

## Over de werking van het dieselheiblok

**Citation for published version (APA):**

Voitus van Hamme, GE. J. S. L. (1981). *Over de werking van het dieselheiblok*. [Dissertatie 1 (Onderzoek TU/e / Promotie TU/e), Built Environment]. Technische Hogeschool Eindhoven. <https://doi.org/10.6100/IR113633>

**DOI:**

[10.6100/IR113633](https://doi.org/10.6100/IR113633)

**Document status and date:**

Gepubliceerd: 01/01/1981

**Document Version:**

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

**Please check the document version of this publication:**

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

**General rights**

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

[www.tue.nl/taverne](http://www.tue.nl/taverne)

**Take down policy**

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

[openaccess@tue.nl](mailto:openaccess@tue.nl)

providing details and we will investigate your claim.

# Over de werking van het Dieselheiblok

Door: Ir. G.E.J.S.L. Voitus van Hamme



# Over de werking van het dieselheiblok

PROEFSCHRIFT

TER VERKRIJGING VAN DE GRAAD VAN DOCTOR IN DE  
TECHNISCHE WETENSCHAPPEN AAN DE TECHNISCHE  
HOGESCHOOL EINDHOVEN, OP GEZAG VAN DE RECTOR  
MAGNIFICUS, PROF. IR. J. ERKELENS, VOOR EEN  
COMMISSIE AANGEWEEZEN DOOR HET COLLEGE VAN  
DEKANEN IN HET OPENBAAR TE VERDEDIGEN OP  
DINSDAG 20 OCTOBER 1981 TE 16.00 UUR.

door

Gilles Eduard Johannes Svend Lambert VOITUS VAN HAMME

Geboren te Wenen

Dit proefschrift is goedgekeurd door de promotoren

Prof. Ir. J. van Vollenhoven en Prof. Ir. J.W. Kamerling

*Aan Sophie*

*Aan Marijke*

*Jan en Mariette*

*Karel*

Op het titelblad is een reproductie aangebracht  
van een gravure uit het boek:

THEATRUM MACHINARUM UNIVERSALE;

of

GROOTE WATERWERKEN

door

TIELEMAN VAN DER HORST

bij Petrus Schenk & Zoon, Amsterdam 1757

## I N H O U D

|  | blz |
|--|-----|
| <u>Hoofdstuk 1. INLEIDING</u>  | 1   |
| 1.1 Paalfundering  | 1   |
| 1.2 Het in de grond brengen van palen  | 1   |
| 1.3 Heien  | 2   |
| 1.4 Beoordeling van het resultaat  | 4   |
| 1.5 Schaalvergroting   | 5   |
| 1.6 Heitheorie en heiberekeningen  | 5   |
| <br>   |     |
| <u>Hoofdstuk 2. DE HEITHEORIE</u>  | 8   |
| 2.0 Spanningsgolven in een elastisch medium  | 8   |
| 2.1 Longitudinale spanningsgolven in staven  | 16  |
| 2.2 Nadere uitwerking van de methode der karakteristieken                                    | 40  |
| 2.3 De weerstanden tegen het indringen van de paal in de grond<br>en de metingen ervan       | 70  |
| 2.4 Slotbeschouwing over de heitheorie   | 112 |
| <br>   |     |
| <u>Hoofdstuk 3. HEIPROGRAMMA'S - PILEWAVE</u>  | 113 |
| 3.1 De twee typen van heiprogramma's   | 113 |
| 3.2 Het programmasysteem PILEWAVE  | 116 |
| <br>   |     |
| <u>Hoofdstuk 4. HET HEIMATERIEEL EN DE PALEN</u>   | 125 |
| 4.1 De heiblokken  | 125 |
| 4.2 Iets over palen  | 135 |
| <br>   |     |
| <u>Hoofdstuk 5. DE THEORIE VAN DE WERKING VAN EEN DIESEL-HEIBLOK</u>                         | 137 |
| 5.1 De componenten van een dieselblok  | 137 |
| 5.2 De acht fasen waaruit een slag bestaat   | 141 |
| 5.3 Inleiding tot de numerieke analyse van het arbeidsproces                                 | 144 |
| 5.4 De dynamica van het valblok  | 148 |
| 5.5 De thermodynamica van het gas  | 156 |
| 5.6 Toestandsveranderingen van het gas in de cylinder als de<br>gasmassa constant is         | 161 |
| 5.7 Toestandsveranderingen van het gas in de cylinder als er<br>uitstroming plaats heeft     | 163 |
| 5.8 Toestandsveranderingen van het gas in de cylinder als er<br>buitenlucht wordt aangezogen | 167 |
| 5.9 De uit- en inlaatstroming  | 171 |

|                           |   |      |
|---------------------------|---|------|
|                           |   | blz. |
| 5.10                      | De verbranding  | 182  |
| 5.11                      | De koeling  | 188  |
| 5.12                      | Het computerprogramma DISELS  | 188  |
| 5.13                      | De overdracht van de resultaten in DISELS naar PILEWAVE               | 193  |
| <u>Hoofdstuk 6.</u>       | <u>DE EXPERIMENTELE VERIFICATIE VAN DE THEORIE VAN HET DIESELBLOK</u> | 195  |
| 6.1                       | De organisaties van de heiproef                                       | 195  |
| 6.2                       | De te meten grootheden  | 196  |
| 6.3                       | De meetmethodes   | 197  |
| 6.4                       | De gegevens nodig voor de evaluatie van de metingen                   | 200  |
| 6.5                       | De voorspelling van hetgeen bij de proef verwacht kon worden          | 206  |
| 6.6                       | De meetresultaten   | 213  |
| 6.7                       | Vergelijking van de metingen en de berekening                         | 224  |
| 6.8                       | Conclusies  | 239  |
| <u>Appendix</u>           |   | 240  |
| <u>Literatuur</u>         |   | 255  |
| <u>Lijst van symbolen</u> |   | 257  |
| <u>Nawoord</u>            |   | 262  |



## SAMENVATTING

Na een korte inleiding over de ontwikkeling van de heitechniek, wordt in dit proefschrift de werking van het dieselheiblok behandeld door enerzijds na te gaan hoe de paal door de slagen in de grond gedreven wordt: de heitheorie en anderzijds hoe de slagen vanuit het dieselproces tot standkomen.

De heitheorie berust op de bestudering van de voortplanting van spanningsgolven zowel in de paal als in het blok en de daarbij behorende reflecties in de discontinuïteiten of overgangen.

De invloed van de wrijving - de heiers spreken van kleef - blijkt door een nieuwe, door mij ontwikkelde methode, goed te verklaren en te berekenen: de neerwaartse golven verminderen met de helft van de kleef, de opwaartse golven krijgen de overblijvende helft erbij.

Het met dit principe verkregen inzicht wordt uitgebreid met een aantal bijzondere gevallen, namelijk: discontinuïteiten in de geometrie, in de materiaaleigenschappen en in de tijd.

De heitheorie wordt afgerond met een bespreking van de resultaten van veldmetingen en grondonderzoek. Door een goede interpretatie kunnen hieruit "grondmodellen" worden afgeleid en de voor de berekening nodige parameters worden verkregen.

Ten aanzien van het dieselproces - hetwelk uiteindelijk de benodigde energie per slag moet leveren - begint de modelvorming met een opsplitsing in 8 opeenvolgende, goed gedefinieerde fasen:

1. vallen en gas uitblazen;
2. compressie;
3. de stoot;
4. verdampen van de brandstof;
5. verbranding;
6. expansie;
7. uitlaat;
8. luchtaanzuigen.

Bij de analyse van het arbeidsproces worden telkens de toestandveranderingen beschouwd gedurende een kort tijdstapje, waarbij het geoorloofd is sommige variabelen voor de duur van een tijdstapje constant te veronderstellen.

Na behandeling van de dynamica van valblok, slagstuk en paal worden de principes van de thermodynamica van het ideaal veronderstelde gas uiteengezet. Daarbij wordt rekening gehouden met het feit dat de soortelijke warmten ( $c_p$  en  $c_v$ ) afhangen van de temperatuur.

Waar het nodig is (fasen 4,5 en 8) wordt de verandering van de samenstelling van het gas berekend, waarbij de entropietoename bij menging in aanmerking wordt genomen.

Bij de berekening van de inlaat- en uitlaatstroming worden dezelfde principes toegepast. Aangenomen wordt dat daarbij de massastroom en de enthalpie plus de kinetische energie constant blijft en dat de stroming isentropisch is (behalve bij een verdichtingsstoot). Samen met de toestand van het gas bovenstrooms en de druk benedenstrooms volgt daaruit of bij de stroming de geluidssnelheid wordt overschreden, danwel dat zij subkritiek is.

Voor de verbranding wordt de wet van Wiebe aangehouden, terwijl eveneens per tijdstapje rekening gehouden wordt met de warmteafvoer aan de wanden.

In het rekenprogramma DISELS is deze theorie toegepast.

Het laatste hoofdstuk beschrijft de heiproef uitgevoerd op 23 juni 1981 te Dordrecht, waarbij een voorgespannen betonpaal werd geheid met een dieselblok D30-03, met het doel door metingen vast te stellen of de ontwikkelde theorie een goede benadering is van het werkelijke arbeidsproces.

Daartoe werden bij de 4 instellingen van de brandstofpomp de druk en de verplaatsingen van valblok en slagstuk gemeten en geregistreerd.

Vergelijking van de meetresultaten met de berekeningen leidde tot de conclusie dat het computerprogramma DISELS, in combinatie met het heiprogramma PILEWAVE de werking van het dieselblok voldoende nauwkeurig simuleert.

## SUMMARY

After a short introduction on the development of the art of piledriving, the operation principles of a diesel piledriving-hammer are described in this thesis, first dealing with the phenomena, occurring when a pile is driven into the soil by blow with the hammer, the theory of piledriving and then the diesel process-cycle is examined, by which the blows are effected.

The theory of piledriving is based on the propagation of stress-waves both in the pile and in the hammer and their modification at discontinuities.

The influence of the skinfriction can be explained and assessed by a method which I have developed:

the downward waves decrease with half of the friction and the upward waves increase with the other half.

The insight obtained with the principle is widened with a number of special cases, viz. discontinuities in geometry, in material properties and in time.

The theory of piledriving is completed with a discussion of the results of measurements in the field and of the soil-investigation. By interpretation of which "soil-models" can be devised and the necessary parameters for the analysis can be obtained.

With respect to the process-cycle of the dieselhammer - which produces the required energy for the blow - the formation of the mathematical model starts with the definition of 8 phases:

1. free fall and expulsion of air;
2. compression;
3. impact;
4. evaporation of the fuel;
5. combustion;
6. expansion;
7. exhaust;
9. air intake.

The operation is analysed by considering changes of the state of the gas in the cylinder during a short timestep, during which it is permissible to consider some of the variables to be constant.

After treating the dynamics of the falling-weight, the impacthead and the pile, the principles of the thermodynamics of the gas - supposed to be ideal - are dealt with. The dependence of the specific heat from the temperature is taken into account.

Where required, the modification of the composition of the gas is analysed, for which the increase of entropy due to mixing is also considered.

For the analysis of the exhaust- and intake flow the same principles are used. It is assumed that the mass-flow and the enthalpy plus kinetic energy remains constant during a timestep and that the flow is isentropic (with exception of the possible pressure jump). Together with the state of the upstream gas and the pressure downstreams, these principles define the flow, which can be supersonic or subsonic.

For the combustion Wiebe's law is used, and the cooling of the gas is accounted for each timestep.

The computerprogram DISELS is an application of the theory of the process-cycle of a diesel piledriving-hammer.

The last chapter describes the piledriving-test performed at Dordrecht on June 23<sup>rd</sup>, 1981. A prestressed concrete pile was driven by a Delmag dieselhammer D30-03 with the purpose to ascertain by measurement if the theory developed in this thesis is a good approximation of the real process-cycle.

To that end the pressure of the gas and the movements of both falling-weight and impacthead were measured and recorded.

Comparison of the result of the measurements with the computed values has led to the conclusion that the program DISELS combined with the piledriving-program PILEWAVE, produces a fairly accurate simulation of the operation of a diesel piledriving-hammer.

Translated title:

Operating principles of diesel piledriving-hammers.

Keywords:

Formulas; Analysis; Theory; Program, Pilewave, Disels; Piledriving; Piledriving energy; Piling equipment; Dynamics, Thermodynamics, Combustion, Cooling, Impact; Stress waves, wave equations; Impedancy; Skin friction; Skinfriction; Point resistance; Driveability.

## 1. INLEIDING

### 1.1 Paalfunderingen

De fundering van een bouwwerk (gebouwen, landhoofden en pijlers van een brug, keer- en kademuren) is het onderste deel van het bouwwerk waarmee de belastingen overgedragen worden op de grond.

Als de grond vanaf het bodemoppervlak (het maaiveld) tot een diepte die afhankelijk is van de afmetingen van het bouwwerk, genoeg draagkracht heeft om de belastingen te dragen, kan het bouwwerk direct op de grond worden gefundeerd, meestal na een geringe ontgraving. Men noemt dit een *fundering "op staal"*.

Vaak is de grond echter pas op een aanzienlijke diepte voldoende draagkrachtig, zodat een *diepe fundering* nodig is - e.e.a. gelet op de totale belasting en de omvang van het bouwwerk.

In zo'n geval is ontgraving meestal niet economisch (tenzij diepe kelders nodig zijn) en de fundering bestaat dan uit elementen die in de grond gebracht worden tot in de draagkrachtige lagen. Hiervoor bestaan een aantal methoden, waarvan de *fundering op palen* de meest gebruikelijke is.

### 1.2 Het in de grond brengen van palen

Palen kunnen op tal van manieren aangebracht worden o.a. door in een boorgat beton te storten, door geprefabriceerde palen door trillen in de grond laten zakken, door ze de grond in te drukken en door *heien*.

Heien is de oudste methode, die ook nu (en vermoedelijk ook in de toekomst) het meest toegepast wordt.

### 1.3 Heien

Heien is het grootschalige analogon van het inslaan van een spijker.

De paal wordt in een daartoe geëigende "*heistelling*" geplaatst met de "*punt*" op de grond waarna op de "*kop*" slagen worden gegeven met een hamer, hier te lande meestal "*heiblok*" genoemd. Dit blok kan op en neer bewegen langs de "*leider*", een onderdeel van de stelling.

Oudtijds werd het blok door een heiploeg via een kabel die over de boven in de stelling geplaatste zg. rammelschijf liep, opgetrokken, waarna men het liet vallen. Dit geschiedde op commando van de heibaas en onder het zingen van een heiliedje. Gedurende het heien werd bijgehouden hoever de paal zakt en wel meestal door het aantal slagen te tellen nodig voor het indringen over bv. een voet. Dit heet "*kalenderen*" van de paal. Als de heibaas tenslotte van mening was dat de indringing per slag voldoende klein was, of als er geen zakking meer plaats vond, werd de paal geacht voldoende diep te zijn ingehaald zodat een volgende paal kon worden geheid.

In hoofdzaak gebeurt heien ook thans nog op deze wijze, zij het dat thans het ophalen van het blok niet met mankracht maar gemechaniseerd geschiedt.

Ongeveer een eeuw geleden werd daartoe een *stoomlier* gebruikt, nog altijd werkend op een eenvoudig valblok. Daarna kwamen er *stoomhamers*, waarbij het valblok door stoomdruk opgeheven werd, waarna in de hoogste stand de stoomuitlaat vrij kwam zodat het blok weer op de paal viel. In 1934 kwam er een revolutionaire ontwikkeling door de uitvinding door Delmag van het "*dieselblok*".

Een dieselblok bestaat in hoofdzaak uit:

- a. Een *cylinder* of *mantel*, aan de bovenzijde open en aan de onderzijde afgesloten door het *slagstuk* dat daarin over een beperkte afstand op en neer kan bewegen.
- b. Een lange zuiger die het *valgewicht* vormt.
- c. *Uit- en inlaatopeningen* in de mantel op ca. 0,5 m boven het slagstuk.
- d. Een in enige standen *regelbare brandstofpomp* waardoor kort voor het treffen van het slagstuk door de zuiger de gewenste hoeveelheid dieselolie wordt ingespoten.

De werking is als volgt:

Bij het starten wordt het valgewicht door een speciale inrichting over 1 à 1,5 m opgetrokken waarna het automatisch los gelaten wordt. Het valt dan waarbij de druk van de lucht in de cylinder aanvankelijk slechts weinig toeneemt totdat de uitlaatopeningen door het passerende valgewicht worden afgesloten, waarna de druk tot enige atmosferen oploopt en de zuiger dus iets wordt afgeremd. Op het ogenblik van treffen wordt de inmiddels ingespoten dieselolie verstoven en begint te verbranden. De gasdruk loopt dan sterk op, waardoor het valgewicht wordt opgetild tot het op een hoogte van enige meters even tot stilstand komt en weer begint te vallen.

De start-procedure behoeft dus niet herhaald te worden.

Een *dieselblok* werkt dus als een *tweetakt dieselmotor*, uiteraard zonder drijfstang, krukas en vliegwiel.

Een en ander wordt uitvoeriger beschreven in hoofdstuk 5.

Behalve het dieselblok zijn er nog andere heiblokken uitgevonden waarvan de voornaamste de *hydraulisch* op en neer bewogen blokken, waarbij een hogere trefsnelheid bereikt kan worden dan door de zwaartekracht alleen.

Door de Hollandsche Beton Groep is in de jaren 70 een dergelijk blok, waarin bovendien een voorgespannen buffer is ingebouwd, ontworpen op aanwijzingen van Duyster. Dit blok werd *hydroblok* genoemd.

#### 1.4 Beoordeling van het resultaat

Euwenlang werd het resultaat van het heien op grond van de ervaring beoordeeld. Sinds het begin van de 19de eeuw werd getracht deze ervaring in formules vast te leggen: de *heiformules*. Sindsdien en zelfs tot in de jaren 60 is een zeer groot aantal heiformules ontwikkeld: in een publikatie van Delmag [1] worden er 43 vermeld! Alle berusten op energiebeschouwingen en de veronderstelling dat de weerstand gedurende het heien gelijk is aan de statische weerstand. Zij worden gehanteerd met veiligheidsfactoren, sommige met een factor 10.



Het grote aantal heiformules, de wisselende populariteit ervan in de diverse landen en de overmatige veiligheidsfactoren zijn een aanwijzing dat zij slechts de *plaatselijke ervaring* weergeven voorzien van het wetenschappelijke tintje van een formule.

*Extrapolatie* naar bv. langere palen, nieuw heimaterieel of een andere bodemgesteldheid is dus *niet goed mogelijk*.

### 1.5 Schaalvergroting

De te heien palen zijn sinds de jaren 30 veel zwaarder en langer geworden. Vooral de fundering van boor- en exploitatieplatform op zee maakt soms palen nodig van bv. 190 m lengte, bestaande uit een stalen buis met een diameter van zo'n 2 m.

Ook het heimaterieel is sterk ontwikkeld naar hamers met een zeer groot vermogen waarmee slagkrachten in de orde van 10 à 60 MN worden ontwikkeld.

Daarbij bleek dat de heiformules niet meer toereikend waren: de ervaring liet ons in de steek. Dit was voor een aantal onderzoekers de reden om de dynamische processen die bij het heien een rol spelen te analyseren: de aanzet tot het opstellen van een *heitheorie*, [2], [3], [4].

### 1.6 Heitheorie en heiberekeningen

Het doel van de heitheorie was het opstellen van rekentechnieken teneinde voorspellingen te kunnen doen over het resultaat van een slag met een bepaalde heihamer op een bepaalde paal in een bepaalde grond.

De heitheorie kan nl. geen kant en klare, algemeen geldige formules opleveren doordat:

- a) Er een aantal verschillende heihammers bestaan met vaak meer dan een component en met diverse werkwijzen.
- b) De palen worden gemaakt van diverse materialen; de vorm is niet altijd prismatisch of cilindrisch en de doorsnede kan variabel zijn (bv. door een verzwaarde punt).
- c) De grondeigenschappen variëren met de diepte en bovendien zijn de weerstanden die de grond op de paal uitoefent niet constant.

Voorts is heien een *dynamisch proces* zodat alles wat er gedurende een heislag gebeurt *tijdsafhankelijk* is. Hetgeen op een bepaalde plaats op een bepaald ogenblik gebeurt, is afhankelijk van hetgeen op andere plaatsen ervóór is geschied.

Voor een dergelijk proces kan een berekening slechts geschieden voor een *groot aantal opeenvolgende tijdstippen* met zeer kleine intervallen (*tijdstapjes*). Voor elk tijdstip zijn er dan nog een groot aantal berekeningen nodig. Een berekening "uit de hand" is daartoe veel te langzaam, zodat gebruik gemaakt moet worden van een rekenautomaat (in het volgende, zoals gebruikelijk is, computer genoemd). Het uit de theorie volgende rekenvoorschrift wordt aan de computer medegedeeld door een *computerprogramma*.

Een dergelijk *heiprogramma* kan *heel algemeen* worden opgesteld, zij het dan dat het onderdeel ervan dat de werking van de hamer beschrijft voor elk type heihamer (zoals o.m. een stoomhamer van het type Menck, een Vulcan stoomhamer, een dieselblok of een

hydroblok) naar hun aard moeten worden geprogrammeerd (uiteraard volgens de zelfde principes voortvloeiende uit de dynamica).

De voor elk geval afzonderlijke numerieke gegevens worden apart ingevoerd en door de computer via het programma "gelezen".

In de volgende hoofdstukken worden achtereenvolgend behandeld:

2. en 3. Heitheorie en heiprogramma's;

4. Het heimaterieel en de palen;

5. De theorie van het dieselblok en het dieselblok-  
programma;

6. De experimentele toetsing van het dieselprogramma.

## 2. DE HEITHEORIE

### 2.0 Spanningsgolven in een elastisch medium

Op het ogenblik dat het heiblok de paal treft, met andere woorden: als het *blok* en de *paal* met elkaar in *botsing* komen, ontstaat er een verandering in de spanningstoestand in het contactvlak, uiteraard zowel in het blok als in de paal.

Een *plotselinge verandering* in de spanningstoestand op een bepaalde plaats in een medium, dus een plaatselijke verstoring van het evenwicht, *kan niet beperkt blijven tot die plaats.*

De veranderingen van de spanningstoestand en van de daarmee samenhangende deformatietoestand *planten zich in het medium voort.*

Dit treedt, bijvoorbeeld op bij de druk- en dichtheidsvariaties in lucht die zich voortplanten met de geluidssnelheid. Men spreekt dan over de *voortplanting van geluidsgolven* met een *voortplantingssnelheid*  $c$ .

2.0.1 In een "ideaal"gas is deze voortplantingssnelheid gelijk aan

$c = \sqrt{\kappa p/\rho}$ , waarin  $p$  de druk voorstelt en  $\rho$  de dichtheid;

$\kappa$  is een "materiaalconstante" van het gas. De spanningsveranderingen in een gas zijn veranderingen van de druk (d.i. een normaalspanning); schuifspanningen zijn in een gas vrijwel te verwaarlozen. De veranderingen van de deformatietoestand is een verandering van het volume per massa-eenheid, dus van de van de dichtheid.

In een (ideaal)gas is er maar één relatie tussen de spanningstoestand en de deformatietoestand (nl. de "toestandsvergelijking"  $p = \rho RT$  (zie 5.5). Daarom is er maar één soort golfverschijnsel en één voortplantingssnelheid.

2.0.2 In een *vast elastisch medium* wordt de relatie tussen de spanningstoestand (normaal- en schuifspanningen) en de deformatietoestand (volumeveranderingen en vormveranderingen) beheerst door *twee elasticiteitsconstanten* (b.v. de elasticiteitsmodulus en de constante van Poisson).

Het blijkt dan ook dat er *twee soorten golfverschijnselen* zijn elk met een bepaalde voortplantingssnelheid en wel:

$$1) \text{ die van de volumeveranderingen } c_l = \sqrt{\frac{E}{\rho} \cdot \frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}}$$

$$2) \text{ die van de rotaties } c_t = \sqrt{\frac{G}{\rho}} = \sqrt{\frac{E}{\rho} \cdot \frac{1}{2(1+\nu)}}$$

De afleiding hiervan is te vinden in verhandelingen over de elasticiteitsleer van vaste stoffen, b.v. [10]; zij wordt in het volgende verkort weergegeven:

De wet van Newton wordt toegepast op een elementair volumedeeltje.

Dit gaat het gemakkelijkste door toepassing van *vectorrekening*.

Als de verplaatsing van een elementair volumedeeltje voorgesteld wordt door de vector  $\bar{u}$  dan kunnen door toepassing van de wet van Hooke de krachten die op dit deeltje werken worden berekend waarvoor, na een afleiding die hier achterwege gelaten wordt, - zij is b.v. te vinden in [10] - gevonden wordt dat de resultante van deze krachten is:

$$(\lambda+2\mu)\nabla(\nabla\cdot\bar{u})-\mu\nabla\times(\nabla\times\bar{u}) \quad (2.0.1)$$

Hierin stelt, zoals gebruikelijk,  $\nabla$  een vector differentiaal operator voor, in rechthoekige coördinaten gelijk aan

$$\bar{i} \frac{\partial}{\partial x} + \bar{j} \frac{\partial}{\partial y} + \bar{k} \frac{\partial}{\partial z}; \quad \bar{i}, \bar{j} \text{ en } \bar{k} \text{ zijn de eenheidsvectoren in}$$

x, y en z-richting.

De elasticiteitsconstanten die hier worden gebruikt zijn die

$$\text{van Lamé nl. } \lambda = \frac{VE}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad \text{en} \quad \mu = G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

Met  $\bar{u} = u_x \bar{i} + u_y \bar{j} + u_z \bar{k}$  heeft men dan:

$$1. \quad \nabla \cdot \bar{u} = \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = \text{de som van de specifieke rekken}$$

in x, y en z-richting (d.i. een scalar)

$\nabla \cdot \bar{u}$  stelt dus de *specifieke volumeverandering* voor.

$$2. \quad \nabla \times \bar{u} = \bar{i} \left( \frac{\partial u_z}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial z} \right) + \bar{j} \left( \frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) + \bar{k} \left( \frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y} \right)$$

Dit is een vector. De componenten ervan zijn de *rotaties*

om de x, y en z-assen.

De totale kracht is gelijk aan de massa maal de versnelling

$\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t^2}$ , zodat de differentiaal vergelijking wordt

$$(\lambda + 2\mu) \nabla (\nabla \cdot \bar{u}) - \mu \nabla \times (\nabla \times \bar{u}) = \rho \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t^2} \quad (2.0.2)$$

Door de vector differentiaal operator  $\nabla$  op deze vergelijking

te laten werken, en wel ten eerste scalair ( $\nabla \cdot$ ) en ten tweede

vectorieel ( $\nabla \times$ ) vindt men hieruit: (met de notatie:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2})$$

$$1. \quad (\lambda + 2\mu) \nabla^2 (\nabla \cdot \bar{u}) = \rho \frac{\partial^2 (\nabla \cdot \bar{u})}{\partial t^2} \quad (2.0.3)$$

$$2. \quad \mu \nabla^2 (\nabla \times \bar{u}) = \rho \frac{\partial^2 (\nabla \times \bar{u})}{\partial t^2} \quad (2.0.4)$$

Dit zijn beiden *differentiaal vergelijkingen van een verschijnsel* waarbij zich voortplantende golven optreden.

De voortplantingssnelheid van de *volume-veranderingen*

( $\nabla \cdot \bar{u}$ ) is gelijk aan

$$c_l = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} = \sqrt{\frac{(1-\nu)E}{(1+\nu)(1-2\nu)\rho}} \quad (2.0.5)$$

Die van de *rotatie* ( $\nabla \times \bar{u}$ ) is gelijk aan

$$c_t = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} = \sqrt{\frac{E}{2(1+\nu)\rho}} \quad (2.0.6)$$

### 2.0.3 Teneinde meer inzicht te verkrijgen in de spanningsgolven

die in het inwendige van een elastisch isotroop lichaam kunnen voorkomen, beschouwen wij een tweetal gevallen van *vlakke* golfbewegingen die zich in de  $x$ -richting voortplanten met de snelheid  $c$  (dus hetzij  $c_l$  of  $c_t$ ).

Dit wordt uitgedrukt door te stellen dat de verplaatsingen, spanningen etc. functies zijn van ( $x \pm ct$ ).

In de eerste plaats het geval dat

$$\bar{u} = (f(x-ct) + g(x+ct)) \bar{i} \quad (\text{dus } \bar{u} \text{ heeft alleen een } x\text{-component})$$

$f$  is een functie van de variabele  $\xi = x-ct$ ,  $g$  een functie van  $\eta = x+ct$ .

Dan is:

$$\nabla \cdot \bar{u} = (\bar{i} \frac{\partial}{\partial x} + \bar{j} \frac{\partial}{\partial y} + \bar{k} \frac{\partial}{\partial z}) \cdot (f(\xi) + g(\eta)) \bar{i} = \frac{df}{d\xi} + \frac{dg}{d\eta}$$

$$\nabla \times \bar{u} = \bar{j} \frac{\partial u_x}{\partial z} - \bar{k} \left( \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) = 0$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = \bar{i} \left( \frac{df}{d\xi} \frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{dg}{d\eta} \frac{\partial \eta}{\partial t} \right) = \bar{i} \left( -c \frac{df}{d\xi} + c \frac{dg}{d\eta} \right)$$

$$\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t^2} = \bar{i} c^2 \left( \frac{d^2 f}{d\xi^2} + \frac{d^2 g}{d\eta^2} \right)$$

$$\nabla(\nabla \cdot \bar{u}) = (\bar{i} \frac{\partial}{\partial x} + \bar{j} \frac{\partial}{\partial y} + \bar{k} \frac{\partial}{\partial z}) (\nabla \cdot \bar{u}) = \left( \frac{d^2 f}{d\xi^2} + \frac{d^2 g}{d\eta^2} \right) \bar{i}$$

Gesubstitueerd in (2.0.1) levert dit (na weglating van  $\bar{i}$ )

$$(\lambda + 2\mu) \left( \frac{d^2 f}{d\xi^2} + \frac{d^2 g}{d\eta^2} \right) = \rho c^2 \left( \frac{d^2 f}{d\xi^2} + \frac{d^2 g}{d\eta^2} \right) \quad (2.0.7)$$

$$\text{Hieruit volgt } c^2 = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho} = c_1^2$$

Men heeft hier dus twee golfverschijnselen die zich voortplanten met de snelheid  $c_1 = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}$ , het ene in de positieve x-richting, de andere in de negatieve x-richting en waarbij de bewegingsrichting van de deeltjes d.i. de richting van  $\frac{\partial \bar{u}}{\partial t}$  eveneens langs de x-richting plaats heeft.

Het zijn dus *longitudinale* golven.

De bij deze golfbeweging behorende spanningstensor blijkt slechts de normaalspanningscomponenten te hebben

$$\sigma_{xx} = (\lambda + 2\mu) \left( \frac{df}{d\xi} + \frac{dg}{d\eta} \right), \quad \sigma_{yy} = \lambda \left( \frac{df}{d\xi} + \frac{dg}{d\eta} \right) \quad \text{en} \quad \sigma_{zz} = \sigma_{yy}$$

In de tweede plaats het geval dat  $\bar{u} = (f(\xi) + g(\eta)) \bar{j}$ , dus met uitsluitend een y-component, die een functie is van  $\xi = x - ct$  en  $\eta = y + ct$ .

Dan blijkt dat  $\nabla \cdot \bar{u} = 0$ ,  $\nabla \times \bar{u} = \bar{k} \left( \frac{d^2 f}{d\xi^2} + \frac{d^2 g}{d\eta^2} \right)$ , een vector

in de z-richting, en  $-\nabla \times (\nabla \times \bar{u}) = + \left( \frac{d^2 f}{d\xi^2} + \frac{d^2 g}{d\eta^2} \right) \bar{j}$ .

Voorts is  $\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t^2} = c^2 \left( \frac{d^2 f}{d\xi^2} + \frac{d^2 g}{d\eta^2} \right) \bar{j}$ .



De differentiaal vergelijking levert dan op

$$\mu \left( \frac{d^2 f}{d\xi^2} + \frac{d^2 g}{d\eta^2} \right) \bar{j} = \rho c^2 \left( \frac{d^2 f}{d\xi^2} + \frac{d^2 g}{d\eta^2} \right) \bar{j}. \quad (2.0.8)$$

Hieruit volgt dat  $c^2 = \frac{\mu}{\rho} = c_t^2$ .

De bewegingssnelheid  $\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = c \left( -\frac{df}{d\xi} + \frac{dg}{d\eta} \right) \bar{j}$  in is dus

evenwijdig aan de  $y$ -as.

In dit geval heeft men eveneens twee golfverschijnselen die zich voortplanten met snelheid  $c_t = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$  de ene in de positieve  $x$ -richting en de andere in de negatieve  $x$ -richting; de bewegingsrichting van de deeltjes is nu loodrecht op de voortplantingsrichting. Het zijn dus *transversale* golven, die *gepolariseerd* zijn in het  $x$ - $y$  vlak.

De spanningstensor heeft in dit geval slechts twee schuifspanningscomponenten

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left( \frac{df}{d\xi} + \frac{dg}{d\eta} \right)$$

#### 2.0.4 In het algemeen:

Als in het beschouwde gebied het *verplaatsingsveld rotatie vrij* is ( $\nabla \times \bar{u} = 0$ ) dan heeft men een golfverschijnsel met

*fase snelheid*  $c = c_1 = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} = \sqrt{\frac{(1-\nu)E}{(1+\nu)(1-2\nu)\rho}}$  waarvan

de snelheidsvector de richting heeft van de golfvoortplanting (d.w.z. *longitudinale* golven).

Als in het beschouwde gebied het verplaatsingsveld zodanig is dat de *specifieke volume-verandering* nul is ( $\nabla \cdot \bar{u} = 0$ ) dan heeft men een golfverschijnsel met een fasesnelheid  $c = c_t = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$  waarvan de snelheidsvector een richting heeft loodrecht op de richting van de golf voortplanting (*transversale* golven).

Indien er zowel rotatie is als volume-verandering kan de bewegingstoestand worden opgevat als de superpositie van een rotatie- en dilatatiegolf (of compressiegolf).

De *longitudinale* dilatatie- of compressiegolven waarbij de beweging in de richting van de voortplanting plaats heeft en waarbij in de vlakken loodrecht op de voortplantingsrichting *normaal spanningen* optreden, worden vaak aangeduid als "primaire" P golven (ook wel "push waves").

De *transversale* rotatiegolven met de bewegingsrichting in de normaalvlakken van de voortplantingsrichting, waarbij in deze normaalvlakken *schuifspanningen* werken, worden aangeduid als "secundaire" S golven (shear waves of shake waves). Deze golven zijn gepolariseerd.

- 2.0.5 Uit verdere analyse van deze golfverschijnselen, b.v. te vinden in [10], blijkt dat bij *reflecties* (aan een vrij oppervlak) en bij de *refracties* (bij een scheidingsvlak tussen twee verschillende media) van een *enkelvoudige golf* (dus een longitudinale compressiegolf of een transversale golf) *beide types golven ontstaan*, met uitzondering van het geval van een voortplantingsrichting loodrecht op het grensvlak en van een S golf gepolariseerd in de richting evenwijdig aan het grensvlak.

Een en ander is het gevolg van het feit dat een vrij grensvlak spanningsloos moet blijven. Voor een grensvlak tussen twee media moet gelden dat de spannings- en de bewegings-toestand ter weerszijden dezelfde moet zijn.

Na deze uitweiding keren wij terug naar de heitheorie. Tengevolge van de botsing van het heiblok op de paal (hetgeen meestal geschiedt via een tussenconstructie nl. een slagplaat, een heimuts met eventueel een mutsvulling) ontstaan spanningsgolven in alle medewerkende delen, dus het blok, de tussenconstructie en de paal.

Een paal is op te vatten als een dunne prismatische staaf. In een slanke staaf met constante doorsnede  $A$  is de voortplanting van spanningsgolven minder gecompliceerd dan in een willekeurig elastisch vast medium. Dit volgt uit het feit dat de dwarscontractie in dat geval te verwaarlozen is, dat de spanningen in dwarsrichting nul zijn en de spanningen in langsrichting gelijk zijn aan het produkt van de rek in die richting en de elasticiteitsmodulus. Dit is de enige elasticiteitsconstante die van belang is.

Daarom is er ook slechts één voortplantingssnelheid

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}.$$

De analyse van de longitudinale spanningsgolven in dunne staven is te vinden in tal van leerboeken over toegepaste mechanica; zij is voor het eerst beschreven door D'Alembert (1717 - 1783).

Wegens het belang voor de heitheorie en teneinde een aantal eigenschappen en begrippen over de voortplanting van longitudinale spanninggolven te introduceren, die in het volgende herhaaldelijk worden gebruikt, wordt een analyse ervan hier weergegeven.

### 2.1 Longitudinale spanninggolven in staven

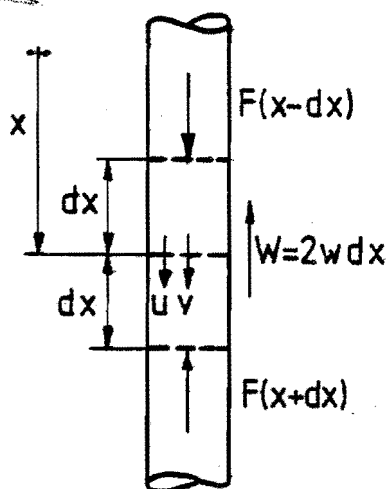


Fig. 2.1-1 De krachten werkend op een mootje van de staaf

In fig. 2.1-1 is een deel van de staaf der lengte  $2dx$  voorgesteld, waarvoor hieronder de bewegingsvergelijking wordt opgesteld. Alvorens hiertoe over te gaan wordt een aantal tekenafspraken gemaakt:

De heitheorie heeft betrekking op (vrijwel) verticale palen die door drukkrachten in de grond worden gedreven; het is dan praktisch om in het vervolg de tekens als volgt te kiezen:

*Afstanden x gemeten langs de paal vanaf de paalkop naar beneden zijn positief.*

*Neerwaartse verplaatsingen zijn positief.*

*Neerwaartse snelheden zijn positief.*

*Drukkrachten zijn positief.*

### 2.1.1 De differentiaal vergelijking

Op het deel ter lengte  $2 dx$  werken de krachten:

in positieve richting  $F(x-dx) = F - \frac{\partial F}{\partial x} dx$

in negatieve richting  $F(x+dx) = F + \frac{\partial F}{\partial x} dx$  en de weerstand  $2wdx$ .

Op dit deel, met massa  $\rho \cdot A \cdot 2dx$  werkt dus de resultante van deze krachten  $(-2 \frac{\partial F}{\partial x} - 2w) dx = -(\frac{\partial F}{\partial x} + w) \cdot (2dx)$ , zodat volgens de

eerste wet van Newton

$$-2 \left( \frac{\partial F}{\partial x} - w \right) dx = 2A\rho dx \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

of

$$\frac{\partial F}{\partial x} + w + A\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad (2.1.1)$$

Als het materiaal voldoet aan de wet van Hooke dan is het verband tussen  $F$  en  $u$ :

$$F = -EA\varepsilon = -EA \frac{\partial u}{\partial x}$$

zodat

$$\frac{\partial F}{\partial x} = -EA \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

Daarmee gaat de differentiaal vergelijking over in

$$- EA \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + w + A\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad (2.1.2)$$

Deze differentiaal vergelijking kan slechts worden opgelost

als bekend is hoe  $w$  afhangt van  $x$ ,  $t$ , en  $u$ .

Het eenvoudigste geval doet zich voor als er geen wrijvingsweerstand is:  $w = 0$ .

### 2.1.2 De oplossing voor het eenvoudigste geval

De differentiaal vergelijking luidt dan

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{E}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (2.1.3)$$

$\frac{E}{\rho}$  heeft de dimensie van het kwadraat van een snelheid, immers

$$\frac{\text{N/m}^2}{\text{kg/m}^3} = \frac{\text{Nm}}{\text{kg}} = (\text{m/s})^2$$

Wij schrijven hiervoor  $\frac{E}{\rho} = c^2$  (2.1.4)

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 \quad (2.1.5)$$

Men kan deze differentiaal vergelijking anders schrijven als men twee differentiaal operatoren definieert nl.

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + c \frac{\partial}{\partial x}\right) \text{ en } \left(\frac{\partial}{\partial t} - c \frac{\partial}{\partial x}\right) \quad (2.1.6)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + c \frac{\partial}{\partial x}\right) \left(\frac{\partial}{\partial t} - c \frac{\partial}{\partial x}\right) u = 0$$

Er zijn dus twee oplossingen mogelijk n.l. die van twee differentiaal vergelijkingen van de eerste orde

$$\frac{\partial u\downarrow}{\partial t} + c \frac{\partial u\downarrow}{\partial x} = 0 \text{ en } \frac{\partial u\uparrow}{\partial t} - c \frac{\partial u\uparrow}{\partial x} = 0 \quad (2.1.7)$$

Hierin zijn  $u\downarrow$  en  $u\uparrow$  twee verschillende functies.

De beide differentiaal operatoren moeten nuloperatoren zijn.

$$\frac{\partial}{\partial t} + c \frac{\partial}{\partial x} = 0 \quad \text{en} \quad \frac{\partial}{\partial t} - c \frac{\partial}{\partial x} = 0$$

Deze kunnen vereenvoudigd worden door in plaats van  $t$  de variabele  $\tau = ct$  te kiezen, waardoor de operatoren overgaan in:

$$\frac{\partial}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial x} = 0 \quad \text{en} \quad \frac{\partial}{\partial \tau} - \frac{\partial}{\partial x} = 0$$

of

$$\frac{\partial}{\partial \tau} = - \frac{\partial}{\partial x} \quad \text{en} \quad \frac{\partial}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x}$$

Aangezien de totale differentiaal van een functie  $y$ , afhankelijk in  $x$  en  $\tau$  gelijk is aan

$$dy = \frac{\partial y}{\partial \tau} d\tau + \frac{\partial y}{\partial x} dx$$

verkrijgt men voor het eerste geval

$$dy = - \frac{\partial y}{\partial x} d\tau + \frac{\partial y}{\partial x} dx = \frac{\partial y}{\partial x} (-d\tau + dx)$$

De functie  $y$  is constant als  $-d\tau + dx = 0$  zodat  $x - \tau = \text{Constant}$ . Vervangt men  $\tau$  weer door  $ct$  dan moet  $x - ct = \text{Constant}$  opdat  $y$  niet verandert.

Evenzo is in het tweede geval  $y$  constant als  $x + ct$  constant is. Hieruit volgt dat er in het  $x - t$  vlak twee bundels onderling evenwijdige rechten zijn waar langs de functies  $u_{\uparrow}$  resp.  $u_{\downarrow}$  constant zijn; de vergelijkingen van deze rechten luiden

$$x - ct = \text{constant} \quad \text{en} \quad x + ct = \text{constant}$$

Deze bundels worden de *karakteristieken* van de differentiaalvergelijking genoemd.

De oplossing van de vergelijking luidt dus

$$u = u_{\downarrow} + u_{\uparrow} = f(x-ct) + g(x+ct) \quad (2.1.8)$$

Hiervan zijn  $f$  en  $g$  twee (voorlopig willekeurige) functies van de enkele onafhankelijke variabelen  $\xi = x - ct$  respectievelijk  $\eta = x + ct$

Deze beide functies hebben dus het karakter van twee lopende ongedempte golven met voortplaatsingssnelheid  $c$ .

$u_{\downarrow} = f(x-ct)$  is een *golf* die zich in de *positieve x richting* voortplant

$u_{\uparrow} = g(x+ct)$  is een *golf* die zich in de *negatieve x richting* voortplant

Alle van  $u$  afgeleide grootheden, zoals de bewegingssnelheid  $v$ , en de spanning in de staaf zijn de som van twee functies van dezelfde variabelen  $\xi$  en  $\eta$

Teneinde het inzicht hierna te vergroten gaan wij terug naar de differentiaal-vergelijkingen (2.1.7), waarvoor geschreven kan worden

$$v_{\downarrow} + c\varepsilon_{\downarrow} = 0 \quad \text{en} \quad v_{\uparrow} - c\varepsilon_{\uparrow} = 0$$

Met de betrekking  $\sigma = E \cdot \varepsilon$  wordt dit

$$v_{\downarrow} = -\frac{c}{E} \sigma_{\downarrow} \quad \text{en} \quad v_{\uparrow} = +\frac{c}{E} \sigma_{\uparrow}$$

Met de betrekking (2.1.4)  $E = c^2 \rho$  wordt dat

$$v_{\downarrow} = -\frac{\sigma_{\downarrow}}{c\rho} \quad \text{en} \quad v_{\uparrow} = +\frac{\sigma_{\uparrow}}{c\rho}$$

De totale spanning  $\sigma$  is gelijk aan  $\sigma_{\downarrow} + \sigma_{\uparrow}$  en de deeltjes-snelheid  $v$  is gelijk aan  $v_{\downarrow} + v_{\uparrow}$ ; zodat

$$v = v_{\downarrow} + v_{\uparrow} = \frac{-\sigma_{\downarrow} + \sigma_{\uparrow}}{c\rho}$$



Gaat men van de spanningen over op de totale (druk)kracht in de staaf  $F = A\sigma$  dan heeft men

$$F = F_{\downarrow} + F_{\uparrow}$$

$$v = \frac{F_{\downarrow} - F_{\uparrow}}{Z} \text{ met } Z = A c \rho = \frac{EA}{c} \quad (2.1.9)$$

Deze grootheid  $Z$  is de stijfheid maar ook de massa van de staaf gerekend over een lengte gelijk aan de afstand die de golven in de tijdseenheid doorlopen. In het volgende zal voor deze grootheid de naam *impedantie* worden gebruikt in navolging van de Josselin de Jong [4]. Ook Miller en Pursey [5] gebruiken deze naam voor een analoge grootheid: zij verstaan onder: "radiation impedance" (of mechanical radiators on the free surface of a semi-infinite isotropic solid): "the ratio of stress to mean displacement velocity".

### 2.1.3 De analytische oplossing voor een geval met wrijving

Thans zal worden nagegaan in welke gevallen differentiaal vergelijking (2.1.2) analytisch kan worden opgelost.

Dit is uiteraard slechts dan mogelijk als er *iets over de weerstand  $w$  bekend* is. Bovendien moet  $w$  dan nog voldoen aan de eis dat zij te formuleren is als een *analytische functie* met als mogelijke variabelen:  $x$ ,  $t$ ,  $u$  en de afgeleiden van  $u$  naar  $x$  en  $t$ .

Het eenvoudigste geval is dan dat de weerstand een visceus karakter heeft, m.a.w. dat  $w$  evenredig is met de deeltjes-

$$\text{snelheid } v = \frac{\partial u}{\partial t}.$$

$$w = b \frac{\partial u}{\partial t}$$

De differentiaal vergelijking wordt dan

$$-EA \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + b \frac{\partial u}{\partial t} + A\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$$

Na deling door  $A\rho$  en na invoering van

$$\frac{E}{\rho} = c^2 \text{ en } \frac{b}{A\rho} = \alpha \text{ vindt men}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \alpha \frac{\partial u}{\partial t} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (2.1.10)$$

Deze differentiaal-vergelijking is inderdaad analytisch op te lossen, b.v. door gebruik te maken van de *transformatie van Laplace*.

$$\bar{u}(x,s) = \int_0^\infty u(x,t) e^{-st} dt$$

Hierin is  $s$  een nader te bepalen parameter.

Past men deze transformatie toe op de partiële differentiaal-vergelijking dan verkrijgt men een gewone differentiaal-vergelijking met  $x$  als onafhankelijk variabele, die uiteraard de  $s$  als parameter bevat:

$$c^2 \frac{d^2 \bar{u}}{dx^2} = (s^2 + \alpha s) \bar{u} \quad (2.1.11)$$

De oplossing hiervan luidt:

$$\bar{u}(x,s) = C_1 \cos \left( i \sqrt{\frac{s^2 + \alpha s}{c^2}} x \right) + C_2 \sin \left( i \sqrt{\frac{s^2 + \alpha s}{c^2}} x \right) \quad (2.1.12)$$

$C_1$  en  $C_2$  zijn de integratie constanten die uit de (eveneens getransformeerde) randvoorwaarden volgen.

Om tenslotte de functie  $u(x,t)$  te vinden wordt de *inverse Laplace transformatie* toegepast

$$u(x,t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{a-i\infty}^{a+i\infty} \bar{u}(x,s) e^{st} ds \quad (2.1.13)$$

Door toepassing van de integraalstelling van Cauchy kan worden afgeleid dat deze integraal gelijk is aan de som van de *residuen* in de *polen* van de integrand  $\bar{u}(x,s) \cdot e^{st}$  \*) (Voor een andere toepassing van Laplace transformaties, nl. de berekening van de eigentrillingen van een slanke toren op een elastische fundering, heb ik dit formeel bewezen - HBG Informatie nr. 1/74 [6].)

Een en ander is uitgewerkt in appendix 1; resultaat hiervan voor het geval dat een staaf ter lengte  $L$ , die aan het eind  $x = L$  niet kan verplaatsen en waarop in het andere eind  $x = 0$  een blokvormige stoot  $F_0$  werkt tussen de tijdstippen  $t_1$  en  $t_2$  luidt voor de afgeleide functies

$$v(x,t) = \frac{\partial}{\partial t} u(x,t) \quad \text{en} \quad F(x,t) = -EA \frac{\partial}{\partial x} u(x,t):$$

$$\begin{aligned} \frac{v(x,t)}{v_0} = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{W_n} \cos \frac{(2n-1)\pi\xi}{2} e^{-\frac{1}{2}\pi B(\tau-\tau_1)} \sin \frac{1}{2}\pi W_n(\tau-\tau_1) - \\ - e^{-\frac{1}{2}\pi B(\tau-\tau_2)} \sin \frac{1}{2}\pi W_n(\tau-\tau_2) \end{aligned} \quad (2.1.14)$$

$$\begin{aligned} \frac{F(x,t)}{F_0} = \\ = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{W_n} \sin \frac{(2n-1)\pi\xi}{2} e^{-\frac{1}{2}\pi B(\tau-\tau_2)} \cos \left\{ \frac{1}{2}\pi W_n(\tau-\tau_2) - \psi_n \right\} - \\ - e^{-\frac{1}{2}\pi B(\tau-\tau_1)} \cos \left\{ \frac{1}{2}\pi W_n(\tau-\tau_1) - \psi_n \right\} \end{aligned} \quad (2.1.15)$$

\*) Dit geldt uiteraard slechts onder bepaalde voorwaarden.

Hierin is

$$v_0 = \frac{F_0}{Z} = \frac{F_0 c}{EA}, \quad \xi = x/L, \quad \tau = \frac{tc}{L}, \quad \tau_1 = \frac{t_1 c}{L},$$

$$\tau_2 = \frac{t_2 c}{L}, \quad B = \frac{\alpha L}{\pi c}, \quad W_n = \sqrt{(2n-1)^2 - B^2} \quad \text{en}$$

$$\Psi_n = \arctg B/W_n.$$

Deze reeksontwikkelingen voor  $v(x,t)/v_0$  en  $F(x,t)/F_0$

kunnen met behulp van een computer worden berekend met als einduitkomst bijvoorbeeld het verloop van  $v(x,t)$  en  $F(x,t)$  voor een bepaald tijdstip en dus als functies van  $x$ .

Deze kunnen dan, eveneens met een computer, in beeld worden gebracht.

#### 2.1.4 Het in rekening brengen van de wrijving met de methode der karakteristieken

Voor het hier gestelde doel, namelijk een methode te ontwikkelen om het gedrag van een paal gedurende een slag met een heiblok numeriek te kunnen analyseren, is de hierboven geschetste analyse niet goed bruikbaar en wel om een aantal redenen:

- a. Hoewel de *kleef*\* gedurende het heien inderdaad afhankelijk is van de bewegingssnelheid van de paal, is dit verband niet een zuivere evenredigheid (dus niet zuiver "visceus").

Een veel gebruikte benadering volgt uit de aanname dat de evenredigheid pas optreedt als de kleef een grenswaarde

$$w_0 \text{ overschrijdt, hetgeen leidt tot } w = w_0 + \alpha \cdot v \quad (2.1.16)$$

\* Onder *kleef* wordt verstaan de wrijving langs de paalschacht, zowel bij een statische belasting als bij het heien.

Nauwkeuriger geformuleerd kan het verband tussen de kleeft  $w$  en de snelheid  $v$  dan als volgt worden weergegeven

$$-\infty < v < 0 \quad w = -w_0 + \alpha \cdot v$$

$$v = 0 \quad -w_0 < w < w_0$$

$$0 < v < \infty \quad w = w_0 + \alpha \cdot v$$

of in formule

$$w = \frac{v}{|v|} w_0 + \alpha \cdot v \quad \text{of} \quad w = w_0 \left( \frac{v}{|v|} + J \cdot v \right) \quad (2.1.16a)$$

Hierin heeft  $J$ , die een eigenschap is van de grond, de dimensie s/m.

Deze functie is in fig. 2.1-2 in beeld gebracht.

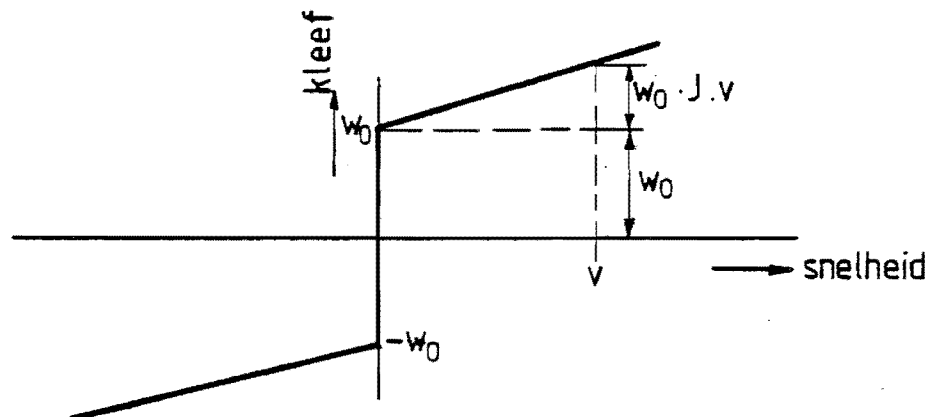


Fig. 2.1-2 Bilineair kleeft-snelheidsdiagram

Dit is een functie die niet lineair in  $v$  is; daaruit volgt dat een analytische oplossing van de differentiaal vergelijking met deze aanzet niet mogelijk is.

- b. De *stoot*, uitgeoefend door het blok is niet van te voren gedefinieerd, doch hangt af van wisselwerking tussen blok, heimuts, paal en de heiveerstanden.

c. De randvoorwaarde die geldt voor de paalpunt is eveneens niet in een analytische vorm te formuleren.

Zij kan als volgt worden uitgedrukt: "zolang de neerwaartse golf die de punt bereikt voldoende is en wel zoals in par.2.2.3.3 zal worden uiteengezet, groter of gelijk aan de helft van de puntweerstand, ontstaat er een opwaartse golf ter grootte van het verschil van die puntweerstand en de neerwaartse golf. Is de neerwaartse golf echter kleiner dan de helft van de puntweerstand dan ontstaat er een opwaartse golf als bij een star, respectievelijk een vrij staafeind, al naar gelang de neerwaartse golf een druk- of een trek golf is. Is het een drukgolf dan levert de grond onder de paalpunt een reactie ter grootte van tweemaal de neerwaartse golf". Het hier gebruikte woord reactie is bewust gekozen om tot uitdrukking te brengen dat dan geen weerstandsgrens wordt overschreden.

De gezochte rekenwijze moet aan een aantal voorwaarden voldoen en wel:

1. Zij mag niet in strijd zijn met de wetten der mechanica;
2. Zij moet de invloed van de kleef correct\* weergeven;
3. Zij moet de verschijnselen aan de punt correct\* weergeven;
4. Zij moet de wisselwerking tussen heiblok en paal tot uitdrukking brengen (eventueel onder de invloed van een heimuts en mutsvullingen).

\* N.B.: Onder "correct weergeven" moet worden verstaan:

"overeenkomstig met de aannamen" en dus niet noodzakelijkerwijs "overeenkomstig met de werkelijkheid"

Een aan deze voorwaarden voldoende rekenwijze kan inderdaad worden afgeleid door toepassing van een in de technische mechanica zeer *gebruikelijke kunstgreep*, namelijk het *vervangen* van een *verdeelde belasting* door een *aantal geconcentreerde lasten* die *statisch equivalent* zijn met de verdeelde belasting.

Men vervangt de verdeelde kleeft  $w$  door een aantal geconcentreerde krachten  $W$ , zodanig dat bijvoorbeeld:

$$W_n = \int_{x_{n-1}}^{x_n} \left( \frac{x-x_{n-1}}{x_n-x_{n-1}} \right) \cdot w(x) dx + \int_{x_n}^{x_{n+1}} \left( \frac{x_{n+1}-x}{x_{n+1}-x_n} \right) w(x) dx$$

Daarmee wordt voldaan aan de statische equivalentie.

Dan zijn echter de *delen van de paal tussen de aangrijpingspunten* van de geconcentreerde wrijvingskrachten *wrijvingsloos*, zodat in elk van deze stukken de golf voortplanting geschiedt zoals voor het wrijvingsloze geval is afgeleid!

In elk van deze delen kunnen zich dus *twee krachtsgolven* voortplanten met *voortplantingssnelheid  $c$*  en wel een, aangeduid door  $F_{\downarrow}$  in neerwaartse (positieve) richting en de andere  $F_{\uparrow}$  in opwaartse richting.

De deeltjessnelheden zijn dan  $v = \frac{F_{\downarrow} - F_{\uparrow}}{Z}$ .

Zo plant zich in deel 1 een golf  $F_{\downarrow 1}$  voort van  $n-1$  naar  $n$  en een golf  $F_{\uparrow 1}$  van  $n$  naar  $n-1$ .

Evenzo in deel 2 een golf  $F_{\downarrow 2}$  van  $n$  naar  $n+1$  en  $F_{\uparrow 2}$  van  $n+1$  naar  $n$  (zie fig. 2.1-3).

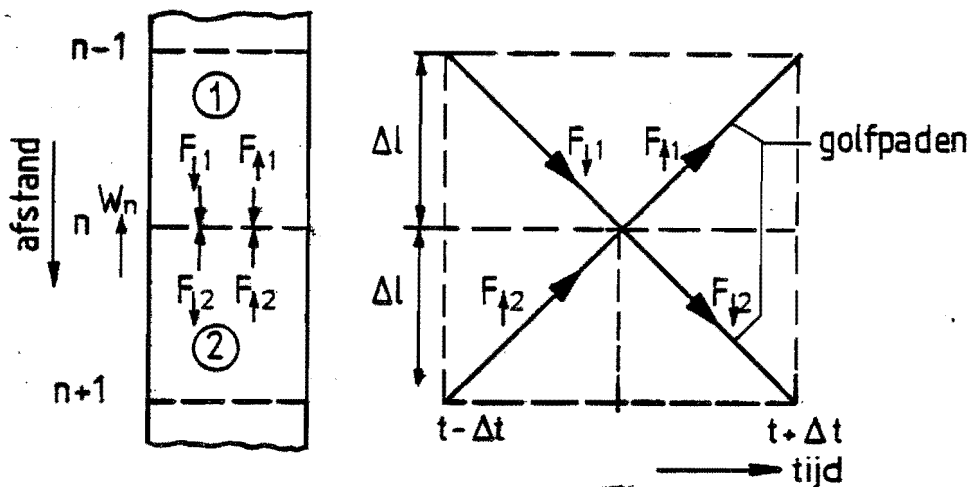


Fig. 2.1-3 De verandering van de krachtsgolven bij het passeren van een geconcentreerde kleefkracht.

Op het tijdstip  $t$  komen in vlak  $n$  golven  $F_{\downarrow 1}$  en  $F_{\uparrow 2}$  aan, respectievelijk van boven en van beneden en vertrekken er de golven  $F_{\uparrow 1}$  en  $F_{\downarrow 2}$ . Aangezien deze beschouwingen slechts zin hebben indien al het voorgaande tot en met tijdstip  $t - \Delta t$  reeds is bepaald, worden  $F_{\downarrow 1}$  en  $F_{\uparrow 2}$  bekend verondersteld. Aannemend dat alle golfintensiteiten drukkrachten (positief) voorstellen en dat de paal neerwaarts beweegt, zodat de wrijvingskracht  $W_n$  naar boven werkt, vindt voor het (massaloze) deelvlak de evenwichtsvergelijking

$$F_{\downarrow 1} + F_{\uparrow 1} = F_{\downarrow 2} + F_{\uparrow 2} + W_n \quad (2.1.17)$$

Voorts moet gelden dat de *snelheid continu* is zodat de bewegingssnelheid  $v$  vlak  $n$  gelijk is aan

$$v = \frac{F_{\downarrow 1} - F_{\uparrow 1}}{Z} \text{ en ook } v = \frac{F_{\downarrow 2} - F_{\uparrow 2}}{Z} \quad (2.1.18)$$

Veronderstelt men dat  $W_n$  eveneens bekend is, dan heeft men een stelsel van 3 vergelijkingen met 3 onbekenden  $F_{\uparrow 1}$ ,  $F_{\downarrow 2}$  en  $v$ .

De oplossing hiervan vindt men bijvoorbeeld door eerst  $F_{\uparrow 1}$  en  $F_{\downarrow 2}$  te elimineren.

$$F_{\uparrow 1} = F_{\downarrow 1} - Z \cdot v \quad F_{\downarrow 2} = F_{\uparrow 2} + Z \cdot v$$



De gesubstitueerd in de evenwichtsvergelijking levert dit

$$2F_{\downarrow 1} - Z.v = 2F_{\uparrow 2} + Z.v + W_n$$

$$2Z.v = 2(F_{\downarrow 1} - F_{\uparrow 2}) - W_n$$

$$\text{of} \quad Z.v = F_{\downarrow 1} - F_{\uparrow 2} - \frac{1}{2}W_n$$

Daarmee wordt

$$F_{\uparrow 1} = F_{\downarrow 1} - (F_{\downarrow 1} - F_{\uparrow 2} - \frac{1}{2}W_n) = F_{\uparrow 2} + \frac{1}{2}W_n$$

(2.1.19)

$$\text{en} \quad F_{\downarrow 2} = F_{\uparrow 2} + (F_{\downarrow 1} - F_{\uparrow 2} - \frac{1}{2}W_n) = F_{\downarrow 1} - \frac{1}{2}W_n$$

Deze oplossing geldt als  $v$  positief is

$$F_{\downarrow 1} - F_{\uparrow 2} - \frac{1}{2}W_n > 0$$

$$F_{\downarrow 1} - F_{\uparrow 2} > \frac{1}{2}W_n$$

Voor het geval dat vlak  $n$  naar boven beweegt, dus  $v$  negatief is, dan vindt men

$$F_{\uparrow 1} = F_{\uparrow 2} - \frac{1}{2}W_n$$

$$F_{\downarrow 2} = F_{\downarrow 1} + \frac{1}{2}W_n$$

$$\text{en} \quad Z.v = F_{\downarrow 1} - F_{\uparrow 2} + \frac{1}{2}W_n$$

$$\text{Dan moet dus} \quad F_{\downarrow 1} - F_{\uparrow 2} + \frac{1}{2}W_n < 0$$

$$F_{\downarrow 1} - F_{\uparrow 2} < -\frac{1}{2}W_n$$

Tenslotte heeft men nog het geval dat  $v = 0$ . Het blijkt dat dan de wrijving waarden  $W$  kan hebben die voldoen aan

$$-W_n < W < W_n$$

Als namelijk  $v = 0$ , dan moet  $F_1 - F_2 = 0$  en

$F_2 - F_2 = 0$  zodat  $F_{\uparrow 1} = F_{\downarrow 1}$  en  $F_{\downarrow 2} = F_{\uparrow 2}$ .

De wrijvingskracht  $W$  is dan

$$\begin{aligned} W &= F_{\downarrow 1} + F_{\uparrow 1} - (F_{\downarrow 2} + F_{\uparrow 2}) \\ &= 2F_{\downarrow 1} - 2F_{\uparrow 2} \end{aligned}$$

of  $F_{\downarrow 1} - F_{\uparrow 2} = \frac{1}{2}W$  met  $|W| < |W_n|$

Concluderend heeft men dus gevonden:

Als het deelvlak *neerwaarts beweegt* ( $v$  positief) dan *vermindert* de neerwaartse golf met  $\frac{1}{2}W_n$ ,

*vermeerdert* de opwaartse golf met  $\frac{1}{2}W_n$

de wrijving is dan opwaarts gericht

Als het deelvlak *opwaarts beweegt* ( $v$  negatief) dan

*vermeerdert* de neerwaartse golf met  $\frac{1}{2}W_n$ ,

*vermindert* de opwaartse golf met  $\frac{1}{2}W_n$

de wrijving is dan neerwaarts gericht

Als het deelvlak in rust is ( $v = 0$ ) dan ontstaat boven het

deelvlak een opwaartse golf gelijk aan de daar aankomende

neerwaartse golf en onder het deelvlak ontstaan een

neerwaartse golf gelijk aan de daar aankomende opwaartse

golf. De wrijving is dan  $W$  zodanig dat

$$-W_n < W < W_n$$

De aldus gevonden oplossing heeft twee belangrijke eigenschappen:

1. Het is *niet nodig differentiaal vergelijkingen op te lossen*,
2. De afgeleide *rekenregels* zijn *zeer eenvoudig*.

De aldus gevonden resultaten kunnen ook direct uit de differentiaal vergelijkingen worden afgeleid:

$$\text{De wet van Newton levert: } \frac{\partial F}{\partial x} + w + A\rho \frac{\partial v}{\partial t} = 0 \quad (2.1.20)$$

De gelijkheid van  $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x}$  levert

$$\frac{\partial F}{\partial t} + EA \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (2.1.21)$$

Gaat men van de onafhankelijke variabelen  $x$  en  $t$  over op  $\xi = x - ct$  en  $\eta = x + ct$  dan vindt men het stelsel

$$\frac{\partial F}{\partial \xi} - Z \frac{\partial v}{\partial \xi} + \frac{1}{2}W = 0 \quad \text{of} \quad \frac{\partial}{\partial \xi} (F - Z.v) + \frac{1}{2}W = 0 \quad (2.1.22)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \eta} + Z \frac{\partial v}{\partial \eta} + \frac{1}{2}W = 0 \quad \frac{\partial}{\partial \eta} (F + Z.v) + \frac{1}{2}W = 0 \quad (2.1.23)$$

Naar analogie met het wrijvingsloze geval kan men functies

$$F_{\downarrow} = \frac{F + Z.v}{2} \quad \text{en} \quad F_{\uparrow} = \frac{F - Z.v}{2} \quad \text{invoeren die dan eveneens}$$

opgevat kunnen worden als de neerwaarse resp. opwaartse golf.

Men heeft dan

$$2 \frac{\partial F_{\uparrow}}{\partial \xi} + \frac{1}{2}W = 0 \quad (2.1.24)$$

en

$$2 \frac{\partial F_{\downarrow}}{\partial \eta} + \frac{1}{2}W = 0 \quad (2.1.25)$$

Hieruit kan onmiddellijk geconcludeerd worden dat nu

$F_{\downarrow}$  en  $F_{\uparrow}$  functies zijn van  $\xi$  en  $\eta$  en niet, zoals bij het wrijvingsloze geval  $F_{\downarrow}$  een functie van  $\xi$  alleen en  $F_{\uparrow}$  een functie van  $\eta$ .

Voor een met een snelheid  $c$  neerwaarts bewegende waarnemer is  $\xi = x - ct$  constant, dus  $d\xi = dx - cdt = 0$  zodat  $cdt = dx$ . Dan is  $d\eta = dx + cdt = 2dx$ .

$$\text{Dan volgt uit (2.1.25) dat: } dF_{\downarrow} = -\frac{1}{2}w \cdot dx \quad (2.1.26)$$

Evenzo geldt voor  $d\eta = dx + cdt = 0$  en dus  $cdt = -dx$  zodat  $d\xi$  dan gelijk wordt aan  $2dx$ . Daarmee levert

$$(2.1.24): dF_{\uparrow} = -\frac{1}{2}w \cdot dx \quad (2.1.27)$$

De vergelijkingen (2.1.26) en (2.1.27) drukken voor het infinitesimale geval het zelfde uit als het stelsel (2.1.19). Dit is voor (2.1.26) direct in te zien; voor (2.1.27) moet men overwegen dat daarin  $dx$  negatief is, zodat  $F_{\uparrow}$  inderdaad toeneemt met  $|\frac{1}{2}w \cdot dx|$ .

Hiermede is aannemelijk gemaakt dat de rekenwijze voorgesteld in het begin van dit hoofdstuk - waarbij dus de wrijving wordt opgevat als een stelsel geconcentreerde wrijvingskrachten op eindige (doch kleine) afstanden - een goede benadering is van de werkelijk optredende verschijnselen (zie ook appendix 1).

Deze methode kan de *methode der karakteristieke* genoemd worden, daar de verschijnselen gevolgd worden langs de *karakteristieke richtingen* van de differentiaalvergelijkingen, nl. de rechten  $x - ct = \text{constant}$  en  $x + ct = \text{constant}$ .

Deze methode heeft *tal van voordelen* in vergelijking met andere oplossingsmogelijkheden, waarvan de volgende paragraaf een overzicht geeft en wel

- a. De *differentiaal vergelijking* is in principe opgelost; de modificaties in de golven t.g.v. de wrijving kunnen *zonder integraties* worden berekend.
- b. Er kan dus *geen numerieke instabiliteit* van de oplossing ontstaan.
- c. Zoals nog zal worden aangetoond, kan zonder moeite worden voldaan aan randvoorwaarden zoals
  - $c_1$  - botsing van staven
  - $c_2$  - discontinuïteiten in de staaf, zoals doorsneden en materiaalverandering
  - $c_3$  - overgangen van twee staven waarbij het grensvlak geen trekkrachten kan opnemen, zodat de staven aldaar los van elkaar kunnen komen en elkaar daarna weer raken
  - $c_4$  - de randvoorwaarde voor de paalpunt, waarbij een puntweerstand werkt, die, afhankelijk van de daar neerwaarts aankomende golven, een plastisch karakter kan hebben ("weerstand") of een reactie levert.
- d. Het *aller belangrijkste voordeel* is echter het feit dat deze methode een *goed inzicht* geeft in de optredende verschijnselen.

2.1.5 *Andere oplossingsmethoden* kunnen worden geformuleerd door uit te gaan van een stelsel differentie vergelijkingen die de differentiaal vergelijkingen vervangen of door de methode der eindige elementen.

2.1.5.1 De methode der differentie vergelijkingen is o.a. gevolgd door Smith (Texas A & M University) [7]. Daarbij wordt de paal en eventueel het heiblok en de heimuts verdeeld in een aantal elementen waarvan de *massa* geconcentreerd wordt gedacht in het zwaartepunt.

De op een volgende massapunten worden verbonden door veren die de elasticiteit van de paal weergeven.

De weerstanden kunnen eveneens door veerkrachten met dempingen worden voorgesteld.

Voor elk massapunt levert dan de wet van Newton een (gewone) differentiaal vergelijking. Voor elk tijdstapje wordt dit stelsel numeriek geïntegreerd.

Rekenprogramma's die hierop zijn gebaseerd, kunnen zeer redelijke resultaten opleveren, mits:

a. de elementen waarvan de massa wordt geconcentreerd niet te groot zijn,

b. de "quake" zo klein mogelijk wordt gekozen.

Onder "quake" wordt door Smith et al. verstaan de grens *verplaatsing* tot waar de *weerstand evenredig* is met de *verplaatsing* en waarboven de weerstand niet meer afhangt van de verplaatsing.

*Zoals nog zal worden aangetoond berust dit begrip op een volkomen onjuiste veronderstelling.*

Het essentiële van deze rekenwijze is dat:

- a. de *verplaatsingen* worden gevonden voor de *massapunten*,
- b. de *krachten* worden gevonden voor de *veren*.

Er is dus bij deze soort oplossingen geen enkel punt waarvoor zowel de verplaatsing als de krachtwerking berekend kan worden.

Het is daarom ondermeer onmogelijk voor programma's volgens deze methode om met enige nauwkeurigheid na te gaan wat er zich afspeelt op de grensvlakken

blok - muts

muts - paal

waarbij toestanden optreden dat deze onderdelen elkaar op sommige tijden raken en op andere tijden los van elkaar zijn.

Het is uiteraard mogelijk te specificeren dat bepaalde veren geen trekkrachten kunnen opnemen, doch het volgen van de onderlinge verplaatsingen is niet mogelijk.

Men kan deze onvolkomenheid eventueel aanvaarden als het gaat om de overgangen blok - muts en muts - paal doch dit is onaanvaardbaar als dergelijke los - vast verschijnselen essentieel zijn, hetgeen b.v. het geval is in het inwendige van een *hydroblok* (waarover meer in een volgend hoofdstuk).

2.1.5.2 Een aantal van de tekortkomingen van programma's gebaseerd op massa-veersystemen zouden kunnen worden ondervangen door een *finite-element* methode toe te passen. Daarbij worden de componenten van het systeem (hier: blok, muts, paal) verdeeld in elementen. Voor elk element wordt de deformatietoestand afgeleid uit de verplaatsingen van de knooppunten die de begrenzing van het element definiëren. Dit kan met (betrekkelijk willekeurige) interpolatie formules.

De reële of aangenomen relatie tussen de spanningen en de deformatie worden dan uitgedrukt in een stijfheidsmatrix van het element. De combinatie van alle stijfheidsmatrices levert de stijfheidsmatrix van het stelsel.

Voorts kan per element de massa verdeeld worden over de knooppunten, waarmee men door combinatie de massamatrix van het stelsel verkrijgt.

