

Myriahedrale projecties : de wereld uitgevouwen

Citation for published version (APA):

Wijk, van, J. J. (2010). Myriahedrale projecties : de wereld uitgevouwen. *Geo-Info*, 2010(5), 26-31.

Document status and date:

Gepubliceerd: 01/01/2010

Document Version:

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

www.tue.nl/taverne

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

openaccess@tue.nl

providing details and we will investigate your claim.

Myriahedrale projecties

De wereld uitgevouwen*



Jack van Wijk, hoogleraar visualisatie Technische Universiteit Eindhoven

Myriahedrale projecties zijn een nieuwe klasse van methodes om wereldkaarten te maken. Het principe is eenvoudig: de globe wordt opgedeeld in een zeer groot aantal facetten en vervolgens wordt deze in facetten ingedeelde bol uitgevouwen. Dit leidt tot projecties vrijwel zonder vervorming, maar natuurlijk wel met veel onderbrekingen. Door te variëren met de opdeling en de wijze van uitvouwen kunnen allerlei onverwachte afbeeldingen van de wereld worden verkregen.

Het afbeelden van het aardoppervlak is een klassiek probleem. Het probleem om de ronde aarde af te beelden op een plat vlak heeft vele kartografen, wiskundigen en uitvinders uitgedaagd en er zijn honderden oplossingen voor ontwikkeld. Een belangrijke reden hiervoor is dat er geen oplossingen bestaan waarbij geen vervorming optreedt en deze onvermijdelijke vervorming kan op allerlei manieren over de kaart worden verdeeld.

Als leek zou je je kunnen afvragen waarom kaartprojectie een probleem is. Een kaart van een klein gebied (zeg, een stad als Eindhoven) is vrijwel vrij van vervorming, omdat de kromming van het aardoppervlak hier verwaarloosbaar is. Om een kaart van de wereld te maken hoeven we alleen maar een groot aantal kaarten aan elkaar te plakken. Aan de kaart van Eindhoven maken we kaarten van Nuenen, Geldrop, en Waalre vast en we gaan hier door totdat we het hele aardoppervlak bedekt hebben. Of een andere methode: projecteer de globe op een mandarijntje, pel deze vrucht en druk de schil vervolgens zorgvuldig plat. Ook dan krijgen we een projectie vrijwel zonder vervorming. In dit artikel exploreren we wat er gebeurt als deze naïeve aanpak wordt gevolgd.

Het aan elkaar plakken van kaarten en het platslaan van een mandarijnenschil kunnen met één principe worden beschreven. De ronde globe wordt benaderd door een *myriaëder*. Een tetraëder is een regelmatig

viervlak, een dodecaëder is een regelmatig twaalfvlak, een myriaëder is nu een (al dan niet regelmatig) veelvlak bestaande uit een myriade van vlakjes of facetten. Het Latijnse woord *myriadis* is afgeleid van het Griekse woord *murioi*, wat ontelbaar of tienduizenden betekent. Met dank aan Michiel Wijers, die de term *myriahedron* voor mij heeft verzonnen. In het Nederlands zou je een myriaëder een *heelveelvlak* kunnen noemen. Vervolgens beslissen we voor elke zijde van een vlakje of het een vouw of een snede is, en vouwen de myriaëder uit zodat we een uitslag van het oppervlak van de globe verkrijgen: een myriahedrale projectie.

Achtergrond

De globe is het beste model van het oppervlak van de aarde, bijvoorbeeld als het gaat om het beoordelen van de vorm van continenten en hun relatieve positie. Maar een globe heeft ook nadelen. Hij is minder draagbaar dan een kaart en als we meer detail willen, dan wordt hij al snel heel groot, vandaar dat het gewenst is om de globe op een plat vlak te projecteren.

In het boek van John P. Snyder [1993] wordt een fascinerend overzicht gegeven van de geschiedenis van kaartprojectie. Verder geven leerboeken over kartografie en geografische visualisatie veel informatie over kaartprojectie [Robinson e.a., 1995; Kraak en Ormeling, 2002; Slocum e.a., 2003] en ook op het web kan veel informatie worden gevonden [Furuti, 2009].

Het centrale probleem bij kaartprojectie is vervorming. Beschouw een kleine cirkel op de globe. Na projectie transformeert deze naar een ellips, bekend als de Tissot indicatrix, met diameters a en b . Als voor alle plaatsen op de kaart geldt dat $a=b$, dan worden alle cirkels op de globe ook als cirkels afgebeeld en worden hoeken tussen lijnen correct weergegeven. Het klassieke voorbeeld van een dergelijke *conforme* projectie is de Mercator-projectie. Deze is heel geschikt voor navigatie, maar laat ook de beperkingen van conforme projectie zien. Op grotere schaal treedt sterke vervorming op en bijvoorbeeld Antarctica wordt vaak zwaar vervormd weergegeven.

