots \dots (X-2-21)$$

Integreren tussen T_1 en T en p_1 en p , waarbij T en p de waarden van de temperatuur en druk op een willekeurige plaats x in de spleet zijn, levert op:

$$(p_1 - p) = \frac{1}{A} (T_1 - T) \dots \dots \dots (X-2-22)$$

Dus:

$$p = p_1 + \frac{(T - T_1)}{A} \dots \dots \dots (X-2-23)$$

We gaan uit van de vergelijking voor de viscositeit volgens (X-I-3):

$$\mu = \mu_0 \exp\{\beta p - \delta T\} \dots \dots \dots (X-2-24)$$

Als we hierin p vervangen door de uitdrukking volgens (X-2-23) vinden we:

$$\mu = \mu_0 \exp \left\{ \beta p_1 - \beta \frac{T_1}{A} + \left(\frac{\beta}{A} - \delta \right) T \right\} \dots \dots \dots \text{(X-2-25)}$$

Met de uitdrukking A volgens formule (X-2-20) schrijven we formule (X-2-18) eenvoudiger:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = - \frac{12 Q_s A \mu}{e s^3} \dots \dots \dots \text{(X-2-26)}$$

Hierin vullen we de gevonden uitdrukking voor μ volgens formule (X-2-25) in. Door scheiding der variabelen vinden we dan de te integreren vergelijking:

$$\exp \left[- \left(\frac{\beta}{A} - \delta \right) T \right] dT = - \frac{12 Q_s A}{e s^3} \mu_0 \exp \left\{ \beta p_1 - \beta \frac{T_1}{A} \right\} dx \text{ (X-2-27)}$$

Na integratie wordt dit:

$$\frac{\exp \left[- \left(\frac{\beta}{A} - \delta \right) T \right]}{- \left(\frac{\beta}{A} - \delta \right)} = - \frac{12 Q_s A x}{e s^3} \mu_0 \exp \left\{ \left(\beta p_1 - \beta \frac{T_1}{A} \right) \right\} + C_1 \dots \text{(X-2-28)}$$

Hiervoor schrijven we:

$$\frac{1}{\mu_0 \exp \left\{ \left(\beta p_1 - \beta \frac{T_1}{A} \right) + \left(\frac{\beta}{A} - \delta \right) T \right\}} = \frac{12 Q_s A x \left(\frac{\beta}{A} - \delta \right)}{e s^3} + C_2 \dots \text{(X-2-29)}$$

Met (X-2-25) wordt dit:

$$\frac{1}{\mu} = \left(\frac{\beta}{A} - \delta \right) \frac{12 Q_s A x}{e s^3} + C_2 \dots \dots \dots \text{(X-2-30)}$$

Er kunnen zich nu twee gevallen voordoen, waarvoor de randvoorwaarden verschillend zijn. Als de volumestroom Q_x van 1 naar 2 gericht is, geldt als randvoorwaarde:

$$x = 0 \quad \mu = \mu_1 \dots \dots \dots \text{(X-2-31)}$$

Onder bepaalde voorwaarden, die hierna worden behandeld, kan de volumestroom Q_x echter van 2 naar 1 gericht zijn. In dat geval is de randvoorwaarde:

$$x = l \quad \mu = \mu_2 \dots \dots \dots \text{(X-2-32)}$$

Als we de voorwaarde (X-2-31) in (X-2-30) invullen resulteert dit in:

$$\mu = \frac{\mu_1}{1 + \frac{12x}{e s^3} (\beta - \delta A) Q_s \mu_1} \dots \dots \dots \text{(X-2-33)}$$

Combineren van (X-2-32) met (X-2-30) levert op:

$$\mu = \frac{\mu_2}{1 - \frac{12(l-x)}{e s^3} (\beta - \delta A) Q_s \mu_2} \dots \dots \dots \text{(X-2-34)}$$

Deze uitdrukkingen geven de viscositeit aan, afhankelijk van de plaats in de spleet.

We beschouwen eerst het geval waarbij de volumestroom van 1 naar 2 ge richt is.

De lekstroom tengevolge van het drukverschil over de spleet schreven we m.b.v. (X-2-17) als:

$$Q_s = - \frac{e s^3}{12 \mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) \dots \dots \dots \text{(X-2-35)}$$

Hieruit volgt na invullen van (X-2-33):

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{-12 Q_s \mu_1}{e s^3 \left\{ 1 + \frac{12x}{e s^3} (\beta - \delta A) Q_s \mu_1 \right\}} \dots \dots \dots \text{(X-2-36)}$$

Integreren tussen p_1 en p_2 en tussen $x = 0$ en $x = l$ leidt tot:

$$(p_2 - p_1) = \frac{-12 Q_s}{e s^3} \ln \left\{ 1 + \frac{12}{e s^3} (\beta - \delta A) Q_s \mu_1 l \right\} \dots \dots \dots \text{(X-2-37)}$$

$$\frac{12}{e s^3} (\beta - \delta A) Q_s$$

Na invullen van de waarde A volgens formule (X-2-20) resulteert dit in:

$$(p_1 - p_2) = \frac{\frac{12 Q_s}{e s^3} \ln \left\{ 1 + \frac{12 \beta Q_s \mu_1 l}{e s^3} + \frac{\mu_1 \delta l \left(\frac{12 Q_s^2}{e s^3} + \frac{e \omega^2 r^2}{s} \right)}{\rho C_v \left(Q_s + \frac{e s \omega r \cos \varphi}{2} \right)} \right\}}{\left\{ \frac{12 \beta Q_s}{e s^3} + \frac{\delta \left(\frac{12 Q_s^2}{e s^3} + \frac{e \omega^2 r^2}{s} \right)}{\rho C_v \left(Q_s + \frac{e s \omega r \cos \varphi}{2} \right)} \right\}} \dots \dots \text{(X-2-38)}$$

Nu voeren we de volgende dimensieloze grootheden in:

$$\frac{2 Q_s}{\omega r e s} = \alpha \dots \dots \dots \text{(X-2-39)}$$

Dit is de verhouding van de lekstroom Q_s (drukstroming) en de meesleurstroom $\frac{\omega r \varepsilon s}{2}$ (schuifstroming) indien deze schuifstroming in x -richting gericht is.

$$\beta(p_1 - p_2) = \psi \dots \dots \dots (X-2-40)$$

Hierdoor wordt de invloed van de druk op de viscositeit tot uiting gebracht.

$$\frac{\delta}{\rho C_v \beta} = \varepsilon \dots \dots \dots (X-2-41)$$

Dit is een vloeistofconstante.

$$\frac{6\mu_1 \omega r l}{s^2(p_1 - p_2)} = \theta_1 \dots \dots \dots (X-2-42)$$

Dit is de verhouding van de meesleurstroom als deze in x -richting werkt en de drukstroom als de viscositeit in de spleet gelijk aan μ_1 blijft.

Met behulp van deze dimensieloze grootheden kan vergelijking (X-2-38) worden teruggebracht tot:

$$\psi = \frac{\ln \left[2 + \psi \theta_1 \alpha \left\{ 1 + \frac{\varepsilon}{3\alpha} \left(\frac{3\alpha^2 + 1}{\alpha + \cos \varphi} \right) \right\} \right]}{\left\{ 1 + \frac{\varepsilon}{3\alpha} \left(\frac{3\alpha^2 + 1}{\alpha + \cos \varphi} \right) \right\}} \dots \dots \dots (X-2-43)$$

Ofwel:

$$\theta_1 = \frac{\exp \left[\psi \left\{ 1 + \frac{\varepsilon}{3\alpha} \left(\frac{3\alpha^2 + 1}{\alpha + \cos \varphi} \right) \right\} \right] - 1}{\psi \alpha \left\{ 1 + \frac{\varepsilon}{3\alpha} \left(\frac{3\alpha^2 + 1}{\alpha + \cos \varphi} \right) \right\}} \dots \dots \dots (X-2-44)$$

Voor $\varphi = 0$ werken de drukstroming en de schuifstroming in dezelfde richting. De uitdrukking wordt dan:

$$\theta_1 = \frac{\exp \left[\psi \left\{ 1 + \frac{\varepsilon}{3\alpha} \left(\frac{3\alpha^2 + 1}{\alpha + 1} \right) \right\} \right] - 1}{\psi \alpha \left\{ 1 + \frac{\varepsilon}{3\alpha} \left(\frac{3\alpha^2 + 1}{\alpha + 1} \right) \right\}} \dots \dots \dots (X-2-45)$$

Als de schuifstroming loodrecht op de drukstroming staat zoals in een wormpomp of wormmotor het geval is, is de hoek φ gelijk aan 90° en is derhalve $\cos \varphi = 0$. Formule (X-2-44) gaat dan over in:

$$\theta_1 = \frac{\exp \left[\psi \left\{ 1 + \varepsilon \left(1 + \frac{1}{3\alpha^2} \right) \right\} \right] - 1}{\psi \alpha \left\{ 1 + \varepsilon \left(1 + \frac{1}{3\alpha^2} \right) \right\}} \dots \dots \dots (X-2-46)$$

Indien de schuifstroming tegengesteld gericht is aan de drukstroming is $\varphi = 180^\circ$. Met $\cos \varphi = -1$ wordt formule (X-2-44) geschreven als:

$$\theta_1 = \frac{\exp \left[\psi \left\{ 1 + \frac{\varepsilon}{3\alpha} \left(\frac{3\alpha^2 + 1}{\alpha - 1} \right) \right\} \right] - 1}{\psi \alpha \left\{ 1 + \frac{\varepsilon}{3\alpha} \left(\frac{3\alpha^2 + 1}{\alpha - 1} \right) \right\}} \dots \dots \dots (X-2-47)$$

Tussen $\varphi = 90^\circ$ en $\varphi = 270^\circ$ bestaat de mogelijkheid dat de totale volumestroom door de spleet Q_x gelijk aan nul wordt. Dan geldt volgens formule (X-2-14) en (X-2-35):

$$\frac{es\omega r \cos \varphi}{2} = -Q_s \dots \dots \dots (X-2-48)$$

$$\cos \varphi = -\frac{2Q_s}{es\omega r} \dots \dots \dots (X-2-49)$$

$$-\cos \varphi = \alpha \dots \dots \dots (X-2-50)$$

In dit geval is er geen volumestroom aanwezig om warmte af te voeren. De temperatuur in de spleet zal theoretisch tot oneindig kunnen stijgen.

Het is duidelijk dat in dit geval de aanname van adiabatische stroming reeds lang niet meer houdbaar is. De ontwikkelde warmte zal in dit geval door geleiding worden afgevoerd.

Als in het gebied tussen $\varphi = 90^\circ$ en $\varphi = 270^\circ$ de snelheid ωr wordt verhoogd totdat

$$\left| \frac{es\omega r \cos \varphi}{2} \right| > \left| Q_s \right|,$$

zal de volumestroom van richting omkeren en ontstaat de situatie waarvoor de viscositeitsformule (X-2-34) geldig is. Invullen van formule (X-2-34) in formule (X-2-35) geeft:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{-12Q_s\mu_2}{es^3 \left\{ 1 - \frac{12(l-x)}{es^3} (\beta - \delta A) Q_s\mu_2 \right\}} \dots \dots \dots (X-2-51)$$

Integreren tussen p_1 en p_2 en tussen $x = 0$ en $x = 1$ leidt tot:

$$(p_2 - p_1) = \frac{-\frac{12Q_s}{\epsilon s^3} \left[\ln 1 - \ln \left\{ 1 - \frac{12Q_s}{\epsilon s^3} (\beta - \delta A) \mu_2 l \right\} \right]}{\frac{12Q_s}{\epsilon s^3} (\beta - \delta A)} \quad \dots \quad (\text{X-2-52})$$

Na invullen van de waarde van A volgens formule (X-2-20) resulteert dit in:

$$(p_1 - p_2) = \frac{-\frac{12Q_s}{\epsilon s^3} \ln \left[1 - \frac{12Q_s l \mu_2}{\epsilon s^3} + \frac{\left(\frac{12Q_s^2}{\epsilon s^3} + \frac{\epsilon \omega^2 r^2}{s} \right) \delta l \mu_2}{\varrho C_v \left(Q_s + \frac{\epsilon s \omega r \cos \varphi}{2} \right)} \right]}{\left\{ \frac{12\beta Q_s}{\epsilon s^3} - \frac{\left(\frac{12Q_s^2}{\epsilon s^3} + \frac{\epsilon \omega^2 r^2}{s} \right) \delta}{\varrho C_v \left(Q_s + \frac{\epsilon s \omega r \cos \varphi}{2} \right)} \right\}} \quad \dots \quad (\text{X-2-53})$$

We voeren nu weer de dimensieloze grootheden α , ψ en ϵ volgens de formules (X-2-39), (X-2-40) en (X-2-41) in

Verder definiëren we de grootheid θ_2 .

$$\theta_2 = \frac{6\mu_2 \omega r l}{s^2(p_1 - p_2)} \quad \dots \quad (\text{X-2-54})$$

Dit is de verhouding van de meesleurstroming als deze in x -richting werkt en de drukstroming als de viscositeit in de spleet gelijk aan μ_2 blijft.

Met deze dimensieloze grootheden schrijven we formule (X-2-53) als volgt:

$$\psi = \frac{-\ln \left[1 - \psi \theta_2 \alpha \left\{ 1 - \frac{\epsilon}{3\alpha} \frac{(3\alpha^2 + 1)}{(\alpha + \cos \varphi)} \right\} \right]}{\left\{ 1 - \frac{\epsilon}{3\alpha} \frac{(3\alpha^2 + 1)}{(\alpha + \cos \varphi)} \right\}} \quad \dots \quad (\text{X-2-55})$$

Ofwel:

$$\theta_2 = \frac{\exp \left[\psi \left\{ \frac{\epsilon}{3\alpha} \frac{(3\alpha^2 + 1)}{(\alpha + \cos \varphi)} - 1 \right\} \right] - 1}{\psi \alpha \left\{ \frac{\epsilon}{3\alpha} \frac{(3\alpha^2 + 1)}{(\alpha + \cos \varphi)} - 1 \right\}} \quad \dots \quad (\text{X-2-56})$$

Als $\varphi = 180^\circ$, dus als $\cos \varphi = -1$ wordt dit:

$$\theta_2 = \frac{\exp \left[\psi \left\{ \frac{\epsilon}{3\alpha} \frac{(3\alpha^2 + 1)}{(\alpha - 1)} - 1 \right\} \right] - 1}{\psi \alpha \left\{ \frac{\epsilon}{3\alpha} \frac{(3\alpha^2 + 1)}{(\alpha - 1)} - 1 \right\}} \quad \dots \quad (\text{X-2-57})$$

3. De invloed van de viscositeit op de lekstroom door een spleet

Volgens het mathematisch pomp- en motormodel zal de lekstroom door een spleet waarover een drukverschil Δp staat gelijk zijn aan:

$$Q_s = \frac{es^3 \Delta p}{12\mu_i l} \dots \dots \dots \text{(X-3-1)}$$

Hierin is μ_i de viscositeit bij de temperatuur T_1 en bij de druk $p = 0$. Volgens formule (X-2-24) mogen we dus voor μ_i schrijven:

$$\mu_i = \mu_0 e^{-\delta T_1} \dots \dots \dots \text{(X-3-2)}$$

Verder kennen we:

$$\mu_1 = \mu_0 e^{\beta p_1 - \delta T_1} \dots \dots \dots \text{(X-3-3)}$$

Hieruit volgt:

$$\mu_i = \mu_1 e^{-\beta p_1} \dots \dots \dots \text{(X-3-4)}$$

De lekstroom volgens het mathematisch model kunnen we nu schrijven als:

$$Q_{s\text{math}} = \frac{es^3 \Delta p e^{\beta p_1}}{12\mu_1 l} \dots \dots \dots \text{(X-3-5)}$$

Ten gevolge van de invloed van de druk en de temperatuur op de viscositeit, zal de werkelijk optredende lekstroom echter van deze theoretische waarde afwijken. De mate van deze afwijking wordt aangegeven door de verhouding:

$$\frac{Q_{s\text{werk}}}{Q_{s\text{math}}} = \frac{Q_{s\text{werk}}}{\frac{es^3 \Delta p e^{\beta p_1}}{12\mu_1 l}} \dots \dots \dots \text{(X-3-6)}$$

Met de gedefinieerde dimensieloze grootheden kunnen we hiervoor schrijven:

$$\frac{Q_{s\text{werk}}}{Q_{s\text{math}}} = \frac{2Q_s}{\omega r e s} \cdot \frac{6\mu_1 \omega r l}{s^2 \Delta p} \cdot \frac{1}{e^{\beta p_1}} \dots \dots \dots \text{(X-3-7)}$$

$$\frac{Q_{s\text{werk}}}{Q_{s\text{math}}} = \frac{\alpha \theta_1}{e^{\beta p_1}} \dots \dots \dots \text{(X-3-8)}$$

We willen de invloed van de snelheid op de lekstroom onderzoeken. De snelheid ωr vinden we terug in de groepering:

$$\theta_1 \psi = \frac{\beta(p_1 - p_2) 6\mu_1}{s^3(p_1 - p_2)} \cdot \omega r \dots \dots \dots \text{(X-3-9)}$$

Met $\mu_1 = \mu_i e^{\beta p_1}$ wordt dit:

$$\frac{\theta_1 \psi}{e^{\beta p_1}} = \left(\frac{6\beta \mu_i l}{s^2} \right) \omega r \dots \dots \dots \text{(X-3-10)}$$

Als in het gebied tussen $\varphi = 90^\circ$ en $\varphi = 270^\circ$ de totale volumestroom tegengesteld gericht is aan de drukstroming, vinden we voor de verhouding van de werkelijke lekstroom en de lekstroom volgens het mathematisch model de uitdrukking:

$$\frac{Q_{s\text{werk}}}{Q_{s\text{math}}} = \frac{\alpha \theta_2}{e^{\beta p_2}} \dots \dots \dots \text{(X-3-11)}$$

Voor de snelheid vinden we hier de uitdrukking:

$$\frac{\theta_2 \psi}{e^{\beta p_2}} = \left(\frac{6\beta \mu_i l}{s^2} \right) \omega r \dots \dots \dots \text{(X-3-12)}$$

Als we (X-3-8) met (X-3-11) en (X-3-10) met (X-3-12) vergelijken blijkt:

$$\frac{\alpha \theta_1}{e^{\beta p_1}} = \frac{\alpha \theta_2}{e^{\beta p_2}} \dots \dots \dots \text{(X-3-13)}$$

en:

$$\frac{\theta_1 \psi}{e^{\beta p_1}} = \frac{\theta_2 \psi}{e^{\beta p_2}} \dots \dots \dots \text{(X-3-14)}$$

In de uitdrukkingen (X-2-44) en (X-2-56) kunnen we willekeurige numerieke waarden voor ε , ψ en α invullen, waardoor de bijbehorende waarden voor θ_1 of θ_2 worden gevonden.

Als de bij elkaar behorende waarden van θ , α , ψ en ε bekend zijn, kunnen de numerieke waarden voor de groeperingen:

$$\frac{\theta_1 \alpha}{e^{\beta p_1}}, \frac{\theta_1 \psi}{e^{\beta p_1}}, \frac{\theta_2 \alpha}{e^{\beta p_2}} \text{ en } \frac{\theta_2 \psi}{e^{\beta p_2}}$$

gevonden worden.

De bij elkaar behorende numerieke waarden voor $\frac{\theta_1 \alpha}{e^{\beta p_1}}$ en $\frac{\theta_1 \psi}{e^{\beta p_1}}$ kunnen in een grafiek tegen elkaar worden uitgezet.

In figuur X-2 is rechts van de verticale as het verloop van

$$\frac{Q_{s\text{werk}}}{Q_{s\text{math}}} = \frac{\theta_1 \alpha}{e^{\beta p_1}} \text{ tegen } \frac{12\pi\beta l r}{s^2} n \mu_1 = \frac{\theta_1 \psi}{e^{\beta p_1}}$$

met ψ als parameter schematisch aangegeven voor het geval de hoek φ gelijk is aan nul.

Links van de verticaal zijn dezelfde grootheden tegen elkaar uitgezet, waarbij de hoek φ gelijk is aan 180° , hetgeen wil zeggen dat de schuifstroming tegengesteld gericht is aan de drukstroming.

Volgens formule (X-2-50) zal de totale volumestroom door de spleet gelijk zijn aan nul als $\alpha = -\cos \varphi$.

Omdat hier $\varphi = 180^\circ$ treedt dit geval op als $\alpha = +1$. Dit levert de asymptoot op welke in figuur X-2 getekend is.

Aan $\alpha = 1$ voldoet in het $\frac{\theta_1 \alpha}{e^{\beta p_1}}, \frac{\theta_1 \psi}{e^{\beta p_1}}$ coördinatenstelsel de rechte door de oorsprong met als richtingscoëfficiënt $m = 1/\psi$.

Dit is de asymptoot waartoe de beide takken van de grafiek in figuur X-2 raken.

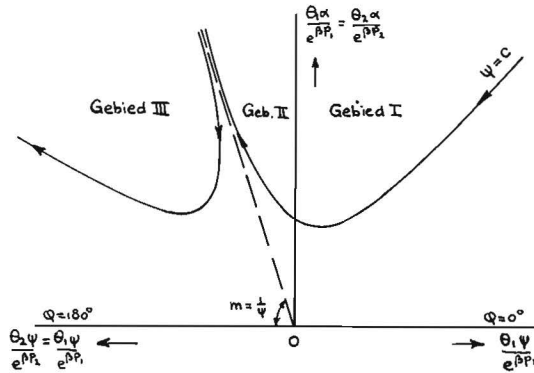


Fig. X-2. Schematische voorstelling van de drie karakteristieke gebieden en de asymptoot in het $(\theta_1 \alpha / e^{\beta p_1}, \theta_1 \psi / e^{\beta p_1})$ vlak.

In figuur X-3 is in het gebied rechts van de verticale as van figuur X-2, het verloop van de relatieve lekstroom $\frac{Q_{s\text{werk}}}{Q_{s\text{math}}}$ tegen $\left(\frac{12\pi\beta l r}{s^2}\right) n\mu_i$, met ψ als parameter uitgezet. Voor ε is de waarde 0,7 ingevuld.

Voor het gebied links van de verticale as gelden de figuren X-4 en X-5 waarop de invloed van de asymptoten zichtbaar is.

Als $\varphi = 90^\circ$ staat de schuifstroming loodrecht op de drukstroming. Dit is het geval bij een wormpomp of wormmotor.

In figuur X-6 is de relatieve lekstroom van een wormmotor tegen $\frac{12\pi\beta l r}{s^2} \mu_i n$ met ψ als parameter uitgezet.

