Mathematicus scribens

MATHEMATICUS SCRIBENS

REDE

UITGESPROKEN BIJ DE AANVAARDING VAN HET AMBT
VAN BUITENGEWOON HOOGLERAAR
IN DE ANALYSE EN
THEORETISCHE WAARSCHIJNLIJKHEIDSREKENING
AAN DE TECHNISCHE HOGESCHOOL TE EINDHOVEN
OP VRIJDAG 18 FEBRUARI 1966

DOOR

DR. GILBERT HELMBERG

De titel van dit betoog had misschien beter kunnen luiden:

FRATRES PECCAVI

Mijne Heren curatoren,
Mijnheer de secretaris van deze hogeschool,
Mijnheer de rector magnificus,
Mijne heren hoogleraren en lectoren,
Dames en heren leden van de wetenschappelijke,
de technische en de administratieve staf,
Dames en heren studenten,
en voorts Gij allen, die mij de eer van Uw aanwezigheid aandoet,

Zeer gewaardeerde toehoorders,

In oktober 1831 schrijft een jonge Franse wiskundige de voorrede voor twee verhandelingen over zuivere analyse. De plaats waar hij zit te schrijven is ongebruikelijk: de gevangenis Sainte-Pélagie in Parijs waar hij sinds drie maanden is opgesloten. De leeftijd van de schrijver is ongewoon: twintig jaar. Ook de inhoud van het geschrevene is ongebruikelijk: een bittere verklaring voor het ontbreken van iedere opdracht staat in het begin. „. . . Het zal voldoende zijn als ik zeg dat mijn verhandeling over de theorie van de vergelijkingen in februari 1830 bij de Académie des Sciences werd aangeboden, dat uittreksels al in 1829 zijn ingediend, dat ik nooit meer iets van deze manuscripten gehoord heb en dat het mij onmogelijk was, ze terug te krijgen . . . Een uittreksel dat ik in 1831 aan de Académie zond, werd aan de heer Poisson ter beoordeling voorgelegd, die daarop verklaarde, dat hij er niets van begreep. In mijn ogen, verblind door de eigenliefde van de auteur, toont dit alleen aan, dat de heer Poisson of niet wilde of niet kon begrijpen; maar in de ogen van het publiek zal het zeker bewijzen dat mijn boek waardeloos is".[1])
Uitzonderlijk is ook het verdere lot van deze verhandelingen. Zij legden de grondslag voor een belangrijk hoofdstuk van de algebra dat thans genoemd wordt naar de auteur: de theorie van Galois.
Geschiedenis en lot van deze verhandelingen zijn even ongewoon als de mens die ze schreef. Daardoor juist werpen zij een scherp licht op de snijlijn tussen de abstracte, ideale wereld van wiskundig onderzoek en de harde, niet zelden banale realiteit van wetenschappelijke commu-

nicatie. Deze snijlijn wordt telkens weer door de auteur van een wiskundige publicatie in de richting van het banale overschreden en door zijn partner, de lezer, in de richting van het ideale. En het is een overgang vol open en verborgen gevaren.

Er zijn in de geschiedenis van de wiskunde blijken van ernstige pogingen om deze snijlijn te vermijden. De Pythagoreeërs in de vijfde eeuw voor Christus verboden kortweg elke mededeling van wiskundige resultaten aan mensen buiten de kring van uitverkorenen. Toen één van hen, Hippasos, dit verbod negeerde, werd hij uit deze kring gestoten en hij stierf, als een rechtvaardige straf, de verdrinkingsdood ten gevolge van een schipbreuk.[2]) In de middeleeuwen was men geneigd wetenschappelijke ontdekkingen als persoonlijk eigendom van de ontdekker te beschouwen, die er zelfs voordelen uit kon trekken door deze – zoals tegenwoordig een fabrieksgeheim – voor zich te houden. Omstreeks 1500 na Christus vond Scipione del Ferro, hoogleraar aan de universiteit van Bologna, de oplossingsformule voor de derdegraadsvergelijking. Toen hij overleed, vermaakte hij deze aan zijn schoonzoon en een leerling. Naar aanleiding van een wetenschappelijke uitdaging door deze leerling ontdekte in 1535 een zekere Niccoló Tartaglia opnieuw de oplossing, deelde die in een zwak ogenblik mede aan Gerolamo Cardano, docent in Milaan, maar liet hem zweren dit geheim nooit te publiceren of op andere manier aan derden door te geven. Tien jaren later moest hij, in woede ontstoken, constateren, dat Cardano de oplossing van de derdegraadsvergelijking toch had gepubliceerd in zijn boek „Ars magna" met vermelding van de eerste ontdekker del Ferro en van de herontdekker Tartaglia. Tegenover de beschuldiging dat Cardano zijn eed zou hebben geschonden, kon een leerling van Cardano echter een verrassende troef stellen: de in de „Ars magna" gepubliceerde oplossing was slechts in schijn die van Tartaglia, in werkelijkheid echter het erfstuk van de schoonzoon van del Ferro, die deze eveneens aan Cardano had doorgegeven, maar zonder verplichting tot geheimhouding.[3])
De situatie is sindsdien grondig veranderd. Om dit in te zien, is het voldoende, even in het Amerikaanse referatenblad „Mathematical Reviews" te kijken, dat in maandelijkse afleveringen recensies van nieuw verschenen wiskundige publicaties brengt. Een in deel 25 (1965) afgedrukte lijst vaktijdschriften die uitsluitend of occasioneel wiskundige artikelen brengen, bevat de namen van 891 tijdschriften. Een maandelijkse aflevering van „Mathematical Reviews" bevat tegen-