Als overal op de kaart geldt dat $ab=C$, dan is sprake van een *oppervlaktegetrouwe* projectie. Voorbeelden zijn Lambert's oppervlaktegetrouwe cilindrische projectie en de sinusoidale projectie. Oppervlakken worden correct weergegeven, maar hoeken worden vervormd. En daardoor worden vierkanten bijvoorbeeld ruiten of rechthoeken.

Het probleem is dat bij een dubbelgekromd oppervlak, zoals de globe, er geen projectie bestaat die zowel conform als oppervlaktegetrouw is. Langs een curve, zoals de evenaar, kan aan beide eisen worden voldaan, maar op toenemende afstand daarvan neemt de vervorming toe. Daarom moet, afhankelijk van het doel van de kaart, een keuze worden

gemaakt voor een van deze eigenschappen of een compromis daartussen.

Een ander probleem betreft de globale structuur van de kaart. Een bol is een oppervlak zonder rand, terwijl een eindig plat vlak, zoals een kaart, begrensd moet zijn. Een kartograaf moet daarom een keuze maken hoe hij de globe opensnijdt en op welke kromme deze snede wordt afgebeeld. Allerlei keuzes zijn mogelijk. Bij azimutale projecties wordt de globe in een enkel punt geopend (bijvoorbeeld de zuidpool) en dit punt wordt geprojecteerd op een cirkel, wat zeer sterke vervormingen op de rand geeft. De meest populaire keuze is om het oppervlak van de globe open te snijden langs een meridiaan, om vervolgens de twee randen van deze snede af te beelden op een ellips, al dan niet afgeplat, of op een rechthoek. In de laatste twee gevallen worden de polen afgebeeld op lijnen, wat weer een sterke vervorming geeft.

Het gebruik van onderbrekingen of snedes in de kaart vermindert de vervorming. Voor het maken van globes, waarbij een platte kaart moet worden vervormd tot een bol, is minimale vervorming essentieel. Er worden daarom duigenkaarten (*gore maps*) gebruikt, waarbij de globe wordt opgedeeld in bijvoorbeeld twaalf lensvormige segmenten. Goode heeft in 1923 onderbrekingen gebruikt in zijn *homolosine* projectie. Dit is een vlakgetrouwe afbeelding, waarbij twaalf regio's zijn samengevoegd tot zes segmenten, met sneden door de oceanen.

Het projecteren van de globe op een uitgevouwen veelvlak, in plaats van op

een rechthoek of ellips is een oud idee. Da Vinci heeft de globe geprojecteerd op een regelmatig achthoek, Dürer gebruikte een regelmatig twaalfvlak. Allerlei verschillende veelvlakken zijn daarna gebruikt. Voorbeelden zijn de vlinderkaart van Cahill uit 1909 en de Dymaxion Map van Buckminster Fuller. Deze gebruikte in 1946 een cuboctaëder en in 1954 een icosaeëder.

In dit artikel verkennen we wat er gebeurt als er niet 4, 8 of 60, maar duizenden facetten worden gebruikt. Ofwel, we bekijken projecties die zowel (vrijwel) oppervlak-

We bekijken projecties die zowel (vrijwel) oppervlakgetrouw als conform zijn, maar die wel een zeer groot aantal onderbrekingen hebben

getrouw als conform zijn, maar die wel een zeer groot aantal onderbrekingen hebben. In het volgende beschrijf ik eerst een algemene methode voor het maken van dit soort projecties, gevolgd door een aantal voorbeelden.

Methode

Het algemene principe is simpel. We projecteren de globe op een al dan niet regelmatig rooster of graadnet (in het Engels 'graticule') van facetten en we beslissen voor elke rand of het een vouw of een snede moet zijn. Tot slot vouwen we het rooster uit totdat we een vlakke kaart verkrijgen. We nemen aan dat de facetten van het rooster klein zijn ten opzichte van de straal van de globe, zodat oppervlak- en hoekvervorming vrijwel verwaarloosbaar zijn.

Een belangrijke stap is te beslissen welke randen van facetten vouwen en welke randen sneden zijn. Een rooster kan

worden beschouwd als een netwerk, bestaande uit knooppunten en randen die de punten verbinden (fig.1). In plaats van rand kan ook zijde of kant worden gelezen. In elk knooppunt komt een aantal randen samen. Minstens een daarvan moet een snede zijn, anders kunnen we het rooster niet platdrukken. Een andere eis is dat de sneden geen cyclus mogen vormen. Onze kaart zou dan in twee of meer stukken uiteen vallen. Als we deze twee observaties combineren, dan krijgen we een mooi resultaat. Het patroon van de sneden dient een zogenaamde opspannende boom van het oorspronkelijke netwerk te zijn. Een deelverzameling van de randen zodanig dat alle knooppunten bereikt worden en er geen cycli in voorkomen. Na het uitvouwen vormt het patroon van de sneden een rand die de samenhangende kaart omsluit.