Afhankelijk van de gekozen interpolatiepunten voor de tijd binnen het rekentijdstapje worden beide matrices gecombineerd tot de coëfficiënten matrix van een stelsel vergelijkingen. Deze kunnen voor de achtereenvolgende tijdstippen worden opgelost, waarbij telkens een nieuw rechterlid wordt opgesteld, afhankelijk van de deformaties van de vorige tijdstappen.



De hier geschetste methode is ontworpen door ir. A.W.M. Kok (T.H. Delft) [8] en is o.a. door ir. F.P. Tolman (TNO - IBBC) toegepast bij het opstellen van het dynamische finite element programma voor axiaal symmetrische constructies ten behoeve van de sterkte berekeningen voor de Hydro-blokken.

Een hierop berustend heiprogramma is nog niet bekend. Aangezien daarbij de spanningstoestand en de deformatie toestand wel voor dezelfde punten worden berekend, zou een dergelijk programma een der tekortkomingen van programma's van het type Texas A & M University niet hebben, zodat verschijnselen bij het loslaten en weer op elkaar botsen van bijv. muts en paal correct worden weergegeven.

Een nadeel is uiteraard de noodzaak om in dergelijke gevallen de stijfheid- en massa-matrices telkens weer opnieuw op te moeten bouwen.

- 2.1.5.3 Afgezien van de genoemde tekortkomingen van deze alternatieve rekenprogramma's hebben zij allen het gebrek dat zij *geen inzicht* verschaffen in de optredende verschijnselen.

Ter vergelijking van de rekenmethode volgens de methode der karakteristieken en volgens de methode van finite-differences zijn in fig. 2.1-3 en 2.1-4 (overgenomen uit [9]) de mathematische modellen naast elkaar gezet.

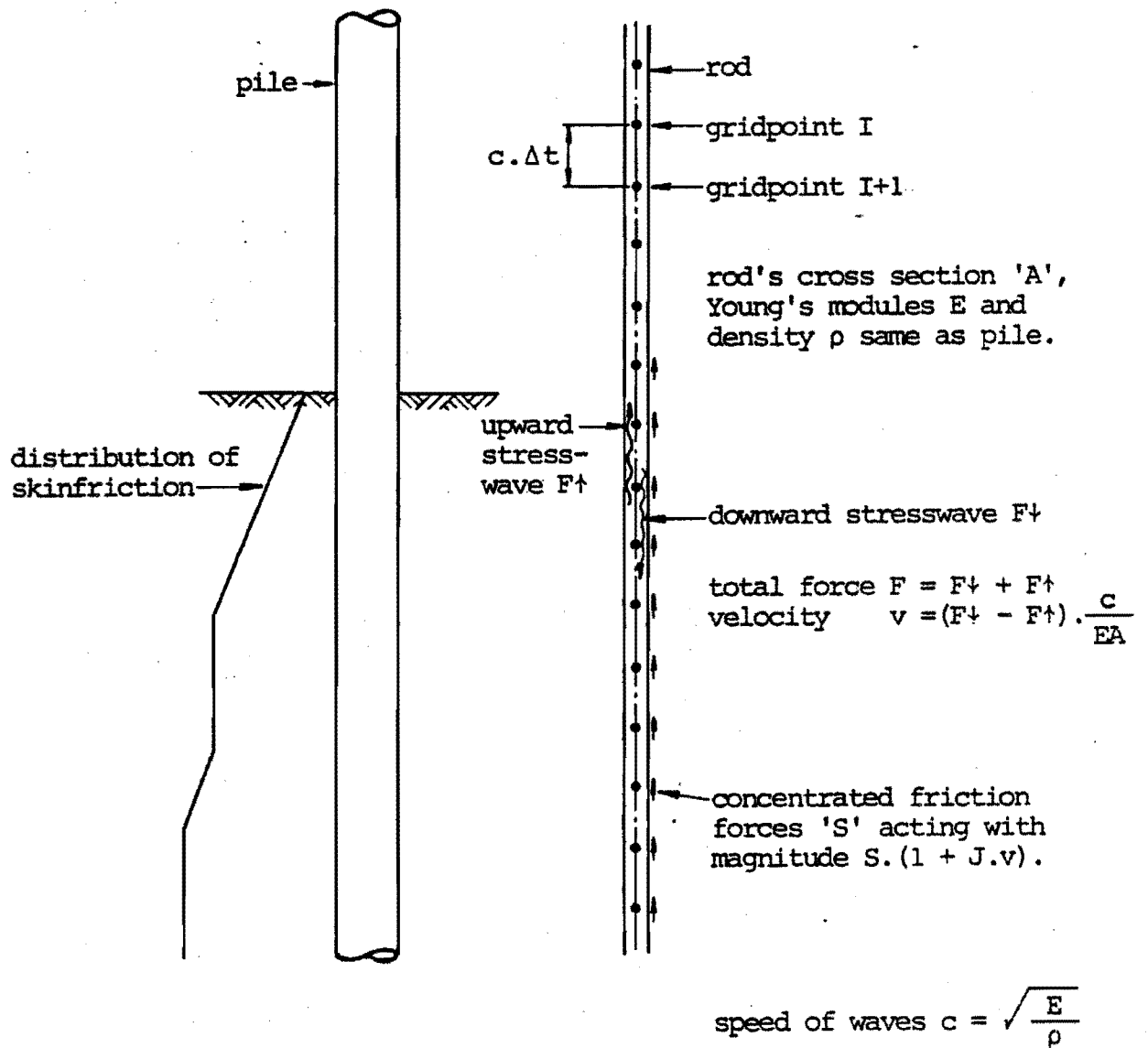


Fig. 2.1-4 Het mathematische model van PILEWAVE

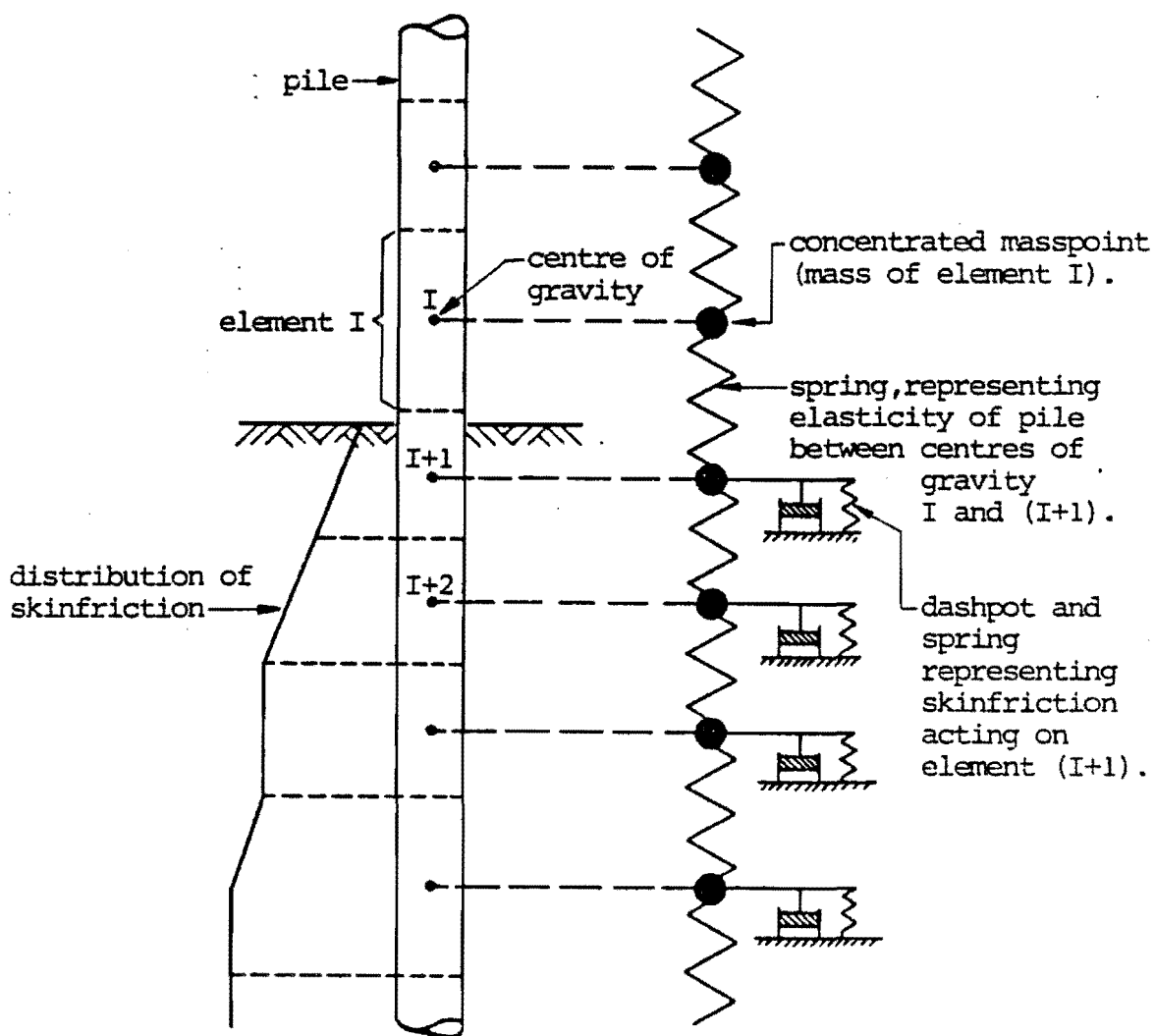


Fig. 2.1-5 Het mathematische model van Smith

## 2.2 Nadere uitwerking van de methode der karakteristieken

In de volgende paragrafen wordt uiteengezet wat de methode der karakteristieken oplevert voor een aantal bijzondere gevallen:

- 2.2.1 De botsing van twee staven (blok en paal)
- 2.2.2 Een discontinuïteit van de impedantie
- 2.2.3 De reflectie aan een staafeind
- 2.2.4 Het in rekening brengen van de kleeft
- 2.2.5 Het in rekening brengen van inwendige demping
- 2.2.6 Het in rekening brengen van een contactvlak dat geen trek kan opnemen
- 2.2.7 De invloed van een statische belasting
- 2.2.8 De toepassing van de methode voor de heiblokken en de slagplaat en de muts.

### 2.2.1 Botsing van twee staven (fig. 2.2-1)

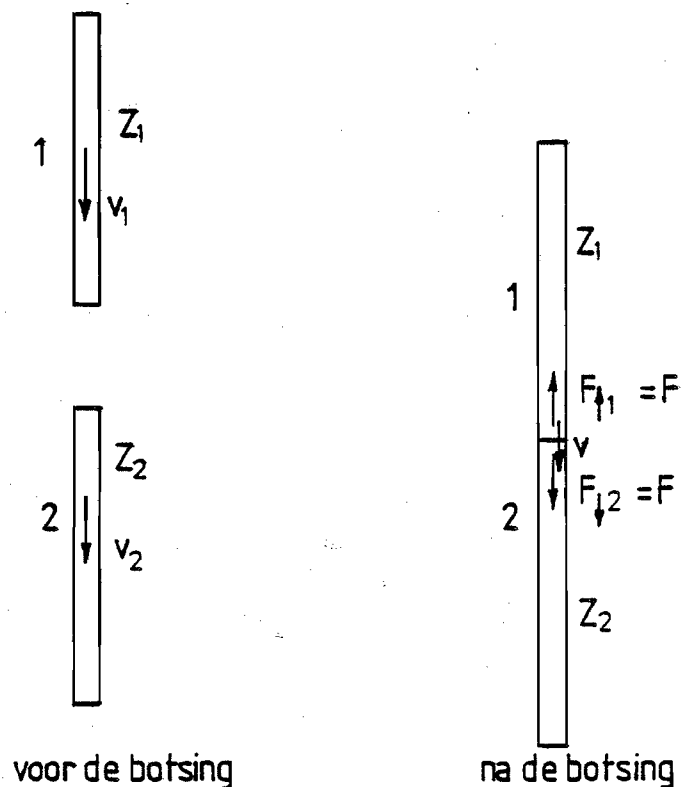


Fig. 2.2-1 Botsing van twee staven

Staf 1 met impedantie  $Z_1$  en snelheid  $v_1$  haalt staf 2 met impedantie  $Z_2$  en snelheid  $v_2$  in. Tengevolge van de botsing ontstaat een contactkracht  $F$  en de contactvlakken krijgen beide dezelfde snelheid  $v$ .

De contactkrachten doen drukgolven ontstaan in beide staven en wel  $F_{\uparrow 1} = F$  in staf 1 en  $F_{\downarrow 2} = F$  in staf 2.

De snelheidsverandering van staf 1 is  $\Delta v_1 = - \frac{F_{\uparrow 1}}{Z_1} =$

$$\frac{-F}{Z_1}, \text{ die van staf 2 is } \Delta v_2 = + \frac{F_{\downarrow 2}}{Z_2} = + \frac{F}{Z_2} .$$

Uiteraard moet bij het contactvlak gelden:

$$v_1 + \Delta v_1 = v_2 + \Delta v_2 = v$$

of

$$v_1 - \frac{F}{Z_1} = v_2 + \frac{F}{Z_2} = v$$

Hieruit volgt  $F \left( \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \right) = v_1 - v_2$

$$F = (v_1 - v_2) \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad (2.2.1)$$

en  $v = v_1 - (v_1 - v_2) \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{v_1 Z_1 + v_2 Z_2}{Z_1 + Z_2}$  (2.2.2)

Deze resultaten kunnen ook grafisch worden verkregen in een *kracht-snelheid* diagram (fig. 2.2-2).

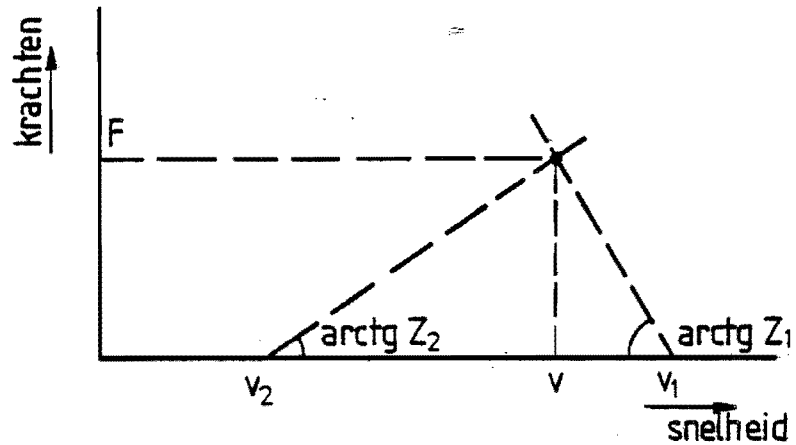


Fig. 2.2-2 Grafische bepaling van de snelheid en de kracht na de botsing

Het is goed om er op te wijzen dat in een dergelijk diagram *toestandsveranderingen* worden bepaald door middel van *hulp-lijnen* onder de hellingshoeken  $\alpha_1$  en  $\alpha_2$ .

Staaft 1 komt van toestand 1 in toestand 3

Staaft 2 komt van toestand 2 in toestand 3

De overige punten op de hulplijnen hebben geen fysieke betekenis.

Wel is van belang of het horizontale been van de hoek de positieve  $v$ -richting heeft of de negatieve.

In het eerste geval ontstaat bij de toestandsverandering een neerwaartse golf, in het andere geval een opwaartse golf.

### 2.2.2 Discontinuiteit in de impedantie

Deze kan optreden doordat de staaf uit twee verschillende materialen bestaat, met onveranderlijke staafdoorsnede (fig. 2.2-3), of door een staaf waarvan het materiaal overal hetzelfde is maar de doorsneden verschillen (fig. 2.2-4); of een combinatie van deze mogelijkheden.

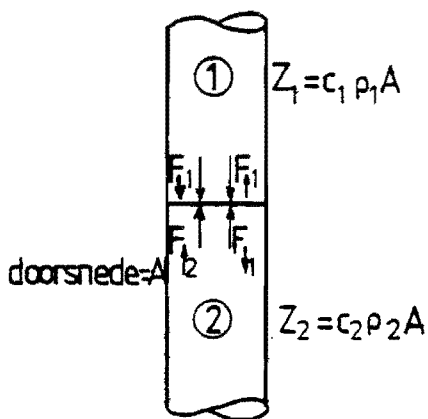


Fig. 2.2-3

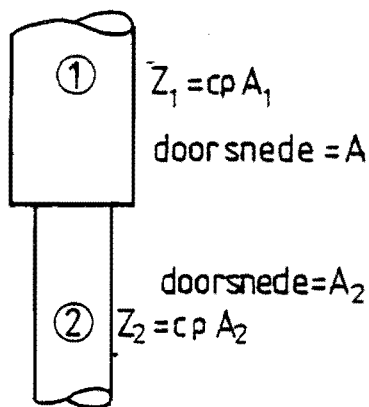


Fig. 2.2-4

Discontinuiteit van de impedantie

Als in staaf 1 een neerwaartse golf  $F_{\downarrow 1}$  aankomt bij het overgangsvlak en in staaf 2 een opwaartse golf  $F_{\uparrow 2}$ , dan ontstaat in staaf 1 een opwaartse golf  $F_{\uparrow 1}$  en in staaf 2 een neerwaartse golf  $F_{\downarrow 2}$ . Deze 4 golven moeten voldoen aan twee voorwaarden nl.

$$1. \text{ actie} = \text{reactie: } F_{\downarrow 1} + F_{\uparrow 1} = F_{\downarrow 2} + F_{\uparrow 2}$$

2. de snelheid van staaf 1 bij het overgangsvlak is gelijk aan die van staaf 2:

$$\frac{F_{\downarrow 1} - F_{\uparrow 1}}{Z_1} = \frac{F_{\downarrow 2} - F_{\uparrow 2}}{Z_2} = v$$

Uit de laatste vergelijkingen volgt  $F_{\uparrow 1} = F_{\downarrow 1} - Z_1 v$  en  $F_{\downarrow 2} = F_{\uparrow 2} + Z_2 v$ . Gesubstitueerd in de eerste vergelijking:

$$2F_{\downarrow 1} - Z_1 v = 2F_{\uparrow 2} + Z_2 v$$

$$\text{zodat } v = \frac{2(F_{\downarrow 1} - F_{\uparrow 2})}{Z_1 + Z_2} \quad (2.2.3)$$

$$\text{en } F_{\uparrow 1} = F_{\downarrow 1} \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2} + F_{\uparrow 2} \cdot \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad (2.2.4)$$

$$F_{\downarrow 2} = F_{\downarrow 1} \cdot \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} + F_{\uparrow 2} \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad (2.2.5)$$

$$F_{\uparrow 1} = R F_{\downarrow 2} + D_{\uparrow} F_{\uparrow 2} \quad (2.2.4A)$$

$$F_{\downarrow 2} = D_{\downarrow} F_{\downarrow 2} - R F_{\uparrow 2} \quad (2.2.5A)$$

De uitsluitend van de impedanties afhankende coëfficiënten

$$R = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2}, \quad D_{\downarrow} = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} \quad \text{en} \quad D_{\uparrow} = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

kunnen aangeduid worden met reflectie coëfficiënt, neerwaartse doorlaat coëfficiënt en opwaartse doorlaat coëfficiënt.

$$\text{Hiervoor geldt: } D_{\downarrow} = 1 + R \quad D_{\uparrow} = 1 - R \quad (2.2.6)$$

### 2.2.3 De reflectie aan een staafeind

2.2.3.1 Een *vrij eind* weerkaatst de *krachtsgolven* met *teggengesteld teken*, zodat de totale kracht nul is.

De *snelheid* wordt daarbij *tweemaal zo groot* als die behorend tot de heengaande golf alleen.



2.2.3.2 Een *onverplaatsbaar eind* weerkaatst de krachts-  
golven met *gelijk teken*, zodat de snelheid nul is.

2.2.3.3 Een *eind met weerstand* (b.v. puntweerstand van een  
paal.

Er wordt verondersteld dat de ondersteuning van  
het ondereind (de paalpunt) krachten kan leveren  
die een maximale waarde  $F_g$  hebben. .

Indien een golf  $F_{\downarrow}$  bij de paalpunt komt, moet daar  
een opwaartse golf  $F_{\uparrow}$  ontstaan, zodanig dat

$$F_{\downarrow} + F_{\uparrow} = F_g \quad (\text{actie} = \text{reactie})$$

Daaruit volgt  $F_{\uparrow} = F_g - F_{\downarrow}$  en

$$v = \frac{F_{\downarrow} - F_{\uparrow}}{Z} = \frac{2F_{\downarrow} - F_g}{Z} \quad (2.2.7)$$

Dit is juist zolang  $v \geq 0$ , d.w.z.:  $2F_{\downarrow} \geq F_g$  of

$$F_{\downarrow} \geq \frac{1}{2}F_g.$$

Als nl.  $F_{\downarrow} < \frac{1}{2}F_g$  dan zou volgens (2.2.7) de snel-  
heid negatief worden. Behoudens een hier te ver-  
waarlozen ontspanning van de ondersteuning zou  
dit betekenen dat de paalpunt dan t.o.v. de onder-  
steuning naar boven beweegt, zodat de reactie van  
de grond nul zou zijn. Dit is in strijd met de  
veronderstelling.

Zolang  $F_{\downarrow} < \frac{1}{2}F_g$  positief is (drukgolf) komt de  
paalpunt niet los. Behoudens een hier te verwaar-  
lozen elastisch meegeven van de grond moet dan de  
puntsnelheid nul worden, zodat  $F_{\uparrow} = F_{\downarrow}$ .

De totale kracht moet daar dan zijn

$$F = F_{\downarrow} + F_{\uparrow} = 2F_{\downarrow} < F_g.$$

De grond levert dan een *reactie* gelijk aan het dubbele van de neerwaartse golf.

Indien echter  $F_{\downarrow}$  negatief is (trekgolf) dan komt de paalpunt inderdaad los van de ondersteuning, zodat dan  $F_{\uparrow} = -F_{\downarrow}$  en de puntsnelheid  $v =$

$$\frac{F_{\downarrow} - F_{\uparrow}}{Z} = \frac{2F_{\downarrow}}{Z}.$$

Deze is opwaarts daar  $F_{\downarrow}$  negatief is.

N.B. Hierbij is aangenomen dat in het contactvlak paalpunt-grond geen trekspanningen kunnen worden opgenomen.

Dit behoeft niet altijd zo te zijn, b.v. indien het grondwater niet snel genoeg kan toestromen om in zo'n geval de ruimte tussen paalpunt en grond op te vullen, waardoor onderdruk in het grondwater kan ontstaan.

#### 2.2.4 Het in rekening brengen van de kleeft

Zoals reeds in paragraaf 2.1.4 is aangetoond, heeft een geconcentreerde kleeftkracht (wrijvingskracht) tot gevolg dat de neerwaartse golf afneemt met de helft van de wrijvingskracht en dat de opwaartse golf met een zelfde bedrag toeneemt (mits de snelheid neerwaarts is, zo niet, dan geldt hetzelfde maar met tegengesteld teken).

$$F_{\downarrow 2} = F_{\downarrow 1} - \frac{1}{2}W$$

$$F_{\uparrow 1} = F_{\uparrow 2} + \frac{1}{2}W$$

$$v = \frac{F_{\downarrow 1} - F_{\uparrow 2} - \frac{1}{2}W}{Z}$$

Het bovenstaande *geldt altijd*, ook als  $W$  variabel is en bijvoorbeeld afhangt van de verplaatsingssnelheid van de paal op het ogenblik dat de golven  $F_{\downarrow 1}$  en  $F_{\uparrow 2}$  elkaar ontmoeten in het vlak door het aangrijpingspunt van  $W$ . Deze afhankelijkheid kan b.v. zijn zoals in paragraaf 2.1.4 is weergegeven (fig 2.1-2).

In een dergelijk geval is  $W$  niet van te voren bekend; men heeft echter de relatie

$$W = W_0 (1 + J.v) \quad (v > 0)$$

zodat men de volgende vergelijkingen kan opschrijven:

$$F_{\downarrow 1} + F_{\uparrow 1} = F_{\downarrow 2} + F_{\uparrow 2} + W$$

$$F_{\downarrow 1} - F_{\uparrow 1} = F_{\downarrow 2} - F_{\uparrow 2} = Z.v$$

$$W = W_0 (1 + J.v)$$

Drukt men  $F_{\uparrow 1}$  en  $F_{\downarrow 2}$  uit in  $F_{\uparrow 2}$ ,  $F_{\downarrow 1}$  en  $v$  dan vindt men

$$2F_{\downarrow 1} - Z.v = 2F_{\uparrow 2} + Z.v + W_0 + JW_0.v$$

$$\text{zodat } v = \frac{2(F_{\downarrow 1} - F_{\uparrow 2}) - W_0}{2Z + JW_0} = \frac{F_{\downarrow 1} - F_{\uparrow 2} - \frac{1}{2}W_0}{Z + \frac{1}{2}JW_0} \quad (2.2.8)$$

$$\begin{aligned}
 W &= W_0 \left( 1 + \frac{J(F_{\downarrow 1} - F_{\uparrow 2}) - \frac{1}{2}JW_0}{Z + \frac{1}{2}JW_0} \right) \\
 &= W_0 \cdot \frac{Z + J(F_{\downarrow 1} - F_{\uparrow 2})}{Z + \frac{1}{2}JW_0} \quad (2.2.9)
 \end{aligned}$$

$$\text{en} \quad F_{\downarrow 2} = F_{\downarrow 1} - \frac{1}{2}W \quad F_{\uparrow 1} = F_{\uparrow 2} + \frac{1}{2}W \quad (2.2.10)$$

Aangezien  $J$  de dimensie heeft van snelheid<sup>-1</sup> en  $W_0$  die van kracht, heeft  $\frac{1}{2}JW_0$  de dimensie van een *impedantie*, hetgeen te verwachten was.

De hierboven gegeven oplossing geldt als de snelheid neerwaarts (positief) is, zodat ook moet gelden:

$$F_{\downarrow 1} - F_{\uparrow 2} - \frac{1}{2}W_0 > 0$$

De voorwaarde luidt dus:

$$v > 0 \text{ als } F_{\downarrow 1} - F_{\uparrow 2} > \frac{1}{2}W_0 \quad (2.2.11)$$

Indien de snelheid opwaarts is gericht, dus negatief, dan werkt de kleef in de tegengestelde richting. De afleiding in de formules is analoog aan het voorgaande geval en levert:

$$v = \frac{F_{\downarrow 1} - F_{\uparrow 2} + \frac{1}{2}W_0}{Z + \frac{1}{2}JW_0} \quad (2.2.12)$$

$$|W| = W_0 (1 + J|v|) = W_0 (1 - Jv) = W_0 \cdot \frac{Z - J(F_{\downarrow 1} - F_{\uparrow 2})}{Z + \frac{1}{2}JW_0} \quad (2.2.13)$$

$$F_{\downarrow 2} = F_{\downarrow 1} + \frac{1}{2}|W| \quad F_{\uparrow 1} = F_{\uparrow 2} - \frac{1}{2}|W| \quad (2.2.14)$$

De geldigheidsvoorwaarde is nu

$$v < 0 \text{ als } F_{\downarrow 1} - F_{\uparrow 2} < -\frac{1}{2}W_0 \quad (2.2.15)$$

Tenslotte is er nog de mogelijkheid dat de snelheid nul wordt. In dat geval ontstaat boven het vlak door het aangrijpingspunt van de kleef een opwaartse golf  $F_{\uparrow 1} = F_{\downarrow 1}$  en eronder  $F_{\downarrow 2} = F_{\uparrow 2}$ .

Dan is  $W = 2(F_{\downarrow 1} - F_{\uparrow 2})$  met  $|W| < W_0$

Afhankelijk van het verschil van de neerwaartse aankomende en de opwaarts aankomende golven,  $F_{\downarrow 1} - F_{\uparrow 2}$ , heeft men dan vier mogelijkheden:

- |      |   |   |
|------|---|---|
| I.   | $F_{\downarrow 1} - F_{\uparrow 2} < -\frac{1}{2}W_0$     | v negatief,<br>W werkt neerwaarts           |
| II.  | $0 > F_{\downarrow 1} - F_{\uparrow 2} > -\frac{1}{2}W_0$ | v = 0,<br>W werkt neerwaarts<br>$ W  < W_0$ |
| III. | $0 < F_{\downarrow 1} - F_{\uparrow 2} < \frac{1}{2}W_0$  | v = 0,<br>W werkt opwaarts<br>$W < W_0$     |
| IV.  | $F_{\downarrow 1} - F_{\uparrow 2} > \frac{1}{2}W_0$      | v positief,<br>W werkt opwaarts             |

Deze 4 mogelijkheden zijn schematisch weergegeven in fig. 2.2-5.

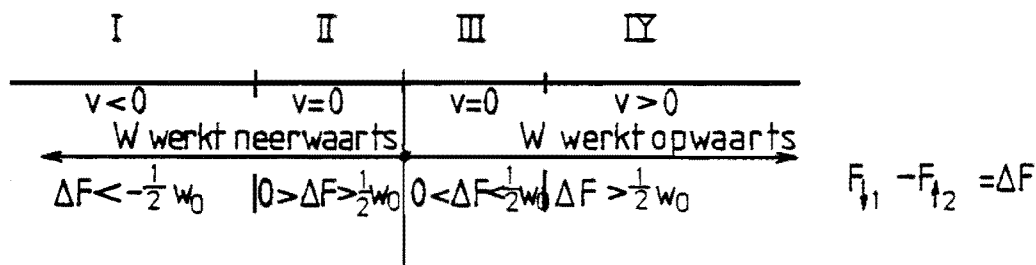


Fig. 2.2-5 Schema van de kleef, afhankelijk van het verschil van de primaire golven

### 2.2.5 Het in rekening brengen van inwendige demping

In de tegenwoordig voor palen gebruikelijke materialen, staal en beton is een merkbare invloed van inwendige demping slechts te verwachten als de spanningen de elasticiteitsgrens overschrijden, hetgeen bij beheerst heien niet veel voorkomt.

Bij het heien van betonpalen wordt echter meestal een mutsvulling toegepast, waarvoor hier te lande meestal zacht hout wordt gebruikt (b.v. twee lagen baddinghout). Bovendien gebruikt men voor diesel- en stoomblokken een hardhouten bovenmutsvulling toe (tussen blok en muts). Deze materialen worden t.g.v. de heispanningen blijvend vervormd, waarbij warmte ontwikkeld wordt, zelfs zo veel dat het hout gaat branden. Er wordt in deze materialen dus mechanisch energie omgezet in warmte, zodat men moet aannemen dat hierin een aanzienlijke inwendige demping optreedt.

Teneinde dit verschijnsel voor berekening toegankelijk te maken, veronderstellen wij dat de demping zich uit doordat er in de mutsvulling - hierna aan te duiden door "hout" - dempingskrachten ontstaan die evenredig zijn met de snelheidsgradiënt.

Om de gedachten te bepalen stellen wij ons een laag hout voor tussen de (stalen) slagplaat en de paal (beton).

Aangenomen wordt dat het hout in één tijdstapje  $\Delta t$  wordt doorlopen door de daarin op- en neergaande krachtsgolven (met  $c_h$  in de orde van 700 à 1400 m/sec), zodat de dikte  $H = c_h \Delta t$ .

De dempingskrachten die het hout uitoefent op de slagplaat, resp. de paal, worden voorgesteld door  $W_{\text{boven}} = W_b$  resp. door  $W_{\text{onder}} = W_o$ .

In principe zijn beide krachten evenredig met de gradiënt van de snelheid, dus met  $\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)$  boven resp.  $\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)$  onder.

De evenredigheidsconstante wordt voorgesteld door  $\beta \cdot A \cdot H$ , waarin:

$A$  = oppervlak van het hout = doorsnede van de paal

$\beta$  = dempingsconstante (Dimensie  $N | (s \cdot m^3)$ )

Aangezien de grootheden  $\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)$  boven en  $\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)$  onder niet expliciet in de berekeningen voorkomen, worden de gradiënten bij benadering gelijk gesteld aan:

$$\frac{v_b(t) - v_o(t-\Delta t)}{H}, \text{ resp. } \frac{v_b(t-\Delta t) - v_o(t)}{H} \quad (2.2.16)$$

Daarmee vindt men voor de dempingskrachten:

$$\begin{aligned} W_b(t) &= \beta \cdot A \cdot H \cdot \frac{v_b(t) - v_o(t-\Delta t)}{H} \\ &= D(v_b(t) - v_o(t-\Delta t)) \quad \text{met } D = \beta A \end{aligned} \quad (2.2.17)$$

$$W_o(t) = D(v_b(t-\Delta t) - v_o(t)) \quad (2.2.18)$$

De grootheid  $D$  heeft een dimensie van een impedantie (Ns/m).

De overige krachten die een rol spelen zijn de golfintensiteiten zoals aangeduid in fig. 2.2-6.

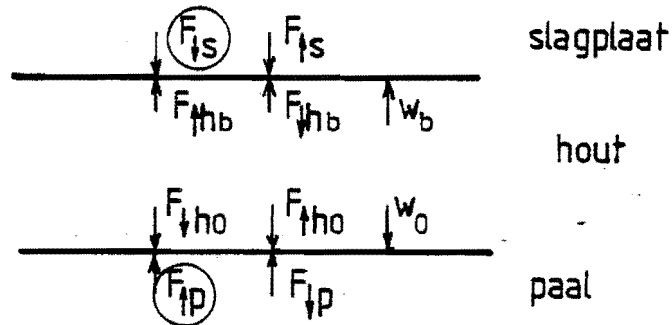


Fig. 2.2-6 Krachtsgolven en dempingskrachten in een mutsvulling

De bij het hout uit de slagplaat resp. de paal aankomende golven zijn bekend ( $F_{\downarrow s}$  resp.  $F_{\uparrow p}$ ).

In aldaar terugkerende golven moeten worden berekend

( $F_{\uparrow s}$  resp.  $F_{\downarrow p}$ ).

Voorts gelden de betrekkingen

$F_{\uparrow hb}(t) = F_{\uparrow ho}(t - \Delta t)$  bekend uit de berekening voor het

$F_{\downarrow ho}(t) = F_{\downarrow hb}(t - \Delta t)$  vorige tijdstapje  $t - \Delta t$

De golven  $F_{\downarrow hb}(t)$  en  $F_{\uparrow ho}(t)$  moeten worden berekend.

Zolang de drie onderdelen met elkaar in contact zijn, moeten gelden:

$$v_b(t) = \frac{F_{\downarrow s}(t) - F_{\uparrow s}(t)}{Z_s} = \frac{F_{\downarrow hb} - F_{\uparrow hb}}{Z_h}$$

(2.2.19)

$$v_o(t) = \frac{F_{\downarrow ho}(t) - F_{\uparrow ho}(t)}{Z_h} = \frac{F_{\downarrow p}(t) - F_{\uparrow p}(t)}{Z_p}$$



Voorts geldt voor beide contactvlakken dat actie = reactie, of:

$$F_{\downarrow s}(t) + F_{\uparrow s}(t) = F_{\downarrow hb}(t) + F_{\uparrow hb}(t) + W_b(t)$$

$$F_{\downarrow ho}(t) + F_{\uparrow ho}(t) + W_o(t) = F_{\downarrow p}(t) + F_{\uparrow p}(t) \quad (2.2.20)$$

Drukt men van de nog onbekende golfintensiteiten met behulp van (2.2.19) uit in de bekende golfintensiteiten en de snelheden, en met behulp van (2.2.17) en (2.2.18) de dempingskrachten in de snelheden dan vindt men na substitutie in (2.2.20) vergelijkingen voor  $v_b(t)$  en  $v_o(t)$ , en wel:

$$v_b(t) = \frac{2(F_{\downarrow s}(t) - F_{\uparrow hb}(t)) + D v_o(t-\Delta t)}{Z_s + Z_h + D}$$

of

$$v_b(t) = \frac{2(F_{\downarrow s}(t) - F_{\uparrow ho}(t-\Delta t)) + D v_o(t-\Delta t)}{Z_s + Z_h + D} \quad (2.2.21)$$

en

$$v_o(t) = \frac{2(F_{\downarrow ho}(t) - F_{\uparrow p}(t)) + D v_b(t-\Delta t)}{Z_p + Z_h + D}$$

of

$$v_o(t) = \frac{2(F_{\downarrow hb}(t-\Delta t) - F_{\uparrow p}(t)) + D v_b(t-\Delta t)}{Z_p + Z_h + D} \quad (2.2.22)$$

Met behulp van deze uitkomsten worden de van de contactvlakken vertrekkende golven berekend met de formules:

$$F_{\uparrow s} = F_{\downarrow s} - Z_s \cdot v_b$$

$$F_{\downarrow hb} = F_{\uparrow hb} + Z_h \cdot v_b$$

$$F_{\uparrow ho} = F_{\downarrow ho} - Z_h \cdot v_o$$

$$F_{\downarrow p} = F_{\uparrow p} + Z_p \cdot v_o$$

(2.2.23)

2.2.6 Het in rekening brengen van een contactvlak dat geen trek kan opnemen

Als bij het contactvlak golven  $F_{\downarrow 1}$  en  $F_{\uparrow 2}$  aankomen dan ontstaan daar  $F_{\uparrow 1}$  en  $F_{\downarrow 2}$  volgens (2.2.4) en (2.2.5)

$$F_{\uparrow 1} = F_{\downarrow 1} \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} + F_{\uparrow 2} \frac{2Z_1}{Z_2 + Z_1}$$

$$F_{\downarrow 2} = F_{\downarrow 1} \frac{2Z_2}{Z_2 + Z_1} - F_{\uparrow 2} \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}$$

Zolang  $F_1 = F_{\downarrow 1} + F_{\uparrow 2} = \frac{2F_{\downarrow 1} \cdot Z_2 + F_{\uparrow 2} \cdot Z_1}{Z_2 + Z_1} = F_2$  positief is

(druk) is dit juist; de overgang geschiedt alsof de beide delen vast verbonden waren.

Blijkt echter dat de uitkomst negatief is dan geldt deze berekening niet meer. Er moet dan worden aangenomen dat de beide delen van elkaar loskomen.

De contactvlakken zijn dan vrije uiteinden van de staven 1 en 2 geworden, zodat dan

$$F_{\uparrow 1} = -F_{\downarrow 1} \quad \text{en} \quad F_{\downarrow 2} = -F_{\uparrow 2}$$

Dit kan uiteraard slechts optreden als tenminste een der aankomende golven een trek golf is, bijvoorbeeld  $F_{\uparrow 2} = -P$

$$\text{met } P > F_{\downarrow 1} \cdot \frac{Z_2}{Z_1}$$

De bewegingssnelheid van het ondervlak van staaf 1 wordt dan

$$v_1 = \frac{F_{\downarrow 1} - F_{\uparrow 1}}{Z_1} = \frac{2F_{\downarrow 1}}{Z_1},$$

die van het bovenzvlak van staaf 2 wordt

$$v_2 = \frac{F_{\downarrow 2} - F_{\uparrow 2}}{Z_2} = \frac{-2F_{\uparrow 2}}{Z_2}$$

In het voorbeeld van  $F_{\uparrow 2} = -P$  wordt  $v_2 = \frac{+2P}{Z_2}$

Aangezien  $P > F_{\downarrow 1} \cdot \frac{Z_2}{Z_1}$  geldt  $\frac{2P}{Z_2} > \frac{2F_{\downarrow 1}}{Z_1}$ .

Dat wil zeggen dat het bovenzvlak van 2 sneller neerwaarts beweegt dan het ondervlak van 1. Er ontstaat dan een gaping a tussen de beide delen.

Deze bedraagt na een tijd  $\Delta t$ ,

$$a(t+\Delta t) = \left( \frac{2P}{Z_2} - \frac{2F_{\downarrow 1}}{Z_1} \right) \Delta t$$

Komt er na een tijd weer een drukgolf  $F_{\uparrow 2}$  naar het contactvlak, dan blijven in eerste instantie het ondervlak van 1 en het bovenzvlak van 2 vrije uiteinden.

De snelheid van het deel 2 is dan echter negatief, d.w.z. opwaarts, zodat de gaping weer vermindert.

Dit kan doorgaan totdat  $a$  weer gelijk wordt aan nul.

De beide delen treffen elkaar dan met relatieve snelheid

$$\frac{2F_{\downarrow 1}}{Z_1} + \frac{2F_{\uparrow 2}}{Z_2} . \text{ Het bovenddeel wordt dan afgeremd tot een}$$

nieuwe snelheid  $v$  en het onderdeel krijgt dezelfde snelheid, zodat moet gelden

$$\left(\frac{2F_{\downarrow 1}}{Z_1} - v\right) \cdot Z_1 = \left(v + \frac{2F_{\uparrow 2}}{Z_2}\right) Z_2$$

Hieruit volgt:

$$v = \frac{2(F_{\downarrow 1} - F_{\uparrow 2})}{Z_2 + Z_1} \text{ en } F_1 = F_2 = 2 \cdot \frac{F_{\downarrow 1} \cdot Z_2 + F_{\uparrow 2} \cdot Z_1}{Z_2 + Z_1}$$

### 2.2.7 De invloed van het wegnemen van een statische belasting

Indien een staaf door een statische last is uitgerekt (of samengedrukt) en deze *last wordt plotseling weggenomen* dan *ontspant* de staaf zich. Dit kan uiteraard niet over de gehele staaf lengte op een en hetzelfde ogenblik geschieden, zodat men moet aannemen dat er in een staaf een *ontspanningsgolf* ontstaat.

Om de gedachten te bepalen beschouwen wij een staaf die aan het ondereind star is ondersteund en boven belast is met een kracht  $P$ ; zie fig. 2.2-7. Als deze last plotseling wordt weggenomen begint er vanaf het boveinde een neerwaartse golf  $F_{\downarrow}$  lopen, waardoor de deeltjessnelheid gelijk wordt aan  $\frac{F_{\downarrow}}{Z}$ .

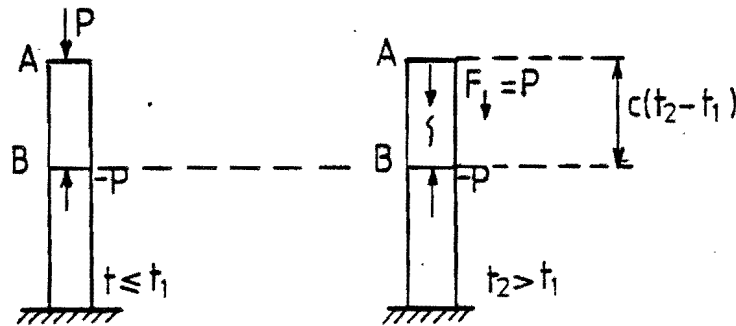


Fig. 2.2-7 Invloed van het wegnemen van een statische belasting

Met het impulsstheorema  $(mv)_{t=t_2} - (mv)_{t=t_1} = \int_{t_1}^{t_2} F(t) dt$

kan de grootte van  $F_{\downarrow}$  berekend worden.

Op het staafdeel AB werken tot en met tijdstip  $t_1$  tegengestelde krachten  $P$  en  $-P$  resp. in B en A. De totale kracht is dan nul evenals de snelheid. Op tijdstip  $t_2$  (zodanig dat  $c \cdot (t_2 - t_1) = \overline{AB}$ ) werkt er nog slechts een kracht  $-P$  aan de onderzijde, dus vanaf  $t = t_1$  werkt op het door de golf "overspoelde" deel een kracht  $-P$ . Bovendien heeft

dit deel een snelheid gekregen  $v = \frac{F_{\downarrow}}{Z}$ . De massa van het

stuk AB is gelijk aan  $A \cdot c \cdot (t_2 - t_1) \rho$ .

Nu is  $\rho = \frac{E}{c^2}$ , zodat  $Ac\rho = \frac{Ac E}{c^2} = \frac{EA}{c} = Z$ .

Daarmee wordt  $Ac(t_2 - t_1) \rho = Z \cdot (t_2 - t_1)$ .

Volgens het impulstheorema is dan

$$(mv) = Z \cdot (t_2 - t_1) \cdot \frac{F_{\downarrow}}{Z} = \int_{t_1}^{t_2} F(t) dt = -P(t_2 - t_1)$$

of  $F_{\downarrow} = -P$

De ontspanningsgolf  $F_{\downarrow}$  is dus gelijk aan  $P$  maar tegengesteld van teken.

Deze golf *blijft voortdurend* aan de bovenzijde ontstaan totdat  $P$  weer aangebracht wordt, ook na reflecties aan onder en bovenzijde!

In de berekeningen kan men het beste aannemen dat de voorbelasting  $P$  *altijd blijft bestaan* en dat zodra de last in werkelijkheid weggenomen wordt een *ontspanningsgolf*  $F_{\downarrow}$  (of  $F_{\uparrow}$ ) =  $-P$  begint te lopen.

Dan blijft voldaan aan:

$$\text{Totale kracht} = P + F_{\downarrow} = 0$$

$$\text{Snelheid} = \frac{F_{\downarrow}}{Z} = - \frac{P}{Z}$$

Deze rekenregels *blijven geldig ook voor ingewikkelder configurations* en ook als er b.v. discontinuïteiten zijn in de staaf of als wrijvingskrachten werken op de staaf.

2.2.8 De toepassing van de methode der karakteristieken voor de heiblokken, de slagplaat en de muts

De in het voorgaande theorie van de voortplanting van spanningsgolven geldt voor *prismatische staven*, waarvan de dwarsafmetingen gering zijn ten opzichte van de lengte.

Voor een paal met overal dezelfde doorsnede is dat inderdaad het geval. Heeft de paal echter een verzwaarde punt, dan is er nabij de discontinuïteit een zone waar de vlakke golftoestand verstoord is.

De van boven aankomende vlakke golf kan zich niet plotseling als vlakke golf in de verzwaarde doorsnede voortplanten. In de overgangszone ontstaan schuifspanningen en pas op enige afstand van de overgang is weer een (ten naaste bij) vlakke golf aanwezig.

In paragraaf 2.2.2 is daar geen rekening mee gehouden; strikt genomen is de daar gegeven afleiding slechts juist in het geval van figuur 2.2-3.

Het blijkt echter uit metingen dat de fout in het geval van figuur 2.2-4 gering is, mits de doorsneden boven en onder discontinuïteit niet te zeer verschillen.

De hier beschreven *vlakke golftheorie* is namelijk slechts een voor *dunne prismatische staven* geldende grensgeval van de algemene theorie van de voortplanting van spanningsgolven, zoals in par. 2.1.0 is uiteengezet.

2.2.8.1 Uit par. 2.1.0 is gebleken dat de ruimtelijke spanningsgolven zeer ingewikkeld zijn.

Er zijn twee methoden mogelijk om de daarbij optredende verschijnselen numeriek te analyseren, waarvan er, zover mij bekend is, slechts één geïmplementeerd is.

De twee methoden zijn:

- a. een rekenprogramma volgens de *methode der eindige elementen*, b.v. zoals is bedoeld in paragraaf 2.1.5.3. Het daar genoemd programma van Kok en Tolman, later door mij uitgebreid voor configuraties bestaande uit meer dan een materiaal, is o.m. toegepast voor de berekening van de Hydroblokken.

In dit programma, dat berust op de *verplaatsingsmethode* bestaat het resultaat uit de verplaatsingen van de knooppunten der elementen voor een van te voren gespecificeerd aantal tijdstippen met een voldoende klein constant interval.

Hieruit moeten de *spanningen* door *interpolatie* worden berekend. Deze interpolatie kan dezelfde zijn als bij de definitie van de elementen wordt gebruikt. Dit levert echter voor de spanningen in aan elkaar grenzende elementen discontinuïteiten op. Dit kan worden vermeden door voor een beperkt aantal elementen met een daartoe geëigend patroon met een z.g. *spline interpolatie* de rekken te berekenen en daaruit de spanningen; deze zijn dan *continu* langs de elementgrenzen.

Met dit soort programma's is het mogelijk om de gevolgen van een stoot te analyseren mits de twee botsende lichamen elkaar blijven raken.



Mocht er echter in het contactvlak volgens de berekening trekspanningen optreden, hetgeen er in werkelijkheid toe zou leiden dat de lichamen los van elkaar komen, dan wordt dit door het programma niet juist weergegeven.

Net als bij de programma's voor lineaire spanningsgolven zou het ook voor ruimtelijke golven de voorkeur verdienen te rekenen met de tweede methode:

b. De methode der karakteristieken.

In paragraaf 2.0.3 is aangeduid dat deze methode *ook voor ruimtelijke golven* is toe te passen.

Indien het nl. mogelijk is te formuleren hoe de spanningsgolven, uitgaande van een oppervlak element, zich uitbreiden, dan is het in principe mogelijk om voor een willekeurig punt binnen een lichaam na te gaan vanwaar op het oppervlak daar spanningsgolven aankomen en wanneer deze van de oppervlak-elementen zijn vertrokken. Daarbij moeten steeds 2 typen van golven worden beschouwd met inbegrip van de polarisatietoestand van de S-golven.

Op deze wijze vindt men ook welke golven van waar aankomen in punten van het oppervlak. Aldaar ontstaan dan reflectie en eventueel refractiegolven die dan daarna weer de primaire golven zijn.

Ook bij deze rekenmethode wordt de berekening uitgevoerd voor discrete tijdstappen.

Voorts moet op de vrije oppervlakken en de eventuele grensvlakken tussen verschillende media een aaneengesloten stelsel van oppervlakte-elementen worden gedefinieerd waarvan de bewegingstoestand wordt gelijkgesteld aan die van het zwaartepunt. Een dergelijk programma dient een algoritme te bevatten dat aangeeft hoe van elk oppervlakelement de overige oppervlakelementen worden "afgetast". De berekeningen behoeven in eerste instantie slechts voor punten op het oppervlak te worden uitgevoerd.

De spannings- en bewegingstoestand van inwendige punten kan dan in een afzonderlijke berekeningsgang worden bepaald.

Zoals reeds hierboven is gezegd is mij een op de methode der karakteristieken berustend programma niet bekend.

2.2.8.2 Uit de bovenstaande beschouwingen volgt dat er bij een discontinuïteit van de paaldoorsnede, in de heimuts en in de onderdelen van het heiblok een gecompliceerde bewegingstoestand ontstaat die zich niet leent voor een eenvoudige berekening. *Voor een heiprogramma is het daarom nodig een eenvoudige benadering te vinden.*

Voor de discontinuïteit wordt dit bereikt door de voor de lineaire golven afgeleide berekening toe te passen.

De afwijkingen blijven beperkt tot de omgeving van de discontinuïteit.

Voor de heimuts en de onderdelen van het blok moeten vervangende staven worden ingevoerd, die aan twee voorwaarden moeten voldoen om aanvaardbare resultaten te verkrijgen, hetgeen hierna wordt aangetoond.

Men moet zich in dit verband afvragen welke eigenschappen het gedrag van zo'n onderdeel onder de invloed van stoten bepalen.

Dit zijn:

1. de vorm en de afmetingen
2. de dichtheid van het materiaal
3. de elastische eigenschappen van het materiaal.

De vorm, de afmeting en de dichtheid bepalen de *massa* van het onderdeel; de dichtheid en de elastische eigenschappen bepalen de *voortplantingssnelheden* van de spanninggolven, terwijl deze laatste tezamen met de vorm en de afmetingen de looptijden van de golven bepalen van een contactvlak met een aangrenzend onderdeel naar het contactvlak met een ander aangrenzend onderdeel.

Voor de heipaal heeft men:

1. vorm: prismatische staaf waarvan de dwarsafmetingen klein zijn t.o.v. de lengte; afmetingen: staafdoorsnede  $A$ , lengte  $L$ ;
2. dichtheid  $\rho$ ;
3. van de elastische eigenschappen bleek slechts de elasticiteitsmodulus van belang te zijn.

De massa van de paal is gelijk aan  $m = A.L.\rho$ .

De enige voortplantingssnelheid die van belang is

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

De looptijd van de golven  $T = L/c$ .

Deze grootheden bepalen samen de *paalimpedantie*  $Z$ .

$$Z = \frac{AE}{c} = \frac{A \cdot L \cdot \rho \cdot E}{c \cdot L \cdot \rho} = \frac{m \cdot E}{c \cdot L \cdot \rho} = \frac{mc^2}{c \cdot L} = \frac{m}{L/c} = \frac{m}{T}$$

$Z$  en  $T$  bepalen het dynamisch gedrag van de paal.

Wil men een onderdeel van het blok of een heimuts e.d. in de berekeningen vervangen door een staaf, dan moet aan deze staaf een (constante) impedantie

$$Z = \frac{m}{T} \text{ worden toegekend.}$$

Het spreekt vanzelf dat de *massa* van de vervangende staaf *gelijk* moet zijn aan die van het onderdeel waarom het gaat.

Deze keuze is dus gemakkelijk en eenduidig. Het bepalen van de juiste waarde van de looptijd  $T$  is echter moeilijker, daar er t.a.v. het niet staafvormige onderdeel niet één enkele looptijd bestaat. De in zo'n onderdeel optredende spanningsgolven zijn nl. in het algemeen noch enkelvoudige P golven, noch enkelvoudige S golven. Zelfs indien ergens b.v. een enkelvoudige P golf ontstaat dan wordt deze bij de eerste reflectie weerkaatst als een P golf en een S golf.

Het is daarom nodig een *schatting* te maken voor de looptijd van de golven. Wij beschouwen hiertoe eerst een dikke ringvormige plaat, bijvoorbeeld een slagplaat gebruikt voor het heien van stalen buispalen met een hydroblok (fig. 2.2-8).

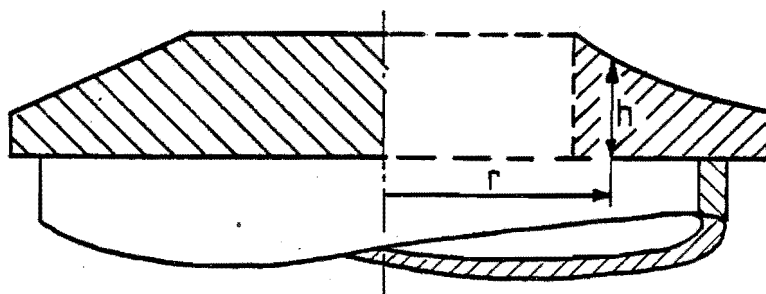


Fig. 2.2-8 Een slagplaat en de schematisering ervan.

Wij nemen aan dat de dikte en de straal van dezelfde orde van grootte zijn (dus niet dat de dikte te verwaarlozen is t.o.v. de straal, zoals meestal wordt aangenomen in de buigingstheorie). In dit geval kan men daarom aannemen dat, behoudens in het centrale deel (fig. 2.2-8), de krachtsoverdracht van binnen- naar buitenrand voornamelijk door schuifspanningen geschiedt, zodat buigspanningen verwaarloosd kunnen worden.

Noemt men de totale schuifkracht langs een omtrek  $D$  dan vindt men voor de dynamische differentiaal vergelijking

$$\frac{\partial D}{\partial r} = - 2\pi\rho hr \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (\text{zie fig. 2.2-9})$$

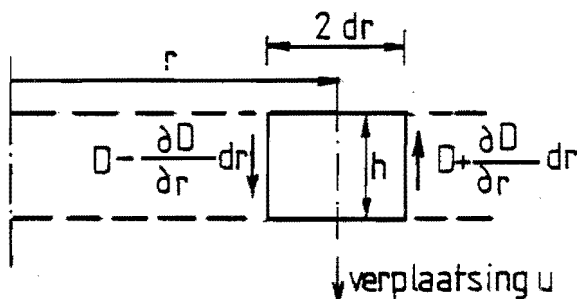


Fig. 2.2-9 Ringvormig element uit een dikke plaat

Voor  $D$  kan geschreven worden

$$D \cong 2\pi hr\tau = 2\pi hrG \text{ maal de hoekverdraaiing} =$$

$$- 2\pi hrG \frac{\partial u}{\partial r}, \text{ zodat } \frac{\partial D}{\partial r} = - 2\pi G \frac{\partial}{\partial r} (hr \frac{\partial u}{\partial r})$$

Substitueert men dit in de differentiaal vergelijking dan

$$\text{vindt men} \quad \rho(hr) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = G \frac{\partial}{\partial r} (hr \frac{\partial u}{\partial r})$$

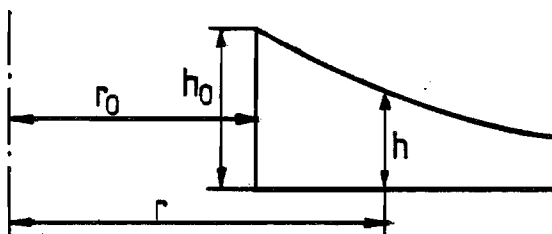
of

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{c^2}{Rr} \frac{\partial}{\partial r} (hr \frac{\partial u}{\partial r})$$

Indien  $h$  constant is (althans niet omgekeerd evenredig met  $r$ ) dan is de oplossing slechts in de vorm van reeksen te vinden met behulp van een integraal-transformatie (hetzij Laplace; hetzij Fourier-Hankel).

Als echter  $(hr)$  constant is

$$hr = h_0 r_0 \quad (\text{zie fig. 2.2-10})$$



dan wordt de differentiaal vergelijking gereduceerd tot

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c_t^2 \frac{\partial^2 u}{\partial r^2}$$

Fig. 2.2-10 Ringvormige plaat met constante doorsnede

Deze heeft dezelfde vorm als die geldend voor dunne staven, zodat ook de oplossing analoog is:

$$u = f(r - c_t t) + g(r + c_t t) = f(\xi) + g(\eta)$$

Dan is 
$$D = -2\pi h r_0 G \frac{\partial u}{\partial r} = -2\pi h_0 r_0 G \frac{\partial u}{\partial r} =$$

$$= -2\pi h_0 r_0 G \left( \frac{df}{d\xi} + \frac{dg}{d\eta} \right)$$

Voorts is 
$$v = \frac{\partial u}{\partial t} = -c_t \left( \frac{df}{d\xi} - \frac{dg}{d\eta} \right)$$

Noemt men nu 
$$-2\pi h_0 r_0 G \frac{df}{d\xi} = D_{\downarrow} \quad \text{en} \quad -2\pi h_0 r_0 G \frac{dg}{d\eta} = D_{\uparrow},$$

dan is 
$$v = \frac{c_t}{2\pi h_0 r_0 G} (D_{\downarrow} - D_{\uparrow})$$

N.B. Met  $D_{\downarrow}$  is bedoeld de golf die zich naar de buitenrand toe verplaatst en  $D_{\uparrow}$  de tegengesteld lopende golf.

De grootheid  $Z = \frac{2\pi h_0 r_0 G}{c_t}$  is de voor een dergelijke ring-

vormige plaat geldende *impedantie*.

De massa van de ring met binnenstraal  $r_0$  en buitenstraal  $r_1$  is gelijk aan

$$m = 2\pi\rho(r_1 - r_0)h_0r_0$$

De looptijd van de golven is

$$T = \frac{r_1 - r_0}{c_t},$$

zodat  $\frac{m}{T} = \frac{2\pi\rho c_t (r_1 - r_0) h_0 r_0}{r_1 - r_0} = 2\pi\rho c_t h_0 r_0$

Met  $\rho = \frac{G}{c_t^2}$  wordt het  $\frac{2\pi G h_0 r_0}{c_t} = Z$ .

Dus ook hier geldt:  $\text{impedantie} = \frac{\text{massa}}{\text{looptijd}}$

Hetzelfde geldt uiteraard voor elk onderdeel waarvoor de doorsnede constant is, b.v. voor een verloopstuk voor een buispaal van een kleine naar een grote diameter. De wanddikte zou dan met de verticale afstand moeten afnemen.

N.B. In de praktijk wordt dit niet gedaan.

In werkelijkheid hebben de onderdelen waarom het hier gaat geen constante doorsnede, zodat de impedantie niet een constante is.

Ten behoeve van een heiprogramma *vervangt* men een *dergelijk onderdeel* door een *staaf* met *constante doorsnede* met gelijke massa en een *geschatte looptijd* van de golven. De hierboven gegeven afleiding geeft een aanwijzing hoe deze laatste bepaald wordt.

Bereken de looptijd van de transversale golf (shearwave  $c_t$ ) over een afstand gelijk aan de buitenstraal  $r_1$

$$T_1 = \frac{r_1}{c_t}$$

Bereken de looptijd van de compressiegolf ( $c_1$ ) over de grootste dikte  $h$

$$T_2 = \frac{h}{c_1}$$

De in rekening te brengen looptijd  $T$  wordt dan gelijk gesteld aan:

$$T = T_1 + T_2$$

$$\text{Met } c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad c_1 = \sqrt{\frac{E}{\rho} \cdot \frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}} \quad \text{en} \quad c_t = \sqrt{\frac{E}{\rho} \cdot \frac{1}{2(1+\nu)}}$$

vindt men voor staal ( $\nu = 0,3$ ):

$$c_1 = c \cdot 1,160 \quad c_t = c \cdot 0,620$$

$$\text{zodat} \quad T = \frac{1}{c} \cdot \left( \frac{r_1}{0,62} + \frac{h}{1,16} \right) = \frac{1}{c} (1,612r + 0,362h)$$



Deze methode levert een aanvaardbare "vervangingsstaaf" voor slagplaten, heimutsen en b.v. diverse onderdelen van een hydroblok.

Dit wordt aannemelijk gemaakt door b.v. het berekende en het met rekstrookjes gemeten krachtsverloop nabij de paalkop te vergelijken, zoals b.v. is weergegeven in de figuren 2.2-11 en 2.2-12, overgenomen uit 9 . Het blijkt dat de overeenstemming tussen de berekeningen en de metingen zeer goed is.

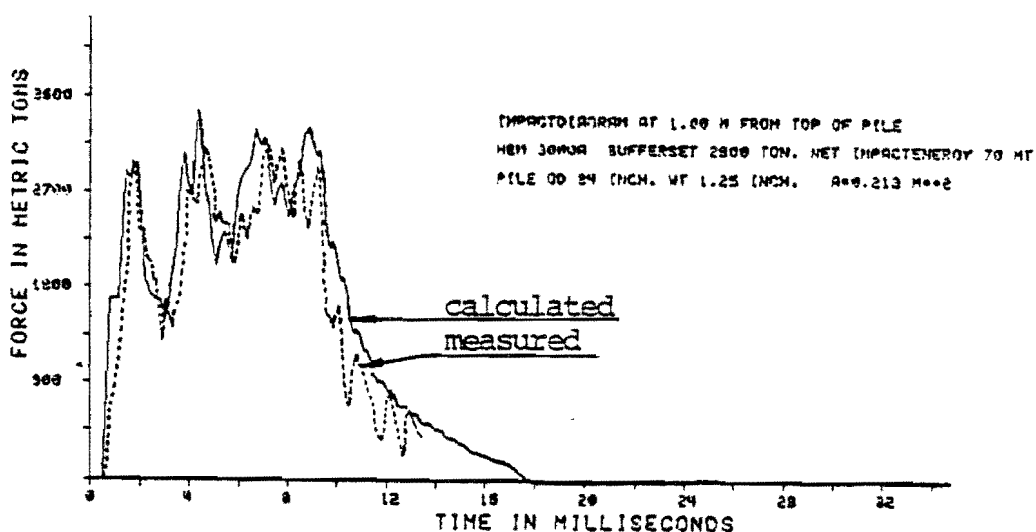
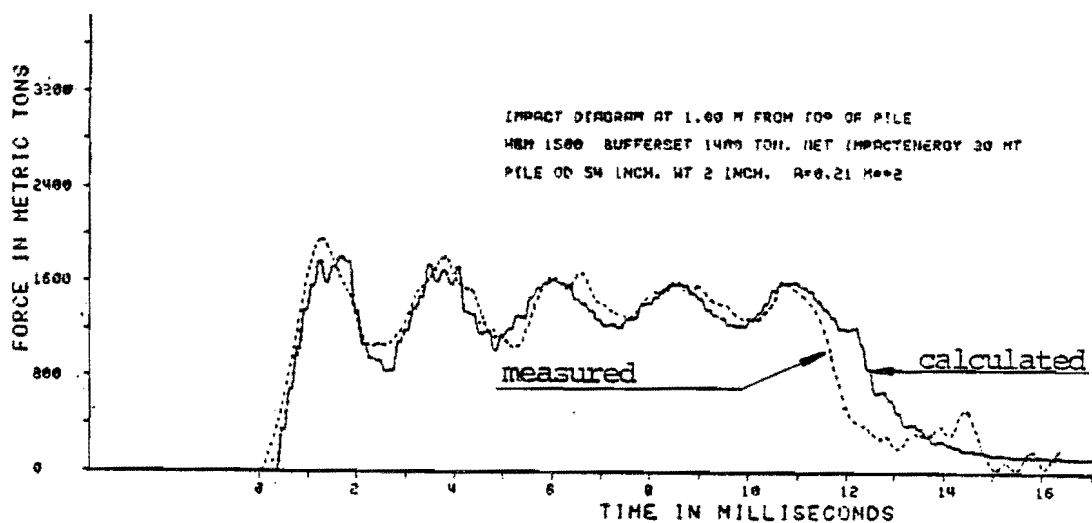


Fig. 2.2-11 en 2.2-12 Gemeten en berekende stootdiagrammen

2.3 De weerstanden tegen het indringen van de paal in de grond en de metingen ervan

2.3.1 Zowel bij het langzaam (quasi statisch) in de grond drukken van een paal, (zoals b.v. bij een proefbelasting) als bij het heien, ondervindt de paal twee soorten weerstanden en wel

a. De *puntweerstand*. Dit is de weerstand die de grond levert tegen het verdringen ervan bij de paalpunt, en die een naar boven gerichte *drukkracht* op de paal uitoefent. Daarbij treedt dus een aanzienlijk "plastische" deformatie van de grond op waarbij een groot aantal glijdvlakken ontstaan en waarbij de grond dus tot het grensdragvermogen wordt belast.

Wordt het grensdragvermogen niet bereikt dan levert de grond een reactie.

b. De *schachtwrijving* of *kleef*. Dit is de weerstand die de grondlagen rondom de schacht opleveren en die *schuifspanningen* op de schacht veroorzaakt. In het algemeen zijn deze schuifspanningen naar boven gericht als de paal neerwaarts beweegt.

De weerstanden in het quasi statische geval en die welke optreden bij het heien zijn beide afhankelijk van dezelfde grond.

*Dit wil echter geenszins zeggen dat de weerstanden in beide gevallen dezelfde waarde hebben.*

De weerstand die grond biedt tegen vervormingen is namelijk *afhankelijk van tal van factoren*, in het bijzonder van de *deformatiesnelheid* en van de *spanningstoestand*.

Een der factoren die de spanningstoestand kunnen beïnvloeden treedt op als bij de deformatie het volume verandert en de poriën grotendeels met grondwater zijn gevuld. De volumeverandering van grond is namelijk niet (nauwelijks) het gevolg van de volumeverandering van de "korrels" noch die van het grondwater (compressiemodulus van steen  $\approx 40000 \text{ MN/m}^2$ , van water  $\approx 2000 \text{ MN/m}^2$ ), doch voornamelijk van de verandering van het poriënvolume. Dit kan alleen als grondwater wordt weggeperst of aangezogen, waartegen de stromingsweerstand in de poriënkanaalen zich verzet. Hierdoor verandert de druk in het water zodat bij gelijk blijvende totale spanning de normaalspanningen opgenomen door het korrelskelet overeenkomstig verminderen c.q. vermeederen (beide mogelijkheden kunnen optreden, zeker bij het heien!).

Daarbij dient te worden opgemerkt dat de *schuifspanningen* - die vrijwel uitsluitend door het korrelskelet worden opgenomen - *niet veranderen* ten gevolge van veranderingen van de water­spanning. De weerstand tegen afschuiving kan echter afhangen van de normaalspanningen, zodat deze *weerstand wel beïnvloed* kan worden door volumeveranderingen.

Belangrijk is ook nog dat in fijnkorrelige grondsoorten zoals klei niet al het in de porieën aanwezige water vrij kan stromen.

Een deel ervan wordt nl. door moleculaire krachten aan de korrels vastgehouden waardoor de viscositeit van deze waterfilm veel groter is dan normaal. Het is daarbij mogelijk dat de korrels elkaar niet raken zodat de weerstand tegen deformatie feitelijk een visceuse weerstand is (en dus sterk afhankelijk van de vervormingssnelheid).

Een ander verschijnsel dat bij het heien de weerstanden beïnvloedt is het feit dat *ook in de grond spanningsgolven* optreden.

Feitelijk zou men dus bij de analyse van het heiproces de paal en de omringende grond moeten beschouwen als een stelsel bestaande uit twee elkaar beïnvloedende media. Daarbij treden dan in de grond ruimtelijke spanningsgolven op met alle mogelijke reflecties en refracties. Gezien de zeer ingewikkelde eigenschappen van grond (die niet ten volle bekend zijn), is een dergelijke analyse voorlopig niet uitvoerbaar.

*Daarom is men genoodzaakt om als dynamisch systeem slechts de paal (plus hamer, slagplaten, heimuts en mutsvulling) te kiezen en de door de grond erop uitgeoefende weerstanden te beschouwen als randvoorwaarden.*

Uiteraard moet men *trachten de weerstanden*, afhankelijk van de met de diepte vaak sterk variërende grondeigenschappen, van de bewegingssnelheid van de paal (functies van plaats en tijd) en eventueel van de versnellingen, *zo realistisch mogelijk in rekening te brengen.*

2.3.2 Men moet daarom aanvaarden dat onze kennis van de grondmechanica thans nog ontoereikend is om de wijze waarop de weerstanden werken theoretisch af te leiden.

Het is wel mogelijk om op grond van een - eventueel intuïtieve - voorstelling van de wijze waarop b.v. de kleef werkt een benadering van dit gedrag in de rekenvoorschriften vast te leggen. Daarbij zal men dan trachten de aanwezige kennis van de mechanica zo goed mogelijk toe te passen. In een aldus afgeleid rekenvoorschrift komen dan een aantal parameters voor waarvan de grootte moet worden vastgesteld. Daarvoor heeft men *enig houvast* aan het *grondonderzoek* - boringen, onderzoek van (ongeroderde) grondmonsters, diepsonderingen, etc. De gegevens uit het grondonderzoek, b.v. de *conusweerstand* en de *plaatselijke kleef* gemeten met een diepsondeerapparaat zijn echter quasi-statische weerstanden, terwijl voor de heiberekening de dynamische grootheden nodig zijn.

2.3.3 De *relatie* tussen de *statische* en de *dynamische weerstanden* en de wijze waarop de *snelheidsafhankelijkheid* tot uiting komt kan *slechts uit experimenten worden afgeleid*.

Het meest directe experiment bestaat uit het verrichten van een *heiproef*. Zo is het heien van een paal waarbij gekalenderd wordt te beschouwen als een eenvoudige heiproef, die bovendien de voortgang van het heiwerk niet beïnvloedt.

De analyse van de metingen (nl. de zakking per slag bij een aantal penetratiediepten) kan dan geschieden met behulp van computerberekeningen met een heiprogramma. Uiteraard moet dan ook de trefsnelheid van het blok op een of andere manier zijn bepaald. Men doet dan aannamen over het dynamisch gedrag van de diverse grondlagen, waarbij de resultaten van het grondonderzoek enige aanwijzingen geven. De aldus geschatte weerstandsverdeling wordt dan ingevoerd tezamen met de gegevens over blok, muts en paal, waarna het programma de zakking per slag oplevert. Deze wordt dan vergeleken met de gemeten zakking per slag. Op grond van de meer of minder goede overeenstemming worden de in te voeren grondgegevens gecorrigeerd, totdat de overeenstemming redelijk is. Dit alles moet herhaald worden voor een aantal verschillende penetratiediepten.

Daarbij blijkt dan dat de *kleef*, die in een bepaalde grondlaag werkt, *afhankelijk* is van de *penetratiediepte* en wel dat de kleef afneemt naarmate een grotere lengte paal die laag heeft gepasseerd. Men noemt dit "*soilfatigue*".

Een ieder die wel eens een kleimonster gedurende enige tijd verkneet heeft, weet dat de klei langzamerhand slapper wordt. Verkneding is juist het verschijnsel dat voortdurend bij het heien optreedt; de paal krijgt nl. tegen het eind van een slag meestal een geringe opwaartse beweging (doordat de paal zich ontspant).

Behalve deze theoretische overwegingen levert de *heipraktijk* eveneens een aanwijzing dat het fenomeen "*soilfatigue*" *inderdaad optreedt*.

Het komt nl. herhaaldelijk voor dat bij heien door betrekkelijk uniforme grondlagen de kalendering vrijwel een *constant aantal slagen* per meeteenheid (b.v. 25 cm) vertoont, soms wel over 10 m en meer, terwijl men zou verwachten dat de totale heiweerstand toeneemt. Dit wijst erop dat de totale heiweerstand over dit traject vrijwel constant is gebleven. Uit een en ander volgt dat voor de analyse van een dergelijke "heiproef" een zeer groot aantal computerberekeningen gedaan moeten worden voordat men een redelijk consistent resultaat krijgt.

En dan nog levert deze methode slechts een globaal beeld van het gedrag van de grond. Heeft men b.v. de snelheidsafhankelijkheid van de kleef ingevoerd overeenkomstig de formule

$$2.1.16A \quad (w = w_0 \left( \frac{v}{|v|} + J.v \right))$$

dan kan men voor de dempingsfactor  $J$  slechts vermoedelijke grenzen vinden die dan gelden voor het gehele grondpakket en niet voor de diverse lagen afzonderlijk, terwijl het te verwachten is dat  $J$  een grondeigenschap is die voor elke grondsoort een eigen waarde heeft.

Desalniettemin levert deze methode waardevolle gegevens en het is bovendien in vele gevallen de enige mogelijkheid om iets over het gedrag van de grond te weten te komen, daar de meer uitgebreide metingen gedurende het heien, nl. op geïnstrumenteerde palen zeer kostbaar zijn, voornamelijk omdat daarbij onvermijdelijk vertragingen van de voortgang van het heiwerk optreden.

Bij de meer uitgebreide metingen worden palen gebruikt voorzien van *electronische meetelementen* zoals *rekstrookjes* en *versnellingsmeters* (z.g. *geïnstrumenteerd* palen).

Men kan b.v. rekstrookjes bevestigen nabij de paalkop en nabij de paalpunt en ook op tussen gelegen plaatsen.