woordig recensies van gemiddeld circa 1000 wiskundige artikelen. Deze getallen hebben een stijgende tendentie en een soortgelijke ontwikkeling vindt plaats in alle natuurwetenschappen. Nationale en supranationale organisaties stellen commissies in om de gevolgen van dit verschijnsel te bestuderen [4] [5] – het heeft zelfs een eigen naam gekregen: literatuurexplosie – en menig beoefenaar van de natuurwetenschappen verlangt terug naar de tijd, waarin zijn vakcollegae de resultaten van hun onderzoek nog geheim hielden.

Het is niet mijn bedoeling mij thans te verdiepen in het tijdsverschijnsel van de literatuurexplosie. Evenmin wil ik het niet aan een bepaalde tijd gebonden fenomeen aan de orde stellen, dat mensen in zich de drang naar wetenschappelijk inzicht voelen en dat deze drang een kracht kan worden, die hun hele leven overheerst. Ik wil hier slechts een ogenblik blijven staan om te proberen tussen het tijdelijke en het boventijdelijke ook weer een ogenblik te grijpen en vast te houden: het moment van de overgang over de snijlijn tussen beide, waarvan al sprake was, de overgang die de onderzoekende beoefenaar der wetenschappen, in het bijzonder die der wiskunde, iedere keer voltooit als hij zijn inzichten gaat neerschrijven.
Een eenvoudige vraag staat in het begin: waarom doet hij dat?
In de eerste plaats, om zijn inzichten niet meer te vergeten. Er zijn niet-triviale wiskundige uitspraken die zo eenvoudig te formuleren zijn en waarvan de bewijzen zo doorzichtig zijn, dat ze voor iemand die ze éénmaal heeft begrepen, moeilijk weer te vergeten zijn; bijvoorbeeld de stelling: er zijn oneindig veel priemgetallen. Maar het tijdperk van niet-triviale en toch eenvoudige stellingen met eenvoudige bewijzen behoort tot het verleden. De fraaie, eenvoudige uitspraken, waaraan de wiskundigen heden nog knobbelen, hebben óf heel ingewikkelde óf helemaal nog geen bewijzen. Het bewijs van de stelling, dat een groep met oneven orde oplosbaar is, werd door Walter Feit en John G.Thompson in 1963 geleverd en omvat 257 pagina's van het „Pacific Journal of Mathematics". [6] De wiskundige van onze dagen heeft veelal te doen met ingewikkelde bewijzen van ingewikkelde uitspraken die alleen geldig zijn onder een reeks veronderstellingen; laat hij daarvan maar één buiten beschouwing, dan komt terstond iemand met een tegenvoorbeeld aandragen. Er blijft de wiskundige dus niets anders over dan vast te leggen wat hem éénmaal is te binnengeschoten, om het niet weer te laten verdwijnen in de abstracte gebieden van de zuivere platonische idee.