Er is nog een derde eis: het toekennen van sneden dient zodanig te gebeuren dat na het uitvouwen het platte vlak overal door hooguit een facet wordt bedekt. Bij het gebruik van een willekeurige opspannende boom voor de sneden zal hier meestal niet aan worden voldaan, maar in de praktijk blijkt dat bij de meeste van de keuzes die verderop worden gemaakt, dit meestal geen probleem is.

Opspannende bomen zijn een bekend concept in netwerktheorie. Een praktisch voorbeeld. Stel, we willen een aantal huizen op een kabelnetwerk aansluiten. We maken daartoe eerst een virtueel netwerk met een groot aantal verbindingen tussen huizen en vervolgens kiezen we daar een beperkt aantal uit, waarbij het patroon een

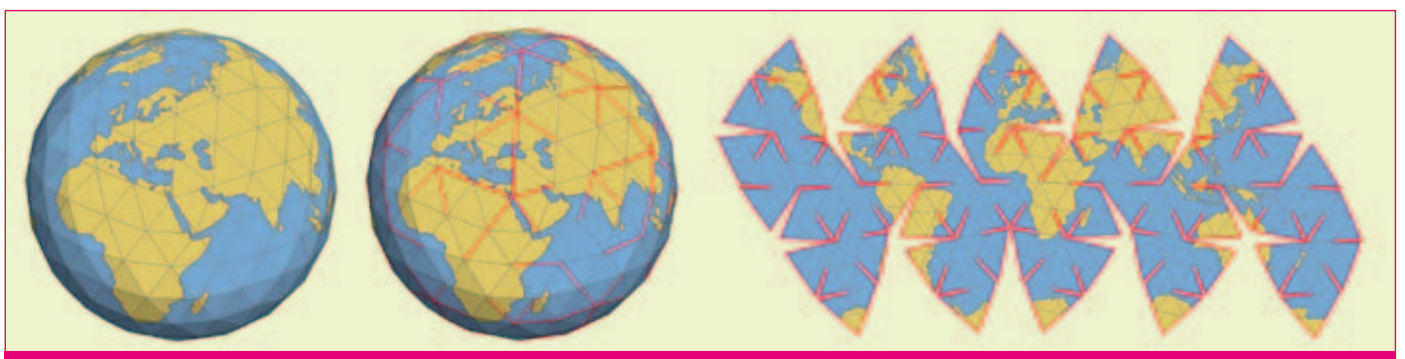


Fig.1. De kaart als uitgevouwen veelvlak, hier een opgedeelde icosaeëder: rooster, vouwen en snedes, uitgevouwen.

opspannende boom vormt. We hebben dan nog steeds heel veel keuzemogelijkheden. Maar welke is de beste? Stel nu dat we van elke virtuele verbinding de kosten weten, dan is de beste oplossing degene waarbij de totale kosten minimaal zijn. Meer algemeen: we kennen aan elke rand een gewicht toe, en de zogenaamde minimaal opspannende boom is de boom waarbij de som van de gewichten van de gekozen randen minimaal is. Dit probleem is in de informatica grondig bestudeerd en, verrassend genoeg, is het vinden van zo'n minimaal opspannende boom niet moeilijk. Het algoritme van Prim uit 1957 werkt als volgt: we beginnen met een willekeurig knooppunt en voegen daar de rand met het laagste gewicht aan toe die naar een nieuw knooppunt leidt. Deze laatste stap herhalen we totdat alle knooppunten bezocht zijn. Het uiteindelijke patroon van gekozen randen is een minimaal opspannende boom.

We kunnen deze ideeën goed gebruiken voor onze uitvouwkaarten. Stel dat we

een voorkeur willen uitspreken welke randen gevouwen moeten worden en welke randen sneden. We kennen daartoe aan elke rand een gewicht toe; de vouwvoorkeur. Hoe hoger, hoe groter onze voorkeur dat de rand een vouw is. Vervolgens berekenen we zo'n minimaal opspannende boom. Hierin zitten randen met een (relatief) lage vouwvoorkeur, waarbij tegelijkertijd aan de eisen voor het uitvouwen van kaarten wordt voldaan. We kunnen zodoende een optimale beslissing maken over de randen. Alle randen in de minimaal opspannende boom zijn sneden en de overige zijn vouwen.