Deze leveren dan het verloop in de tijd van de rek van de paal op de plaatsen van de rekstrookjes, waaruit het spanningsverloop is te berekenen. Dit verloop wordt bij de analyse met het heiprogramma berekend, waardoor men een veel betere vergelijking tussen de meting en de berekening kan maken dan uitsluitend op grond van gemeten en berekende zakkingen.

Het is goed erop te wijzen dat meting van de rek vlak bij de paalkop geen zin heeft, omdat de spanningsverdeling over de doorsnede daar niet gelijkmatig is; de spanningsgolven zijn daar nog ruimtelijk, terwijl de lineaire golven zich pas op enige afstand van de kop instellen (naar schatting op ongeveer drie paal diameters afstand).

Zeer waardevolle gegevens kan men verkrijgen als men *ter plaatse* waar men het *rekverloop* meet ook de *bewegingssnelheid* kan meten.

Door combinatie van deze twee grootheden, nl. het krachtniveau  $F(x,t)$  en het snelheidsverloop  $v(x,t)$ , kan men nl. de *golven scheiden* in de *neerwaartse* golf  $F_{\downarrow}(x,t)$  en *opwaartse* golf  $F_{\uparrow}(x,t)$ . Immers uit de twee vergelijkingen

$$F(x,t) = F_{\downarrow}(x,t) + F_{\uparrow}(x,t)$$

$$Z . v(x,t) = F_{\downarrow}(x,t) - F_{\uparrow}(x,t)$$



vindt men:

$$F_{\downarrow}(x,t) = \frac{1}{2}(F(x,t) + Z.v(x,t)) \quad (2.3.1)$$

$$F_{\uparrow}(x,t) = \frac{1}{2}(F(x,t) - Z.v(x,t))$$

(vergl. par. 2.1.4, formules 2.1.22 en 2.1.23)

Dit opent de mogelijkheid om de totale kleef, de totale weerstand en de plaatselijke kleef direct te meten (alle als tijdfuncties). Ik heb dit in [11] uitvoerig behandeld. De analyse voor deze gevallen worden dan niet met het heiprogramma gemaakt doch met speciale (eenvoudige) computerprogramma's.

Het meten van de bewegingssnelheid kan op diverse manieren geschieden. Directe *snelheidsmetingen* zijn mogelijk doch vergen een gecompliceerde apparatuur en zijn slechts boven het maaiveld mogelijk.

De meest voor de hand liggende bepaling van  $v(x,t)$  is door integratie van het signaal van een *versnellingsmeter*. Het hangt echter af van het type versnellingsmeter of de integratie een bevredigend resultaat oplevert. Veel versnellingsmeters vertonen nl. plotselinge nulpuntsverschuivingen t.g.v. de schok, die bij de analyse slechts proberenderwijs geëlimineerd kunnen worden. Betrouwbare integratie is mogelijk met een piezoresistieve versnellingsmeter en de door Middeldorp (TNO - IBBC) bedachte meetschakeling [12].

Er bestaan echter nog andere methoden om de snelheid te bepalen en wel volgens de methode van de *differentiaal rekstrookjes*.

Dit zijn twee op geringe afstand boven elkaar bevestigde rekstrookjes. Dan is nl. het verschil van de signalen een maat voor de versnelling, immers (zie fig. 2.3-1):

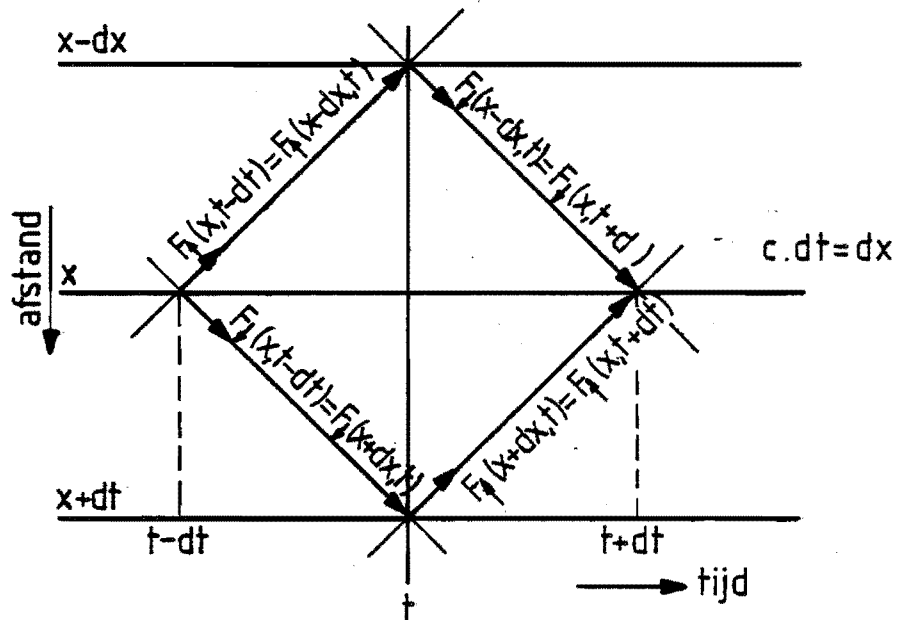


Fig. 2.3-1 Bepaling van de versnelling met differentiaalrekstrookjes

$$F(x-dx, t) = F_{\uparrow}(x, t-dt) + F_{\downarrow}(x, t+dt)$$

$$F(x+dx, t) = F_{\uparrow}(x, t+dt) + F_{\downarrow}(x, t-dt)$$

$$\text{verschil} = F_{\downarrow}(x, t+dt) - F_{\uparrow}(x, t+dt) -$$

$$- (F_{\downarrow}(x, t-dt) - F_{\uparrow}(x, t-dt))$$

$$= Z \cdot (v(x, t+dt) - v(x, t-dt))$$

$$= Z \cdot (v(x, t) + \frac{dv}{dt} \cdot dt - v(x, t) + \frac{dv}{dt} dt)$$

$$= 2 \cdot Z \cdot \frac{dv}{dt} \cdot dt$$

$$\text{of: } -E \cdot A \cdot (\varepsilon(x-dx, t) - \varepsilon(x+dx, t)) = 2Z \frac{dv}{dt} \cdot dt = 2 \frac{EA}{c} \frac{dv}{dt} \cdot \frac{dx}{c}$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{2} \cdot c^2 \cdot \frac{\varepsilon(x+dx, t) - \varepsilon(x-dx, t)}{dx} \quad (2.3.2)$$

De aldus gevonden versnelling, die niet behept is met nul-puntsverandering, kan eenvoudig geïntegreerd worden.

Een andere, zeer elegante, methode om uit de twee rek-strooksignalen de snelheid te vinden is ontwikkeld door B. Lundberg en A. Henchoz [13]. Daarbij wordt de snelheid verkregen door herhaalde toepassing van de formule 2.3.2, die op analoge wijze wordt afgeleid (zie fig. 2.3-2)

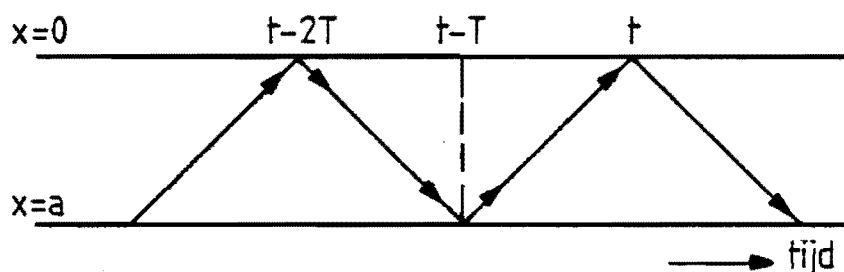


Fig. 2.3-2 Bepaling van de snelheid volgens Lundberg en Henchoz

$$\frac{v(o, t)}{c} = \frac{v(o, t-2T)}{c} + 2\varepsilon(a, t-T) - \varepsilon(o, t) - \varepsilon(o, t-2T) \quad (2.3.3)$$

Hierbij wordt dus niet geïntegreerd, doch de herhaalde toepassing van (2.3.2) om vanuit  $v(o, 0) = 0$  de snelheid  $v(o, t)$  te berekenen blijkt, wat rekennauwkeurigheid betreft, equivalent te zijn met de integratie van  $\frac{dv}{dt}$ .

Twee opmerkingen hierover zijn van belang:

1. De beide methoden zijn slechts geldig voor paaldelen boven het maaiveld (dus zonder kleeft). Slechts indien metingen worden gedaan aan een buispaal van voldoende diameter, die dan van onder gesloten moet zijn, kan men door een kunstgreep ook snelheidsmetingen verrichten beneden het maaiveld.

Men gebruikt daartoe een inwendig aan de paalwand bevestigde constructie zoals geschetst in fig. 2.3-3.

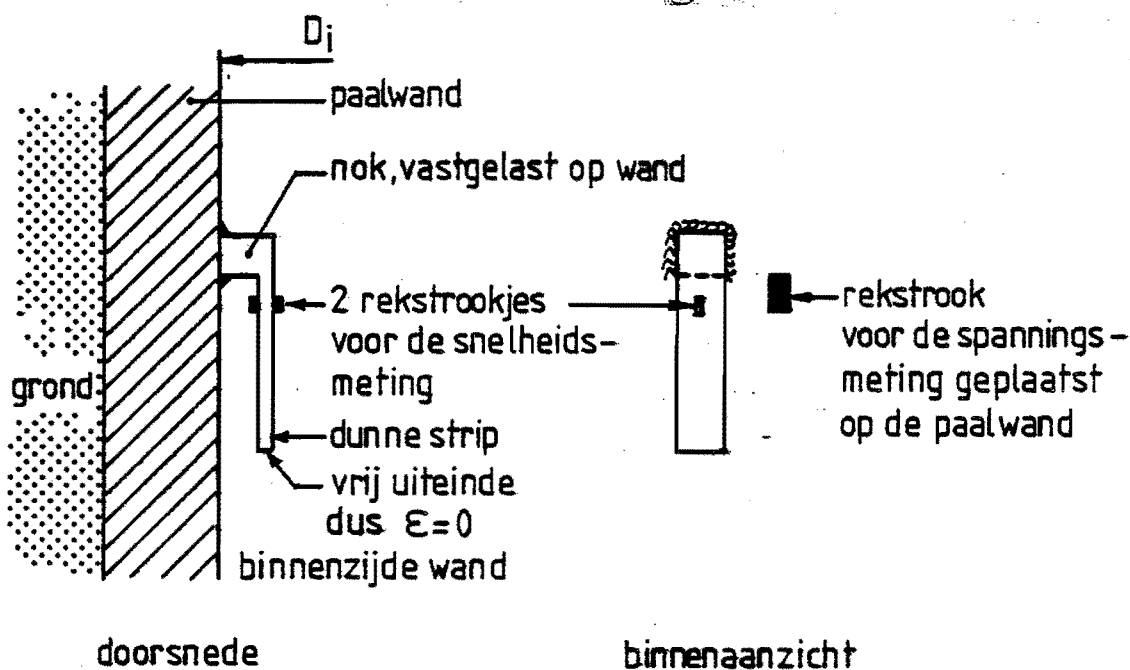


Fig. 2.3-3 Meetmethode voor de snelheid beneden het maaiveld

Er zijn 2 rekstrookjes op de strip nodig ter compensatie van de spanningen t.g.v. de buigtrillingen van de strip. Het ondereind van de strip is, wegens de reflectie van de golven aan het vrije eind spanningsloos, zodat de rek daar altijd gelijk is aan nul.

De snelheidsberekening kan dan het beste met formule 2.3.2 geschieden.

2. Bij toepassing voor metingen dicht onder de kop van een stalen buispaal van grote diameter (waarvoor men overigens zeker twee maar liefst vier stellen langs de omtrek verdeelde rekstrookjes nodig heeft) moet niet alleen de rek in verticale richting, maar tevens die in tangentiële richting afzonderlijk gemeten worden.

Het blijkt nl. dat de horizontale verplaatsing van de paalwand kort na de stoot niet gelijk loopt met de verticale.

Berekent men echter  $\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_x + \nu\epsilon_t)$  dan vindt men

daarmee het golf-theoretisch juiste resultaat:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\rho} \frac{(\sigma(x+dx,t) - \sigma(x-dx,t))}{dx} \quad (2.3.2A)$$

#### 2.3.4 Thans iets over de resultaten van dergelijke metingen.

Vooropstellend dat er tot nog toe *nog veel te weinig metingen* zijn verricht die bij de analyse voldoende betrouwbaar blijken te zijn *om stellige uitspraken* te kunnen doen over de wijze waarop de weerstanden werken en hoe de relatie is tussen de uit het grondonderzoek bepaalde statische weerstanden en de dynamische weerstanden die een rol spelen bij het heien, geef ik in het hierna volgende een aantal gevolgtrekkingen die ik gemeend heb te kunnen maken uit waarnemingen en analyses van metingen bij het heien.

##### 2.3.4.1 De grootte en het tijdsverloop van de puntweerstand

Uit metingen bij heiproeven verricht door de H.B.G. op Rozenburg (1971) en op de Maasvlakte (1972) [14], waarbij nabij de punt van de daar gebruikte betonpalen rekstroken waren ingestort, bleek dat in de diepere zandlagen de puntrekstrookjes een verloop aangaven zoals weergegeven in fig. 2.3-4 (blz. 82).



Deze figuur, ontleend aan [14] betreft een der metingen op de Maasvlakte aan een 31,5 m lange voorgespannen betonpaal 45 x 50 cm. bij een penetratie van 23,9 m (31,4 m  $\dot{\div}$  NAP). De rekstrookjes waren aangebracht op resp. 0,62 m, 14,90 m, 29,18 m, 30,44 m en 31,28 m beneden de kop. De paal is geheid met een Hydroblok HBM 850.

Het blijkt dat de puntweerstand begon met een vrij lage waarde, in enige milliseconde toenam tot een hogere waarde die daarna enige tijd vrijwel constant bleef. Aan het eind van het rektijd-diagram ziet men een geleidelijke afname van de kracht, doch het betreft dan een puntreactie waarbij de paal niet verder zakte.

Het fluctuerende verloop, vooral aan het begin, is voornamelijk het gevolg van het feit dat zelfs rekstrook nr. 5 niet precies op het puntniveau kon worden aangebracht.

De afstand was 0,22 m zodat het onderste rekstrookje weergeeft de waarde van de neerwaartse golf op een tijd  $t$  en de opwaartse golf die op tijd  $t.\Delta t$  vertrok van het puntoppervlak. Deze opwaartse golf had dus de waarde  $F_g(t-\Delta t) - F_{\downarrow}(31,5m, t-\Delta t)$ . Deze neerwaartse golf had het niveau van het rekstrookje gepasseerd op tijd  $t-2\Delta t$ .

Het rekstrookje geeft dus de puntweerstand weer plus de fluctuatie in de neerwaartse golf in het interval  $2\Delta t = \frac{2 \times 0,22}{c} = \frac{2 \times 0,22}{4,3} = 0,10$  ms.

Men ziet dan ook dat de fluctuaties bij de rekstrookjes 3 en 4 groter zijn naarmate de afstand tot de punt groter is. Bovendien heeft de kleef ook enige invloed.

Men mag daarom aannemen dat de puntweerstand een verloop heeft zoals fig. 2.3-5 schematisch weergeeft.

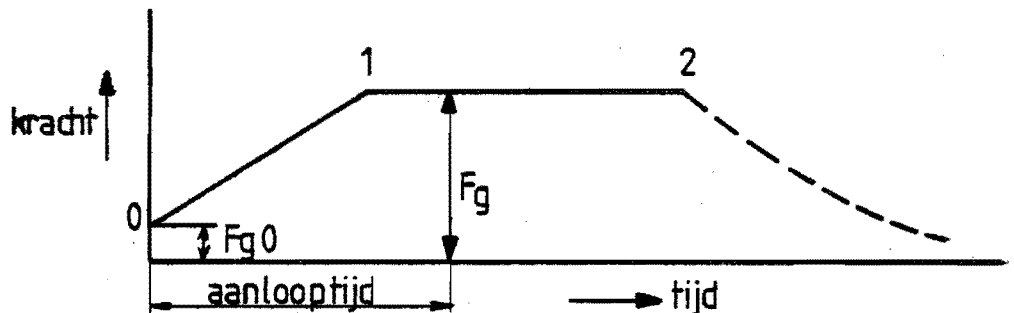


Fig. 2.3-5 Schema van het verloop van de puntweerstand

Het is voorts gebleken dat de waarde  $F_g$  niet sterk beïnvloed werd door de bewegingssnelheid. Dit kon worden geconcludeerd uit metingen van  $F_g$  met verschillende waarden van de bufferdruk van het Hydroblok waardoor de indringingssnelheid overeenkomstig veranderde. De variaties van  $F_g$  bleken niet eenduidig de variaties in de bufferkracht weer te geven. Ten aanzien van de waarde van  $F_g$  kan het volgende worden opgemerkt:



Gezien de conusweerstand gemeten bij een diep-sondering sterke wisselingen met de diepte blijkt te hebben, zodat de weerstand tegen verdringing over korte afstanden sterk varieert, zou men tot de veronderstelling kunnen komen dat ook de puntweerstand van een paal evenzeer sterk met de diepte varieert. Dit is echter veel minder het geval. De conusweerstand en de paalweerstand zijn echter niet uitsluitend het gevolg van de vastheid op de puntdiepte doch hangt ook af van de vastheid zowel onder als boven het niveau van de punt. De glijdvlakken die bij het indringen van de paal, c.q. de conus, ontstaan, treden nl. op in een zône nabij de punt (zowel er boven als er onder maar ook er omheen). Er treedt een soort middeling op. Het spreekt echter vanzelf dat de uitgestrektheid van die zône afhangt van de grootte van het puntoppervlak. Bij de conus van een diepsondeerapparaat is dat  $10 \text{ cm}^2$  (diameter 35,7 mm), terwijl een paal van bv. 35 x 35 cm een oppervlak van  $1225 \text{ cm}^2$  heeft (overeenkomend met een cirkel met een diameter van 395 mm ). Men neemt daarom aan dat de afmetingen van de "meewerkende" zône evenredig is met de paaldiameter.

Op grond van proeven met palen van diverse diameter heeft Koppejan (LGM) voor de statische puntweerstand een rekenwijze opgesteld waarbij de conuswaarde wordt gemiddeld over een diepte onder de paalpunt gelegen tussen  $0,7$  en  $3,75D$  en wel tot die diepte waar het gemiddelde weer toeneemt.

Dit gemiddelde zij  $\sigma_{\text{onder}}$ .

Voorts wordt de gemiddelde conusweerstand berekend van de lagen boven de paalpunt over een afstand  $8D$ , waarbij van onder naar boven wordt gerekend onder verwaarlozing van waarden die hoger zijn dan het gevonden minimum. Dit gemiddelde zij  $\sigma_{\text{boven}}$ .

De in rekening te brengen puntweerstand wordt dan gelijkgesteld aan  $\frac{1}{2}(\sigma_{\text{onder}} + \sigma_{\text{boven}}) * \text{puntooppervlak}$ .

(Diverse auteurs hebben gelijksoortige, maar in details afwijkende rekenwijzen voorgesteld, zie bv. [15].

Uit de hierboven vermelde heiproeven te Rozenburg en op de Maasvlakte is gebleken dat de rekenwijze van Koppejan ook voor de dynamische puntweerstand bruikbaar is.

Het is echter waarschijnlijk dat de evenwichtsverstoringen onder de paalpunt bij het heien tot een iets grotere diepte doordringen. Latere heiproeven o.a. te Dordrecht op een stalen buispaal van 84 inch diameter die aan de onderkant gesloten was, gedurende de beproevingen van de Offshore Hydroblokken HBM3000 en HBM4000, wezen in die richting.

Ook berekeningen, uitgevoerd met het in paragraaf 2.1.5.3 genoemde dynamische finite-element programma van Kok - Tolman hadden tot resultaat dat in het dynamische geval bepaalde spanningen tot grotere diepte doordringen dan voor het statische geval volgt uit de formules van Boussinesq [16].

Tenslotte vermeld ik nog de vermoedelijke oorzaak van het oplopen van de puntweerstand in zand aan het begin van de slag en het daarna vrijwel constant blijven:

*In niet te los gepakte zanden kunnen glijdvlakken slechts optreden nadat een zekere volume vergroting is opgetreden (zie fig. 2.3-6).*

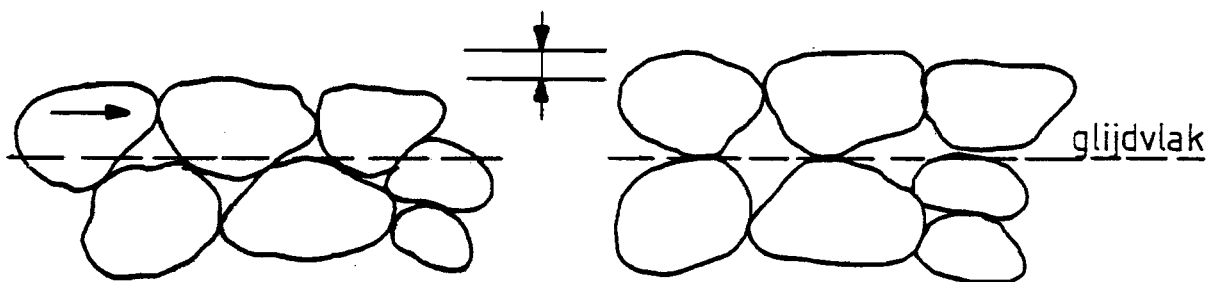


Fig. 2.3-6 Toename van het volume bij het ontstaan van een glijdvlak

Dit betekent dat het poriënvolume toeneemt. Als de poriën (grotendeels) gevuld zijn met grondwater ontstaat daarin dus een drukvermindering, zodat water uit verderaf gelegen poriën wordt aangezogen.

De korrelspanning neemt hierdoor overeenkomstig toe, zodat de schuifweerstand volgens de wet van Coulomb toeneemt. Dit proces zet zich voort totdat de plaatselijke waterdruk zodanig is afgenomen dat het water gaat koken, waarna de onderdruk niet meer toeneemt en de schuifweerstand vrijwel constant blijft zolang de deformatie duurt.

#### 2.3.4.2 De grootte en het tijdsverloop van de kleef

Bij de analyse van de meetresultaten van de heiproeven op de Maasvlakte met een der eerste versies van heiprogramma PILEWAVE bleek dat de indertijd gemaakte veronderstelling dat er in zanden geen snelheidsafhankelijkheid van de kleef zou optreden, niet tot de gewenste resultaten leidde.

Het was wel mogelijk de kleef zodanig in te voeren dat de berekende zakking per slag overeenstemde met de meting. Een plot van het verloop van de puntweerstand toonde echter aan dat deze bleef steken in het oplopende traject 0-1 (fig. 2.3-5), in tegenspraak met de meting (en het ingevoerde verloop overeenkomstig fig. 2.3-5).

De enige *verklaring* hiervoor is dat de *kleef wel degelijk afhankelijk* moet zijn van de *bewegingssnelheid*.

Deze is nl. in het begin groter dan op latere tijdstippen. Een kleef die toeneemt naarmate de snelheid hoger is en daarna weer enigszins afneemt kan dan een nominale waarde  $W_0$  hebben kleiner dan die als er geen snelheidsafhankelijkheid zou zijn.

In de daarom noodzakelijk verbeterde versie van het programma is de snelheidsafhankelijkheid aangenomen overeenkomstig fig. 2.1-2.

Volledigheidshalve merk ik nog op dat een dergelijke aanname reeds eerder door Smith [7] was gedaan; ik ben echter van mening dat een bepaald fenomeen pas dan werkt dient te worden in een programma als experimenten daartoe aanleiding geven.

Het *lineaire verband* tussen de toename van de kleef en de snelheid overeenkomstig fig. 2.1-2 blijkt *vrij goed te voldoen*; bij het maken van *voorspellings-berekening* en voor *globale interpretatie-berekeningen* is deze benadering goed aanvaardbaar.

Bij de interpretatie van de metingen op de Maasvlakte bleken waarden voor de dempingsconstante  $J$  te liggen tussen  $J = 0,45$  en  $J = 0,55$  sec/m.

Voor overgeconsolideerde klei in het Noordzeegebied wordt vaak  $J = 0,6$  sec/m, of in Engelse en Amerikaanse literatuur  $J = 0,2$  sec/ft =  $0,66$  sec/m aangenomen.

Voor heel slappe klei- en sliblagen zou deze constante wellicht iets lager geschat moeten worden bv.  $J = 0,3 \text{ sec/m}$ , hetgeen redelijk voldeed bij interpretatie van heiggegevens verkregen in de Golf van Mexico en in de Zuid-Chinese Zee.

Het hierboven gestelde is niet noodzakelijkerwijs in tegenspraak met het volgende, want ook al is de snelheidsafhankelijkheid niet lineair (hetgeen hierna aannemelijk wordt gemaakt), dan kan het lineaire verband toch een heel goede benadering zijn voor het gedrag van het gehele grondpakket.

Metingen van de plaatselijke kleef volgens de methode gegeven in [14], die o.m. zijn uitgevoerd bij de heiproeven in STUPOC-verband [17] in Hoogzand-Oostermeer (Friesland) en bij heiproeven in CIAD-verband [18] te Amsterdam is nl. gebleken dat de relatie tussen de kleef en de bewegingssnelheid geenszins lineair is. Ook laboratorium proeven [19] hadden een dergelijk resultaat.

De damping-coëfficiënt zelf schijnt af te hangen van de snelheid, en wel zo dat de invloed geringer is naarmate de snelheid toeneemt:

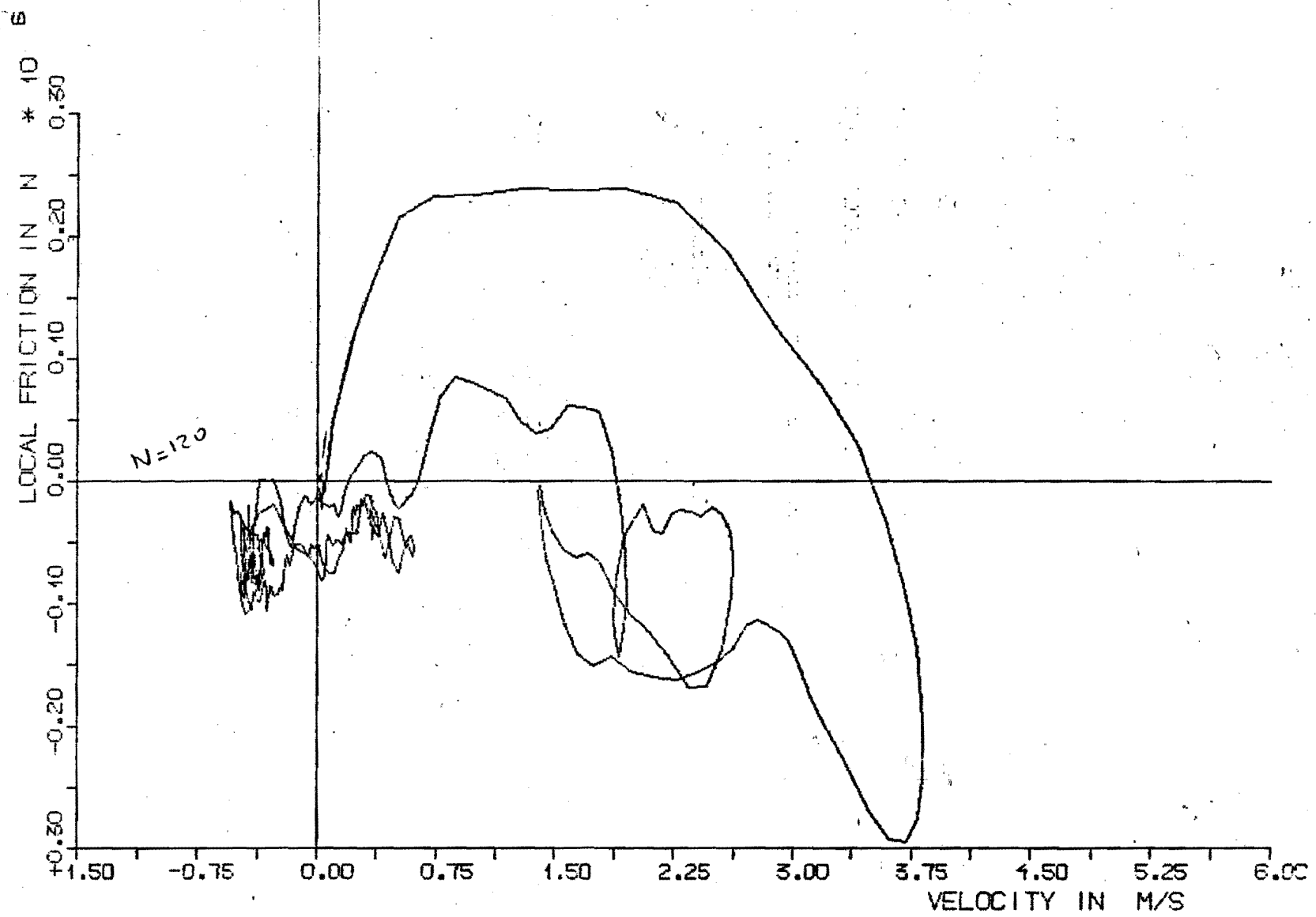
$$\frac{dw}{dv} \text{ is een functie van } v \text{ waarvoor } \frac{d^2w}{dv^2} < 0$$

De resultaten van de metingen van de plaatselijke kleef bij de STUPOC-metingen bleken voor de aanzet van de beweging een verloop te hebben zoals hierboven bedoeld. Het gemeten snelheids-kleef diagram voor tijdstippen later dan ongeveer 1 ms na de aanzet bleek echter een schijnbaar chaotisch verloop te hebben, waarbij ook negatieve kleef bij een positieve snelheid voorkwam. In eerste instantie werd gedacht aan onvolkomenheden in de meettechniek. Toen echter de proeven in CIAD-verband dergelijke snelheids-kleef diagrammen (zie fig. 2.3-7) opleverden kon het voorlopig onverklaarbare gedrag niet meer toegeschreven worden aan meetfouten, hetgeen immers al te onwaarschijnlijk zou zijn. Nadere beschouwing van de diagrammen bracht aan het licht dat gedacht moet worden aan een *invloed van de versnelling*.

De hierboven beschreven verschijnselen kunnen worden verklaard en zelfs met formules voor berekening vatbaar gemaakt worden met de volgende beschouwingen.

Vooraf dient er echter met nadruk op gewezen te worden dat het "werkelijke gedrag" van de grond waardoorheen een paal wordt geheid zó ingewikkeld is (o.a. tengevolge van de ruimtelijke spanningsgolven in een materiaal dat zich slechts bij zeer geringe spanningen elastisch gedraagt) dat de huidige kennis van de eigenschappen van grond ontoereikend is om een algemene theorie over de kleef op te stellen.

Fig. 2.3-7



FRICTION VERSUS VELOCITY AT LEVEL 16.50 M FROM TOP OF PILE  
 CIAD PILE TEST IN AMSTERDAM, NETHERLANDS, 27 AND 28 SEPTEMBER 1978  
 PILE: NO. 7 /LARSSEN LP 116 X 22.0 (A=0.0177 M<sup>2</sup>)/ STEEL;END CLOSED / BLOCK: D36  
 TEST NO: 1161 CODE: 2180 65.0 ST2 ????

0.00.32 (01-08-1980; HBGSOLUC)



Voorlopig moeten wij ons behelpen met benaderingen.

Ik ga ervan uit dat de overheersende *spanningsgolven* in de grond rondom een paal *translatiegolven* zijn (shear waves) die zich *radiaal*, loodrecht op de paalas voortplanten met de snelheid  $c_g = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$ , uiteraard in lagen niet te dicht bij het niveau van de paalpunt. Daar en onder de punt zijn de compressiegolven vermoedelijk op z'n minst even belangrijk. Op enige afstand van de paal zullen de spanningen t.g.v. het heien zo gering zijn dat de grond zich daar elastisch gedraagt. Veronderstellen we voorts dat er geen golven zijn die zich naar de paal toe voortplanten dan kan men stellen dat daar de *schuifspanningen evenredig* zijn met de *verticale snelheid* van de grond; \*

$$\tau = c_g \cdot \rho \cdot v_g \quad (2.3.4)$$

De grootheid  $c_g \cdot \rho$  is een impedantie per oppervlakte-eenheid, waarvoor wij schrijven  $c_g \cdot \rho = Z_g$  (dimensie  $\text{Ns/m}^3$ ).

$$\tau = Z_g \cdot v_g \quad (2.3.4A)$$

Hierbij dient te worden opgemerkt dat de voortplantingssnelheid, althans wat orde van grootte betreft, bekend is, nl. 500 à 600 m/s.

\* N.B. dus *niet evenredig* met de verticale *verplaatsing*; "Quake" (zie par. 2.1.5.1) is dus voor de heitheorie een onaanvaardbare parameter!

Voor de dichtheid kan men het beste de dichtheid van met water verzadigde grond nemen, dus ongeveer  $2000 \text{ kg/m}^3$ .

Stel bv. dat  $\tau_{pl} = 200 \text{ kN/m}^2$ ,  $c_g = 600 \text{ m/s}$  en  $\rho = 2000 \text{ kg/m}^3$  dan vindt men voor de snelheid

$$v_i = \frac{\tau_{pl}}{z_g} = \frac{\tau_{pl}}{c_g \cdot \rho} = \frac{200 \cdot 10^3}{600 \cdot 2000} = 0,17 \text{ m/s}$$

De snelheid van de paal t.o.v. de omringende grond is, zeker aan het begin van de slag, veel hoger.

We moeten aannemen dat de bewegingssnelheid van de grond rondom de paal die ingehaald wordt, afneemt met de afstand tot de paal en dat ergens op voldoende afstand snelheden optreden, waarbij de grond elastisch is.

In de zône *dichter bij de paal* gedraagt de grond zich als een *plastisch materiaal*.

Neemt men voor het verband tussen schuifspanning en deformatie in de plastische zône aan dat de hypothese van Van Mises geldt, nl. dat de *spanningen evenredig* zijn met de *afgeleiden van de deformaties naar de tijd* dan kan men stellen:

$$\begin{aligned}
 \tau &= \eta \frac{d}{dt} \text{ hoekverdraaiing} \\
 &= \eta \frac{d}{dt} \left( - \frac{du}{dx} \right) \\
 &= - \eta \frac{d}{dx} \left( \frac{du}{dt} \right) \\
 \tau &= - \eta \frac{dv}{dx} \tag{2.3.5}
 \end{aligned}$$

Hierin is  $\eta$  een (dynamische) viscositeit.

Om hiermee te kunnen rekenen moet men een *veronderstelling* maken over de *snelheidsgradient*  $\frac{dv}{dx}$ .

De snelheid neemt af naarmate de afstand  $x$  vanaf de paalschacht tot het beschouwde punt groter wordt, zodat de gradient negatief is.

In eerste instantie nemen we aan dat  $\frac{dv}{dx}$  lineair verloopt (zie fig. 2.3-8).

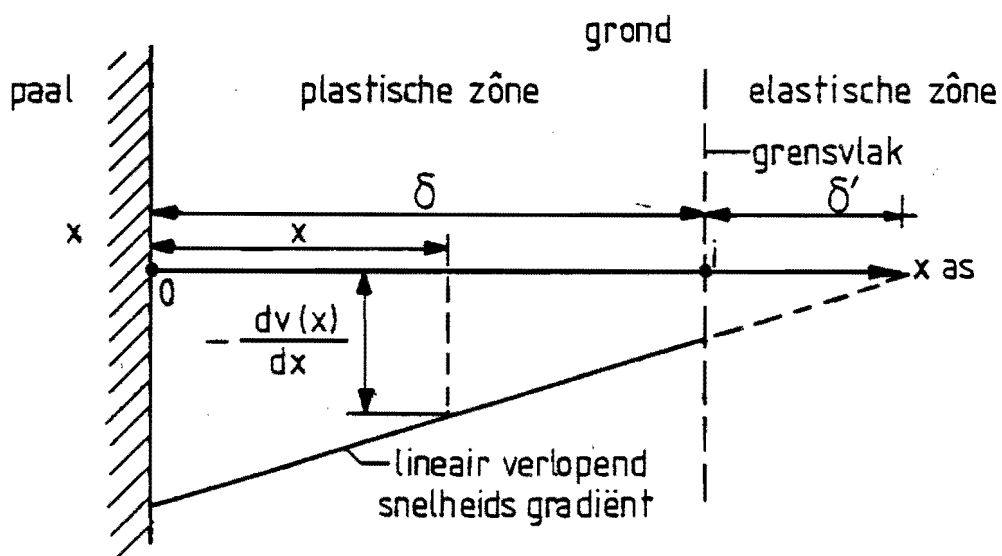


Fig. 2.3-8 Aangenomen verloop van de snelheidsgradient

Uit de figuur volgt  $\frac{dv(x)}{dx} = \left(\frac{dv}{dx}\right)_i \cdot \frac{\delta + \delta - x}{\delta}$ , zodat door integratie:

$$v(x) = v_0 + \left(\frac{dv}{dx}\right)_i \left(\frac{\delta + \delta}{\delta} x - \frac{x^2}{2\delta}\right)$$

Voor  $x = \delta$  vindt men  $v_i = v_0 + \left(\frac{dv}{dx}\right)_i \left(\frac{\delta + \delta}{\delta} \cdot \delta - \frac{\delta^2}{2\delta}\right)$

Met de betrekkingen  $\tau(x) = -\eta \frac{dv(x)}{dx}$  vindt men dan twee vergelijkingen:

$$\tau(x) = \tau_{pl} \cdot \frac{\delta + \delta - x}{\delta} \quad (2.3.6)$$

$$\text{en } v(x) - v_i = \frac{\tau_{pl}}{\eta} \left( \frac{(\delta + \delta)(\delta - x)}{\delta} - \frac{\delta^2 - x^2}{2\delta} \right) \quad (2.3.7)$$

Elimineert men hieruit  $x$  dan vindt men na enige algebra:

$$\tau(x) = \tau_{pl} \cdot \sqrt{1 + \frac{2(v(x) - v_i) \cdot \eta}{\delta \tau_{pl}}} \quad (2.3.8)$$

In fig. 2.3-9 is het verloop van  $\tau(x)$  als functie van  $v(x)$  geschetst, met inbegrip van het lineaire verloop in de elastische zône (nl.  $\tau = Z_g \cdot v$ )

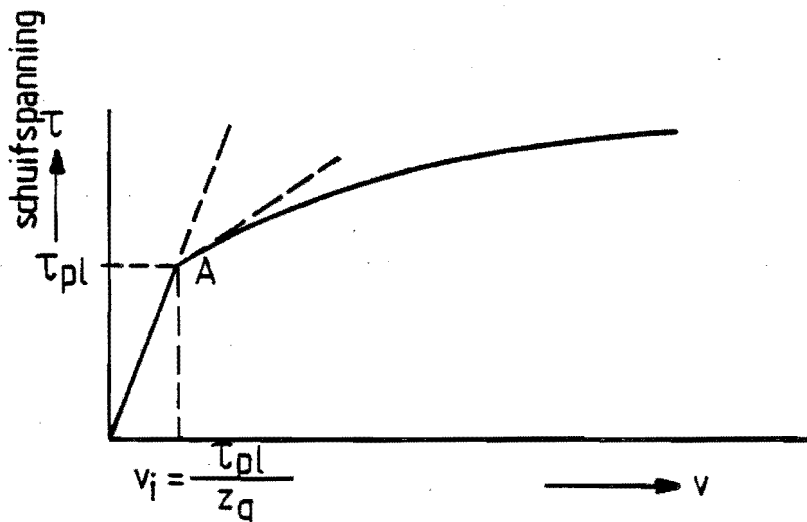


Fig. 2.3-9 Schuifspannings-snelheidsdiagram volgens (2.3.

Stelt men bovendien de eis dat het diagram bij A een continue afgeleide heeft dan moet  $\delta = \frac{\eta}{Z_g}$ .

Daarmee wordt (2.3.7):

$$\begin{aligned} \tau &= \tau_{pl} \sqrt{1 + \frac{2(v-v_i) \cdot \eta}{\eta \cdot \tau_{pl} / Z_g}} \quad \text{of} \\ \tau &= \tau_{pl} \sqrt{1 + \frac{2(v \cdot Z_g - \tau_{pl})}{\tau_{pl}}} \end{aligned} \quad (2.3.9)$$

Dit is echter *niet aanvaardbaar* daar de *snelheidsafhankelijkheid* van  $\tau$  te groot zou zijn!

Men verkrijgt echter een aanvaardbare formule door (2.3.8) nog iets te wijzigen, waarbij echter het lineair verloop van de snelheidsgradient niet meer geldt, hoewel de afwijking gering blijkt te zijn:

$$\tau = \tau_{pl} + K \left( \sqrt{1 + \frac{2(v \cdot Z_g - \tau_{pl})}{K}} - 1 \right) \quad (2.3.10)$$

Deze geldt voor  $v \geq \tau_{pl} / Z_g$ ; voor  $v \leq \tau_{pl} / Z_g$  geldt

$$\tau = v \cdot Z_g \quad (2.3.11)$$

Opmerkingen:

- 1) Het bovenstaande is geen afleiding van het "werkelijk" verband tussen  $\tau$  en  $v$ !
- 2) De formules (2.3.10) en (2.3.11) voldoen echter wel aan de veronderstelling dat de dempings-invloed geringer is naarmate de snelheid groter is.

3) Zij bevatten twee parameters, nl.  $K$  en  $Z_g$ , dus een meer dan in de globale (lineaire) formule 2.1.16a.

Hiervan is  $Z_g$  redelijk te schatten;  $K$  zou experimenteel bepaald moeten worden. Gezien de complicatie doordat blijkens de metingen ook de versnelling invloed heeft is dit niet gemakkelijk.

Gezien het feit dat globaal formule (2.1.16a) goede resultaten geeft, kan men zich voorlopig behelpen door  $K$  zo te kiezen dat de gemiddelde helling van de kromme (2.3.10) tussen de snelheid  $v_i = \frac{\tau_{pl}}{Z_g}$  en een zekere (te schatten) maximale waarde  $v_m$  gelijk is aan  $\tau_{pl} \cdot J$ .

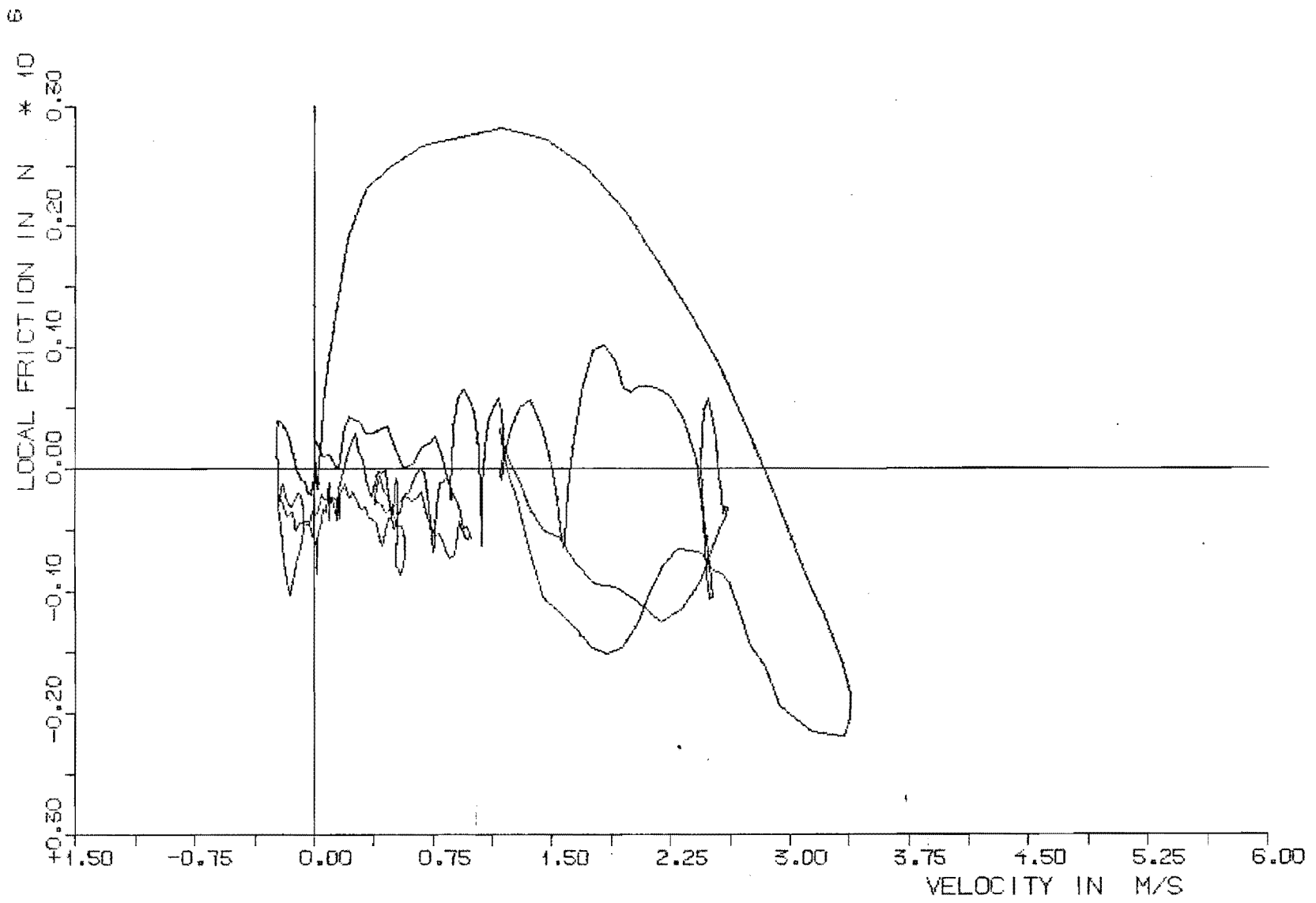
Daaruit volgt dan:

$$K \approx \frac{(\tau_{pl} \cdot J)^2 \cdot (v_m - v_i)}{2(Z_g - \tau_{pl} \cdot J)} \quad (2.3.11)$$

#### De invloed van de versnelling

Bij diverse metingen van de CIAD heiproef bleek dat de  $\tau$ - $v$  diagrammen een op het eerste gezicht chaotisch beeld vertoonden, waarbij bv. negatieve schuifspanningen voorkwamen bij positieve snelheden (dus: langs de neerwaarts bewegende paal een neerwaarts gerichte kleef) Fig. 2.3-10 ( pag. 99) geeft een dergelijk diagram weer. (Zie ook Fig. 2.3-7; deze 2 diagrammen zijn verkregen bij verschillende penetraties: 18,80 m voor 2.3-7 en 13,50 m voor 2.3-10)

Fig. 2.3-10



FRICTION VERSUS VELOCITY AT LEVEL 16.50 M FROM TOP OF PILE

CIAD PILE TEST IN AMSTERDAM, NETHERLANDS, 27 AND 28 SEPTEMBER 1978

PILE: NO. 7 /LARSSEN LP 115 X 22.0 M(A=0.0177 M<sup>2</sup>)/ STEEL;END CLOSED / BLOCK: D36

TEST NO: 255 CODE: 1350 34.0 ST2 ???? 0.00.32 (01-08-1980; HBGSOLUC)

Bij nadere bestudering bleek er een correlatie te bestaan tussen deze negatieve schuifspanning en negatieve waarden van de versnelling (dus teruggang van de snelheid).

Hieruit kan een gevolgtrekking worden gemaakt dat de formule (2.3.10) en (2.3.11) slechts gelden bij een zeer geringe versnelling en dat er voor het algemene geval nog een term bij moet komen. Hiervoor kan het volgende afgeleid worden (zie fig. 2.3-11)

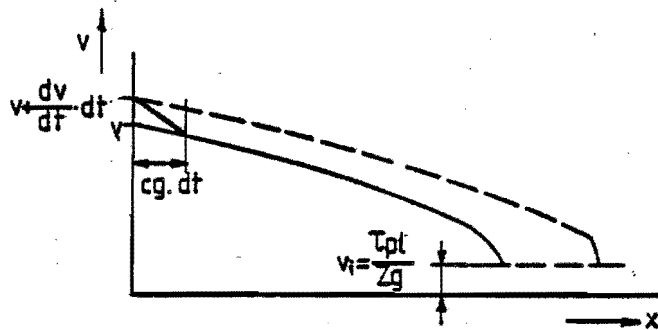


Fig. 2.3-11 Het snelheidsverloop in de plastische zone als de paal een versnelling krijgt

Indien de snelheid van de paal in een tijd  $dt$  toeneemt van  $v$  tot  $v + \frac{dv}{dt} \cdot dt$  dan is de daarmee gepaard gaande verandering in de snelheidsverdeling langs de radiale richting  $x$  gevorderd tot  $x = c_g \cdot dt$ .

Nabij de paal is er dus een snelheids gradient die ongeveer gelijk is aan  $\frac{\frac{dv}{dt} \cdot dt}{c_g \cdot dt} = \frac{\frac{dv}{dt}}{c_g}$

De daarmee gepaard gaande verhoging van de schuifspanning is gelijk te stellen aan

$$\Delta \tau = \eta \cdot \frac{dv}{dt} / c_g$$



Daarmee wordt formule (2.3.10):

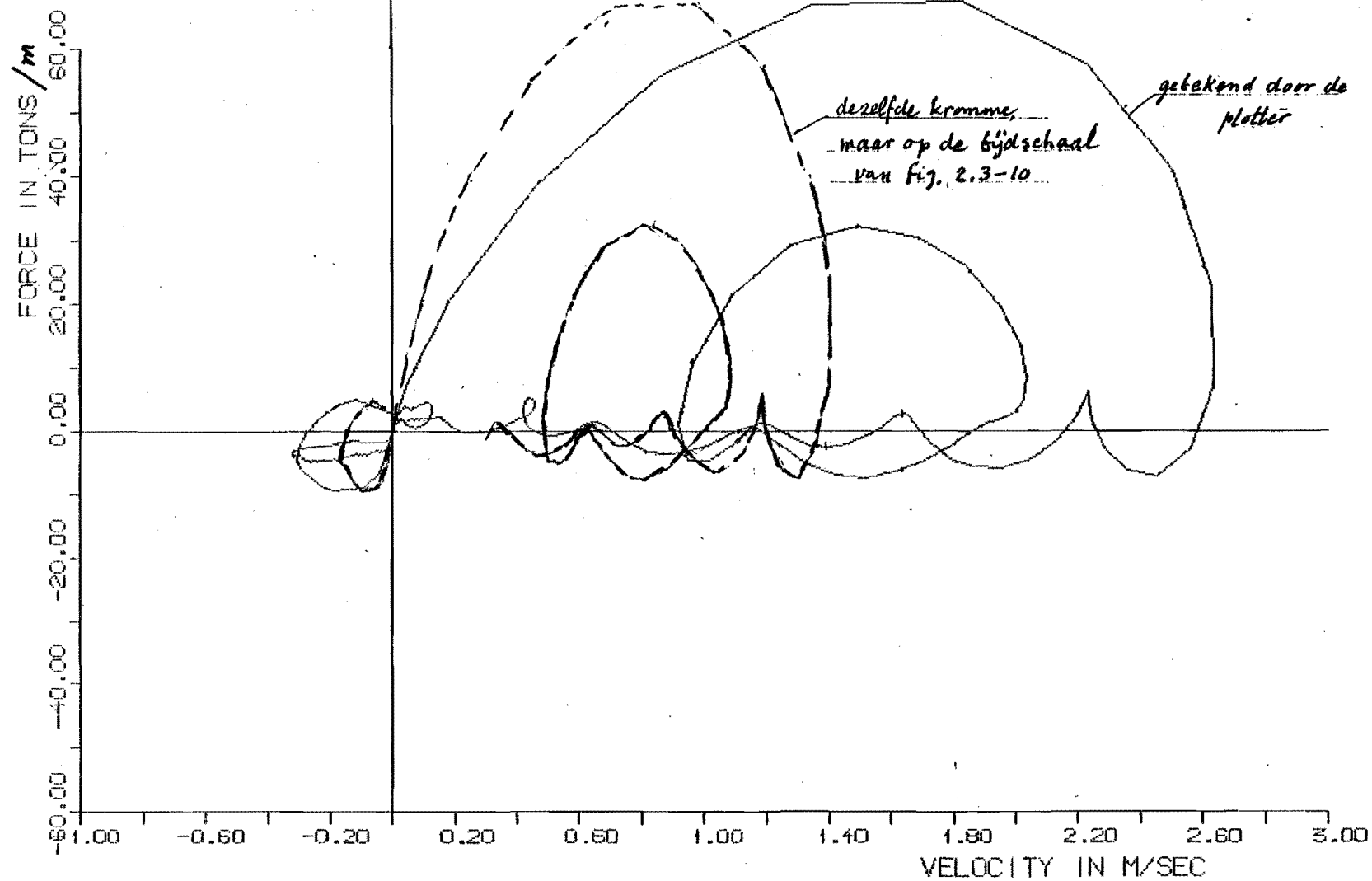
$$\tau = \tau_{pl} + \frac{\eta \frac{dv}{dt}}{c_g} + \kappa \left( \sqrt{1 + \frac{2(v \cdot Z_g - \tau_{pl})}{K}} - 1 \right) \quad (2.3.13)$$

Ik heb deze formule verwerkt in een experimentele versie van PILEWAVE teneinde de CIAD heiproef te kunnen simuleren. Daarbij dient vermeld te worden dat de palen bij deze proef geslagen zijn met een Dieselblok D36-02. De experimentele versie van PILEWAVE bevat daarom de aan een dieselblok aangepaste versie van de blok-subroutine en de invoer van de trefsnelheid en de gasdruk vond plaats door middel van een "file" aangemaakt door het Dieselprogramma.

Met deze versie in PILEWAVE was het dus mogelijk een  $\tau$ -v diagram te simuleren. Een van de resultaten is weergegeven in fig. 2.3-12 (pag.102) en wel voor dezelfde penetratie als waarbij het meetresultaat van fig. 2.3-10 was verkregen.

Zoals men ziet is de overeenkomst redelijk in de zin dat het verschijnsel van de negatieve schuifspanningen ook bij de simulatie wordt verkregen. Uiteraard dekken de twee diagrammen elkaar niet, doch men mag m.i. stellen dat het resultaat verder onderzoek in de geschetste richting wettigt.

Fig. 2.3-12



SKINFRICTION VERSUS VELOCITY; LEVEL 16.52 M FROM TOP OF PILE

SIMULATIE VAN HET HEIEN VAN DE STALEN CIADPAAL MET D36-02 STAND 2

CIAD PILE TEST IN AMSTERDAM, 27 AND 28 SEPTEMBER 1978

PILEWAVE RUN 10020 OP 10 DECEMBER 1980 -- PENETRATION 13.90 M

Thans *iets over de grootte van de in te voeren basiswaarde  $W_0$  van de kleef en de invloed van de soilfatigue.*

Op grond van een aantal interpretaties van kalenderingen ben ik tot de conclusie gekomen dat voor de basiswaarde  $W_0$  gekozen kan worden:

0,5 à 1,0 maal de plaatselijke kleef volgens de sondering

of

0,5 à 1,0 maal de "unit shearstrength" als het grondonderzoek slechts uit boorresultaten en een monsteronderzoek bevat, met dien verstande dat:

- a) deze waarden gelden voor het onderste deel van de paal, om de gedachten te bepalen over een lengte gelijk aan 3 diameters en dat voor lagen waarlangs de paal zich reeds een grotere afstand heeft verplaatst de waarde  $W_0$  wordt vermenigvuldigd met een *soil-fatigue factor*  $f$ .

$$f = e^{\alpha(z-(p-a))} \quad \text{voor } z \leq p-a \quad (2.3.14)$$

$$f = 1 \quad \text{voor } p \geq z \geq p-a$$

(zie fig. 2.3-13)

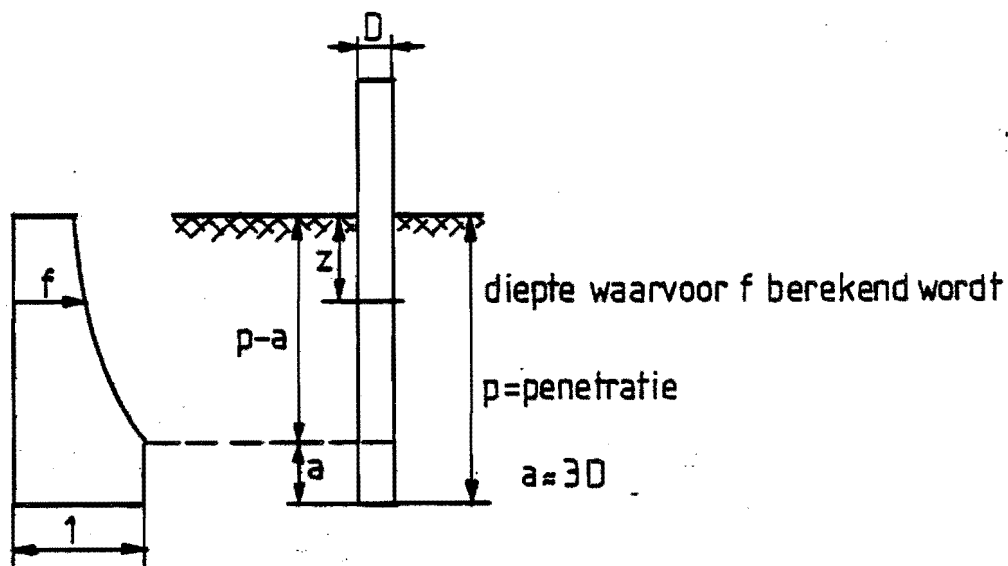


Fig. 2.3-13 Schema van de soilfatigue-functie

b) Voor van onder open stalen buispalen

kan worden aangenomen dat over het algemeen het niveau van de grond in de paal slechts weinig afwijkt van het oorspronkelijke niveau, zoals o.a. is aangetoond door de heiproeven in STUPOC verband.

In dat geval levert de grond in de paal ook kleef, die vermoedelijk een fractie is van de uitwendige kleef. Indien er geen speciale "schoen" aan de punt is toegepast, (d.i. een vermindering van de inwendige diameter aan het ondereind) kan de *inwendige kleef* gelijkgesteld worden aan *ongeveer de helft van de uitwendige kleef*.

*Propvorming*, dus het geval dat de grond onder in de paal vast blijft zitten en men dus te maken krijgt met een gesloten paal (met groot punt oppervlak), *komt vrijwel niet voor*.

Het kan slechts optreden als, nadat vaste lagen door de paalpunt zijn gepasseerd, de paal doordringt in een laag die een aanmerkelijk geringere puntweerstand kan opleveren.

In werkelijkheid is het vermoedelijk zo dat aan het begin van de slag de versnelling van de paal te groot is om de grond in de paal mee te nemen; tegen het eind van de slag komt de inwendige grond waarschijnlijk even vast te zitten in de paal. Men vindt daarom vaak dat het grondoppervlak in de paal iets lager is dan het oorspronkelijke niveau. Ir. E. Heerema heeft een experimenteel heiprogramma geschreven waarbij de inwendige grond als een afzonderlijk onderdeel wordt verdisconteerd [20] .

Ter *illustratie* van een *interpretatie berekening*, waaruit **resultaten** werden verkregen die een van de grondslagen zijn van de hierboven gegeven aanbevelingen, geef ik hier "postanalysis" weer van de kalenderingen van een aantal stalen buispalen van 60 inch buitendiameter en een wanddikte van 2,0 inch, geslagen tot ongeveer 45 m beneden de zeebodem voor het A-platform in het *Claymore field* van de petroleum maatschappij Occidental, Blok 14/19 van het Engelse deel van de Noordzee.

Deze palen zijn voor een deel geslagen met het Hydroblok HBM3000 en voor een ander deel met Menck stoomhamers MRBS4600 en MRBS8000.

De interpretatieberekeningen zijn uitgevoerd voor de palen geslagen met het Hydroblok.

Het grondonderzoek was verricht door Fugro-Cesco en bestond uit boringen, monsteronderzoek aangevuld met sonderingen in de boorgaten met het Wisen apparaat van Fugro.

Begonnen werd met een aantal heiberekeningen voor een aantal penetraties waarbij een gelijkmatig verdeelde kleef is aangenomen, waaruit proberenderwijs de totale weerstand werd bepaald, waarbij de zakking per slag uitgedrukt in slagen per voet (Bl/ft) overeenstemde met de kalendering.

Daarna werd, gelet op de resultaten van het grondonderzoek, nagegaan wat de meest waarschijnlijke verdeling van de basiswaarden van de dynamische kleef zou moeten zijn opdat, met in achtneming van de soil-fatigue functie voor de diverse penetraties, de totale heiweerstand zodanig varieerde (of eventueel constant bleef) dat de berekende zakkingen per slag redelijk overeenstemmen met de gemeten kalendering.

De resultaten van dit onderzoek zijn hier opgenomen in de figuren 2.3-14 t/m 16. (pag.108t/m110)

Fig. 2.3-14: De uiteindelijk gevonden verdeling van de basiswaarden van de kleef (zonder fatigue) en ter vergelijking de grenzen van de uit het grondonderzoek volgende schuifweerstand.

Fig. 2.3-15: De kleefverdelingen berekend voor een aantal penetraties met inachtnaam van de soilfatigue functie.

Fig. 2.3-16: De kalendering in Bl/ft van een tweetal palen uitgezet op semi-logarithmische schaal, waarin tevens het met PILEWAVE berekende slagental per voet voor 6 penetraties is ingetekend.

Zoals in fig. 2.3-16 is te zien werd het heien bij een penetratie van ongeveer 80 ft. gedurende ongeveer 3 etmalen onderbroken (gedurende welke onderbreking andere palen tot deze diepte werden geslagen). Daarbij trad, zoals te verwachten was, een zekere "consolidatie" (of "set-up") op, zodat de weerstand bij het hervatten van het heien aanzienlijk was toegenomen (ongeveer 800 à 1000 tf).

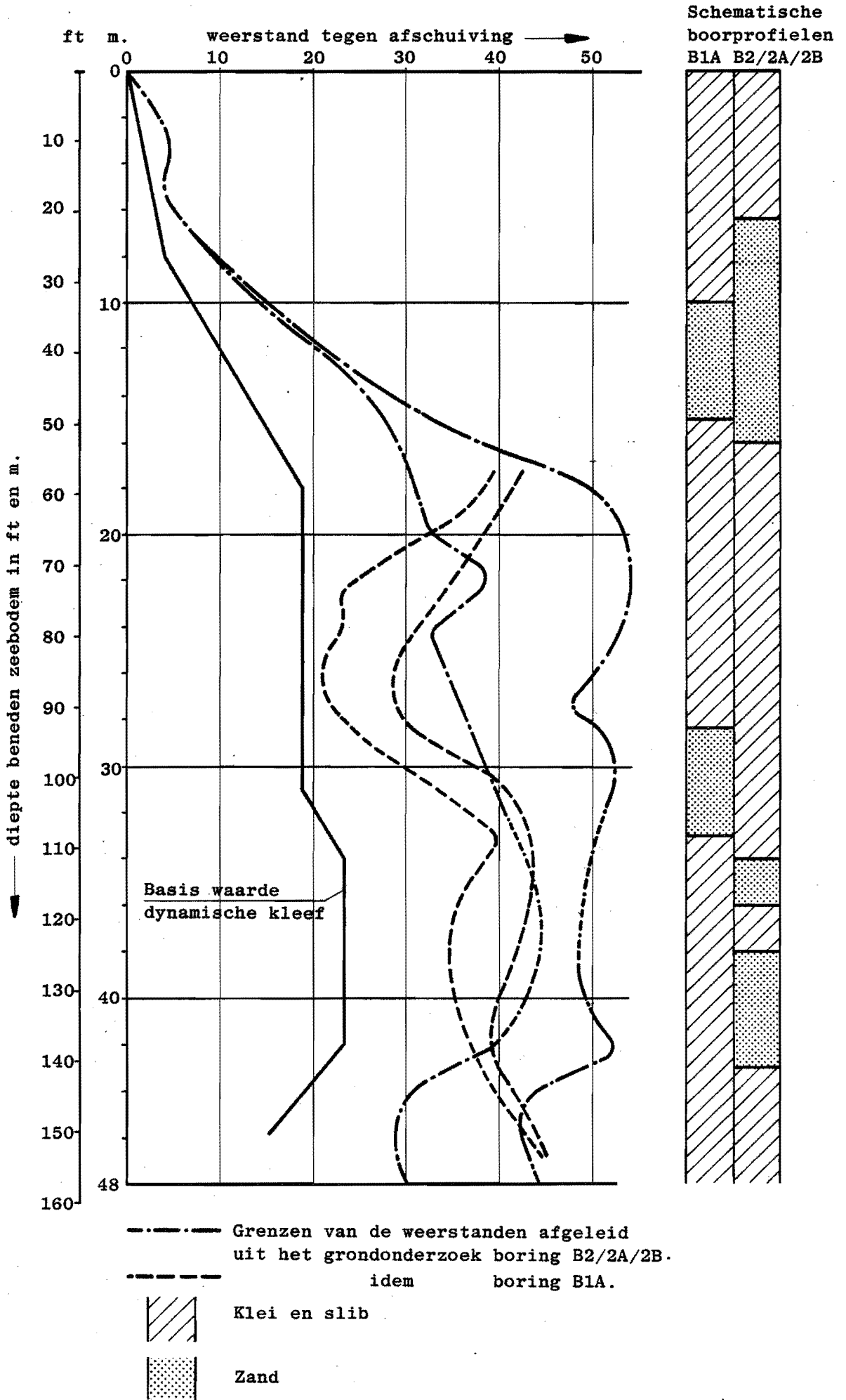


Fig.2.3-14 Claymore-Field. De basiswaarde van de kleef bij het heien.



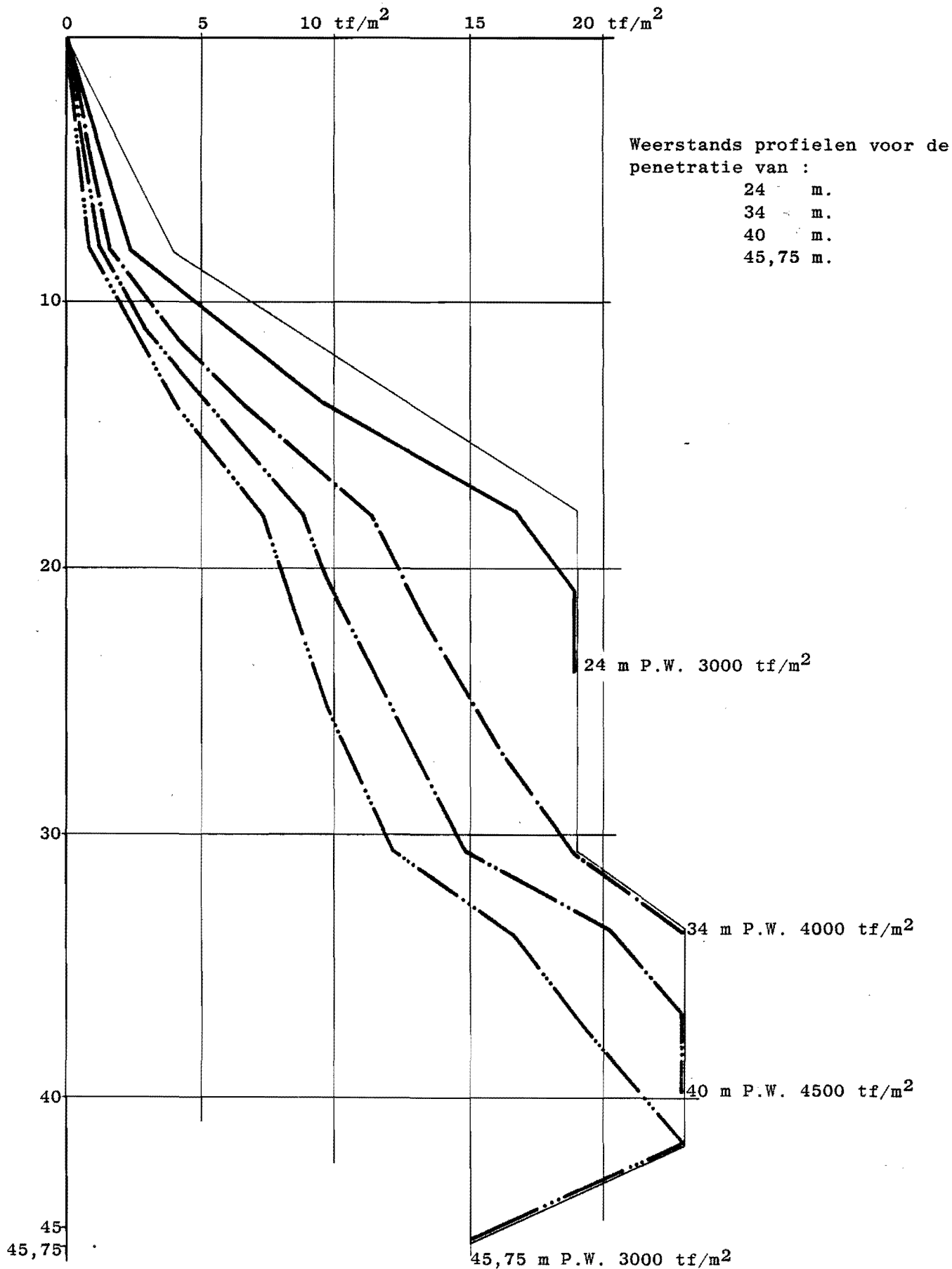


Fig. 2.3-15. Claymore-Field. Verloop van de weerstand voor een aantal penetraties, berekend met de soil fatigue functie.

blows/foot →

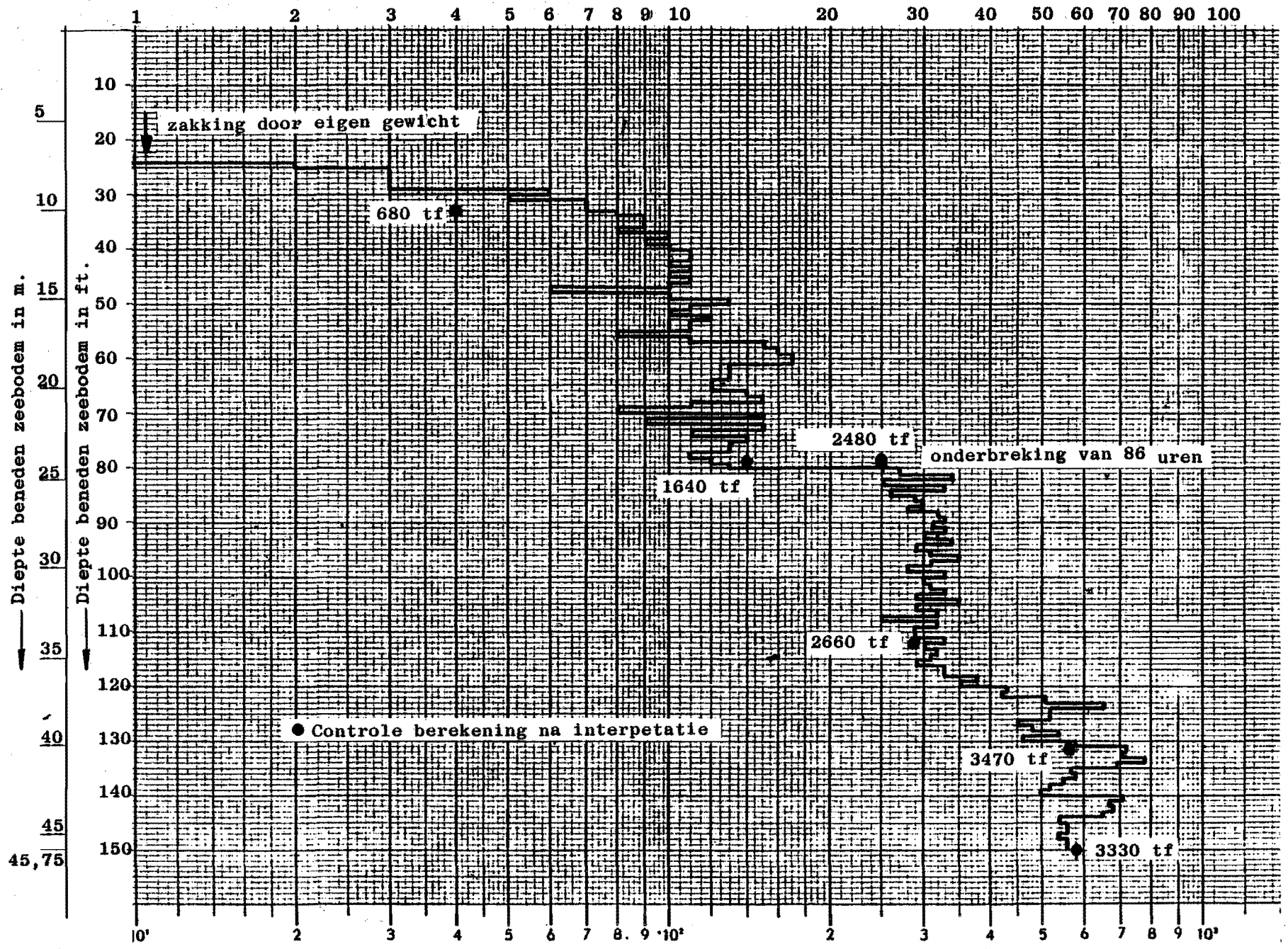


Fig. 2.3-16 Claymore field, de kalendering van paal A1-5

Bij de controleberekening bleek dat de weerstand door de set-up met ongeveer 50% was toegenomen. Over de volgende 30 ft. bleef de kalendering vrijwel constant en dus ook de totale weerstand. Daarna was blijkbaar de invloed van de onderbreking weer verdwenen en bleek de soilfatigue functie weer als tevoren te werken.