Hiermee hangt samen de noodzakelijkheid om zelf de juistheid en volledigheid van de gevolgtrekkingen te controleren, die tot een wiskundige uitspraak hebben geleid. Het is gevaarlijk, dat alleen in gedachten te doen. De verrassende resultaten, die je in de sluimer te binnenschieten en die vlug op een stukje papier op het nachtkastje genoteerd worden, zijn nog onschuldig. Het zou nauwelijks bij iemand opkomen ze nog in dezelfde nacht aan de wetenschappelijke vakwereld mede te delen, en in het nuchtere licht van de volgende morgen ontpoppen ze zich meestal als aandoenlijke onzin. Maar ook de met wakkere concentratie werkende wiskundige wordt niet alleen door een keten van logische operaties naar een uitkomst geleid, maar door zijn intuïtie die hem zegt in welke richting hij de uitkomst moet zoeken. Ook de logische strengheid van een rekenautomaat levert geen nieuw wetenschappelijk inzicht zonder de intuïtie van de mens die hem programmeert. Maar intuïtie kan de strengheid van een bewijs niet vervangen; zij kan soms ook misleiden. Het wiskundige resultaat wordt daarom bereikt door samenwerking van intuïtie en logische strengheid. Als gevolg van hun tegengestelde aard kan deze samenwerking zelfs het karakter van een strijd aannemen en het noodzakelijk maken, dit proces achteraf te controleren en eventueel te corrigeren.

Een derde aanleiding tot het schriftelijk vastleggen van een resultaat is de wens het aan anderen te kunnen mededelen: aan vakcollegae, die het probleem hadden gesteld of die de uitkomst zouden willen gebruiken, in ieder geval aan mensen van wie belangstelling voor het bereikte resultaat verwacht mag worden.
Drie andere beweegredenen spelen hier nog mee. De eerste is de hoop op responsie van de kant van de lezer, op „feedback" in de taal van de communicatietheorie, op een stimulerende reactie uit de kring van belangstellenden. Deze reactie immers kan, verrijkt door het inzicht en de beschouwingswijze van de anderen, leiden tot een beter begrip van de betekenis van het eigen werk en tot verdieping of uitbreiding van de oorspronkelijke gedachtengang.
Dit gaat meestal gepaard met een menselijke, misschien al te menselijke trots op het nieuwe wetenschappelijke inzicht, dat men uit eigen kracht aan de tot nu toe bekende kennis heeft kunnen toevoegen, ook al mag deze trots wel eens niet gegrond zijn.
Zijn bijzondere uitdrukking vindt deze trots tenslotte in de wens door de bekendmaking van het resultaat aanspraak te kunnen maken op

prioriteit. Uiteraard schenkt het een man van de wetenschap altijd voldoening een nieuw inzicht te verwerven; ook is het wel eervol als vermeld kan worden dat men dit inzicht geheel onafhankelijk heeft gevonden, al was er een ander die dit reeds vroeger had ontdekt; maar het bewustzijn de eerste te zijn, die dit inzicht heeft verkregen en op een zij het ook kleine plaats verder te hebben gedacht en onderzocht dan alle andere mensen, dit bewustzijn is ook iets waard – ook al zijn er niet vijf minuten gratis winkelen mee verbonden.

Bekijken we nog een keer de lijst van de tot nu toe genoemde motieven voor het schriftelijk vastleggen van een wiskundig resultaat, dan valt op, dat op het ogenblik van de overgang van onderzoek en besef naar het publiceren van een resultaat een aantal menselijke aspecten naar voren komen, die in de periode van creatief werken aan een wiskundige probleemstelling nog niet zo'n betekenis blijken te hebben. De wiskundige ontwaakt uit de abstracte wereld waarin hij zich bij zijn zoeken naar inzicht in gedachten heeft opgehouden, en staat plotseling tegenover realiteiten en vragen die essentieel verschillen van het tot nu toe bewerkte onderwerp. Hij is er wel aan gewend bij de wiskundige bewerking van een probleem op moeilijkheden te stuiten en deze te overwinnen; maar nu treden moeilijkheden op, die er, tenminste in samenhang met wiskundig werk, eigenlijk helemaal niet zouden mogen zijn, namelijk niet-wiskundige moeilijkheden: moeilijkheden van praktische, typografische, taalkundige, organitorische en psychologische aard.
Zij beginnen reeds met de poging om ingewikkeld opgebouwde grootheden en logische verbanden op papier te brengen. Als verzwarende bijkomstigheid doet zich de opgave voor: dit moet met de schrijfmachine gebeuren of tenminste zo netjes, dat een in het tikken kundige, maar in de wiskunde onkundige secretaresse het geschrevene op de bedoelde manier weergeeft. Als een grootheid a tot een macht wordt verheven, moet de exponent b rechtsboven en kleiner worden geschreven: a^b; als de exponent b van een index k is voorzien, dan moet deze rechtsonder de exponent en kleiner dan deze worden geschreven: a^{b_k}; dit betekent dat de exponent b voldoende ver naar boven geschreven moet worden opdat de rechts daaronder staande kleinere index k niet op dezelfde regel als de tot macht verheven grootheid a komt te staan. Treedt de hele macht a^{b_k}, bestaande uit basis a, kleinere exponent b en nog kleinere exponenten-index k bovendien als een integraalgrens op, die als zodanig al kleiner dan de inte-