Het algemene algoritme voor het maken van een myrihedrale projectie is nu klaar:

- genereer een rooster;
- ken gewichten toe aan de randen;
- bereken een minimaal opspannende boom, en gebruik deze om te beslissen over vouwen en sneden;
- vouw het rooster uit;
- teken het resultaat.

De laatste drie stappen zijn steeds hetzelfde en relatief eenvoudig. Voor het projecteren van de kaart op de facetten gebruiken we een eenvoudige gnomonische projectie. Een punt op de bol wordt geprojecteerd op een facet door het snijpunt te berekenen van een lijn door dit punt en het midden van de bol met dit facet. Omdat de facetten klein zijn, is de vervorming beperkt.

De variatie in projecties wordt verkregen in de eerste twee stappen. Door verschillende keuzes voor het rooster en de gewichten te maken kunnen allerlei verschillende projecties worden verkregen.

Roosters

Het eenvoudigste rooster is natuurlijk een rooster van meridianen en parallellen.

Door de weging van randen te variëren over de globe krijgen we projecties die kunnen worden gebruikt om basisprincipes van kaartprojectie te laten zien (fig. 2). Als we het gewicht w hoog kiezen bij één

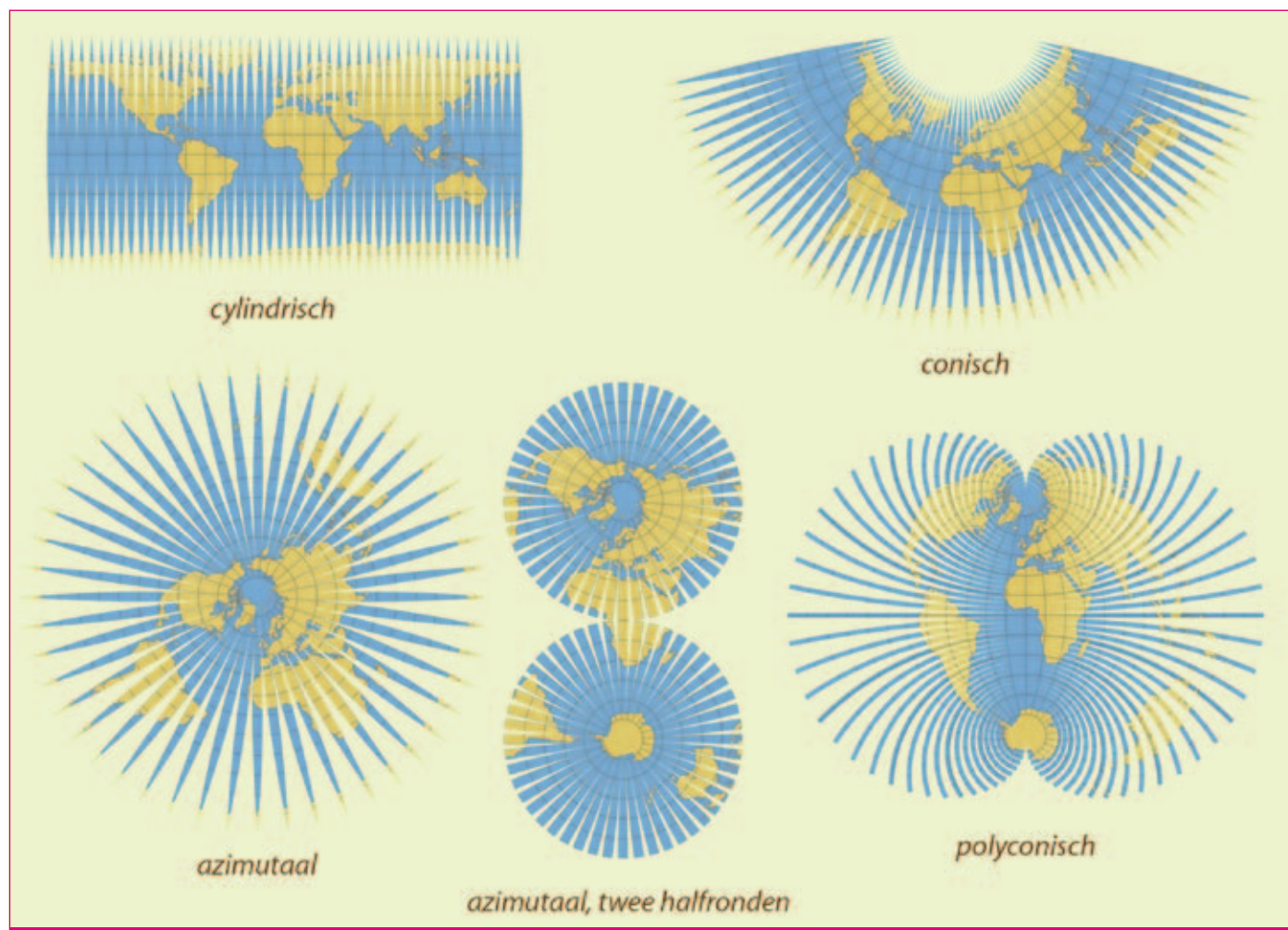


Fig.2. Myriahedrale projecties op basis van een rooster van meridianen en parallellen.