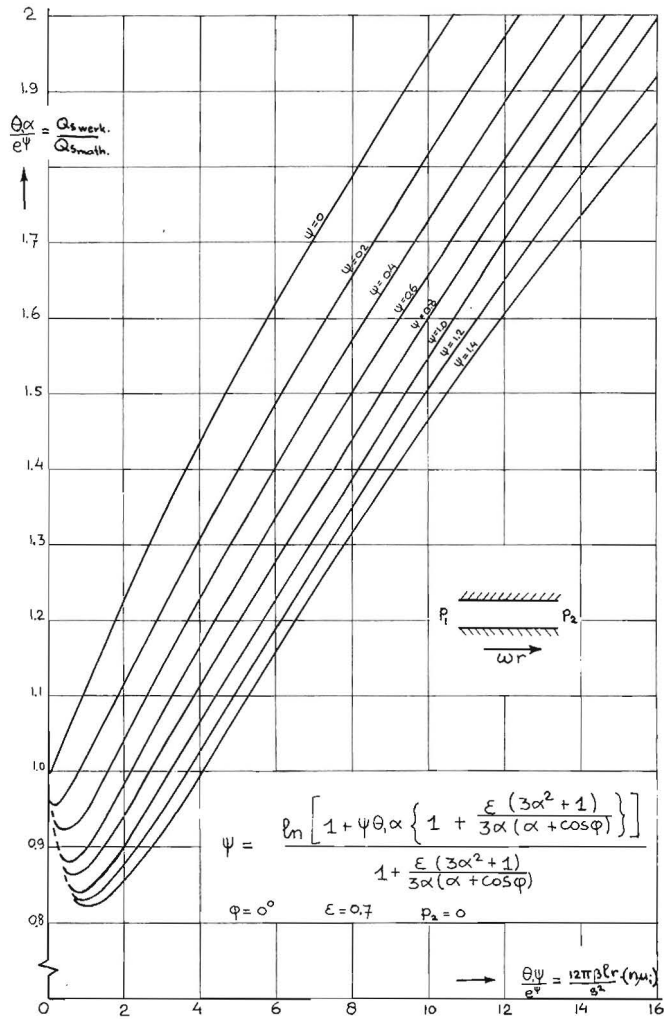


Fig. X-3. $Q_{s\text{rel}}$ afhankelijk van $(n\mu_i)$ met ψ als parameter. (Gebied I van fig. X-2).

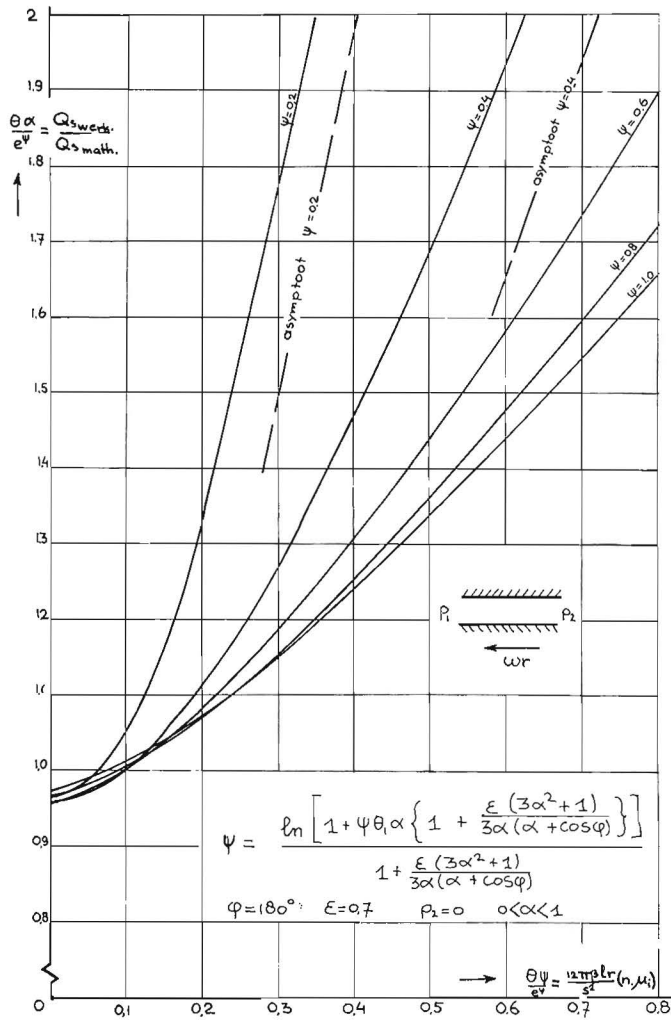


Fig. X-4. $Q_{s,rel}$ afhankelijk van $(n\mu_i)$ met ψ als parameter. (Gebied II van fig. X-2).

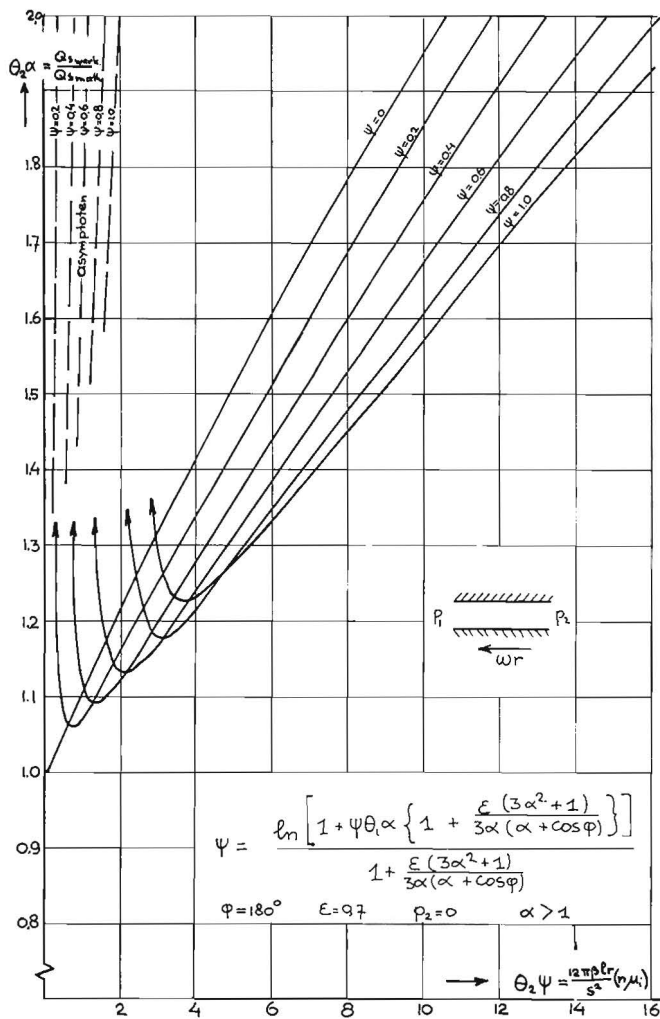


Fig. X-5. Q_{srel} afhankelijk van $(\eta \psi_i)$ met ψ als parameter. (Gebied III van fig. X-2).

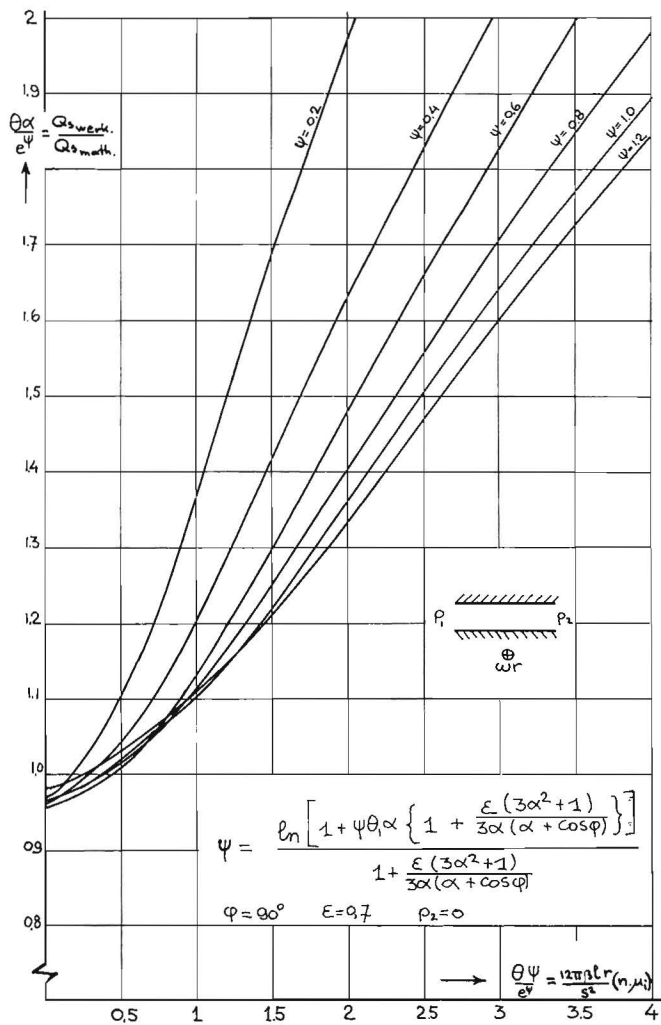


Fig. X-6. Q_{srel} afhankelijk van $(n\mu_i)$ met ψ als parameter voor een wormmotor.

4. De invloed van de viscositeit op de verliescoëfficiënt C_{sv} van een wormmotor

De invloed van druk en temperatuur op de viscositeit heeft consequenties voor de verliescoëfficiënt C_{sv} van het mathematische pomp- en motormodel.

In het mathematisch pomp- en motormodel wordt de viskeuze lekstroom geschreven als:

$$Q_{sv\text{math}} = C_{sv\text{math}} \frac{\Delta p W_{th}}{2\pi\mu_i} \dots \dots \dots (X-4-1)$$

De werkelijk optredende lekstroom blijkt volgens de voorgaande paragrafen gelijk te zijn aan:

$$Q_{sv\text{werk}} = Q_{sv\text{math}} \frac{\alpha\theta_1}{e^{\beta p_1}} \dots \dots \dots (X-4-2)$$

Hierin is $\frac{\alpha\theta_1}{e^{\beta p_1}}$ een functie van het toerental, het drukverschil en de viscositeit.

De werkelijke C_{sv} zal dus bedragen:

$$C_{sv\text{werk}} = C_{sv\text{math}} \frac{\alpha\theta_1}{e^{\beta p_1}} \dots \dots \dots (X-4-3)$$

Voor de relatieve verliescoëfficiënt $\frac{C_{sv\text{werk}}}{C_{sv\text{math}}}$ kunnen we dus schrijven:

$$\frac{C_{sv\text{werk}}}{C_{sv\text{math}}} = \frac{Q_{sv\text{werk}}}{Q_{sv\text{math}}} = \frac{\alpha\theta_1}{e^{\beta p_1}} \dots \dots \dots (X-4-4)$$

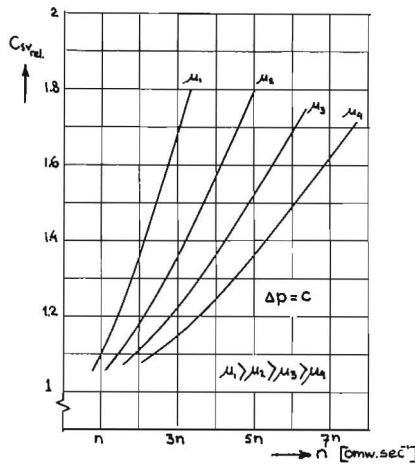


Fig. X-7. $C_{sv\text{rel}}$ afhankelijk van het toerental met de viscositeit als parameter.

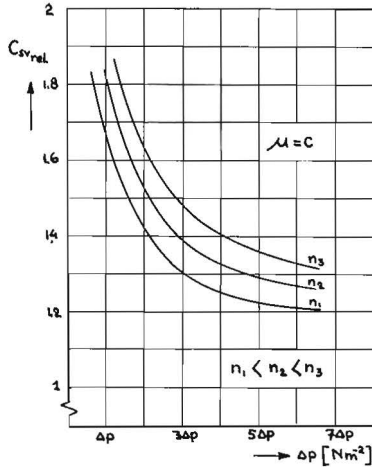


Fig. X-8. $C_{sv,rel}$ afhankelijk van het drukverschil met het toerental als parameter.

Uit figuur X-6 kan een grafiek worden samengesteld waardoor de invloed van de snelheid op de relatieve lekstroom met μ_i als parameter bij een constant drukverschil (ψ) wordt aangegeven. Dit is in figuur X-7 weergegeven.

In figuur X-8 is de invloed van het drukverschil op de relatieve lekstroom bij constante μ_i met het toerental als parameter aangeduid.

Uit de figuren X-7 en XI-8 concluderen we met betrekking tot de wormmotor:

- De relatieve lekstroom neemt toe als bij constante μ_i en constant drukverschil het motortoerental toeneemt.
- De relatieve lekstroom neemt toe als bij een constant toerental en bij een constant drukverschil de viscositeit μ_i toeneemt.
- De relatieve lekstroom neemt af als bij een constant toerental en bij constante viscositeit het drukverschil toeneemt.

5. De invloed van de variabele viscositeit op het viskeuze verliesmoment

In figuur X-9 beschouwen we weer het volume-element in de spleet met afmetingen dx , dy en s . Dit volume-element werkt in x -richting als meesleurmotor. Als de relatieve beweging van de beide spleetwanden wordt veroorzaakt door een roterende beweging van het bewegende vlak om een as op afstand r van dit vlak wordt het verliesmoment in x -richting volgens formule (I-3-5) en (I-3-6)

$$\Delta M_{sx} = \frac{\mu \omega r^2 \cos \varphi \, dx \, dy}{s} \dots \dots \dots (X-5-1)$$

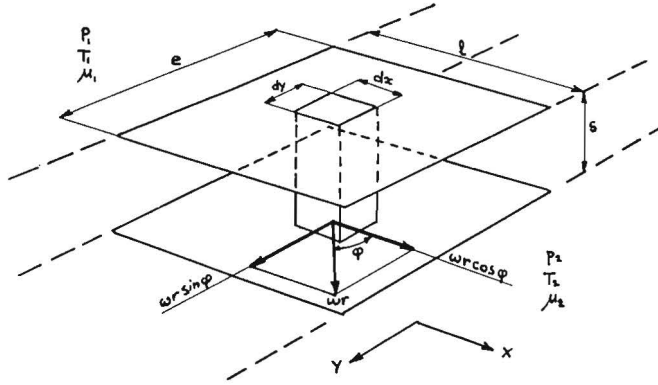


Fig. X-9. De relatieve beweging van het ondervlak van een lekspleet.

In y -richting geldt:

$$\Delta M_{sy} = \frac{\mu \omega r^2 \sin \varphi \, dx dy}{s} \dots \dots \dots (X-5-2)$$

Het totale verliesmoment van het volume-element bedraagt derhalve:

$$\Delta M_s = \sqrt{\Delta M_{sx}^2 + \Delta M_{sy}^2} \dots \dots \dots (X-5-3)$$

$$\Delta M_s = \frac{\mu \omega r^2 dx dy}{s} \dots \dots \dots (X-5-4)$$

Geïntegreerd over de breedte e wordt dit verliesmoment voor de lengte dx :

$$M_s = \frac{\mu \omega r^2 e dx}{s} \dots \dots \dots (X-5-5)$$

Het totale verliesmoment over de lengte l volgt door integratie van (X-5-5) tussen $x = 0$ en $x = l$.

$$M_s = \frac{r^2 \omega e}{s} \int_0^l \mu dx \dots \dots \dots (X-5-6)$$

Volgens (X-2-17) schreven we:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\mu \left(\frac{12 Q_s}{e s^3} \right) \dots \dots \dots (X-5-7)$$

Hieruit volgt:

$$dp = -\mu \left(\frac{12 Q_s}{e s^3} \right) dx \dots \dots \dots (X-5-8)$$

$$\int_{p_1}^{p_2} dp = (p_2 - p_1) = \frac{-12Q_s}{eS^3} \int_0^l \mu dx \quad \dots \dots \dots \quad (\text{X-5-9})$$

Voor $\int_0^l \mu dx$ kunnen we dus schrijven:

$$\int_0^l \mu dx = \frac{(p_1 - p_2)eS^3}{12Q_s} \quad \dots \dots \dots \quad (\text{X-5-10})$$

Als we dit in de vergelijking voor het viskeuze moment invullen krijgen we:

$$M_s = \frac{r^2 e \omega}{s} \cdot \frac{eS^3 (p_1 - p_2)}{12Q_s} \quad \dots \dots \dots \quad (\text{X-5-11})$$

Als de viscositeit constant zou blijven en gelijk zou zijn aan μ_i , zou het verliesmoment gelijk zijn aan:

$$M_s = \frac{r^2 \omega e}{s} \mu_i l \quad \dots \dots \dots \quad (\text{X-5-12})$$

We voeren nu in de verhouding van het werkelijke verliesmoment en het verliesmoment dat volgens het mathematisch model zou optreden:

$$\frac{M_{s\text{werk}}}{M_{s\text{math}}} = \frac{\frac{r^2 e \omega}{s} \cdot \frac{eS^3 (p_1 - p_2)}{12Q_s}}{\frac{r^2 \omega e}{s} \mu_i l} \quad \dots \dots \dots \quad (\text{X-5-13})$$

Met $\mu_1 = \mu_i e^{\beta p_1}$ wordt dit:

$$\frac{M_{s\text{werk}}}{M_{s\text{math}}} = \frac{S^3 (p_1 - p_2) e^{\beta p_1}}{6 \mu_1 \omega r l} \cdot \frac{\omega r e s}{2 Q_s} = \frac{e^{\beta p_1}}{\theta_1 \alpha} \quad \dots \dots \dots \quad (\text{X-5-14})$$

Dit is dus een dimensieloze grootheid waardoor de verhouding van het werkelijke viskeuze verliesmoment en het viskeuze verliesmoment volgens het mathematische model wordt uitgedrukt.

$\frac{e^{\beta p_1}}{\theta_1 \alpha}$ kan nu weer tegen het kental voor de snelheid $\frac{\theta_1 \psi}{e^{\beta p_1}}$ met ψ als parameter worden uitgezet.

Als φ ligt tussen 90° en 270° heeft men weer de mogelijkheid dat de effectieve volumestroom door de spleet nul is, waardoor de temperatuur snel zal stijgen

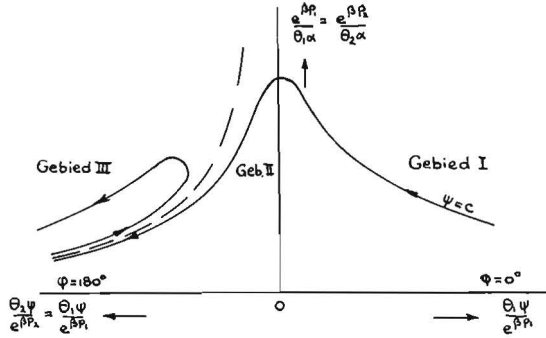


Fig. X-10. Schematische voorstelling van de drie karakteristieke gebieden en de asymptoot in het $(e^{\beta p}/\theta\alpha, \theta\psi/e^{\beta p})$ vlak.

en het viskeuze verliesmoment dientengevolge sterk zal afnemen. Deze toestand doet zich voor als:

$$\alpha = -\cos \varphi \quad \dots \dots \dots (X-5-13)$$

We tekenen nu in figuur X-10 de grafiek in het vlak door de x -as. We zien dan de grafiek voor grotere waarden van $\frac{\theta_1\psi}{e^{\beta p_1}}$ bij $\varphi = 0$ dalen. Als $\varphi = 180^\circ$, daalt deze tak eveneens en nadert asymptotisch naar de gestippelde kromme.

Deze asymptoot vinden we, door voor α de waarde $-\cos \varphi$ in te vullen. Omdat $\varphi = 180^\circ$ heeft α hier dus de waarde $+1$.

De vergelijking van deze gestippelde lijn volgt uit:

$$\left(\frac{e^{\beta p_1}}{\theta_1\alpha}\right) \cdot \left(\frac{\theta_1\psi}{e^{\beta p_1}}\right) = \frac{\psi}{\alpha} = \psi$$

De asymptoot heeft dus de vorm van een hyperbool.

In figuur X-11 is in het gebied rechts van de verticale as uit figuur X-10 het verloop van het relatieve verliesmoment

$$\frac{M_{v\text{werk}}}{M_{v\text{math}}} = \frac{e^{\beta p_1}}{\theta_1\alpha} \quad \text{tegen} \quad \frac{12\pi\beta lr}{s^3} \mu_{in} = \frac{\theta_1\psi}{e^{\beta p_1}}$$

weergegeven.

Voor het gebied links van de verticale as gelden de figuren X-12 en X-13 waarop de invloed van de asymptoten zichtbaar is.

In figuur X-14 is de situatie voor een wormpomp of wormmotor weergegeven. Hier staat de drukstroming loodrecht op de schuifstroming. In de figuren X-12 t/m X-14 is voor ε de waarde 0,7 ingevuld.

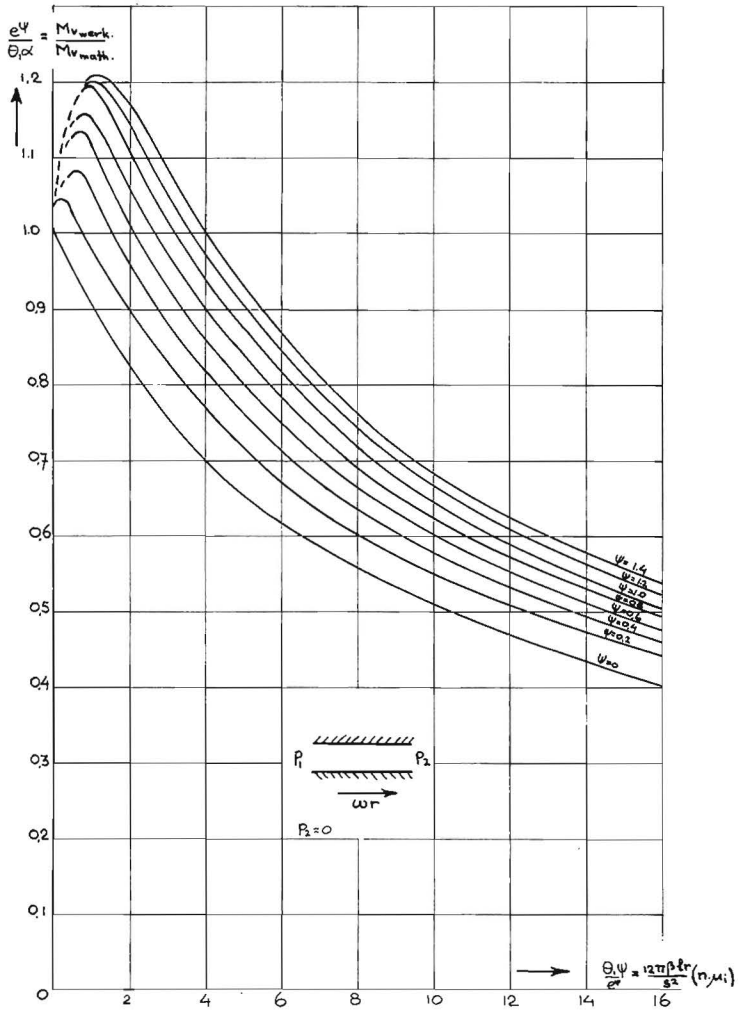


Fig. X-11. M_{vrel} afhankelijk van (n, μ_i) met ψ als parameter. (Gebied I van fig. X-20).