#### 2.3.4.3 Voorspellingsberekeningen voor het heigedrag

Grond is blijkbaar een zo heterogeen materiaal dat soms dicht bijelkaar geslagen palen een merkbaar verschil in de voortgang van het heien vertonen. Dit kan het gevolg zijn van het zijdelings verdringen en dus verdichting van de grond, waardoor de weerstand voor een volgende paal groter is geworden.

Men vindt echter ook wel dat die weerstand eerder afgenomen lijkt te zijn en dat moet dan het gevolg zijn van de heterogeniteit van de grond.

De hieruit voortvloeiende *onzekerheid* dient ook in de *voorspellingsberekeningen* in acht genomen worden. Daarom is het verstandig om uit het grondonderzoek *twee weerstandsprofielen* af te leiden, één met de minimale waarden en één met de vermoedelijke maxima.

Het risico van tegenvallers is nl. te groot dan dat men zou kunnen menen met één weerstandsprofiel te mogen volstaan. Meestal is het bovendien raadzaam de berekeningen niet alleen voor de te bereiken penetratie uit te voeren, teneinde een inzicht te krijgen in de voortgang van het heiwerk.

#### 2.4 Slotbeschouwing over de heitheorie

Aan het slot van het hoofdstuk over de heitheorie zal men opmerken dat er een zekere discrepantie is tussen de behandeling van de verschijnselen in het blok, de slagplaat, de heimuts met mutsvulling en de paal enerzijds en de behandeling van de weerstanden anderzijds.

Bij de eerste worden naast de hoofdzaken ook verscheidene secundaire verschijnselen behandeld, waarvan sommige slechts weinig invloed hebben. Voor de weerstanden en de wijze waarop deze werken daarentegen moest worden volstaan met beredeningen hoe deze waarschijnlijk zijn - meer is helaas niet mogelijk.

Teneinde echter meer over het gedrag van de grond te weten te komen, moeten zoveel mogelijk heiproeven worden gedaan en geïnterpreteerd, waarvoor vaak het heiprogramma nodig is. Om de interpretatie met een redelijke zekerheid te kunnen doen, moet de werking van de heilapparaatuur en van de paal zo goed mogelijk in het heiprogramma worden verwerkt, hetgeen de noodzaak aantoonst om daarbij zelfs de details in aanmerking te nemen.

### 3. HEIPROGRAMMA'S - PILEWAVE

#### 3.1 De twee typen van heiprogramma's

3.1.1 Zoals in de paragrafen 2.1.4 en 2.1.5 is uiteengezet zijn er twee mogelijkheden voor heiprogramma's en wel:

- 1) De methode van de *eindige differenties* waarbij het mathematische model bestaat uit *geconcentreerde massa's* onderling verbonden door *veren*, die de elastische eigenschappen weergeven, en door *veren plus dempingselementen* die de eigenschappen van de grond vertegenwoordigen. De berekening wordt uitgevoerd voor een aantal tijdstippen met constant interval  $\Delta t$ . Deze zijn allen van het type zoals gepubliceerd is door Smith, [7] of analoog daaraan.
- 2) De methode der *karakteristieken*, waarbij het mathematische model bestaat uit *staven* waarin zich *longitudinale golven voortplanten*, waarbij ook onderdelen van het blok en de slagplaat, muts en mutsvulling als (vervangende) staven in rekening worden gebracht. Voor elk van deze staven wordt een *coördinaten systeem* aangebracht door een aantal genummerde deelpunten, gelegen op onderling gelijke afstanden  $\Delta l = c\Delta t$  (waarin  $c$  de voortplantingssnelheid van de golven voorstelt, die uiteraard afhangt van het materiaal van het beschouwde onderdeel).

Het tijdstapje  $\Delta t$  wordt door het programma zodanig bepaald dat ook korte onderdelen van de hamer een geheel aantal stukken  $\Delta l$  bevat.

De wrijvingsweerstand (kleef) wordt vervangen door krachten welke in de zich onder het bodemoppervlak bevindende deelpunten aangrijpen, waarbij elke kracht equivalent is met de aldaar in werkelijkheid verdeelde wrijvingskracht.

De werking van de weerstanden worden in rekening gebracht volgens rekenregels die het gedrag ervan zo goed mogelijk weergeven.

3.1.2 Programma's van het *massa-veer type* hebben meestal de mogelijkheid om de door het blok geleverde *stoot* als een *kracht-tijd functie in te voeren* in plaats van het blok op te nemen in het mathematische model. Daarmee kan men dan heiberekeningen maken voor gevallen dat het heiblok te ingewikkeld is om door een massa-veersysteem te worden voorgesteld.

Dit is in feite *onjuist* omdat het gedrag van de hamer afhangt van de reactie door de paal uitgeoefend, die weer afhangt van de heiweerstand. Desalniettemin wordt van deze optie veel gebruik gemaakt, bv. om heiberekeningen te maken voor gevallen dat een Hydroblok gebruikt zou worden.

De gang van zaken was dan zo dat eerst aan de HBG gevraagd werd om het stootdiagram van het specifieke Hydroblok werkend op de gegeven paal in de gegeven grond.

Met het heiprogramma van de HBG, PILEWAVE, gebaseerd op de karakteristieke methode, werd dan een heiberekening gemaakt, compleet, vaak met de keuze van de optimale bufferinstelling. Het programma PILEWAVE heeft de optie om tijdsdiagrammen van krachten, golfintensiteiten, snelheden etc. voor een opgegeven plaats te "plotten".

Dan werd er dus een plot gemaakt van het stootdiagram, hetgeen dan door de opdrachtgever tot invoer voor zijn heiprogramma kon worden verwerkt!

PILEWAVE heeft geen optie voor de invoer van een stootdiagram aangezien een goed *heiprogramma de interactie tussen hamer, paal en weerstand op de juiste manier moet simuleren.*

- 3.1.3 PILEWAVE moet daarom een rekenvoorschrift bevatten waarmee het gedrag van het blok wordt berekend, m.a.w. er moet een *subroutine voor het blok* zijn en wel voor elk type hamer een specifieke blok-subroutine.

Men kan daarom spreken van het *programmasysteem* PILEWAVE

- 3.1.4 In de paragrafen 2.1.4 en 2.1.5 is voldoende vermeld over de voordelen van de methode der karakteristieke in vergelijking met het massa-veersysteem, hetgeen geïllustreerd wordt met de figuren 2.1-3 en 2.1-4; verdere uitwijding hierover kan daarom achterwege blijven.

### 3.2 Het programmasysteem PILEWAVE

#### 3.2.1 De programmaweerstand, de eenheden en de versies

PILEWAVE is geprogrammeerd in FORTRAN 4.

De eenheden zijn m, s, tf.

Er bestaan de volgende *versies* van PILEWAVE, *afhankelijk* van de eigenschappen *van de heihamers*:

- a) Enkelvoudige valblokken en stoomhamers van het type Menck (waarbij het blok twee aan elkaar verbonden onderdelen heeft, nl. de basis en de stoomcilinder);
- b) valblokken met drie verschillende onderdelen;
- c) Hydroblokken;
- d) Dieselblokken.

Bij deze (normale) versies wordt voor de kleef de methode van de lineaire demping toegepast (zie 2.2.4).

Er bestaan ook experimentele versies, waarbij voor de kleef het grondmodel wordt toegepast zoals beschreven in 2.2.4.1 (formules 2.3.10 cq. 2.3.13 en 2.3.11).

#### 3.2.2 Het coördinatensysteem (3.1.1) maakt het mogelijk de voortplanting van de golven op de voet te volgen.

Bij elke tijdstap verplaatsen de golven zich naar het volgende coördinatenpunt, elk in haar eigen richting. Dit is in fig.

3.2-1 schematisch weergegeven.



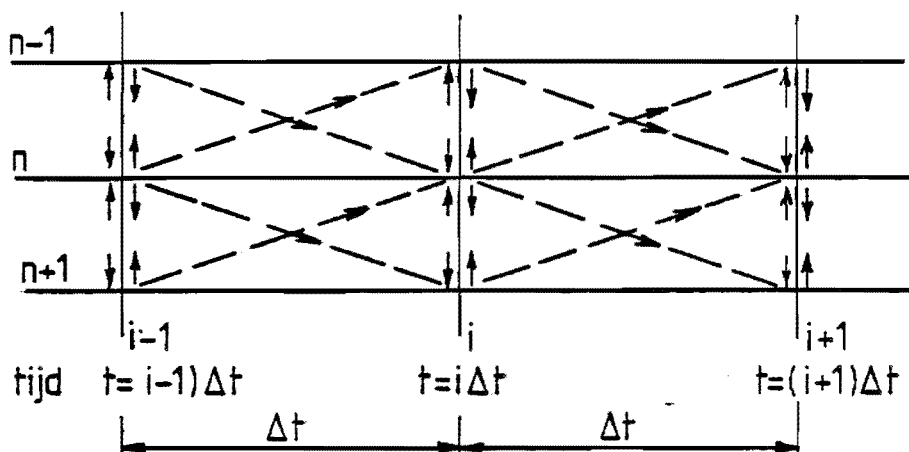


Fig. 3.2-1 Schema van de voortplanting van de golven

Voor de paal wordt in het programma onderscheid gemaakt tussen de golfintensiteiten net boven en net onder de deelpunten, hetgeen nodig is om de veranderingen t.g.v. de kleeft te kunnen aanbrengen.

### 3.2.3 PILEWAVE bevat de volgende onderdelen:

- 1) Het *Hoofdprogramma* heeft twee delen:
  - a) De *voorbereiding*, nl.: het lezen van de gegevens, berekening van de hulpgrootheden (impedanties, reflectie- en doorlaatcoëfficiënten), berekening van het tijdstapje, verdeling van de kleeft over de coördinaatpunten, initialisering van alle variabelen en het afdrukken van de gegevens.

b) *De besturing van het rekenproces.*

Voor elk tijdstapje worden achtereenvolgens aangeroepen de subroutines voor de hamer (BLDYN), voor de slagplaat of muts (SLAGP), voor de paal (PADYN) en voor het vastleggen van plot-gegevens (WRTAP). Daarbij worden telkens de energieën berekend die in de diverse onderdelen aanwezig zijn en die zijn gebruikt door de weerstanden en in de eventuele mutsvulling.

Telkens na het verloop van een aantal tijdstappen overeenkomend met de tijd waarin de golven lopen van de bovenkant slagplaat tot paalpunt worden tussen-resultaten afgedrukt.

Tenslotte wordt nagegaan of het blok is opgestuit.

Indien dit het geval blijkt te zijn wordt de berekening voortgezet zonder dat BLDYN wordt aangeroepen en wel totdat er geen verdere zakking van de paal optreedt.

Daarna worden de maximale- en minimale paalkrachten en spanningen en de zakking per slag afgedrukt.

- 2) De subroutine BLDYN analyseert voor elk tijdstapje de veranderingen in de toestand van het blok, o.a. ten gevolge van de opwaartse golf afkomstig van de slagplaat, met als resultaat de golf die aan de slagplaat cq. muts wordt doorgegeven. Daarvoor wordt telkens nagegaan of het contact met de slagplaat al of niet aanwezig is.

Als blijkt dat deze laatste toestand enige tijd is opgetreden, waarbij de gaping steeds toeneemt wordt aan het hoofdprogramma doorgegeven dat het blok is opgestuit.

In een Hydroblok wordt bovendien onderzocht of het slagstuk al of niet in contact is met de onderflens.\*)

Verandert deze toestand dan moeten enige parameters worden verwisseld die de loop van de golven bepalen.

Dit gebeurt in een speciale subroutine VERWI.

De in het blok opgeslagen energie wordt berekend in de subroutine ENERB.

- 3) De subroutine SLAGP analyseert de toestandsverandering in de slagplaat c.q. de muts tengevolge van de neerwaartse golf uit het blok en de opwaartse golf uit de paal en geeft opwaartse golven door aan het blok en neerwaartse naar de paal. Daarbij wordt telkens nagegaan of er al of niet contact is met de paal. Is er een mutsvulling gespecificeerd dan wordt nagegaan hoe de golven daarin worden gewijzigd en hoeveel energie daarin verloren gaat (d.i. omgezet in warmte). De in de slagplaat en eventueel in de mutsvulling opgeslagen energie wordt in deze subroutine eveneens berekend.
- 4) De subroutine PADYN analyseert de toestandsveranderingen in de paal tengevolge van de neerwaartse golf uit de slagplaat, de invloed van de kleef en de puntweerstand.

\*) Zie fig. 4.1-3 op pag. 132.

Indien de neerwaartse golf, die bij de punt aankomt voldoende is om de puntweerstand te overwinnen, neemt de zakking toe; zo niet dan ontstaat een reactie van de grond op de paalpunt, waardoor de zakking niet toeneemt. In beide gevallen ontstaat daar een opwaartse golf (zie par. 2.2.3.3).

De modificatie van de golven bij het passeren van deelpunten, waar kleef optreedt alsmede bij veranderingen in de paal-impedantie worden berekend met de subroutine OVERS. Tevens wordt daarin bij de eventuele contactvlakken, waar geen trekspanningen opgenomen kunnen worden (aan de einden van oplangers) nagegaan of daar een gaping ontstaat en hoe deze verandert totdat er weer contact is.

In subroutine OVERS wordt ook de door de kleef verbruikte energie berekend.

Tenslotte wordt in PADYN de in de paal opgeslagen energie berekend, door middel van de subroutine ENERP, voorts de energie verbruikt voor het overwinnen van de puntweerstand en er wordt nagegaan of er ergens in de paal grotere c.q. kleinere krachten zijn opgetreden dan in vorige tijdstappen.

- 5) In de subroutine WRTAP worden de grootheden, waarvoor het tijdsverloop moet worden getekend voor elk tijdstapje geschreven op de daarvoor gespecificeerde files; ook de tijd wordt in de daarvoor bestemde file genoteerd.

Opmerkingen:

- 1) De energie hoeveelheden worden door het programma slechts berekend t.b.v. de controle (achteraf) of er soms fouten zijn opgetreden (die dan vrijwel zeker het gevolg zijn van onjuistheden in de invoer).
- 2) Het tijdstapje wordt door het programma berekend uit de verhoudingen van de afmetingen van het blok. Het bedraagt ongeveer 60 à 125  $\mu$ s.
- 3) De rekentijd hangt voornamelijk af van de paallengte en is ongeveer evenredig met het kwadraat van het aantal deel-punten in de paal.
- 4) Voor de dieselversie is het niet goed mogelijk om het criterium voor het opstuiten toe te passen, daar het slagstuk voortdurend op de muts wordt gedrukt, zodat daarbij de sub-routine BLDYN tot het eind van de berekening blijft meedoen.

3.2.4 De *invoer* moet de volgende grootheden bevatten uiteraard in de in het programma gespecificeerde volgorde:

- 1) De *gegevens* over de *hamer*:
  - a) De *gewichten* en de relevante *afmetingen* van alle onderdelen.
  - b) De *trefsnelheid*. Deze wordt verkregen uit metingen (bij de Hydroblokken) of berekend uit de valhoogte, waarbij dan meestal een rendementsfactor in rekening wordt gebracht (bij val- en stoomblokken) of, bij Dieselblokken uit een vooraf gemaakte computerberekening met het programma DISELS.

- c) Voor *Hydroblokken*: enige gegevens voor de buffer, nl. de *vuldruk* en de *buffervoorspankracht*.
  - d) Voor *Hydroblokken*: de looptijden (uitgedrukt in tijdstapjes) van de golven in enige nietstaafvormige onderdelen, en wel van de slagzuiger, de zwevende zuiger, de onderflens en de bovenplaat.
  - e) Voor *Dieselblokken*: de massa en hoogte van de zuiger, de hoogte van het slagstuk, het zuigeroppervlak, het oppervlak van de horizontale doorsnede van de verbrandingskamer en het verloop van de gasdruk met de tijd. Deze gegevens worden, evenals de trefsnelheid, verkregen uit *DISELS*.
  - f) De elasticiteitsmodulus en voortplantingssnelheid van de golven in het materiaal van het blok. Voor een Dieselblok worden deze gegevens ingevoerd voor zowel de zuiger (modulair gietijzer) als het slagstuk (staal).
- 2) *De gegevens over de slagplaat c.q. muts*
- Dit zijn: gewicht, hoogte, diameter, elasticiteitsmodulus en voortplantingssnelheid van de spanningsgolven.
- 3) *De gegevens over de mutsvulling (indien gespecificeerd)*
- De elasticiteitsmodulus, de voortplantingssnelheid van de golven en de dempingsconstante.
- 4) *De gegevens over de paal*
- a) De elasticiteitsmodulus en de voortplantingssnelheid van de golven;
  - b) Het aantal delen van de paal;

- c) De paallengte en de inheidiepte;
  - d) De diameter van de paal aan de bovenzijde;
  - e) Voor elk van de delen: de lengte, de doorsnede en de aanduiding of het deel al of niet vastzit aan het volgende deel.
- 5) *De gegevens over de weerstanden*
- a) De beginwaarde van de puntweerstand;
  - b) De maximale waarde;
  - c) De aanlooptijd;
  - d) Het aantal delen waaruit het kleefprofiel bestaat;
  - e) De schaalfactor voor de kleef;
  - f) De dempingsfactor voor de kleef;
  - g) Voor elk deel van het kleefprofiel:
    - de afstand van de bovenste ordinaat van het deel,
    - de afstand van de onderste ordinaat van het deel, beide t.o.v. maaiveld;
    - de grootte van de kleef in tf/m bij de bovenkant en die aan de onderkant;
    - de eventuele voor dit deel extra geldende schaalfactor.

N.B. tussen boven- en onderkant van het deel wordt de kleef geacht lineair te verlopen.

- 6) *De gegevens nodig voor het plotten*
- a) Het aantal te plotten grootheden.
  - b) De aanduiding of de te plotten grootheid behoort bij het blok, de muts of de paal en of het gaat om de neerwaartse golf, de opwaartse golf, de totale kracht, de snelheid, de kopverplaatsing of de puntverplaatsing.

## c) De plaatsaanduiding en wel:

- voor het blok : onderkant of bovenkant van het eventuele slagstuk of van het valgewicht;
- voor de muts : uitsluitend de bovenkant;
- voor de paal : de afstand tot de paalkop.

Voor het geval dat het in par. 2.3.4.2 pag. 91 e.v. beschreven kleefmodel wordt toegepast, vervalt bij de input uiteraard de globale dempingsfactor voor de kleef. In de plaats daarvan komen voor elk deel van het kleefprofiel de gegevens voor de grondimpedantie, de dempingsfactor, de viscositeit en de voortplantingssnelheid van de transverse golven. Daarbij worden de eerste drie waarden opgegeven voor het buiten oppervlak van één strekkende meter paal.



#### 4. HET HEIMATERIEEL EN DE PALEN

##### 4.1 De heiblokken

4.1.1 Er bestaan verschillende typen heiblokken en wel:

- a) *Eenvoudige valblokken*, die nog vrij veel gebruikt worden, vooral voor houten palen.
- b) *Stoomhamers* <sup>\*)</sup>, waarvan er een aantal verschillende uitvoeringen bestaan, o.a. de Menck Stoomhamers en de Vulcan hamers. Van elk type is er een serie met oplopend vermogen, meestal gekarakteriseerd door de nominale slagenergie.
- c) *Luchtdrukhamers*
- d) *Hydraulische hamers*, waarbij het valblok hydraulisch op en neer wordt bewogen.  
  
Een bijzonder type daarbij is het HYDROBLOK, waarvan het valblok een buffer heeft.  
  
Ook bij deze hamers bestaat van elk fabrikaat een serie met oplopend vermogen.
- e) *Dieselblokken*, waarvan er eveneens een aantal fabrikaten zijn, in de eerste plaats de DELMAG DIESELHAMERS die het eerst zijn ontwikkeld en die nog steeds de meest geavanceerde zijn. Van de in navolging van de DELMAG hamers geconstrueerde hamers kunnen genoemd worden de hamers van de fabrikaten HERA, een Nederlands produkt, en de Japanse KOBE en MITSUBISHI hamers.

\*) Soms wordt in plaats van "heiblok" het woord "hamer" gebruikt; zo kan een stoomheiblok ook aangeduid worden door stoomblok of stoomhamer.

Dieselblokken worden zeer veel gebruikt. Zij hebben het voordeel dat de energie opwekking in de hamer zelf geschiedt en niet in een aparte eenheid, zoals bij de stoomhamers de stoomgenerator en bij de Hydraulische hamers de "pompset". Uiteraard heeft elk merk een serie hamers met oplopend vermogen.

Van enige fabrikaten wordt hier een overzicht gegeven van de beschikbare typen.

#### 1. Stoomblokken van het fabriikaat Menck

Deze worden aangeduid door MRB of MRBS (Menck Rombär) gevolgd door een getal dat betrekking heeft op de massa van het valblok (nl. het tiende deel van deze massa uitgedrukt in kg).

Bij deze blokken is het valblok een van onder verzwaarde stoomcylinder en van boven afgesloten door een cylinderdeksel. Door het toevoeren van stoom tussen het deksel en de vaste zuiger wordt het valblok opgetild. In de hoogste stand wordt automatisch de toevoer afgesloten en de uitlaat geopend, zodat het blok begint te vallen.

*Blokken voor gebruik op het land* en bij waterbouwkundige werken geschikt voor diverse soorten palen en damwanden: MRB 500, MRB 600, MRB 1000, MRB 1500 en MRB 2500.

De nominale valhoogte bij deze blokken is 1,25 m.

*Off-shore blokken* met een speciale bij het blok behorende muts geschikt voor stalen buispalen:

MRBS 850 (8,6 t; 1,50 m), MRBS 1500 (15,0 t; 1,25 m),  
 MRBS 1800 (17,5 t; 1,50 m), MRBS 2500 (25,0 t; 1,25 m),  
 MRBS 3000 (30,0 t; 1,50 m), MRBS 4600 (46,0 t; 1,50 m),  
 MRBS 8000 (80,0 t; 1,50 m), MRBS 12500 (125,0 t; 1,75 m).

Fig. 4.1-1 (blz. 130) stelt een MRBS 4600 voor.

## 2. Stoomblokken van het fabrikaat Vulcan

Deze worden aangeduid door een getal waarvan het eerste de valhoogte in ft. voorstelt en de rest het gewicht van het bewegende gedeelte, uitgedrukt in kips (kilopounds).

Sommige lichtere blokken hebben als eerste cijfer een 0; de valhoogte is daarbij 3 ft.

Deze blokken hebben een valblok dat uit drie delen bestaat: een "main mass" met daaronder een "rampoint" dat vervangen kan worden en met een zware spie in de "main mass" bevestigde zuigerstang boven de zuiger is bevestigd. Het valblok beweegt langs vier in een frame bevestigde geleidestaven. Boven op het frame bevindt zich de stoomcylinder; de stoomtoe- en afvoer wordt geregeld door een automatisch werkende cylinderschuif. Behalve een aantal enkelwerkende hamers maakt Vulcan ook enkele dubbelwerkende hamers.

Enkelwerkende Vulcan-Offshore hamers gerangschikt volgens de nominale slagenergie: 010, 014, 016, 020, 030, 340, 530, 360, 540, 3100, 560, 5100, 5150 en 6300.

Dubbelwerkende Vulcan-Offshore hamers (waarvan de type aanduiding iets anders is, nl. met het gewicht van het valblok in kips als eerste twee cijfers):

140 C (nominale slagenergie 36.000 ft.lb.)  
 200 C (nominale slagenergie 50.200 ft.lb.)  
 300 C (nominale slagenergie 90.000 ft.lb.)  
 400 C (nominale slagenergie 113.500 ft.lb.)  
 600 C (nominale slagenergie 164.500 ft.lb.)

In fig. 4.1-2 (blz 131) is schematisch een Vulcan 560 weergegeven.

### 3. Hydroblokken

Deze blokken zijn volgens de ideeën van Dr.Ir. H.C. Duyster ontworpen door een team uit de Afdeling S & O van de HBG, waarin Ir. J.W. Jansz en Ing. D. Arentsen de grootste bijdragen hebben geleverd.

Er bestaan slechts 6 typen:

|                            | HBM-500 | HBM-850 | HBM-1500 | HBM-3000 | HBM-3000A | HBM-4000 |
|----------------------------|---------|---------|----------|----------|-----------|----------|
| massa van het valblok (tm) | 4,3     | 10,0    | 25,0     | 63,0     | 68,0      | 94,0     |
| max. bufferinstelling (tf) | 500     | 850     | 1500     | 3000     | 3000      | 4000     |
| min. bufferinstelling (tf) | 100     | 300     | 500      | 1000     | 1000      | 1600     |
| netto slagenergie (tf.m.)  | 10      | 16      | 40       | 100      | 110       | 160      |

Deze blokken worden hydraulisch op- en neerbewogen en hebben een in het valblok ingebouwd gasbuffer waarvan de "voorspanning" tussen de genoemde grenzen ook gedurende het heien hydraulisch regelbaar is.

In fig. 4.1-3 (blz 132) is een tekening van een HBM 4000 weergegeven.

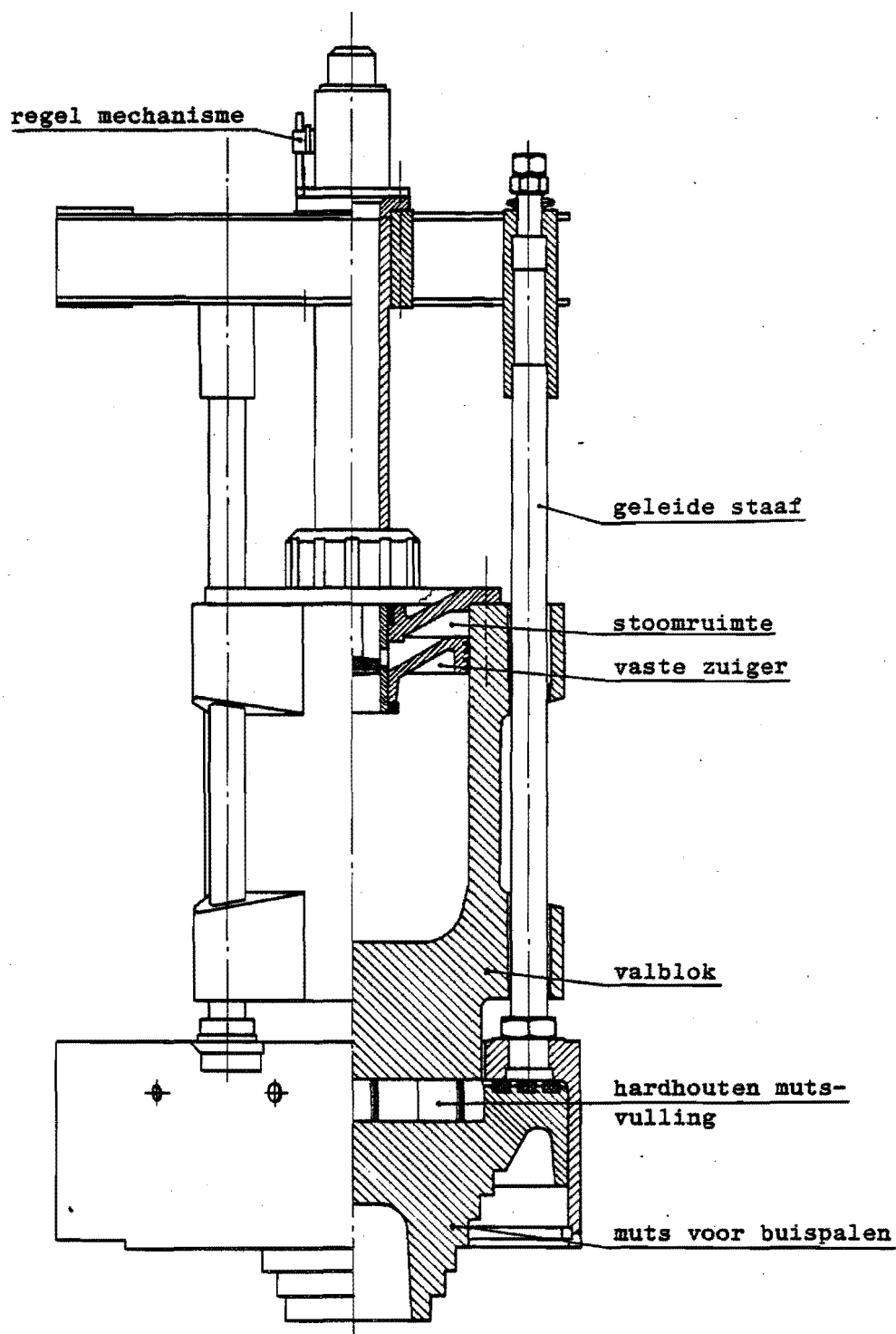
#### 4. Dieselblokken van het fabriikaat Delmag

Deze blokken worden aangeduid door de letter D gevolgd door een getal dat (ongeveer) de massa van het valblok voorstelt (gemeten in eenheden van 100 kg). De meeste nieuwe types hebben daarachter de aanduiding -02 of -03, waarbij -03 betekent dat er twee valblokken gebruikt kunnen worden. Bij de verwisseling van het valblok moet tevens de brandstofpomp verwisseld worden. Deze blokken hebben dan in- en uitlaatpoorten op twee hoogten, waarvan een stel gesloten en het andere open moet zijn.

De thans verkrijgbare types met aanduiding van de maximale valhoogte: D5 (2,50 m), D12 (2,50 m), D22-02 (3,05 m), D22-03 (geschikt voor valblokken van 2200 kg en van 3000 kg), D30-02 (3,05 m), D30-03 (geschikt voor valblokken van 3000 kg en van 2200 kg), D36-02 (3,22 m), D 36-03 (geschikt voor valblokken van 3600 kg en van 4600 kg), D46-02 (3,22 m), D46-03 (geschikt voor valblokken van 4600 kg en van 3600 kg), D55 (3,60 m), D60 (3,60 m), D62-02 (3,60 m) en D80-12 (3,40 m).

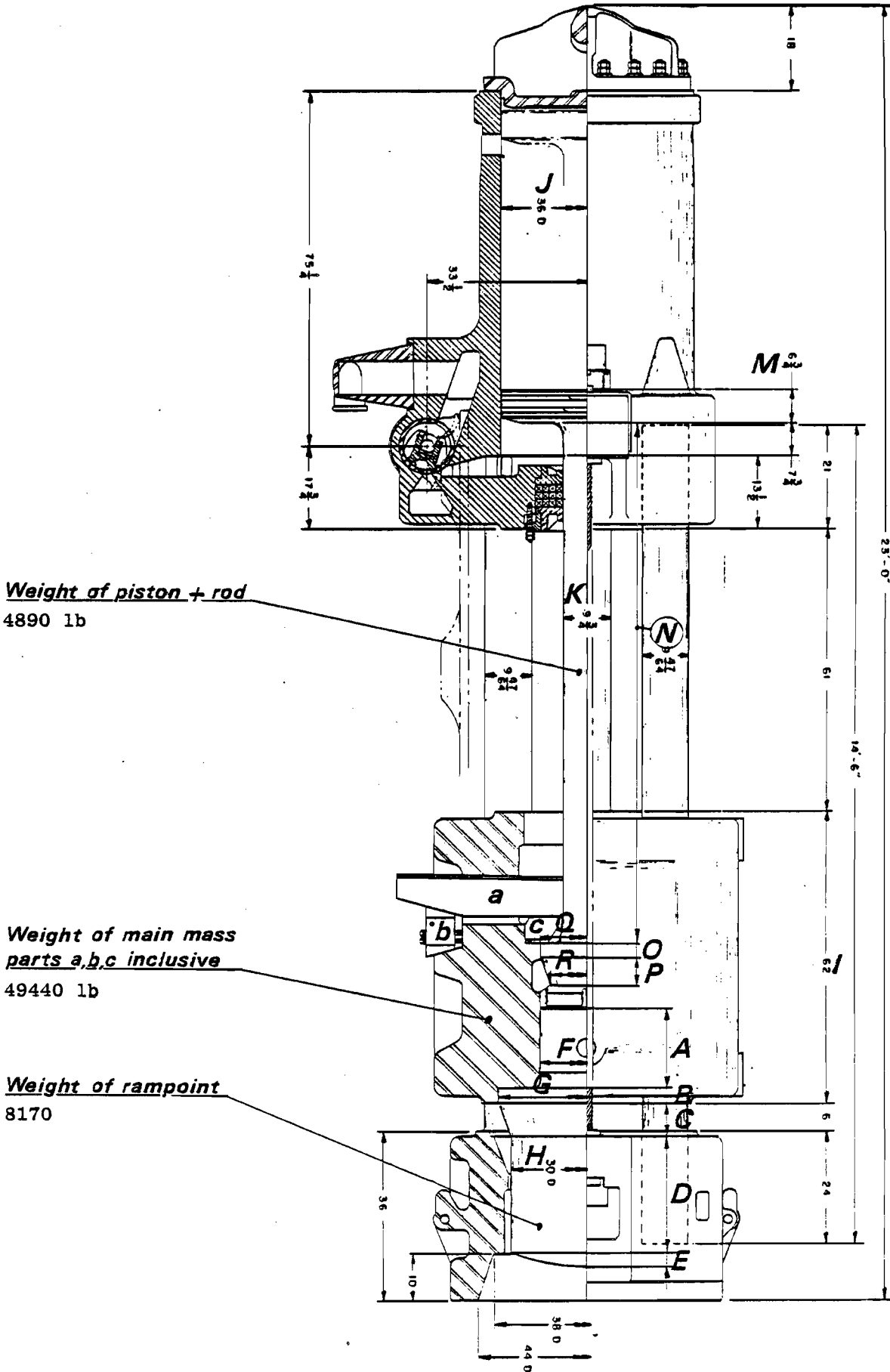
Er bestaan ook nog andere typen: D5, D12, D15, D22, D30, D36 en D44. Deze hebben een valblok dat aan de onderzijde bolvormig is; het slagstuk heeft dan een corresponderende uitholling. Het brandstofverbruik van deze oudere typen is hoger dan van de overeenkomstige moderne uitvoeringen. Voor de beschrijving van een Delmag dieselblok wordt verwezen naar hoofdstuk 5.

In fig. 4.1-4 is een tekening van een D30-03 weergegeven (blz 133).



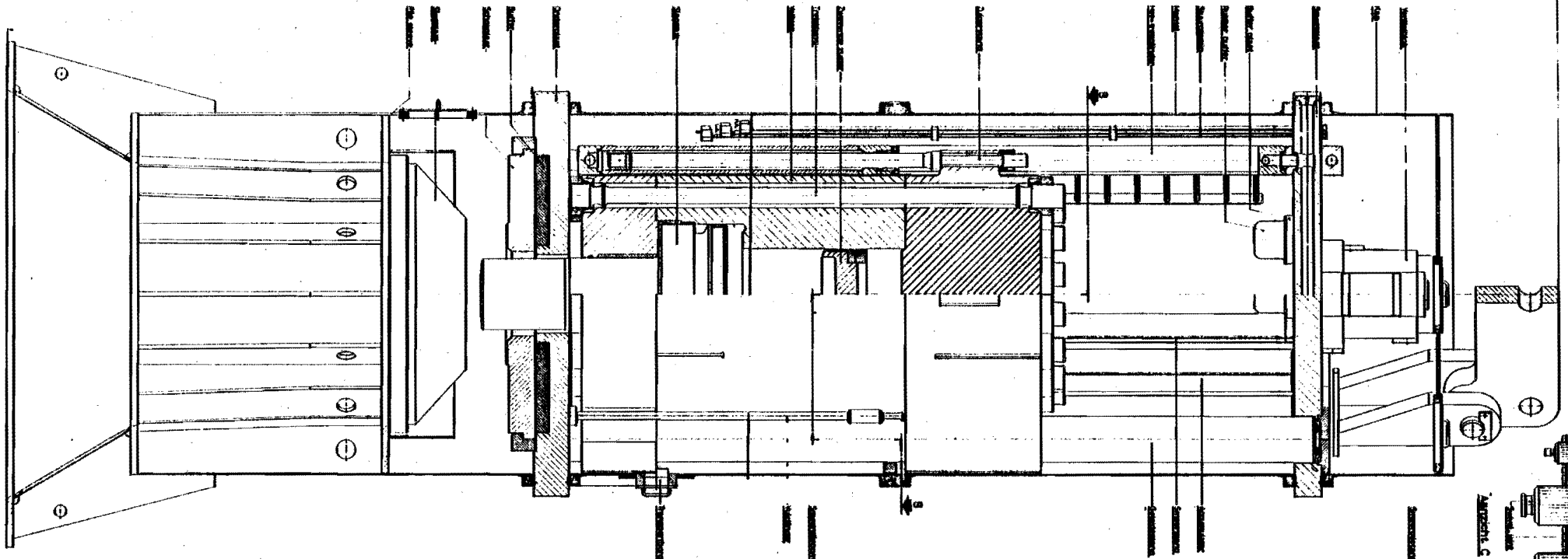
Menck stoomblok  
 MRBS 4600  
 Massa v.h. valblok 4600 kg  
 Max. slag 1,50 m

Fig. 4.1-1 Menck stoomblok MRBS 4600

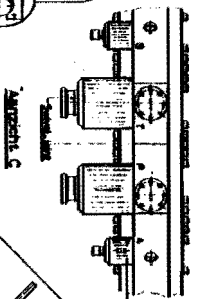


Overgenomen uit de documentatie over de  
VULCAN stoomhamer 560.

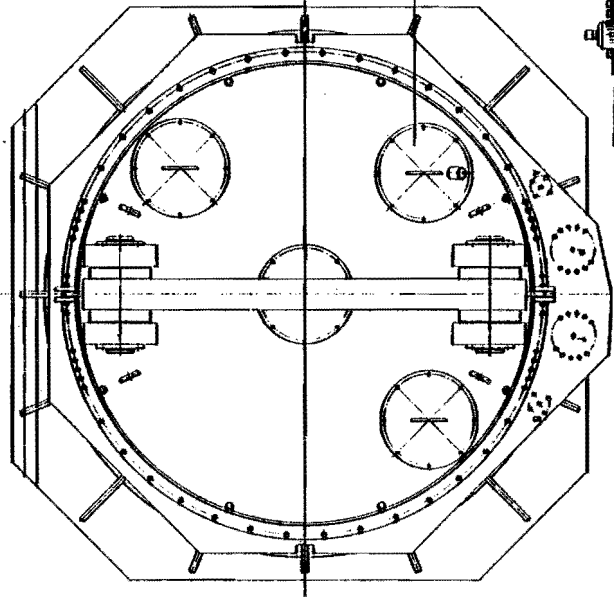
Fig. 4.1-2 VULCAN stoomhamer 560



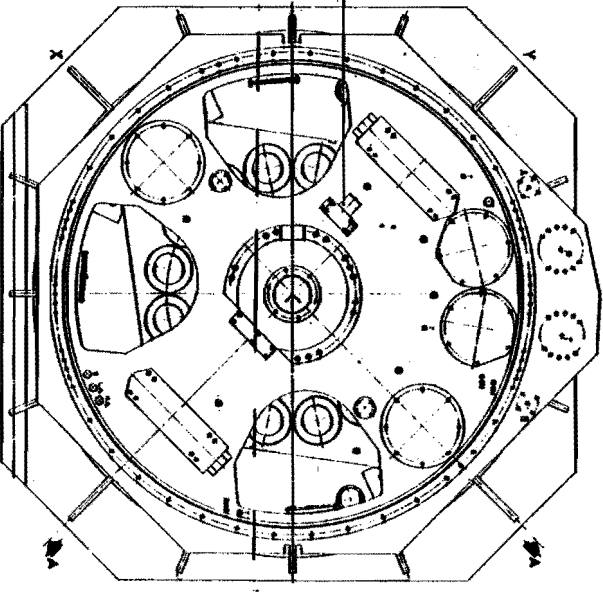
DORSANSICHT A-A



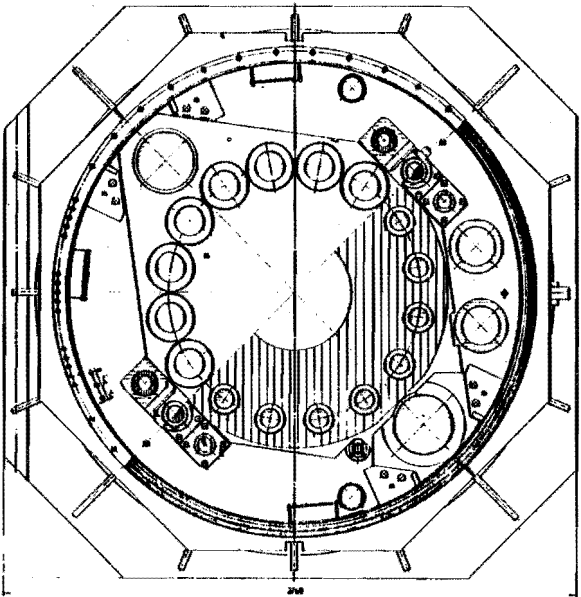
ANSICHT C



DORSANSICHT



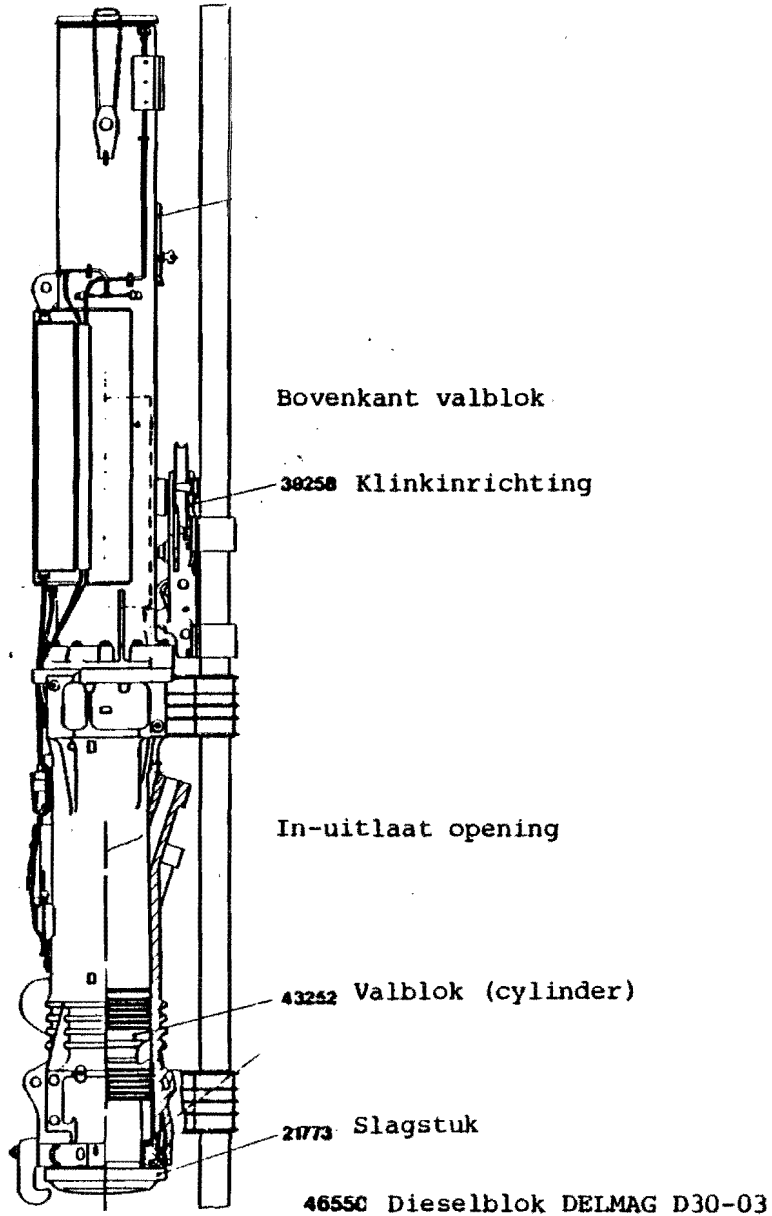
DORSANSICHT SONSTIGE LAGE



DORSANSICHT B-B



Fig. 4.1-4 Dieselblok DELMAG D30-03



Bovendeel cylinder met brandstoftank 43571

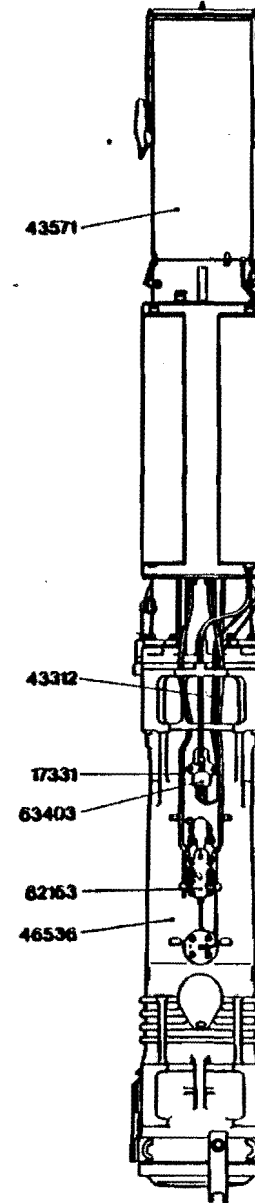
Smeerolieleiding 43312

Brandstofleiding 17331

Smeeroliepomp 63403

Brandstofpomp 62163

Onderste deel van de cylinder 46536



4.1.2 Teneinde deze hamers te kunnen invoeren in heiprogramma's is het nodig om over de relevante gegevens te beschikken, in de eerste plaats de massa van het valgewicht en de trefsnelheid. Voor PILEWAVE, waarin de spanningsgolven in het blok worden geanalyseerd, is het bovendien nodig een aantal essentiële afmetingen en massa's van onderdelen te kennen. Aangezien de fabrikanten deze details niet opgeven en het zelf opmeten van de diverse maten kostbaar is (de hamer moet dan gedemonteerd worden!), moeten de maten verkregen worden uit tekeningen, die men bij de aanschaffing kan opvragen.

Ten aanzien van de trefsnelheid dient te worden opgemerkt dat deze niet zo maar berekend kan worden uit de normale slag-energie, daar het rendement lager is dan 1.

Het rendement kan soms vrij laag zijn.

De Offshore Stoomhamers zijn gemonteerd in een kooi, waarin zij op en neer kunnen bewegen; de kooi is opgehangen aan de kraan van het werkschip, zodat zelfs bij betrekkelijk kalme zee de kooi zijdelings slingert. Daardoor is niet elke slag even effectief, waardoor het gemiddelde rendement soms slechts 50% bedraagt.

Hydroblokken daarentegen hebben een mantel, waarin het valblok op en neer beweegt en die het mogelijk maakt dat deze hamers ook onder water kunnen werken. Aan de onderzijde van de mantel zit een zg. "pilesleeve", waarmee het blok op de paal wordt gestoken en die het toelaat om de hamer los op de paal te laten slaan. Elke slag is daarom effectief. (De hijskabels zijn dan "slack").

Bovendien bevat het Hydroblok een automatische meter van de trefsnelheid.

## 4.2 Iets over palen

### a. Houten palen

Veelal, voor kleine werken, worden nog heimasten gebruikt, stammen van naaldbomen. De doorsnede ervan varieert van kop naar punt (top van de boom). Soms gebruikt men ook hardhouten palen (met vierkant uniforme doorsnede).

Houten palen moeten na het heien worden afgezaagd tot beneden het grondwaterpeil, ter voorkoming van verrotting.

In streken waar paalworm voorkomt, kunnen uitsluitend palen worden gebruikt van hardhoutsoorten die daartegen bestand zijn.

### b. Betonpalen

Hiervan bestaan twee types, en wel met een zachtstalen normale bewapening en voorgespannen palen.

De bewapening wordt aangebracht met twee doelen:

1ste) om de palen bestand te maken tegen buiging, voornamelijk bij het transport;

2de ) om de palen bestand te maken tegen de trekspanningen die bij het heien optreden.

Het voordeel van een spanbewapening is het feit dat de scheuren na het wegvallen van de trekkracht zich weer sluiten.

Betonpalen worden soms uitgevoerd met een verzwaarde punt, voornamelijk om de kleef te reduceren. Een aanzienlijke verzwaring werd soms aangebracht ter verhoging van de puntweerstand; heitechnisch heeft dit echter nadelen.

c. Stalen palen

Als draagpalen worden hiervoor meestal stalen buizen gebruikt. Voorts heeft men een groot aantal typen (en afmetingen) van stalen damwandplanken. Bij het heien daarvan worden speciale heilmutsen gebruikt.

Stalen buispalen kunnen van onder gesloten zijn, doch vaak en voor Offshore gebruik altijd ziet men daarvan af, zodat deze palen hun draagvermogen voornamelijk aan kleef ontleen.

## 5. DE THEORIE VAN DE WERKING VAN EEN DIESEL-BEIBLOK

### 5.1 De componenten van een dieselblok die van belang zijn voor de werking.

In figuur 5.1-1 is een schematische doorsnede van een dieselblok weergegeven, aan de hand waarvan de werking wordt verklaard.

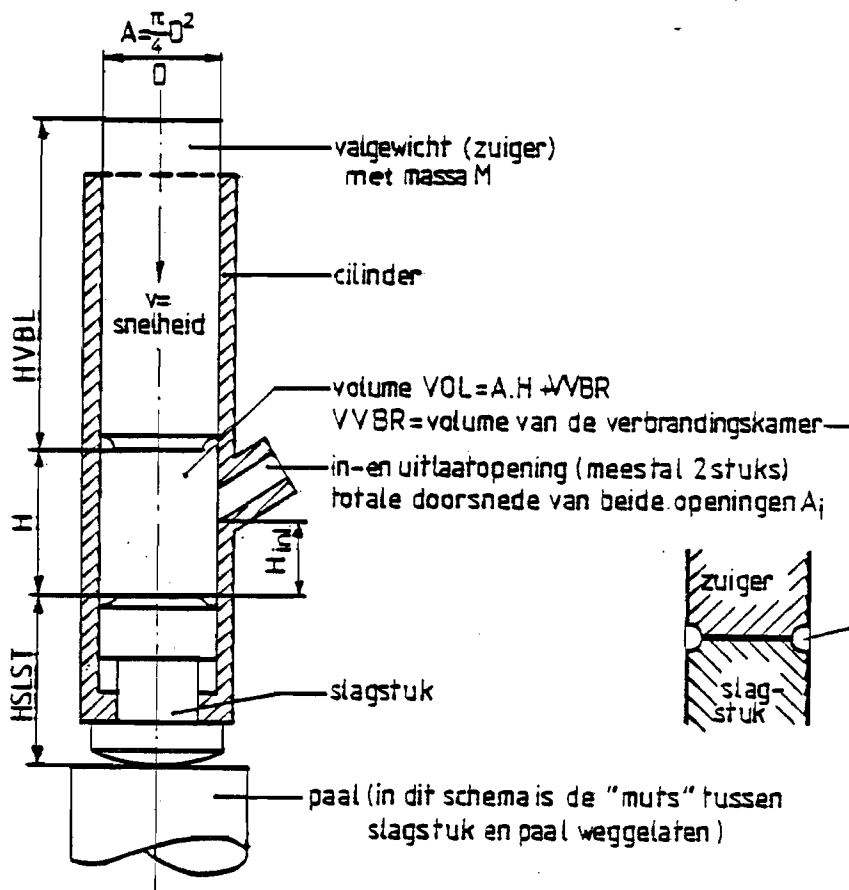


Fig. 5.1-1 Schematische doorsnede van een dieselblok

De *cilinder* is van *boven* open en aan de *onderszijde* afgesloten door het *slagstuk* dat over een beperkte hoogte kan bewegen.

In de *cilinder* bevindt zich de *zuiger* (het *valblok*), die geschematiseerd wordt als een *cylindrische staaf*.

Het slagstuk wordt eveneens geschematiseerd tot een cylinder, waarvoor wordt aangenomen dat de impedantie gelijk is aan die van het valblok. Uit metingen van de gewichten van beide onderdelen en van de voortplantingssnelheid van de spanninggolven blijkt dat dit ongeveer zo moet zijn. De meting van deze snelheden is verricht door met een daartoe geëigend apparaat het tijdsverschil te meten tussen het ogenblik dat aan een uiteinde een stoot wordt gegeven en het ogenblik dat de aan het andere uiteinde gereflecteerde golf terugkeert.

De voortplantingssnelheden in de zuiger en in het slagstuk zijn niet gelijk; de zuiger bestaat uit nodulair gietijzer en het slagstuk uit staal, zodat zowel E als  $\rho$  verschillend zijn.

Bij deze meetmethode, waarbij de stoot op een relatief zeer klein oppervlak wordt gegeven krijgt men te maken met de voortplantingssnelheid van *ruimtelijke golven*, waardoor de compressiegolf wordt gemeten. Deze heeft dan de snelheid

$$c_1 = \sqrt{\frac{E}{\rho} \cdot \frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}}.$$

Bij de meting verricht op een D30-02, verricht in april 1973 werd voor de zuiger resp. het slagstuk het volgende gemeten (tabel 1).

|          | lengte  | massa   | enkele voortplantingstijd | c           |
|----------|---------|---------|---------------------------|-------------|
| zuiger   | 3,006 m | 2890 kg | 543 $\mu$ s               | 5536 m/s    |
| slagstuk | 0,613 m | 569 kg  | 104 $\mu$ c               | 5894 m/s *) |

Tabel 1

\*) N.B.: De snelheid van de compressiegolf in staal is ongeveer 5980 m/s dus iets hoger dan 5894 m/s; men moet dus aannemen dat bij deze proef de voortplantingssnelheid lag tussen  $c = c_1$  en  $c = \sqrt{E/\rho}$

Aangezien de impedantie van een staaf gelijk is aan de massa gedeeld door de looptijd van de golven (lineaire golfvoortplanting) en de waarden van de coëfficiënt van Poisson vermoedelijk niet veel verschillen, mag men ook stellen dat de impedantie evenredig is aan het quotient van de massa en de looptijd van de compressiegolf. Hiervoor vindt men:

$$\begin{aligned} \text{voor de zuiger} & : \frac{2890}{543 \cdot 10^{-6}} = 5,322 \cdot 10^6 \\ \text{voor het slagstuk} & : \frac{569}{104 \cdot 10^{-6}} = 5,471 \cdot 10^6 \end{aligned}$$

De afwijking is dus slechts 2,8%.

Behalve dit meetresultaat leidt de volgende overweging eveneens tot de conclusie dat de twee impedanties vrijwel gelijk moeten zijn:

Bij een aanmerkelijk verschil van de impedanties zou, afhankelijk van de verhouding ervan, het volgende gebeuren: hetzij het valblok stuit op, waardoor het gasvolume te snel aangroeit en de druk dus te snel afneemt, ofwel het valblok heeft na het begin van de verbranding nog een neiging om langer in contact te blijven met het slagstuk, waardoor het opstuwen (door de gasdruk) van het valblok bemoeilijkt zou worden. Indien de impedanties gelijk zijn dan is de opstuitsnelheid bij het loskomen (contactkracht = 0) een korte tijd gelijk aan nul (zie 5.4)

Tussen zuiger en slagstuk bevindt zich lucht met een volume  $\text{Vol} = A \cdot H + V_{\text{VBR}}$  <sup>\*)</sup>. De druk ervan is  $p$ , de dichtheid  $\rho$  en dus de massa  $m = \text{Vol} \cdot \rho$  en de temperatuur  $T$ . Deze grootheden zijn functie van de tijd  $t$ .

\*) eventueel vermeerderd met het extra volume dat ontstaat als als het slagstuk is verplaatst.

Het gasvolume staat gedurende een deel van de slag via openingen, die zowel voor inlaat als uitlaat dienen, in verbinding met de buitenlucht, waarvan de toestandsgrootheden worden weergegeven door  $p_u$  en  $T_u$ ; de atmosferische druk  $p_a$  werkt uiteraard voortdurend op de bovenzijde van de zuiger.

Aan de cylinder bevindt zich voorts een brandstofpomp, waarmee bij elke slag een bepaalde massa (=B) diesel-olie wordt ingespoten (niet getekend in fig. 5.1-1).

Deze brandstofpomp wordt door de vallende zuiger geactiveerd (ongeveer ten tijde dat de zuiger de in- en uitlaat begint af te sluiten).

De brandstofpomp is door middel van een slang verbonden met het iets lager gelegen inspuitventiel, zodat de brandstof vrij kort voor het treffen van de zuiger op het slagstuk op dit laatste terechtkomt. Bij de modernste versies van de Delmag dieselblokken is de brandstofmassa gedurende het heien regelbaar in 4 vaste standen.

Bij het begin van het heien wordt de zuiger door middel van een klinkmechanisme over een zekere hoogte (kleiner dan de hoogste stand bij continu-werken) opgetrokken en dan automatisch losgelaten zodat de eerste slag met een geringere valhoogte begint. Bij de daarop volgende slagen komt de zuiger steeds iets hoger totdat het blok continu slaat (ongeveer na 4 à 5 slagen).

De werking van het dieselblok kan verklaard worden door het arbeidsproces te volgen gedurende de hierna beschreven 8 fasen.



## 5.2 De acht fasen waaruit een slag bestaat

### Fase 1:

beginnend met de stand  $H = H_{\max}$  van de zuiger, waarbij  $v = 0$ . Tengevolge van de zwaartekracht valt de zuiger met een variabele snelheid  $v$ . Daardoor vermindert het gasvolume en een deel van het gas wordt door de uitlaatopeningen uitgeblazen. Dit kan doordat de inwendige druk iets toeneemt t.o.v. de beginwaarde  $p_{\text{beg}} = p_u$ . De uitstromend hoeveelheid lucht wordt weergegeven door de massastroom  $\dot{m}_u = -c_u \cdot \rho_u \cdot A_i$  ( $c_u$  = uitstroom snelheid,  $\rho_u$  = dichtheid van de uitstromende lucht). In de berekeningen wordt  $\dot{m}_u$  negatief zodat voor de gasmassa  $m$  geldt  $\frac{dm}{dt} = \dot{m}_u$ . Deze fase eindigt als de zuiger de in- en uitlaatopeningen heeft afgesloten.

### Fase 2:

het valgewicht valt door zodat de dan constante gasmassa <sup>\*)</sup> wordt gecompriemd waardoor  $p$  en  $T$  snel aangroeien. Deze fase eindigt op het ogenblik dat de zuiger het slagstuk treft, waarvoor geldt:  $H=0$  en  $Vol = WVBR$ , het volume van de verbrandingsruimte.

### Fase 3:

door de stoot bewegen zich de zuiger en het slagstuk gedurende een korte tijd gezamenlijk. Het gas volume blijft even constant. Deze fase eindigt als de contactkracht tussen zuiger en slagstuk nul wordt (zie 5.4). Daarna kan de zich ontwikkelde gasdruk beginnen de zuiger omhoog te drukken, zodat de snelheid ervan omkeert van richting; het slagstuk blijft evenwel nog even zakken met snelheid  $v_{\text{slagstuk}} (= v_{pa})$ .

\*) aannemende dat er praktisch géén lek is.

Aan het begin van deze fase is de dieselolie door de stoot verstoven. De druk en de temperatuur van de lucht en de oliedamp zijn dan voldoende opgelopen zodat de verbranding kan beginnen. Dit geschiedt na een korte tijd (de "ontstekingsvertraging") waarvan wordt aangenomen dat zij tenminste zo lang duurt als de tijdsduur van de stoot (d.i. totdat de schokgolf in de zuiger weer naar de onderzijde ervan terugkeert)

Daardoor ontstaat:

#### Fase 4:

Zolang de verbranding nog niet is begonnen neemt het gasvolume een weinig toe, waarbij de druk iets afneemt. Bij de berekeningen met het computerprogramma DISELS (zie 5.12) wordt aangenomen dat in deze fase de brandstof verdampt zodat aan het eind ervan de gasmassa is toegenomen met de massa brandstof. Daardoor is ook de samenstelling van het gas veranderd en dus ook de eigenschappen (moleculaire massa en warmte capaciteit).

Aan het eind van deze fase begint de verbranding:

#### Fase 5:

Gedurende enkele milliseconden verbrandt de dieselolie.

De druk en de temperatuur nemen sterk toe ondanks het feit dat het gasvolume toeneemt daar de zuiger door de grote druk omhoog wordt gestuwd (de snelheid  $v$  is negatief geworden).

De verbranding geschiedt met variabele snelheid (zie 5.10) en is nooit volledig zodat er aan het eind van de verbranding nog een fractie dieseloliedamp overblijft.

Gedurende deze fase verandert de gassamenstelling voortdurend.

Aan het eind van de verbranding volgt:

Fase 6:

De zuiger gaat verder omhoog zodat het volume toeneemt, waardoor druk en temperatuur afnemen.

De gasmassa en de samenstelling ervan verandert niet meer.

In deze fase expandeert een constante massa gas.

Deze fase eindigt als de zuiger de hoogte  $H = H_{inl}^*$  bereikt;

dan ontstaat:

Fase 7:

een deel van de lucht (+ verbrandingsgassen) ontsnapt door de uitlaat openingen. Er ontstaat weer een massastroom  $\dot{m}_u$ .

De gasmassa  $m$  neemt nu af volgens  $\frac{dm}{dt} = \dot{m}_u (= -c_u \cdot \rho_u \cdot A_i)$

De samenstelling van het gas verandert in deze fase niet (er wordt aangenomen dat het mengsel homogeen is). Dit gaat door totdat de inwendige druk  $p$  gelijk aan de atmosferische druk  $p_u$  is geworden, waarna deze fase overgaat in:

Fase 8:

Tengevolge van z'n traagheid blijft de opwaartse beweging van de zuiger doorgaan zodat het volume blijft toenemen. Hierdoor vermindert de druk  $p$  tot beneden  $p_u$  zodat er buitenlucht wordt aangezogen. Er ontstaat een gasstroom  $\dot{m}_i$  naar binnen. Deze wordt positief gerekend zodat geldt  $\frac{dm}{dt} = \dot{m}_i$  en de gasmassa per tijds-eenheid met dit bedrag toeneemt..

\*) De cylinder, die vanaf het ogenblik van de stoot niet meer door het slagstuk wordt ondersteund, valt totdat hij het slagstuk heeft ingehaald. Daardoor is ook de hoogte van de in- en uitlaatopeningen t.o.v. het nulvlak veranderd; hiermee wordt uiteraard rekening gehouden.

Tengevolge van het eigengewicht van de zuiger en de uitwendige druk  $p_u$  op het bovenvlak ervan neemt de opwaartse snelheid af totdat zij weer nul wordt. Bij een stationair lopend dieselblok is de hoogte van de gaskolom  $H$  weer toegenomen tot  $H_{\max}$ , ten opzichte van de nieuwe positie van het slagstuk.

De inwendige druk is dan weer gelijk geworden aan de atmosferische druk  $p_u$ , waarna deze fase overgaat in fase 1 van de volgende slag.

Bij een (nog) niet stationair lopend blok wordt een nieuwe maximale hoogte  $H$  bereikt; als het slagstuk over een afstand  $z$  is gedaald dan is  $H + z = \text{nieuwe } H_{\max}$ .

### 5.3 Inleiding tot de numerieke analyse van het arbeidsproces

Het hierna beschreven computerprogramma DISELS heeft tot doel om het in de inleiding beschreven proces numeriek te kunnen volgen.

Daar volgen dan uit de grootte van de trefsnelheid van de zuiger op het slagstuk en het drukverloop. Deze grootheden bepalen n.l. wat er met de paal gebeurt tengevolge van de stoot.

De analyse van de uitwerking van de stoot en het verloop van de drukkracht geschiedt met het heiprogramma. De zakking van de paal hangt af van de weerstanden die deze in de grond ondervindt en van de stoot die erop wordt uitgeoefend door het heiblok.

Indien een dieselblok wordt gebruikt heeft de *drukkracht* t.g.v. de *gasdruk* ook enige invloed op de paalzakking doch deze is *gering in vergelijking* met het *effect* van de *stoot*. Ten gevolge van het botsen van de zuiger en het slagstuk ontstaat een stootkracht zoals in par. 2.2.1 is afgeleid en waarvan de grootte wordt bepaald met formule 2.2.1.

Daarin is hier  $v_1$  = de trefsnelheid  $v_t$ ,  $v_2$  = snelheid van het slagstuk = 0 en  $Z_1$  de impedantie van de zuiger en  $Z_2$  die van het slagstuk, die, zoals hiervoor is betoogd gelijk gesteld kunnen worden  $Z_1 = Z_2 = Z$ . Dan is de stootkracht dus  $\frac{1}{2} v_t \cdot Z$ . Voor de D30-02 wordt dit een kracht in de orde van 14 MN, terwijl de maximale drukkracht door de gasdruk ongeveer 1 MN bedraagt, dus ongeveer 7% van de stootkracht. De paalzakking kan hierdoor slechts enkele percenten toenemen.

Deze *drukkracht* heeft echter *wel een merkbare invloed* op de *spanningen* in de paal. Vooral als het effect van de stoot vrijwel is afgelopen terwijl de gasdruk nog lang niet tot de atmosferische druk is afgenomen. Daardoor wordt de aan de bovenkant van het slagstuk aankomende opwaartse golf niet ten volle als een trek golf weerkaatst, zodat de *trekspanningen* in de paal worden *gereduceerd* of *onderdrukt*.

Deze invloed op de paalspanningen is ook van belang als *metingen* van het krachtsverloop als functie van de tijd, b.v. door middel van rekstrookjes, moeten worden *vergeleken* met de *berekende drukkracht*.

Indien in de berekening met het heiprogramma het effect van de gasdruk wordt verwaarloosd krijgt het berekende stootdiagram een heel andere vorm dan in het geval dat de gasdruk wel in rekening wordt gebracht. Het verschil is dusdanig dat *interpretatie van de meetresultaten slechts zin heeft als de gasdruk in rekening wordt gebracht.*

De *paalzakking* heeft op haar beurt invloed op het gedrag van *het blok*. Deze zakking heeft nl. tengevolge dat het slagstuk eveneens zakt, waardoor het gasvolume niet alleen door het omhoog gaan van de zuiger wordt vergroot. Daardoor *neemt de gasdruk sneller af* dan in het geval dat er geen paalzakking optreedt. Enige zakking van het slagstuk treedt altijd op, ook als de grondweerstand zo hoog zijn dat de paal niet blijvend zakt. Tengevolge van de stoot en de gasdruk krijgt de paal immers een elastische verkorting die echter aan het eind van de slag weer vrijwel te niet wordt gedaan doordat de paal zich ontspant. Treedt er wel paalzakking op (plastische deformatie van de grond), dan werkt de invloed ervan gedurende de grootste tijd van het effectieve deel van de slag. Teneinde deze invloed numeriek te volgen moet men een *iteratieve berekening* opstellen. Het is daarom denkbaar het *programma van het dieselproces direct te koppelen aan het heiprogramma*. Dit is uiteraard uitvoerbaar doch om *programma-technische redenen niet praktisch en ook niet nodig.*

Het effect van de heislag op de paal is nl. na enige tientallen milliseconden afgelopen en speelt zich af in een fractie van de tijd die nodig is voor de gehele slag van het dieselblok (1,2 à 1,6s), en wel te beginnen met fase 3 tot in fase 6, zodat gedurende dit tijdsverloop de beide programmadelen a.h.w. gelijktijdig zouden moeten verlopen, hetgeen uiteraard de programmering aanzienlijk moeilijker maakt.

Bovendien zijn de tijdstapjes gebruikt in elk der twee delen niet gelijk, en vergt een gecombineerd programma een zo grote geheugenruimte dat ook daardoor moeilijkheden kunnen optreden. Zoals hierboven is gezegd is het ook niet nodig de beide programma's te combineren. Het *effect van de paalzakking* is nl. voor het *dieselblok* een *secundair* effect. Enkele percenten meer of minder paalzakking heeft zeer weinig invloed op de werking van het blok, zodat het voldoende is voor de zakking en het verloop daarvan een eerste benadering in te voeren, die bv. verkregen wordt door het heiprogramma uit te voeren voor een enkelvoudig valblok met dezelfde massa en afmetingen als de zuiger van het dieselblok en met de trefsnelheid die men reeds gevonden had met het dieselblokprogramma, werkend op een paal die niet zakt. Daarna doet men de berekening met het dieselblokprogramma, waarbij nu de aldus gevonden zakking en het geschematiseerde verloop ervan wordt ingevoerd. De resultaten daarvan worden dan gebruikt bij de invoer in de dieselblokversie van het heiprogramma, waardoor een betere benadering van het totale gebeuren wordt verkregen.

Zonodig kan men daarna deze berekeningsgang nog eens herhalen, doch dit zal vaak niet nodig zijn.

*Men moet bij heiberekening zich er altijd rekenschap van geven dat de mate van betrouwbaarheid voornamelijk afhangt van de geschatte grondweerstand.*

In de hierna volgende paragrafen worden een aantal aspecten van het proces behandeld waarbij diverse formules worden afgeleid die in het dieselprogramma worden toegepast en wel:

Par. 5.4 De dynamica van het valgewicht.

Par. 5.5 De thermodynamica van het gas.

Par. 5.6 Geval met (vrijwel) constante gasmassa (Fases 2,3,4, 5 en 6).

Par. 5.7 Geval met uitstroming (Fases 1 en 7)

Par. 5.8 Geval met instroming van lucht (Fase 8)

Par. 5.9 De uit- en inlaatstroming

Par. 5.10 De verbranding

Par. 5.11 De koeling

#### 5.4 De dynamica van het valblok

Op de zuiger werkt een neerwaartse kracht  $F = Mg + (p_u - p) \cdot A$  zodat de bewegingsvergelijking luidt: \*)

$$\frac{dv}{dt} = g + (p_u - p) \cdot \frac{A}{M} \quad (5.4.1)$$

\*) Bij verwaarlozing van de (geringe) wrijving



Hierin is de druk  $p$  variabel. De vergelijking is echter slechts te integreren als  $p$  constant verondersteld mag worden. Het is daarom nodig de berekening uit te voeren voor een groot aantal kleine tijdstipjes  $\Delta t$  en te veronderstellen dat gedurende zo'n tijdstipje  $p$  constant is. In het programma is  $\Delta t = 0,001$  sec. resp.  $\Delta t = 0,0001$  sec. Het blijkt dat daarmee de afwijking in de "dynamische" energie-balans ongeveer 0,5% bedraagt.

Met deze veronderstelling vindt men

$$v(t) = v_0 + (g + (p_u - p) \frac{A}{M})t \quad 0 < t < \Delta t \quad (5.4.2)$$

Aan het eind van het tijdstipje is de snelheid

$$v_e = v_0 + (g + (p_u - p) \frac{A}{M})\Delta t \quad \text{en de gemiddelde snelheid}$$

bedraagt:

$$v_g = \frac{1}{2} \cdot (v_e + v_0) = v_0 + \frac{1}{2} (g + (p_u - p) \frac{A}{M})\Delta t \quad (5.4.3)$$

De afgelegde weg gedurende  $\Delta t$  is gelijk aan

$$x_e - x_0 = v_g \cdot \Delta t$$

Hiermee volgt voor de toename van het volume

$$\Delta \text{Vol} = A (v_{pa} \cdot \Delta t - (x_e - x_0)) = A \cdot (v_{pa} - v_g) \Delta t$$

De *gemiddelde veranderingssnelheid* van het volume  $\dot{V}$  is dan

$$\dot{V} = A (v_{pa} - v_g)$$

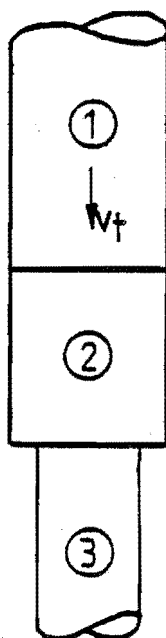
In het programma wordt verondersteld dat deze waarde *constant is gedurende het tijdstapje*. Daarom geldt dan voor het volume:

$$\text{Vol}(t) = \text{Vol}_o + \dot{V}.t \quad 0 < t < \Delta t \quad (5.4.4)$$

en 
$$\text{Vol}_e = \text{Vol}_o + \dot{V}.\Delta t \quad (5.4.5)$$

Behalve de dynamica voor het valblok als geheel, heeft men ook te maken met de dynamica van de golfvoortplanting teneinde na te kunnen gaan wat er gebeurt bij de botsing en korte tijd daarna (Fase 3).

Beschouwt men het systeem valblok-slagstuk-paal (waarbij de muts ter vereenvoudiging is weggelaten), dan vindt men de bewegingstoestand als volgt (zie fig. 5.4-1)



Valblok, lengte  $H_{vbl}$ ,  
impedantie  $Z$ ,  
tijd voor heen- en weergang  
van de golven  $TCON$

Slagstuk, lengte  $H_{slst}$ ,  
impedantie  $Z$   
tijd voor heen- en weergang  
van de golven  $TCONS$

Paal, grote lengte,  
impedantie  $Z_p$   
terugkeer v.d. golven wordt  
buiten beschouwing gelaten

Fig. 5.4-1 Schema van valblok, slagstuk en paal

Tengevolge van de stoot ontstaat in het valblok een opwaartse golf  $F_{\uparrow} = P = \frac{1}{2} Z.v_t$  en in het slagstuk een neerwaartse golf  $F_{\downarrow} = P$ .

De snelheid van het valblok verandert (plotseling) van  $v_t$  tot  $v_t - \frac{F_{\downarrow}}{Z} = \frac{1}{2} v_t$ ; die van het slagstuk van  $v=0$  tot  $v = \frac{F_{\uparrow}}{Z} = \frac{1}{2} v_t$

Valblok en slagstuk hebben dezelfde snelheid en dit blijft zo, totdat door reflecties en refracties van golven die toestand verandert. Dit wordt nagegaan in een golfpad-tijd diagram.

Alvorens dit te doen wordt in fig. 5.4-2 een schema van de reflecties en refracties gegeven, waarin de *veranderingen* van de golven worden weergegeven.