grand en boven het integraalteken geschreven moet worden, dan wordt het gebruik van een lens aanbevelenswaardig.
Hierbij komen terminologische moeilijkheden. Het alfabet bevat in de gebruikelijke talen minder dan 30 lettertekens. Daarvan zijn, al naar de aard van het onderwerp, enkele reeds uit traditie gereserveerd voor standaardgrootheden. Bepaalde notaties worden aangewezen door het object, verschillende categorieën van begrippen moeten door verschillende categorieën van tekens van elkaar onderscheiden worden. Zo is het bijvoorbeeld tegenwoordig veelal de gewoonte verzamelingen met Latijnse hoofdletters en hun elementen met kleine Latijnse letters aan te duiden. Voor de eenheid van een verzameling met een bepaalde algebraïsche structuur is het voor de hand liggend en veelal gewoonte, de kleine letter e te gebruiken. Als iedereen dat doet, wijkt men niet graag af van de conventie; waarom zou men ook? Nu is echter op één van deze verzamelingen een functie gegeven. Welke letter moet men ervoor kiezen? Het gebruik van de kleine f zou per abuis suggereren dat er sprake is van een element van de verzameling en niet van een functie; de hoofdletter F zou weer de indruk wekken dat het om een verzameling gaat. Omdat kleine Duitse drukletters aan vectoren zouden worden voorbehouden en Duitse hoofdletters aan systemen van verzamelingen, is het maar goed dat er nog een Grieks alfabet bestaat. Op dit punt herinnert men zich met ontstemming dat men de kleine Griekse letters eigenlijk voor de reële of complexe getallen wilde reserveren. Moet men nu de Griekse hoofdletters invoeren, waarmee men zelf noch de verhoopte lezer goed bekend is? En hoe moet men de lezer duidelijk maken dat het bij de hoofdletters A en P om de Griekse hoofdletters *alpha* en *rho* gaat, en niet om de Latijnse hoofdletters A van Antonius en P van Paulus? Men bijt dus in één van de nog beschikbare zure appels en is blij met deze notatie ongestoord vijf bladzijden verder te komen. Hier duikt als functiewaarde plotseling en onontkoombaar het getal e op, het grondgetal van het natuurlijk systeem van logaritmen (waaraan men in het begin niet gedacht had), dat in de eerste plaats geen aanstalten maakt zich braaf zoals alle andere reële getallen in een Griekse letter te veranderen, en dat je ten tweede noodzaakt verontwaardigd in de al geschreven vijf bladzijden de voor de eenheid gekozen e in een f te wijzigen.
De noodzakelijkheid om niet alleen rekening te houden met de consequentie in de notatie, maar ook met gangbare benamingen voor wiskundige objecten levert trouwens in het algemeen een essentiële

terminologische moeilijkheid op, vooral wanneer als gevolg van een auteursguerilla voor één en hetzelfde object verschillende namen zijn ingeburgerd. Enkele jaren geleden volgde ik een lezing waarin een wiskundige begon te spreken over „totaal geordende verzamelingen". Een toehoorder stond op en wilde weten of de spreker daarmee datgene bedoelde, wat hij als een „volledig geordende verzameling" kende. Waarop de spreker met gefronsd voorhoofd uiteenzette dat hij onder „totaal geordende verzamelingen" hetzelfde begreep wat sommige auteurs „lineair geordende verzamelingen" noemden. Men kwam tenslotte overeen dat dan „totaal geordende", „volledig geordende" en „lineair geordende" verzamelingen precies hetzelfde waren.