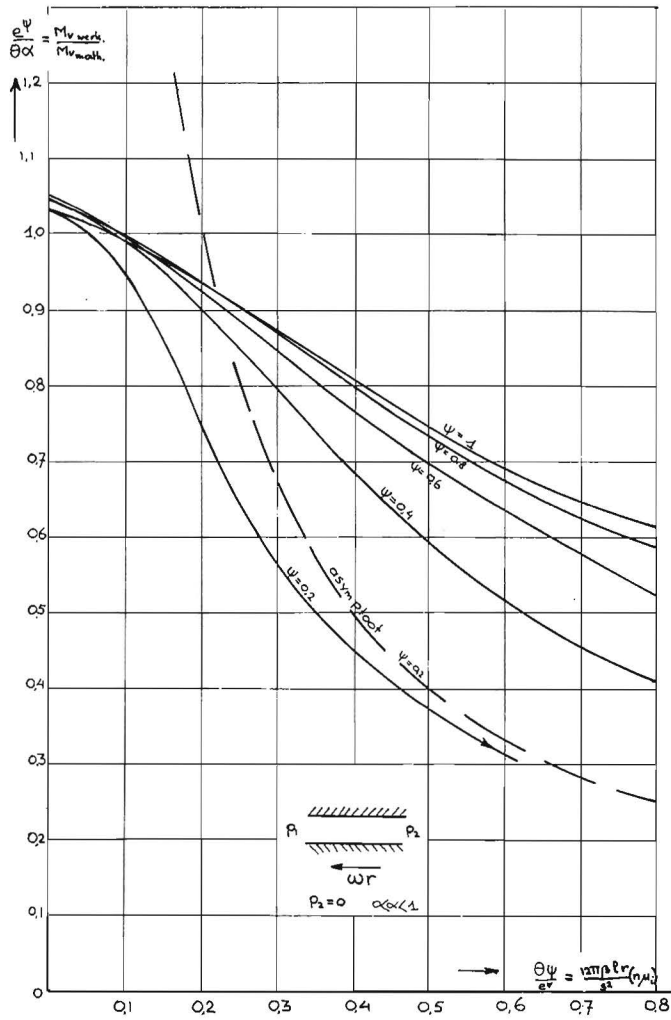


Fig. X-12. $M_{v_{rel}}$ afhankelijk van $(n\mu_i)$ met ψ als parameter. (Gebied II van fig. X-10).

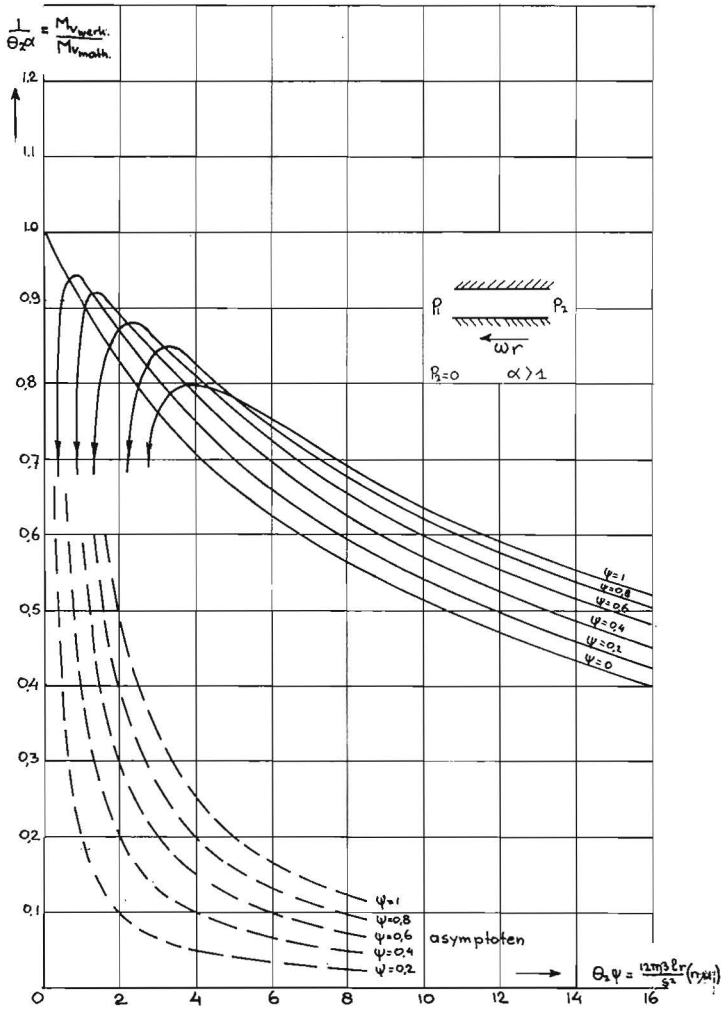


Fig. X-13. M_{vrel} afhankelijk van $(n\mu_i)$ met ψ als parameter. (Gebied III van fig. X-10).

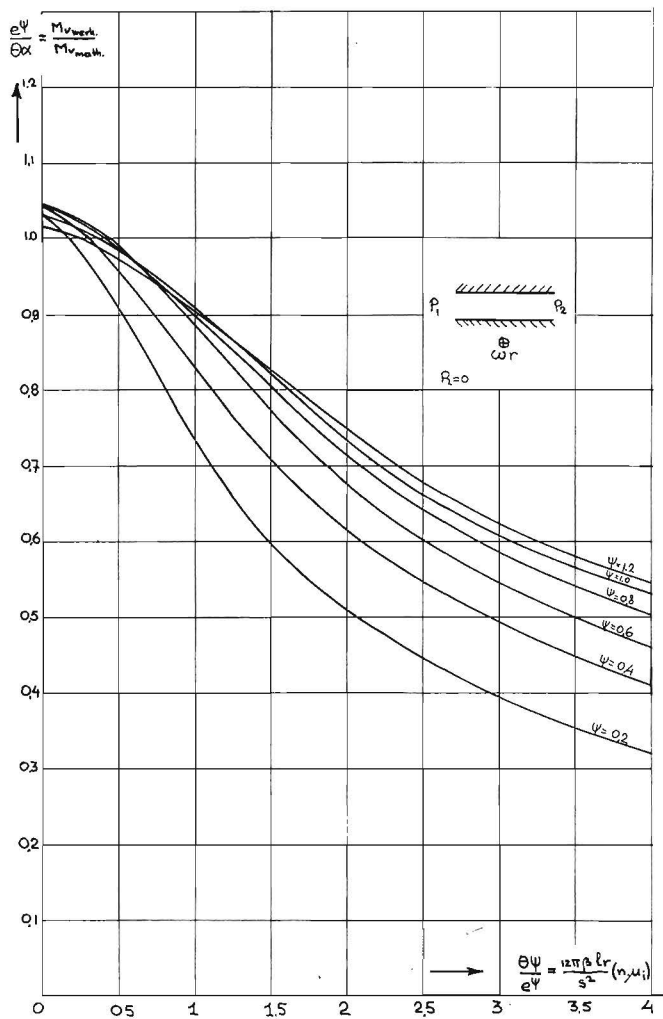


Fig. X-14. M_{vrel} afhankelijk van $(n\mu_1)$ met ψ als parameter voor een wormmotor.

6. De invloed van de viscositeit op de verliescoëfficiënt C_{vv} van een wormmotor

In het mathematisch model wordt het viskeuze verliesmoment geschreven als:

$$M_{v\text{math}} = C_{vv\text{math}} \mu \omega n W_{th} \quad \dots \dots \dots \quad (\text{X-6-1})$$

Het werkelijke viskeuze verliesmoment blijkt volgens de vorige paragraaf gelijk te zijn aan:

$$M_{v\text{werk}} = M_{v\text{math}} \cdot \frac{e^{\beta p_1}}{\alpha \theta_1} \quad \dots \dots \dots \quad (\text{X-6-2})$$

Hierin is $\frac{e^{\beta p_1}}{\alpha \theta_1}$ een functie van het toerental, de druk en de viscositeit.

De werkelijke C_{vv} zal dus bedragen:

$$C_{vv\text{werk}} = C_{vv\text{math}} \frac{e^{\beta p_1}}{\alpha \theta_1} \quad \dots \dots \dots \quad (\text{X-6-3})$$

Voor de relatieve verliescoëfficiënt $\frac{C_{vv\text{werk}}}{C_{vv\text{math}}}$ kunnen we nu schrijven:

$$\frac{C_{vv\text{werk}}}{C_{vv\text{math}}} = \frac{e^{\beta p_1}}{\alpha \theta_1} \quad \dots \dots \dots \quad (\text{X-6-4})$$

Uit figuur X-14 kunnen evenals dit bij de lekstroom is gedaan, grafieken worden samengesteld, waaruit de relatieve lekstroom achtereenvolgens afhankelijk

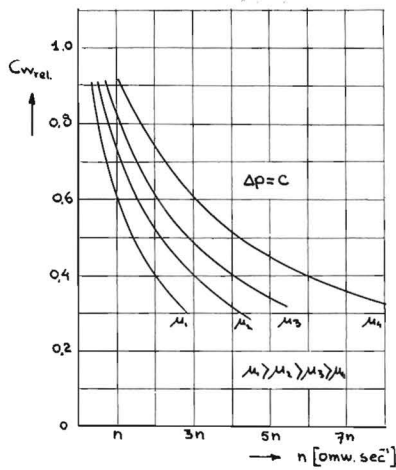


Fig. X-15. $C_{vv\text{rel}}$ afhankelijk van het toerental met de viscositeit als parameter.

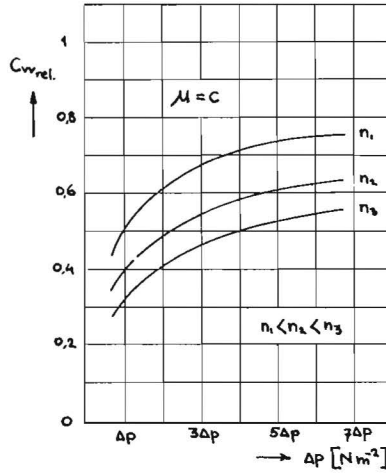


Fig. X-16. $C_{w,rel}$ afhankelijk van het drukverschil met het toerental als parameter.

van het motortoerental, de viscositeit μ_i en het drukverschil zijn aangegeven.

Dit is in de figuren X-15 en X-16 uitgevoerd. Uit deze figuren concluderen we voor wormmotoren:

- Het relatieve verliesmoment neemt af als bij constante viscositeit μ_i en bij constant drukverschil (constante ψ) het motortoerental n toeneemt.
- Het relatieve viskeuze verliesmoment neemt af, als bij constant motortoerental en bij constant drukverschil de viscositeit μ_i toeneemt.
- Het relatieve viskeuze verliesmoment neemt toe, als bij een constant toerental en bij constante viscositeit het drukverschil over de motor toeneemt.

HET SCHEIDEN VAN DE LEKSTROOM IN EEN
VISCOSITEITSAFHANKELIJK EN EEN
DICHTHEIDSAFHANKELIJK DEEL

1. Inleiding

In de volgende paragrafen zal met gebruikmaking van de theoretische beschouwingen van hoofdstuk VIII een scheidingsmethode worden behandeld, waarmee het mogelijk is de lekstroom te scheiden in een viscositeits- en in een dichtheidsafhankelijk deel.

2. De Q_s-1/μ grafiek bij een serieschakeling van een viscositeits- en een dichtheidsafhankelijke weerstand

Als in een verdringermachine alleen serieweerstanden voorkomen volgens fig. XI-1, geldt voor de lekstroom de formule welke al in hoofdstuk VIII is afgeleid:

$$Q_s = \frac{\mu B^2}{2\rho A} \left(\sqrt{1 + \frac{4\rho A^2 \Delta p}{\mu^2 B^2}} - 1 \right) \dots \dots \dots (XI-2-1)$$

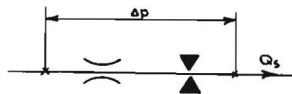


Fig. XI-1. De serieschakeling van een dichtheidsafhankelijke en een viscositeitsafhankelijke weerstand.

We kunnen deze formule grafisch voorstellen in het Q_s-1/μ vlak [24].

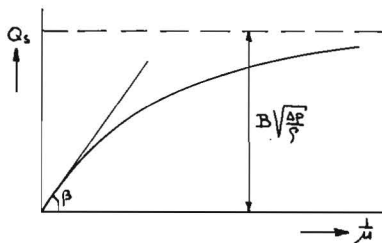


Fig. XI-2. Het verloop van de lekstroom Q_s tegen $1/\mu$ voor een serieschakeling.

Daartoe schrijven we (XI-2-1) in een gewijzigde vorm:

$$Q_s^2 = \frac{B^2 \Delta p}{\varrho} - \frac{\mu B^2}{\varrho A} Q_s \dots \dots \dots \text{(XI-2-2)}$$

en

$$(1/\mu) = \frac{\frac{B^2}{\varrho A} Q_s}{\frac{B^2 \Delta p}{\varrho} - Q_s^2} \dots \dots \dots \text{(XI-2-3)}$$

Door differentiëren van (XI-2-3) vinden we:

$$\frac{\partial Q_s}{\partial(1/\mu)} = \frac{\left(\frac{B^2 \Delta p}{\varrho} - Q_s^2\right)^2}{\frac{B^4 \Delta p}{\varrho^2 A} + \frac{B^2 Q_s^2}{\varrho A}} \dots \dots \dots \text{(XI-2-4)}$$

In het punt $1/\mu = 0$ is ook Q_s gelijk aan nul, zodat de waarde van $\left[\frac{\partial Q_s}{\partial(1/\mu)}\right]_0$ gelijk wordt aan:

$$\tan \beta = \frac{\frac{B^4 \Delta p^2}{\varrho^2}}{\frac{B^4 \Delta p}{\varrho^2 A}} = A \Delta p \dots \dots \dots \text{(XI-2-5)}$$

In het gebied $1/\mu \rightarrow 0$ geldt dus:

$$Q_s = \frac{A \Delta p}{\mu} \dots \dots \dots \text{(XI-2-6)}$$

Hieruit blijkt dat in dit gebied de totale lekstroom viskeus van aard is, hetgeen in hoofdstuk VIII al is aangetoond, omdat de waarde van E voor deze waarde van $1/\mu$ gelijk aan nul wordt.

Uit formule (XI-2-3) blijkt dat de functie een horizontale asymptoot heeft voor:

$$Q_s = B \sqrt{\frac{\Delta p}{\varrho}}$$

Als $1/\mu \rightarrow \infty$ nadert Q_s tot $B \sqrt{\Delta p / \varrho}$. Dit is de lekstroom bij volledig dichtheidsafhankelijke stroming, wat eveneens volgens hoofdstuk VIII overeenstemt met de waarde van E die nu voor $1/\mu \rightarrow \infty$ gelijk is aan oneindig.

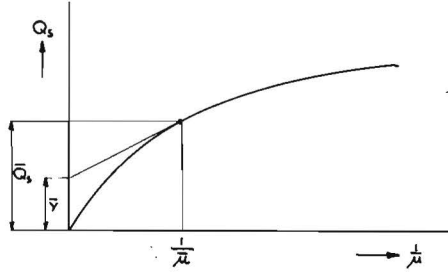


Fig. XI-3. Het scheiden van de lekstroom in een dichtheidsafhankelijk en in een viscositeitsafhankelijk deel.

In fig. XI-3 is de raaklijn aan de kromme getekend in het punt $(Q_s, 1/\bar{\mu})$. We gaan nu de verhouding \bar{y}/\bar{Q}_s uitdrukken in de grootte E .

Voor \bar{y} geldt:

$$\bar{y} = (1/\bar{\mu}) \cdot \frac{\partial Q_s}{\partial (1/\mu)} \dots \dots \dots \text{(XI-2-7)}$$

Voor \bar{y}/\bar{Q}_s schrijven we volgens (XI-2-4)

$$\frac{\bar{y}}{\bar{Q}_s} = \frac{(1/\bar{\mu}) \cdot \left(\frac{B^2 \Delta p}{\rho} - \bar{Q}_s^2 \right)^2}{\bar{Q}_s \cdot \left(\frac{B^4 \Delta p}{\rho^2 A} + \frac{B^2 \bar{Q}_s^2}{\rho A} \right)} \dots \dots \dots \text{(XI-2-8)}$$

Met behulp van (XI-2-2) schrijven we hiervoor:

$$\frac{\bar{y}}{\bar{Q}_s} = \frac{\frac{\bar{\mu} B^4}{\rho^2 A^2} \bar{Q}_s}{\frac{B^4 \Delta p}{\rho^2 A} + \frac{B^4 \Delta p}{\rho^2 A} - \frac{\bar{\mu} B^4}{\rho^2 A^2} \bar{Q}_s} \dots \dots \dots \text{(XI-2-9)}$$

met

$$\bar{Q}_s = \frac{\bar{\mu} B^2}{2\rho A} (\sqrt{1+4E^2}-1) \dots \dots \dots \text{(XI-2-10)}$$

en met

$$E^2 = \frac{\rho A^2 \Delta p}{\bar{\mu}^2 B^2}$$

vinden we na enig omwerken:

$$\frac{\bar{y}}{\bar{Q}_s} = \frac{1}{\sqrt{1+4E^2}} \dots \dots \dots \text{(XI-2-11)}$$

De verhouding \bar{y}/\bar{Q}_s kan numeriek uit de Q_s-1/μ kromme worden bepaald.

De waarde van E kan dus in elk punt van de $Q_s - 1/\mu$ kromme worden berekend.

Als de waarde van E bekend is, volgt via formule (VIII-4-11) de verhouding van de viskeuze lekstroom en de totale lekstroom, welke verhouding ook uit figuur VIII-9 kan worden bepaald.

$$\frac{Q_{sv}}{Q_s} = \frac{\sqrt{1+4E^2}-1}{2E^2} \dots \dots \dots (XI-2-12)$$

Als de waarden van Q_{sv} en Q_s bekend zijn, kunnen de verliescoëfficiënten C_{sv} en C_{st} met behulp van de formules (VIII-6-3) en (VIII-6-6) worden berekend.

3. Een scheidingsmethode in viscositeitsafhankelijke en dichtheidsafhankelijke lekstromen bij aanwezigheid van serieweerstanden

In de $Q_s - 1/\mu$ grafieken welke in de vorige paragraaf behandeld zijn, kunnen lijnen van constante E -waarden worden getekend. Tussen Δp en μ bestaat immers de betrekking

$$E = \sqrt{\frac{\rho A^2 \Delta p}{\mu^2 B^2}}$$

waarin A , B en ρ constant blijven. E is dus constant als $\sqrt{\Delta p/\mu}$ constant is.

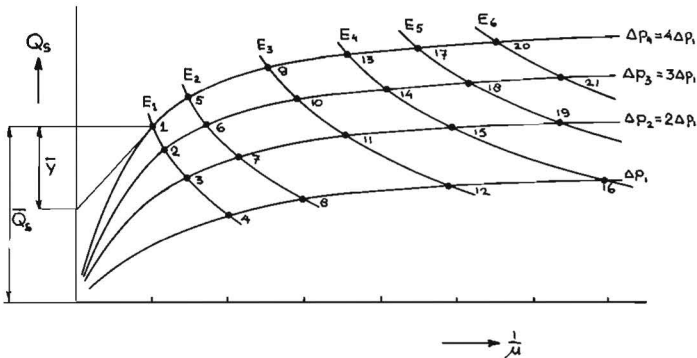


Fig. XI-4. Lijnen van gelijke E -waarden in de $Q_s - 1/\mu$ grafieken.

In figuur XI-4 zijn een aantal lijnen van constante E -waarden in de $Q_s - 1/\mu$ krommen opgenomen.

Als in punt 1 de raaklijn aan de $Q_s - 1/\mu$ grafiek wordt getekend, levert de verhouding \bar{y}/\bar{Q}_s volgens formule (XI-2-11) de waarde van E in punt 1 op.

In de punten 2, 3 en 4 heeft E dezelfde waarde als in punt 1, zodat in al deze punten ook de verhouding Q_{sv}/Q_s dezelfde is. Uit

$$C_{sv} = \frac{2\pi\mu Q_{sv}}{\Delta p W_{th}} \dots \dots \dots (XI-3-1)$$

volgt dan voor elk van de punten de waarde van C_{sv} . Dit kan voor meerdere lijnen van constante E -waarde worden uitgevoerd, waardoor in het gehele gebied waar meetgegevens bekend zijn, de waarden van C_{sv} kunnen worden bepaald.

Omdat door de vervanging van de serieschakeling door een parallelschakeling per definitie geldt dat:

$$Q_{st} = Q_s - Q_{sv} \dots \dots \dots (XI-3-2)$$

is dus ook Q_{st} in elk der beschouwde punten bekend.

Met:

$$C_{st} = \frac{Q_{st} \sqrt{\rho}}{\sqrt{2\Delta p} \sqrt[3]{W_{th}^2}} \dots \dots \dots (XI-3-3)$$

volgt hieruit voor elk der punten de waarde van C_{st} .

4. Het verwerken der meetgegevens

Bij een constant toerental ($n = 40$ omw/sec) werden bij verschillende viscositeiten met Δp als parameter de effectieve volumestromen naar een hydro-motor (wormmotor) met een slagvolume van $11 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$ gemeten.

Uit:

$$Q_e = Q_{th} + Q_s \dots \dots \dots (XI-4-1)$$

werden de lekstromen Q_s verkregen door de effectieve volumestroom bij elke meetwaarde met $Q_{th} = nW_{th}$ te verminderen.

$$Q_s = Q_e - nW_{th} \dots \dots \dots (XI-4-2)$$

In figuur XI-5 zijn de meetgegevens in een $Q_s - 1/\mu$ kromme opgenomen. Het afbuigen van de $Q_s - 1/\mu$ kromme naar de oorsprong is bij lage waarden van $1/\mu$ evident.

In figuur XI-6 zijn in de gemeten $Q_s - 1/\mu$ grafieken, lijnen van constante E -waarden getekend.

Op de in paragraaf 3 beschreven wijze zijn de waarden van C_{sv} en C_{st} bepaald en in figuur XI-7 en figuur XI-8 tegen Δp uitgezet met $1/\mu$ als parameter.

Uit het verloop van C_{sv} en C_{st} blijkt dat dit goed overeenstemt met het theoretische verloop volgens de figuren VIII-11 en VIII-12.

Wanneer de figuren VIII-11 en VIII-12 numeriek worden vergeleken met de figuren XI-7 en XI-8, blijkt, dat naast de kwalitatieve overeenkomst ook een kwantitatieve overeenkomst tussen theorie en praktijk aantoonbaar is.