*Bovenzijde valblok:*

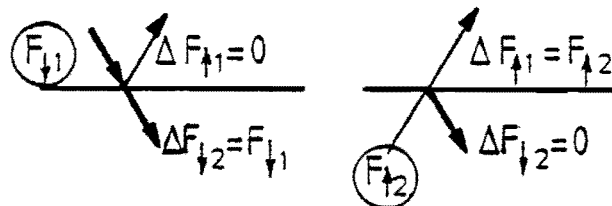
Reflectie coëfficiënt = -1



*Contactvlak valblok-slagstuk*

Reflectie coëfficiënt = 0

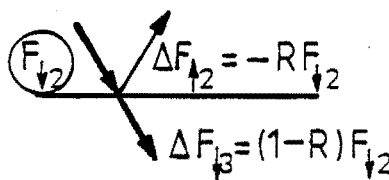
(gelijke impedanties)



*Contactvlak slagstuk-paal*

Reflectie coëfficiënt = -R

$$R = \frac{Z - Z_p}{Z + Z_p}$$



De primaire (bij een contactvlak aankomende) golven zijn aangeduid door  $\textcircled{F}$

Fig. 5.4-2 Schema van de reflectie- en refractiecoëfficiënten

Alle golven blijven constant totdat ergens een nieuwe toestand ontstaat; in de hier volgende diagrammen zijn slechts die golfpaden getekend die veranderingen tot gevolg hebben.

In fig. 5.4-3(1) worden de veranderingen nagegaan totdat de eerste neerwaartse golf in het valblok terugkeert naar het slagstuk.

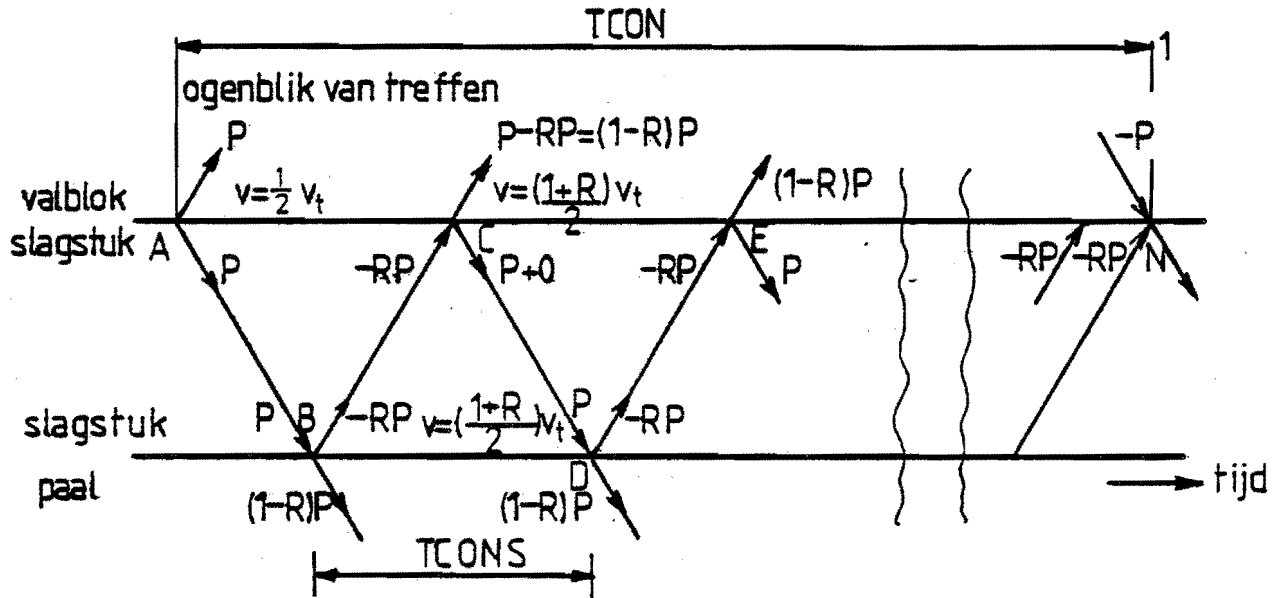


Fig. 5.4-3(1) De golven tussen  $t = 0$  (treffen) en  $t = TCON$

Voor het goede begrip wordt de snelheid berekend voor de periode tussen de punten B en D

$$v = \frac{F_+ - F_-}{Z} \quad \text{Voor het slagstuk } v = \frac{P - (-RP)}{Z} = \frac{(1+R)P}{Z} = \frac{(1+R) \cdot Z \cdot v_t}{2Z} = \frac{1}{2}(1+R)v_t$$

$$\text{Voor de paal geldt } v = \frac{(1-R)P - 0}{Z_p} = \frac{(1-R)P}{(1-R)Z/(1+R)} = \frac{(1+R)P}{Z} = \frac{1}{2}(1+R)v_t$$

In het contactvlak valblok-slagstuk blijft de toestand vanaf punt C constant gedurende de tijd  $(TCON - TCONS)$  en in het contactvlak slagstuk-paal blijft de toestand gelijk aan die van punt B gedurende een tijdsverloop TCON.

Op tijd TCON komt er van boven een neerwaartse golf  $-P$  en van onder een opwaartse golf  $-RP$ . (Punt N)

Fig. 5.4-3(2) laat zien wat er dan gebeurt.

In de linker figuur is de toestand weergegeven die zou ontstaan als het contact gehandhaafd blijft.

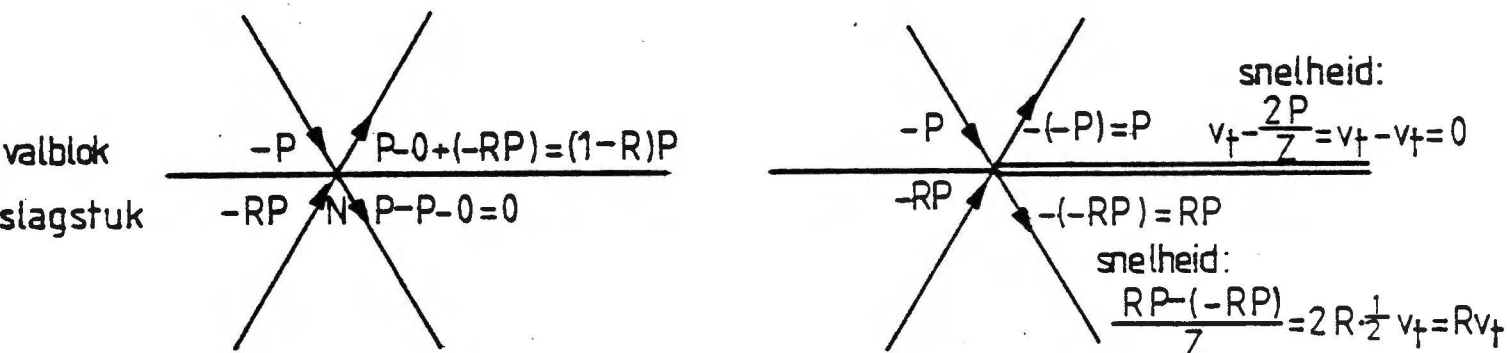


Fig. 5.4-3(2) De golven op tijdstip TCON

De totale kracht die slagstuk en zuiger op elkaar uitoefenen is  $-RP$ , dus negatief (trek). Dit kan niet blijven bestaan: de twee delen kunnen loskomen van elkaar. Het valblok krijgt nu een vrij eind aan de onderzijde en het slagstuk aan de bovenzijde, alwaar de aankomende golven met negatieftaken worden weerkaatst, hetgeen is voorgesteld in de rechter figuur.

Het blijkt dat de *snelheid* van de *zuiger nul* wordt en van het *slagstuk*  $Rv_t$  (positief dus neerwaarts).

De verplaatsing van de zuiger en het slagstuk tesamen gedurende de periode TCON bedraagt:

$$TCONS \cdot \frac{1}{2} v_t + (TCON - TCONS) \cdot \frac{1}{2} v_t \cdot (1+R) = \frac{1}{2} v_t ((1+R) \cdot TCON - R \cdot TCONS)$$

Vervolgt men de berekening van de golven nog voor een aantal perioden TCONS dan vindt men hetgeen in fig. 5.4-3(3) is getekend.

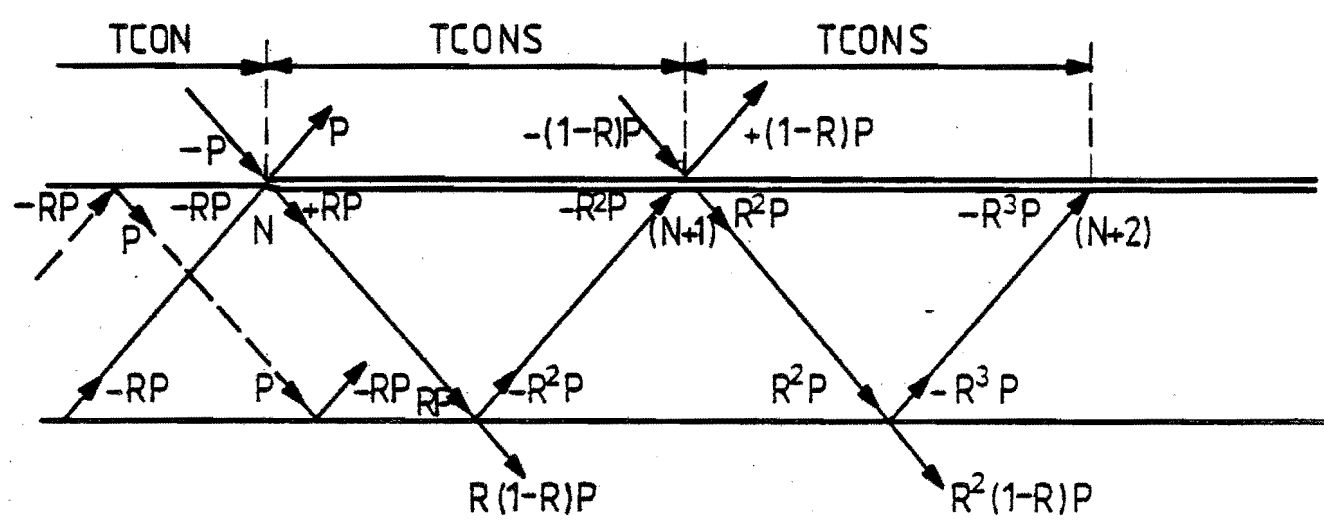


Fig. 5.4-3(3) De golven na het tijdstip TCON

De snelheden worden nu:

|                 |                           |                            |
|-----------------|---------------------------|----------------------------|
| Van N tot N+1   | Zuiger: o                 | Slagstuk $Rv_t$            |
| (N+1) tot N+2   | " $v_t \frac{2(1-R)P}{Z}$ | $\frac{2R^2P}{Z} = R^2v_t$ |
|                 |                           | $= Rv_t$                   |
| (N+2) tot (N+3) | " blijft $Rv_t$           | $\frac{2R^3P}{Z} = R^3v_t$ |

Volgens deze berekening zou de verplaatsing van de zuiger na 3 periodes TCONS gelijk zijn aan  $2 \cdot Rv_t \cdot TCONS$  en die van de bovenkant van het slagstuk  $R \cdot v_t \cdot (1+R+R^2) \cdot TCONS$ .

Dit zou betekenen dat de zuiger na enige tijd weer op het slagstuk botst.

Hierbij is echter de invloed van de gasdruk verwaarloosd, die vanaf tijd TCON werkt op het gehele zuigeroppervlak, waardoor de neerwaartse snelheid van de zuiger afneemt en spoedig weer van teken verandert zodat de zuiger omhoog gestuwd wordt.

De snelheid van het slagstuk wordt echter tengevolge van de gasdruk nog iets vermeerderd.

Het is dus wel mogelijk dat valblok en slagstuk nog één of meer keren botsen doch slechts voor korte tijd; de invloed van de gasdruk, die korte tijd na TCON, als de verbranding begint, sterk oploopt krijgt spoedig de overhand.

Het is daarom verantwoord om de mogelijkheid van herhaalde botsingen in de berekening te verwaarlozen.

De verplaatsing van het slagstuk bedraagt na  $k$  perioden TCONS (volgend op tijdstip TCON)

$$a_k = R \cdot v_t \cdot (1 + R + R^1 + \dots + R^{k-1}) \cdot TCONS = R \cdot v_t \cdot \frac{1 - R^k}{1 - R} \cdot TCONS$$

Dit wordt met toenemende  $k$  spoedig gelijk aan:

$$a = \frac{R \cdot v_t}{1 - R} TCONS \quad (5.4.6)$$

Ter vereenvoudiging van de berekeningen en het programma wordt nu *aangenomen* dat deze verplaatsing in een eindige tijd TSL met *constante snelheid* vpa wordt bereikt.

Voor vpa is gekozen:

$$vpa = \frac{1}{2} R v_t \quad (5.4.7)$$

$$TSL = \frac{2 \cdot TCONS}{1 - R} \quad (5.4.8)$$

Na enige tijd bereiken de opwaartse golven uit de paal het slagstuk, waardoor dit weer een neerwaartse beweging krijgt, indien tenminste de neerwaartse golven voldoende zijn om een blijvende paalzakking te veroorzaken.

De dan optredende snelheid van het slagstuk, die in werkelijkheid variabel is wordt in de berekening eveneens vervangen door een constante snelheid  $v_{paz}$ , waarvoor de gegevens verkregen worden uit de (voorlopige) heiberekening. Daaruit volgt nl. dat de zakking  $z$  optreedt vanaf een tijd  $t_{zb}$  en voltooid is op tijd  $t_{ze}$ .

De gemiddelde zakkingsnelheid is dus

$$v_{paz} = \frac{z}{t_{ze} - t_{zb}} \quad (5.4.9)$$

### 5.5 De thermodynamica van het gas

Er wordt verondersteld dat het gas (lucht plus eventuele verbrandingsgassen) zich gedraagt als een *ideaalgas* met een molmassa  $M$  en een moleculaire gasconstante  $R_m = 8,3144 \text{ J}/(\text{mol.K})$  zodat de gasconstante per massaeenheid bedraagt  $R = \frac{R_m}{M}$  en waarvan de toestandsvergelijking  $p = \rho RT$  is.

De soortelijke warmten bij constante druk resp. constant volume,  $c_p$  en  $c_v$  zijn voor een ideaal gas functie van de absolute temperatuur  $T$ , waarbij altijd geldt  $c_p - c_v = R$ .

Voor de afhankelijkheid van  $C_p$  (de moleculaire waarde van  $c_p$ ) van de temperatuur bestaan gegevens, veelal in de vorm van tafels, zoals b.v. (API project 44) 21.

Voor computerberekening is het gebruik van tafels niet geschikt (veel geheugen ruimte nodig, noodzaak om telkens weer te interpoleren, moeizaam invoeren van de tabelwaarden).



Het is daarom gewenst te beschikken over een functioneel verband. Voor een aantal stoffen is  $C_p$  te berekenen met 5e graads polynomen in  $T$ .

$$C_p = A_0 + A_1.T + A_2.T^2 + A_3.T^3 + A_4.T^4 + A_5.T^5 \quad (5.5.1)$$

In [22] pag. 50-51 zijn voor een aantal stoffen de coëfficiënten  $A_0$  t/m  $A_5$  gegeven waarmee  $C_p$  berekend kan worden in cal/(mol.K).

Voor stoffen, waarvoor in [22] geen polynoom-coëfficiënten zijn gegeven kunnen deze uit de tabellen van [21] worden berekend.

Ten behoeve van het hierna beschreven computerprogramma (DISELS) zijn deze coëfficiënten geconverteerd naar J/(kmol.K). (N.B. voor de in [21] gebruikte calorie blijkt 1 kcal = 4184 J te zijn).

Ook voor een gasmengsel is met deze polynomen de  $C_p$  te berekenen als de (mol-) concentraties bekend zijn. Als het mengsel bevat  $n_i$  mol van stof $_i$ , met molmassa  $M_i$  waarvoor de coëfficiënten  $A_{j,i}$  zijn ( $i = 1 \dots k$ ;  $j = 0 \dots 5$ ) dan zijn de concentraties met  $n = \sum_{i=1}^k n_i$ :

$$\Psi_i = \frac{n_i}{n} \quad (\text{daarmee is } \sum_{i=1}^k \Psi_i = 1)$$

Voor de verhoging van de temperatuur van het mengsel (bij constante druk) met  $\Delta T$  is voor  $\Psi_i$  mol van bestanddeel  $i$  nodig een hoeveelheid warmte  $q_i = \Psi_i C_p(i) \cdot \Delta T$ , voor het geheel dus

$$q = \sum_{i=1}^k q_i = \left( \sum_{i=1}^k \Psi_i C_p(i) \right) \cdot \Delta T.$$

Voor het mengsel is  $\frac{q}{T}$  de warmte capaciteit  $C_p$ .

$$\begin{aligned} c_p &= \sum_{i=1}^k \psi_i C_p(i) = \sum_{i=1}^k \psi_i \left( \sum_{j=0}^5 A_{j,i} \cdot T^j \right) = \\ &= \sum_{j=0}^5 \left( \sum_{i=1}^k \psi_i \cdot A_{j,i} \right) \cdot T^j \end{aligned} \quad (5.5.2)$$

Dit is dan de warmtecapaciteit (bij constante druk) van 1 "mol" van het mengsel dat een moleculairgewicht heeft van  $M = \sum_{i=1}^k \psi_i \cdot M_i$ .

De gewichtsfracties van het mengsel zijn gelijk aan

$$f_i = \frac{\psi_i M_i}{M} \quad (5.5.3)$$

Aangezien vaak de gewichtsfracties bekend zijn kunnen daaruit de concentraties berekend worden met de formules

$$M = \frac{1}{\sum_{i=1}^k f_i / M_i} \quad (5.5.4)$$

en daaruit 
$$\psi_i = \frac{M \cdot f_i}{M_i} \quad (5.5.5)$$

In de berekeningen wordt gewerkt met de soortelijke warmten, entropieën etc. per kg.

Voor het gasmengsel heeft men dan  $c_p = \frac{C_p}{M}$  en  $c_v = \frac{C_v}{M}$

De *inwendige energie*  $U$  van een zekere massa  $m$  ideaal gas (mengsel), is een functie van de absolute temperatuur. Per massa eenheid:

$$u(T_1) = u_0 + \int_{T=T_0}^{T=T_1} c_v(T) dT \quad (5.5.6)$$

Daarin is  $T_0$  een referentie temperatuur waarvoor hier wordt aangehouden  $T_0 = 298,16$ ;  $U_0$  is de inwendige energie bij deze temperatuur  $T_0$ . Deze grootheid blijkt altijd weg te vallen in de diverse vergelijkingen.

De veel voorkomende *enthalpie* per massaeneheid is gedefinieerd door  $H = U + P.V$ . Deze is voor een ideaal gas gelijk aan

$$h = u + RT$$

Dit wordt:

$$h(T_1) = u(T_1) + RT_1 = u_0 + RT_0 + \int_{T=T_0}^{T=T_1} (c_v(T) + R) dT$$

$$h_1(T_1) = h_0 + \int_{T_0}^{T_1} c_p(T) \cdot dT \quad (5.5.7)$$

Voor de *entropie*  $s$  per massaeneheid heeft men bij constante druk

$$ds = \frac{dq}{T} = c_p \cdot \frac{dT}{T}$$

Daarmee wordt de entropie bij een druk  $p_1$  en een temperatuur  $T_1$  gelijk aan

$$s(T_1, p_1) = s_0 + \int_{T_0}^{T_1} \frac{c_p(T) dT}{T} - R \ln \frac{p_1}{p_0} \quad (5.5.8)$$

Hierin is  $s_0$  de entropie bij  $T_0$  en  $p_0$ , waarin  $T_0 = 298,16$  K en  $p_0 = 1 \text{ at} \approx 1 \text{ bar}$ . In de tabellen in [21] en [22] worden deze waarden voor de diverse fracties gegeven als  $S_0$  per mol, dus in cal/(mol.K).

Voor de computerberekening zijn deze omgerekend in J/(mol.K).

Voor een gasmengsel met fracties  $\Psi_i$  ( $i=1,k$ ) is de grootte van  $S_0$  te berekenen uit de waarden  $S_{0,i}$  van de fracties met de formule

$$S_0 = \sum_{i=1}^k \Psi_i S_{0,i} - R_m \sum_{i=1}^k \Psi_i \ln \Psi_i \quad (5.5.9)$$

In het programma DISELS zijn voor een aantal stoffen de polynoom coëfficiënten  $A_{j,i}$ ,  $M_i$  en  $S_{0,i}$  ingevoerd zodat de bovenbeschreven integralen en sommaties kunnen worden berekend.

In de volgende afleidingen wordt herhaaldelijk gebruik gemaakt van de toestandsvergelijking

$$p = \rho RT \quad (5.5.10)$$

en van de energie balans, die uitdrukt dat de aan het gas toegevoerde warmte <sup>\*</sup> gelijk is aan de toename van de inwendige energie plus de door het gas verrichte uitwendige arbeid.

$$\frac{dq}{dt} = \dot{q} = \frac{d(m \cdot u)}{dt} + p \cdot \frac{dVol}{dt}$$

$$\dot{q} = \frac{dm}{dt} \cdot (u_0 + \int_{T_0}^{T_1} c_v(T) dT) + m \cdot \frac{dT}{dt} \cdot c_v(T_1) + p \frac{dVol}{dt} \quad (5.5.11)$$

Zoals reeds in 5.4 werd vermeld wordt hiervoor aangenomen dat gedurende een tijdstap  $\Delta t$  de volumeveranderings-snelheid constant is, zodat dan  $\frac{dVol}{dt} = \dot{V}$ .

\* ) Deze warmte is gedurende de fasen 1 t/m 4 en 6 t/m 8 negatief (t.g.v. de koeling, zie par. 5.11). Zij is slechts positief aan het begin van fase 1 en het eind van fase 8 en uiteraard in fase 5, waarin de bij de verbranding vrijkomende warmte groter is dan de door de koeling onttrokken warmte.

5.6 Toestandsveranderingen van het gas in de cilinder als de gasmassa constant is (Fases 2 t/m 6)

In dit geval wordt de energiebalans (5.5.11) gereduceerd tot:

$$\dot{q} = m \cdot \frac{dT}{dt} \cdot c_v(T) + p \cdot \dot{V} \quad (0 < t < \Delta t) \quad (5.6.1)$$

Hieruit elimineert men T door gebruik te maken van de toestandsvergelijking  $p = \rho RT = \frac{mRT}{Vol}$ .

Dit levert op  $T = \frac{p \cdot Vol}{mR}$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{p\dot{V} + Vol \frac{dp}{dt}}{mR}$$

Daarmee wordt (5.6.1):

$$\dot{q} = \frac{p\dot{V} + Vol \frac{dp}{dt}}{R} \cdot c_v(T) + p\dot{V}$$

$$\dot{q}R = p\dot{V} \cdot (c_v(T) + R) + Vol \cdot \frac{dp}{dt} \cdot c_v(T)$$

$$\text{of } \dot{q}R = p \cdot \dot{V} \cdot c_p(T) + Vol \cdot \frac{dp}{dt} \cdot c_v(T)$$

De oplossing van deze differentiaal-vergelijking luidt met

$$\kappa(T) = \frac{c_p(T)}{c_v(T)} :$$

$$p(t) = \frac{\kappa-1}{\kappa} \cdot \frac{\dot{q}}{\dot{V}} + (p_{\text{beg}} - \frac{\kappa-1}{\kappa} \cdot \frac{\dot{q}}{\dot{V}}) \left( \frac{Vol}{Vol(t)} \right)^\kappa \quad (5.6.2)$$

Hierbij is stilzwijgend aangenomen dat gedurende het tijdstapje  $\Delta t$  de temperatuur slechts weinig verandert.

$$\text{Nu is } \frac{d}{dt} \left( \frac{c_p(T)}{c_v(T)} \right) = \frac{-R \frac{dc_p}{dT}}{(c_v(T))^2} ,$$

waarin  $\frac{dc_p}{dT} \cdot \Delta T$  zeer klein is ten opzichte van R en  $c_v(T)$ .

Aan het eind van het tijdstapje is de druk geworden

$$p_{\text{eind}} = \frac{\kappa-1}{\kappa} \cdot \frac{\dot{q}}{\dot{V}} + (p_{\text{beg}} - \frac{\kappa-1}{\kappa} \cdot \frac{\dot{q}}{\dot{V}}) \left( \frac{\text{Vol}_0}{\text{Vol}_0 + \dot{V}\Delta t} \right)^\kappa \quad (5.6.2A)$$

Voert men ter vereenvoudiging in  $\frac{\kappa-1}{\kappa} \cdot \frac{\dot{q}}{\dot{V}} = Q$  (met de dimensie  $\text{J/m}^3 = \text{N/m}^2 = \text{Pa}$ ), dan wordt (5.6.2)

$$p(t) = Q + (p_{\text{beg}} - Q) \left( \frac{\text{Vol}_0}{\text{Vol}(t)} \right)^\kappa$$

Daarmee wordt voor de door het gas uitgeoefende arbeid gevonden:

$$\begin{aligned} \int_0^{\Delta t} p(t) \frac{d\text{Vol}}{dt} \cdot dt &= \dot{V} \int_0^{\Delta t} p(t) dt = \\ &= \dot{q}\Delta t + \frac{p_{\text{beg}} \cdot \text{Vol}_0 - p_{\text{eind}} \cdot \text{Vol}_e}{\kappa-1} \end{aligned}$$

Voor de toename van de inwendige energie  $\Delta U$  vindt men

$$\begin{aligned} \Delta U &= m\Delta u = m(u_0 + \int_{T_0}^{T_{\text{eind}}} c_v(T) dT - u_0 - \int_{T_0}^{T_{\text{beg}}} c_v(T) dT) = \\ &= m \int_{T_{\text{beg}}}^{T_{\text{eind}}} c_v(T) dT = m(h(T_{\text{eind}}) - h(T_{\text{beg}})) - (p_{\text{beg}} \text{Vol}_e - p_{\text{beg}} \text{Vol}_0) \end{aligned}$$

$$\text{Nu is } h(T_{\text{eind}}) - h(T_{\text{beg}}) = \int_{T_{\text{beg}}}^{T_{\text{eind}}} c_p(T) dT.$$

Bij benadering is dit gelijk aan  $c_p(T_{\text{beg}}) \cdot (T_{\text{eind}} - T_{\text{beg}})$

Teneinde een inzicht te krijgen in de fout die men maakt als men voor de toestandsveranderingen gedurende een tijdstapje aanneemt dat  $c_p$  constant is en gelijk gesteld mag worden aan  $c_p(T_{\text{beg}})$  wordt de werkelijke waarde van  $h(T_{\text{eind}}) - h(T_{\text{beg}})$  vergeleken met de benaderde waarde voor droge lucht,  $T_{\text{eind}} = 1040 \text{ K}$  en  $T_{\text{beg}} = 1000 \text{ K}$ , waarbij de enthalpie en de soortelijke warmte bij constante druk zijn berekend met behulp van de in 5.5 genoemde polynomen (5.5.1).

$$T = 1040 \text{ K} \quad h(1040) = 796919 \text{ J/kg}$$

$$T = 1000 \text{ K} \quad h(1000) = 751162 \text{ J/kg}$$

$$\text{verschil} = \underline{45757 \text{ J/kg}}$$

$$c_p(1000) = 1140,7 \text{ J/kg.K}$$

$$40 \times 1140,7 = \underline{45628 \text{ J/kg}}$$

$$\text{afwijking} \quad 129 \text{ J/kg d.i. } 0,28\%$$

De benadering is dus voldoende nauwkeurig.

Men kan dus stellen dat

$$\begin{aligned} \Delta U &= m \cdot c_p(T_{\text{beg}}) \cdot (T_{\text{eind}} - T_{\text{beg}}) - (P_{\text{eind}} \cdot \text{Vol}_e - P_{\text{beg}} \cdot \text{Vol}_0) = \\ &= \left( \frac{m c_p(T_{\text{beg}})}{mR} - 1 \right) (P_{\text{eind}} \cdot \text{Vol}_e - P_{\text{beg}} \cdot \text{Vol}_0) = \\ &= \frac{c_v(T_{\text{beg}})}{R} \cdot (P_{\text{eind}} \cdot \text{Vol}_e - P_{\text{beg}} \cdot \text{Vol}_0) = \\ &= \frac{P_{\text{eind}} \cdot \text{Vol}_e - P_{\text{beg}} \cdot \text{Vol}_0}{\kappa - 1} \end{aligned}$$

Daarmee wordt dus  $\Delta U + \int p d\text{Vol} = \dot{q} \Delta t =$  de toegevoerde warmte.

### 5.7 Toestandsveranderingen van het gas in de cilinder als er uitstroming plaats heeft. (Fasen 1 en 7)

Voor de analyse van dit geval wordt aangenomen dat de gastroom  $\dot{m}_u =$  constant gedurende het tijdstapje en wel gelijk aan de waarde die aan het begin van het tijdstapje optreedt tengevolge van het drukverschil  $P_{\text{beg}} - P_u$ .

Voor de gasmassa op een tijd  $t$  na het begin van het tijdstapje geldt dan (zie fig. 5.7-1)

$$m(t) = m = m_0 + \dot{m}_u t \quad (0 < t < \Delta t) \quad (5.7.1)$$

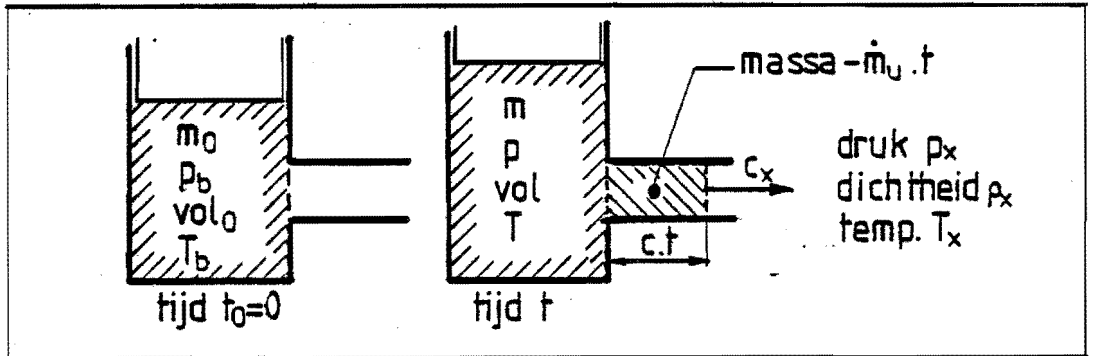


Fig. 5.7-1 Toestanden van het gas in de cilinder (fasen 1 en 7)

Zoals in par. 5.9 is vermeld wordt voor de stroming aangenomen dat er geen energieverlies optreedt en dat zij adiabatisch verloopt. Voor de stroombuis geldt dan dat de specifieke enthalpie constant blijft.

$$h(T_b) = h(T(x)) + \frac{(c(x))^2}{2} \quad (5.7.2)$$

Voor de hoeveelheid gas die uitstroomt geldt  $\dot{m}_u = -c(x) \cdot \rho(x) \cdot A(x)$ ;

het negatieve teken wordt gebruikt omdat gesteld is dat

$$\frac{dm(t)}{dt} = \dot{m}_u.$$

Hierin zijn  $T(x)$ ,  $c(x)$  en  $\rho(x)$  de temperatuur resp. de stroomsnelheid in een doorsnede  $A(x)$  van de stroombuis op afstand  $x$  van het binneneind ervan.

Beschouwt men nu de *toestandsveranderingen* van de *constante gasmassa*  $m_0$  dan vindt men voor de diverse energievormen:

$$\text{Inwendige energie op } t = 0 : m_0 \left( u_0 + \int_{T_0}^{T_b} c_v(T) dt \right).$$



Inwendige plus kinetische energie op tijd  $t$  :

$$m(v_0 + \int_{T_0}^T c_V(T) dT) - \dot{m}_u t (u_0 + \int_{T_0}^{T_x} c_V(T) dT + \frac{1}{2} c_x^2)$$

Door het gas uitgeoefende arbeid:  $\int_0^t p \dot{V} dt$

Door de uitlaatstroom uitgeoefende arbeid:

$$p_x \cdot A_x \cdot (c_x t) = \rho_x R T_x \cdot A_x \cdot c_x \cdot t = -\dot{m}_u t R T_x \quad (5.7.3)$$

De energie vergelijking wordt:

$$\begin{aligned} \dot{q} \cdot t = & (m(u_0 + \int_{T_0}^T c_V(T) dT) - \dot{m}_u t (u_0 + \int_{T_0}^{T_x} c_V(T) dT + \frac{1}{2} c_x^2)) - \\ & - m_0 (u_0 + \int_{T_0}^{T_b} c_V(T) dT) + \int_0^t p \dot{V} dt - \dot{m}_u t R T_x \end{aligned}$$

Voor de stroming geldt:  $h(T_b) = h(T_x) + \frac{1}{2} c_x^2$  of

$$\begin{aligned} h(T_x) - h(T_b) &= -\frac{1}{2} c_x^2 \\ \int_{T_b}^{T_x} c_p(T) dT &= -\frac{1}{2} c_x^2 \end{aligned}$$

$$\int_{T_b}^{T_x} c_V(T) dT + R(T_x - T_b) = -\frac{1}{2} c_x^2, \text{ zodat}$$

$$\int_{T_0}^{T_x} c_V(T) dT + \frac{1}{2} c_x^2 = \int_{T_0}^{T_b} c_V(T) dT - R(T_x - T_b) \quad (5.7.4)$$

Gesubstitueerd in de energievergelijking en na weglating

van de termen met  $u_0$  (die elkaar opheffen) krijgt men

$$\dot{q} \cdot t = \dot{m} \int_{T_0}^T c_V(T) dT - \dot{m}_u t \left( \int_{T_0}^{T_b} c_V(T) dT - R T_x + R T_b \right) -$$

$$- m_0 \int_{T_0}^{T_b} c_V(T) dT + \int_0^t p \dot{V} dt - \dot{m}_u t R T_x$$

$$\dot{q} t = m_0 \int_{T_b}^T c_V(T) dT + \dot{m}_u t \int_{T_b}^T c_V(T) dT - \dot{m}_u t R T_b + \int_0^t p \dot{V} dt \quad (5.7.5)$$

Gedifferentieerd naar t:

$$\dot{q} = m_0 \frac{dT}{dt} \cdot c_v(T) + \dot{m}_u \int_{T_b}^T c_v(T) dT + \dot{m}_u t \frac{dT}{dt} c_v(T) - \dot{m}_u R T_b + p \dot{V} \quad (5.7.6)$$

Aangezien gedurende het korte tijdstapje de temperatuur niet sterk verandert mag men voor  $\int_{T_b}^T c_v(T) dT$  stellen  $c_v(T_b) (T - T_b)$ , en  $c_v(T)$  vervangen door  $c_v(T_b)$ , zodat men vindt:

$$\dot{q} = m \frac{dT}{dt} c_v(T_b) + \dot{m}_u \cdot c_v(T_b) \cdot T - \dot{m}_u c_v(T_b) T_b - \dot{m}_u R T_b + p \dot{V}$$

$$\dot{q} + \dot{m}_u \cdot c_p(T_b) \cdot T_b = c_v(T_b) \cdot \left( m \cdot \frac{dT}{dt} + \frac{dm}{dt} \cdot T \right) + p \dot{V}$$

$$\begin{aligned} \dot{q} + \dot{m}_u \cdot c_p(T_b) \cdot T_b &= c_v(T_b) \frac{d}{dt} (mT) + p \dot{V} = \\ &= \frac{c_v(T_b)}{R} \frac{d}{dt} (p \cdot \text{Vol}) + p \dot{V} = \\ &= \frac{c_v(T_b) + R}{R} \cdot p \dot{V} + \frac{c_v(T_b)}{R} \text{Vol} \cdot \frac{dp}{dt} \end{aligned}$$

$$(\kappa - 1) \dot{q} + \dot{m}_u \kappa R T_b = \kappa p \dot{V} + \text{Vol} \frac{dp}{dt} \quad (5.7.7)$$

De oplossing van deze differentiaal vergelijking luidt met

$$Q = \frac{\kappa - 1}{\kappa} \cdot (\dot{q} + \dot{m}_u \cdot c_p(T_b) \cdot T_b) / \dot{V}$$

$$p(t) = Q + (p_{\text{beg}} - Q) \left( \frac{\text{Vol}_0}{\text{Vol}(t)} \right)^\kappa \quad (5.7.8)$$

Voor het einde van het tijdstapje heeft men dan

$$p_{\text{end}} = Q + (p_{\text{beg}} - Q) \left( \frac{\text{Vol}_0}{\text{Vol}_e} \right)^\kappa \quad (5.7.8A)$$

Deze formules zijn geheel analoog aan die voor het geval met constante gasmassa (5.6.2) en (5.6.2A)

5.8 Toestandsveranderingen van het gas in de cylinder als er buitenlucht aangezogen wordt. (Fase 8)

De analyse van dit geval is *vrijwel analoog* met die van het geval met *uitstroming*. De massastroom  $\dot{m}_i$  wordt bepaald door het drukverschil van de druk van de buitenlucht en die in de cylinder.

Evenals in het geval met uitstroming wordt ook hier *aangenomen* dat  $\dot{m}_i$  *constant* is en wel gelijk aan die behorende bij de inwendige druk aan het begin van het tijdstapje ( $p_{beg}$ ).

In dit geval moet de *gehele gasstroom* geanalyseerd worden vanaf de instroom-opening tot aan de uitstroom-opening aan de binnenzijde.

Daarbij kan er onderweg een *verdichtingsstoot* optreden (zie par. 5.9).

Uit deze berekening volgt dan dat het gas in de cylinder komt met snelheid  $c_i$ , dichtheid  $\rho_i$  en temperatuur  $T_i$  en druk  $p_{beg}$  (zie fig. 5.8-1)

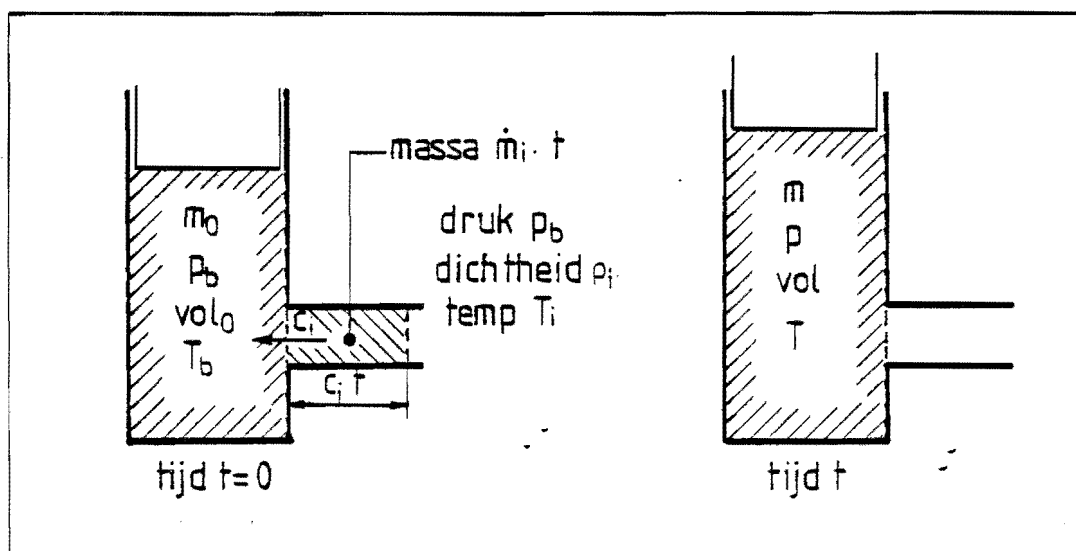


Fig. 5.8-1 Toestanden van het gas in de cylinder (fase 8).

Daarbij heeft dan een *vermenging*\*) plaats van de instromende buitenlucht en het in de cylinder aanwezige gas (dat behalve lucht nog verbrandingsproducten en eventueel damp van verbrande dieselolie bevat).

Daarom worden hieronder de soortelijke warmten, de gasconstante en de functies daarvan onderscheiden door subscripten: b voor de begintoestand, l voor de instromende lucht en m voor het mengsel.

Uitgegaan wordt weer van de energie-vergelijking: de oegevoerde warmte is gelijk aan de toename van de inwendige energie plus de door de gassen uitgeoefende arbeid.

De inwendige energie op tijd t is gelijk aan

$$m(u_0 + \int_{T_0}^T c_v(T) dT)_m \quad (0 < t < \Delta t)$$

waarbij  $m = m_0 + \dot{m}_1 t$ .

De inwendige energie op tijd  $t_0$  bestaat uit die van het gas in de cylinder plus die van de instromende lucht.

De inwendige energie van het gas in de cylinder bedroeg op tijd

$t_0 = 0$ :  $m_0(u_0 + \int_{T_0}^{T_{beg}} c_v(T) dT)_b$  en die van de hoeveelheid  $\dot{m}_1 t$  lucht is gelijk aan  $\dot{m}_1 t(u_0 + \int_{T_0}^{T_i} c_v(T) dT)_l$ . Bovendien heeft die lucht kinetische energie  $\frac{1}{2} \dot{m}_1 t \cdot c_i^2$ .

De door de gassen verrichte arbeid is gelijk aan  $\int_0^t p \cdot \dot{V} dt$  minus  $p_i A_i c_i t = \frac{p_i}{\rho_i} \cdot (A_i c_i \rho_i) \cdot t = R_1 T_i \dot{m}_1 t$

Dit levert voor de energievergelijking:

$$\dot{q}t = m(u_0 + \int_{T_0}^T c_v(T) dT)_m - \{m_0(u_0 + \int_{T_0}^{T_{beg}} c_v(T) dT)_b + \dot{m}_1 t(u_0 + \int_{T_0}^{T_i} c_v(T) dT)_l + \frac{1}{2} \dot{m}_1 t c_i^2\} + \int_0^t p \cdot \dot{V} dt - R_1 T_i \dot{m}_1 t \quad (5.8.1)$$

\*) De meng-snelheid wordt verondersteld van dien aard te zijn dat de menging per tijdstapje zich volledig binnen dat stapje voltrekt

Nu geldt voor het mengsel:  $m(c_v(T))_m = m_0(c_v(T))_b + \dot{m}_1 t(c_v(T))_1$ ,

hetgeen volgt uit de in par. 5.5 genoemde betrekkingen.

Daaruit volgt direct dat  $m(u_0)_m = m_0(u_0)_b + \dot{m}_1 t(u_0)_1$ .

zodat (5.8.1) vervangen kan worden door:

$$\begin{aligned} \dot{q}t = & m_0 \left( \int_{T_0}^T c_v(T) dT \right)_b + \dot{m}_1 t \left( \int_{T_0}^T c_v(T) dT \right)_1 - m_0 \left( \int_{T_0}^{T_{beg}} c_v(T) dT \right)_b - \\ & - \dot{m}_1 t \left( \int_{T_0}^{T_i} c_v(T) dT \right)_1 - \dot{m}_1 t \left( \frac{1}{2} c_i^2 \right) + \int_0^t p \dot{V} dt - \dot{m}_1 t (R)_1 \cdot T_i \end{aligned} \quad (5.8.2)$$

Differentiatie naar de tijd levert

$$\begin{aligned} \dot{q} = & m_0 \cdot \frac{dT}{dt} \cdot (c_v(T))_b + \dot{m}_1 \left( \int_{T_0}^T c_v(T) dT \right)_1 + \dot{m}_1 t \cdot \frac{dT}{dt} \cdot (c_v(T))_1 \\ & - \dot{m}_1 \left( \int_{T_0}^{T_i} c_v(T) dT \right)_1 - \dot{m}_1 \left( \frac{1}{2} c_i^2 \right) + p \dot{V} - \dot{m}_1 R_1 T_i \end{aligned} \quad (5.8.3)$$

Daarbij is er mee rekening gehouden dat  $\int_{T_0}^{T_{beg}} c_v(T) dT$  en  $\int_{T_0}^{T_i} c_v(T) dT$  constanten zijn.

De tweede- en vierde term kunnen gecombineerd worden tot

$\dot{m}_1 \left( \int_{T_i}^T c_v(T) dT \right)_1$ , waarvoor bij benadering geschreven kan worden

$$\dot{m}_1 \{ c_v(T) \cdot T - c_v(T_i) \cdot T_i \}_1$$

zodat (5.8.3) vervangen mag worden door:

$$\begin{aligned} \dot{q} = & m_0 \cdot \frac{dT}{dt} \cdot (c_v(T))_b + \dot{m}_1 (c_v(T))_1 \cdot T + \dot{m}_1 t \cdot \frac{dT}{dt} \cdot (c_v(T))_1 + p \dot{V} \\ & - \dot{m}_1 \cdot \{ T_i c_v(T_i) + R T_i + \frac{1}{2} c_i^2 \}_1 \end{aligned} \quad (5.8.4)$$

De laatste term hierin is een constante, die naar het linkerlid van de vergelijking gebracht kan worden. Voert men voorts ter vereenvoudiging in dat  $(c_v(T))_b$  en  $c_v(T)_1$  bij benadering gelijk zijn omdat het gas in de cilinder hoofdzakelijk uit lucht bestaat, dan wordt de vergelijking:

$$\dot{q} + \dot{m}_1 (T_1 c_p(T_1) + \frac{1}{2} c_i^2)_1 = m \cdot \frac{dT}{dt} \cdot (c_v(T))_b + \frac{dm}{dt} \cdot T (c_v(T))_b + p \dot{V}$$

$$\dot{q} + \dot{m}_1 (T_1 \cdot c_p(T_1) + \frac{1}{2} c_i^2)_1 = (c_v(T))_b \cdot \frac{d}{dt} (m \cdot T) + p \dot{V} \quad (5.8.5)$$

Uit de toestandsvergelijking volgt dat  $m \cdot T = \frac{p \cdot Vol}{R}$  zodat tenslotte een differentiaal vergelijking voor  $p$  wordt verkregen, waarbij in plaats van  $c_v(T)/R$  geschreven kan worden  $\frac{1}{\kappa - 1}$ .

Deze uitdrukking varieert zeer weinig met de temperatuur en mag daarom als constant beschouwd worden (uiteraard met de waarde die behoort bij de begintemperatuur  $T_{beg}$  zoals reeds in par. 5.6 is aangetoond). Aldus vindt men:

$$\kappa \cdot p \frac{dVol}{dt} + Vol \cdot \frac{dp}{dt} = (\kappa - 1) \{ \dot{q} + \dot{m}_1 \cdot (T_1 \cdot c_p(T_1) + \frac{1}{2} c_i^2)_1 \} \quad (5.8.6)$$

Deze vergelijking is weer geheel analoog aan (5.7.7) waarbij men thans moet stellen

$$Q = \frac{\kappa - 1}{\kappa} \cdot \{ \dot{q}_1 + \dot{m}_1 (T_1 \cdot c_p(T_1) + \frac{1}{2} c_i^2)_1 \} / \dot{V} \quad (5.8.7)$$

$$\text{Dan is } p(t) = Q + (p_{beg} - Q) \cdot \left( \frac{Vol_0}{Vol(t)} \right)^\kappa \quad (5.8.8)$$

Aan het eind van het tijdstapje is de druk dan

$$p_{eind} = Q + (p_{beg} - Q) \cdot \left( \frac{Vol_0}{Vol_e} \right)^\kappa \quad (5.8.9)$$

In de berekeningsgang voor fase 8 moeten aan het eind van elk tijdstapje de thermische eigenschappen van het dan gevormde gasmengsel worden berekend.

## 5.9 De uit- en inlaat stroming

5.9.1 Bij de optredende *stroming* treden *vrij grote temperatuur variaties* op zodat de in de handboeken weergegeven berekeningswijze, waarbij de soortelijke warmten constant verondersteld worden, hier niet mag worden toegepast.

In het volgende worden rekenmethoden ontwikkeld voor de stroming van gassen door de cilindrische uit-inlaatbuizen. Daarbij worden de volgende veronderstellingen gemaakt:

- 1) Tengevolge van de scherpkantige inlaatopening ontstaat een contractie van de straal omgeven door een wervelgebied. Aangenomen wordt dat deze straalbegrenzing zich als een starre wand gedraagt, zodat er een "Düse" ontstaat.
- 2) De stroming is *adiabaat* en - afgezien van de eventuele verdichtingsstoot - zelfs *isentrop*.

In werkelijkheid zal er wel enig "energieverlies" optreden, vooral omdat de in-uitlaat buizen niet werkelijk een "Düse" zijn. Men zou dan bv. kunnen aannemen dat dit energieverlies optreedt in het expanderende deel van de stroming. In dat geval is de stroming niet meer isentrop: de entropie neemt toe.

In het volgende wordt hiermee geen rekening gehouden.

3) Voor een verliesvrije adiabate stroming geldt dan de veronderstelling dat de specifieke enthalpie plus de helft van het kwadraat van de stroomsnelheid constant is

$$h + 1/2 c^2 = \text{constant}$$

Voorts geldt voor een stroming door een buis met variabele doorsnede A dat de massastroom  $\dot{m} = c \rho A$  constant is.

5.9.2 Als de toestand bovenstrooms van de inlaatzijde gekarakteriseerd wordt door  $T_i$  en  $p_i$  (en  $c_i = 0$ ) en op een plaats x langs de as van de buis door T, p en c dan heeft men de volgende vergelijkingen:

$$1) h(T_i) = h(T) + 1/2 c^2 \tag{5.9}$$

$$2) s(T_i, p_i) = s(T, p) \text{ of } s(T_i, p_o) - R \ln \frac{p_i}{p_o} = s(T, p_o) - R \ln \frac{p}{p_o} \tag{5.9}$$

$$3) A c \rho = \dot{m} = \text{constant} \tag{5.9}$$

$$4) p = \rho R T \tag{5.9}$$

Differentieert men de vergelijkingen naar x dan vindt men: \*)

$$1) \rightarrow \frac{dh(T)}{dx} + c \frac{dc}{dx} = 0 \text{ of } c_p(T) \frac{dT}{dx} + c \frac{dc}{dx} = 0 \tag{5.9}$$

$$2) \rightarrow \frac{ds(T, p_o)}{dx} - \frac{R}{p} \frac{dp}{dx} = 0 \text{ of } \frac{c_p(T)}{T} \frac{dT}{dx} - \frac{R}{p} \frac{dp}{dx} = 0$$

$$\text{of } c_p(T) \frac{dT}{dx} - \frac{RT}{p} \frac{dp}{dx} = 0 \tag{5.9}$$

$$3) \rightarrow \frac{dA}{A} + \frac{1}{c} \frac{dc}{dx} + \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dx} = 0 \tag{5.9}$$

$$\text{Uit (5.9.5) en (5.9.6) volgt: } c \frac{dc}{dx} + \frac{RT}{p} \frac{dp}{dx} = 0 \tag{5.9}$$

Uit de toestandsvergelijking  $\rho = \frac{p}{RT}$  volgt:

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dx} = \frac{1}{p} \frac{dp}{dx} - \frac{1}{T} \frac{dT}{dx} = \frac{1}{p} \frac{dp}{dx} - \frac{1}{T} \left( \frac{RT}{p c_p(T)} \frac{dp}{dx} \right)$$

$$= \frac{1}{p} \frac{dp}{dx} \left( 1 - \frac{R}{c_p(T)} \right) = \frac{1}{p} \frac{dp}{dx} \frac{c_v(T)}{c_p(T)} \tag{5.9}$$

\*) Hier is aangenomen dat het om een stationaire stroming gaat, zodat de variabele grootheden slechts van de plaats x afhangen



Na enige herleiding volgt dan voor (5.9.7):

$$\frac{1}{A} \frac{dA}{dx} = \frac{1}{p} \frac{dp}{dx} \left( \frac{RT}{c^2} - \frac{1}{\kappa(T)} \right) \quad (5.9.10)$$

In de keel van de "Düse" is  $\frac{dA}{dx} = 0$ . Dat kan als

$$a) \quad \frac{RT}{c^2} - \frac{1}{\kappa(T)} = 0 \quad \text{of} \quad c^2 = \kappa(T) \cdot RT = a^2 \quad (5.9.11)$$

De stroomsnelheid bereikt daar de grootte van de geluidssnelheid, of

$$b) \quad \frac{dp}{dx} = 0 \quad \text{d.w.z. er is een druk-minimum} \quad (5.9.12)$$

Welke van deze twee mogelijkheden optreedt hangt af van de druk aan het benedenstroomse eind.

5.9.3 Voor de verdere analyse nemen we eerst mogelijkheid a)

nl. dat in de kleinste doorsnede de stroomsnelheid gelijk is aan de geluidssnelheid bij de temperatuur ter plaatse.

Duidt men de toestanden in de keel aan met een  $*$  dan geldt:

$$h(T_1) = h(T^*) + 1/2(c^*)^2 \quad (5.9.13)$$

$$(c^*)^2 = a^2 = \kappa(T^*) R \cdot T^* \quad (5.9.14)$$

$$s(T_1, p_0) - R \ln \frac{p_1}{p_0} = s(T^*, p_0) - R \ln \frac{p^*}{p_0} \quad (5.9.15)$$

(5.9.13) en (5.9.14) leveren een vergelijking in  $T^*$

$$h(T_1) = h(T^*) + 1/2 \cdot \kappa(T^*) \cdot RT^* \quad (5.9.16)$$

Deze vergelijking kan door successieve benaderingen

worden opgelost, waarbij als beginwaarde van  $T^*$  kan worden

gekozen  $T^* = T_1 / \left( \frac{\kappa_0 + 1}{2} \right)$  met  $\kappa_0$  de  $c_p/c_v$  verhouding bij niet

te hoge temperatuur voorstelt (1.4 voor lucht).

Als  $T^*$  voldoende nauwkeurig benaderd is, dan

volgt uit (5.9.15):

$$R \ln \frac{p^*}{p_i} = s(T^*, p_0) - s(T_i, p_0)$$

$$\text{of } p^* = p_i \cdot \text{Exp} \left( \frac{s(T^*, p) - s(T_i, p)}{R} \right) \quad (5.9.1)$$

Hieruit kan men de dichtheid  $\rho^* = \frac{p^*}{RT^*}$  berekenen.

De stroomsnelheid  $c^* = \kappa(T^*) \cdot R \cdot T^*$ , zodat de massastroom  $\dot{m} = A^* \cdot c^* \cdot \rho^*$  te berekenen is.

Hierin is  $A^*$  de doorsnede in de keel, die tengevolge van de contractie gelijk is aan  $A^* = \mu \cdot A$ , waarin  $\mu$  de contractie coëfficiënt voorstelt. (N.B. in het volgende wordt met  $A$  bedoeld de nominale doorsnede van de in-uitlaat buizen).

5.9.4 Thans moet worden nagegaan of de aldus berekende massastroom inderdaad kan optreden en hoe het verdere verloop van de druk, de temperatuur en de stroomsnelheid is.

Dit hangt af van de druk  $p_u$  aan de uitstroomzijde. Uitgaande van de stromingstoestand in de keel zijn er twee mogelijkheden waarbij de stroming isentropisch verloopt:

- 1) de stroomsnelheid neemt af en de druk neemt toe
- 2) de stroomsnelheid neemt toe en de druk neemt af

Voor de zich dan bij de uitstroomopening instellende toestand  $p_3, T_3, c_3$  en  $\rho_3 = \frac{p_3}{RT_3}$  moet in beide gevallen gelden

$$h(T_3) + 1/2 c_3^2 = h(T^*) + 1/2 (c^*)^2 \quad (5.9.)$$

$$s(T_3, p_3) = s(T^*, p^*) \quad \text{of}$$

$$s(T_3, p_0) - R \ln \frac{p_3}{p_0} = s(T^*, p_0) - R \ln \frac{p^*}{p_0} \quad (5.9.)$$

$$\dot{m} = c_3 \rho_3 A = c^* \rho^* \mu A \quad (5.9.20)$$

Uit deze drie vergelijkingen kan men de 3 onbekende  $p_3, T_3$  en  $c_3$  berekenen, hetgeen op de volgende wijze kan geschieden:

Men begint met een geschatte waarde voor  $T_3$  en berekent  $c_3$  uit (5.9.18).

$$\text{Voorts volgt uit (5.9.19) : } \frac{p_3}{p^*} = \text{Exp} \left( \frac{(s(T_3, p_0) - s(T^*, p_0))}{R} \right) \quad (5.9.21)$$

$$\text{Uit (5.9.20) volgt } \frac{c_3 p_3}{T} = \mu \frac{c^* p^*}{T^*} \text{ waaruit } \frac{p_3}{p^*} = \frac{T_3 \cdot c^*}{T^* \cdot c_3} \cdot \mu \quad (5.9.22)$$

Hieraan zal in het algemeen niet voldaan zijn, tenzij  $T_3$  de juiste waarde heeft. Noem:

$$f = \frac{p_3}{p^*} - \frac{T_3}{T^*} \cdot \frac{c^*}{c_3} \cdot \mu \quad (5.9.23)$$

$$\frac{df}{dT_3} = \frac{d}{dT_3} \left( \frac{p_3}{p^*} \right) - \frac{\mu c^*}{T^*} \cdot \frac{c_3 - T_3 \frac{dc_3}{dT_3}}{c_3^2} \quad (5.9.24)$$

Uit (5.9.21) volgt:

$$\frac{d}{dT_3} \left( \frac{p_3}{p^*} \right) = \text{Exp} \left( \frac{s(T_3, p_0) - s(T^*, p_0)}{R} \right) \cdot \frac{c_p(T_3)}{T_3} \cdot \frac{p_3}{p^*} \cdot \frac{c_p(T_3)}{RT_3}$$

Differentiatie van (5.9.18) naar  $T_3$  levert

$$c_p(T_3) + c \frac{dc_3}{dT_3} = 0 \quad \text{of} \quad \frac{dc_3}{dT_3} = - \frac{c_p(T_3)}{c_3}$$

E.e.a. gesubstitueerd in (5.9.24) levert:

$$\frac{df}{dT_3} = \frac{p_3}{p^*} \cdot \frac{c_p(T_3)}{RT_3} - \frac{\mu c^*}{T^*} \cdot \frac{c_3^2 + T_3 c_p(T_3)}{c_3^3} \quad (5.9.25)$$

Daarmee vindt men een correctie  $\Delta T_3$  voor  $T_3$

$$\Delta T_3 = - \frac{f}{\frac{df}{dT_3}} \quad (5.9.26)$$

De berekening wordt nu herhaald met de nieuwe waarde voor  $T_3$ , nl.  $T_3 + \Delta T_3$ ,

Deze procedure wordt net zo lang herhaald totdat de absolute waarde van  $\Delta T_3$  kleiner of gelijk is aan een zekere tolerantiewaarde, b.v. 0,001 K. De bij de laatste iteratie gevonden waarden  $p_3$ ,  $T_3$  en  $c_3$  zijn dan een voldoende nauwkeurige benadering van de werkelijke waarde.

5.9.5 Op deze wijze vindt men in het geval van afnemende snelheid een maximale waarde  $p_{3\max}$  en in het andere geval een minimale waarde  $p_{3\min}$ .

Deze waarden worden vergeleken met de (bekende) druk  $p_u$  aan de uitlaatzijde. Daarbij heeft men de volgende mogelijkheden:

$$p_u > p_{3\max} \quad (a)$$

$$p_u = p_{3\max} \quad (b)$$

$$p_{3\min} < p_u < p_{3\max} \quad (c)$$

$$p_u = p_{3\min} \quad (d)$$

$$p_u < p_{3\min} \quad (e)$$

In de gevallen (b) en (d) is het probleem opgelost.

In geval (a) stelt zich een "subkritieke" stroming in, waarbij nergens de stroomsnelheid kleiner of gelijk is aan de geluidssnelheid. Dat is het geval (b) van par. 5.9.2: in de keel is de druk minimaal. De berekening voor dit geval wordt gegeven in par. 5.9.6.

In geval (c) kan niet meer gelden dat de gehele stroming isentroop is. Er moet een toename van de entropie zijn en het zal blijken dat er ergens tussen de keel en de uitlaat een verdichtingsstoot optreedt. Dit geval wordt behandeld in par. 5.9.7 en 5.9.8. In geval e treedt een verdichtingsstoot op buiten de stroombuis (zie ook 5.9.8).

#### 5.9.6 De subkritieke stroming

Daarbij geldt dan niet dat  $c^* = a$ , zodat vergelijking (5.9.14) vervalt. Men weet echter dat in dit geval de druk aan het eind van de stroombuis gelijk moet zijn aan  $p_u$ , zodat de voorwaarde dat de stroming isentroop is een vergelijking levert voor de temperatuur  $T_u$  ter plaatse van de uitlaatopening.

$$s(T_i, p_i) = s(T_u, p_u) \text{ of}$$

$$s(T_i, p_o) - R \ln \frac{p_i}{p_o} = s(T_u, p_o) - R \ln \frac{p_u}{p_o} \text{ of}$$

$$s(T_u, p_o) = s(T_i, p_o) + R \ln \frac{p_u}{p_i} \quad (5.9.27)$$

Hieruit kan  $T_u$  opgelost worden met een iteratieve methode.

Daartoe moet begonnen worden met een geschikte keuze voor de beginwaarde  $T_u$ , die bv. op de volgende wijze kan worden bepaald:

Men kiest een lage temperatuur  $T_{\text{laag}}$  en een hoge temperatuur  $T_{\text{hoog}}$  waarvoor kan worden aangenomen dat  $T_u$  daartussen ligt. Het gemiddelde van deze uiterste temperaturen zij  $T_{\text{midden}}$ .

Voor deze drie temperaturen worden berekend:

$s_l = s(T_{\text{laag}}, p_0)$ ,  $s_m = s(T_{\text{midden}}, p_0)$  en  $s_h = s(T_{\text{hoog}}, p_0)$  waarna wordt nagegaan of de uit (6.9.27) berekende waarde  $s(T_u, p_0)$  tussen  $s_l$  en  $s_m$  dan wel tussen  $s_m$  en  $s_h$  ligt.

In het eerste geval wordt  $s_m$  de nieuwe waarde voor  $s_h$  en de nieuwe waarde van  $s_m = s(\frac{T_{\text{laag}} + T_{\text{midden}}}{2}, p_0)$ . In het andere geval wordt  $s_m$  de nieuwe waarde voor  $s_l$  en de nieuwe waarde van  $s_m = s(\frac{T_{\text{midden}} + T_{\text{hoog}}}{2}, p_0)$ . Het vergelijkingsproces wordt aldus voortgezet totdat men twee temperaturen vindt die slechts 1 graad verschillen en waartussen  $T_u$  moet liggen.

Hierna wordt  $T_u$  desgewenst nauwkeuriger benaderd bv. met de methode van Newton-Raphson.

De stroomsnelheid wordt dan berekend met de voorwaarde dat de specifieke enthalpie  $h(T_u)$  voldoen moet aan

$$h(T_u) + 1/2 c_u^2 = h(T_i)$$

Voorts geldt  $\rho_u = \frac{p_u}{RT_u}$  en daarmee vindt men voor de massastroom

$$\dot{m} = A \cdot c_u \cdot \rho_u$$

### 5.9.7 De verdichtingsstoot

De mogelijkheid bestaat dat er in een doorsnede van de stroombuis de snelheid plotseling verandert en wel van een waarde  $c_x > a_x$  naar een waarde  $c_y < a_y$ , waarbij  $a_x$  resp.  $a_y$  de geluidsnelheden zijn behorende bij de temperaturen  $T_x$  resp.  $T_y$  voor en achter die doorsnede. De druk neemt dan plotseling toe van  $p_x$  tot  $p_y$ . Dit noemt men een *verdichtingsstoot*.

Voor de analyse van dit geval heeft men de beschikking over vier vergelijkingen waarmee de toestand net achter de stoot ( $T_y, p_y, \rho_y, c_y$ ) berekend kan worden uit de toestand net bovenstrooms, gekarakteriseerd door  $T_x, p_x, \rho_x$  en  $c_x$ .

Deze 4 vergelijkingen drukken uit dat er continuïteit moet zijn van de massastroom, dat de energie voor en na de stoot even groot moet zijn, dat aan de impulswet wordt voldaan en dat de toestandvergelijking zowel vóór als achter de stoot geldt.

$$\text{Continuïteit} \quad c_x \rho_x = c_y \rho_y \quad (5.9.28)$$

$$\text{Energiebalans} \quad 2h(T_x) + c_x^2 = 2h(T_y) + c_y^2 \quad (5.9.29)$$

$$\text{Impulsbalans} \quad p_x + \rho_x c_x^2 = p_y + \rho_y c_y^2 \quad (5.9.30)$$

$$\text{Toestandvergelijking} \quad p = \rho R T \quad (5.9.31)$$

Uit deze vergelijkingen vindt men door eliminatie van de drukken en dichtheden een uitdrukking voor  $c_y$  als functie van  $c_x$  en de temperaturen  $T_x$  en  $T_y$ .

$$c_y = \frac{2(h(T_x) - h(T_y)) + c_x^2 + RT_y \cdot c_x}{RT_x + c_x^2} \quad (5.9.3)$$

Substitutie van deze waarde in (5.9.29) levert tenslotte een vergelijking voor de nog onbekende temperatuur  $T_y$ . Deze kan weer iteratief worden opgelost volgens de methode van Newton - Raphson

Deze methode werkt zeer snel als men een goede benadering weet te vinden voor de beginwaarde van  $T_y$ .

Hiervoor kan men gebruik maken van de formules voor de drukstoot die gelden als men mag aannemen dat de soortelijke warmten onafhankelijk zijn van de temperatuur.

Dan is nl.:

$$T_y = \frac{\{2 + (\kappa - 1) \left(\frac{c_x}{a_x}\right)^2\} \cdot \{2\kappa \left(\frac{c_x}{a_x}\right)^2 - (\kappa - 1)\}}{(\kappa + 1)^2 \left(\frac{c_x}{a_x}\right)^2} T_x \quad (5.9.3)$$

Hierin is  $a_x = \kappa \cdot p_x / \rho_x$ , de geluidssnelheid net bovenstrooms van de verdichtingsstoot.

- 5.9.8 Indien  $p_{3min} < p_u < p_{3max}$ , dan treedt er ergens tussen de nauwste doorsnede en de einddoorsnede een verdichtingsstoot op. Stel dat deze plaatsvindt bij een doorsnede  $A_j$  ( $\mu A < A_j < A$ ).

Vanaf de nauwste doorsnede tot aan de plaats van  $A_j$  treedt een *isentropisch versnelde stroming* op.

De berekening van  $T_x$ ,  $p_x$ ,  $\rho_x$ ,  $c_x$  geschiedt dan op de wijze als is aangeduid in par. 5.9.4.

Met deze resultaten wordt  $T_y$ ,  $p_y$ ,  $\rho_y$  en  $c_y$  berekend als in par. 5.9.7.



Daarna ontstaat een *isentropisch vertraagde* stroming tot aan de uitlaatdoorsnede. De berekening van de toestand aldaar geschiedt weer als in par. 5.9.4.

De tenslotte gevonden druk  $p_3$  zal in het algemeen niet gelijk zijn aan  $p_u$  (zie par. 5.9.5).

Teneinde de juiste doorsnede van de verdichtingsstoot te vinden, kan men als volgt te werk gaan:

Men verdeelt het interval tussen  $A^* = \mu A$  en  $A$  in bv. 10 gelijke delen en berekent voor elk van de doorsneden  $A(j)$  op de bovenbeschreven wijze  $p_3(j)$ . Indien nu  $p_3(j) > p_u > p_3(j+1)$ , dan ligt de juiste doorsnede, waarbij de stoot optreedt tussen  $A(j)$  en  $A(j+1)$ . Het blijkt voldoende nauwkeurig te zijn dat men  $A_{\text{stoot}}$  door lineaire interpolatie bepaalt.

Een moeilijkheid treedt op, als men vindt dat zelfs bij een stoot vlak voor de uitlaatopening  $p_3 > p_u > p_{3_{\text{min}}}$ . Dan zou er bij de uitlaatopening een stroming ontstaan waarvoor de gebruikte benadering niet meer geldt ("scheve verdichtingsstoot").

Voor de berekeningen voor een dieselblok is dit niet belangrijk, daar de toestanden aan de uitlaatzijde slechts van belang zijn aan het eind van de opwaartse slag als er weer lucht wordt aangezogen (fase 8). (De "uitlaatzijde is dan aan de binnenkant.)

Dan is de drukverhouding echter zo gering dat het laatstgenoemde verschijnsel niet optreedt.

In het computerprogramma is het echter ontoelaatbaar dat er geen berekeningswijze zou bestaan voor zo'n geval. Mocht het nl. om een of andere reden toch optreden dan zou het programma eindigen met een fout-melding. Teneinde daaraan te ontkomen, kan de berekening dan voortgezet worden door aan te nemen dat de stroombuis zich voorbij het uitlaateind op dezelfde wijze verwijdt. Dan wordt er toch een resultaat verkregen, dat weliswaar niet geheel juist is, maar dat toestaat dat de berekening wordt voortgezet.

#### 5.10 De verbranding

5.10.1 Het *arbeidsproces* in een stationair werkend Dieselmotor wordt *in stand gehouden* doordat gedurende elke slag energie wordt toegevoerd in de vorm van de warmte die vrij komt bij de *verbranding* van enkele grammen dieselolie.

Kort voordat het valblok het slagstuk treft wordt deze hoeveelheid dieselolie ingespoten; zij wordt door de slag verstoven en verdampt dan, zodat dan de gasmassa toeneemt met de massa brandstof. De verbranding begint een korte tijd na het verstoven, de "ontstekingsvertraging", waarvan een geschatte waarde wordt ingevoerd in het rekenprogramma, die de tijdsduur bepaalt van fase 3 plus fase 4.

Tengevolge van de verdamping van de door de stoot verstoven brandstof verandert gedurende fase 4 de samenstelling en de massa van het gas.

De toestandsveranderingen gedurende de verbranding (fase 5) worden bij de analyse berekend met de formules die in 5.6 zijn afgeleid voor het geval met constante gasmassa.

De in deze formules voorkomende  $\dot{q}$  per tijdseenheid toegevoerde warmte  $\dot{q}$  bestaat dan uit de verbrandingswarmte van een fractie  $\Delta x$  van de ingespoten brandstof, die gedurende het tijdstapje  $\Delta t$  verbrandt minus de warmte die in hetzelfde tijdsverloop onttrokken wordt door de koeling.

Om de berekeningen te kunnen uitvoeren moet bekend zijn *hoe lang de verbranding duurt, hoe groot de fractie  $\Delta x$  is en hoe groot de verbrandingswaarde van de dieselolie is.*

Bovendien moet er rekening mee gehouden worden dat de *gassamenstelling* en daarmee de thermische grootheden met de tijd veranderen.

De *verbrandingswaarde* van dieselolie is 42600-kJ/kg; teneinde rekening te kunnen houden met eventuele onvolledige verbranding wordt deze waarde bij de invoer aan het rekenprogramma verstrekt.

Over de *nominale verbrandingsduur* in dieselblokken is in de literatuur niets te vinden en de gegevens over motoren kunnen niet zonder meer worden gebruikt voor een dieselblok.

Deze tijdsduur wordt daarom geschat.

Bij proefberekening is gebleken dat de maximale gasdruk varieert naarmate deze tijd korter of langer is (omdat de hoeveelheid warmte, die voor de koeling aan het gas wordt onttrokken, dan ook kleiner of groter is).

Aangezien de maximale gasdruk in de Delmag publicaties wordt gegeven is het mogelijk de verbrandingsduur binnen betrekkelijk nauwe grenzen vast te stellen; zij blijkt 4 à 10 ms te bedragen. De overige noodzakelijke gegevens worden hierna behandeld, en wel:

Par. 5.10.2 - de verbrandingswet

Par. 5.10.3 - de verandering van de gassamenstelling

### 5.10.2 De verbrandingswet

Een eerste benadering van het verloop van de verbranding zou zijn de aanname dat de verbranding lineair met de tijd verloopt (d.w.z. per tijdseenheid verbrandt een constante hoeveelheid). Dit is een grove benadering: In werkelijkheid moet aan het begin de verbranding eerst op gang komen, zodat de verbrandingssnelheid in het begin gering is.

Daarna groeit deze snelheid en bereikt een maximum, waarna de snelheid weer afneemt, vooral wegens de afname van de concentratie van de brandstof.

Dit verloop kan worden weergegeven door de Wet van Wiebe (zie bv.: G. Sitkei, Kraftstoff Aufbereitung und Verbrennung bei Dieselmotoren, [23], pag. 157).

Met de notatie:

$x$  = deel van de brandstof die in de tijd  $t$  is verbrand,  
 $t_z$  = tijd waarop  $x = 0,999$  (de nominale verbrandingsduur),  
 $\tau = t / t_z$  = relatieve tijd,  
 $w = \frac{dx}{dt}$  = de relatieve verbrandingssnelheid,

bestaat volgens Wiebe de volgende betrekking

$$x = 1 - \text{Exp}(-6,9\tau^{m+1}) \quad (5.10.1)$$

en door differentiatie

$$w = 6,9 \cdot (m+1) \cdot \tau^m \cdot \text{Exp}(-6,9\tau^{m+1}) \quad (5.10.2)$$

Volgens Ir. H. Visser van de Afdeling Verbrandingsmotoren van de Technische Hogeschool te Eindhoven mag voor de exponenten de waarde 1,5 worden aangehouden en is het juister deze wet enigszins te wijzigen door aan te nemen dat de fractie  $x$  nog moet worden vermenigvuldigd met een *rendements factor*  $\eta$  (80 à 90%) zodat de verbrandingswet dan luidt:

$$x = \eta \cdot (1 - \text{Exp}(-6,9\tau^{m+1})) \quad (5.10.3)$$

$$w = \frac{dx}{dt} = 6,9 \cdot \eta \cdot (m+1) \cdot \tau^m \cdot \text{Exp}(-6,9\tau^{m+1}) \quad (5.10.4)$$

Het verloop van deze functie met  $\eta = 0,85$  en  $m = 1,5$  is weergegeven in fig. 5.10-1 (zie pag. 186)

### 5.10.3 De verandering van de samenstelling

Dieselolie bestaat voor ca. 99% uit koolwaterstoffen en een geringe hoeveelheid verbindingen die zuurstof, stikstof en zwavel bevatten.

In de hier beschreven berekeningswijze worden deze bijmengsels verwaarloosd.

Eén kg dieselolie bevat ongeveer 0,867 kg koolstof en 0,133 kg waterstof.