In de buurt van dergelijke klippen komt men ook door het op zichzelf loffelijk voornemen wiskundige uitspraken en begripsbepalingen te verbinden met de naam van de wiskundige op wie ze historisch teruggaan. Dit gaat nog tamelijk goed met stellingen, begrippen en vermoedens, die algemeen als mijlpalen in de ontwikkeling van de wiskunde bekend zijn. Er gebeuren echter ook hiermee ongelukjes, wanneer meer dan één auteur in belangrijke mate tot een uitspraak of begripsbepaling heeft bijgedragen. De ongelijkheid van Cauchy en de ongelijkheid van Schwarz zijn in hun oorspronkelijke formulering speciale gevallen van een algemene ongelijkheid, die dan telkens ook weer ongelijkheid van Cauchy, Schwarz of Cauchy-Schwarz genoemd werd. Totdat van een andere kant onder opgave van historische redenen de naam ongelijkheid van Bunjakowsky ingevoerd werd. Misschien zou geen van deze heren zijn ongelijkheid in de nu gebruikelijke versie onmiddellijk herkennen. Wat moet men nu doen? Meer of min willekeurig uit de drie aangeboden namen één kiezen of, om historisch geharrewar te vermijden, van de ongelijkheid van Cauchy-Schwarz-Bunjakowsky spreken? 7)

Terwijl het hier een keuze uit verschillende, telkens in een kring ingeburgerde benamingen betreft, wordt de situatie nog twijfelachtiger, als het erom gaat aan een feitelijk nieuw begrip een naam toe te kennen. Dat kan noodzakelijk zijn, omdat dit begrip in het artikel dat men onder handen heeft, herhaaldelijk moet worden gebruikt en omdat het onpraktisch zou zijn het iedere keer opnieuw met al zijn definiërende eigenschappen te omschrijven. Gevraagd wordt dus zo mogelijk een woord, dat door de eigen betekenis die het in het spraakgebruik heeft verworven een bij benadering juiste voorstelling van het begrip dat men benoemen wil oproept. Een opgave dus waaraan een linguist eer zou kunnen behalen, en waarvan de wiskundige zich met wisselend succes kwijt. Als er geen uitdrukking gevonden wordt van voldoende beeldkracht, dan is het resultaat soms evenmin bevredigend als drie namen voor een en hetzelfde begrip, namelijk één naam voor drie verschillende begrippen: „regulier" kan zowel een topologische ruimte zijn als ook een matrix, bovendien een punt in het definitiedomein van een functie; in elk van deze gevallen betekent „regulariteit" echter weer iets heel anders.

Een wetenschappelijk artikel heeft (zoals reeds werd opgemerkt) tenminste gedeeltelijk het karakter van een mededeling van de auteur aan de lezer. Voor een mededeling van de ene mens aan een andere wordt over het algemeen de gesproken of geschreven taal gebruikt. In een wiskundig artikel treden in de plaats daarvan gedeeltelijk formules, die logische verbanden rechtstreeks weergeven. Toch kan ook de wiskundige auteur het gebruik van de taal niet helemaal vermijden. Zijn streven om deze taal ook goed te gebruiken wordt onder andere bemoeilijkt door het feit dat de veelvuldige herhaling van dezelfde logische situaties ook de herhaling van dezelfde zinswendingen suggereert. Dat maakt de stijl niet bepaald mooier en het vermoeit. Als men bijvoorbeeld bij het opsommen van veronderstellingen in de Duitse taal zich voortdurend genoodzaakt ziet te zeggen: „Es sei *a* eine reelle Zahl . . . ", „Es sei *T* eine Transformation . . . ", „Es sei . . . ", „Es sei . . . ", dan krijgt men genoeg van het woordje „es", dat aan het begrip van de wiskundige inhoud toch niets bijdraagt. Weg ermee: „Sei *a* eine reelle Zahl . . . ", „Sei *T* eine Transformaion . . . ". De eerste keren klinkt dit gruwelijk in de oren (ik kan mij dit uit mijn studententijd nog goed herinneren). Dan went men eraan. De zin heeft zijn subject verloren, men compenseert het door een versterkt gebruik van het nutteloze woordje „nun"; wat eens taal was is vakjargon geworden, maar men heeft het niet bemerkt.
Jammer, zou ik tegenwoordig zeggen. Een wiskundige wet, een logische gedachtengang bezit een eigen schoonheid. Zij is verwant met de schoonheid van een kristal, met de schoonheid die, voor de gelovige mens, God oorspronkelijk in de wereld heeft gelegd. Deze schoonheid zou ook in het weergeven en doorgeven van deze wiskundige wetmatigheid, van deze logische gedachtengang tot uiting moeten komen, en als wij ons daarbij van de taal bedienen, dan ook in de taalkundige formulering.