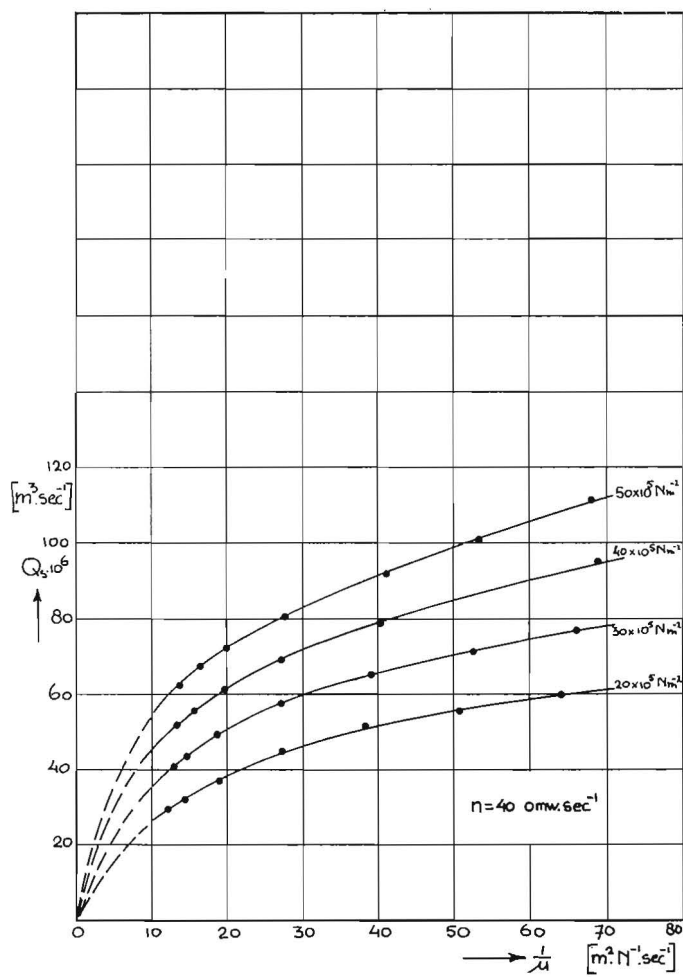


Fig. XI-5. Gemeten waarden van Q_s uitgezet tegen $1/\mu$ met Δp als parameter.

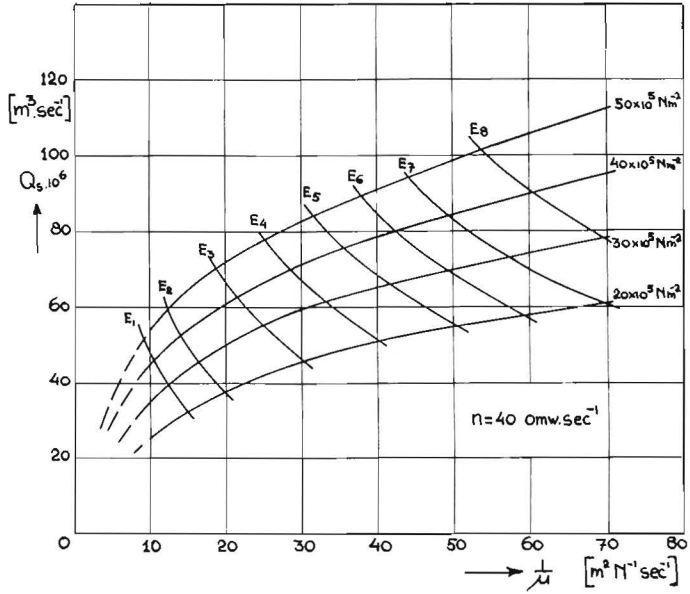


Fig. XI-6. Lijnen van gelijke E -waarden in de gemeten $Q_s - 1/\mu$ karakteristieken.

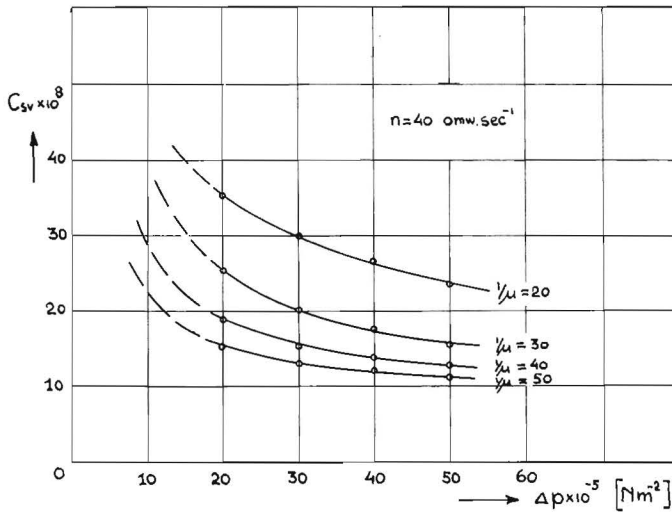


Fig. XI-7. Het verloop van C_{sv} tegen het drukverschil Δp met $1/\mu$ als parameter.

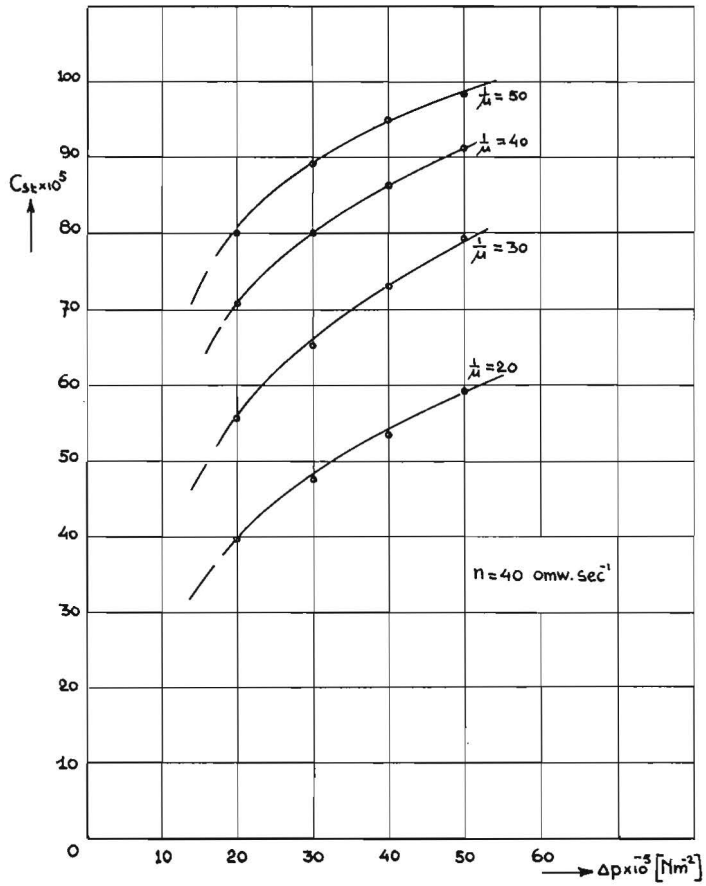


Fig. XI-8. Het verloop van C_{st} tegen het drukverschil Δp met $1/\mu$ als parameter.

DE INVLOED VAN DE VARIATIE VAN DE VISCOSITEIT OP DE LEKSTROOM

1. Inleiding

In hoofdstuk X werd uitvoerig ingegaan op de invloed van het motortoerental op de temperatuur van de vloeistof, waardoor ten gevolge van viscositeitsveranderingen de lekstroom kan worden beïnvloed.

De beschouwingen welke daar worden gegeven hebben betrekking op één lekspleet, terwijl bovendien de stroming door de lekspleet zuiver laminair is.

In werkelijkheid treedt in een verdringerwerktuig een lekstroom op, welke gedeeltelijk viscositeits- en gedeeltelijk dichtheidsafhankelijk is. Alleen de variatie van het viscositeitsafhankelijke gedeelte wordt door bovengenoemde theoretische beschouwingen verklaard.

Het feit, dat naast de viskeuze lekstroom ook nog een dichtheidsafhankelijke lekstroom optreedt en het feit, dat in werkelijkheid een netwerk van weerstanden aanwezig is in plaats van de behandelde ene lekspleet, zal het moeilijker maken de invloed van de snelheid op de lekstroom te verklaren.

In hoofdstuk X is geconcludeerd dat de viskeuze verliescoëfficiënt C_{sv} toeneemt bij:

- a. toenemend toerental,
- b. toenemende viscositeit,
- c. afnemend drukverschil.

In de volgende paragrafen zal aan de hand van meetresultaten op de hierboven genoemde punten a, b en c worden ingegaan.

2. De invloed van het motortoerental op de lekstroom

In figuur XII-1 zijn gemeten lekstromen van een wormmotor met een theoretisch slagvolume van $11 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$ weergegeven. Bij een constant drukverschil van $40 \cdot 10^5 \text{ Nm}^{-2}$ zijn de lekstromen afhankelijk van de viscositeit bepaald. De serie proeven werd bij 7 verschillende toerentalen tussen 20 en 80 omwentelingen per seconde herhaald.

Uit figuur XII-1 blijkt duidelijk, dat de lekstroom bij toename van het motortoerental groter wordt.

De toename van de totale lekstroom ten gevolge van het verhogen van de snelheid kan aanzienlijk zijn. Dit is in figuur XII-2 gedemonstreerd, waarin

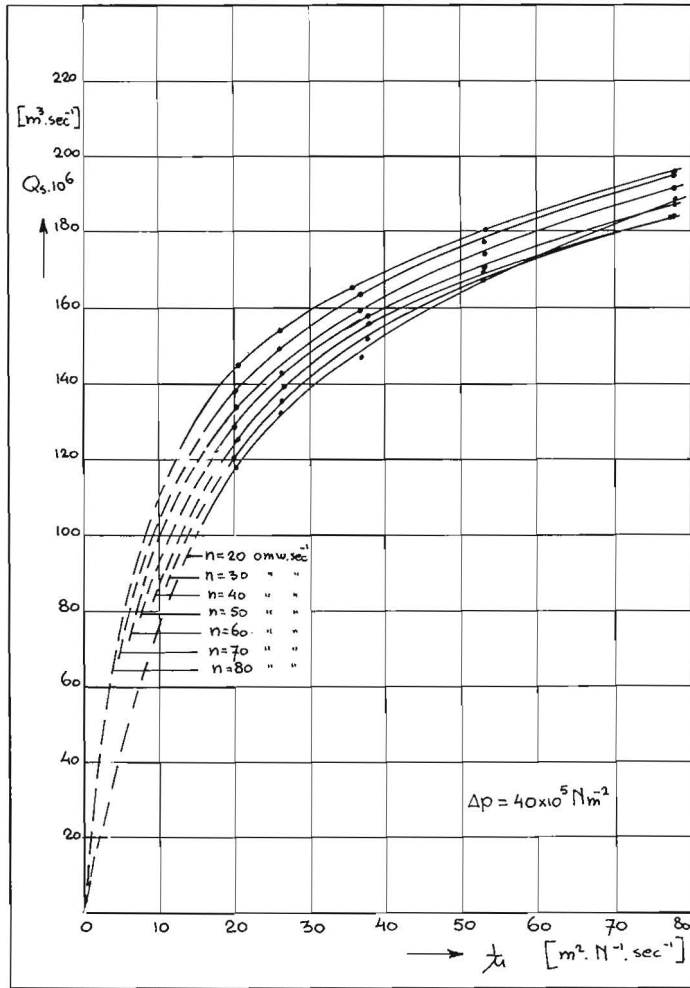


Fig. XII-1. De gemeten lekstroom van een wormmotor bij verschillende toerentallen uitgezet tegen $1/\mu$.

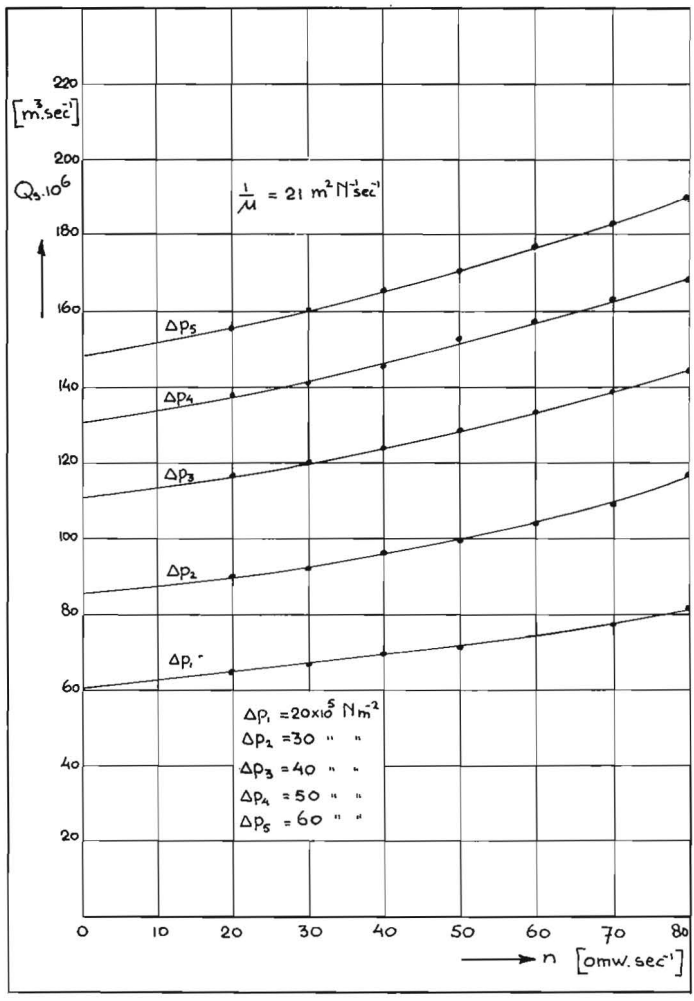


Fig. XII-2. De gemeten lekstromen van een wormmotor bij verschillende drukverschillen en toerentallen.

de lekstromen bij constante ingangsviscositeit tegen het toerental zijn uitgezet met het drukverschil als parameter.

3. De invloed van toerental en viscositeit op de lekstroom

Hoewel uit figuur XII-1 duidelijk blijkt, dat de totale lekstroom bij toename van het toerental groter wordt, is nog niet duidelijk hoe de verliescoëfficiënt C_{sv} verandert bij variatie van het toerental.

Daartoe scheiden we de totale lekstroom van figuur XII-1 in een viscositeitsafhankelijke en in een dichtheidsafhankelijke component, volgens de methode welke in hoofdstuk XI behandeld is. Dit resulteert in de waarden van de verliescoëfficiënt C_{sv} , welke waarden in figuur XII-3 zijn uitgezet tegen het toerental met de viscositeit als parameter.

Het verloop van C_{sv} tegen het toerental kan echter niet vergeleken worden met het te verwachten verloop van C_{sv} volgens hoofdstuk X.

In hoofdstuk X is de invloed van de motorsnelheid op de lekstroom door een afzonderlijke spleet behandeld, terwijl de zojuist bepaalde waarden van C_{sv} betrekking hebben op een lekspleet, welke in serie met een dichtheidsafhankelijke weerstand voorkomt. Volgens formule (VII-6-4) geldt de betrekking:

$$C_{sv} = C_{sv}^* \frac{(\sqrt{1+4E^2}-1)^2}{4E^4} \dots \dots \dots \text{(XII-3-1)}$$

Hierin heeft C_{sv}^* betrekking op de afzonderlijke lekspleet, terwijl C_{sv} geldt voor de lekspleet welke in serie met een dichtheidsafhankelijke weerstand voorkomt.

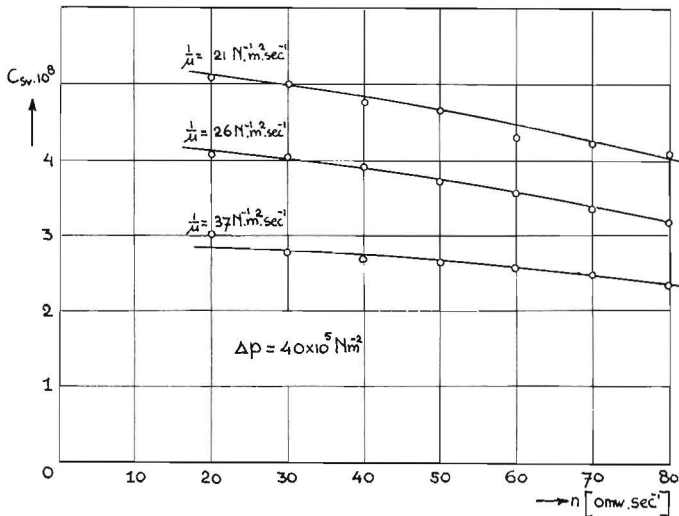


Fig. XII-3. Het verloop van C_{sv} tegen het toerental met $1/\mu$ als parameter.

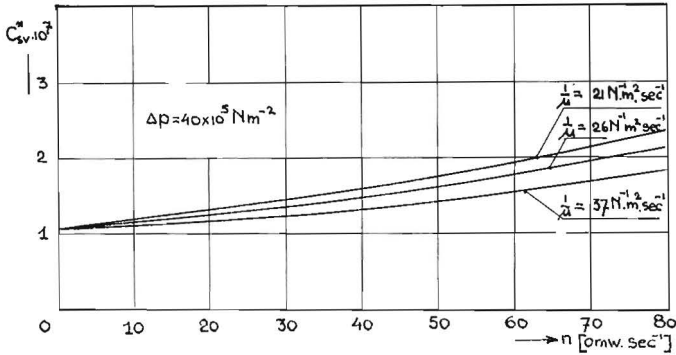


Fig. XII-4. Het verloop van C_{sv}^* tegen het toerental met $1/\mu$ als parameter.

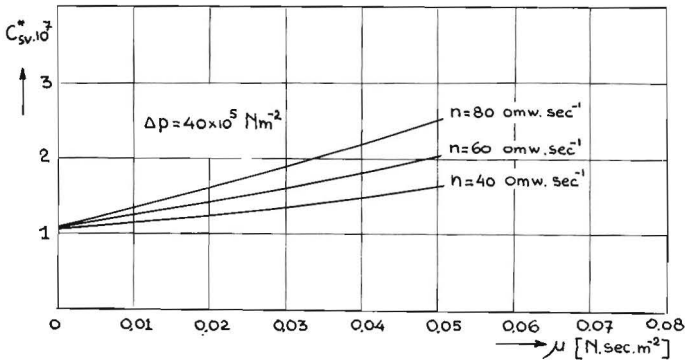


Fig. XII-5. Het verloop van C_{sv}^* tegen de viscositeit met het toerental als parameter.

In hoofdstuk X is aangetoond, dat door de invloed van temperatuur en druk op de viscositeit, de waarde van C_{sv}^* voor één afzonderlijke lekspleet kan veranderen. Indien de stroming niet isovisceus is, zal volgens hoofdstuk X de waarde van C_{sv}^* afhankelijk zijn van het toerental, de viscositeit en het drukverschil.

De invloed van toerental, viscositeit en druk op de verliescoëfficiënten kan alleen aan een verandering van C_{sv}^* worden aangetoond.

Voor C_{sv}^* schrijven we met (XII-3-1):

$$C_{sv}^* = C_{sv} \frac{4E^4}{(\sqrt{1+4E^2}-1)^2} \dots \dots \dots \text{(XII-3-2)}$$

Omdat de waarden van C_{sv} volgens figuur XII-3 bekend zijn, en omdat de bijbehorende waarden van E tevens uit de analyse volgen, kan C_{sv}^* met behulp van formule (XII-3-2) berekend worden.

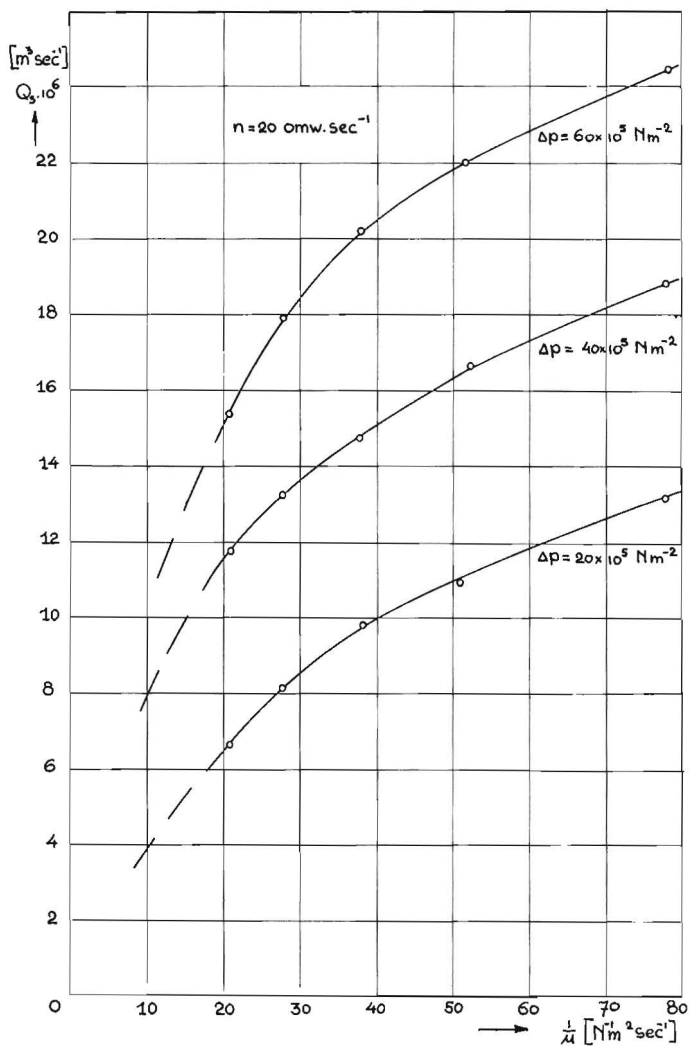


Fig. XII-6. De gemeten lekstroom van een wormmotor bij verschillende drukverschillen uitgezet tegen $1/\mu$.

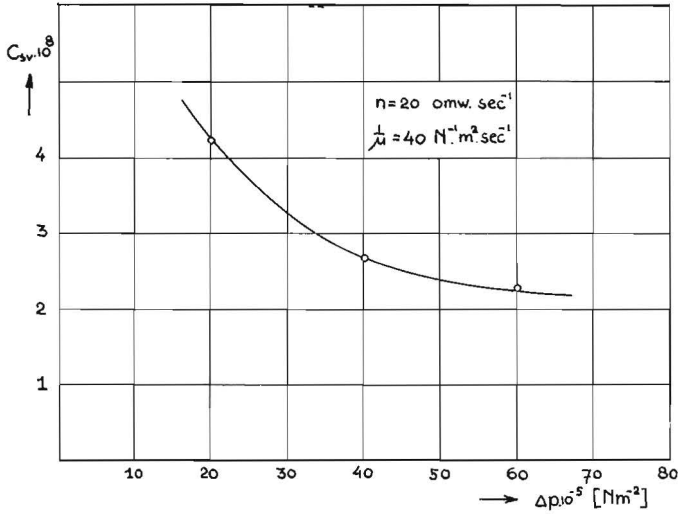


Fig. XII-7. Het verloop van C_{sv} tegen het drukverschil.