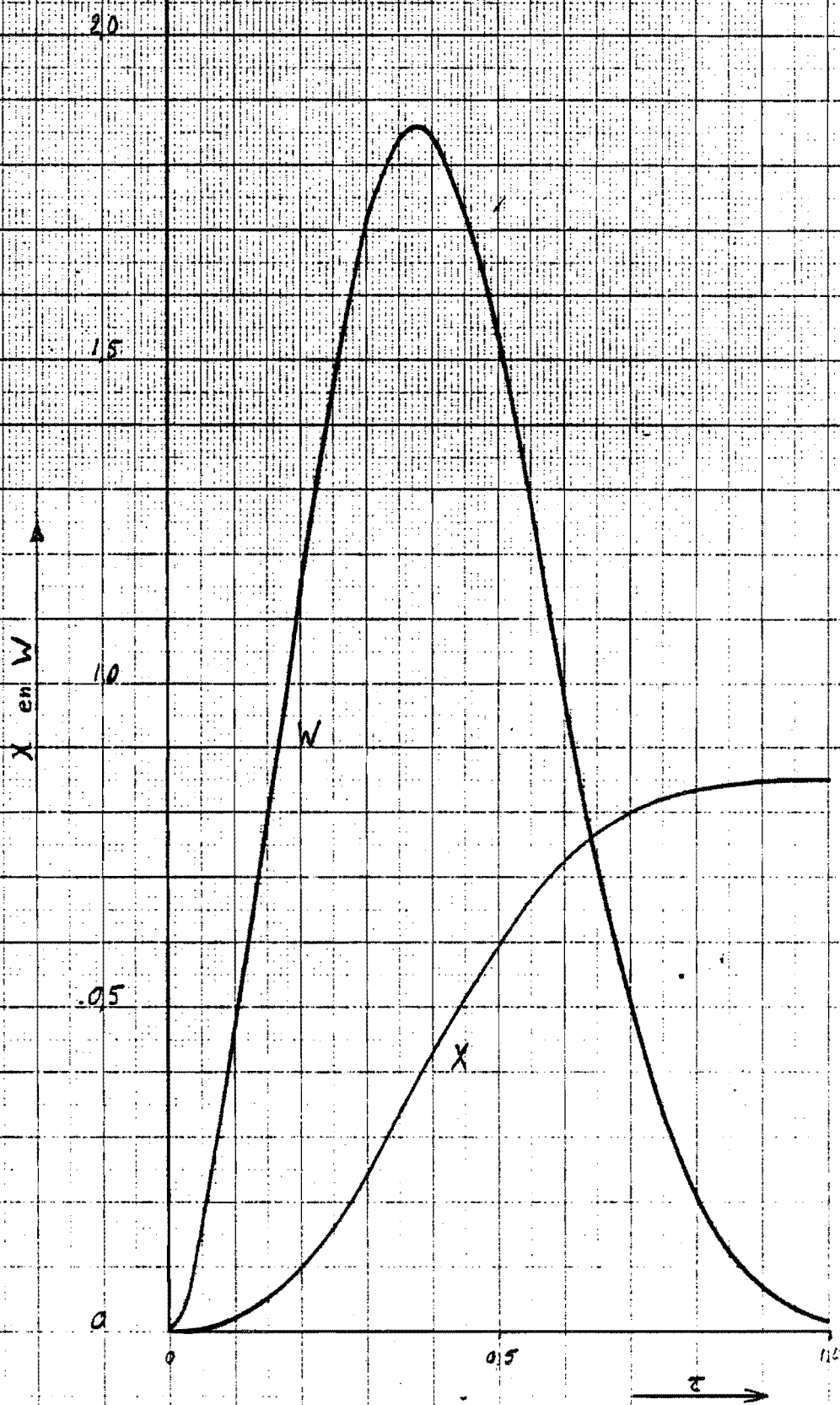
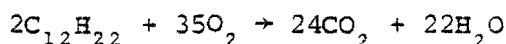


Fig. 5.10-1 Wet van Wiebe

Ter vereenvoudiging is aangenomen dat de brandstof een (hypothetische) koolwaterstof is met de formule  $C_{12}H_{22}$ , zodat de mol. massa bedraagt  $12 \times 12,011 + 22 \times 1,008 = 166,308$ . De massa koolstof bedraagt dan inderdaad 86,7% en die van de waterstof 13,3% van de totale massa.

De volledige verbranding van deze stof geschiedt volgens de reactievergelijking



In massa's:

$2 \times 166,308g C_{12}H_{22}$  verbrandt met  $35 \times 32,0g O_2$  tot  $24 \times 44,011g CO_2$  plus  $22 \times 18,016g H_2O$  of  
1 g brandstof verbrandt tot 3,176 g kooldioxide plus 1,191 g waterdamp en heeft daarvoor nodig 3,367 g zuurstof.

Als aan het begin van een tijdstapje een massa  $m$  gas aanwezig is bestaande uit  $m_1(N_2)$ ,  $m_2(O_2)$ ,  $m_3(Ar)$   $m_4(CO_2)$ ,  $m_5(H_2O)$  en  $m_6(C_{12}H_{22})$  en er verbrandt gedurende dit tijdstapje een massa  $b(C_{12}H_{22})$  dan veranderen de massa's  $O_2$ ,  $CO_2$ ,  $H_2O$  en  $C_{12}H_{22}$  tot  $(m_2 - 3,367b)O_2$ ,  $(m_4 + 3,176b)CO_2$ ,  $(m_5 + 1,191b)H_2O$  en  $(m_6 - b)C_{12}H_{22}$ .

Hieruit worden de nieuwe massafracties berekend en daaruit de nieuwe moleculaire massa, de nieuwe polynoom coëfficiënten  $A_j$  ter berekening van de  $C_p$  en de nieuwe gasconstante.

### 5.11 De koeling

De warmtestroom  $\dot{q}$  naar het gas met temperatuur  $T$  vanaf de wand de zuiger en het slagstuk met temperatuur  $T_w$  (aan het aanrakingsoppervlak) wordt gelijk gesteld aan:

$$\dot{q} = \alpha_g \cdot (T_w - T) \cdot O_p \quad (\text{met } O_p = \pi \cdot D \cdot H + 2A)$$

Deze warmtestroom is vrijwel altijd negatief; het is echter logisch om de aan het gas toegevoerde warmte (waarvan de verbrandingswarmte de belangrijkste is) positief te nemen. De overdrachtsfactor  $\alpha_g$  wordt berekend met de formule van Eichelberg [24] \*)

$$\alpha_g = 2,47 \sqrt[3]{|V_{\text{zuiger}}|} \cdot \sqrt{p \cdot T}$$

$p$  in bar,  $T$  in K

$V_{\text{zuiger}}$  in m/s (gemiddelde waarde)

$\alpha_g$  in J/(K.m<sup>2</sup>.s)

Met  $p$  in N/m<sup>2</sup> wordt dit

$$\alpha_g = 0,0078 \sqrt[3]{|V_{\text{zuiger}}|} \cdot \sqrt{p \cdot T}$$

### 5.12 Het computerprogramma DISELS

5.12.1 Dit programma voert de berekening van het arbeidsproces van een Dieselblok uit, waarbij gebruik wordt gemaakt van de afleidingen vervat in 5.4 t/m 5.14.

\*) Voor moderne hoogbelaste dieselmotoren gebruikt men tegenwoordig formules van Woschni [25]. Voor de hier beschouwde warmteoverdracht is de formule van Eichelberg echter meer aangewezen.



De berekening omvat naar wens een aantal opeenvolgende slagen van het blok, zodat kan worden nagegaan na hoeveel slagen vanaf de startslag het blok stationair werkt.

5.12.2 Het *hoofdprogramma* stuurt het gehele berekeningsverloop, waarbij telkens de 8 fasen van het proces worden doorlopen; daarbij worden naar behoefte *subroutines* aangeroepen die elk de berekeningen voor een bepaald aspect uitvoeren.

De berekening wordt uitgevoerd voor een groot aantal kleine tijdstapjes.

Aan het begin worden de nodige gegevens ingelezen en wel voor:

- 1) de relevante maten en massa's van het blok;
- 2) de temperatuur en druk van de buitenlucht en de samenstelling daarvan;
- 3) de samenstelling van het gas in de cilinder; indien met de startslag wordt begonnen dan is de samenstelling die van de buitenlucht;
- 4) de brandstofhoeveelheid, verbrandingswaarde en de gegevens voor de verbrandingswet;
- 5) de paalimpedantie en de zakking;
- 6) de hoogte van het valblok aan het begin, het gewenste aantal vervolgslagen en het basis-tijdstapje.

Voorts worden uit deze gegevens een aantal constanten berekend, waarna de eigenlijke berekening begint.

De berekeningsvolgorde voor alle fasen met uitzondering van fasen 3 en 4 is steeds dezelfde en wel

(telkens voor één tijdstap):

- 1) de warmtestroom t.g.v. de koeling (5.11);
- 2) CALL BEWEG\* waarin de beweging van het valblok wordt geanalyseerd (5.4.1) en wordt nagegaan wanneer naar de volgende fase moet worden overgegaan; daarbij wordt de tijdsduur van het laatste tijdstapje verminderd zodat de juiste toestand voor het eind van de fase wordt gevonden. Het eerste tijdstapje van de volgende fase wordt dan gelijk aan het verschil van het normale stapje en het voorgaande stapje;
- 3) het openingspercentage van de in- en uitlaat;
- 4) CALL VACEXP, waarin de stromingsberekening wordt uitgevoerd (fase 1, 6, 7 en 8) (5.9) en de berekening van de toestand van het gas aan het eind van het tijdstip (5.6 t/m 5.8).

In fase 5 en 8 wordt telkens de nieuwe samenstelling van het gas in de cilinder berekend.

In de fase 3 wordt de stoot berekend (5.4.2) en in fase 4 de wijziging in de samenstelling en de druk van het gas in de cilinder t.g.v. de toevoeging van de brandstof.

\* CALL BEWEG is de Fortran-uitdrukking voor:

"roep de subroutine BEWEG aan".

5.12.3 Van de *subroutines* is de bovengenoemde subroutine VACEXP de *belangrijkste* omdat daarin de thermodynamische berekening wordt gedaan. Voor de berekening van de *massa stroom* wordt de subroutine CRSTR aangeroepen, waaruit de aan het gas in de cylinder onttrokken-(fase 2 en 7) respectievelijk toegevoerde energie (fase 8) volgt.

Daarna geschiedt de bepaling van de toestand aan het eind van het tijdstapje.

De subroutine CRSTR analyseert de uit- en inlaatstroom. Daartoe wordt eerst de stroming tot aan de "keel" berekend onder aanname dat aldaar de stroomsnelheid gelijk is aan de geluidsnelheid (5.9.3).

Dan wordt gecontroleerd of deze stromingstoestand mogelijk is in verband met de druk aan de uitlaat-zijde (5.9.4 en 5.9.5).

Indien dit niet zo is dan heeft men een "subcritische" stroming, waarvoor de subroutine SUBCR wordt aangeroepen.

Voor de gevallen van uitstroming is de stroomberekening hiermee voltooid; voor fase 8 is het evenwel nodig ook de stromingstoestand vanaf de keel tot de uitstroomzijde <sup>\*</sup> te analyseren. Daartoe dienen de subroutines ISENS, TEMP2 en SPRONG.

\*) In dit geval aan de binnenkant van de cylinder.

Subroutine ISENS berekent, uitgaande van een toestand  $T_1, p_1, c_1$  op een plaats waar de doorsnede van de stroombuis  $A_1$  is, de toestand  $T_2, p_2, c_2$  bij een doorsnede  $A_2$  als er tussen 1 en 2 een isentropische stroming optreedt, waarbij een versnelde- of een vertraagde stroming mogelijk is. Een bij de CALL meegegeven stuurparameter bepaalt om welk van de twee gevallen het gaat.

De iteratieve berekening van  $T_2$  geschiedt in de subroutine TEMP2.

In de meeste gevallen blijkt de aan de uitlaatzijde optredende druk  $p_2$  niet gelijk te zijn aan de druk in de cylinder. Dan heeft men een stroming die vanaf de keel begint met een versnelde isentropische stroom tot aan een plaats waar een verdichtingsstoot (5.9.7) ontstaat (waarbij de entropie toeneemt) en die dan voortgezet wordt als een isentropische vertraagde stroming. Aangezien de doorsnede ter plaatse van de verdichtingsstoot van te voren niet bekend is, moet deze berekening voor een aantal waarden van deze doorsnede worden uitgevoerd, waarna door interpolatie de juiste "sprongdoorsnede" wordt gevonden.

- 5.12.4 Voor de thermodynamische berekeningen worden herhaaldelijk aangeroepen de subroutines ENTHAL, ENTROP, WCAP en WCAPI.

ENTHAL berekent  $h(T)$ , ENTROP  $s(T_1, p_0)$  en WCAP c.q.

WCAPI  $c_p(T)$ ,  $c_v(T)$  en  $\kappa(T) = c_p(T)/c_v(T)$ ,

alle met behulp van de polynoom coëfficiënten  $A_j$  (5.5), die met de subroutine SAMENS zijn berekend uit de basisgegevens, die in de subroutine COMPO zijn opgenomen.

WCAP en WCAPI zijn vrijwel identiek; het onderscheid is nodig om dat nu eens de soortelijke warmten nodig zijn voor het gas in de cilinder (WCAPI) en dan weer die voor het stromende gas (WCAP).

De subroutine SAMENS berekent behalve de polynoomcoëfficiënten  $A_j$  tevens de nulmassa en de "nulentropie"  $s(T_0, p_0)$  van het gasmengsel.

#### 5.13 De overdracht van de resultaten van DISELS naar PILEWAVE

Zoals reeds in 5.3 is vermeld, is het niet gewenst om DISELS en PILEWAVE te combineren tot een enkel programma, zodat de voor PILEWAVE nodige gegevens (trefsnelheid en het verloop van de gasdruk) naar dit programma moeten worden overgedragen.

De werkwijze hiervoor is als volgt:

Nadat een eerste benadering van de te verwachten paalzakking (zie 5.3) is verkregen wordt DISELS uitgevoerd voor 5 slagen na het starten. De begintoestand van slag 5 (gassamenstelling, beginhoogte) wordt dan nogmaals ingevoerd in DISELK (geheel identiek met DISELS behalve dat de uitvoer van tussenresultaten is weggelaten), en dat de gegevens voor PILEWAVE op een "file" schrijft.

Deze file wordt dan door de dieselblokversie van PILEWAVE  
ingelezen.

Wil men door de "plotter" diagrammen laten tekenen (b.v.  
van het drukverloop of het verloop van het volume) dan  
worden de gegevens daarvoor ook door DISELK op file  
geschreven.

## 6. DE EXPERIMENTELE VERIFICATIE VAN DE THEORIE VAN HET DIESELBLOK

### 6.1 De organisatie van de heiproef

Ter verificatie van de in het vorige hoofdstuk behandelde theorie van het arbeidsproces van een Diesel heiblok kon door samenwerking van de Afdeling der Werktuigbouwkunde van de Technische Hogeschool Eindhoven, Vakgroep Verbrandingsmotoren, Vervoers-techniek en Produktontwerp, en de Hollandsche Beton Groep N.V. een heiproef worden gedaan. Wegens de hoge kosten moest worden volstaan met een éénmalig experiment, dat dankzij de goede voorbereiding tot aller tevredenheid is verlopen.

Deze proef is op 23 juni 1981 uitgevoerd te Dordrecht op de werf van de Hollandsche Aannemings Maatschappij b.v., een werkmaatschappij van de H.B.G., alwaar eerder een aantal heiproeven zijn verricht met een aantal Offshore Hydroblokken en waarop toen een uitgebreid grondonderzoek was verricht door het Laboratorium voor Grondmechanica te Delft en door Fugro b.v. te Leidschendam. Het dieselblok, een Delmag D30-03, de heistelling en de heiploeg werden ter beschikking gesteld door de Internationale Funderings Groep b.v., werkmaatschappij van de H.B.G.

De paal, van voorgespannen beton, lang 18,5 m met een doorsnede van 35 x 35 cm werd ter beschikking gesteld door Schokindustrie b.v., dochtermaatschappij van de H.B.G.

De voorbereidingen voor de instrumentatie en de organisatie van de proef werd verzorgd door de Afdeling S & O van de H.B.G.

De metingen zijn verricht door de wetenschappelijke en technische staf van de werkeenheid Verbrandingsmotoren van bovengenoemde Vakgroep.

## 6.2 De te meten grootheden

Ter toetsing van de theorie en de daarop berustende berekeningen met de programma's DISELS en PILEWAVE worden *meetresultaten*, verkregen bij een of meer instellingen van de brandstofpomp van de D30-03, *vergelijken* met de overeenkomstige *rekenresultaten*. Aangezien voor het heil-effect enerzijds voornamelijk van belang zijn de trefsnelheid en het verloop van de gasdruk en voor de werking van het dieselblok anderzijds de paalzakking een belangrijke parameter is, is besloten het volgende te meten:

- a) Het *verloop van de druk* in de cylinder gedurende de compressie en de expansie (fasen 2 t/m 6);
- b) De *verplaatsing van het valgewicht* t.o.v. de cylinder en
- c) De *verplaatsing van het slagstuk* eveneens t.o.v. de cylinder, beide als functie van de tijd;
- d) Het verloop van de *kracht in de paal* nabij de paalkop;
- e) De zakking van de paal.

Uit de metingen b) en c) kan zowel het gasvolume worden berekend als ook de bewegingssnelheid.

Aangezien de verplaatsing van het valgewicht 2 à 3 m kan bedragen, is er van afgezien om de meting ervan over de gehele slag uit te strekken daar dit zou leiden tot grote moeilijkheden c.q. grote kosten.

De verplaatsingen gedurende de fasen 2 t/m 6 bedragen bij de D30-03 ongeveer 0,5 m neerwaarts en opwaarts.



### 6.3 De meetmethodes

6.3.1 Teneinde de *verplaatsingen van het valgewicht* te kunnen meten, moest dit verlengd worden aangezien de zuiger zich gedurende het onderste deel van de slag geheel in de cilinder bevindt.

Daartoe is een dunwandige stalen buis, voorzien van flenzen aan onder- en bovenzijde, door middel van een spanstaaf op de zuiger bevestigd, waarbij gebruik is gemaakt van het tapgat aan de bovenkant van de zuiger waarmee een hijs oog kan worden bevestigd. Het aanspannen was noodzakelijk daar de kans bestaat dat een normale boutverbinding tengevolge van de schokgolven die na de stoot in de zuiger ontstaan en die zich ook in de verlengbuis voortplanten, los zou komen, waarbij de bout zou afbreken. Op de buis, lang 1,85 m en met een uitwendige diameter van 410 mm, zijn cirkelvormige banden van 3 mm hoogte aangebracht, afwisselend blank en zwart (zie fig.6.3-1, pag.198). Aan de bovenzijde van de cilinder is aan een daarop bevestigd frame een "Visolux Reflexions-Lichttaster" RL4 aangebracht, geleverd door Hawinco b.v. te Arnhem. Dit apparaat zendt lichtpulsen uit die op de buiswand gereflecteerd worden. De Visolux meet het gereflecteerde licht en zendt elektrische pulsen naar het registratie-apparaat bij elke wisseling hetzij van licht naar donker, hetzij van donker naar licht.

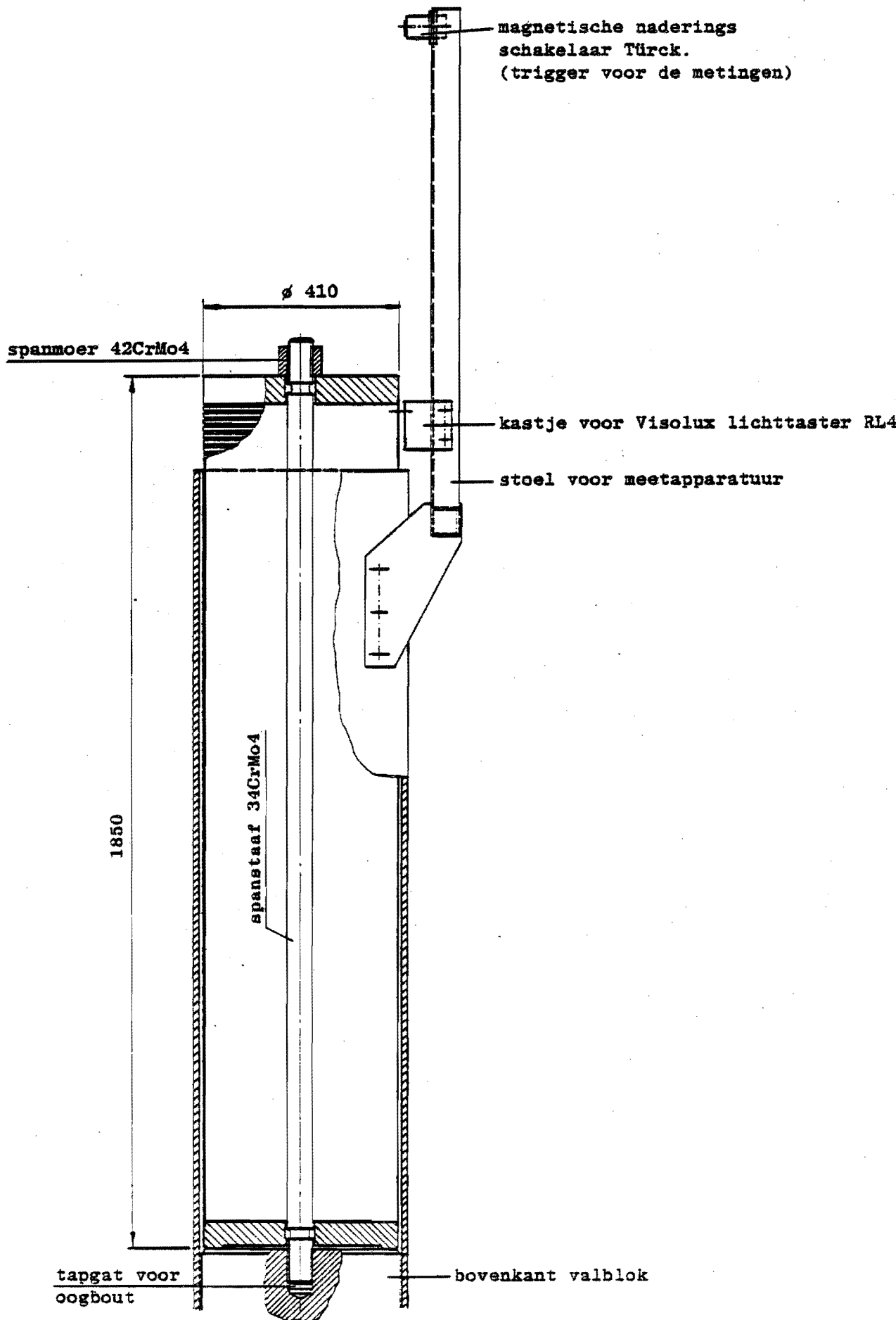


Fig. 6.3-1. Verlengbuis van het valgewicht en  
 stoel voor meetapparatuur.

- 6.3.2 De *verplaatsing van het slagstuk* ten opzichte van de cilinder is bepaald uit de meting van de verplaatsing van de slagplaat van de heimuts t.o.v. de cilinder. Daarvoor is gebruikt een volgens het principe van een differentiaal-transformator werkende Depex 15 L verplaatsingsmeter in verbinding met een Kisler amplifiër-callibrator S/N5027.
- 6.3.3 De druk is gemeten met een piezo-elektrische AVL drukopnemer type 6 QP 500A waarvan de signalen worden overgebracht via een Brüel & Kjaer Amplifiër-Conditioner. De drukopnemer was aangebracht ter hoogte van de verbrandingskamer.
- 6.3.4 De kracht in de paal werd bepaald uit de rek gemeten met twee diametraal op de paal geplakte rekstrookjes, op 1 m vanaf de paalkop.
- 6.3.5 Alle signalen werden vastgelegd op twee Biomation model 1015 recorders, elk met 4 kanalen met 1024 "woorden" van 10 bits. Elke 0,2 ms wordt per "woord" een getal geregistreerd. Op een der recorders werden de signalen vastgelegd als functie van de tijd, op de andere per puls van de Visolux. Bovendien werden de signalen nog in beeld gebracht op een UV recorder.

#### 6.4 De gegevens nodig voor de evaluatie van de metingen

6.4.1 *De grond* bestaat uit ongeveer 9 meter slappe lagen (klei en veen), waaronder zandlagen, soms slibhoudend, tot ongeveer 27 m beneden maaiveld; het zand heeft conuswaarden van 10 à 20 MN/m<sup>2</sup>. De diepere, weer iets slappere lagen, zijn van geen belang voor deze proef.

In fig. 6.4-1 en 6.4-2 (blz 202 en 203) zijn de resultaten van een tweetal diepsonderingen weergegeven, die in 1975 op het HAM-terrein zijn verricht door Fugro b.v. Sondering DZKM3 is representatief voor de maximale weerstand en DZKM1 voor de minimale weerstand bij het heien.

Ter bepaling van de te verwachten kleeft zijn de sondeerresultaten geschematiseerd, waarna de basis-kleeftweerstand per strekkende meter paal zijn berekend, in dit geval zonder reducerende factor van 0,5 (zie 2.3.4.2) omdat vlak bij de proefpaal heiproeven werden verricht op gesloten stalen buispalen van 2,13 m diameter die aan de onderzijde gesloten waren, zodat, zeker voor de zandlagen, gerekend moet worden op een verhoging van de horizontale korrelspanningen. Op de aldus verkregen cijfers is tenslotte de fatigue functie toegepast. In de onderstaande tabel is voor het geval van maximale weerstand deze berekening weergegeven voor een penetratie van 15,5 m.

| Diepte-maaiveld | Pl. kleef<br>kgf/cm <sup>2</sup> | Kleef per m<br>paal tf/m | Idem met<br>soilfatigue *)<br>tf/m |             |
|-----------------|----------------------------------|--------------------------|------------------------------------|-------------|
| 0               | 0,80                             | 0,55                     | 7,7                                | 4,4 - 4,5   |
| 0,80            | 2,60                             | 0,2                      | 2,8                                | 1,7 - 1,8   |
| 2,60            | 3,20                             | 0,6                      | 8,4                                | 5,3 - 5,5   |
| 3,20            | 4,00                             | 0,2                      | 2,8                                | 1,8 - 1,9   |
| 4,00            | 4,70                             | 0,55                     | 7,7                                | 5,2 - 5,3   |
| 4,70            | 8,70                             | 0,25                     | 3,5                                | 2,4 - 2,8   |
| 8,70            | 9,15                             | 0,25 - 1,35              | 3,5 - 18,9                         | 2,8 - 15,6  |
| 9,15            | 9,80                             | 1,35 - 1,35              | 18,9 - 18,9                        | 15,6 - 16,0 |
| 9,80            | 14,00                            | 0,9 - 1,8                | 12,6 - 25,2                        | 10,6 - 25,2 |
| 14,00           | 14,60                            | 0,45                     | 6,3                                | 6,3 - 6,3   |
| 14,60           | 15,50                            | 1,65                     | 23,1                               | 23,1 - 23,1 |

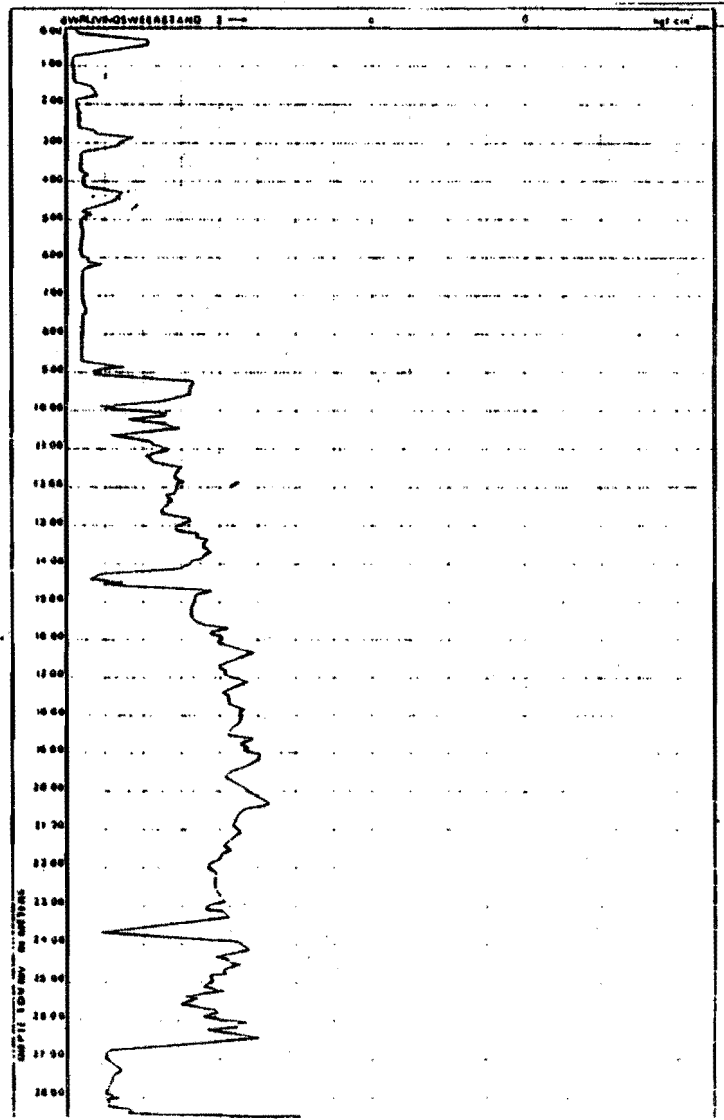
Totale kleef: 140 tf

Voor de minimaal te verwachten heiveerstand is met de resultaten van sondering DZKM1 een dergelijke berekening uitgevoerd, waaruit een totale kleef van 73 tf volgt.

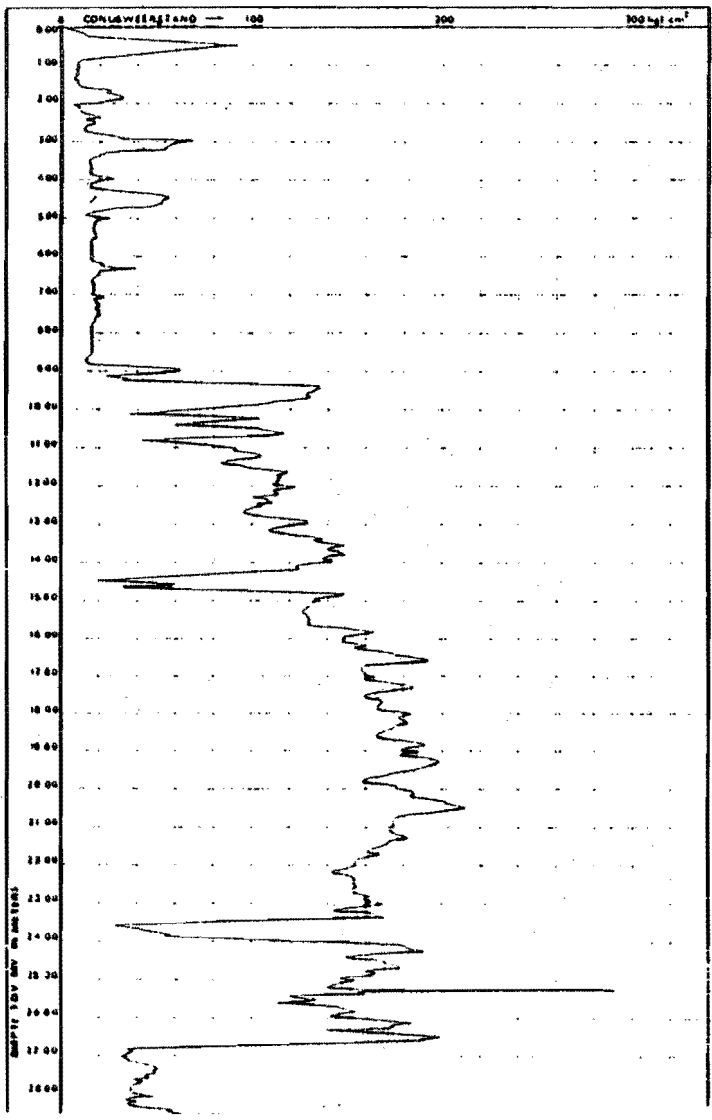
De schatting van de puntweerstand bedraagt voor de maximale weerstand 120 tf en voor de minimale weerstand 70 tf.

De totale nominale heiveerstand voor de proef bij een penetratie van 15,5 m zou volgens deze schattingen liggen tussen 143 tf en 260 tf.

\*) In het programma PILEWAVE is de krachtseenheid nog de ton force; deze wordt dus gebruikt voor invoergegevens voor het heiprogramma



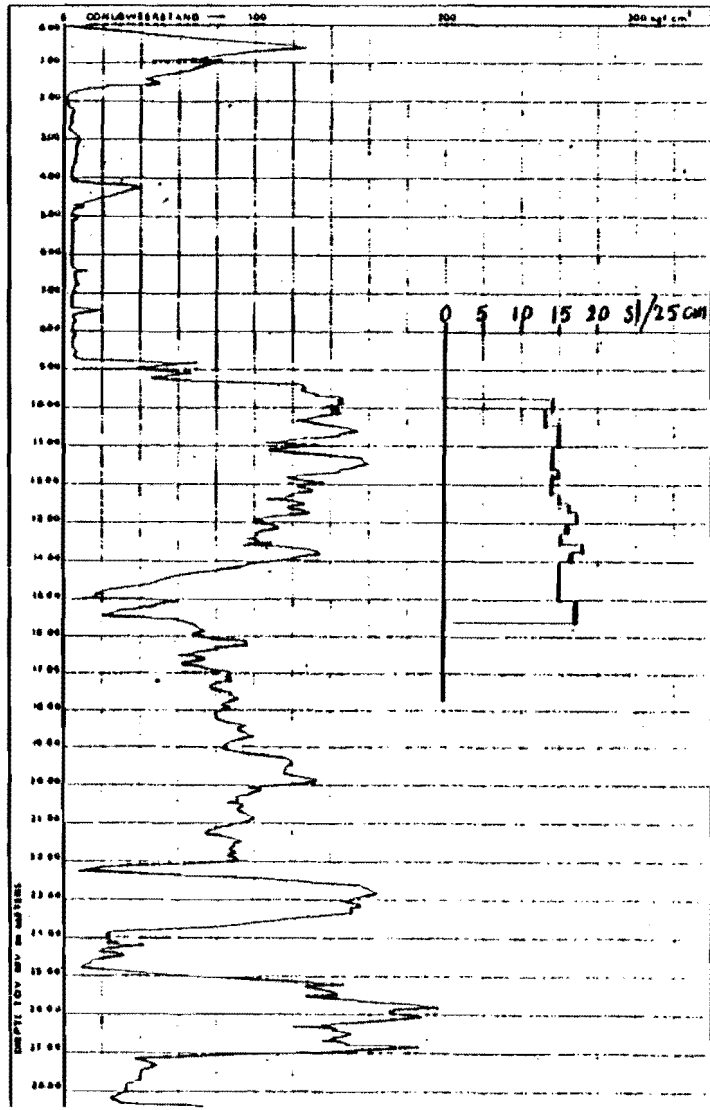
conusweerstand



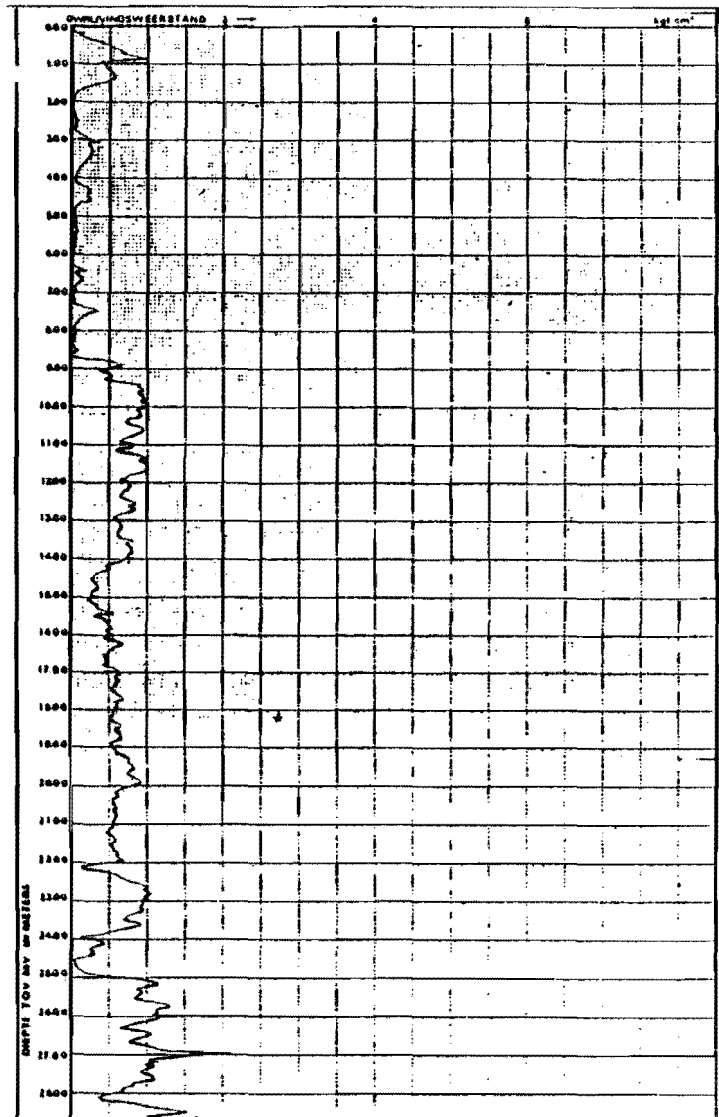
plaatselijke kleeft

Fig. 6.4-1 Diepsondering DZKM1 (Fugro)

Fig. 6.4-2 Diepondering DZKMS



conusweerstand



plaatselijke kleef

6.4.2 De voor de berekeningen belangrijke gegevens over het dieselblok D 30-02 zijn de volgende:

Massa van het valblok 2890 kg

Massa van het slagstuk 569 kg

Hoogte van het valblok 3,006 m

Hoogte van het slagstuk 0,613 m

Boring 420 mm

Zuiger oppervlak 0,1385 m<sup>2</sup>

Hoogte bovenkant inlaat 0,836 m

Hoogte onderkant inlaat 0,500 m

Diameter in- en uitlaat 75 mm

Totale doorsnede van in-

en uitlaat 0,0088 m<sup>2</sup>

Volume verbrandingskamer,

uit opmeting berekend 0,006677 m<sup>3</sup>

De brandstofpomp levert bij maximaal vermogen (stand 4), volgens de gegevens van Delmag 3,7 cm<sup>3</sup> dieselolie per slag, hetgeen bevestigd werd bij een controle meting verricht bij de Firma Akkerman. De meting van de opbrengst van de pomp is daarna herhaald in het laboratorium voor verbrandingsmotoren van de THE, met de volgende resultaten:

Stand 1 1,64 cm<sup>3</sup>/slag = 1,38 g/slag

Stand 2 2,57 cm<sup>3</sup>/slag = 2,16 g/slag

Stand 3 3,07 cm<sup>3</sup>/slag = 2,58 g/slag

Stand 4 3,13 cm<sup>3</sup>/slag = 2,63 g/slag

} als gemiddelde  
van ten minste  
10 metingen



Bij deze meting bleek de opbrengst in stand 4 vrijwel gelijk te zijn aan die in stand 3, en lager dan de opbrengst volgens Delmag. De verklaring van de afwijking is vermoedelijk te vinden in een slagafwijking van de test-apparatuur. Voor de berekening is voor stand 4 aangehouden 3,70 cm<sup>3</sup>/slag (3,11 g/slag).

Voor de verbranding zijn de volgende aannamen gedaan:

|                       |             |
|-----------------------|-------------|
| Ontstekingsvertraging | 2 ms        |
| Verbrandingsduur      | 4 ms        |
| Rendement             | 80%         |
| Verbrandingswaarde    | 42600 kJ/kg |

De atmosferische druk is aangenomen op 1 bar., de temperatuur van de buitenlucht op 288 K en de gemiddelde temperatuur van de cilinder op 365 K.

Zoals reeds in 6.3.1 is vermeld, is ten behoeve van de metingen op de zuiger een verlengstuk bevestigd met een massa van ca 220 kg. Voor de verificatie berekeningen is daarom voor de massa van het valblok ingevoerd 3110 kg.

Door dit verlengstuk met een impedantie van ongeveer

$$\frac{220 \times 5100}{1,85} = 0,6 \text{ MNs/m, bevestigd aan het valblok met een}$$

impedantie van ongeveer 4,8 MNs/m ontstaat er aan de bovenzijde van het valblok geen complete reflectie van de spanningsgolven, zoals in par. 5.4 is vermeld. Het gehele golvenpatroon wordt iets anders, zodat hiervoor feitelijk een programmawijziging nodig zou zijn.

Dit is achterwege gelaten, daar een dergelijke wijziging voor één enkel geval niet verantwoord was. Daarom is in het programma DISELS een fictieve hoogte van het valblok ingevoerd, zodanig dat de impedantie ervan niet veranderde. Deze hoogte bedraagt  $\frac{3110}{2890} \times 3,00 = 3,23$  m.

#### 6.5 De voorspelling van hetgeen bij de proef verwacht kan worden

Met de gegevens vermeld in 6.4 zijn voorspellingsberekeningen gedaan volgens de methode die in par. 5.3 en 5.13 is beschreven. Allereerst zijn met DISELS berekeningen gemaakt voor de gevallen dat de paalzakking verwaarloosd kan worden. Het daarmee gevonden verloop van de gasdruk en de trefsnelheid zijn ingevoerd in de dieselblokversie van PILEWAVE tezamen met de gegevens over paal, heimuts met zachthouten mutsvulling en over de te verwachten weerstanden, met als resultaat de te verwachten paalzakking voor de gevallen van minimale en maximale weerstand elk voor 2 standen van de brandstofpomp.

De daarbij ingevoerde brandstofhoeveelheden waren verkregen door interpolatie uit testberekeningen met DISELS waarbij met geschatte brandstofhoeveelheden de (stationaire) opstuithoogte is berekend; de interpolatie was gebaseerd op de opstuithoogten berekend uit de opgaven van Delmag van de nominale slagenergie (te weten: de potentiële energie van het valblok aan het begin van de slag).

Volgens die interpolatie zou de brandstofhoeveelheid in de standen 2 en 3 slechts 1,3 g/slag resp. 2,0 g/slag zijn.

Uit de later verrichte brandstofmetingen (zie 6.4.2) bleek dat deze hoeveelheden eerder overeenkomen met stand 1 resp. 2 (feitelijk zelfs nog ongeveer 7% te laag!).

De geschatte paalzakking voor deze twee berekeningen was 12 mm (kopverplaatsing).

De resultaten van deze berekeningen waren:

| <u>Brandstof</u> | <u>trefsnelheid</u> | <u>opstuihoogte</u> |
|------------------|---------------------|---------------------|
| 1,3 g/sc         | 3,397 m/s           | 1,751 m             |
| 2,0 g/sc         | 4,524 m/s           | 2,242 m             |

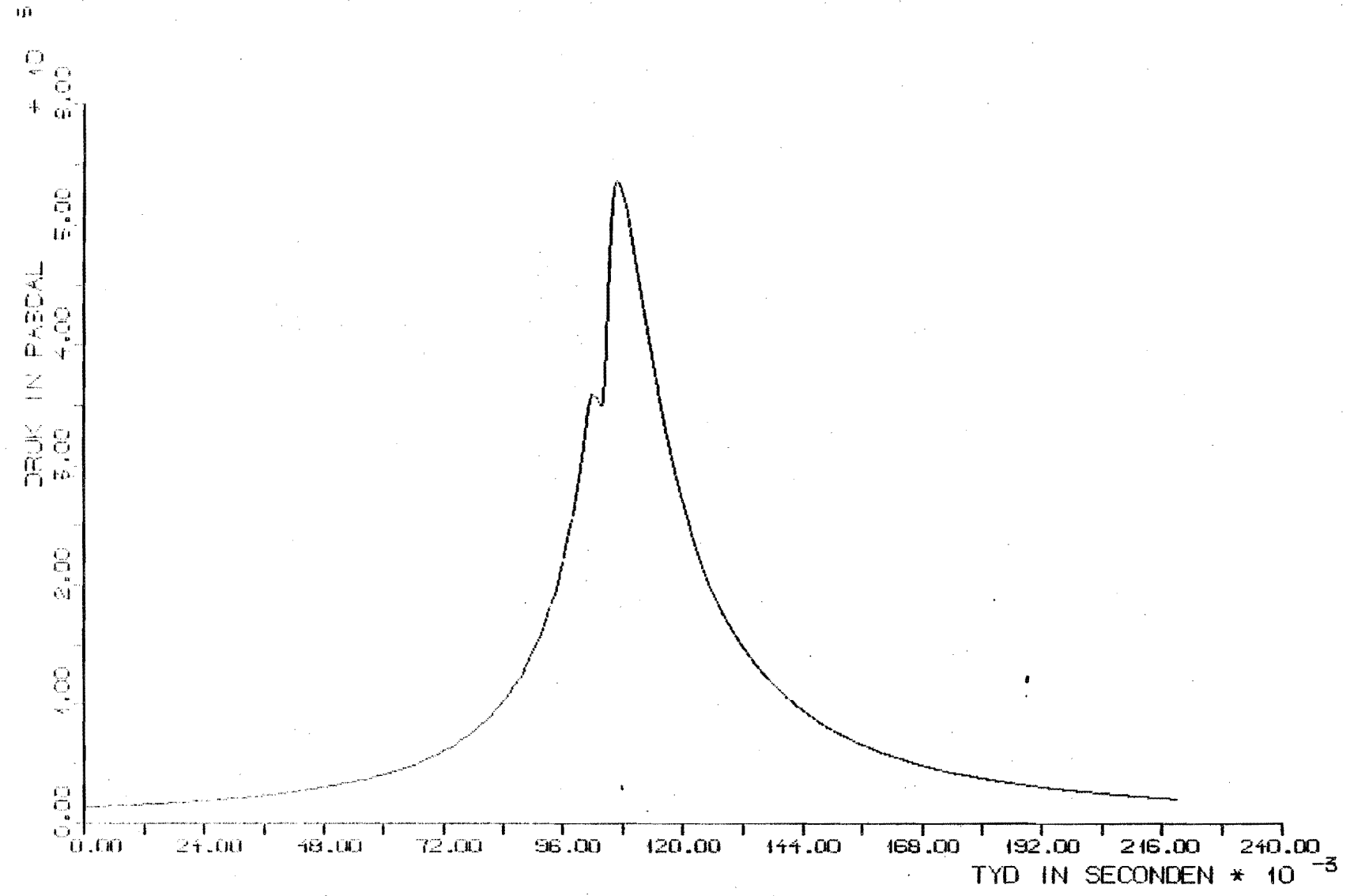
Het drukverloop is weergegeven in de figuren 6.5-1 en 6.5-2, waaruit door opmeting voor de maximale gasdruk is gevonden 53,8 bar resp. 63.6 bar.

Invoering van deze resultaten in de dieselblokversie van PILEWAVE leverde de volgende resultaten:

| Nr.   | brandstof | kleef | punt-     | totale    | verplaatsing aan de |      |
|-------|-----------|-------|-----------|-----------|---------------------|------|
|       | g/slag    | tf    | weerstand | weerstand | kop                 | punt |
|       |           |       | tf        | tf        | mm                  | mm   |
| 10004 | 1,3       | 73    | 70        | 143       | 8,7                 | 6,4  |
| 10006 | 2,0       | 73    | 70        | 143       | 14,7                | 13,0 |
| 10005 | 2,0       | 140   | 120       | 260       | 9,0                 | 6,6  |

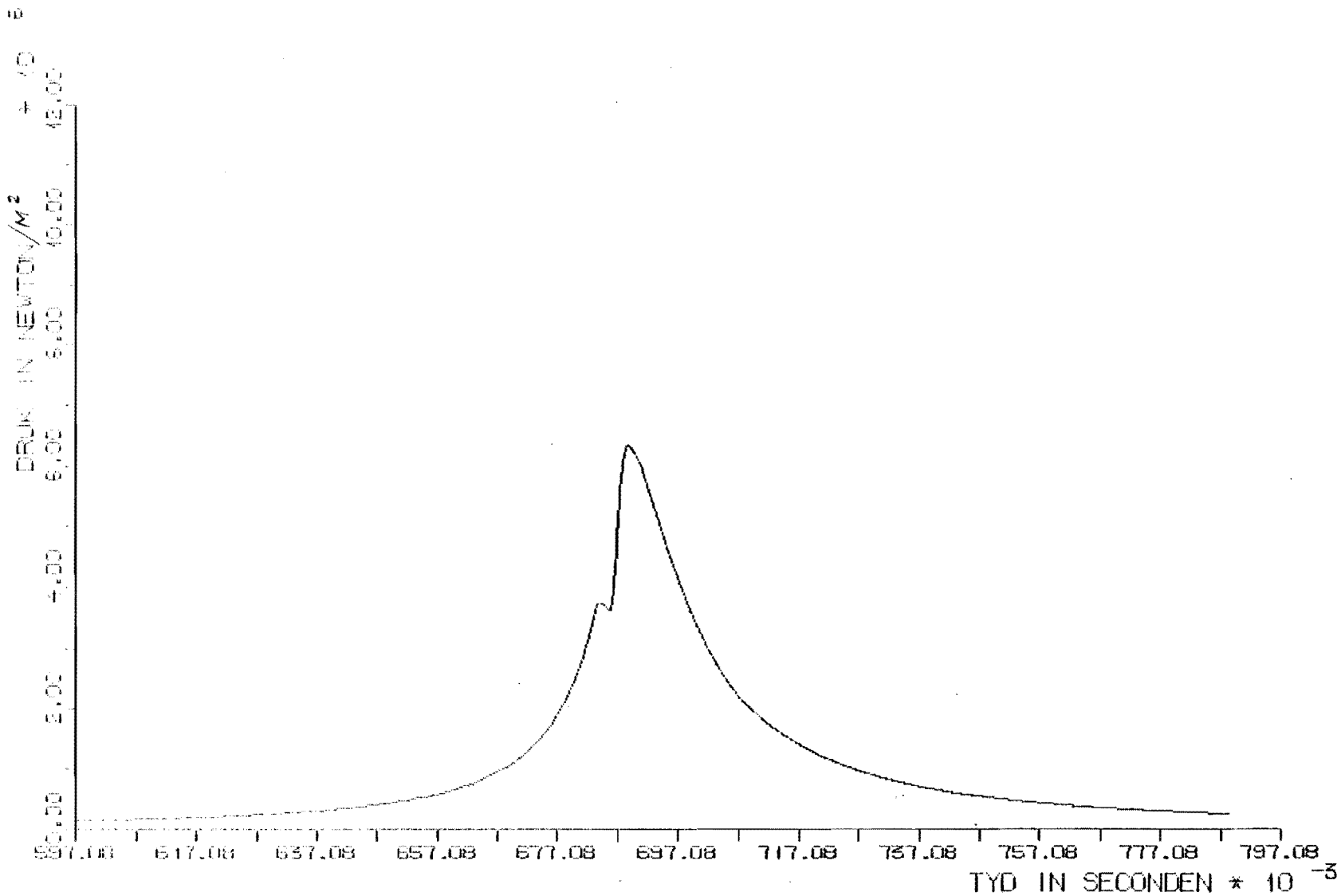
In de figuren 6.5-3, 6.5-4 en 6.5-5 zijn de stootdiagrammen voor deze 3 gevallen weergegeven. Door opmeting bleek de maximale kracht te bedragen:

Fig. 6.5-1



DRUK IN DE CYLINDER  
VOORSPELLING VAN DE HETPROEF TE SLIEDRECHT TER VERIFICATIE VAN HET  
DIESELPROGRAMMA  
BLOK: DSU-02 ST 2 (MET PAALVERPLAATSING)

Fig. 6.5-2



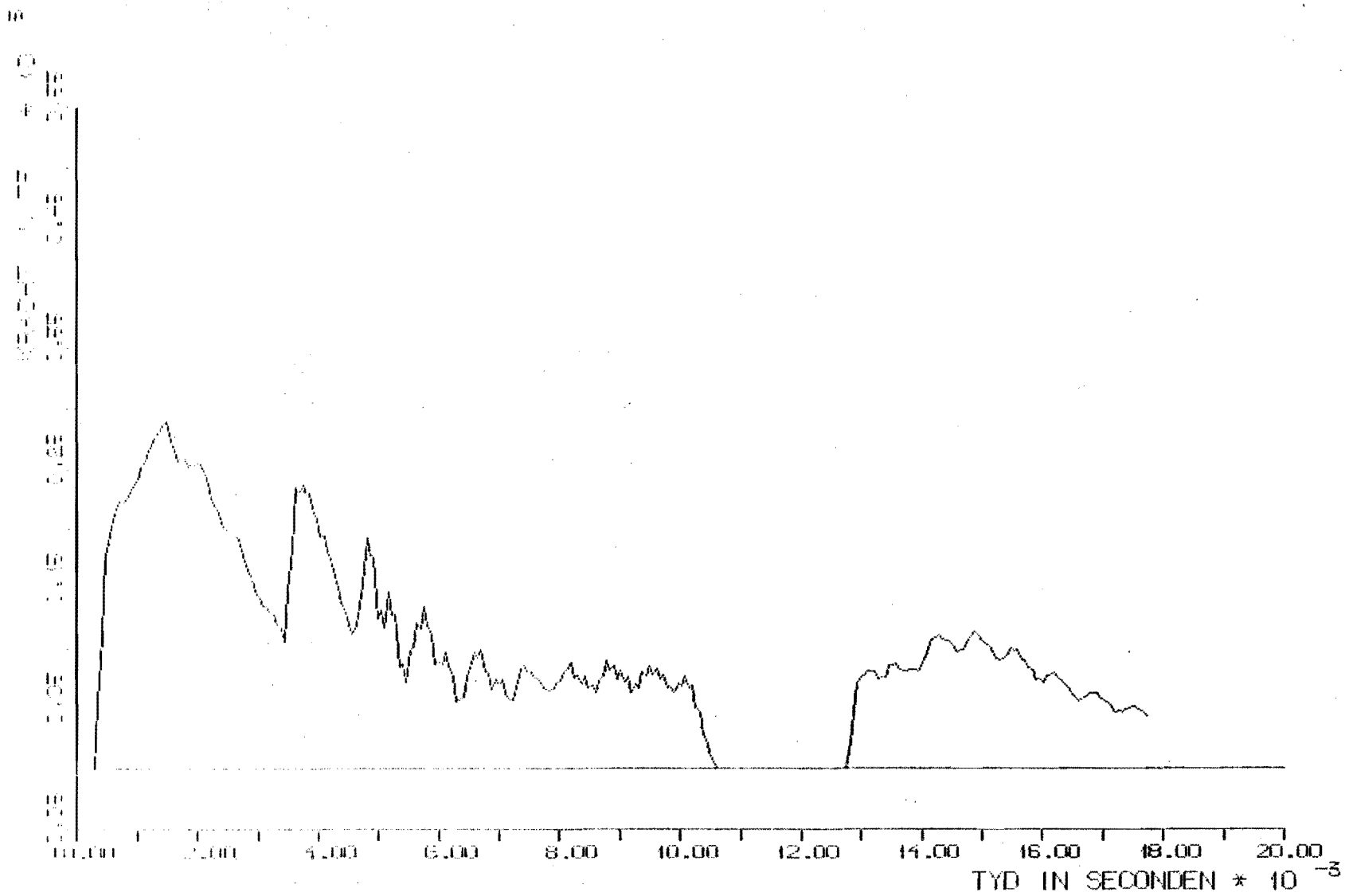
DRUK IN DE CYLINDER

VORBEREIDING VAN DE METPROEF TE SLIEDRECHT TER VERIFICATIE VAN HET

DIESELPROGRAMMA

BLUK: D30-02 ST 3 (MET PAALVERPLAATSIING)

Fig. 6.5-3



CRACHT OP DE PAALTOP

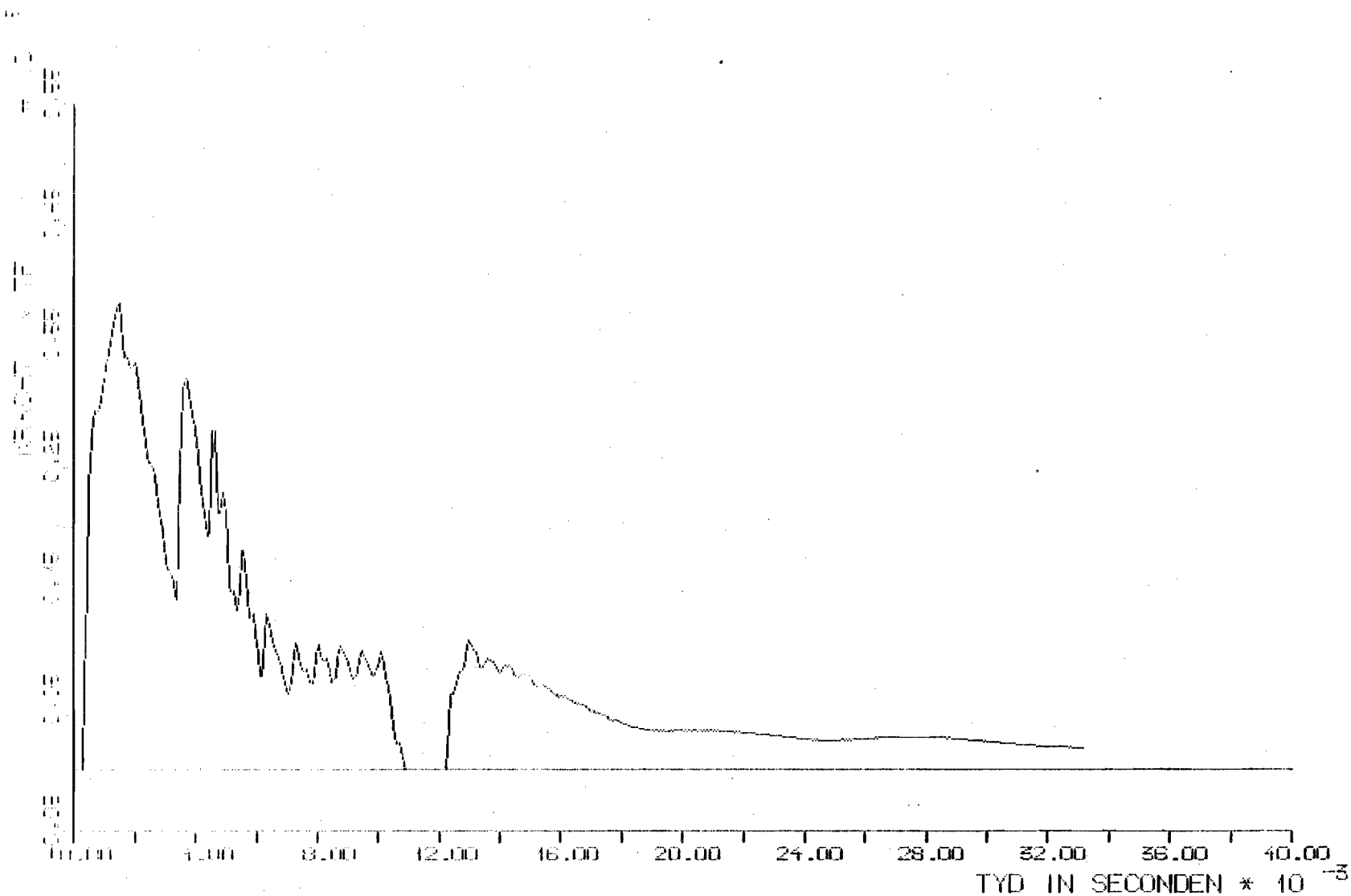
VERGELIJKING VAN DE TIJDFUNCTIE SLEEDRECHT TER VERIFICATIE VAN HET

DE TIJDFUNCTIE -- GEVAL VAN MINIMALE WEERSTAND BY 15.5 M PENETRATIE

BLIK: DSI-02 ST 2, (HET PAALVERPL) -- PILEWAVE RUN 10004 OP 3 JUNI 1981



Fig. 6.5-5



HOOGTE OP DE PAALTOP

VERBODEN VAN DE BEHOEVE TOE SLIBRECHT TER VERIFICATIE VAN HET

TOEGESTELDE --- GEVAL VAN MAXIMALE WERKSTAND BY 15.5 M PENETRATIE

BLIK: 190105 ST 6, (HET PAALVERPL) --- PILEWAVE RUN 10005 OP 4 JUNI 1981



| <u>nr.</u> | <u>max. kracht</u> |
|------------|--------------------|
| 10004      | 289 tf             |
| 10006      | 386 tf             |
| 10005      | 384 tf             |

## 6.6 De meetresultaten.

### 6.6.1 De kalendering

De paal is met het dieselblok D30-02 in stand 4 (zonder de verlengbuis) geheid tot een diepte van 15,70 m, waarvan het deel van 9,75 tot 15,50 m is gekalenderd. Het aantal slagen varieerde van 13 tot 18 slagen per 25 cm zakking, overeenkomend met 19 tot 14 mm per slag. Deze kalendering is op het conusweerstanddiagram van sondering DZKM3 uitgezet (zie blz. 203).

Na dit vóórheien is de verlengbuis gemonteerd en de instrumentatie aangebracht hetgeen ruim 4½ uren duurde. Daarna zijn met tussenpozen variërend van 45 tot 18 minuten bij elk van de 4 standen van de brandstofpomp de in 6.3.1 t/m 6.3.5 beschreven metingen verricht, waarbij telkens de gemiddelde zakking per slag is bepaald; deze bedroeg bij:

|         |      |                         |
|---------|------|-------------------------|
| Stand 1 | ca 5 | mm                      |
| Stand 2 | 4,2  | mm                      |
| Stand 3 | 7,25 | mm                      |
| Stand 4 | 7,1  | mm (eerste 7 slagen)    |
| Stand 5 | 6,25 | mm (volgende 24 slagen) |

De kalendering geeft aanleiding tot de volgende opmerkingen:

Bij het vóórheien met het blok in stand 4 zijn de zakkingen per slag groter dan volgens de voorspelling, waarbij het blok echter met minder energie werkte.

Bij de metingen bleek de zakking aanmerkelijk minder, zodat de weerstanden toen vermoedelijk groter waren geworden, mogelijk omdat het effect van de soilfatigue tengevolge van consolidatie gedurende de wachttijd was verdwenen.

#### 6.6.2 De metingen aan het dieselblok en aan de paal en enige direct te maken gevolgtrekkingen

Omdat het bezwaarlijk was de in de Biomations vastgelegde meetgegevens over te brengen naar de Harris computer van het Rekencentrum van de HBG zijn de meetgegevens door de Vakgroep Verbrandingsmotoren van de THE met een coördinatieschrijver in diagrammen vastgelegd, waarvan een aantal is weergegeven in de figuren 6.6-1 t/m 6.6-7 (blz. 215 t/m 221).

6.6.2.1 Bij de beschouwing van de diagrammen van de *gasdruk* (fig. 6.6-1 en 6.6-4) valt in de eerste plaats op dat vanaf het begin van de verbranding aanzienlijke drukvariaties optreden, gesuperponeerd op een in verhouding langzamer variërende druk. Deze hebben het karakter van een trilling.



Vakgroep  
Verbrandingsmotoren  
en  
Vervoerstechniek  
Technische Hogeschool  
Eindhoven

OPNAME 5 STAND 2

VERBRANDINGSDRUK

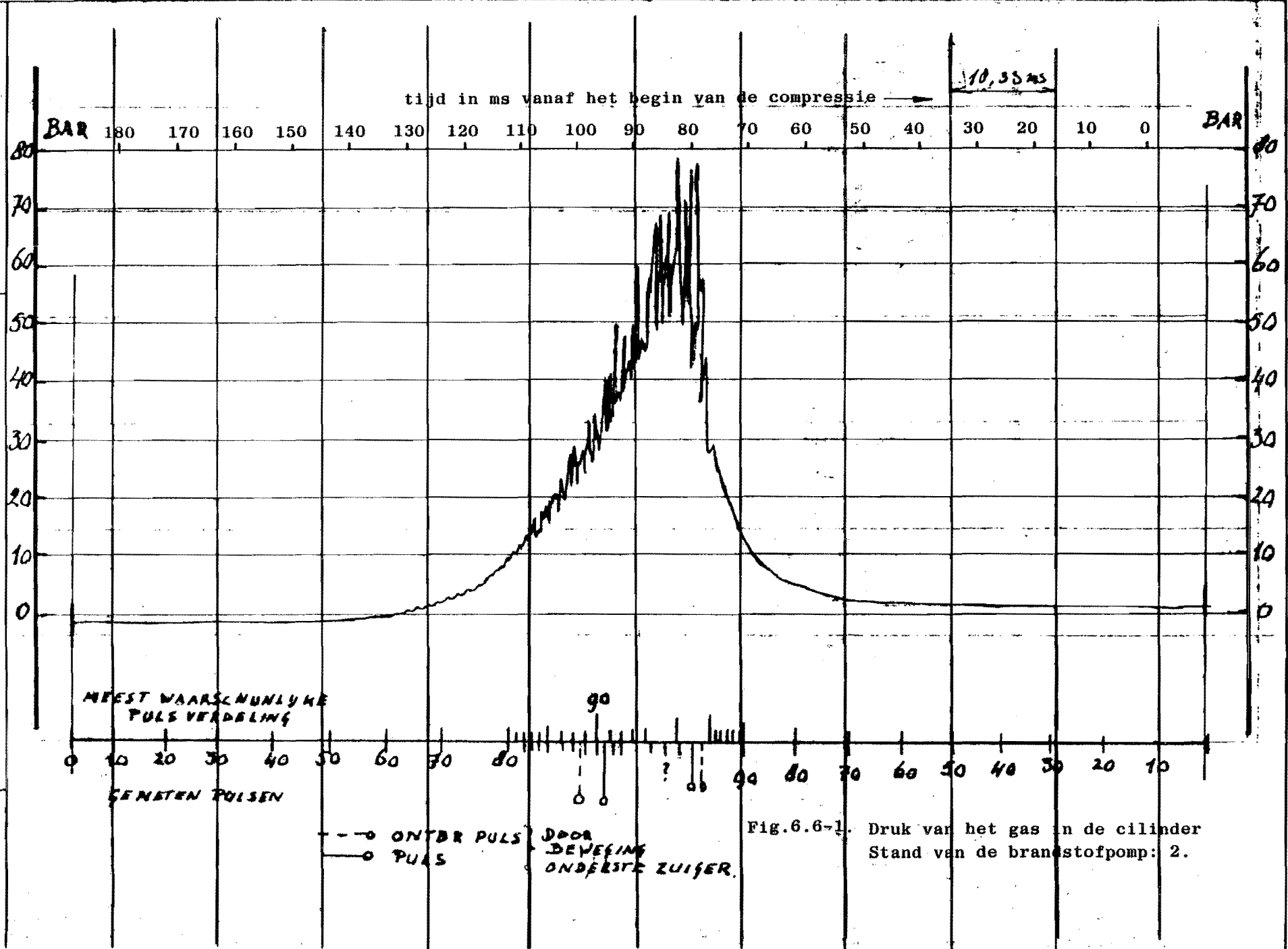



Fig.6.6-1. Druk van het gas in de cilinder  
Stand van de brandstofpomp: 2.

  
 Technische Hogeschool  
 Eindhoven  
 Vervoerstechniek  
 en  
 Verbrandingsmotoren  
 Valgroep

OVERZICHT ZUIJER SNEEHEDEN  
 OPNAHE 5 STAND 2

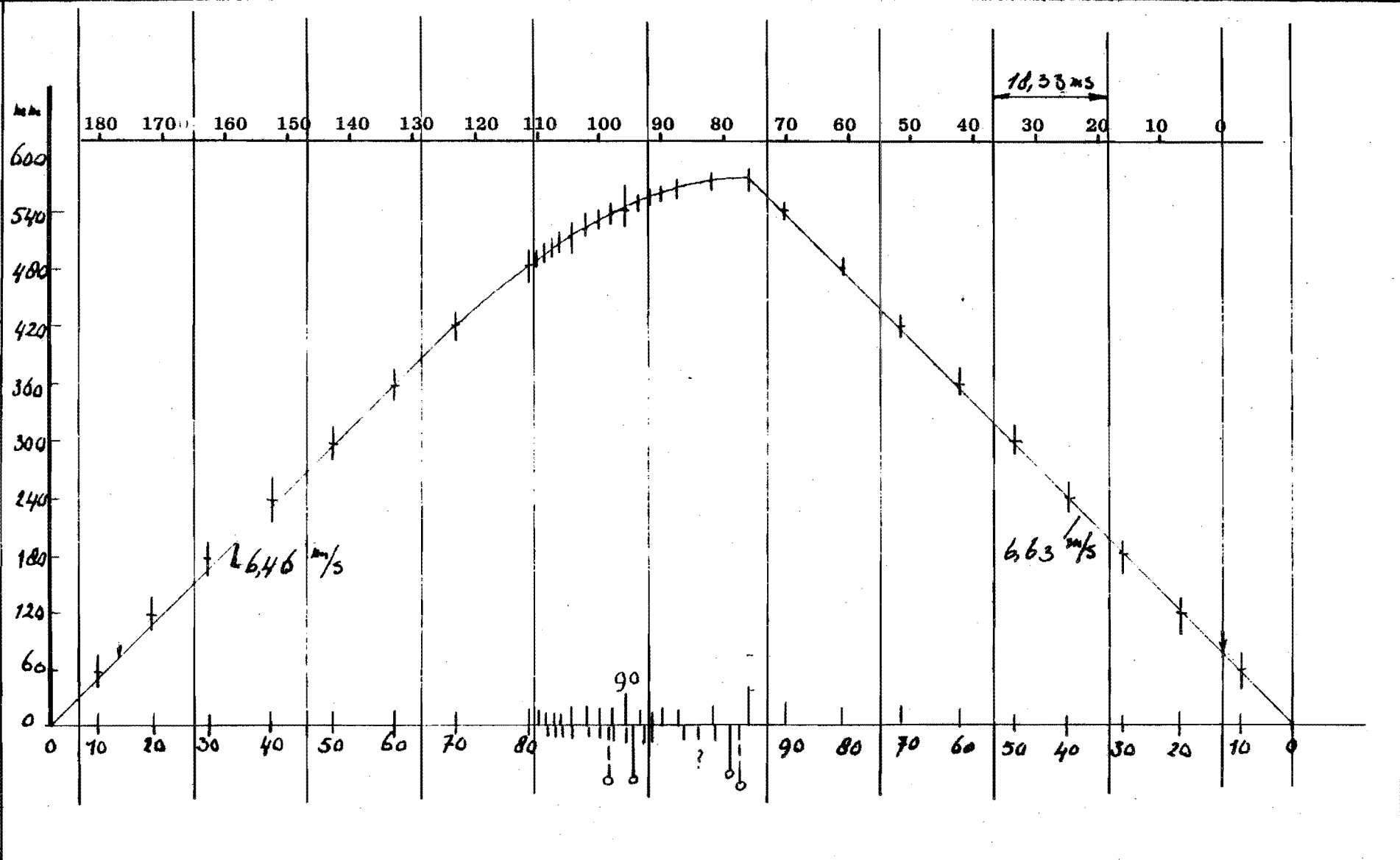


Fig.6.6-2. Verplaatsing van het valblok  
 Stand van de brandstofpomp: 2.



Vakgroep  
Verbrandingsmotoren  
en  
Vervoerschniek  
Technische Hogeschool  
Eindhoven

VERPLAATSING ONDERSTE  
ZUIGER  
OPNAME 5. STAND 2

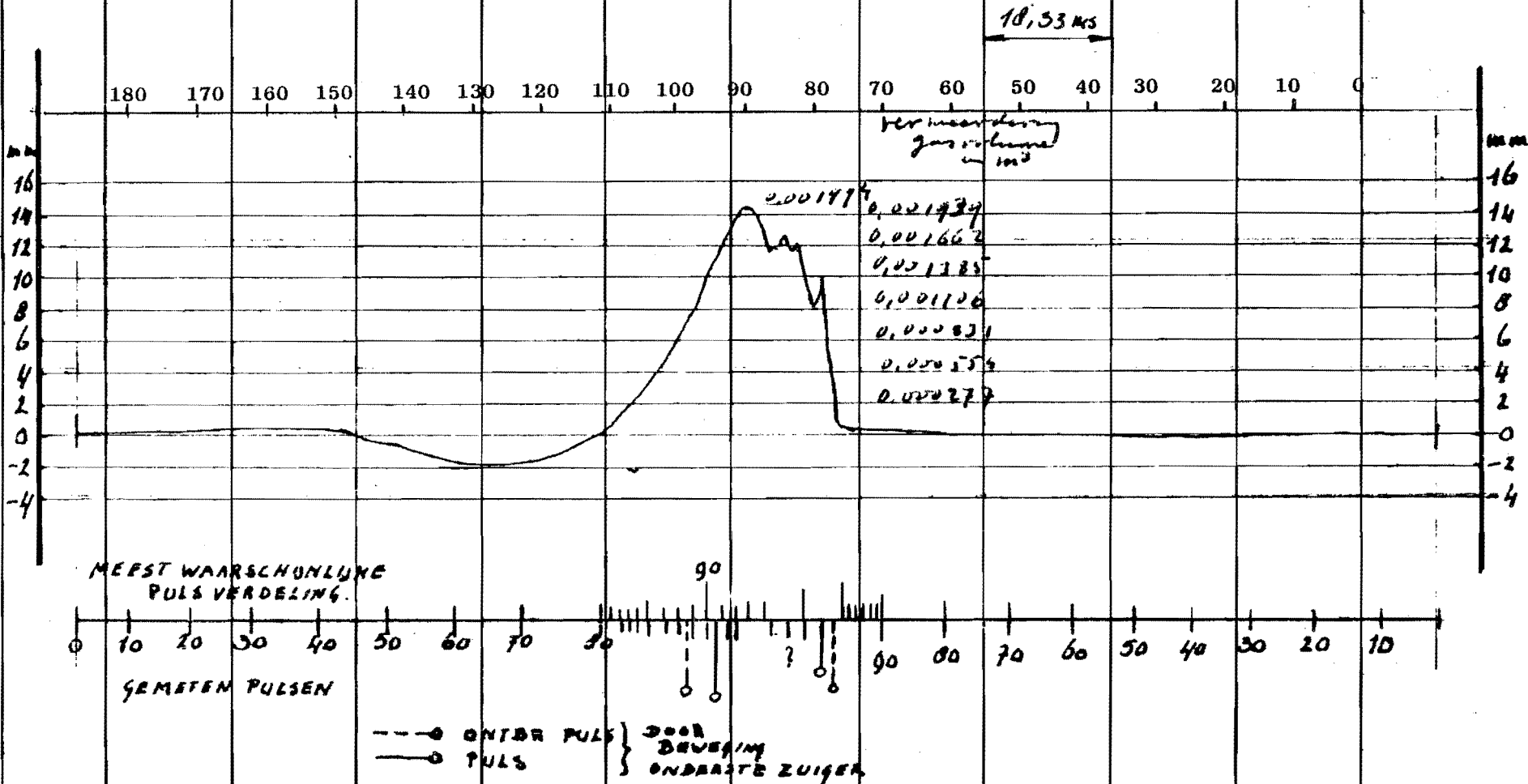


Fig.6.6-3. Verplaatsing van het slagstuk  
Stand van de brandstofpomp : 2.