Fig.3. Close-up van een opgedeelde icosaeëder.

pool en laten afnemen in de richting van de andere pool krijgen we een azimutale projectie (met onderbrekingen). Als we het gewicht hoog kiezen op de evenaar en laten afnemen in de richting van de polen, dan krijgen we een duigenkaart. Op een soortgelijke manier

kunnen ook kegelprojecties en azimutale projecties met twee halfronden worden verkregen. De onderbrekingen in de kaart geven hierbij een indruk van de vervorming die optreedt bij de bijbehorende versies zonder onderbrekingen. We zien bijvoorbeeld dat het gebruik van twee halfronden bij azimutale projecties veel minder vervorming geeft. Een visueel interessant resultaat wordt verkregen door het gewicht vanaf een centrale meridiaan te laten afnemen. We krijgen dan stroken langs parallellen, ofwel, de myriahedrale versie van de polyconische projectie van Hassler uit 1820.

Een andere keuze voor een rooster is om te beginnen met regelmatige veelvlakken en de facetten vervolgens herhaaldelijk op te

delen. Een octaëder bijvoorbeeld bestaat uit acht driehoeken, een icosaeëder heeft er twintig. Deze driehoeken kunnen we elk opdelen in vier kleinere driehoeken en dit kunnen we een aantal malen herhalen. In figuur 1 is een icosaeëder gebruikt.

Myriahedrale projecties zijn een nieuwe klasse van kaartprojecties gebaseerd op het afbeelden van de globe op een polyëder met heel veel vlakken

Een dergelijk schema wordt onder andere gebruikt voor geospatieële data [Dutton, 1996]. Door de gewichten van de randen secuur te kiezen, kunnen we forceren dat oorspronkelijke driehoeken zoveel mogelijk behouden blijven en de onderbrekingen geven vervolgens een fractaal patroon. Dit wordt goed zichtbaar als we de rand expliciet tekenen. Als we dat niet doen, dan blijkt dat op diepere niveaus de onderbrekingen al snel heel smal worden. Het aardoppervlak wordt relatief gezien steeds platter. Als we een stukje van de kaart uitvergroten, dan krijgen we een indruk van de vervorming die bijvoorbeeld optreedt bij het afbeelden van Europa (fig. 3).

Bij de voorgaande oplossingen wordt geen rekening gehouden met de inhoud van de kaart zelf. Het ligt voor de hand om dit wel te doen, en er bijvoorbeeld naar te streven dat bij het opensnijden van de globe de continenten zoveel mogelijk worden ontzien. Hiertoe definiëren we eerst voor elk punt op de globe een gewicht w , dat een maat is voor de hoeveelheid landmassa in de omgeving van dit punt. In het hart van continenten is deze waarde hoog, in het midden van oceanen laag. Deze functie w gebruiken we om het rooster te genereren en als gewicht om te beslissen over vouwen en sneden.

De waarden voor w bepalen we als volgt. We beginnen met een zwart/wit kaart van de wereld, waarbij zwart bijvoorbeeld gelijk is aan 0 is en wit gelijk is aan 1. Vervolgens nemen we per punt een gewogen gemiddelde van de naburige waarden, ofwel,

we convolueren met een Gaussisch filter waarbij rekening wordt gehouden met de kromming van de globe. Dit levert een

beeld op waarin de continenten zijn terug te vinden als wazige vlekken (fig. 4).

Het rooster wordt gegenereerd door twee verzamelingen lijnen te genereren: contourlijnen van dit beeld en lijnen die hier loodrecht opstaan. Combinatie van deze twee sets lijnen, gevolgd door een opschoonslag, levert een opdeling van het oppervlak in facetten. We willen over de globe een min of meer uniforme dichtheid van dit rooster. Dit realiseren we door voor het genereren van de lijnen gebruik te maken van een techniek voor het genereren van stroomlijnen met een uniforme dichtheid [Jobard and Lefer, 1997].



Fig.4. Opdeling op basis van continenten: globe, gewichtsfunctie w , rooster, snedes.

Het resultaat van deze methode (fig. 5) is een projectie waarbij de continenten ongewoon gerangschikt zijn, net als bij de Dymaxion Maps van Buckminster Fuller. Een meer vertrouwd beeld kan worden verkregen door bij w een waarde op te tellen die afneemt in de richting van de polen. In beide gevallen zijn de onderbrekingen van continenten smal en worden continenten met een correcte vorm en relatieve positie afgebeeld.