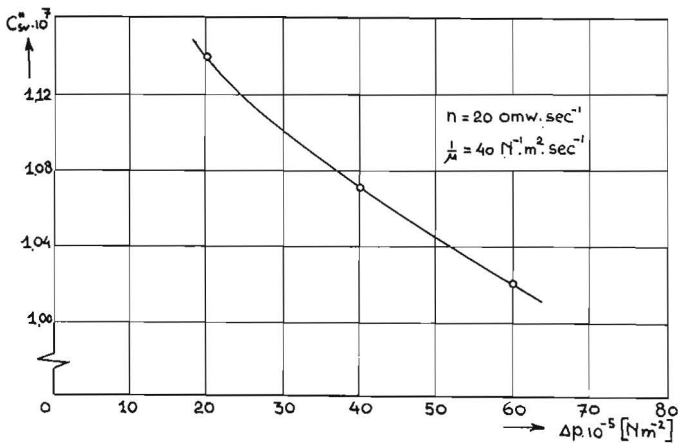


Fig. XII-8. Het verloop van C_{sv}^* tegen het drukverschil.

In figuur XII-4 en figuur XII-5 is C_{sv}^* uitgezet tegen respectievelijk het toerental en de viscositeit. Uit de figuren volgt, dat C_{sv}^* toeneemt bij verhogen van het toerental. Dit is kwalitatief en kwantitatief in overeenstemming met de conclusie a) van hoofdstuk X.

Uit figuur XII-5 blijkt, dat C_{sv}^* toeneemt bij toenemende viscositeit, hetgeen zowel kwalitatief als kwantitatief in overeenstemming is met de conclusie b) van hoofdstuk X.

Omdat het voorgaande betrekking heeft op lekstromen, welke bij een con-

stant drukverschil optreden, kan de invloed van het drukverschil op het verloop van C_{sv}^* hieruit niet worden aangegeven.

4. De invloed van het drukverschil op de lekstroom

Om de invloed van het drukverschil na te gaan is in figuur XII-6 de lekstroom bij een constant toerental met Δp als parameter uitgezet tegen $1/\mu$.

We bepalen nu bij $1/\mu = 40 \text{ m}^2\text{N}^{-1}\text{sec}^{-1}$ de waarde van C_{sv} op de bekende wijze. Deze waarde van C_{sv} , welke in figuur XII-7 is uitgezet, geldt weer voor de lekspleet als deze in serie geschakeld is met een dichtheidsafhankelijke weerstand. Met behulp van formule (XII-3-2) rekenen we C_{sv} om tot C_{sv}^* . Uit het verloop van C_{sv}^* tegen het drukverschil volgens figuur XII-8 blijkt, dat C_{sv}^* afneemt bij toenemend drukverschil. Dit is in overeenstemming met conclusie c) uit hoofdstuk X.

Ook kwantitatief blijken hier de theorie en de praktijk goed met elkaar in overeenstemming te zijn.

Samenvattend kan dan ook worden vastgesteld, dat aan de verwachtingen volgens hoofdstuk X geheel wordt voldaan.

EEN GRAFISCHE METHODE VOOR HET SCHEIDEN VAN DE MECHANISCH-HYDRAULISCHE VERLIEZEN VAN EEN WORMMOTOR

1. Inleiding

In een voorgaand hoofdstuk is nagegaan, hoe de invloed van de temperatuur en de druk op de viscositeit van de vloeistof tot uiting komt in afwijkingen van het viskeuze verliesmoment t.o.v. het mathematische model. De analyse had betrekking op het gedrag van de vloeistof in één lekspleet. Omdat in een hydromotor vele afzonderlijke en onderling verschillende viskeuze wrijvingsoppervlakken voorkomen, zal het niet mogelijk zijn het totale viskeuze verliesmoment volledig mathematisch te beschrijven, zoals dit voor een afzonderlijke spleet wel mogelijk is. De bij de behandeling van de afzonderlijke lekspleten gevonden afwijkingstendensen zullen in het totale viskeuze verliesmoment echter wel aantoonbaar zijn.

2. De meetresultaten

Op de in hoofdstuk IV beschreven wijze zijn de afgegeven asmomenten van de hydromotor gemeten. Hierbij werden de temperatuur en de druk constant gehouden, waarna bij verschillende toerentallen tussen 20 omw/sec en 80 omw/sec de asmomenten werden bepaald. De serie proeven werd telkens herhaald bij een andere constante druk en temperatuur, zodat uiteindelijk bij 5 verschillende temperaturen en bij 5 drukverschillen het verband tussen asmoment en toerental bekend is.

Door de gemeten asmoment van het theoretische moment af te trekken, worden de verliesmomenten verkregen, welke in de figuren XIII-1 t/m XIII-5 zijn uitgezet. Omdat bij lage toerentallen viskeuze wrijvingsoppervlakken kunnen veranderen in Coulomb-wrijvingsoppervlakken is het lage toerentalgebied bij de metingen vermeden. In een afzonderlijk hoofdstuk over lage toerentallen, zullen de meetgegevens bij deze lage toerentallen nader worden onderzocht.

3. Het elimineren van het drukafhankelijke verliesmoment

Door de verliesmomenten van de figuren XIII-1 t/m XIII-5 bij constant toerental, met de viscositeit als parameter, tegen het drukverschil Δp uit te

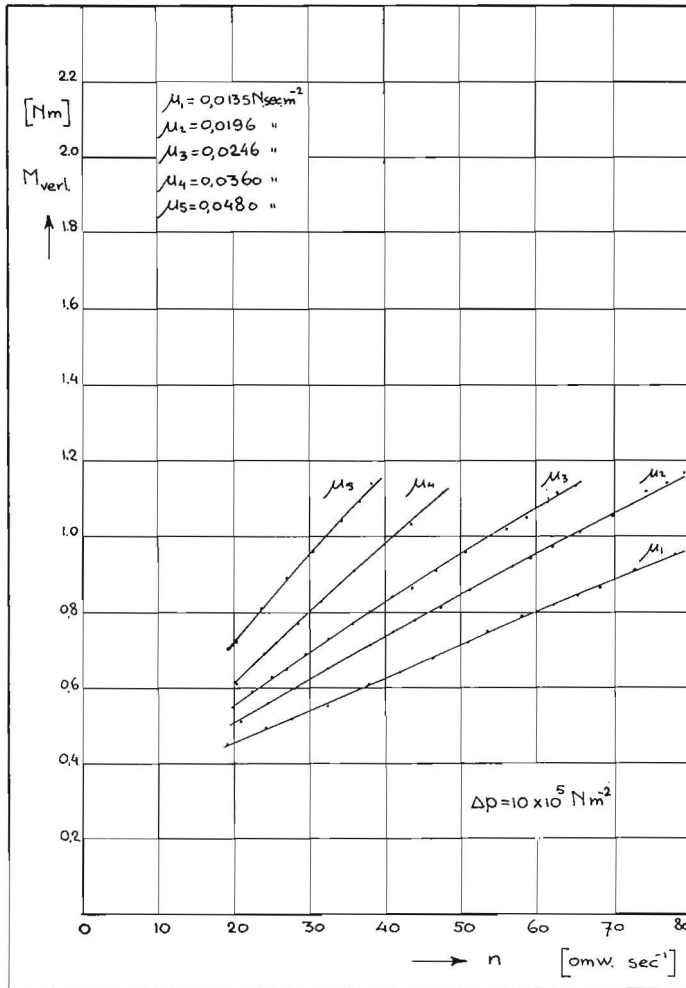


Fig. XIII-1. Het gemeten verliesmoment van een wormmotor bij verschillende waarden van de viscositeit uitgezet tegen het toerental.

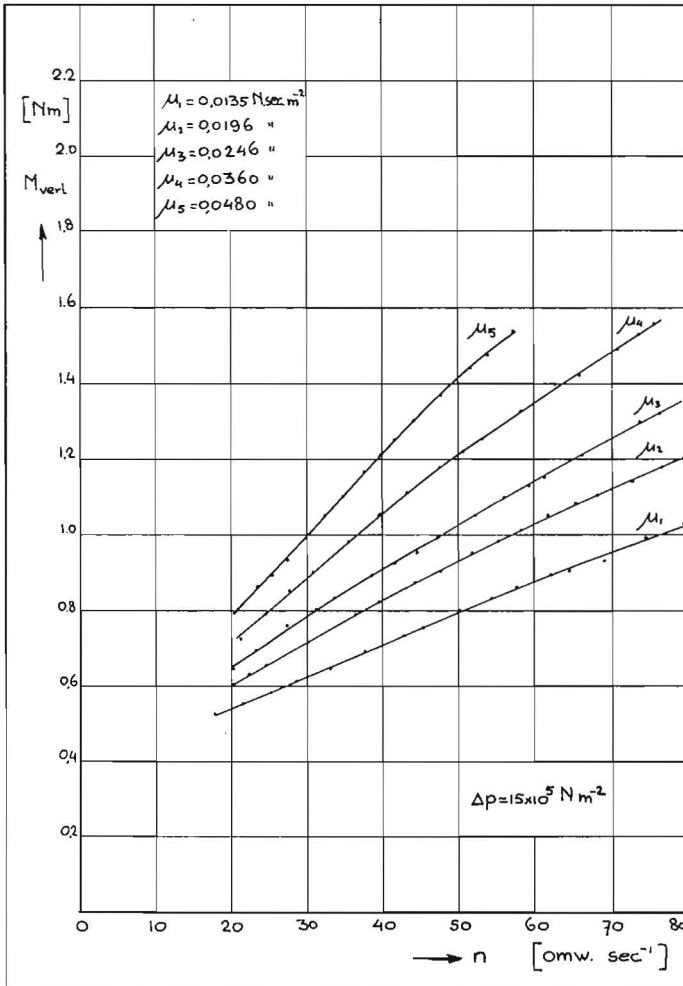


Fig. XIII-2. Het gemeten verliesmoment van een wormmotor bij verschillende waarden van de viscositeit uitgezet tegen het toerental.

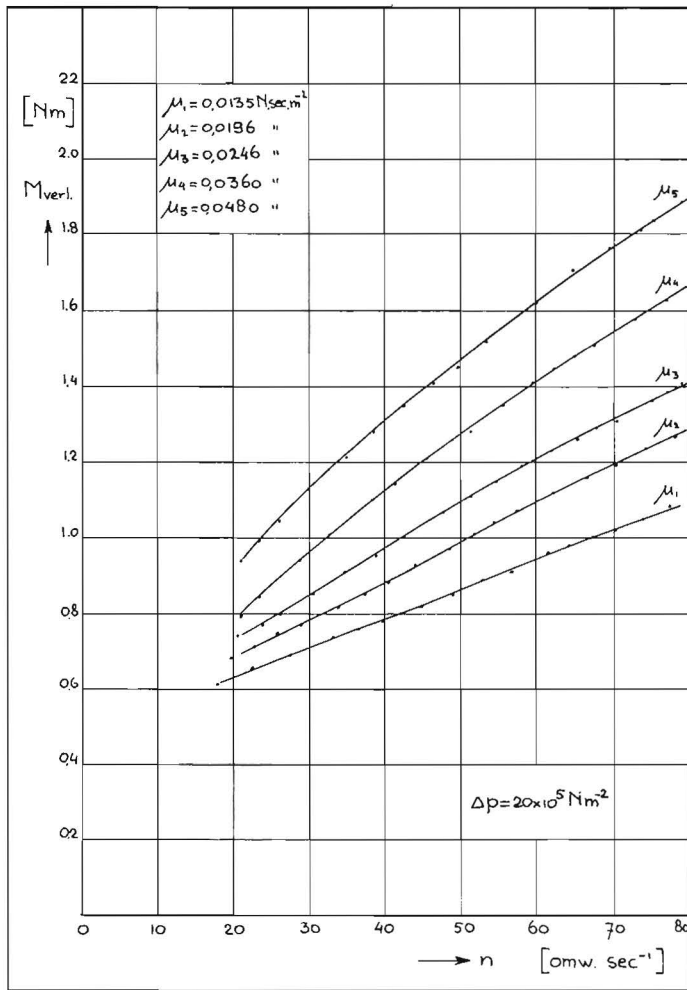


Fig. XIII-3. Het gemeten verliesmoment van een wormmotor bij verschillende waarden van de viscositeit uitgezet tegen het toerental.

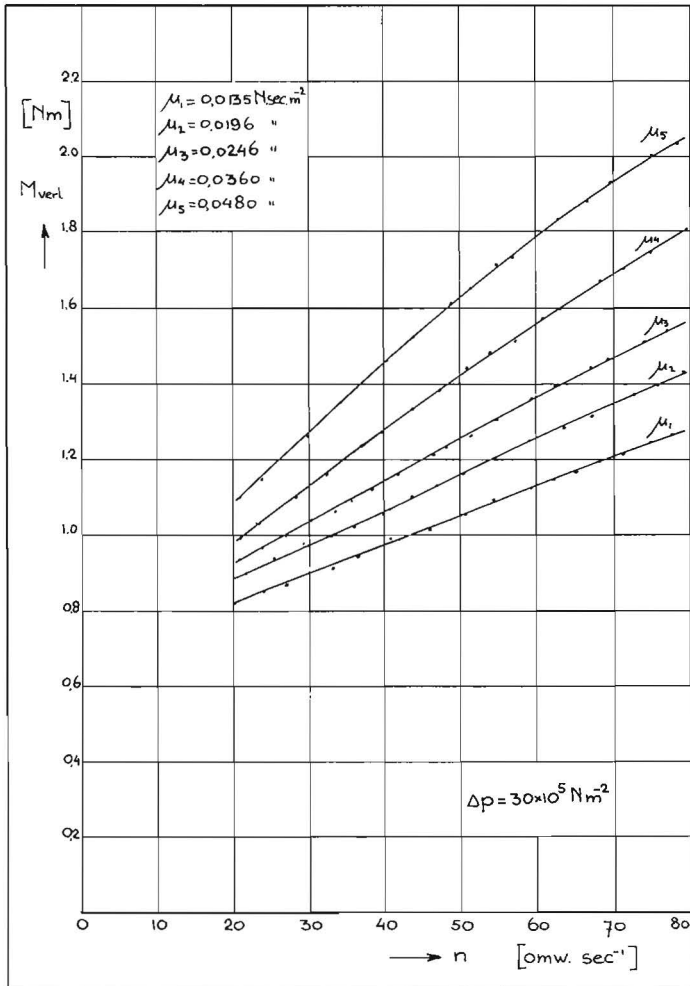


Fig. XIII-4. Het gemeten verliesmoment van een wormmotor bij verschillende waarden van de viscositeit uitgezet tegen het toerental.

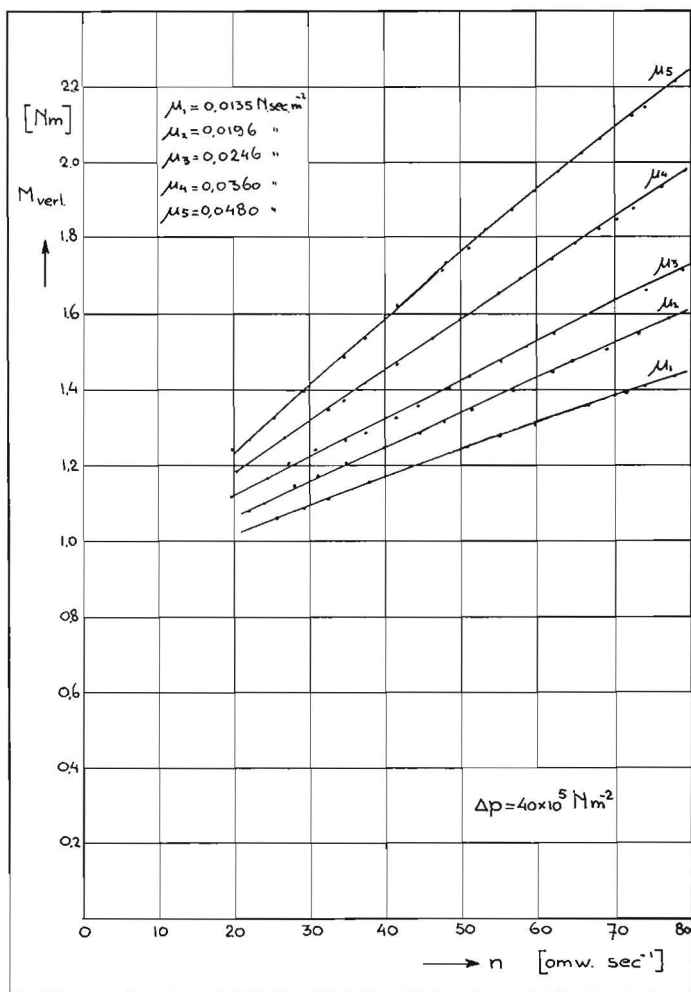


Fig. XIII-5. Het gemeten verliesmoment van een wormmotor bij verschillende waarden van de viscositeit uitgezet tegen het toerental.

zetten, valt zeer duidelijk de invloed van het drukverschil op het verliesmoment op.

In figuur XIII-6 wordt door $M_{\Delta p}$ zowel de invloed van het drukverschil op het Coulomb-wrijvingsmoment, als de invloed van het drukverschil op het viskeuze wrijvingsmoment weergegeven. De naar $\Delta p = 0$ geëxtrapolerde verliesmomenten, volgens de figuren XIII-7 t/m XIII-12 snijden van de verticale as lijnstukken af, waarvan de grootte gelijk is aan de som van het constante verliesmoment, het viskeuze verliesmoment bij $\Delta p = 0$ en het dichtheidsafhankelijke verliesmoment.

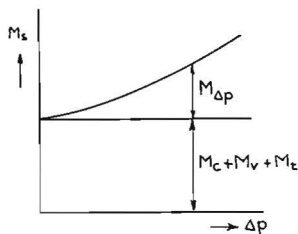


Fig. XIII-6. Het afsplitsen van het drukafhankelijke verliesmoment uit het totale verliesmoment.

4. Het elimineren van het viscositeitsafhankelijke verliesmoment

De lijnstukken welke in de figuren XIII-7 t/m XIII-12 van de verticale as worden afgesneden, zijn in figuur XIII-13 tegen de viscositeit μ uitgezet met het toerental n als parameter. Extrapoleren naar $\mu = 0$ levert de waarde van $M_t + M_c$ op, omdat bij $\mu = 0$ het viscositeitsafhankelijke verliesmoment gelijk aan nul is.

5. Het elimineren van het dichtheidsafhankelijke verliesmoment, en het bepalen van het constante verliesmoment

Als de waarden van $M_c + M_t$, welke uit figuur XIII-13 volgen, tegen het toerental worden uitgezet, geeft de waarde bij $n = 0$ de grootte van het constante verliesmoment M_c aan.

In figuur XIII-14 zijn de lijnstukken, welke uit figuur XIII-13 zijn gevonden, tegen het toerental n uitgezet. Extrapoleren naar $n = 0$ levert een constant verliesmoment M_c van 0,08 Nm op.

6. Het dichtheidsafhankelijke verliesmoment M_t

Uit figuur XIII-14 volgen de dichtheidsafhankelijke verliesmomenten M_t door M_c op het totale uitgezette moment in mindering te brengen.

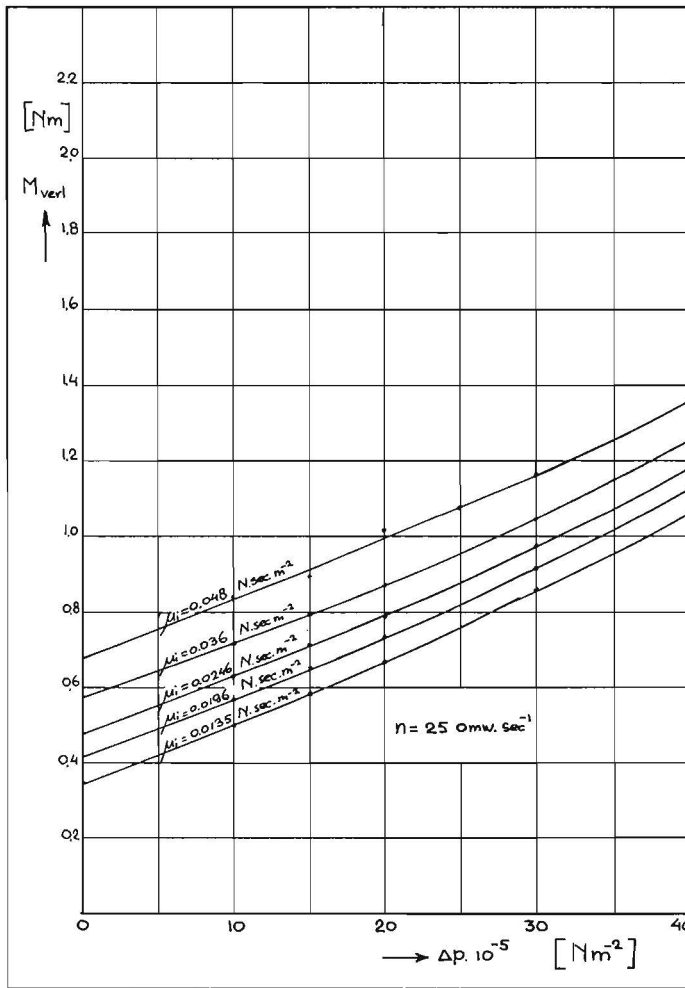


Fig. XIII-7. Het gemeten verliesmoment van een wormmotor bij verschillende waarden van de viscositeit uitgezet tegen het drukverschil.

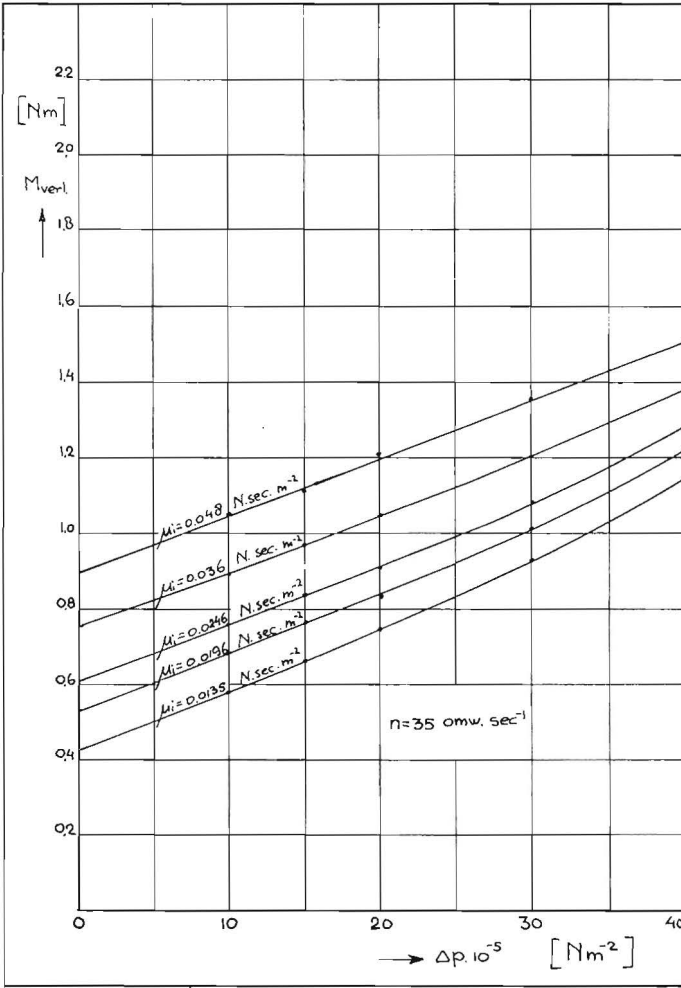


Fig. XIII-8. Het gemeten verliesmoment van een wormmotor bij verschillende waarden van de viscositeit uitgezet tegen het drukverschil.