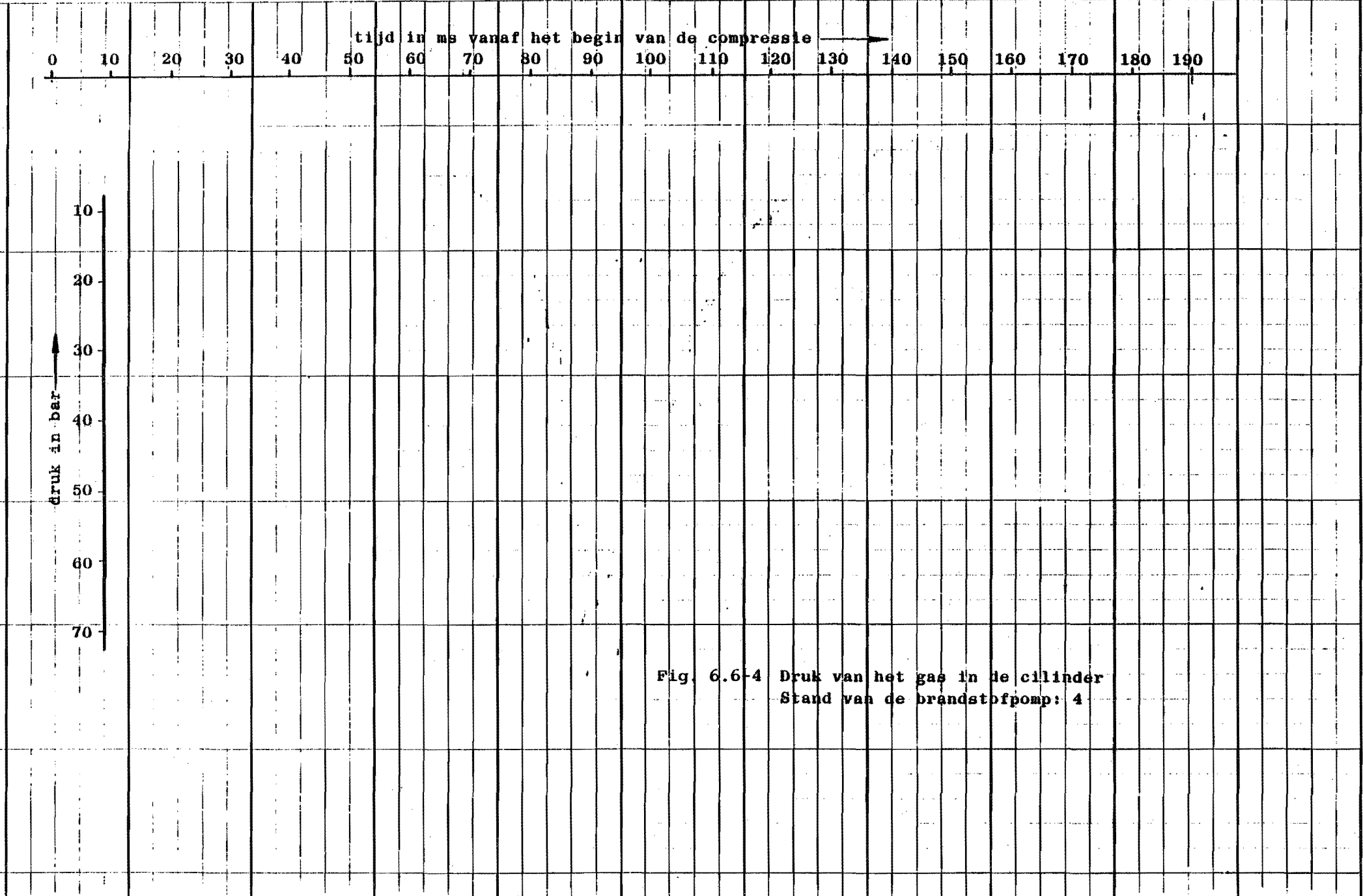
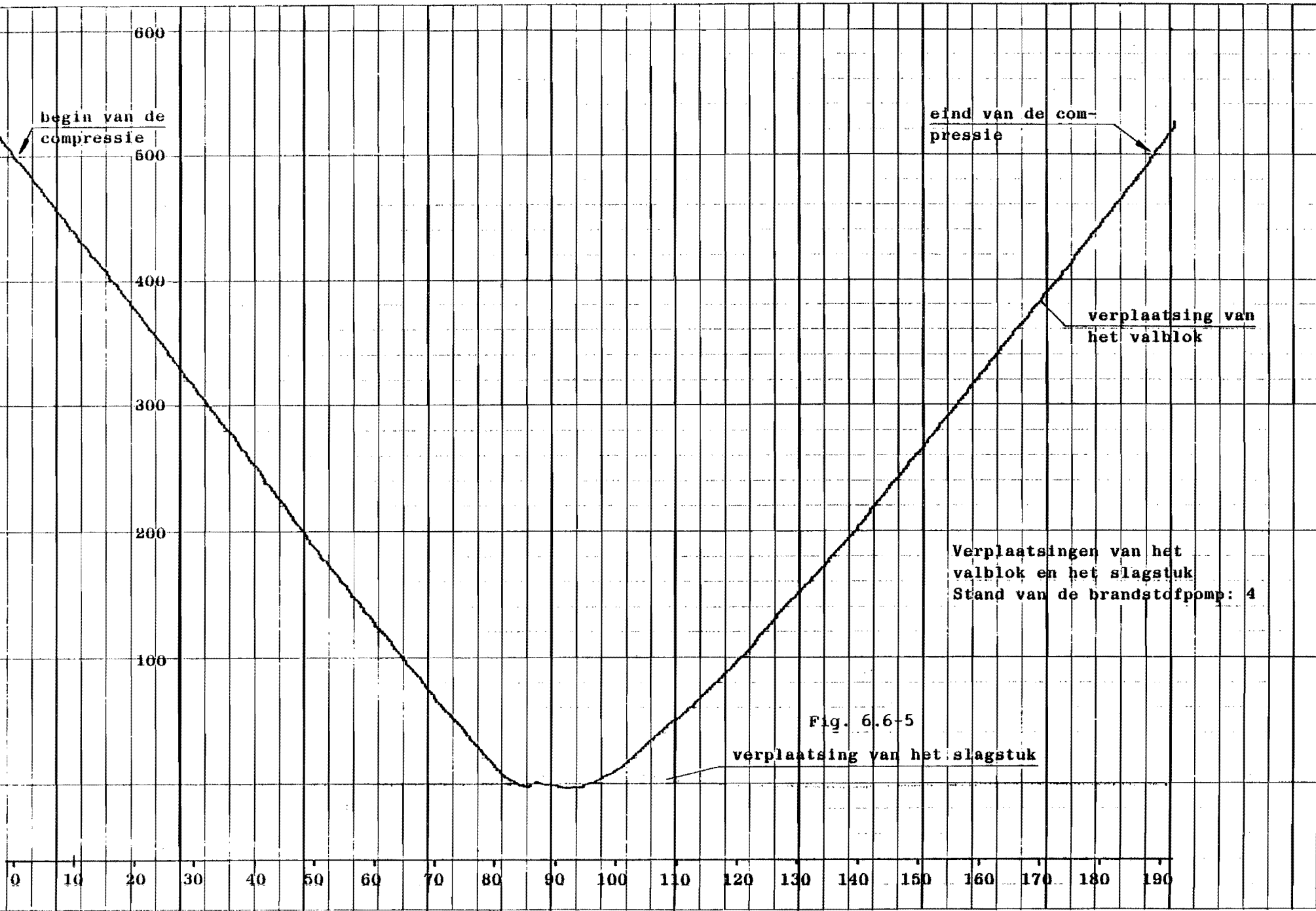
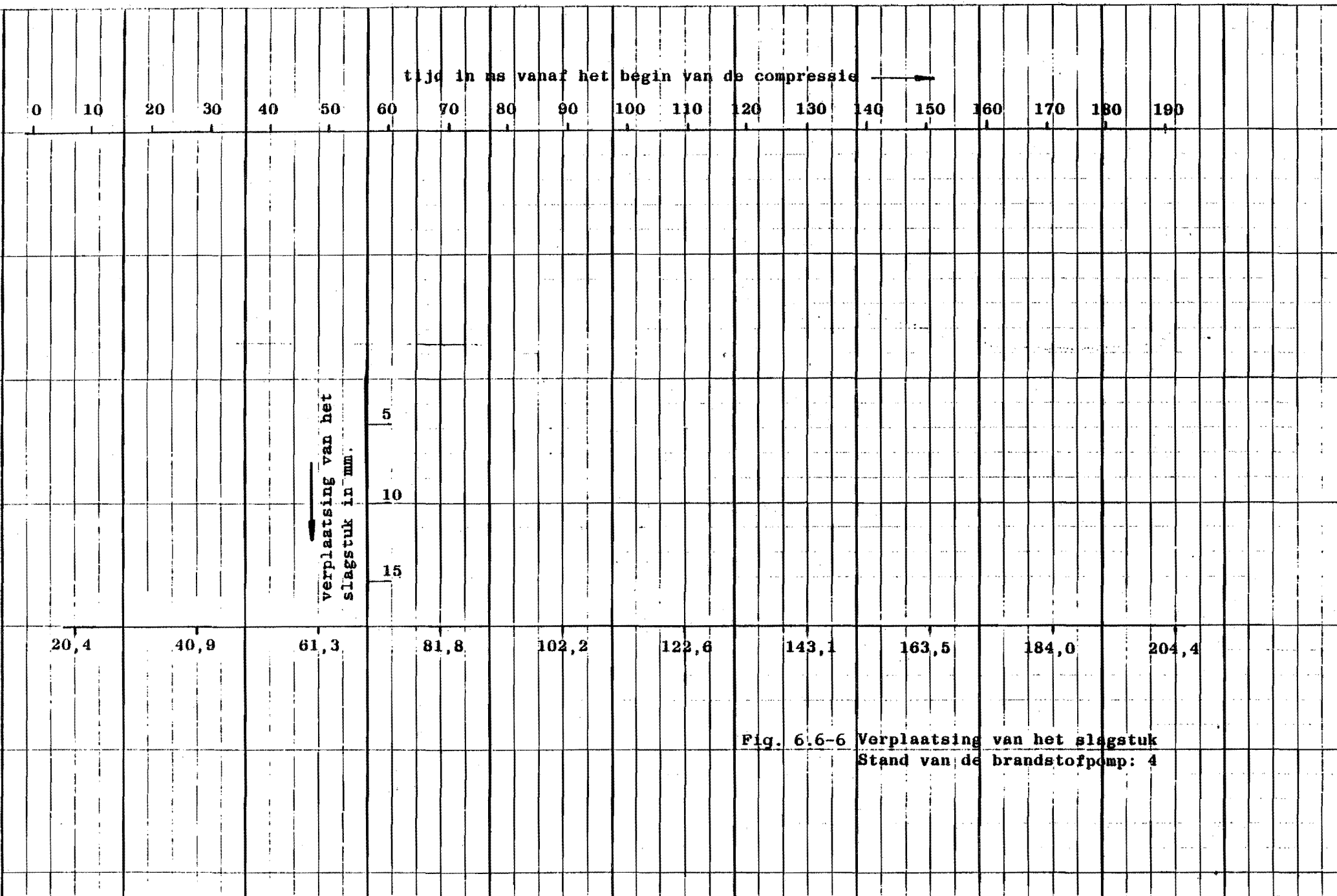
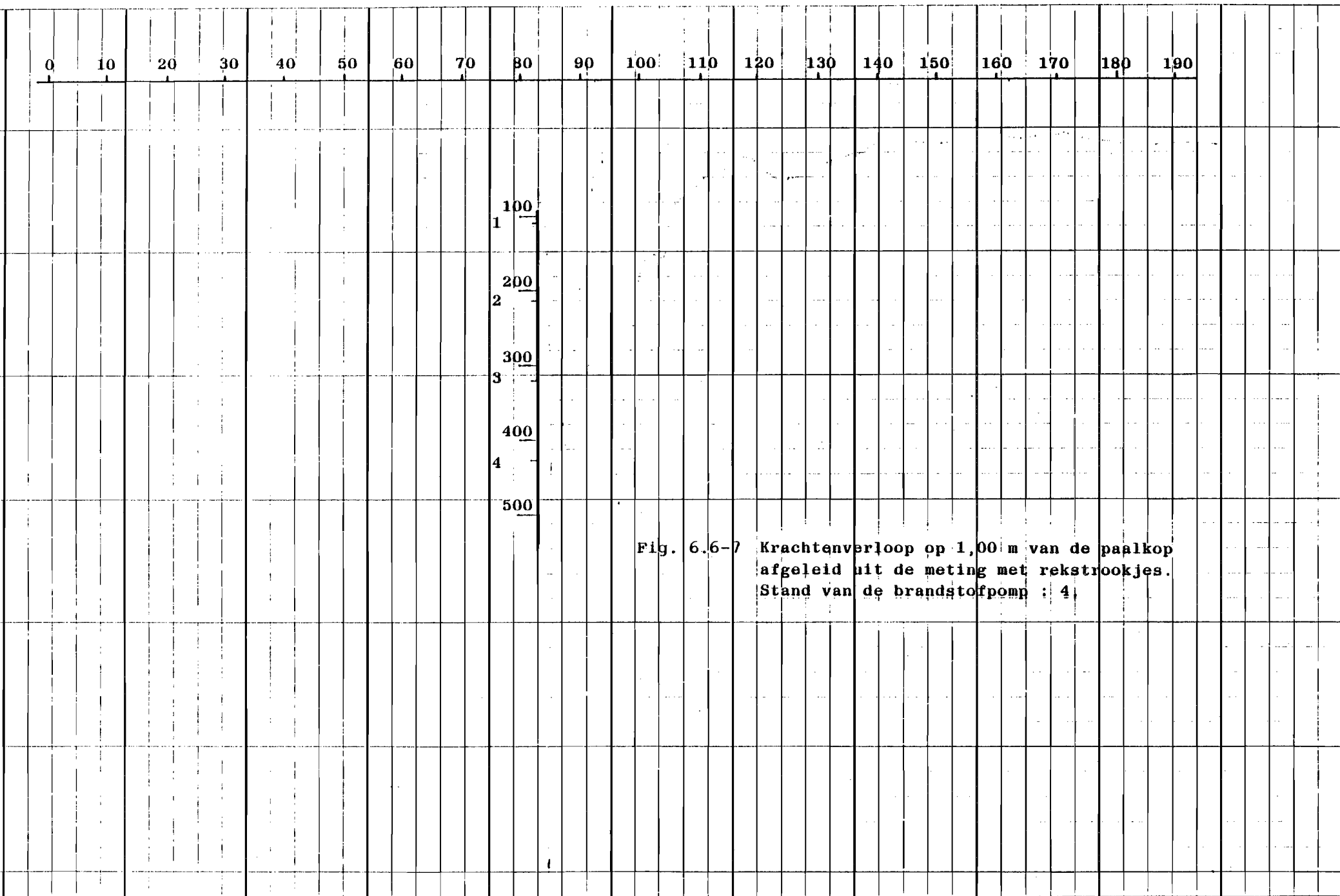


Fig. 6.6-4 Druk van het gas in de cilinder  
Stand van de brandstofpomp: 4









Gedurende de eerste 5,5 ms blijkt de gemiddelde frequentie ongeveer 1000 Hz te zijn, daarna ongeveer 500 Hz; de amplitude varieert en is van de orde van 10 bar. Vermoedelijk zijn deze fluctuaties het gevolg van drukgolven in het gas. De temperatuur nabij het drukmaximum is volgens de berekeningen met DISELS ongeveer 1850 K; schat men de gemiddelde temperatuur in het kanaal naar de drukopnemer op ongeveer 1100 K, dan is de gemiddelde geluidssnelheid  $c = \sqrt{1,4 \cdot 287 \cdot 1100} = 660$  m/s. Neemt met aan dat het gaat om staande golven tussen één eind dat niet verplaatst en het andere, een vrij eind, dan vertegenwoordigt de trillingstijd van top tot top 4 maal de afstand tussen de eindpunten. Bij een frequentie van 1000 Hz is de enkelvoudige looptijd dan 0,25 ms en de afstand  $0,00025 \times 660 = 0,17$  m.

De waargenomen drukfluctuaties zijn daarom vermoedelijk toe te schrijven aan staande golven in het toeleidingskanaal.

In de tweede plaats valt op dat het drukverloop (afgezien van de bovengenoemde fluctuaties) het zelfde beeld te zien geeft als het drukverloop volgens berekeningen met DISELS. Zo is in de diagrammen duidelijk te zien dat op het ogenblik van de stoot de druk een korte tijd niet meer toeneemt en zelfs iets afneemt, geheel in overeenstemming met de theorie.

Bij nadere beschouwing blijkt dat de druk op dat ogenblik lager is dan de berekende druk en dat het drukverloop gedurende de expansie veel sneller afneemt en zelfs daalt tot beneden de druk aan het begin van de compressie, hetgeen zeer onwaarschijnlijk is. Op deze afwijkingen wordt in 6.7 nader ingegaan.

6.6.2.2 Bij de *verplaatsingsmetingen* van het valblok deed zich een moeilijkheid voor doordat soms het signaal van de Visolux afwezig bleek te zijn, vermoedelijk veroorzaakt door trillingen van de verlengbuis van de zuiger. Daardoor zou de afstand van de Visolux tot aan de verlengbuis van de zuiger af en toe (en voornamelijk bij de laagste stand) buiten het meetbereik van de Visolux (7 tot 12 mm) vallen.

Bij de interpretatie van deze metingen was het daarom nodig de ontbrekende pulsen door interpolatie in te passen, hetgeen niet bij alle metingen is gelukt.

In de figuren 6.6-2 en 6.6-4 zijn de verplaatsingsdiagrammen bij stand 2 en stand 4 van het dieselblok weergegeven.

Behalve de verplaatsingen van het valblok, gemeten ten opzichte van de cylinder, zijn tevens de *verplaatsingen van het slagstuk* gemeten, eveneens ten opzichte van de cylinder.

In de figuren 6.6-3 en 6.6-6 zijn deze weergegeven voor de metingen bij de standen 2 en 4.

Uit de verplaatsingsmetingen van het valblok en van de slagzuiger is het verloop van het gasvolume te berekenen.

6.6.2.3 De meting van het *stootdiagram*, waarvan in fig. 6.6-7 is weergegeven het stootdiagram bij stand 4, is verricht ter vergelijking met het berekende stootdiagram. Dit laatste hangt voor een groot deel af van de geschatte grondparameters.

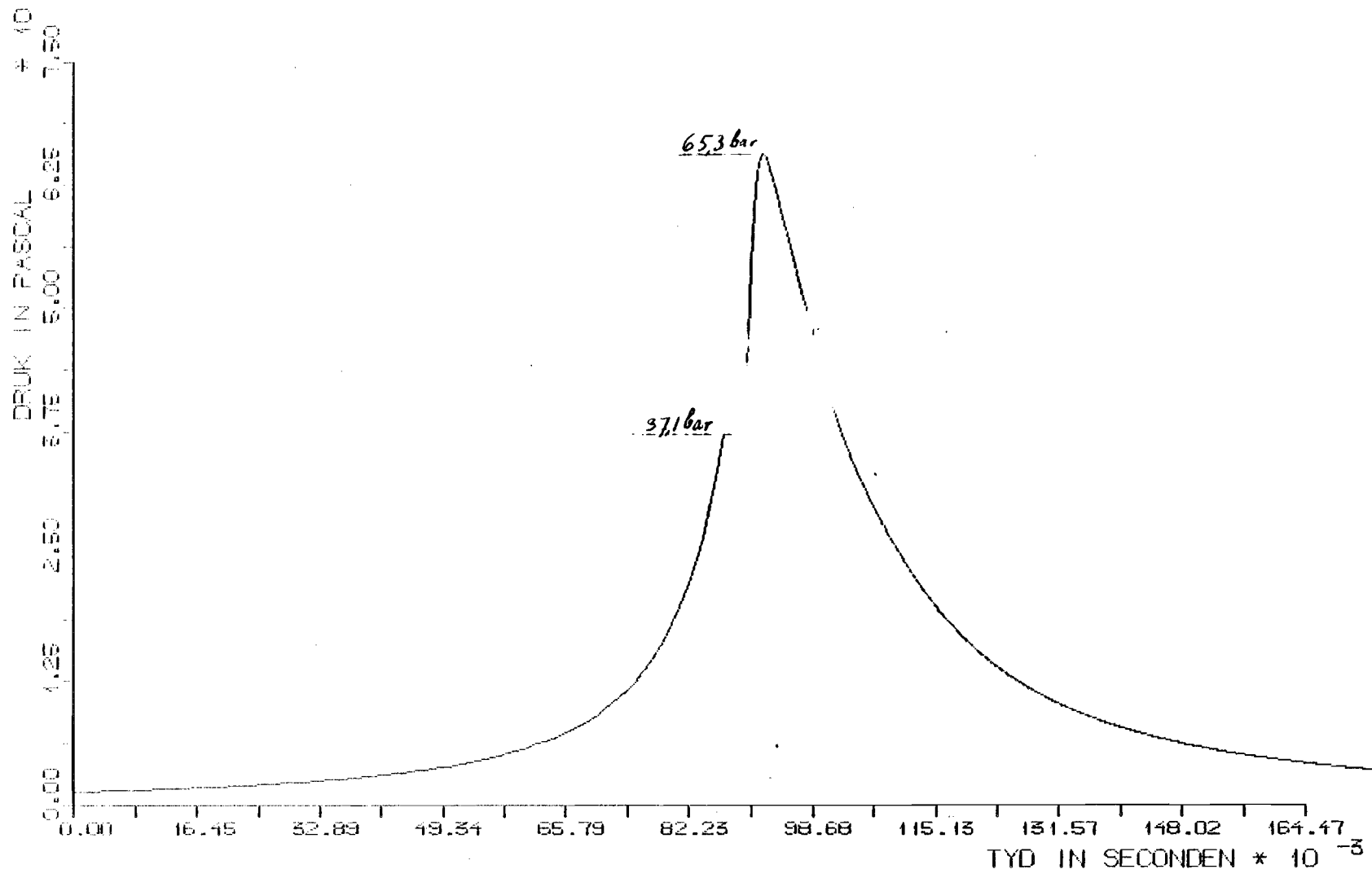
## 6.7 Vergelijking van de metingen en de berekeningen

6.7.1 Hiertoe zijn eerst een aantal berekeningen gemaakt met het programma DISELS, waarbij voor de massa van het valblok is ingevoerd 3110 kg en voor de (fictieve) hoogte 3,23 m (zie 6.4.2). Bovendien is voor de paalzakking ingevoerd 7 mm (voor stand 4) resp. 4,2 mm (voor stand 2) (zie 6.6.1).

6.7.2 De diagrammen van het drukverloop zijn weergegeven in de figuren 6.7-1 en 6.7-2 die vergeleken kunnen worden met de figuren 6.6-1 en 6.6-4.

Zoals reeds in 6.6.2.1 is vermeld, is de berekende druk op het ogenblik van de stoot hoger dan de gemeten druk.

Fig. 8.7-1



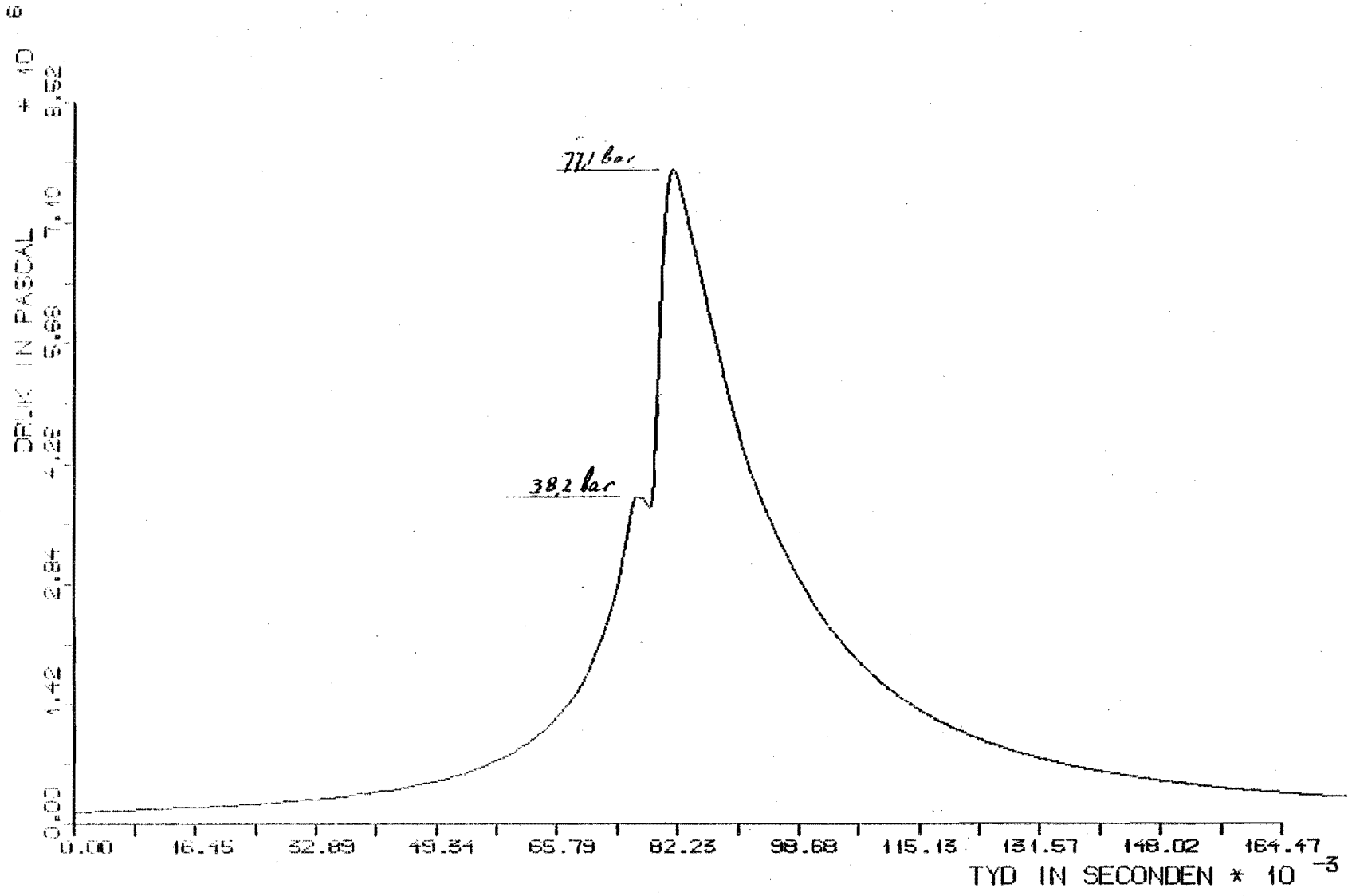
DRUK IN DE CYLINDER

HEI-PROEF TE DORDRECHT TER VERIFICATIE VAN HET DIESELPROGRAMMA

DORDRECHT - 23 JUNI 1981

BLOK D30-02 2.159 G BRANDSTOF PER SLAG PAALZAKKING 7-MM.

Fig. 6.7-2



DRIJK IN DE CYLINDER  
 HETPROEF TE DORDRECHT TER VERIFICATIE VAN HET DIESELPROGRAMMA  
 DORDRECHT - 23 JUNI 1981  
 BLOK D30-02 3.108 G BRANDSTOF PER SLAG PAALZAKKING 7 MM.

De oorzaak hiervan kan zijn dat het volume van de verbrandingskamer feitelijk hoger is dan de door opmeting verkregen waarde van  $0,006677 \text{ m}^3$ . Daarbij was nl. geen rekening gehouden met deel van het volume aan de omtrek tussen de onderste zuigerveer van het valblok en de bovenste van het slagstuk. Bovendien is er mogelijk enige lek, die vooral bij kleine volumina en hoge druk vrijwel het zelfde effect heeft als een groter volume van de verbrandingskamer.

De correctie hiervan is, op basis van de berekende drukken, waarbij gedurende de compressie voor het verband tussen druk en volume ongeveer gesteld kan worden  $p \cdot \text{Vol}^n = C$ , met  $n = 1,351$ :

Begin van de compressie  $p_1 = 1,415 \text{ bar}$   $\text{Vol}_1 = 0,075927 \text{ m}^3$

Eind van de compressie  $p_2 = 28,57 \text{ bar}$   $\text{Vol}_2$

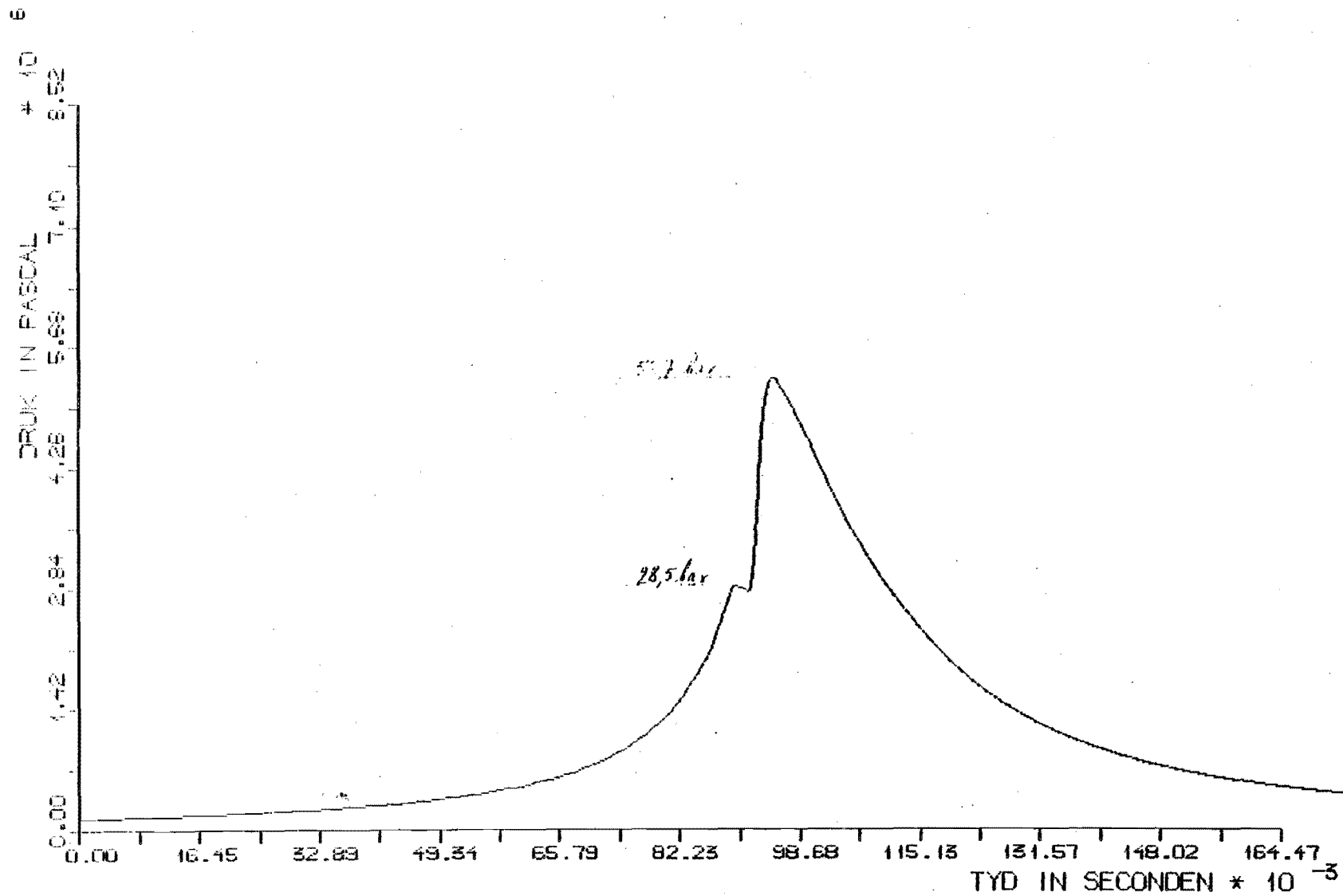
$$\text{Vol}_2 = 0,0075927 \cdot \left(\frac{1,415}{28,57}\right)^{\frac{1}{1,351}} = 0,008210 \text{ m}^3$$

In verband hiermee zijn nogmaals berekeningen met DISELS uitgevoerd, waarbij het aldus gevonden volume van de verbrandingskamer is ingevoerd.

De drukdiagrammen zijn weergegeven in de figuren 6.7-3 resp. 6.7-4 (blz 228 en 229).

De drukken op het ogenblik van de stoot komen dan vrij goed overeen met de gemeten druk.

Fig. 6.7-3



DRUK IN DE CYLINDER

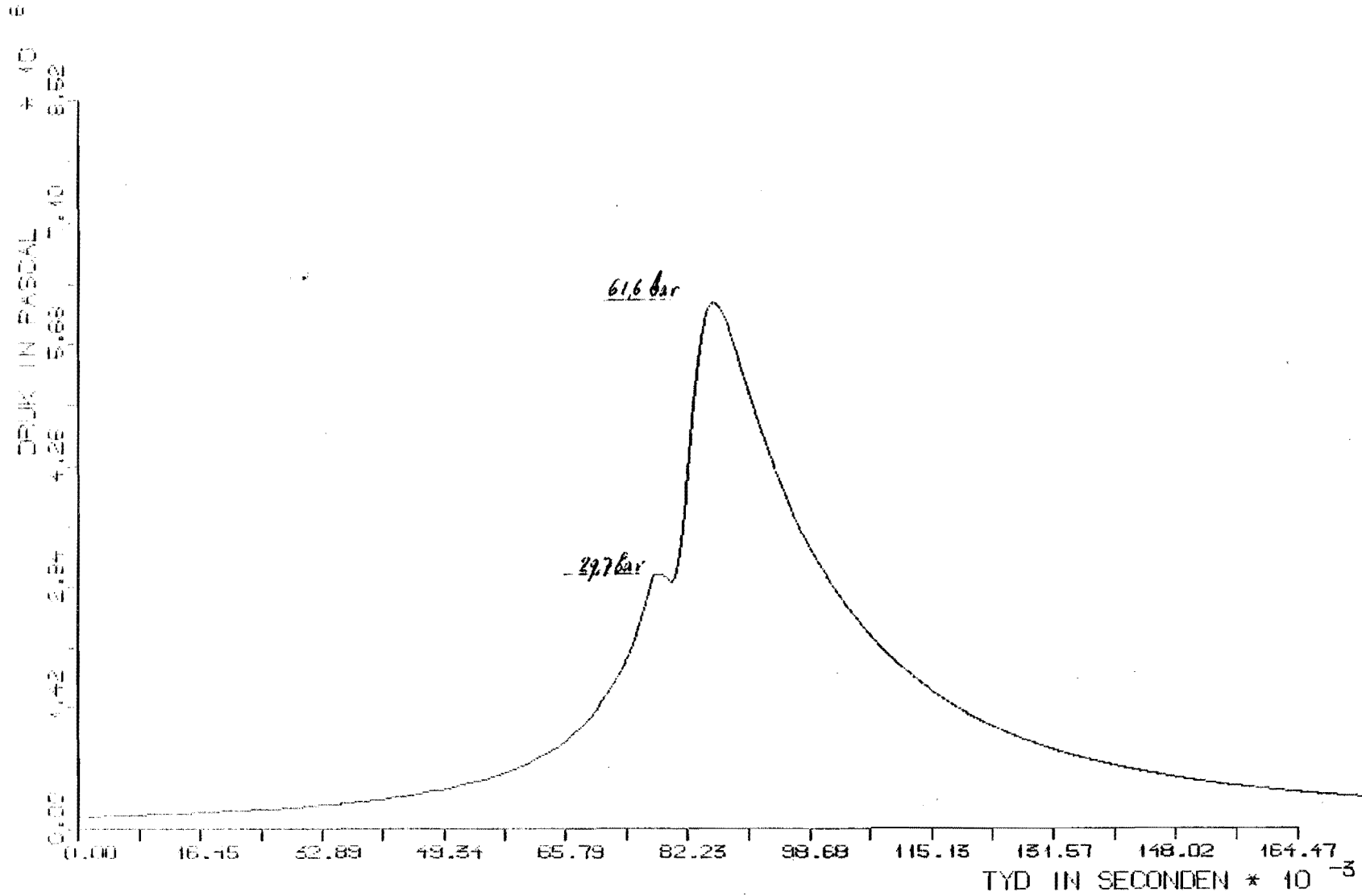
HEIPROEF TE DORDRECHT TER VERIFICATIE VAN HET DIESELPROGRAMMA

DORDRECHT - 25 JUNI 1981

BLOK D30-02 2.159 G BRANDSTOF PER SLAG PAALZAKKING 4.2 MM,



Fig. 6.7-4



DRIJK IN DE CYLINDER

HET PROEF TE DORDRECHT TER VERIFICATIE VAN HET DIESELPROGRAMMA

DORDRECHT - 25 JUNI 1981

BLOK D50-02 3.108 G BRANDSTOF PER SLAG 85% ZAKKING 7.0 MM.

Voorts bleek de ontbrandingsvertraging bij de meting iets kleiner te zijn dan was geschat en bovendien is de geschatte verbrandingsduur waarschijnlijk iets te laag (4 ms), zodat de drukstijging aan het begin van de verbranding iets te steil is. Daarom is voor het geval van stand 4 de berekening nogmaals uitgevoerd met een vertraging van 1,6 ms en een verbrandingstijd van 8 ms, met als resultaat een drukverloop zoals weergegeven in fig. 6.7-5, verkregen uit de als fig. 6.7-6 t/m 6.7-8 hierbij opgenomen afdruk van de "output" van het programma DISELS (blz. 231 t/m 234).

Bij vergelijking hiervan met het gemeten drukverloop (fig. 6.6-4) ziet men dat de overeenstemming redelijk is, behalve voor de expansiedrukken waarbij de gemeten drukken lager zijn dan de gemeten drukken. In fig. 6.7-5 is daartoe het drukverloop volgens fig. 6.6-4 ingetekend (waarbij de in 6.6.2.1 behandelde drukfluctuaties zijn geëlimineerd).

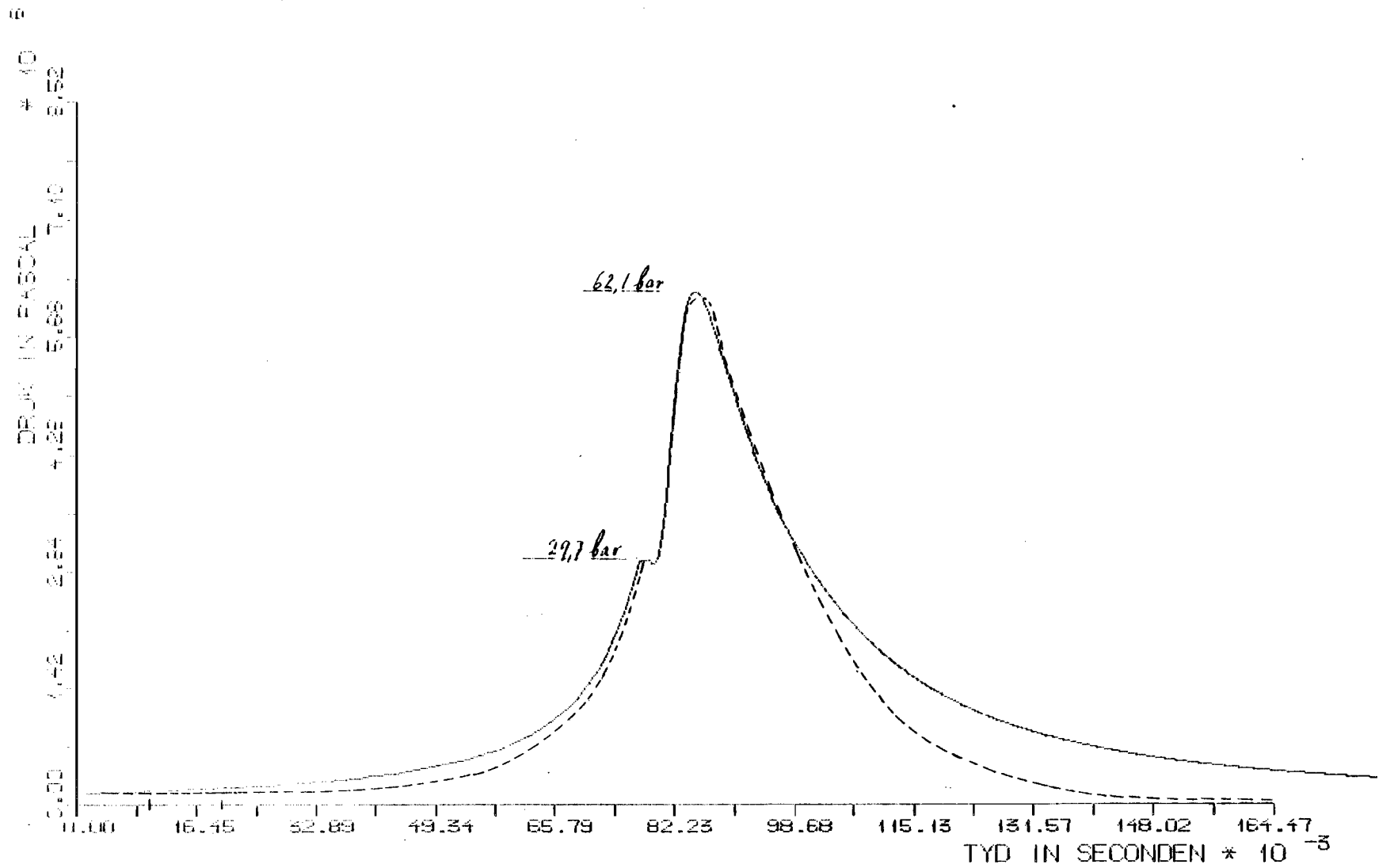
Het verloop van de gemeten expansiedrukken met de volumina die volgen uit de verplaatsingsmetingen zou slechts bestaanbaar kunnen zijn indien de polytroopexponent 2,0 à 2,6 was, hetgeen veel te hoog is.

Daaruit moet worden geconcludeerd dat de gemeten expansiedrukken in werkelijkheid hoger waren dan uit de meting zou volgen.

Vermoedelijk zijn de afwijkingen te verklaren uit nulpuntsverschuivingen die in de drukmeter moeten zijn opgetreden als gevolg van de hoge temperaturen.

Deze nulpuntsverschuivingen manifesteren zich blijkbaar met een zekere vertraging t.o.v. het temperatuurverloop.

Fig. 6.7-5



DRUK IN DE CYLINDER

HEERLEEF TE DORDRECHT TER VERIFICATIE VAN HET DIESELPROGRAMMA - 23 JUNI 1981

BLOK D50-02, 3.106 G BRANDSTOF PER SLAG, VERBRANDINGSPERCENTAGE=85%.

VERBRANDINGSDUUR= 8 MS, ONTSTEKINGSVERTRAGING= 1.6 MS, PAALZAKING= 7 MM.

```

1 ==> $AS 10*x3
2 ==> $SDISELS
3
4
5 D30-02 ST4 H=2.6423 B=3.108 PR
6
7
8 VALBLOK: MASSA= 3110. KG HOOGTE= 3.230 M HOOGTE SLAGSTUK= 0.610 M ZUIGEROPP.=0.1305 M**2
9 C(VALBLOK)=5060. M*SEC C(SLAGSTUK)=5123. M*SEC
10 HOOGTE B.K. INLAAT=0.836 M HOOGTE O.K. INLAAT=0.500 M TOTAAL OPP. INLAATOPENINGEN=0.0088 M**2
11 CONTRACTIE COEFFICIENT VOOR INLAAT= 0.60 VOL.VERBR.PUIJITE= 0.008210 M**3
12
13 TEMP. BUITEN EN BINNEN 288.00 EN 367.10 GRADEN KELVIN
14 ATMOSFERISCHE DRUK =1.000 BAR
15 VOLU.WAARTECAP.WAHD= 1100000. J/M**3/GPD
16 IMPEDANTIES VAN BLOK EN PAAL 4784615.4 1287560.0 M*SEC**4
17 PAALZAKING= 7.0 M BEGIN- EN EINDTYD VAN DE PAALZAKING T.O.V. HET
18 EIJD VA DE VERBRANDING IN MILLISEC. 0.0 10.0
19 GEMIDDELDE PAALSHELHEID= 0.70 M*SEC
20
21 3.11 GRAM BRANSTOF PER SLAG. VERBRANDINGSJAARTE=42600. KJ/G
22 ONTSTEKINGSVERTRAGING= 1.60 MILLISEC.
23 VERBRANDINGSDUUR= 0.00 MILLISEC.
24
25 DE FORMULE VAN WIEBE LUIDT: X=ETA*(1-EXP(-ALND*TAU**XB)) MET:
26 ETA=0.050,ALND= 6.9000 EN XB=2.50
27
28 OPSTUITHOOGTE= 2.642 M
29 FASE 1 = VALLEN EN LUCHT UITDRYVEN
30 FASE 2 = COMPRESSIE
31 FASE 3 = TREFFEN EN LEER OPSTUITEN
32 FASE 4 = EVENTUELE EXPANSIE. VOOR DE VERBRANDING
33 FASE 5 = VERBRANDING
34 FASE 6 = EXPANSIE
35 FASE 7 = EXPANSIE EN UITLAAT
36 FASE 8 = EXPANSIE EN LUCHT AANZUIGEN.
37
38 SAMENSTELLING BUITENLUCHT (GEW.FRACTIES) N2 O2 AR CO2 H2O CO BRANST.
39 0.7552682 0.2314376 0.0128385 0.0084557 0.0000000 0.0000000 0.0000000
40 MOLMASSA: 28.994 KG/KMOL, GASCONSTANTE: 286.76 J*KG*GR.KELVIN
41
42 SLAG NUMMER 1
43
44
45 SAMENSTELLING GAS IN CYLINDER (GEW.FRACTIES) N2 O2 AR CO2 H2O CO BRANST.
46 0.7500993 0.2097452 0.0127506 0.0194168 0.0071161 0.0000000 0.0000720
47 MOLMASSA: 28.994 KG/KMOL, GASCONSTANTE: 286.76 J*KG/GP.KELVIN
48
49 TYD X HOOGTE SHELH. VERSN. ABS.DRUK VOLUHE TEMP. DICHTH. MASSA
50 SEC M M M/SEC M/SEC**2 BAR M**3 (ABS) KG/M**3 KG
51
52 FASE 1
53
54
55 0.00100 0.0000 2.6423 0.010 9.810 1.00000 0.374168 338.7 1.029593 0.395
56 367.1 0.0000 0.0
57
58 0.10000 0.0400 2.5933 0.981 9.804 1.00136 0.367376 339.7 1.027809 0.378
59 367.1-0.1455 350.8
60
61 0.20000 0.1961 2.4462 1.960 9.788 1.00504 0.347006 341.4 1.026453 0.356
62 367.1-0.2809 345.0
63
64 0.30000 0.4411 2.2012 2.930 9.761 1.01103 0.313081 343.5 1.026328 0.321
65 367.1-0.4150 1354.7
66
67 0.40000 0.7036 1.8507 3.912 9.724 1.01948 0.265638 345.9 1.027825 0.273
68 367.1-0.5498 1817.1
69
70 0.50000 1.2234 1.4189 4.882 9.674 1.03066 0.204730 348.5 1.031317 0.211
71 367.1-0.6872 2189.9
72
73 0.60000 1.7599 0.8824 5.847 9.610 1.04500 0.130426 351.4 1.037247 0.135
74 367.1-0.8296 2446.7
75
76 DELX= 0.291038E-10
77 0.66227 2.1423 0.5000 6.422 7.942 1.42565 0.077460 384.3 1.293768 0.100
78 367.1 0.0000 2502.2
79
80 FASE 2
81
82 0.66300 2.1470 0.4953 6.427 7.914 1.44235 0.076813 385.5 1.304671 0.100
83 367.1 0.0000 2501.0
84
85 0.66900 2.1857 0.4566 6.473 7.284 1.59446 0.071452 396.4 1.402545 0.100
86 367.1 0.0000 2487.1
87
88 0.67900 2.2507 0.3916 6.538 5.870 1.92061 0.062441 417.3 1.604966 0.100
89 367.1 0.0000 2447.6
90
91 0.68900 2.3164 0.3259 6.587 3.890 2.38422 0.053349 442.6 1.878467 0.100
92 367.1 0.0000 2383.4
93
94 0.69900 2.3824 0.2599 6.610 0.911 3.08340 0.044207 474.3 2.266945 0.100
95 367.1 0.0000 2297.2
96
97 0.70900 2.4485 0.1938 6.595 -3.921 4.22870 0.035057 515.9 2.858635 0.100
98 367.1 0.0000 2147.0
99
100 0.71900 2.5141 0.1282 6.512 -12.742 6.35092 0.025970 573.9 3.958853 0.100
101 367.1 0.0000 1940.9
102
103 0.72900 2.5793 0.0640 6.292 -32.262 11.17171 0.017081 664.0 5.867159 0.100
104 367.1 0.0000 1620.3
105
106 0.73900 2.6387 0.0036 5.696 -94.784 27.50929 0.008706 833.4 11.511124 0.100
107 367.1 0.0000 1040.1
108

```

Fig. 6.7-6

```

109 DELX= 0.000000E+01
110 FASE 3
111
112 0.72963 2.6423 0.0000 5.627 -108.246 29.74018 0.008210 849.6 12.206490 0.100
113 367.1 0.0000 984.6
114
115 0.74093 2.6477-0.0054 0.000 -108.246 29.69275 0.008210 848.3 12.206490 0.100
116 367.1 0.0000 870.6
117
118 FASE 4
119
120 SAHENSTELLING GAS IN CYLINDER (GEW.FRACTIES) N2 O2 AR CO2 H2O CO BRANDST.
121 0.7275361 0.2034368 0.0123671 0.0108327 0.0069020 0.0000000 0.0303261
122 MOLMASSA: 29.733 KG/KMOL, GASCONSTANTE: 279.64 J/KG*GR.KELVIN
123
124 0.74123 2.6477-0.0054 0.000 -108.246 29.52646 0.008277 845.9 12.482685 0.103
125 367.1 0.0000 844.3
126
127 FASE 5
128
129 0.74163 2.6477-0.0054 -0.047 -116.181 29.26923 0.008268 847.7 12.346846 0.103
130 367.1 0.0000 840.1
131
132 SAHENSTELLING GAS IN CYLINDER (GEW.FRACTIES) N2 O2 AR CO2 H2O CO BRANDST.
133 0.7275361 0.2030948 0.0123671 0.0191545 0.0070228 0.0000000 0.0308248
134 MOLMASSA: 29.730 KG/KMOL, GASCONSTANTE: 279.66 J/KG*GR.KELVIN
135
136 0.74263 2.6476-0.0053 -0.166 -125.482 31.93448 0.008518 940.0 12.130498 0.103
137 367.1 0.0000 814.7
138
139 SAHENSTELLING GAS IN CYLINDER (GEW.FRACTIES) N2 O2 AR CO2 H2O CO BRANDST.
140 0.7275361 0.1959389 0.0123671 0.0259032 0.0095551 0.0000000 0.0286996
141 MOLMASSA: 29.688 KG/KMOL, GASCONSTANTE: 280.14 J/KG*GR.KELVIN
142
143 0.74363 2.6474-0.0051 -0.308 -159.223 39.98719 0.008550 1174.4 12.084494 0.103
144 367.1 0.0000 762.1
145
146 SAHENSTELLING GAS IN CYLINDER (GEW.FRACTIES) N2 O2 AR CO2 H2O CO BRANDST.
147 0.7275361 0.1778898 0.0123671 0.0429252 0.0159425 0.0000000 0.0233394
148 MOLMASSA: 29.552 KG/KMOL, GASCONSTANTE: 281.35 J/KG*GR.KELVIN
149
150 0.74463 2.6470-0.0047 -0.492 -203.226 49.79871 0.008605 1466.4 12.007420 0.103
151 367.1 0.0000 650.8
152
153 SAHENSTELLING GAS IN CYLINDER (GEW.FRACTIES) N2 O2 AR CO2 H2O CO BRANDST.
154 0.7275361 0.1541622 0.0123671 0.0653025 0.0243393 0.0000000 0.0162928
155 MOLMASSA: 29.387 KG/KMOL, GASCONSTANTE: 282.93 J/KG*GR.KELVIN
156
157 0.74563 2.6464-0.0041 -0.716 -239.685 57.63773 0.008688 1705.4 11.892404 0.103
158 367.1 0.0000 451.2
159
160 SAHENSTELLING GAS IN CYLINDER (GEW.FRACTIES) N2 O2 AR CO2 H2O CO BRANDST.
161 0.7275361 0.1337126 0.0123671 0.0845883 0.0315761 0.0000000 0.0102198
162 MOLMASSA: 29.245 KG/KMOL, GASCONSTANTE: 284.38 J/KG*GR.KELVIN
163
164 0.74663 2.6456-0.0033 -0.968 -258.676 61.49981 0.008805 1838.5 11.735183 0.103
165 367.1 0.0000 161.9
166
167 SAHENSTELLING GAS IN CYLINDER (GEW.FRACTIES) N2 O2 AR CO2 H2O CO BRANDST.
168 0.7275361 0.1215882 0.0123671 0.0968228 0.0358668 0.0000000 0.0066191
169 MOLMASSA: 29.162 KG/KMOL, GASCONSTANTE: 285.11 J/KG*GR.KELVIN
170
171 0.74763 2.6445-0.0022 -1.229 -262.239 62.83978 0.008957 1884.2 11.535879 0.103
172 367.2 0.0000 -191.0
173
174 SAHENSTELLING GAS IN CYLINDER (GEW.FRACTIES) N2 O2 AR CO2 H2O CO BRANDST.
175 0.7275361 0.1166174 0.0123671 0.1087187 0.0376259 0.0000000 0.0051429
176 MOLMASSA: 29.128 KG/KMOL, GASCONSTANTE: 285.44 J/KG*GR.KELVIN
177
178 0.74863 2.6431-0.0008 -1.489 -257.419 60.84499 0.009145 1886.1 11.298312 0.103
179 367.2 0.0000 -579.5
180
181 SAHENSTELLING GAS IN CYLINDER (GEW.FRACTIES) N2 O2 AR CO2 H2O CO BRANDST.
182 0.7275361 0.1152213 0.0123671 0.1020274 0.0381208 0.0000000 0.0047282
183 MOLMASSA: 29.119 KG/KMOL, GASCONSTANTE: 285.53 J/KG*GR.KELVIN
184
185 0.74913 2.6423 0.0000 -1.617 -253.598 59.96027 0.009253 1880.4 11.166962 0.103
186 367.2 0.0000 -781.3
187
188 SAHENSTELLING GAS IN CYLINDER (GEW.FRACTIES) N2 O2 AR CO2 H2O CO BRANDST.
189 0.7275361 0.1150301 0.0123671 0.1022077 0.0381876 0.0000000 0.0046715
190 MOLMASSA: 29.118 KG/KMOL, GASCONSTANTE: 285.55 J/KG*GR.KELVIN
191
192 FASE 6
193
194 0.74923 2.6422 0.0001 -1.642 -252.762 59.68328 0.009285 1878.3 11.128157 0.103
195 367.2 0.0000 -822.1
196
197 0.75563 2.6278 0.0153 -3.004 -175.892 42.45776 0.012001 1727.1 9.609411 0.103
198 367.3 0.0000 -3424.8
199
200 0.76563 2.5697 0.0526 -4.333 -100.516 25.65519 0.017507 1522.3 5.901923 0.103
201 367.4 0.0000 -6947.3
202
203 0.77563 2.5421 0.1002 -5.117 -60.336 16.68464 0.024097 1362.7 4.287842 0.103
204 367.4 0.0000 -9835.8
205
206 0.78563 2.4884 0.1539 -5.594 -37.441 11.57124 0.031540 1237.8 3.275939 0.103
207 367.5 0.0000 -12228.2
208
209 0.79563 2.4308 0.2115 -5.893 -23.657 8.49873 0.039511 1137.1 2.615057 0.103
210 367.5 0.0000 -14254.8
211
212 0.80563 2.3789 0.2714 -6.082 -14.823 6.51532 0.047814 1055.9 2.160931 0.103
213 367.5 0.0000 -16006.1
214
215 0.81563 2.3094 0.3329 -6.189 -8.845 5.17779 0.056326 998.5 1.834392 0.103
216 367.5 0.0000 -17542.6

```

Fig. 6.7-7



6.7.2 Uit het gemeten verloop van de verplaatsingen kan het verloop van de bewegingssnelheid worden bepaald.

Daartoe zijn de gemiddelde snelheden berekend uit de tijdsverschillen voor verplaatsingen van 100 mm. Deze gemiddelde snelheden zijn in fig. 6.7-9 weergegeven. Ter vergelijking is daarin tevens het berekende snelheidsverloop getekend. De overeenkomst is vrij goed; de snelheden die verkregen zijn uit de metingen zijn iets kleiner dan de berekende snelheden en de tijdsduur vanaf het begin van de compressie tot aan het eind van de expansie is, uiteraard, iets langer dan volgens de berekening.

De trefsnelheid is niet met nauwkeurigheid te bepalen; vermoedelijk was zij ongeveer 5,0 m/s, iets lager dan de berekende trefsnelheid van 5,63 m/s (zie blz. 237).

6.7.3 Uitgaande van de trefsnelheid en het drukverloop volgens de in fig. 6.7-6 t/m 8 weergegeven berekening zijn heiberekeningen uitgevoerd met PILEWAVE.

Het bleek dat de weerstanden waarbij een zakking van 7 mm werd gevonden ongeveer 50% hoger geschat moesten worden dan bij de voorspellingsberekening (zie 6.5 en 6.6.1).

Het stootdiagram berekend voor een afstand van 1,00 m beneden de paalkop, overeenkomstig met de plaats van de rekstrookjes is weergegeven in fig. 6.7-10 (blz. 238).

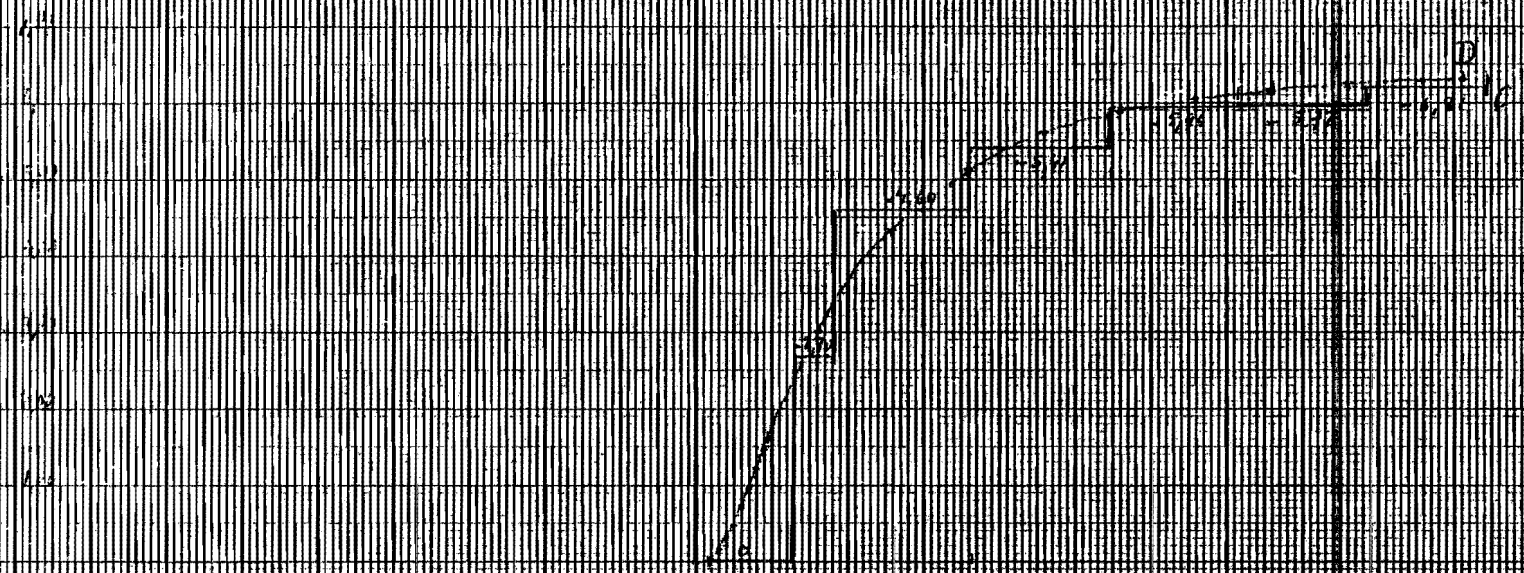
Bij vergelijking met het gemeten stootdiagram (fig. 6.6-7) valt het volgende op:

1. De aanvangsdruk in de paal vóór het treffen, nl. het gevolg van de compressiedruk wordt in PILEWAVE niet in de berekening verdisconteerd daar deze begint op het ogenblik van treffen.
2. Gedurende de eerste periode van  $\frac{18,50-1,00}{4,2} = 8,33$  ms is de overeenstemming vrij goed.  
Daarbij valt de zeer hoge beginpiek van ongeveer 1000 tf in het gemeten diagram op.  
Vermoedelijk is deze niet reëel; bij een groot aantal heiproeven is gebleken dat bij het treffen van het heiblok vermoedelijk een elektrodynamische spanning wordt geïnduceerd, hetzij op de rekstrook, hetzij op de verbindingskabel naar de recorder.
3. De trekkracht en de drukkrachten na de eerste periode is volgens de meting groter dan de berekende kracht en zijn volgens de meting aanzienlijk hoger dan volgens de berekening. Vooral de drukpiek op ongeveer 12 ms is veel hoger dan de berekende kracht; daarna zijn de gemeten krachten ongeveer twee maal de berekende krachten. Een verklaring hiervoor heb ik niet kunnen vinden. Het in fig. 6.6-7 weergegeven diagram was gemeten bij de twintigste slag van de D30-02.  
Bij de meting gedurende de vijfde slag blijkt de piek bij 12 ms aanzienlijk lager te zijn.



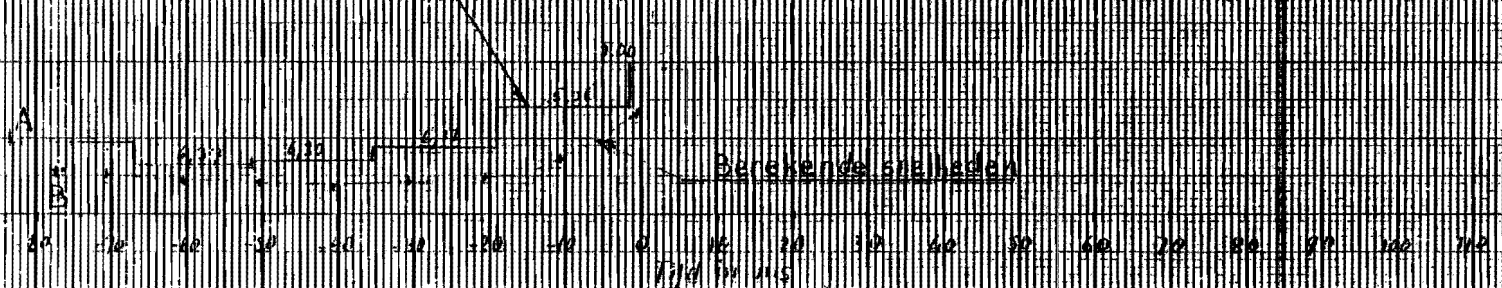
Fig. 6-2-9 Gemeten en berekende smeltdaden

$\frac{1}{2} \frac{dV}{dt}$



- A. Begin van de compressie (meting)
- B. " " " " " " " " (berekening)
- C. Einde van de expansie (meting)
- D. " " " " " " " " (berekening)

Gemiddelde smeltdaden  
 afgeleid uit de gemeten versplaattingen



Berekende smeltdaden

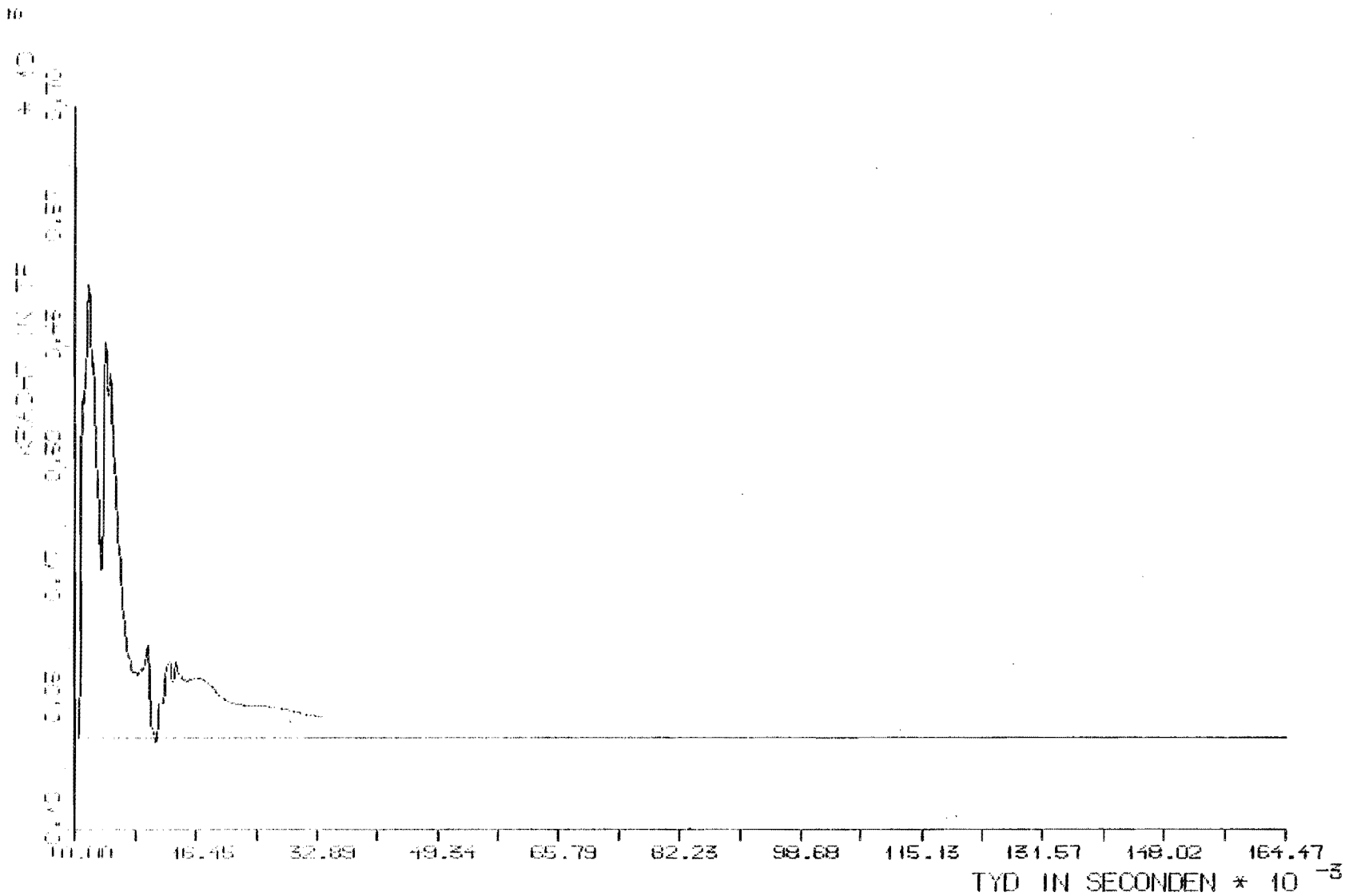


Fig. 6.7-10

ERVAARD OP 1,0 M ONDER DE PAALKOP

SITUATIE VAN DE METPROEF TE DORDRECHT TER VERIFICATIE VAN HET

DITSELDIENSTWINKEL --- GEVAL VAN MAXIMALE WEERSTAND BY 15.5 M PENETRATIE

BLOK: D50-02 ST 4, (NET PAALVERPL) -- PILEWAVE RUN 10102 OP 28 AUG. 1981

## 6.8 Conclusies

1. De metingen en de theoretische berekeningen stemmen vrij goed overeen.
2. De geconstateerde afwijkingen zijn relatief gering en kunnen worden verklaard uit:
  - a) het volume van de verbrandingskamer dat groter is dan het opgemeten volume en vermoedelijk door enige lek bij hoge drukken ook schijnbaar groter is;
  - b) de bij de meting gevonden te lage drukken bij de expansie zijn veroorzaakt door een van de hoge temperatuur afhankelijke nulpuntsverschuiving;
  - c) de verplaatsingssnelheden van het valblok die bij de meting iets geringer bleken te zijn dan die gevonden uit de berekening zijn waarschijnlijk te verklaren uit het feit dat in de berekening de geringe wrijving is verwaarloosd.
3. Het experiment heeft aangetoond dat het computerprogramma DISELS, in combinatie met het heiprogramma PILEWAVE, *de werking van het dieselheiblok voldoende nauwkeurig simuleert.*

Appendix

1. De oplossing van getransformeerde differentiaalvergelijking voor  $\bar{u}$

$$c^2 \frac{d^2 \bar{u}}{dx^2} = (s^2 + \alpha s) \bar{u}$$

luit:

$$\bar{u}(x,s) = C_1 \cos \left( i \sqrt{\frac{s^2 + \alpha s}{c^2}} x \right) + C_2 \sin \left( i \sqrt{\frac{s^2 + \alpha s}{c^2}} x \right)$$

De randvoorwaarden die nodig zijn voor de bepaling van de integratie-constanten  $C_1$  en  $C_2$  vindt men door transformatie van de in 2.1.3 genoemde randvoorwaarden en wel:

$$\text{voor } x = 0 \quad \bar{F}(0,s) = \bar{F}_0(s) = -EA \left( \frac{d\bar{u}(x,s)}{dx} \right)_{x=0}$$

$$\text{voor } x = L \quad \bar{u}(L,s) = 0$$

Schrijft men ter vereenvoudiging in plaats van  $\sqrt{\frac{s^2 + \alpha s}{c^2}} = R$ ,

zodat  $\bar{u}(x,s) = C_1 \cos(iRx) + C_2 \sin(iRx)$ , dan vindt men

voor de afgeleide van  $\bar{u}$ :

$$\frac{d\bar{u}(x,s)}{dx} = iR(-C_1 \sin(iRx) + C_2 \cos(iRx))$$

Gesubstitueerd in de randvoorwaarden vindt men:

$$\text{voor } x = 0 \quad iRC_2 = -\frac{\bar{F}_0(s)}{EA}$$

$$\text{voor } x = L \quad C_1 \cos(iRL) + C_2 \sin(iRL) = 0,$$

zodat:

$$C_1 = -i \frac{\bar{F}_0(s)}{EA \cdot R} \operatorname{tg}(iRL) \text{ en } C_2 = i \frac{\bar{F}_0(s)}{EA \cdot R}$$

Daarmee wordt:

$$\bar{u}(x,s) = -i \frac{\bar{F}_0(s)}{EA} \cdot \frac{\sin(iR(L-x))}{R \cos(iRL)}$$

$$\frac{d\bar{u}(x,s)}{dx} = - \frac{\bar{F}_0(s)}{EA} \cdot \frac{\cos(iR(L-x))}{\cos(iRL)}$$

De getransformeerde snelheid wordt dan  $\bar{v}(x,s) = s\bar{u}(x,s)$  en

de getransformeerde kracht:  $\bar{F}(x,s) = -EA \frac{d\bar{u}(x,s)}{dx}$

Daarmee wordt:

$$\bar{v}(x,s) = \frac{\bar{F}_0(s)}{EA} \cdot \frac{-is \cdot \sin(iR(L-x))}{R \cos(iRL)} = \frac{\bar{F}_0(s)}{EA} \cdot \bar{v}_1(x,s)$$

$$\bar{F}(x,s) = \bar{F}_0(s) \cdot \frac{\cos(iR(L-x))}{\cos(iRL)} = \bar{F}_0(s) \cdot \bar{F}_1(x,s)$$

2. Teneinde de inverse functies  $v(x,t)$  en  $F(x,t)$  te vinden, worden eerst de inverse functies  $v_1(x,t)$  en  $F_1(x,t)$  bepaald, waarna de convolutie integraal voor de Laplace transformatie wordt toegepast:

$$v(x,t) = \int_0^t F_0(t-\tau) \cdot v_1(x,\tau) d\tau$$

$$F(x,t) = \int_0^t F_0(t-\tau) \cdot F_1(x,\tau) d\tau$$

3. De inversies van  $\bar{v}_1(x,s)$  en  $\bar{F}_1(x,s)$  worden bepaald de inversie ingetraal van Laplace, b.v. voor  $v_1(x,t)$

$$v_1(x,t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{a-i\infty}^{a+i\infty} \bar{v}_1(x,s) e^{st} ds$$

Voor een functie  $\bar{f}(s)$  die geen andere singulariteiten heeft dan *polen* is het resultaat van deze integratie gelijk aan de *som van de residuen* van deze polen.