Dit temeer daar de taalkundige formulering ook een persoonlijke trek aan de publicatie toevoegt. Zelfs als de auteur bewust ervan afziet de persoonlijke emoties die voor hem met het begrijpen van de inhoud waren verbonden te laten doorschijnen, dan nog moet hij beslissen, welke vorm hij zal kiezen voor het taalkundig contact met zijn partner. Blijft hij bij het onpersoonlijke „Men ziet onmiddellijk . . . "? Of kiest hij de gemeenschap accentuerende, psychologisch meetrekkende eerste persoon meervoud: „Wij gaan uit van de volgende veronderstellingen . . . " die aan „Samen uit, ja gezellig!" doet denken? Geeft hij de voorkeur aan de geïntroverteerde eerste persoon enkelvoud „Ik ga nu aantonen . . . " of aan de afstand bewarende lijdende vorm „Er wordt in het vervolg aangetoond . . . "? Misschien komt hij tot het besluit het contact helemaal weg te laten; dan staat er „Uit *a* volgt *b*".
Al deze terminologische en stilistische vragen worden nog moeilijker wanneer een artikel, om voor een bredere of bijzonder geïnteresseerde kring toegankelijk te worden, in een andere dan de moedertaal moet worden geschreven – zoals bijvoorbeeld soms ook wel een oratie.

Net zulke lastige technische moeilijkheden treden op bij de organisatie van het materiaal binnen de publicatie. In bewijzen is het vaak noodzakelijk terug te wijzen op reeds eerder verkregen deelresultaten en deze samen met andere deelresultaten, die in het artikel op verschillende plaatsen rondgestrooid liggen, bij de uitvoering van de volgende bewijsstap weer te hanteren. Deze deelresultaten worden naar gewoonte op de rand tussen haakjes doorlopend genummerd, om ze makkelijker te kunnen vinden, en ze worden dan gewoon met hun nummers aangehaald. Omdat men van tevoren niet altijd weet, of een bepaald deelresultaat later nog een keer geciteerd moet worden, kan het gebeuren dat het voorzichtigheidshalve een nummer krijgt dat later overbodig blijkt te zijn. Dat is op zijn hoogst een uiterlijke vormfout. Erger is het, wanneer een later geciteerd deelresultaat nog geen nummer heeft gekregen, en vanaf dit punt alle nummers gewijzigd moeten worden en daarbij ook de in de tekst verborgen plaatsen niet over het hoofd gezien mogen worden, waar deelresultaten geciteerd worden, die inmiddels een ander nummer hebben gekregen. Iets soortgelijks geldt voor verwijzingen naar de eerst aan het eind bijgevoegde literatuurlijst.
Het hele systeem van verwijzingen heeft bovendien de tendentie te ontaarden, omdat het de auteur de moeite van de argumentatie kan

besparen. Als de laatste zin van een bewijs bijvoorbeeld luidt: „Uit (34) volgt in verbinding met (13) en (17) onder inachtneming van (9) de bewering", dan wordt de lezer met zoveel woorden uitgenodigd om de wandelstaf ter hand te nemen, bladzijden op en bladzijden neer deze deelresultaten bij elkaar te zoeken en ze na zijn terugkomst bij het uitgangspunt naar eigen goedvinden tot een bevredigend bewijs samen te stellen. Hopen wij maar dat de letter *a*, die hij op enkele van de aangegeven plaatsen tegenkwam, iedere keer dezelfde betekenis had.

In de grote onbekende, de lezer, heeft ook de grootste, psychologische moeilijkheid haar oorzaak. Terwijl de auteur zelf zijn inzichten op grond van zijn eigen intuïtie en zijn eigen vakkennis verwerft, die bij hem heel automatisch gaan meespelen, heeft hij geen informatie over weten en intuïtie van zijn lezer. Hoe uitvoerig moet hij zijn gedachtengang uitwerken om hem voor een optimale kring van lezers toegankelijk te maken en hem tegelijkertijd zelf doelmatig te kunnen controleren? Van welke te veronderstellen voorkennis moet hij uitgaan? Schrijft hij uitvoerig, dan wordt de verhouding tussen omvang en inhoud ongunstig en wat aan begrijpelijkheid in het kleine wordt gewonnen, gaat aan overzichtelijkheid in het grote verloren. Bovendien stelt hij zich aan het gevaar bloot dat de ingewijden van het vak elkaar toefluisteren: „Die ziet ook in elke trivialiteit een moeilijkheid". Schrijft hij kort, dan loopt hij het gevaar afbreuk te doen aan de begrijpelijkheid, want in plaats van stap voor stap een logische wandeling te volgen ziet de lezer zich genoodzaakt een hordenloop over een steiger mee te maken, waarvan het draagvermogen hem nooit helemaal duidelijk is. Het kan zelfs gebeuren dat de auteur tenslotte met zijn publicatie in de bouwput liggend ontwaakt, omdat hij in zijn vermeende vertrouwdheid met het terrein een verkeerde stap in een logisch gat heeft gedaan.