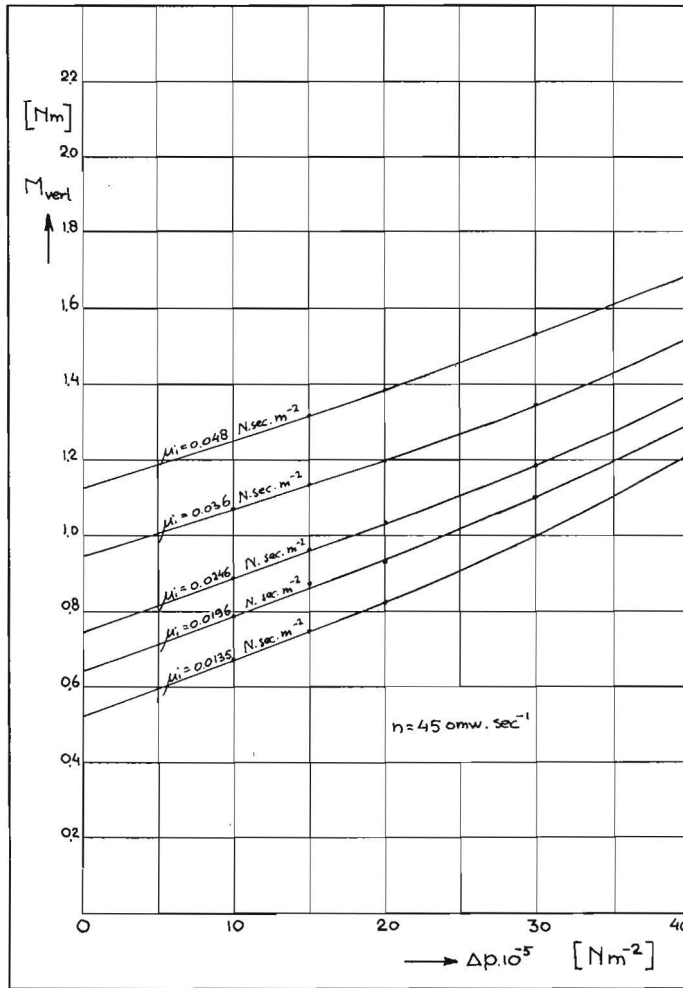


Fig. XIII-9. Het gemeten verliesmoment van een wormmotor bij verschillende waarden van de viscositeit uitgezet tegen het drukverschil.

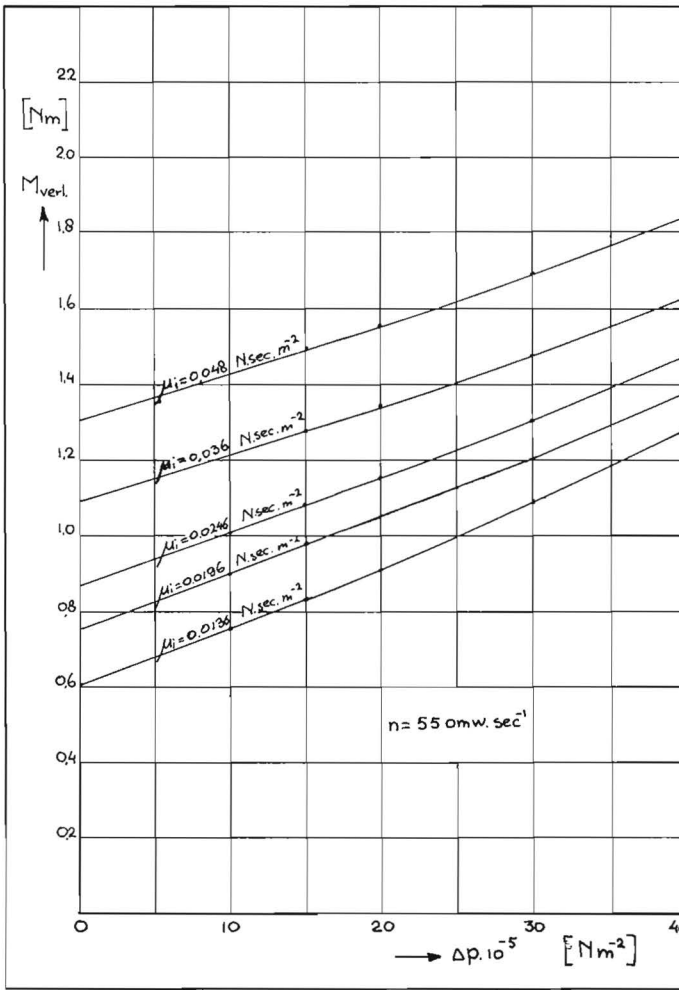


Fig. XIII-10. Het gemeten verliesmoment van een wormmotor bij verschillende waarden van de viscositeit uitgezet tegen het drukverschil.

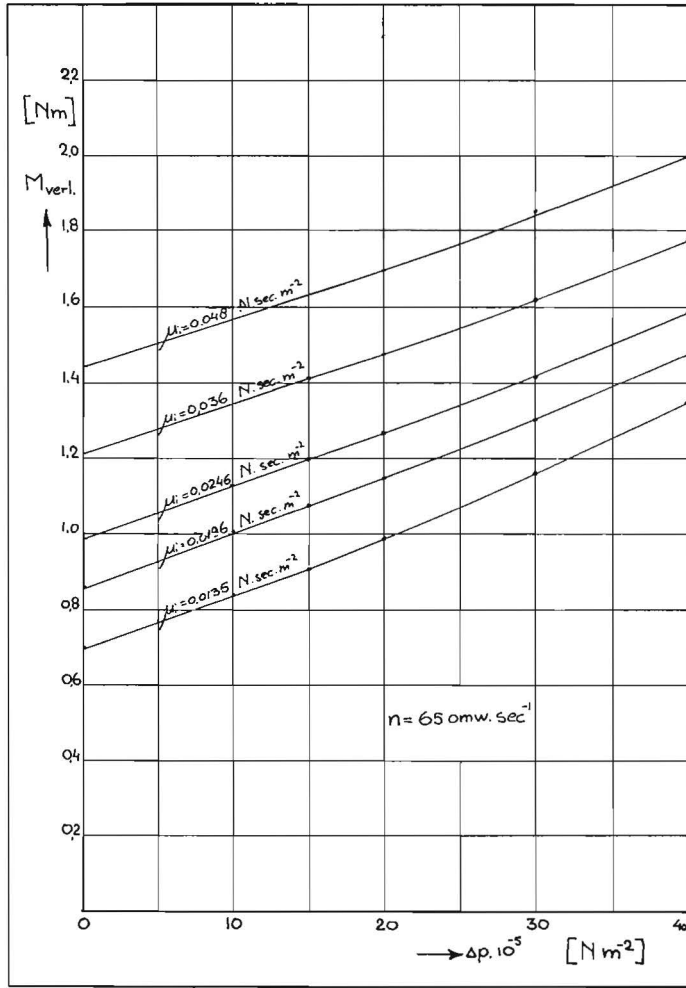


Fig. XIII-11. Het gemeten verliesmoment van een wormmotor bij verschillende waarden van de viscositeit uitgezet tegen het drukverschil.

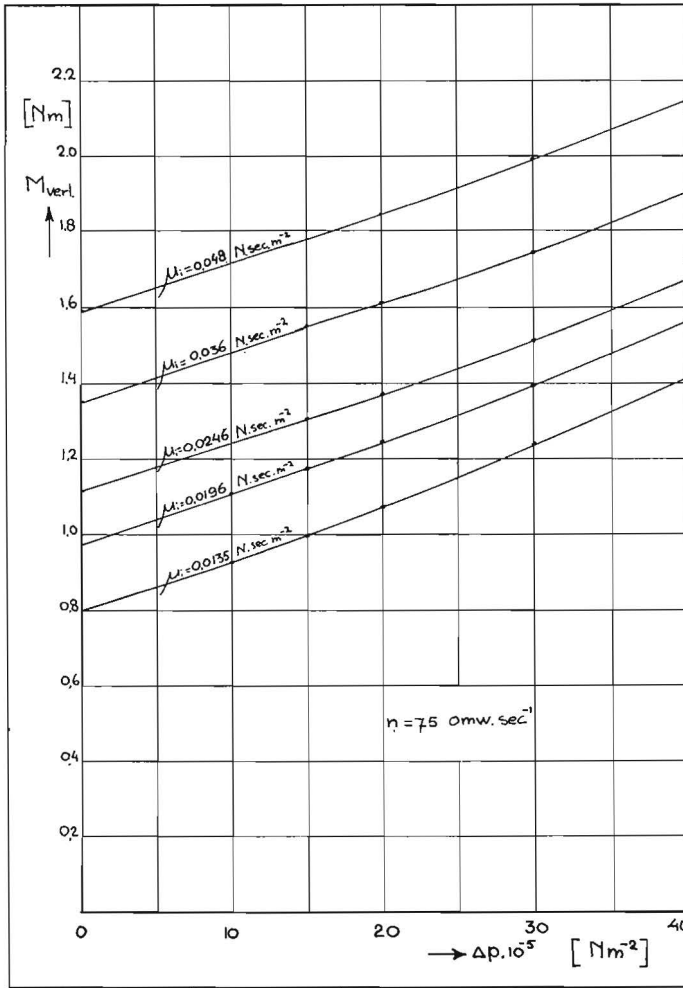


Fig. XIII-12. Het gemeten verliesmoment van een wormmotor bij verschillende waarden van de viscositeit uitgezet tegen het drukverschil.

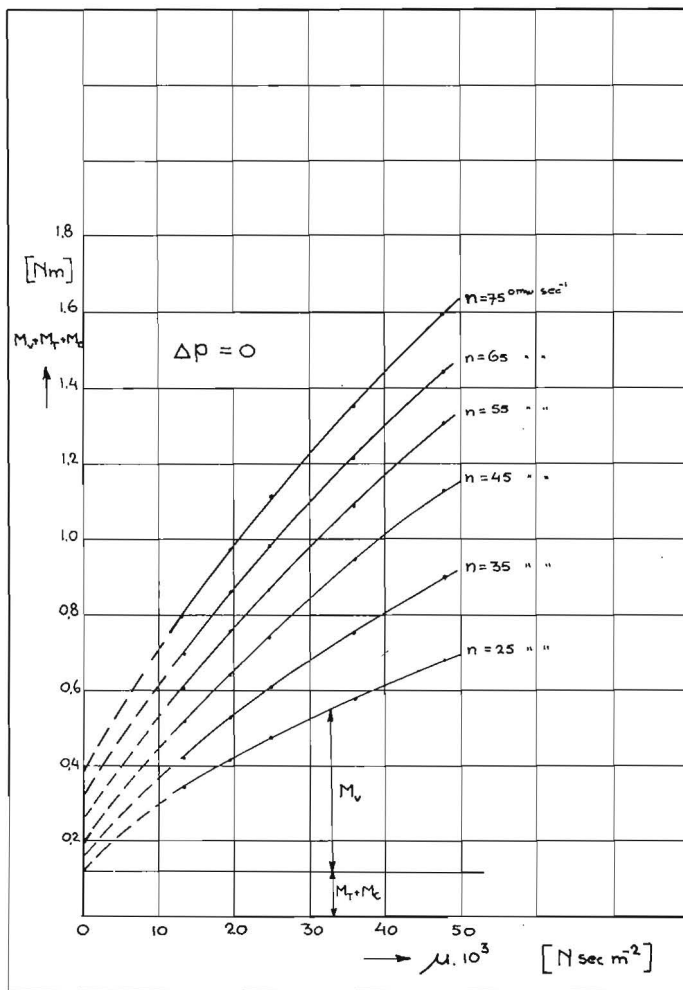


Fig. XIII-13. Het afsplitsen van het viscositeitsafhankelijke verliesmoment.

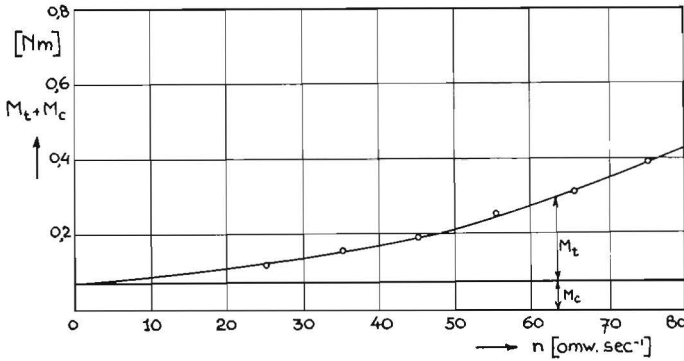


Fig. XIII-14. Het afsplitsen van het dichtheidsafhankelijke verliesmoment.

Uit de verliesmomenten M_t , die nu afhankelijk van het toerental n bekend zijn, kan de verliescoëfficiënt C_{tv} als volgt worden bepaald.

$$M_t = \frac{n^2 C_{tv} \rho \sqrt[3]{W_{th}^5}}{4\pi} \dots \dots \dots \text{(XIII-6-1)}$$

$$C_{tv} = \frac{4\pi M_t}{n^2 \rho \sqrt[3]{W_{th}^5}} \dots \dots \dots \text{(XIII-6-2)}$$

Door C_{tv} bij verschillende waarden van n te bepalen, vinden we het verloop van C_{tv} tegen het toerental n . De aard van de scheidingsmethode brengt met zich mee, dat C_{tv} onafhankelijk is van het drukverschil Δp en van de viscositeit μ . C_{tv} afhankelijk van n is weergegeven in figuur XIII-15.

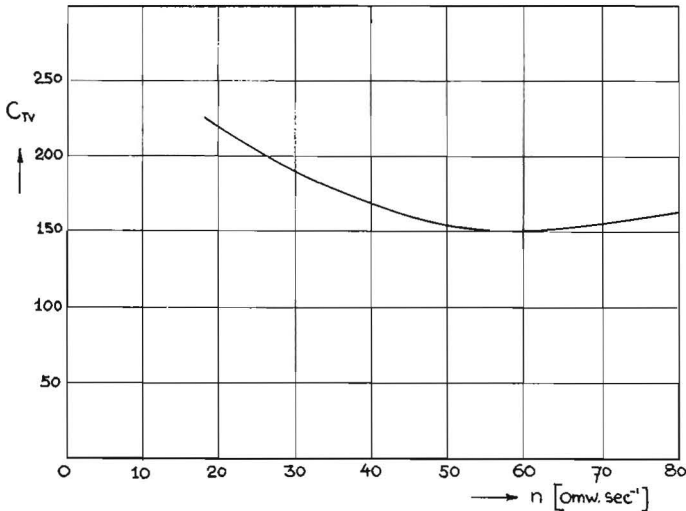


Fig. XIII-15. Het verloop van C_{tv} tegen het toerental.

Bij de behandeling van het mathematische model is er op gewezen, dat het drukverschil ten gevolge van de inwendige weerstand een bijdrage tot het turbulente verliesmoment levert.

$$\Delta p_i = An^2 \quad \dots \dots \dots \quad \text{(XIII-6-3)}$$

$$M_t = \frac{\Delta p_i W_{th}}{2\pi} = \frac{An^2 W_{th}}{2\pi} \quad \dots \dots \dots \quad \text{(XIII-6-4)}$$

Ter controle werden de in- en uitstroomverliezen aan het proefobject rechtstreeks gemeten. Hiertoe werden juist voor en achter het verdringerdeelte gaten geboord, waardoor het drukverschil tussen de flenzen van de motor en de verdringer cel kan worden bepaald. (Zie figuur XIII-16).

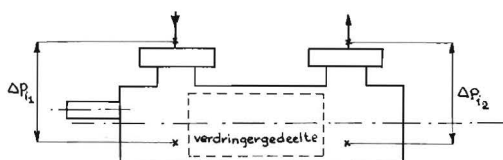


Fig. XIII-16. Het meten van het drukverschil tengevolge van de inwendige weerstand van een wormmotor.

In figuur XIII-17 zijn de gemeten waarden van $(\Delta p_{i1} + \Delta p_{i2})$ tegen het toerental uitgezet. Omgerekend tot M_t volgens formule (XIII-6-4) verkrijgen we de waarden, welke in figuur XIII-18 zijn opgenomen. Vergelijking van de waarden van het totale dichtheidsafhankelijke verliesmoment volgens figuur XIII-14 met de waarden van het dichtheidsafhankelijke verliesmoment ten gevolge van de inwendige weerstand, levert als resultaat op, dat het dichtheidsafhankelijke verliesmoment van een wormmotor nagenoeg niet wordt veroorzaakt door de inwendige weerstand. Vergelijk hiertoe ook figuur XIII-15 met figuur XIII-19.

7. Het viscositeitsafhankelijke verliesmoment

In hoofdstuk X is, gebaseerd op theoretische overwegingen, geconcludeerd dat:

- a. De verliescoëfficiënt C_{vv} afneemt bij toenemend toerental en bij constante viscositeit en constant drukverschil. Verder is aangetoond:
- b. Bij constant drukverschil en bij een constant toerental neemt C_{vv} af bij toenemende viscositeit.

Uit figuur XIII-13 kunnen de waarden voor het viscositeitsafhankelijke verliesmoment worden bepaald. Deze waarden zijn in figuur XIII-20 tegen het toerental uitgezet met de viscositeit als parameter.

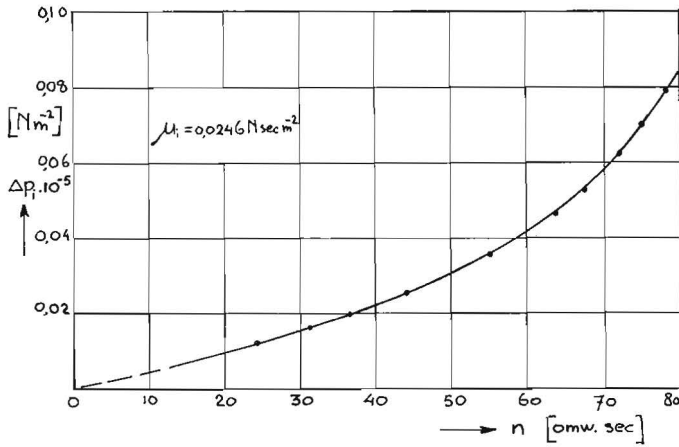


Fig. XIII-17. Het gemeten drukverschil ten gevolge van de inwendige weerstand van een wormmotor.

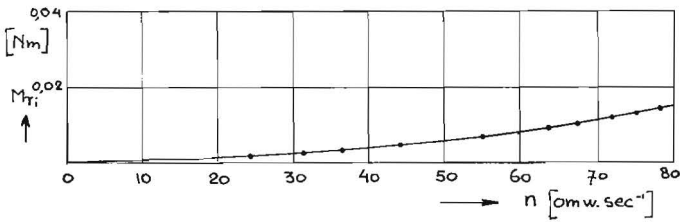


Fig. XIII-18. Het dichtheidsafhankelijke verliesmoment ten gevolge van de inwendige weerstand van de wormmotor.

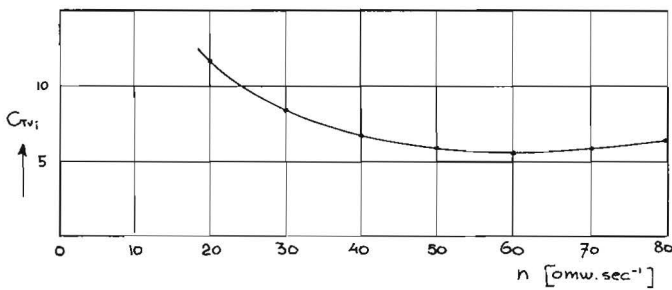


Fig. XIII-19. Het verloop van C_{tw} ten gevolge van de inwendige weerstand van een wormmotor tegen het toerental.

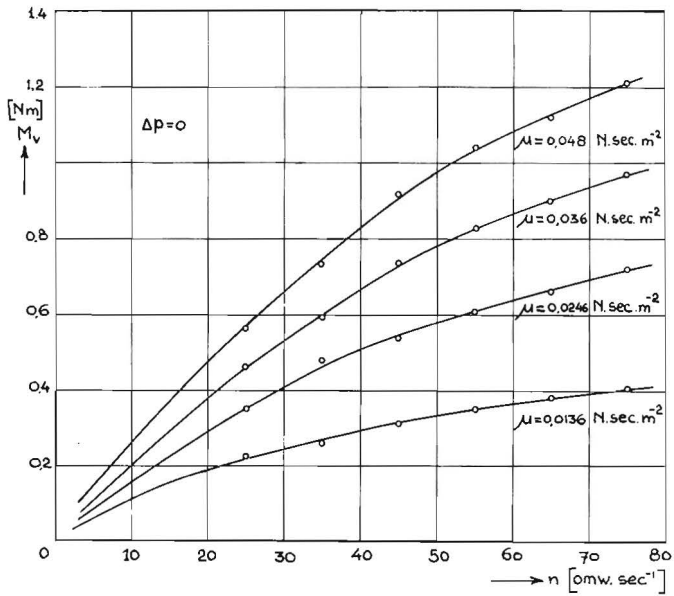


Fig. XIII-20. Het viscositeitsafhankelijke verliesmoment van een wormmotor zonder invloed van de druk op de viscositeit.

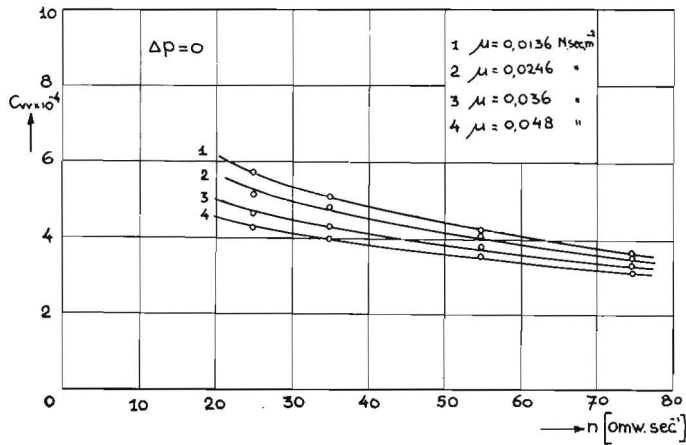


Fig. XIII-21. Het verloop van C_{vv} van een wormmotor bij verschillende waarden van de viscositeit tegen het toerental.