Maar we kunnen ook nog heel andere kaarten genereren. Door $-w$ in plaats van w te gebruiken krijgen we afbeeldingen van de aarde waarin de oceanen centraal staan, omgeven door een kustlijn van gescheurde continenten. Nog een andere variant is om $|w-c|$ te gebruiken als gewicht, waarbij c een constante is. We krijgen dan kaarten waarin globaal om grenslijnen van continenten en oceanen wordt gesneden en waarin het aardoppervlak bijvoorbeeld wordt opgedeeld in Antarctica, de overige continenten en de oceanen.

Verder kan in plaats van een standaard wereldkaart voor het genereren van de gewichten ook een willekeurige andere kaart worden gebruikt, bijvoorbeeld om een continent meer of minder gewicht te geven, om tektonische platen te accentueren of om de route van een ontdekkingsreiziger centraal te stellen.

Tot besluit

Myriahedrale projecties zijn een nieuwe klasse van kaartprojecties, gebaseerd op het afbeelden van de globe op een myriaheder, een polyëder met heel veel vlakken, gevolgd door het uitvouwen ervan. Door verschillende keuzes te maken voor het rooster en de weging van de zijdes kunnen allerlei verschillende projecties worden verkregen.

Blijft één vraag over. Waar is dit goed voor? De resultaten zijn nogal ongewoon en komen niet overeen met wat algemeen als bruikbare kaarten worden beschouwd. Verder is het genereren van deze kaarten meer complex dan bij standaard projec-

ties waarbij de relatie tussen een punt op de globe en een punt op de kaart met een paar formules kan worden beschreven.

Niettemin zijn er ook positieve aspecten. Dit werk begon als een academische exercitie. Het exploreren van een deel van de ontwerpruimte dat nog niet eerder is verkend. Het is niet meteen evident wat het resultaat is als we veel kleine deelkaarten aan elkaar plakken en hier wordt een uitgebreid antwoord op deze vraag gegeven. De projecties gebaseerd op roosters van parallellen en meridianen kunnen worden gebruikt om de basis van kaartprojectie uit te leggen. Bij alle varianten geven de onderbrekingen een expliciete, visuele indicatie van de vervorming die optreedt bij projecties waarin geen onderbrekingen voorkomen. Methodologisch interessant is dat hier een informatica-insteek is gekozen voor het genereren van de kaarten. De kaarten worden gegenereerd door algoritmes en niet door formules. Door parameters en andere invoergegevens te wijzigen kunnen allerlei varianten worden verkregen.