Vat men  $\bar{f}(s)$  op als het quotiënt van twee functies

$$\bar{f}(s) = \frac{T(s)}{N(s)},$$

dan liggen de polen  $s_n$  van  $\bar{f}(s)$  daar waar  $\lim_{s \rightarrow s_n} N(s) = 0$

en het daarbij behorende residu is dan

$$\frac{T(s_n)}{\lim_{s \rightarrow s_n} \left( \frac{\partial N(s)}{\partial s} \right)}$$

De functies waarvoor de polen en residuen bepaald moeten worden zijn

$$\bar{v}_1(x,s) = \frac{-is \cdot \sin(iR(L-x)) \cdot e^{st}}{R \cos(iRL)}$$

$$\text{met } R = \frac{1}{c} s^2 + \alpha s$$

$$\bar{F}_1(x,s) = \frac{\cos(iR(L-x)) \cdot e^{st}}{\cos(iRL)}$$

Voor de eerste van deze functies bevat de noemer een factor R.

Deze levert echter geen pool, daar

$$\lim_{R \rightarrow 0} \left( \frac{\sin(iR(L-x))}{R} \right) = i(L-x)$$

De functie  $\cos(iRL)$  levert wel polen:

$$\cos(iRL) = 0 \quad \text{voor } iRL = (2n-1) \cdot \frac{\pi}{2} \quad n = 1, 2, 3, \dots \infty$$

$$i \cdot \frac{L}{c} \sqrt{s_n^2 + \alpha s_n} = i \cdot T \sqrt{s_n^2 + \alpha s_n^*} = (2n-1) \cdot \frac{\pi}{2} \quad \text{heeft als oplossingen}$$

$$(s_n)_{1,2} = \frac{-\alpha \pm i \frac{\pi}{T} \cdot \sqrt{(2n-1)^2 - \left(\frac{\alpha T}{\pi}\right)^2}}{2}$$

waarvoor wij schrijven:

$$(s_n)_{1,2} = \frac{1}{2} \left( -\alpha \pm i \frac{\pi}{T} W_n \right)$$

$$\text{Met } N(s) = \cos(iT \sqrt{s^2 + \alpha s}) \text{ wordt } \frac{\partial N}{\partial s} = -\sin(iT \sqrt{s^2 + \alpha s}) \cdot iT \cdot \frac{2s + \alpha}{2 \sqrt{s^2 + \alpha s}}$$

$$\text{zodat } \lim_{s \rightarrow s_n} \frac{\partial N}{\partial s} = -(-1)^{n+1} \cdot iT \cdot \frac{\pm i \pi W_n \cdot i}{2(2n-1) \cdot \frac{\pi}{2}} = \pm (-1)^{n+1} \cdot \frac{i T W_n}{2n-1}$$

In de tellers van de functies komen voor  $\sin\left(iRL \cdot \frac{L-x}{L}\right)$  en

$$\cos\left(iRL \cdot \frac{L-x}{L}\right). \text{ Deze worden bij de polen } \sin \text{ resp. } \cos\left(\frac{2n-1}{2} \cdot \pi \cdot \frac{L-x}{L}\right)$$

$$\text{Voorts is } e^{st} = e^{-\frac{1}{2}\alpha t} \cdot e^{\pm i \frac{\pi}{2T} W_n t}$$

Het ligt voor de hand de termen met + en -, corresponderend

met  $(s_n)_1$  en  $(s_n)_2$  samen te nemen. Voor  $\bar{v}_1$  heeft men

$$\frac{\sin\left(\frac{2n-1}{2} \cdot \pi \cdot \frac{L-x}{L}\right) \cdot e^{-\frac{1}{2}\alpha t}}{(-1)^{n+1} \frac{i T W_n}{2n-1} \cdot \frac{(2n-1)\pi}{iTc}} \left\{ \left( \alpha i + \frac{\pi W_n}{T} \right) e^{\frac{i T W_n}{2T} t} - \left( \alpha i - \frac{\pi W_n}{T} \right) e^{\frac{-i T W_n}{2T} t} \right\}$$

\*)  $T = \frac{L}{c}$  = de tijd waarin de golven de lengte L doorlopen.

$$= \frac{\sin\left(\frac{2n-1}{2} \cdot \pi \cdot \frac{L-x}{L}\right) \cdot e^{-\frac{1}{2}\alpha t} \cdot c}{(-1)^{n+1} \cdot W_n \pi} \left\{ \alpha i \cdot 2i \sin\left(\frac{\pi W}{2T} t\right) + \frac{\pi W}{T} \cdot 2 \cos\left(\frac{\pi W}{2T} t\right) \right\}$$

Daarmee wordt

$$v_1(x, t) = \frac{2c}{T} \cdot e^{-\frac{1}{2}\alpha t} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \sin\left(\frac{2n-1}{2} \cdot \pi \cdot \frac{L-x}{L}\right) \cdot \left\{ \cos\left(\frac{\pi W}{2T} t\right) - \frac{\alpha T}{\pi W} \sin\left(\frac{\pi W}{2T} t\right) \right\}$$

Evenzo vindt men

$$F_1(x, t) = \frac{2}{T} \cdot e^{-\frac{1}{2}\alpha t} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ (-1)^{n+1} \cos\left(\frac{2n-1}{2} \cdot \pi \cdot \frac{L-x}{L}\right) \cdot \frac{2n-1}{W_n} \sin\left(\frac{\pi W}{2T} t\right) \right\}$$

Hierna moet de convolutie integraal worden uitgewerkt.

Wij nemen als voorbeeld dat voor  $F_0(0, t)$  geldt

$$\begin{aligned} 0 < t < t_1 & \quad F_0(0, t) = 0 \\ t_1 < t < t_2 & \quad F_0(0, t) = F_0 \text{ (constant)} \\ t_2 < t & \quad F_0(0, t) = 0 \end{aligned}$$

Daarmee worden de convolutie integralen voor  $t > t_2$

$$\int_{t-t_2}^{t-t_1} v_1(x, \tau) d\tau \quad \text{resp.} \quad \int_{t-t_2}^{t-t_1} F_1(x, \tau) d\tau$$

Deze integralen behoeven slechts over de tijd-functies te worden uitgevoerd. Tenslotte vindt men met de notatie:

$$\xi = \frac{x}{L}, \quad \tau = \frac{t}{T}, \quad \tau_1 = \frac{t_1}{T}, \quad \tau_2 = \frac{t_2}{T}, \quad B = \frac{\alpha T}{\pi}, \quad \psi_n = \arctg\left(\frac{B}{W_n}\right)$$

$$\text{en } v_0 = \frac{F_0}{Z} = \frac{F_0 \cdot c}{EA} :$$



$$\frac{v(x,t)}{v_0} = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{W_n} \cos \frac{(2n-1)\pi\xi}{2} \left\{ e^{-\frac{1}{2}\pi B(\tau-\tau_1)} \cdot \sin \frac{1}{2}\pi W_n(\tau-\tau_1) - \right. \\ \left. - e^{-\frac{1}{2}\pi B(\tau-\tau_2)} \cdot \sin \frac{1}{2}\pi W_n(\tau-\tau_2) \right\}$$

$$\frac{F(x,t)}{F_0} = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{W_n} \sin \frac{(2n-1)\pi\xi}{2} \left[ e^{-\frac{1}{2}\pi B(\tau-\tau_2)} \cdot \cos \left\{ \frac{1}{2}\pi W_n(\tau-\tau_2) - \Psi_n \right\} - \right. \\ \left. - e^{-\frac{1}{2}\pi B(\tau-\tau_1)} \cdot \cos \left\{ \frac{1}{2}\pi W_n(\tau-\tau_1) - \Psi_n \right\} \right]$$

4. In een computerprogramma kunnen deze functies benaderd worden waarbij de sommaties worden berekend voor N termen.

Men kan dan bv. het verloop van  $\frac{F(x,t)}{F_0}$  en van  $\frac{v(x,t)}{v_0}$  berekenen

voor een willekeurig te kiezen tijd  $t = \tau \cdot T$  en voor bv.

(N+1) punten verdeeld over de staaflengte, dus voor

$$x_1 = L \cdot \xi_1 = (i-1) \cdot \frac{L}{N}.$$

De resultaten van een dergelijke berekening zijn weergegeven in de figuren

A-1 verloop van de relatieve kracht. blz. 248

A-2 een vergroting van een deel van A-1. blz. 250

A-3 verloop van de relatieve snelheid. blz. 252

Daarbij zijn de volgende parameters gebruikt:

$$\tau = 0,95, \tau_1 = 0, \tau_2 = 0,90, B = 0,95, N = 1000.$$

Men kan een dergelijke berekening ook uitvoeren met een computerprogramma volgens de principes van PILEWAVE, dus met een staaf verdeeld in N delen, waarbij in elk deelpunt een geconcentreerde wrijvingskracht W werkt volgens de formule  $W = \mu \cdot v$ , waarin  $\mu = \pi \cdot B \cdot c \cdot \Delta L / L = \frac{\pi \cdot B \cdot c}{N}$

(in de berekening wordt gesteld  $T = a$ ,  $L = 1$ , zodat ook  $c = 1$ )

De resultaten van een dergelijke berekening, waarbij de zelfde parameters zijn ingevoerd als voor de analytische berekening, zijn weergegeven in de figuren:

A-4 corresponderend met A-1 blz. 249

A-5 corresponderend met A-2 blz. 251

A-6 corresponderend met A-3 blz. 253

Zoals uit vergelijking van de figuren blijkt is de overeenstemming zeer goed. In feite is de "PILEWAVE" benadering zelfs beter dan die verkregen door sommatie van 1000 termen van de reeksen 2.1.14 en 2.1.15 (zie par. 2.1.3).



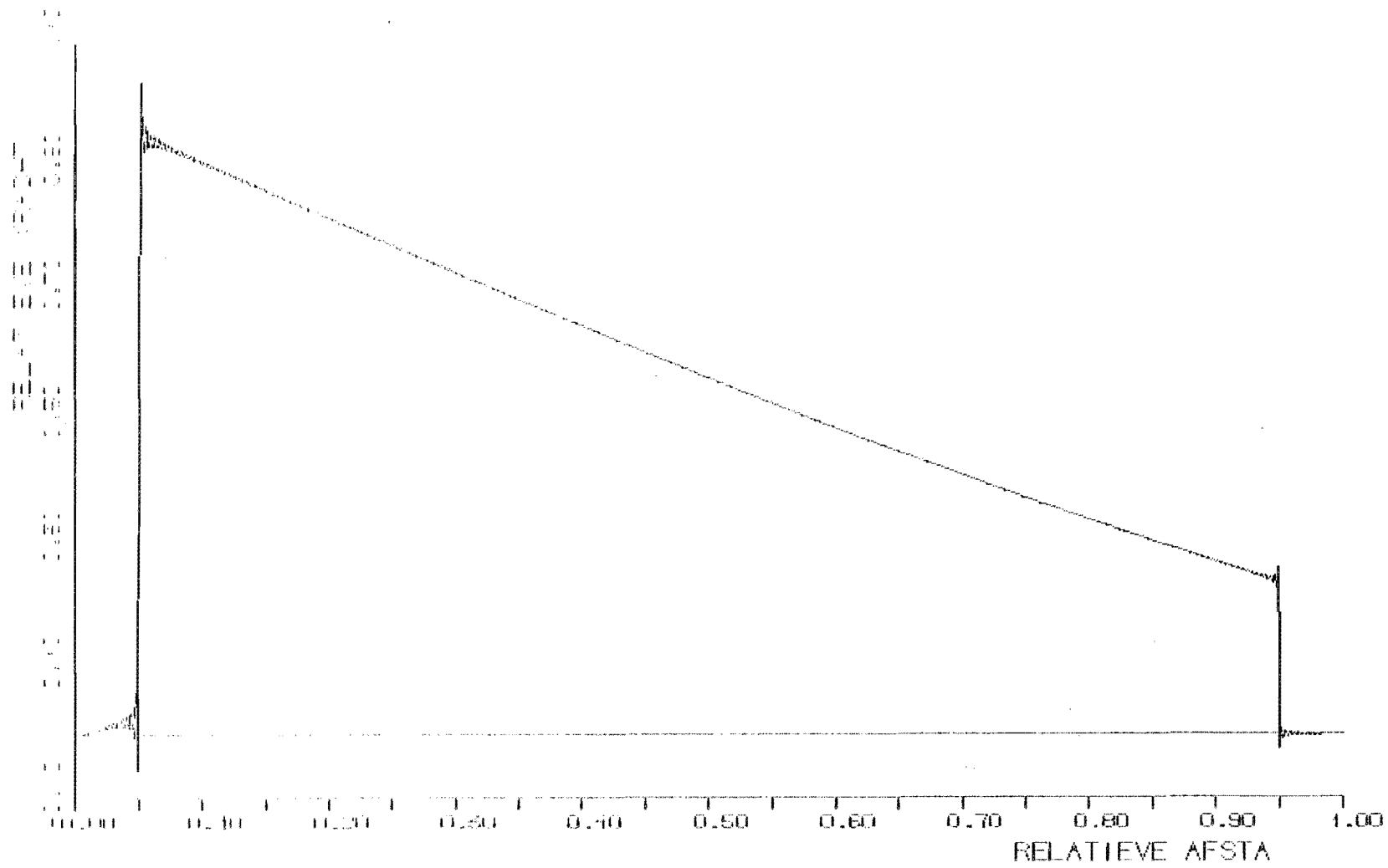


Fig. A-1

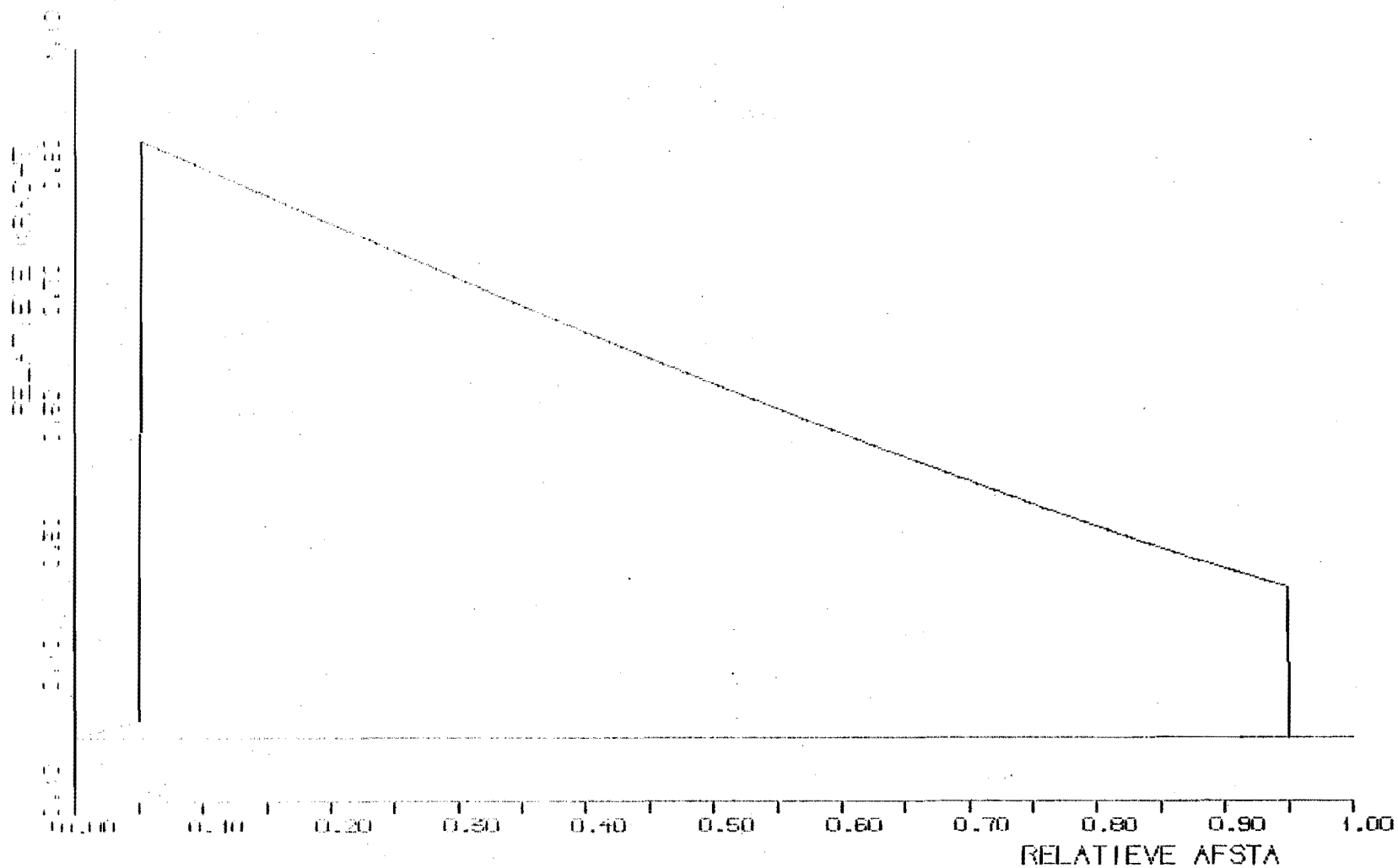
ELASTIEKE VERPLAATSING LANGS DE STAAF

BEHAALD VAN DE ANALYTIISCHE METHODE

ELASTIEKE VERPLAATSING VAN  $T_1=0$  TOT  $T_2=0.9$

BEHAALD VOOR  $\rho=0.95$ ,  $A=0.95$

Fig. A-4



HEATHSWERDOP LANGS DE STAAF

HEE KEND VOICERS DE METHODE VAN PILEWAVE

HEWACHE DE LINIERE EIND FO=1 VAN T1=0. TOT T2=0.8

HEBERENING VOOR TYD=0.95. W=VIS VIS=PI.001.95=0.0029845

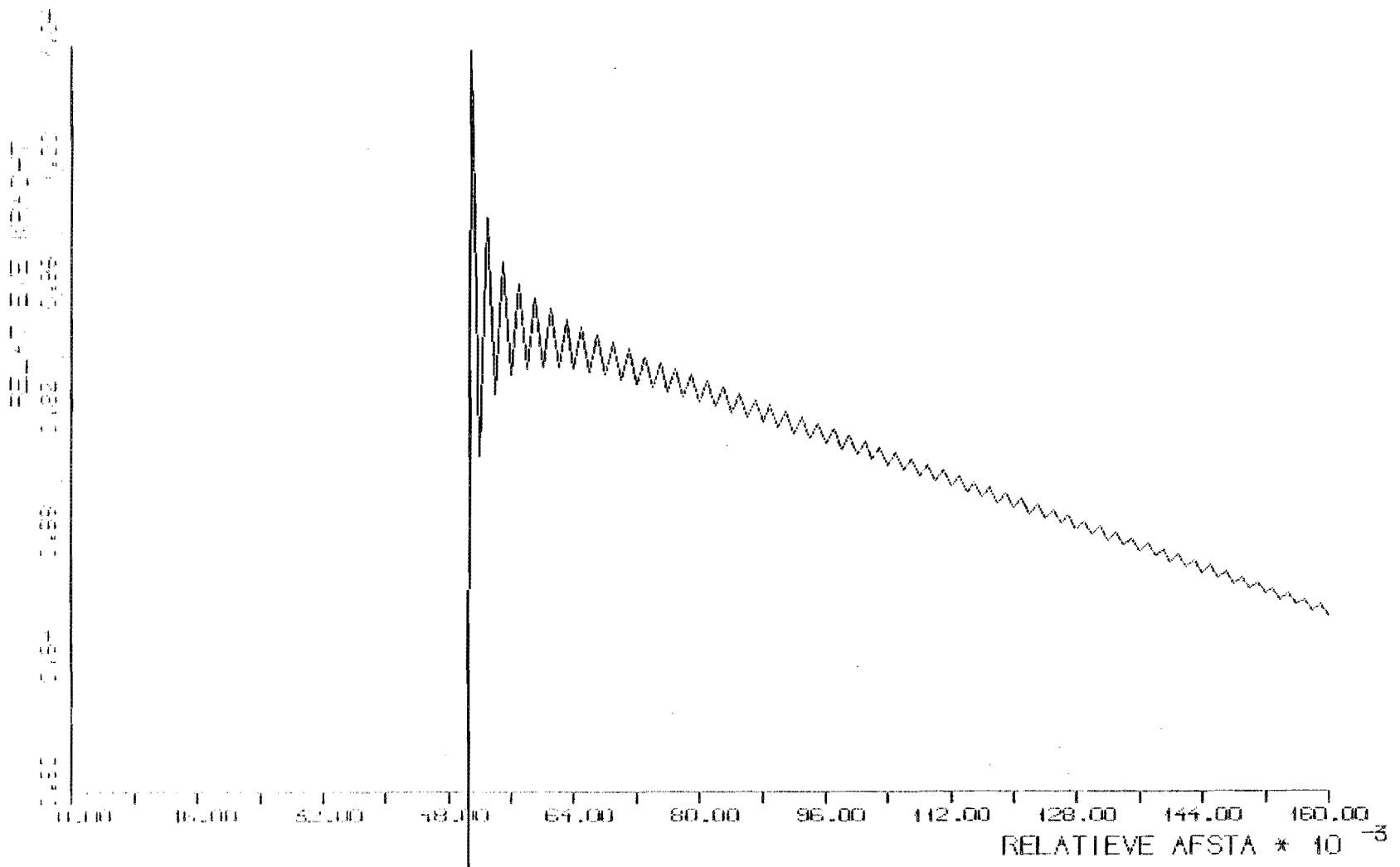
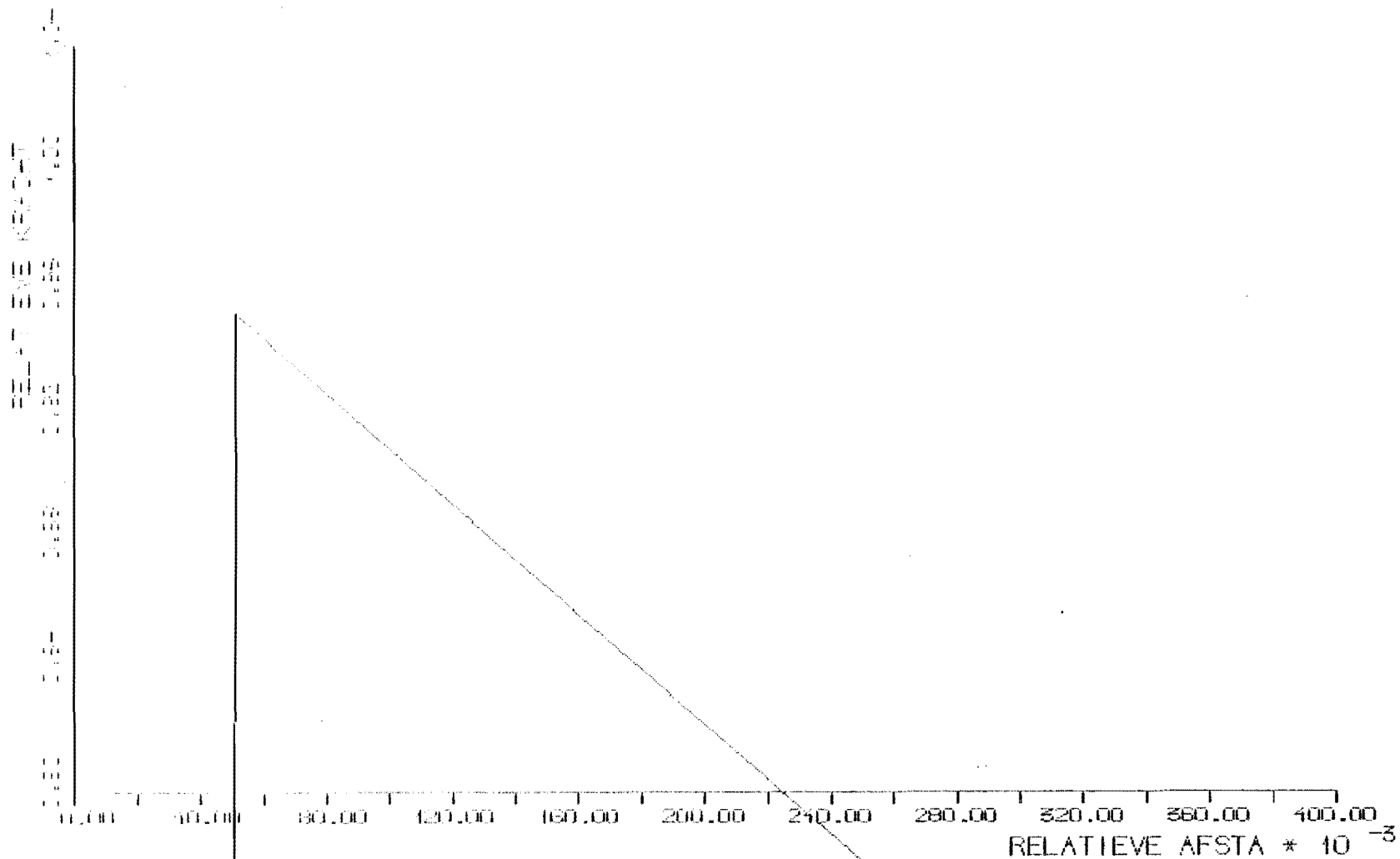


Fig. A-2

ERVAALOVERDOP LINDS DE STAAT  
 IN BEHOEF VAN DE ANALYTIISCHE METHODE  
 ERVAAL OP EENER FUND F6-1 VAN T1=0. TOT T2=0.9  
 IN BEHOEF VOOR T1=0.95. A=0.95

Fig. A-5

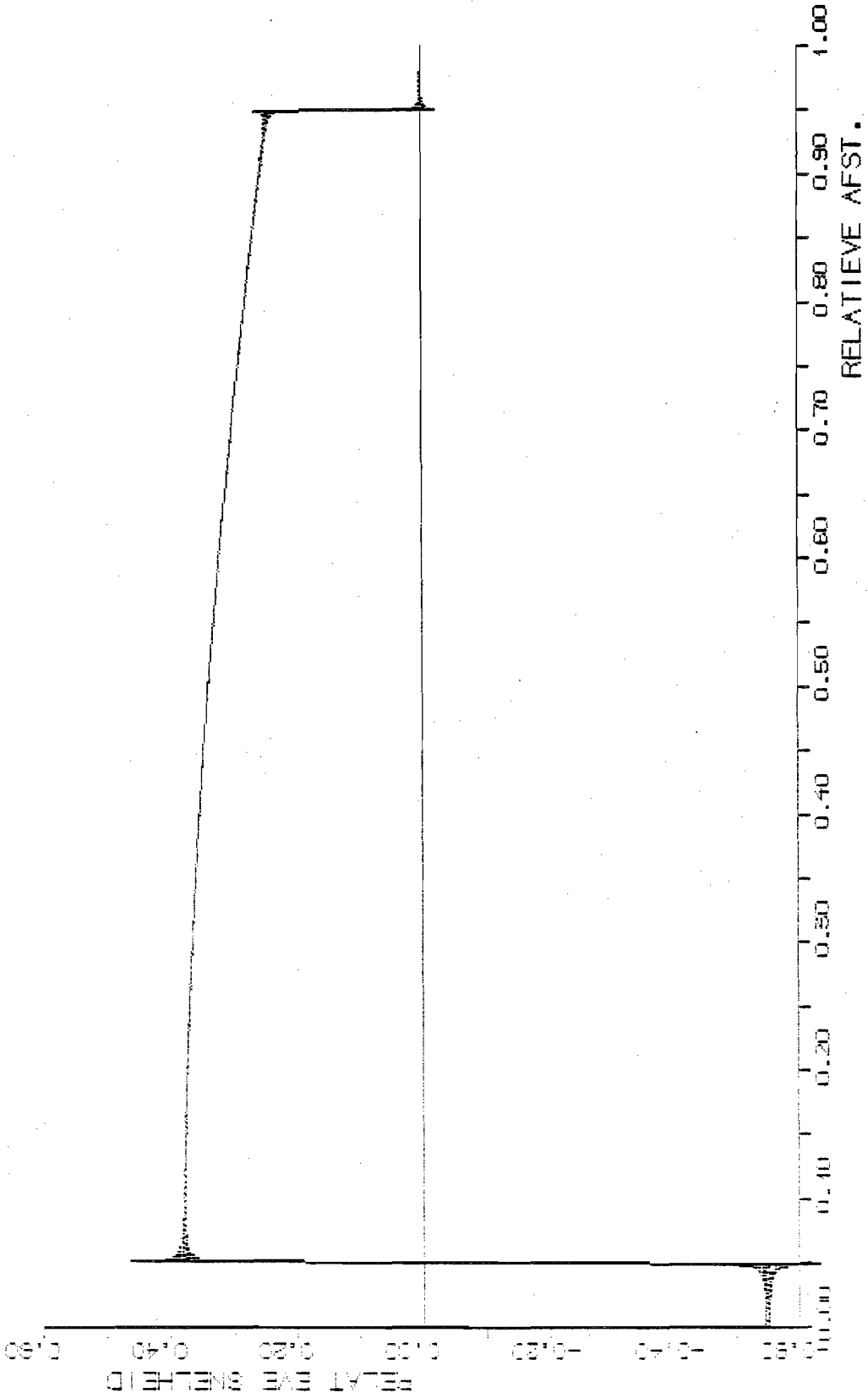


REACTIESMIDDELEN LANGS DE STAAF

DE BELEIDING VOLGENS DE METHODE VAN PILEWAVE

DE WEGE OP 1 METR (100)  $E_0=1$  VAN  $T_1=0$ , TOT  $T_2=0.9$

DE BELEIDING VOOR  $\gamma_D=0.95$ ,  $V=V_{IS}$   $V_{IS}=P_{1.00} \cdot 1.95=0.0029845$

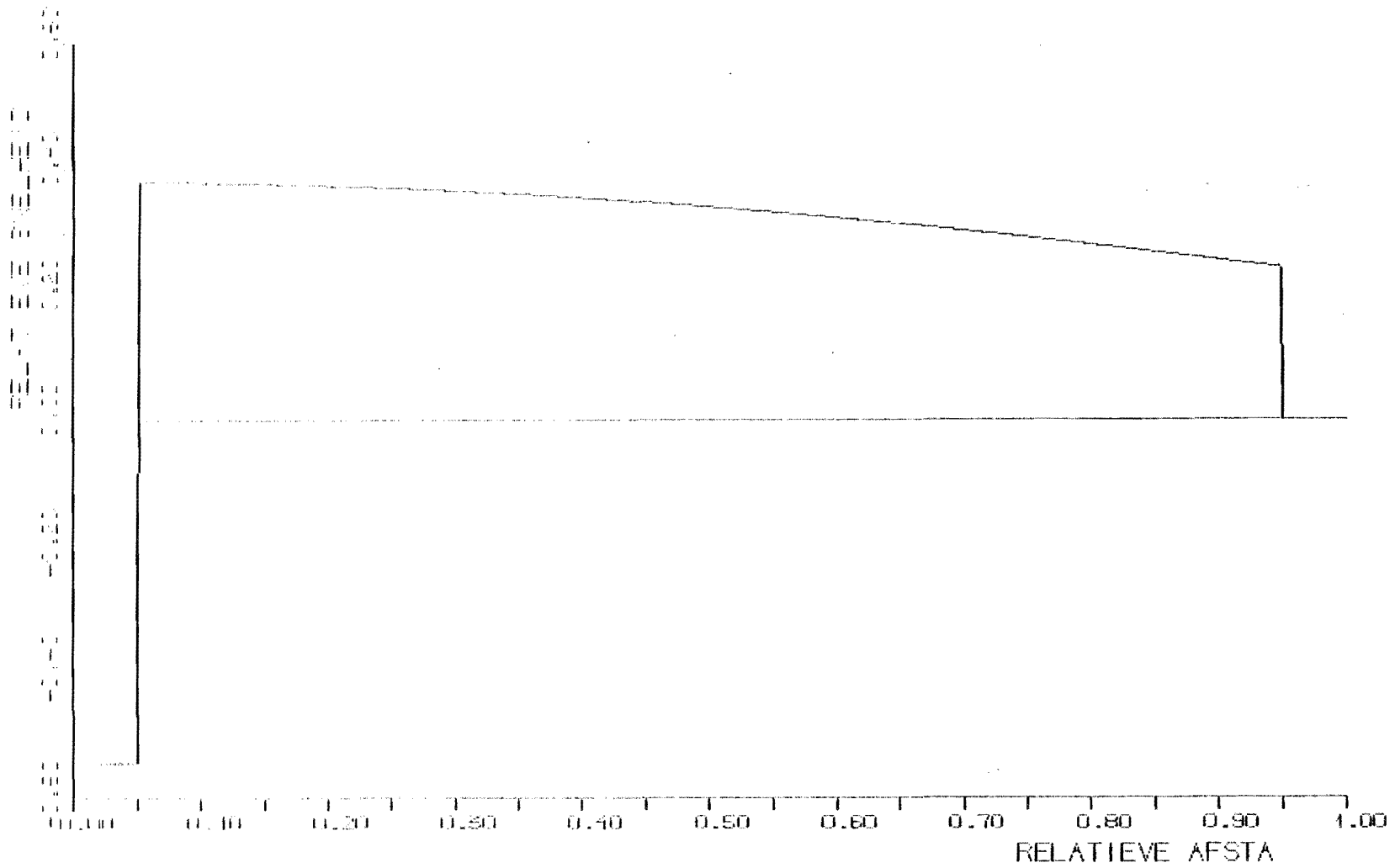


SPILTIJDEVERLOOP LANGS DE STAAF  
 BEREKEND VOLGENS DE ANALYTISCHE METHODE  
 TIJDTIJD OP LINTERE CIJND FO=1 VAN T1=0. TOT T2=0.9  
 BEREKEND VOOR TYD=0.95. A=0.95

Fig. A-3



Fig. A-6



SNELHEID WERELDOP LANGS DE STAAF

DETERMINATIE VAN DE METHODE VAN PILEWAVE

ELASTICITEIT EN DE FASE VAN  $T_1=0$  TOT  $T_2=0.9$

DETERMINATIE VOOR  $T_2=0.95$ ,  $W=VIS$ ,  $VIS=PI,001,95=0.0029845$

## LITERATUUR

1. Kümmel, F. Delmag Verfahrrentechnik.
2. Duyster, H.C. Beschouwing over het heien van betonpalen  
De Ingenieur nr. 39, 1948, pag. B79.
3. Nanninga, N. Het heiprobleem.  
De Ingenieur nr. 42, 1953.
4. de Josselin de Jong, G. Wat gebeurt er in de grond tijdens het heien?  
De Ingenieur, 1956, pag. B77.
5. Miller, G.F. The field and radiation impedancy of mechanical  
Pursey, H. radiators on the free surface of a semi-infinite  
isotropic solid.  
Proc. Roy. Soc., 1954, A223, pag. 521.
6. Voitus van Hamme, G.E.J.S.L. De eigenfrequenties van een toren met elastische  
fundering.  
HBG-informatie, 1974 nr. 1, pag. 24.
7. Smith, E.A.L. Piledriving analysis by the Wave-Equation.  
Trans. A.S.C.E. vol. 129, 1962, part I, pag. 1171
8. Kok, A.W.M. Pulses in finite elements.  
Proc. of the first International Conference on  
Computing in Civil Engineering 1980, pag. 286.
9. Hollandsche Beton Groep, Guide for Piledriving Analysis. Augustus 1978.  
Afd. S&O
10. Achenbach, J.P.. Wavepropagation in elastic solids.  
North-Holland Publishing Comp., 1973.
11. Voitus van Hamme, G.E.J.S.L. Het bepalen van heiveerstanden iot meetresultaten.  
Lezing Vreedenburgdag 1977. KIVI publ. 80/721.
12. Middeldorp, F.M. Intergrator. Afstudeeropdracht avond-H.T.S.  
Rotterdam november 1979.
13. Lundberg, B. Analysis of Elastic Waves from two-point Strain-  
Henchoz, A. Measurements.  
Experimental Mechanics, 1977, pag. 213.
14. Voitus van Hamme, G.E.J.S.L. Example of the evaluation of a piledriving test.  
Internal H.B.G-report 1974.
15. Beringen, F.L. Results of loading tests on driving piles in sand.  
Windle, D. Proc. of the Conference on recent development in  
van Hooykaas, W.R. the design and construction of piles  
The Institution of Civil Engineers 1980, pag. 213.

16. Boussinesq, M.J. Application des potentiels à l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques. Gauthier-Villars, 1885.
17. StuPOC Pile test program Hoogzand/Oostermeer 1976-1977.
18. CIAD projectgroep "heien" Heiproef Europaboulevard 1978.
19. Heerema, E.P. Relationships between wall-friction, displacement-velocity and horizontal stress in clay and sand for piledriveability-analysis. Ground Engineering, 1979 pag. 55.
20. Heerema, E.P. An advanced wave-equation computerprogram which simulatis dynamic pile-plugging through a coupled mass-spring system. Proc. Conference on Numerical Methods in Offshore Piling. The Institution of Civil Engineers, 1980, pag. 37.
21. American Petroleum Institute. A.P.I. Project 44, 1959.
22. Starkman, E.S. Digital calculations of engine cycles. S.A.E. Progress in Technology, vol. 7, 1964, p. 50
- Patterson, D.J.
- Fayette Taylor, C.
23. Sitkei, G. Kraftstoff Aufbereitung und Verbrennung bei Dieselmotoren. Springer, 1964, pag. 157.
24. Eichelberg. Investigation on internal combustion engines. The Engineer, 1939, pag. 463.
25. Woschni, G. Beitrag zum Problem des Wärmeüberganges im Verbrennungsmotor. MTZ 1965, pag. 128.

Voorts zijn geraadpleegd:

Baehr, H.D.

Thermodynamik, 3<sup>e</sup> druk  
Springer 1973.

Sneddon, I.N.

Fourier Transforms  
McGraw-Hill, 1951.

Knopp, K.

Funktionentheorie.  
Sammlung Göschen, nr. 668, 1930.

LIJST VAN SYMBOLEN EN HUN EENHEDEN

I Golftheorie

|                     |   |                   |
|---------------------|---|-------------------|
| $x, y, z$           | coördinaten in een rechthoekig assenstelsel         | m                 |
| $t$                 | tijd  | s                 |
| $\bar{u}$           | verplaatsingsfactor met componenten $u_x, u_y, u_z$ | m                 |
| $\bar{v}$           | snelfactor  | m/s               |
| $E$                 | elasticiteitsmodulus                                | N/m <sup>2</sup>  |
| $\nu$               | dwarscontractie constante van Poisson               | -                 |
| $G$                 | Glijdingsmodulus                                    | N/m <sup>2</sup>  |
| $\lambda, \mu$      | elasticiteitsconstanten van Lamé                    | N/m <sup>2</sup>  |
| $\rho$              | dichtheid   | kg/m <sup>3</sup> |
| $c$                 | voortplantingssnelheid                              | m/s               |
| $c_l$               | idem van longitudinale compressiegolven             | m/s               |
| $c_t$               | idem van transversale rotatie-golven                | m/s               |
| $c$                 | idem voor een slanke staaf                          | m/s               |
| $f(\xi) = f(x-ct)$  | functie van de karakteristiek $\xi = x-ct$          |                   |
| $g(\eta) = g(x+ct)$ | " " " " $\eta = x+ct$                               |                   |

II Heittheorie

|   |   |                   |
|---|---|-------------------|
| $x$   | coördinaat v.e. punt van de paal, neerwaarts gemeten        | m                 |
| $u=u(x,t)$  | verplaatsing van dit punt op tijd $t$ (neerwaarts positief) | m                 |
| $v=v(x,t)$  | snelfactor van punt $x$ op tijd $t$ (neerwaarts positief)   | m/s               |
| $\sigma=\sigma(x,t)$  | normaalspanning (trekspanning positief)                     | N/m <sup>2</sup>  |
| $F=F(x,t)$  | normaal kracht (drukkraft positief)                         | N                 |
| Subscripten $\downarrow$ en $\uparrow$ hebben betrekking op de neerwaartse- resp. opwaartse golven. |   |                   |
| $A$   | staafdoorsnede  | m <sup>2</sup>    |
| $L$   | staaf lengte  | m                 |
| $Z$   | impedantie van de staaf                                     | Ns/m = kg/s       |
| $w$   | kleef (wrijving) langs de paal (staaf)                      | N/m               |
| $w_0$ en $\bar{w}_0$  | basiswaarde van $w$ resp. $\bar{w}$                         |                   |
| $\alpha$  | dempingsconstanten voor de kleef                            | Ns/m <sup>2</sup> |
| $J$   | " " " " ( $= \alpha / w_0$ )                                | s/m               |
| $R$   | reflectiefactor   | -                 |
| $D \downarrow$  | doorlaatfactor voor de neerwaartse golf                     | -                 |
| $D \uparrow$  | " " opwaartse "   | -                 |

|   |   |   |
|---|---|---|
| $W_b$   | dempingskracht aan de bovenzijde van de mutsvulling | N |
| $W_o$   | " " onderzijde " "                                  | N |
| Subscript: s=slagplaat, h=mutsvulling, P=paal |   |   |
| D   | dwarskracht in een ringvormige dikke plaat          | N |
| $h=h(r)$                                      | plaatdikte (functie van de voerstraal r)            | m |
| D   | paaldiameter (c.q. equivalente paaldiameter)        | m |

### III Heiweerstand

|             |  |                   |
|-------------|--|-------------------|
| $F_g$       | puntweerstand<br>(voor de kleef zie pag. 257)<br>Voor het niet-lineaire "kleefmodel":          | N, tf *)          |
| $c_g$       | snelheid van de "shearwaves" in de grond   | m/s               |
| $Z_g$       | impedantie van grond m.b.t. de "shearwave"   | Ns/m <sup>3</sup> |
| $\tau_{pl}$ | minimale schuifspanning in de grond waarbij plastische<br>deformatie kan optreden              | N/m <sup>2</sup>  |
| $\eta$      | "viscositeit" van grond  | Ns/m <sup>2</sup> |
| $\delta$    | dikte van de plastische zône rondom de paal  | m                 |
| K           | dempingsconstante  | N/m <sup>2</sup>  |
| $V_i$       | (vertikale) snelheid in de grond bij de overgang van de<br>plastische- naar de elastische zône | m/s               |
| $V_m$       | geschatte max. paalsnelheid<br>Voor de "soilfatigue":  | m/s               |
| $f=f(z)$    | soilfatigue-functie  | -                 |
| z           | diepte van de beschouwde grondlaag   | m                 |
| p           | penetratiediepte van de paal   | m                 |
| a           | lengte van onderste deel van de paal waarvoor $f=1$  | m                 |
| $\alpha$    | soilfatigue parameter  | 1/m               |

\*) Voor heiberekeningen wordt als kracheenheid de tf gebruikt.

### IV Theorie van het dieselblok

#### Constanten:

|       |  |                |
|-------|--|----------------|
| M     | massa van het valblok  | kg             |
| Hvbl  | hoogte van het valblok   | m              |
| Hslst | hoogte van het slagstuk  | m              |
| D     | boring van de cylinder   | m              |
| A     | oppervlakte van de zuiger waarop de gasdruk werkt  | m <sup>2</sup> |
| Hinl  | hoogte van de onderkant van de in- uitlaatopening<br>t.o.v. het nulniveau voor de beschouwde slag van het<br>dieselblok = bovenvlak van het slagstuk aan het begin<br>van de slag. | m              |
| VVBR  | volume van de verbrandingsruimte   | m <sup>3</sup> |

|                                 |  |                   |
|---------------------------------|--|-------------------|
| Ain1                            | som van de doorsneden van de twee in- uitlaatopeningen                   | m                 |
| c                               | snelheid van de spanningsgolven in het valblok                           | m/s               |
| c <sub>s</sub>                  | " " " " slagstuk   | m/s               |
| TCON                            | looptijd van de golven (heen en weer) in het valblok                     | s                 |
| TCONS                           | " " " " " " " " slagstuk   | s                 |
| Z                               | impedantie van het valblok en het slagstuk                               | Ns/m              |
| Z <sub>p</sub>                  | impedantie van de paal   | Ns/m              |
| p <sub>u</sub>                  | druk van de buitenlucht  | Pa, bar           |
| T <sub>u</sub>                  | temperatuur van de buitenlucht   | K                 |
|                                 | <u>variabelen:</u>   |                   |
| H                               | hoogte van de onderkant van het valblok t.o.v. nulvlak                   | m                 |
| H <sub>max</sub>                | = H aan het begin van de slag  |                   |
| Vol                             | volume van het gas in de cylinder  | m <sup>3</sup>    |
| x                               | verplaatsing van het valblok (neerwaarts = positief)                     | m                 |
| v                               | snelheid van het valblok (neerwaarts = positief)                         | m/s               |
| v <sub>t</sub>                  | trefsnelheid   | m/s               |
| p                               | absolute druk van het gas in de cylinder                                 | Pa/bar            |
| T                               | temperatuur " " "  | K                 |
| ρ                               | dichtheid " " "  | kg/m <sup>3</sup> |
| m                               | massa " " "  | kg                |
| T <sub>b</sub>                  | temperatuur van het deel van de cylinder dat in aanraking is met het gas | K                 |
|                                 | Voor par. 5.4:   |                   |
| Δt                              | tijdstapje   | s                 |
| t                               | tijd vanaf het begin van het tijdstapje 0 < t < Δt                       | s                 |
| v <sub>0</sub>                  | snelheid van het valblok aan het begin van het tijdstapje                | m/s               |
| v <sub>e</sub>                  | " " " " eind " "   | m/s               |
| Ṡ                               | gemiddelde toename van het volume per tijdseenheid ¶ *)                  | m <sup>3</sup> /s |
| v <sub>pa</sub>                 | snelheid van de bovenzijde van het slagstuk                              | m/s               |
| Vol <sub>0</sub>                | volume aan het begin van het tijdstapje                                  | m <sup>3</sup>    |
| Vol <sub>e</sub>                | " " eind " "   | m <sup>3</sup>    |
| F <sub>↓</sub> , F <sub>↑</sub> | opwaartse- resp. neerwaartse golven in valblok, slagstuk, en paal        | N                 |
| R                               | reflectie-faktor (paal- slagstuk)  | -                 |
|                                 | <u>Voor par. 5.5:</u>  |                   |
| M                               | molmassa   | kg/kmol           |
| R <sub>m</sub>                  | moleculaire gasconstante   | J/(mol.K)         |
| R                               | gasconstante per massa-eenheid   | J/(Kg.K)          |
| c <sub>p</sub>                  | soortelijke warmte bij constante druk                                    | J/(kg.K)          |
| c <sub>v</sub>                  | " " " " volume   | J/(kg.K)          |

\*) ¶: grootheden die gedurende een tijdstapje constant worden verondersteld.

|  |   |                           |
|--|---|---------------------------|
| $C_p = M \cdot c_p$                        |   | J/(mol.K)                 |
| $C_v = M \cdot c_v$                        |   | J/(mol.K)                 |
| $A_j$ (j=0 t/m 5)                          | polynoom coëfficiënten voor de berekening van $C_p$ .                     | J/(mol.K <sup>j+1</sup> ) |
| $A_{j,i}$                                  | coëfficiënten voor fractie i van een gasmengsel                           |                           |
| $\psi_i$                                   | moleculaire (volume) fractie van een gasmengsel                           | -                         |
| $f_i$                                      | massafractie van een gasmengsel   | -                         |
| $M_i$                                      | molmassa van de fractie i   | kg/kmol                   |
| $T_0 = 298,16K$                            | referentie-temperatuur  | K                         |
| $p_0 = 1 \text{ at} \approx 1 \text{ bar}$ | referentiedruk  | Pa, bar                   |
| U  | inwendige energie v.e. massa en v.e. gasmengsel                           | J                         |
| u  | inwendige energie van de massa-eenheid                                    | J/kg                      |
| $u_0 = u(T_0)$                             |   |                           |
| H  | enthalpie van een massa en van een gasmengsel                             | J                         |
| h  | enthalpie van de massa-eenheid van een gasmengsel                         | J/kg                      |
| $h_0 = h(T_0)$                             |   |                           |
| S  | entropie van een massa m van een gasmengsel                               | J/K                       |
| s  | entropie van de massa-eenheid van een gasmengsel                          | J/(kg.K)                  |
| $s_0 = s(T_0, p_0)$                        |   |                           |
| q  | toegevoerde warmte  | J                         |
| $\dot{q}$                                  | toegevoerde warmte per tijdseenheid                                       | ¶ J/s                     |
|  | <u>Voor par. 5.6:</u>   |                           |
| $K=K(T)$                                   | verhouding van $c_p(T)$ en $c_v(T)$                                       | ¶ -                       |
| $\frac{K-1}{K} Q$                          | toegevoerde warmte/volume veranderingssnelheid                            | ¶ N/m <sup>2</sup>        |
|  | <u>Voor par. 5.7:</u>   |                           |
| $\dot{m}_u$                                | toename van de gasmassa per tijdseenheid                                  | ¶ kg/s                    |
| $c_u$                                      | uitstroomsnelheid   | ¶ m/s                     |
| $\rho_u$                                   | dichtheid van het uitstromende gas  | ¶ kg/m <sup>3</sup>       |
| $A_i$                                      | effectieve doorsnede van de stroombuizen                                  | ¶ m <sup>2</sup>          |
| $c(x), \rho(x), A(x)$                      | de waarde van $c_u, \rho_u$ en $A_i$ op de plaats van x van de stroombuis | ¶                         |
| $T_x$                                      | temperatuur van het uitstromende gas op plaats x van de stroombuis        | ¶ K                       |
| $T_b$                                      | temperatuur van het gas aan het begin van het tijdsstapje                 | K                         |
| $\frac{K-1}{K} Q$                          | (toegevoerde energie)/(volume-veranderingssnelheid)                       | ¶ N/m <sup>2</sup>        |

Voor par. 5.8:

|                  |   |            |                   |
|------------------|---|------------|-------------------|
| $\dot{m}_i$      | toename van de gasmassa per tijdseenheid                    | $\uparrow$ | kg/s              |
| $c_i$            | instroomsnelheid  | $\uparrow$ | m/s               |
| $T_i$            | temperatuur van de instromende lucht                        | $\uparrow$ | K                 |
| $\rho_l$         | dichtheid van de instromende lucht                          | $\uparrow$ | kg/m <sup>3</sup> |
| $T_{\text{beg}}$ | temperatuur van het gas aan het begin van het<br>tijdstapje |            | K                 |

Subscripts b=begintoestand  
 l=instromende lucht  
 m=mengsel

Voor par. 5.9:

|          |                             |  |                |
|----------|-----------------------------|--|----------------|
| $A=A(x)$ | doorsnede van de stroombuis |  | m <sup>2</sup> |
|----------|-----------------------------|--|----------------|

Subscripts i=inlaatzijde  
 u=uitlaatzijde  
 3=uitlaatzijde (rekenresultaat eventueel niet  
 aangepast aan toestand u)

## Superscript:

\* = grootheden betrekking hebbend op de nauwste doorsnede

|       |                        |  |   |
|-------|------------------------|--|---|
| $\mu$ | contractie-coëfficiënt |  | - |
|-------|------------------------|--|---|

Voor een verdichtingsstoot:  
 x toestand net bovenstrooms van de verdichtingsstoot  
 y " " benedenstrooms " " "

|            |                  |  |     |
|------------|------------------|--|-----|
| $a_x, a_y$ | geluidssnelheden |  | m/s |
|------------|------------------|--|-----|

Voor par. 5.11:

|            |   |  |                         |
|------------|---|--|-------------------------|
| $T_w$      | temperatuur van het deel van de cylinder dat in<br>aanraking is met het gas |  | K                       |
| $\alpha_g$ | warmte overdrachtsfactor  |  | J/(m <sup>3</sup> .s.K) |
| $Op$       | wandoppervlak   |  | m <sup>2</sup>          |



## NAWOORD

In dit proefschrift heb ik de resultaten weergegeven van de werkzaamheden die ik als ingenieur en later als adviseur bij de Hollandsche Beton Groep heb verricht met betrekking tot het heien:

het opstellen van een heitheorie en het bijbehorende programma PILEWAVE, het formuleren van de theorie van het dieselblok met het daarbijbehorende programma DISELS.

Veel dank ben ik verschuldigd aan Dr. Ir. H.C. Duyster, die mij ertoe heeft aangezet, aan de helaas te jong overleden Ir. J.W. Jansz, die mij steeds heeft gestimuleerd en aan de vele collega's waarmee ik met name noem Ing. A. Gerritse, Ing. W.J. Lucieer die mij geholpen hebben bij de uitwerking van meetresultaten, Ing. A. Romijn voor zijn hulp bij metingen en Ing. D. Arentsen die de heiproef met het dieselblok heeft georganiseerd.

Deze proef kon verricht worden dankzij de HBG-werkmaatschappij International Foundation Group en Schokindustrie.

Voorts dank ik Ir. H. Visser, Ing. C.J.W. Burtner en de heer E.F. van Looij van de Technische Hogeschool Eindhoven voor het uitvoeren en uitwerken van de metingen en in het bijzonder mijn promotor Prof. Ir. J. van Vollenhoven, die mij tot het schrijven van dit proefschrift heeft aangezet.

Verder dank ik de heren Toon Manders, THE en Ton de Vries voor het tekenen van de figuren.

Het typewerk is met veel toewijding verricht door Marlies van Vark waarvoor ik haar zeer dankbaar ben.

Het typografisch werk is tot stand gekomen dankzij de waardevolle adviezen van de heer J.M. van Leeuwen, Hoofd Centrale Reproductie H.B.G.

## STELLINGEN

1. Voor het berekenen van de vermoedelijke draagkracht van heipalen uit de zakking per slag wordt nog steeds gebruikt gemaakt van zg. heiformules; zij zijn vaak afgeleid uit een energiebalans. Het simpele feit dat er een zeer groot aantal van dergelijke formules bestaat, is een reden om de juistheid ervan in twijfel te trekken.

Met de moderne heitheorie is het gemakkelijk aan te tonen dat de energie die geleverd moet worden om een zekere zakking per slag te bereiken, daarmee niet evenredig is.

[15] Discussion p. 399

2. De moderne heitheorie heeft geleid tot een betere methode dan het toevoegen van een heiformule om de weerstanden die een ingeheidde paal in de grond heeft ontmoet, af te leiden uit waarnemingen gedurende het heien.

De meest betrouwbare resultaten verkrijgt men uit waarnemingen aan geïnstrumenteerde palen.

Lezing Vreedenburgdag '77 [11]

3. Rekenprogramma's die de bij het heien optredende verschijnselen simuleren, moeten berusten op een heitheorie die de wetten der mechanica als grondslag heeft. Maar het psychisch gedrag van de grond laat zich zeer moeilijk formuleren (zo dat al mogelijk is); voor gevallen van dynamische toestandveranderingen waarbij spanningsgolven optreden, is formulering zelfs uitgesloten. Daarom is het onvermijdelijk om voorlopig bij de formulering van de heitheorie gebruik te maken van (semi) empirische formules. Deze mogen echter niet strijdig zijn met de wetten der mechanica. Bovendien moet het mogelijk zijn de parameters van deze formules uit meetresultaten af te leiden.

4. Rekenprogramma's als bedoeld in stellingnr. 3, kortweg "heiprogramma's" te noemen, waarbij wordt uitgegaan van de spanningsgolven in het heiblok, de muts met mutsvulling, de paal en - wanneer dat mogelijk zou zijn - de grond zijn te verkiezen boven programma's waarbij het systeem wordt beschreven als een samenstelling van geconcentreerde massa's, veren en dempingen.

Guide for Piledriving Analysis [9]

5. Behalve door heien kunnen in sommige gevallen (geprefabriceerde) palen en damplanken door trillen in de grond worden gebracht. Daarbij is de frequentie van de trilhamer veel groter dan die van het heiblok (bv. 25 Hz tegen 0,5 à 1 Hz); het niveau van de door de trilhamer op de paal uitgeoefende krachten is daarentegen aanmerkelijk lager dan dat van de krachten die een heiblok uitoefent. Dit wijst erop dat de verschijnselen die zich in elk van deze twee gevallen in de grond afspelen, van verschillende aard zijn.

6. Voor een civiel ingenieur-in-spé is het spelen op het strand evenals het spelen met boetseerklei waardevol voor een beter begrip van een aantal verschijnselen die hij later bij zijn studie van de grondmechanica zal tegenkomen.

7. Voor een ingenieur - de wiskundige ingenieur uitgezonderd - is wiskunde een hulpwetenschap, waarvan hij mogelijk zelfs meer nodig heeft dan zijn basiscurriculum biedt. Dat meerdere kan bv. zijn: functietheorie, intergraaltransformaties en hogere transcendente functies. Het verdient daarom overweging om in een vroeg stadium een oriënterend college te geven dat een overzicht biedt van de mogelijke toepassingen van de wiskunde in diverse gebieden van de ingenieurspraktijk.

8. Bij het ontwerpen van constructies moet men zich steeds rekenschap geven van de mogelijkheden en eventuele moeilijkheden bij de uitvoering.

Het is daarom niet ongebruikelijk dat een aannemer behalve voor het besteksontwerp ook inschrijft met een variant op dat ontwerp, die aangepast is aan zijn mogelijkheden; daarmee heeft hij dan vaak succes.

9. De ontwikkelingshulp die, zelfs voordat dit woord gebruikt werd, door Nederland aan Indonesië gegeven, is uitermate waardevol gebleken en heeft ertoe geleid dat het thans onafhankelijke Indonesië gunstig afsteekt bij vele andere ex-koloniën.

10. Een van de meest voldoening schenkende arbeidsvelden voor een civiel ingenieur is de irrigatie.

11. Kalenderen is iets anders dan op de kalender kijken.

## ERRATUM

Bladzijden 218 t/m 221 (figuren 6.6-4 t/m 6.6-7) moeten worden vervangen door de hierbij gevoegde blz. 218A t/m 221A.

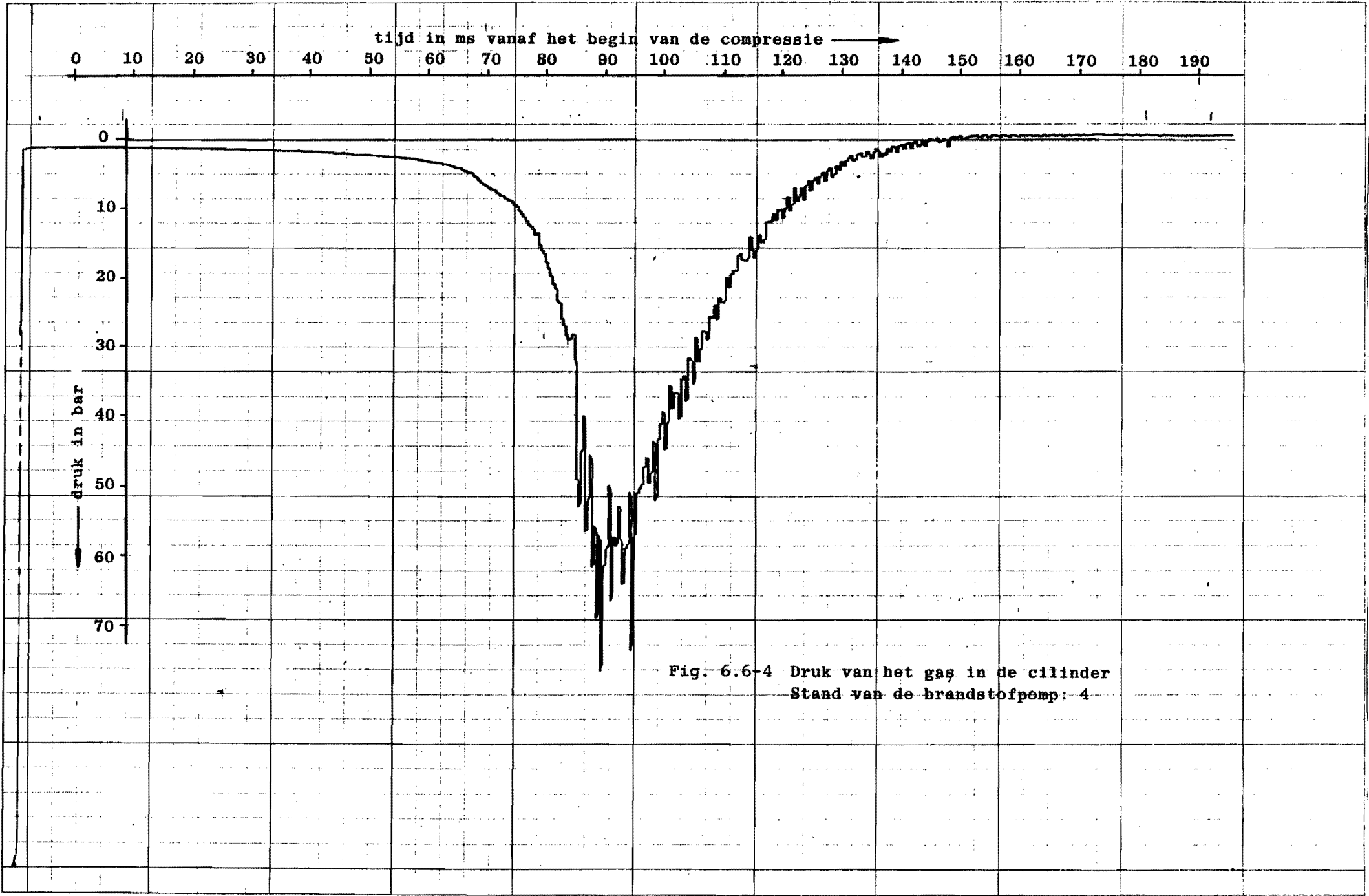
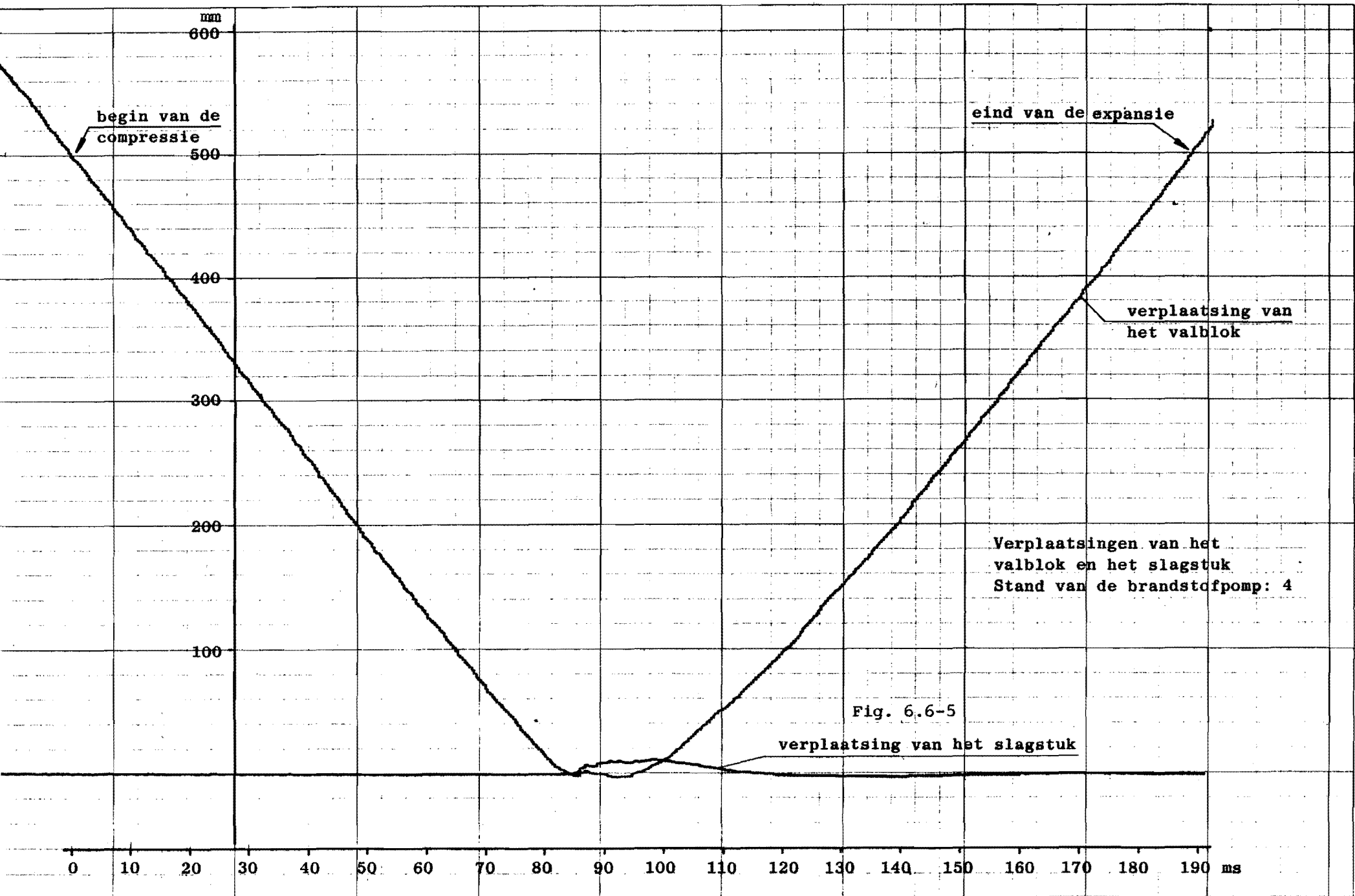


Fig. 6.6-4 Druk van het gas in de cilinder  
Stand van de brandstofpomp: 4



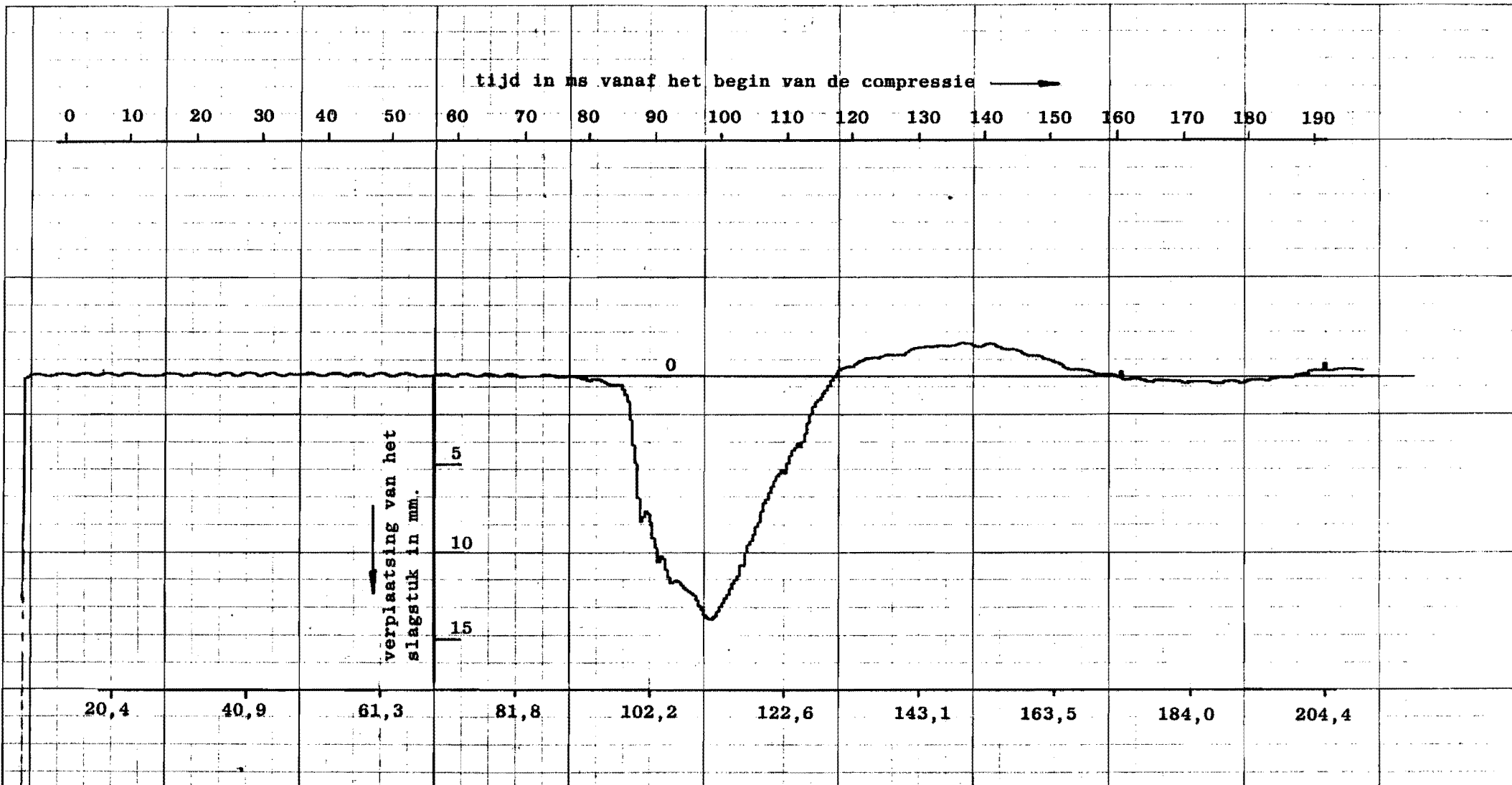


Fig. 6.6-6 Verplaatsing van het slagstuk  
Stand van de brandstofpomp: 4

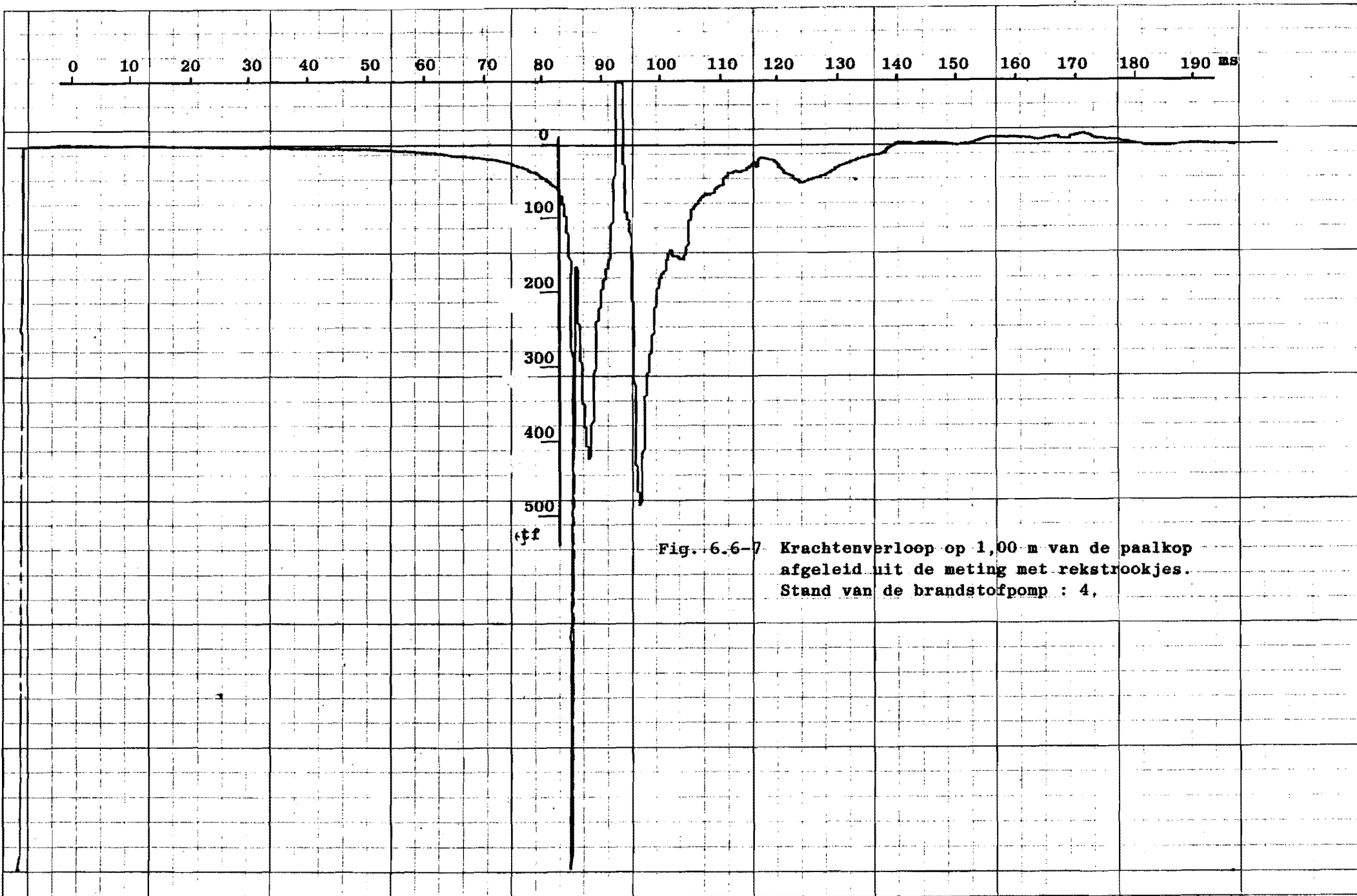


Fig. 6.6-7 Krachtenverloop op 1,00 m van de paalkop  
afgeleid uit de meting met rekstrookjes.  
Stand van de brandstofpomp : 4,