Uit deze verliesmomenten kan de viskeuze verliescoëfficiënt C_{vv} afhankelijk van μ en van n worden bepaald.

$$M_v = C_{vv} \mu n W_{th} \dots \dots \dots \text{(XIII-7-1)}$$

$$C_{vv} = \frac{M_v}{\mu n W_{th}} \dots \dots \dots \text{(XIII-7-2)}$$

In figuur XIII-21 is de verliescoëfficiënt C_{vv} bij constante viscositeit tegen het toerental uitgezet. Uit de figuur blijkt duidelijk, dat aan de onder a) genoemde verwachting wordt voldaan. Uit deze figuur blijkt tevens, dat aan verwachting b) wordt voldaan.

De invloed van het drukverschil op het viscositeitsafhankelijke verliesmoment zal in een volgende paragraaf worden behandeld.

8. Het drukafhankelijke verliesmoment M_p

In de figuren XIII-22 t/m XIII-24 is voor telkens één motortoerental, bij 3 waarden van de viscositeit het drukafhankelijke verliesmoment weergegeven. De grafieken ontstaan door de verliesmomenten M_{Ap} uit figuur XIII-6 tegen Δp uit te zetten.

Door deze drukafhankelijke verliesmomenten worden zowel de Coulomb-wrijvingsmomenten, als de invloed van de druk op het viskeuze wrijvingsmoment gegeven.

Bij de behandeling van het mathematische model is er al op gewezen, dat in de verliescoëfficiënt C_{pv} alleen die drukafhankelijke verliesmomenten zijn ondergebracht, welke ontstaan door Coulomb-wrijving en welke dus slijtage veroorzaken. Het aandeel van het drukafhankelijke verliesmoment in het Coulomb-wrijvingsmoment is moeilijk aan te geven, omdat, zoals in de inleiding al werd opgemerkt, geen exacte mathematische betrekkingen tussen

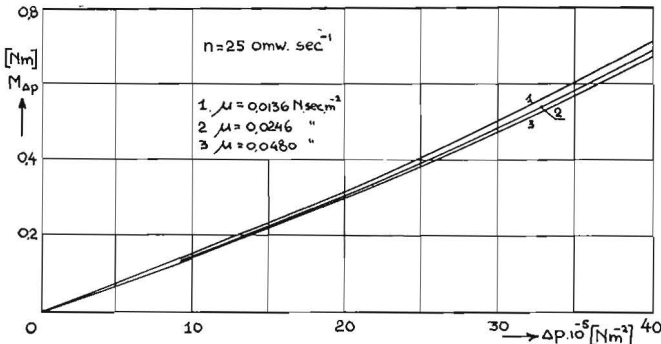


Fig. XIII-22. M_{Ap} afhankelijk van n met μ als parameter.

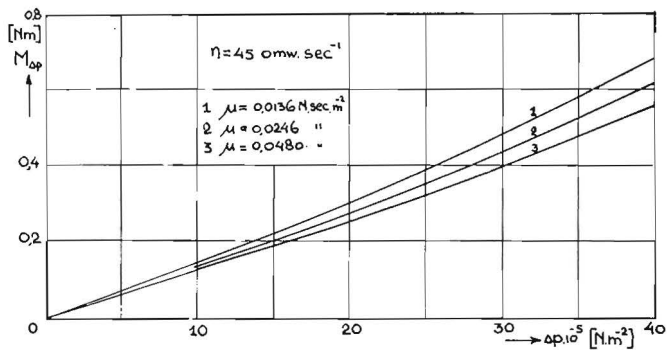


Fig. XIII-23. M_{dp} afhankelijk van n met μ als parameter.

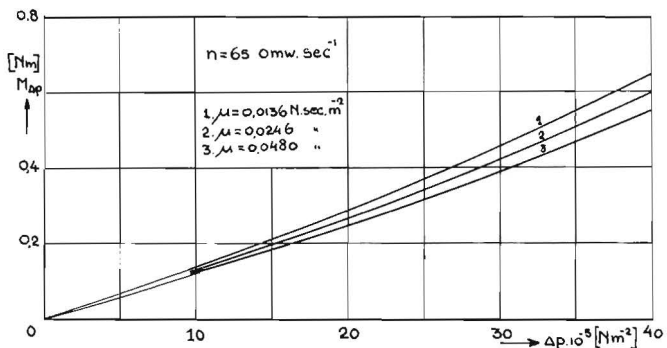


Fig. XIII-24. M_{dp} afhankelijk van n met μ als parameter.

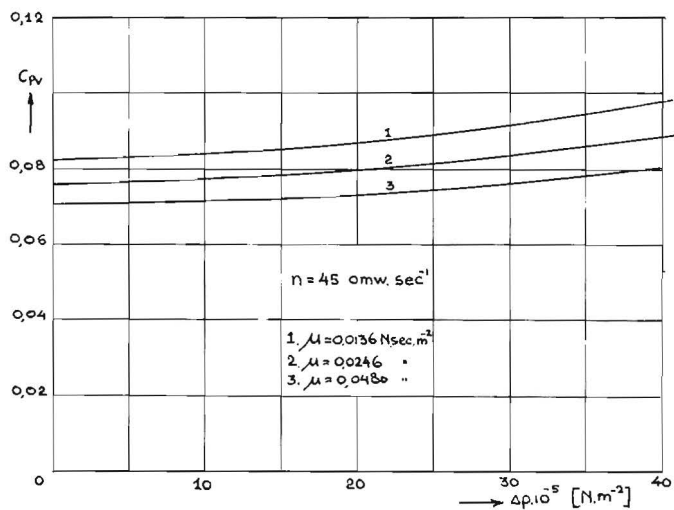


Fig. XIII-25. Het verloop van C_{pv} tegen het toerental bij verschillende waarden van de viscositeit.

het drukafhankelijke viskeuze moment en het drukverschil bekend zijn. Hoewel het aandeel van het Coulomb-wrijvingsmoment op het totale drukafhankelijke verliesmoment niet bekend is, kunnen we toch grenzen aangeven, waartussen het Coulomb-wrijvingsmoment gelegen zal zijn.

Daartoe nemen we eerst aan, dat er geen invloed van de druk op het viskeuze verliesmoment is. Het totale drukafhankelijke verliesmoment voldoet dan aan de betrekking:

$$M_p = C_{pv} \left(\frac{\Delta p W_{th}}{2\pi} \right) \dots \dots \dots \text{(XIII-8-1)}$$

Hieruit volgt voor de verschillende toerentallen, viscositeiten en drukverschillen de waarden van C_{pv} . In figuur XIII-25 en XIII-26 is C_{pv} afhankelijk van respectievelijk Δp en n , met de viscositeit als parameter uitgezet.

Uit de figuren blijkt, als we aannemen dat er geen invloed van het drukverschil op het viskeuze verliesmoment optreedt, dat C_{pv} toeneemt bij toenemend drukverschil Δp .

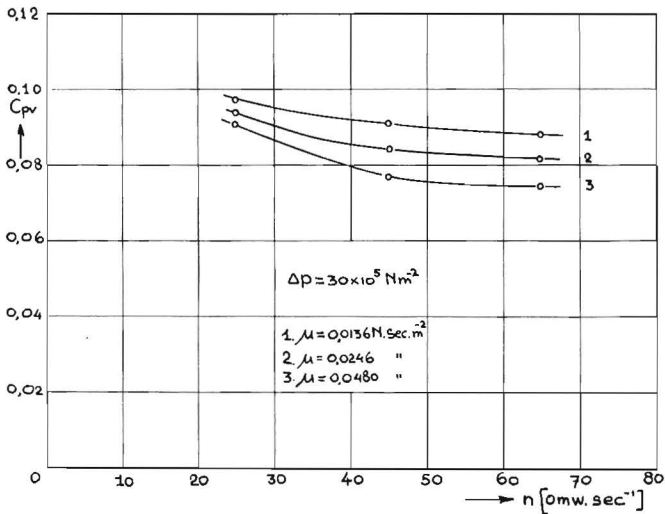


Fig. XIII-26. Het verloop van C_{pv} tegen het drukverschil bij verschillende waarden van de viscositeit.

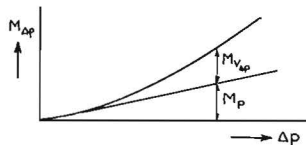


Fig. XIII-27. Het opsplitsen van het drukafhankelijke verliesmoment in een drukafhankelijk viskeus verliesmoment en in een coulombs verliesmoment.

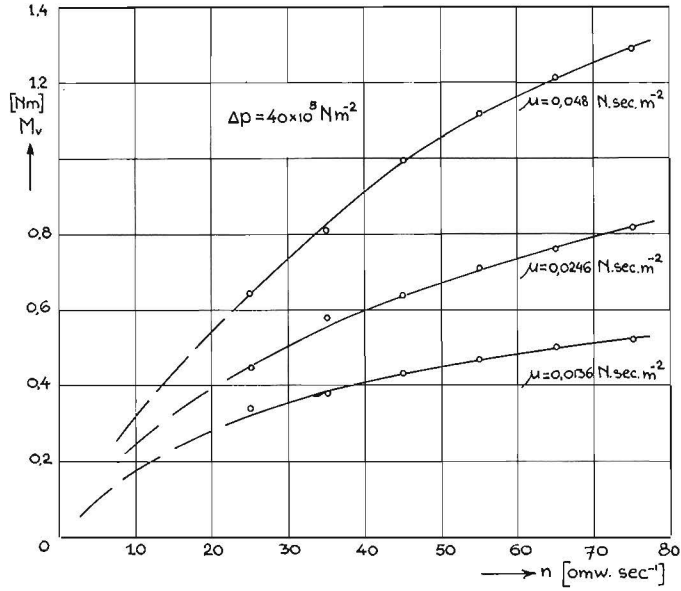


Fig. XIII-28. Het viscositeitsafhankelijke verliesmoment met inachtneming van de invloed van de druk op de viscositeit.

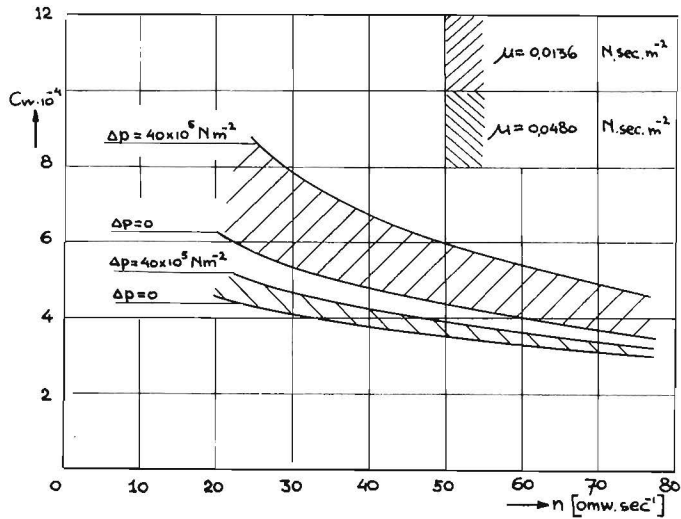


Fig. XIII-29. De grenzen waarbinnen de waarde van C_{vv} gelegen is.

Tevens blijkt C_{pv} af te nemen bij toenemend toerental en bij toenemende viscositeit.

We beschouwen nu opnieuw het totale drukafhankelijke verliesmoment, waarbij we echter in tegenstelling tot de eerste aanname er van uitgaan, dat het drukverschil geen invloed uitoefent op de verliescoëfficiënt C_{pv} . We hanteren dus de naar $\Delta p = 0$ geëxtrapoleerde waarden van C_{pv} uit figuur XIII-25.

Het totale drukafhankelijke verliesmoment wordt nu volgens figuur XIII-27 verdeeld in een drukafhankelijk viskeus verliesmoment $M_{v\Delta p}$ en in een drukafhankelijk Coulomb-verliesmoment M_p .

In figuur XIII-28 zijn de viskeuze verliesmomenten uitgezet tegen het toerental met de viscositeit als parameter. De verliesmomenten gelden voor $\Delta p = 40 \cdot 10^5 \text{ Nm}^{-2}$ en zijn ontstaan door de viskeuze verliesmomenten bij $\Delta p = 0$ te completeren met de verliesmomenten $M_{v\Delta p}$ bij $\Delta p = 40 \cdot 10^5 \text{ Nm}^{-2}$ uit figuur XIII-27. Op de bekende wijze kan nu de verliescoëfficiënt C_{vv} bij $\Delta p = 40 \cdot 10^5 \text{ Nm}^{-2}$ worden bepaald. Uit het voorgaande volgt, dat de aldus bepaalde C_{vv} zou optreden als er géén invloed van het drukverschil op C_{pv} aanwezig is.

In figuur XIII-29 is de waarde van C_{vv} bij $\Delta p = 0$ bij $\Delta p = 40 \cdot 10^5 \text{ Nm}^{-2}$ bij 2 waarden van de viscositeit weergegeven. De werkelijk optredende C_{vv} zal voor $\Delta p = 40 \cdot 10^5$ tussen de beide getekende grenslijnen gelegen zijn. Uit de figuur blijkt, dat C_{vv} toeneemt bij toenemend drukverschil, hetgeen in overeenstemming is met verwachting (c).

HET GEBIED VAN DE LAGE MOTORTOERENTALEN

1. Inleiding

Volgens het mathematisch model is het asmoment van een hydromotor:

$$M_a = M_{th} - M_p - M_v - M_t - M_c \dots \dots \dots \text{(XIV-1-1)}$$

Hierin zijn M_v en M_t toerentalafhankelijk, en wel zodanig dat voor $n = 0$, zowel M_v als M_t nul zijn.

Het asmoment bij $n = 0$ resulteert dus in:

$$M_a = M_{th} - M_p - M_c \dots \dots \dots \text{(XIV-1-2)}$$

Bij een pomp is het asmoment bij $n = 0$

$$M_a = M_{th} + M_p + M_c \dots \dots \dots \text{(XIV-1-3)}$$

Nauwkeurige metingen bij zeer lage snelheden wijzen echter uit, dat het asmoment bij een motor in dit lage snelheidsgebied kleiner is dan het moment, dat men volgens het mathematisch model zou verwachten. Bij een pomp daarentegen is het asmoment groter dan het volgens het mathematisch model te verwachten moment.

Bij pompen is dit fenomeen echter van weinig belang, omdat pompen steeds werken bij snelheden, welke aanzienlijk hoger liggen dan de snelheden waarbij de afwijkingen van het mathematisch model optreden.

Omdat bij hydromotoren daarentegen een laag toerental vaak gewenst is, kan het afnemen van het asmoment bij lage toerentallen hier aanleiding tot moeilijkheden geven. In de volgende paragrafen is de afwijking van het asmoment ten opzichte van het mathematisch model bij lage snelheden aan de hand van meetresultaten behandeld.

2. Theoretische beschouwingen van het verliesmoment van hydromotoren bij lage toerentallen

In een verdringermachine kunnen bij middelmatige snelheden vlakken worden aangewezen, die in aanraking zijn met de vloeistof en die een relatieve snelheid t.o.v. elkaar hebben, waardoor aan de as een viskeus verliesmoment ontstaat. Een aantal van deze onderling bewegende vlakken zal van het samenwerkende vlak door hydrodynamische werking gescheiden blijven.

Als de hydrodynamische werking wegvalt, zullen deze vlakken niet meer

van elkaar gescheiden zijn en zal metallisch contact met Coulomb wrijving optreden.

Uit de hydrodynamische smeringstheorie is bekend, dat de kans op overgang van viskeuze wrijving op Coulomb wrijving bevorderd wordt door het kiezen van een steeds lager toerental, een steeds lager wordende viscositeit, en het kiezen van een steeds grotere druk.

Wanneer we een hydromotor beschouwen, die zich gedraagt volgens het mathematisch model en waarvan het drukverschil constant wordt gehouden, zal bij gelijkblijvende viscositeit en afnemend toerental het viskeuze verliesmoment evenredig met het toerental kleiner worden.

Het drukafhankelijke verliesmoment zal constant blijven. Indien echter een aantal viskeuze wrijvingsvlakken in het gebied van de grenssmering bij afnemende snelheid overgaan op Coulomb-wrijvingsvlakken, zal het viskeuze verliesmoment meer dan evenredig met de snelheid afnemen, terwijl het drukafhankelijke verliesmoment toeneemt.

In termen van het mathematische model uitgedrukt betekent dit, dat vanaf dit overgangspunt de viskeuze verliescoëfficiënt C_{vv} afneemt, terwijl de drukafhankelijke verliescoëfficiënt C_{pv} toeneemt.

In het verliesmoment zullen we dus een minimale waarde vinden. In het gebied van grenssmering waar deze overgang van viskeuze naar Coulomb-wrijving plaats vindt, geldt het mathematische model dus niet meer.

Omdat volgens het voorgaande de overgang van viskeuze wrijving op Coulomb-wrijving bevorderd wordt door het steeds hoger kiezen van de druk en door het steeds lager kiezen van de snelheid en de viscositeit, lijkt het nuttig een kritische waarde van de bedrijfsparameter λ als grens voor het geldigheidsgebied van het mathematisch model te hanteren.

In de bedrijfsparameter $\lambda = \frac{2\pi\mu n}{\Delta p}$ komen immers de drie grootheden, drukverschil, toerental en viscositeit in een zodanige combinatie voor, dat verlagen van de waarde van λ de kans op grenssmering vergroot. Beneden een kritische waarde van λ is het mathematische model dan niet meer geldig.

Als een hydromotor bij zeer lage toerentalen nog moet worden gebruikt, zal de constructeur een lage waarde van λ_{kr} moeten nastreven.

We komen nu tot de volgende theoretische beschouwing voor het verliesmoment bij lage snelheden.

$$M_s = M_p + M_v + M_t + M_c \dots \dots \dots \text{(XIV-2-1)}$$

Bij lage snelheden verwaarlozen we M_t , omdat M_t evenredig is met het kwadraat van het toerental.

$$M_s = M_m + M_v + M_c \dots \dots \dots \text{(XIV-2-2)}$$

$$M_c = Ap + Bn + M_c \dots \dots \dots \text{(XIV-2-3)}$$

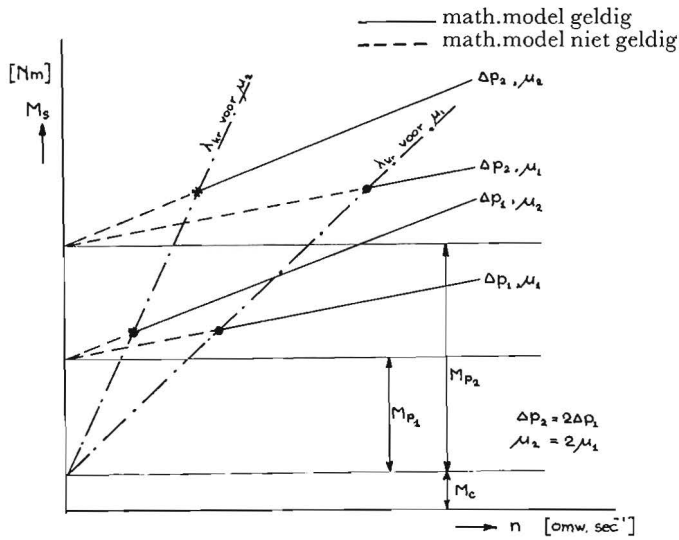


Fig. XIV-1. De theoretische grenzen van het geldigheidsgebied van het mathematische model voor verdringerwerktuigen.

In figuur XIV-1 is het verliesmoment volgens formule XIV-2-3 voor 2 waarden van het drukverschil Δp en voor 2 waarden van de viscositeit μ , tegen het toerental uitgezet.

In de figuur zijn lijnen voor een constante waarde van λ_{kr} getekend. Voor elke waarde van de viscositeit vinden we voor gelijkblijvende λ_{kr} een nieuwe lijn. De helling van deze lijn volgt uit de figuur door te stellen:

$$\tan \alpha = M_{p_2} + M_{v_2} \dots \dots \dots \text{(XIV-2-4)}$$

$$\tan \alpha = \frac{(A\Delta p_2 + B\mu_2 n_{kr})}{n_{kr}} \dots \dots \dots \text{(XIV-2-5)}$$

met

$$\lambda_{kr} = \frac{2\pi\mu_2 n_{kr}}{\Delta p_2}$$

volgt hieruit:

$$\tan \alpha = \frac{2\pi A\mu_2}{\lambda_{kr}} + B\mu_2 \dots \dots \dots \text{(XIV-2-6)}$$

$$\tan \alpha = C\mu_2 \dots \dots \dots \text{(XIV-2-7)}$$

De tangens van de hellingshoek is dus evenredig met de viscositeit. Links van de grenslijnen is het mathematisch model niet meer geldig. De gestippelde lijnen geven hier het theoretische verloop van de verliesmomenten weer.

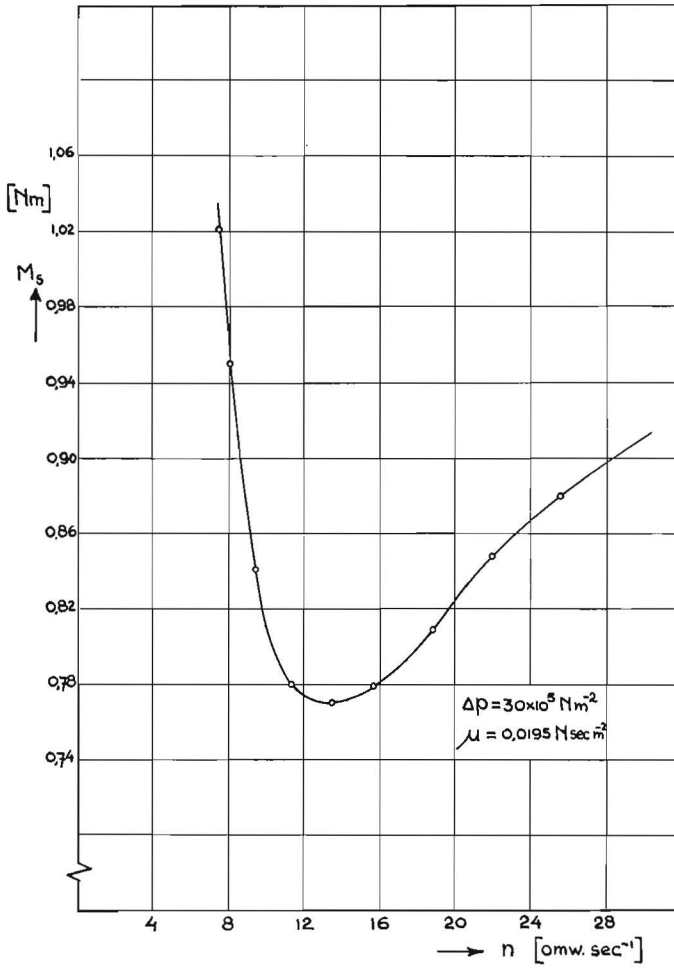


Fig. XIV-2. Het gemeten verloop van het verliesmoment van een wormmotor bij lage toerentallen.