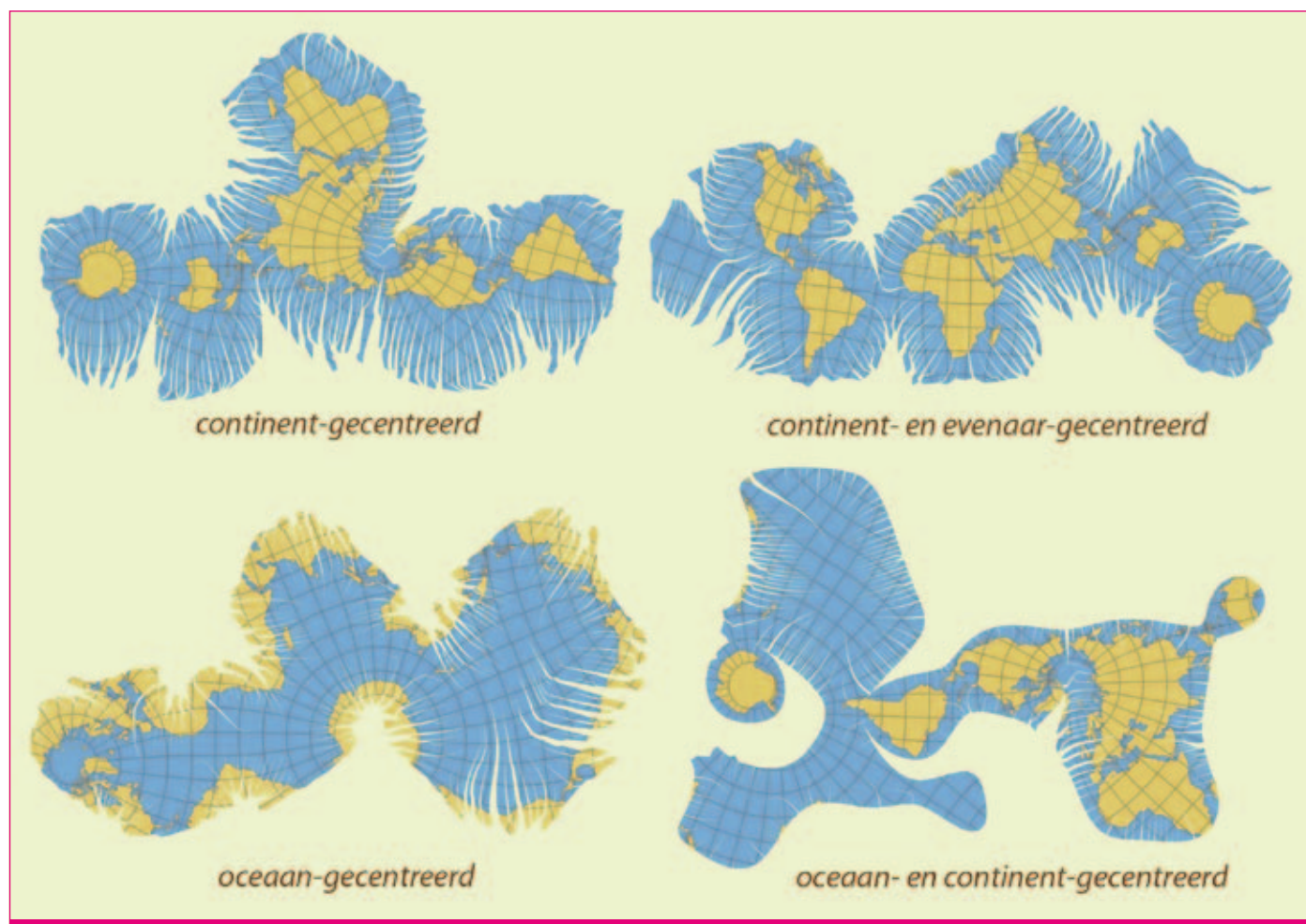


Fig.5. Voorbeelden kaartafhankelijke projecties.

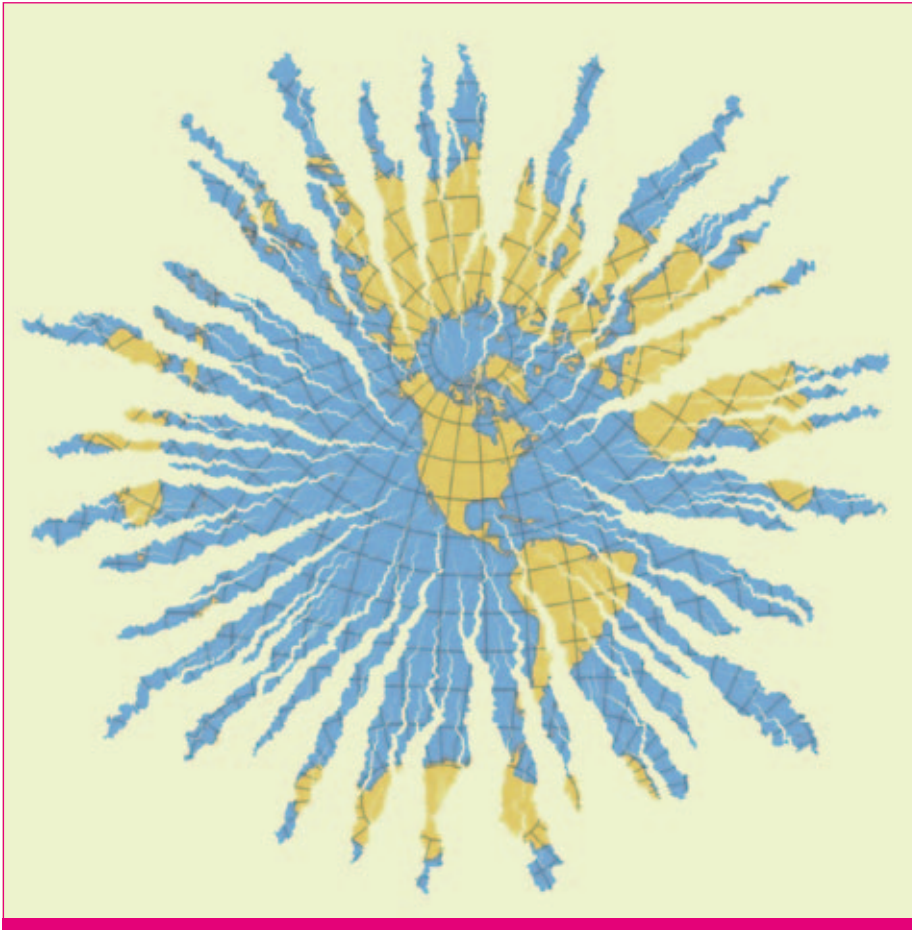


Fig.6. Gescheurde kaart.