Daar komt bovendien nog deze onzekerheid bij: in welke mate is het eigen resultaat inderdaad nieuw? In de hedendaagse vloed van publicaties is het ook voor de specialist moeilijk alle artikelen op te sporen en door te lezen, die overeenkomstige resultaten zouden kunnen bevatten. Veelal raken stellingen uit verschillende takken der wiskunde, die telkens een andere aan de betrokken tak aangepaste terminologie gebruiken, hetzelfde zakelijk gebied. Zo kunnen stellingen uit de ergodentheorie, waarin over transformaties in maatruimten gesproken wordt, opduiken als speciale gevallen van stellingen der waarschijnlijkheidstheorie, waarin gesproken wordt over convergentie van rijen van stochastische variabelen, of als stellingen

uit de lineaire analyse over operatoren in Hilbertruimten. Deze wiskundige taalverwarring maakt het soms moeilijk te beoordelen of het eigen resultaat misschien helemaal of gedeeltelijk in andere, reeds gepubliceerde resultaten ligt opgesloten.
Het zal duidelijk zijn dat de strijd met de genoemde buiten-wiskundige moeilijkheden bij de schrijver bovendien nog een gevoel van ongeduld opwekt over het feit dat het zo lang duurt en dat zoveel tegenstand moet worden overwonnen om de wiskundig toch reeds gerijpte gedachte op papier te zetten. Een ongeduld, dat ertoe verleidt deze moeilijkheden gewoon te negeren en erop te vertrouwen, dat de lezer wel op de een of andere manier met de situatie klaar zal komen.
Na alles wat tot nu toe gezegd werd, is het ook begrijpelijk dat na de laatste volzin van de eerste versie meestal overblijven de vermoeidheid na de strijd met alle onaangename begeleidende verschijnselen en alle onderbrekingen, de teleurstelling over het verschil tussen het bouwwerk van gedachten, dat je in het begin voor ogen stond, en het ontoereikende schrijfsel dat eruit is ontstaan, de twijfel of dat alles de moeite eigenlijk wel waard was. En dit op een tijdstip, waarop men het manuscript moest omdraaien en met alle praktische ervaringen die men gedurende het schrijven van de eerste versie heeft gewonnen, de verbeterde tweede versie moest beginnen.

De som van deze overwegingen is dat bij het opstellen van een wiskundig manuscript een reeks begeleidende omstandigheden een verzwarende rol spelen die weliswaar niets met de eigenlijke wiskundige inhoud te maken hebben – deze bestaat immers ook zonder schriftelijke fixering –, die echter grotendeels toch in de eigen aard van wiskundig werk hun oorzaak vinden en bovendien de noodlottige neiging hebben, bronnen voor fouten te worden. Op dit punt nu wordt de zaak kritiek.
Er zijn wetenschappen die aan het samenleven met fouten veel beter gewend zijn dan de wiskunde. In de techniek zijn meetfouten iets waarmee je van tevoren rekening houdt. Een beoefenaar der natuurwetenschappen is zich ervan bewust dat elke uitspraak van een empirische wet slechts een poging betekent om bepaalde verschijnselen te verklaren, die alleen geldig blijft, totdat zij door een experiment weerlegd of door een betere verklaring vervangen wordt. De man van de geesteswetenschappen doet zijn uitspraken in het bewustzijn, dat zij uitdrukkingsvormen van het menselijke beschrijven, dat toch nooit helemaal begrepen kan worden, en dat ze daarom van begin af aan