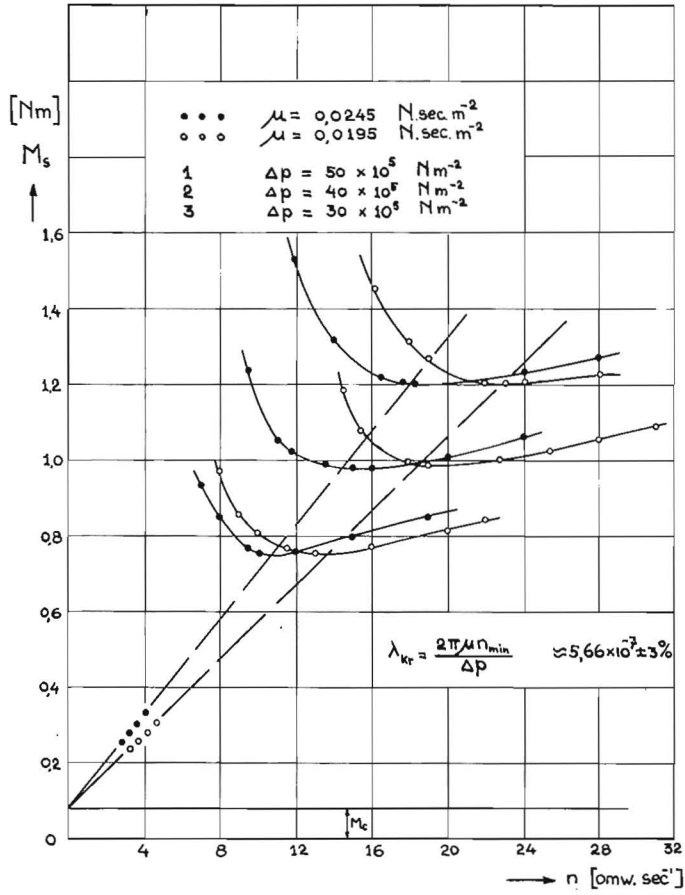


Fig. XIV-3. Het gemeten verloop van het verliesmoment van een wormmotor bij lage toerentallen voor verschillende waarden van het drukverschil en de viscositeit.

3. Metingen bij lage snelheden

Bij 3 verschillende drukverschillen over de motor en bij 2 verschillende waarden voor de viscositeit werden bij steeds kleiner gekozen snelheden de asmomenten gemeten. Door dit gemeten asmoment van het theoretische moment af te trekken wordt het verliesmoment verkregen.

In figuur XIV-2 is het aldus bepaalde verliesmoment bij een drukverschil van $30 \cdot 10^5 \text{ Nm}^{-2}$ en bij een viscositeit van $0,0195 \text{ Nsec/m}^{-2}$ weergegeven.

In figuur XIV-3 zijn voor de diverse drukverschillen en viscositeiten de verliesmomenten tegen het toerental uitgezet. Uit deze figuur blijkt, dat de ligging van de minima in de verliesmomenten nagenoeg voldoet aan de verwachtingen volgens paragraaf 2.

Wanneer door de minima, welke behoren bij dezelfde viscositeit, rechte lijnen worden getrokken zoals in paragraaf 2 is gedemonstreerd, blijken deze lijnen nagenoeg dezelfde waarde voor λ_{kr} op te leveren, nl.

$$\lambda_{kr} = 5,66 \cdot 10^{-7} \pm 3\%$$

Een uitgebreider onderzoek naar het gedrag van hydromotoren in het gebied der lage toerentallen zal het verkregen inzicht nog vergroten.

Het doel van dit hoofdstuk reikt dan ook niet verder dan het aantonen van een kritisch gebied, waarin het mathematisch model niet geldig is.

De meetresultaten hebben het bestaan van dit gebied aangetoond.

SUMMARY

The static behaviour of hydraulic pumps and motors can be described with the aid of a mathematical model as created in the simplest form by Wilson and subsequently further evolved by Schlösser. Using the Schlösser-model it is possible to divide the losses occurring in hydraulic pumps and motors into pressure-dependent losses, viscosity-dependent losses and density-dependent losses which losses can be described by means of dimensionless loss-coefficients.

In this thesis the characteristics of the loss-coefficients according to the Schlösser mathematical model are explained. These characteristics are obtained from measurements on a screw-motor.

In chapter I the viscosity-pump and the viscosity-motor are discussed, because in the gaps of positive displacement pumps and motors phenomena appear, which are analogous to the action of viscosity-pumps and -motors.

In the chapters II, III, IV and V is showed, that the screw-motor, because of the absence of many interfering effects, is best appropriated to be subjected to the measurements.

The test equipment is described in chapter VI and in chapter VII the properties of the screwmotor are enumerated.

Although by the selection of the screw-motor for these tests many interfering effects can be avoided, some influences remain, which can cause deviations of the physical behaviour with regard to the mathematical model.

In chapter VIII the influence of a series connection of a viscosity-dependent resistance and a density-dependent resistance is discussed. This series connection causes a deviation with regard to the mathematical model, because this model is created for a parallel connection of a viscosity- and a density-dependent resistance.

As a particular case of resistances connected in series the so called "internal resistance" of hydraulic pumps and motors is discussed in chapter IX.

In the mathematical model, the hydraulic fluid is considered as isoviscous and not compressible. The deviations which occur due to the viscosity-temperature-relationship of hydraulic fluids are explained in chapter X.

In the resulting chapters the test results and the explanation of the occurring deviations are given. It appears that the deviations agree with the theoretical expectations according to the chapters VIII, IX and X.

In chapter XIV data are given of experiments at very slow motorspeeds. It appears to be possible to indicate a critical speed, below which the mathematical model is no longer valid.

LIJST VAN GEBRUIKTE SYMBOLEN

A	aanduiding viscositeitsafhankelijke weerstand [L^3]
A	arbeid [ML^2T^{-2}]
A	constante
A_{el}	elastische compressiearbeid [ML^2T^{-2}]
A_p	aanduiding parallelweerstand [L^3]
A_s	aanduiding serieweerstand [L^3]
A_{th}	theoretische arbeid [ML^2T^{-2}]
B	aanduiding dichtheidsafhankelijke weerstand [L^2]
B_p	aanduiding parallelweerstand [L^2]
B_s	aanduiding serieweerstand [L^2]
$C_{1,2}$	constante
C_{pv}	drukafhankelijke verliescoëfficiënt
$C_{pvschijnbaar}$	schijnbare C_{pv}
$C_{pwwerkelijk}$	werkelijke C_{pv}
C_{st}	dichtheidsafhankelijke verliescoëfficiënt
C_{st}^*	C_{st} in een serieschakeling
$C_{stschijnbaar}$	schijnbare C_{st}
$C_{stwerkelijk}$	werkelijke C_{st}
C_{sv}	viscositeitsafhankelijke verliescoëfficiënt
C_{sv}^*	C_{sv} in een serieschakeling
C_{svmath}	C_{sv} volgens mathematisch model
C_{svrel}	verhouding van C_{svwerk} en C_{svmath}
$C_{svschijnbaar}$	schijnbare C_{sv}
C_{svwerk}	werkelijke C_{sv}
$C_{svwerklijk}$	werkelijke C_{sv}
C_{tv}	dichtheidsafhankelijke verliescoëfficiënt
C_v	soortelijke warmte [$L^2T^{-2}\theta^{-1}$]
C_{vv}	viscositeitsafhankelijke verliescoëfficiënt
C_{vvmath}	C_{vv} volgens mathematisch model
C_{vvrel}	verhouding van C_{vvwerk} en C_{vvmath}
C_{vvwerk}	werkelijke C_{vv}
E	dimensieloos kental
$F_{1,2}$	oppervlak [L^2]
F_p	oppervlak met Coulomb wrijving [L^2]
F_t	oppervlak [L^2]
F_v	oppervlak met viskeuze wrijving [L^2]
H	geodetische hoogte [L]
K	compressibiliteitsmodulus [$ML^{-1}T^{-2}$]
ΔK_s	elementaire verlieskracht [MLT^{-2}]
M_a	asmoment [ML^2T^{-2}]
$M_{A,B,C}$	moment aan omzetter A,B,C, [ML^2T^{-2}]
M_c	constant verliesmoment [ML^2T^{-2}]
M_e	effectief moment [ML^2T^{-2}]
M_p	drukafhankelijk verliesmoment [ML^2T^{-2}]
M_s	verliesmoment [ML^2T^{-2}]
M_{smath}	M_s volgens mathematisch model [ML^2T^{-2}]

M_{srel}	verhouding van M_{swerk} en M_{smath}
M_{swerk}	werkelijke M_s [ML^2T^{-2}]
M_l	dichtheidsafhankelijk verliesmoment [ML^2T^{-2}]
M_{th}	theoretisch moment [ML^2T^{-2}]
M_{t_i}	moment ten gevolge van inwendige weerstand [ML^2T^{-2}]
M_v	viscositeitsafhankelijk verliesmoment [ML^2T^{-2}]
M_{vmath}	M_v volgens mathematisch model [ML^2T^{-2}]
$M_{v\Delta p}$	invloed van druk op M_v [ML^2T^{-2}]
ΔM_s	elementair verliesmoment [ML^2T^{-2}]
ΔM_x	elementair verliesmoment in x -richting [ML^2T^{-2}]
ΔM_y	elementair verliesmoment in y -richting [ML^2T^{-2}]
N_{el}	elastische energiestroom [ML^2T^{-3}]
N_{hydr}	hydraulische energiestroom [ML^2T^{-3}]
N_{mech}	mechanische energiestroom [ML^2T^{-3}]
N_s	verliesvermogen [ML^2T^{-3}]
N_t	energie-dissipatie in dichtheidsafhankelijke weerstand [ML^2T^{-3}]
N_v	energie-dissipatie in viscositeitsafhankelijke weerstand [ML^2T^{-3}]
ΔN_s	energie-dissipatie in elementaire lekpleet [ML^2T^{-3}]
ΔN_x	ΔN_s ten gevolge van lekstroom in x -richting [ML^2T^{-3}]
ΔN_y	ΔN_s ten gevolge van lekstroom in y -richting [ML^2T^{-3}]
Q	volumestroom [L^3T^{-1}]
$Q_{A,B,C}$	volumestroom door omzetter A,B,C, [L^3T^{-1}]
Q_e	effectieve volumestroom [L^3T^{-1}]
Q_m	massastroom [MT^{-1}]
Q_s	lekstroom [L^3T^{-1}]
Q_{smath}	Q_s volgens mathematisch model [L^3T^{-1}]
Q_{sl}	dichtheidsafhankelijke lekstroom [L^3T^{-1}]
Q_{sv}	viscositeitsafhankelijke lekstroom [L^3T^{-1}]
Q_{svmath}	Q_{sv} volgens mathematisch model [L^3T^{-1}]
Q_{svwerk}	werkelijke Q_{sv} [L^3T^{-1}]
Q_{th}	theoretische volumestroom [L^3T^{-1}]
Q_x	volumestroom in x -richting [L^3T^{-1}]
ΔQ_s	lekstroom door spleetelement [L^3T^{-1}]
R	straal [L]
R_g	straal grondcirkel [L]
R_k	straal kopcirkel [L]
R_s	straal steekcirkel [L]
S	spocd, zuigerweg [L]
$T_{1,2}$	temperatuur [θ]
U	inwendige energie per massa eenheid [L^2T^{-2}]
V	volume [L^3]
V	volume per radiaal [L^3]
V_0	doordraaivolume [L^3]
W_g	geometrisch slagvolume [L^3]
W_m	meesleerslagvolume [L^3]
W_{th}	theoretisch slagvolume [L^3]
$W_{thmeesl.m.}$	W_{th} van meesleurmotor [L^3]
$W_{thmeesl.p.}$	W_{th} van meesleurpomp [L^3]
$W_{thverdr.m.}$	W_{th} van verdringer motor [L^3]

$W_{th\text{verdr.p.}}$	W_{th} van verdringerpomp [L^3]
b_t	tandbreedte [L]
e	excentriciteit
e	lekspleetbreedte [L]
f_r	wrijvingscoëfficiënt
i	aantal
j	aantal
j	oppervlak lekdoortocht [L^2]
l	lekspleetlengte [L]
m	richtingscoëfficiënt
n	toerental [T^{-1}]
$p_{1,2,}$	druk [$ML^{-1}T^{-2}$]
Δp	drukverschil [$ML^{-1}T^{-2}$]
Δp^1	Δp over verdringergedeelte [$ML^{-1}T^{-2}$]
Δp_i	Δp ten gevolge van inwendige weerstand [$ML^{-1}T^{-2}$]
$\Delta p_{\text{gemeten}}$	gemeten Δp [$ML^{-1}T^{-2}$]
Δp_t	Δp over dichtheidsafhankelijke weerstand [$ML^{-1}T^{-2}$]
Δp_v	Δp over viscositeitsafhankelijke weerstand [$ML^{-1}T^{-2}$]
$\Delta p_{\text{werkelijk}}$	werkelijke Δp [$ML^{-1}T^{-2}$]
r	straal [L]
s	lekspleethoogte [L]
$v_{1,2,}$	snelheid [LT^{-1}]
x	coördinaat [L]
y	coördinaat [L]
z	coördinaat [L]
z	tandenaantal
Φ	draaiingshoek
α	dimensieloze grootheid
α	drukhoek
β	invloed druk op viscositeit [$M^{-1}LT^2$]
δ	invloed temperatuur op viscositeit [θ^{-1}]
ε	dimensieloze grootheid
θ_1	dimensieloze grootheid
θ_2	dimensieloze grootheid
η_{HM}	hydraulisch-mechanisch rendement
η_v	volumetrisch rendement
λ	viscositeitsafhankelijke bedrijfsparameter
λ_{kr}	kritische waarde van λ
μ	dynamische viscositeit [$ML^{-1}T^{-1}$]
μ_0	μ bij 0 °C en 1 atmosfeer [$ML^{-1}T^{-1}$]
μ_i	μ bij 1 atmosfeer en ingangstemperatuur [$ML^{-1}T^{-1}$]
ρ	dichtheid [ML^{-3}]
ρ	voerstraal [L]
σ	dichtheidsafhankelijke bedrijfsparameter
τ	schuifspanning [$ML^{-1}T^{-2}$]
φ	draaiingshoek
φ_0	hoek
ψ	dimensieloze grootheid
ω	hoeksnelheid [T^{-1}]

LITERATUURLIJST

1. SCHLÖSSER, W. M. J., Inleiding tot de bestudering van hydraulische werktuigen. Collegedictaat T.H. Delft, 1961.
2. SCHLÖSSER, W. M. J., Meten aan verdringerpompen. Dissertatie T.H. Delft, 1959.
3. WILSON, W. E., Positive displacement pumps and fluid motors. Publication Corporation, New York, 1950.
4. BOON, E. F., Symposium: Pompen voor de chemische industrie. De Ingenieur nr. 20, 1955. Ch. 27.
5. GRABOW, Untersuchungen an einer Labyrinthpumpe. Maschinenbautechnik 13 (1964) nr. 1, p. 3.
6. BARON, Experimenten aan een hydrodynamisch werkende spiraalgroefasafdichting. De Ingenieur 1962, nr. 32, p. W 144.
7. PFLEIDERER, Die Kreiselpumpen für Flüssigkeiten und Gasen. Springer Verlag, Berlin 1961.
8. STEPANOFF, Centrifugal and axial flow pumps. Wiley, New York, 1957.
9. QUANTZ, Wasserkraftmaschinen. Springer Verlag, Berlin, 1954.
10. SCHLÖSSER, W. M. J., Grundlagen der Ölhydraulik. Oelhydraulik und Pneumatik 8 (1964) nr. 7, p. 280.
11. SCHLÖSSER, W. M. J. und J. W. HILBRANDS, Über den hydraulisch-mechanischen Wirkungsgrad von Verdrängerpompen. Oelhydraulik und Pneumatik 9 (1965) nr. 9, p. 333.
12. SCHLÖSSER, W. M. J. und J. W. HILBRANDS, Das Theoretische Hubvolumen von Verdrängerpompen. Oelhydraulik und Pneumatik 7 (1963) nr. 4, p. 133.
13. MOLLY, H., Die Zahnradpumpe mit evolventische Zähnen. Oelhydraulik und Pneumatik 2 (1958) nr. 1.
14. THIN, D., Les pompes et leurs applications. Eyrdles, Paris 1955.
15. CHAIMOWITSCH, Ölhydraulik V.E.B. Verlag, Berlin, 1957, p. 129.
16. FAISANDIER, J., Les mécanismes Hydrauliques. Dunod, Paris 1957, p. 32.
17. BLOCH, P., Theoretische und experimentelle Untersuchungen an einem Flüssigkeitsübersetzungsgetriebe. Von Roll Mitteilungen 12 (1953) nr. 1-2.
18. KERKMEESTER, Een algemene theorie over het filteren van longitudinale drukgolven die zich voortplanten in het energiedragend medium van hydraulische systemen. Intern Rapport T.H. Eindhoven (1964), Laboratorium voor Aandrijftechniek.
19. TOET, G., IJking hoeveelhedsmeter. Intern Rapport T.H. Eindhoven (1964), Laboratorium voor Aandrijftechniek.
20. RIETMAN, J., De invloed van de samendrukbaarheid van de vloeistof en van de elasticiteit van het pomphuis op het theoretisch slagvolume van verdringerpompen. Intern Rapport T.H. Eindhoven (1964), Laboratorium voor Aandrijftechniek.
21. WILSON, W. E., Rotary-pump theory. Transactions of the ASME, Mei 1946, p. 371.
22. SCHLÖSSER, W. M. J., Metingen aan verdringerpompen. De Ingenieur 1959, nr. 37, p. 51.
23. CHAIMOWITSCH, J. M., Ölhydraulik. V.E.B. Verlag, Berlin 1959, p. 55.
24. HELLINGA, P., Betrachtungen über den Leckstrom in Verdrängermaschinen. Intern Rapport T.H. Eindhoven, 1962, Laboratorium voor Aandrijvingen.
25. SCHLÖSSER, W. M. J. und J. W. HILBRANDS, Der Volumetrische Wirkungsgrad von Verdrängerpompen. Oelhydraulik und Pneumatik 7 (1963), nr. 12, p. 469.
26. WILSON and MITCHELL, Self-induced temperature effects on laminar flow of liquids. Proceedings of the first national congress of applied mechanics.
27. EXLINE, Leakage in capillary seals of hydraulic valves and pumps. Product Engineering, April 1946, p. 290.
28. PINKUS and STERNLICHT, Theory of hydrodynamic lubrication. Mc.Graw Hill, New York 1961, p. 286.
29. THOMA, Sealing Gaps. Hydraulic and Pneumatic Power and Controls, Sept. 1963, p. 627.
30. VOGELPOHL, Betriebs sichere Gleitlager. Springer Verlag, Berlin 1958, p. 17.
31. CHAIMOWITSCH, Ölhydraulik. V.E.B. Verlag, Berlin 1957.
32. BLACKBURN, REETHOF and SHEARER, Fluid Power Control. Wiley, New York 1960, p. 118.
33. ROELANDS, VLUJTER and WATERMAN, The viscosity-temperature-pressure relationship of lubricating oils and its correlation with chemical constitution. Journal of basic engineering, Dec. 1963, p. 601.
34. LAP en VAN DEN BURG, Berekeningen van de adiabatiese lekstroom in een twee-dimensionale spleet. Intern Rapport T.H. Eindhoven, 1963, Laboratorium voor Aandrijvingen.
35. DOW and FINK, Computation of some physical properties of lubricating oil at high pressures. Journal of Applied Physics, May, 1940, p. 353.

STELLINGEN

I.

Het toepassen van schuine vertanding in tandwielpompen heeft geen grotere regelmatigheid in de opbrengst van deze pompen tot gevolg.

II.

Het lineaire verloop van het verliesmoment tegen het toerental, dat bij hydrostatische pompen en motoren vaak gevonden wordt, moet worden beschouwd als een superpositie van een viscositeitsafhankelijk verliesmoment, dat ten gevolge van viscositeitsverlaging minder dan evenredig met het toerental toeneemt, en een dichtheidsafhankelijk verliesmoment, dat meer dan evenredig met het toerental toeneemt.

III.

Een juiste keuze van de viscositeit van de hydraulische olie in overbrengingen, waarin een snellopende pomp en een langzaamlopende hydromotor zijn opgenomen, is wegens de verschillende smeringsvoorwaarden van pomp en motor vaak niet mogelijk.

IV.

Het gebruik van axiale plunjerpompen, waarbij het contact van de plunjers met de kantelplaat alleen maar door middel van de voedingsdruk wordt gewaarborgd, moet in overbrengingen met een sterk variërende belasting, wegens de vereiste onafgebroken aanwezigheid van de voedingsdruk, worden afgeraden.

V.

De hydrostatische overbrenging, welke onder water wordt toegepast en waarin het omringende zeewater als hydraulische vloeistof wordt gebruikt, kan, vooral bij grote waterdiepten, voordelen bieden ten opzichte van de met olie werkende hydrostatische overbrenging.

VI.

Om het tekort aan constructeurs op te heffen, is het antwoord op de vraag waarom zo weinig afgestudeerde werktuigbouwkundigen een loopbaan als constructeur blijken te ambiëren, belangrijker dan het uitbreiden van de opleidingsmogelijkheden.

VII.

Omdat in Nederland de mogelijkheid bestaat de ingenieursstudie als hydraulisch specialist af te sluiten, dient deze opleidingsmogelijkheid op middelbaar en lager technisch niveau in voldoende mate te worden aangevuld met opleidingsmogelijkheden voor constructeurs en monteurs van hydraulische overbrengingen.

VIII.

Als de „H.T.S.-nieuwe stijl” in het laatste studiejaar specialisatiemogelijkheid gaat bieden, voor welke specialisatie de student in vele gevallen de studie aan een andere H.T.S. zal moeten voortzetten, is het voor een goede aansluiting gewenst, dat aan het einde van het tweede studiejaar een examen wordt gehouden.

IX.

De constructie van het merendeel van de motorrijwielen en bromfietsen is zodanig, dat de bestuurder niet of nauwelijks gelijktijdig kan voldoen aan de wettelijke verplichtingen van richting aangeven en veilig besturen van het voertuig.

X.

Een wijziging van de Wet ware gewenst, zodat niet alleen de bestuurder van een motorrijtuig, een rijwiel of een ander rij- of voertuig, die onder bepaalde invloed van drank zijn voertuig bestuurt, strafbaar wordt gesteld, zoals thans artikel 26 Wegenverkeerswet bepaalt, doch dat ook hij die op of in een voertuig als bovenbedoeld mederijdt, terwijl hij weet of redelijkerwijze kan vermoeden, dat de bestuurder zich schuldig maakt aan het voormelde misdrijf, strafbaar wordt gesteld.

XI.

Het zou gewenst zijn, levensverzekeringen te kunnen afsluiten, waarvan de premie en de uitkering zonder hernieuwde medische keuring van de verzekerde aan een indexcijfer mag worden aangepast.

XII.

Als men, ter bepaling van de snelheid van waterdeeltjes in water waarin gelijkgerichte golven en stroming optreden, de orbitaalsnelheid in de golf optelt bij de – voor de golfhoogte gecorrigeerde – snelheid van de stroming, vindt men in de golftop een te hoge snelheid.