Kaarten worden niet alleen gebruikt voor praktische doeleinden zoals navigatie, maar ook voor decoratie, illustratie en retorische doeleinden [Monmonier, 1991], bijvoorbeeld op omslagen van tijdschriften. De kustlijnkaart, waarin de oceanen centraal staan, kan bijvoorbeeld worden gebruikt om het belang van oceanen te benadrukken. Een ander voorbeeld wordt getoond in fig. 6. Deze kaart is gegeneerd op basis van een opgedeelde icosaeëder met een gewicht afhankelijk van de afstand tot een punt, met daarbij een kleine willekeurige factor opgeteld.

Kortom, door een groot aantal kleine kaarten aan elkaar te plakken kunnen interessante afbeeldingen van de globe worden gemaakt. ♥

Dit artikel is een ingekorte versie van een artikel dat in *The Cartographic Journal* is verschenen [Wijk, 2008]. Verder kan op een webpagina gewijd aan dit onderwerp [Wijk, 2009] meer informatie worden gevonden, onder andere een animatie waarin wordt getoond hoe de wereld op allerlei manieren kan worden uitgevouwen. Afbeeldingen op groot formaat

zijn tot september 2010 te zien op de tentoonstelling *INFODECODATA* in het Graphic Design Museum in Breda.

* Prof. Van Wijk kreeg voor dit artikel van de British Cartographic Society de Henri Johns Award 2009, de prijs voor het beste artikel van dat jaar in het *Cartographic Journal*, zie www.cartography.org.uk/default.asp?contentID=905 (redactie Geo-Info)

Samenvatting

Myriahedrale projecties zijn een nieuwe klasse van methodes om wereldkaarten te maken. Het principe is eenvoudig: de globe wordt opgedeeld in een zeer groot aantal facetten en vervolgens wordt deze in facetten ingedeelde bol ingesneden en uitgevouwen. Dit leidt tot projecties vrijwel zonder vervorming, maar wel met veel onderbrekingen. Door verschillende opdelingen en insnedingen te kiezen kunnen allerlei afbeeldingen van de wereld worden verkregen. Een standaard rooster (=graticule) van meridianen en parallellen geeft varianten van standaard cilindrische en azimutale projecties. Rekening houden met continenten bij het opdelen en snijden geeft onverwachte resultaten.

Summary

Myriahedral projections are a new class of methods for mapping the earth. The globe is projected on a myriahedron, a polyhedron with a very large number of faces. Next, this polyhedron is cut open and unfolded. The resulting maps have a large number of interrupts, but are (almost) conformal and conserve areas. Deciding where to cut the globe results in different types of representations of the world. Whereas using meshes based on the standard graticule of meridians and parallels results in variants of standard cylindrical and azimuthal projections, using meshes derived from the geography of the earth provides unexpected representations. A general approach is presented to decide where to cut the globe, followed by three different types of solution. These follow from the use of meshes based on the standard graticule, the use of recursively subdivided polyhedra and meshes derived from the geography of the earth. A number of examples are presented, including maps for tutorial purposes, optimal foldouts of Platonic solids, and a map of the coastline of the earth.

Literatuur

- Dutton, G. (1996). *Encoding and handling geospatial data with hierarchical triangular meshes*, in *Advances in GIS Research II* (Proc. SDH7, Delft, Holland), 505–518, eds. Kraak, M.-J. and Molenaar, M., Taylor & Francis, London.
- Furuti, C. A. (2006). 'Map Projections' <http://www.progonos.com/furuti/MapProj>.
- Jobard, B. and Lefer, W. (1997). *Creating evenly-spaced streamlines of arbitrary density*, in *Visualization in Scientific Computing '97*, 43–56, eds. Lefer, W. and Grave, M., Springer Verlag.
- Kraak, M.-J. and Ormeling, F.J. (2002). *Cartography: Visualization of Geospatial Data* (2nd edition), Prentice Hall, London.
- Monmonier, M. (1991). *How to Lie with Maps*, University of Chicago Press, Chicago.
- Robinson, A. H., Morrison, J. L., Muehrcke, P. C. and Kimerling, A. J. (1995). *Elements of Cartography*, Wiley.
- Slocum, T. A., McMaster, R. B., Kessler, F. C. and Howard, H. H. (2003). *Thematic Cartography and Geographic Visualization*, Second Edition, Prentice Hall.
- Snyder, J. P. (1993). *Flattening the Earth: Two Thousand Years of Map Projections*, University of Chicago Press.
- Wijk, J.J. van (2008). *Unfolding the Earth: Myriahedral Projections*. *The Cartographic Journal*, Vol. 45, No. 1, p. 32–42, feb. 2008.
- Wijk, J.J. van (2009). *Myriahedral Projections*. <http://www.win.tue.nl/~vanwijk/myriahedral>