moeten lijden aan fouten. Juist in de onscherpheid van hun uitspraken beantwoorden zij aan de onbepaaldheid en onvatbaarheid van hun object.
Geheel anders staat de wiskundige. Fouten in de zin van onjuiste, onduidelijke, onprecieze, onvolledige uitspraken hebben in zijn werksfeer geen plaats, geen levensrecht. Zijn stellingen nemen, of hij wil of niet, het karakter aan van absolute uitspraken, die, willen zij niet blote vermoedens blijven, door bewijzen als waar worden afgestempeld. Het woord „theorie" zoals in getallentheorie, functietheorie, betekent voor de wiskundige niet zoals in andere wetenschappen de poging om een samenhangende verklaring voor verschillende verschijnselen te geven, maar een samenhangende structuur van wiskundig juiste uitspraken over een klasse van abstracte wiskundige objecten. Immers, zelfs daar waar hij, in de waarschijnlijkheidstheorie, de onzekerheid van een gebeurtenis poogt te grijpen, zoekt men in het kunstig geconstrueerde model van deze situatie deze onzekerheid tevergeefs. Hij heeft haar met beleefde spijt teruggedrongen in de buiten-wiskundige sfeer van de toepassingen van zijn model.
Dit alles herinnert enigszins aan de situatie van bijzonder beschermde kinderen: zij krijgen geen gelegenheid om aan de strijd tegen en het leven met bacillen te wennen. Wanneer zij uit hun eigen levenskring naar buiten treden, wordt het voor hen gevaarlijk. Wel is iedere wiskundige in zijn opleiding reeds fouten tegengekomen. Maar zo'n fout – dat is wat je als student op de instructies of bij tentamens maakt en wat bij dergelijke gelegenheden uitgeroeid wordt. Heeft men eenmaal de volkomenheid van een doctorandus, een doctor of zelfs van een hoogleraar in de wiskunde verworven, dan moet men zich toch in de zuivere sfeer van absolute waarheid en helderheid bewegen, waar op zijn hoogst nog de diepte van inzicht en de omvang van kennis kunnen verschillen. Dezelfde graad van waarheid en helderheid zou men dan ook wel van een wiskundige publicatie mogen verwachten.

Laat ons weer ernstig worden. Ik geloof dat het redelijk is, aan een wiskundige publicatie hoge eisen te stellen: in de eerste plaats dat de genoemde stellingen en bewijzen juist zijn; in de tweede plaats, dat het artikel zo volledig mogelijk en zo doorzichtig is geschreven, dat ook een lezer met minder specialistische kennis dan de auteur deze stellingen en bewijzen kan begrijpen en controleren; in de derde plaats, dat zij

noch een trivialiteit noch een zuivere duplicatie van een bekende gedachtengang betreft.
De innerlijke en uiterlijke situatie van de wiskunde is niet steeds zo geweest, dat men deze eisen zou mogen beschouwen als altijd geldend. In een tijdperk waarin wiskundige inzichten als een persoonlijk en zorgvuldig bewaard eigendom van de ontdekker beschouwd worden, verliest zelfs de eis van juistheid van het geheimgehoudene zijn zin. Ook Isaac Newton en Gottfried Wilhelm Leibniz hebben omstreeks 1700 bij de grondlegging van de wiskundige analyse nog met vage begrippen geopereerd, die strikt genomen pas na zorgvuldige definitie bruikbaar worden. [8]) Tegenwoordig echter heeft de wiskunde haar hulpmiddelen zover ontwikkeld, dat de eis van nauwkeurigheid in de formulering en strengheid in de bewijsvoering gerechtvaardigd is.
Hoe staat het nu hedentendage, gemeten aan deze eisen, met de praktijk van wiskundige publicaties? Ik geloof dat zij het een en ander te wensen overlaat. Uit mijn eigen beperkte ervaring zou ik hiertoe twee getallen en twee voorbeelden willen aanvoeren. Ik geloof niet dat deze getallen en voorbeelden representatief zijn, maar zij geven te denken. Eerst de getallen: onder de 25 artikelen, die ik tot nu toe voor het „Zentralblatt der Mathematik" moest recenseren, bevatten 10 artikelen wiskundige, dus de inhoud betreffende fouten. Gedeeltelijk zijn het fouten, die na een enkele overweging gecorrigeerd kunnen worden, zonder dat men de uitspraak essentieel moet veranderen. In ieder geval is dat onaangenaam en tijdrovend voor de lezer, die, wanneer hij over een foutieve en daarom voor hem onbegrijpelijke uitspraak struikelt, dit in de eerste plaats zal wijten aan zijn eigen onvolmaakte inzicht.
Het kan echter ook erger zijn. Naar aanleiding van een lezing voor de „American Mathematical Society" stelde S.Chowla in het jaar 1952 een vermoeden op dat de naam „Cosine problem" kreeg. Een met dit vermoeden samenhangend resultaat werd in het jaar 1960 door P.J.Cohen bewezen. In aansluiting hierop verscheen eveneens in het jaar 1960 een artikel van Miyoko en Saburô Uchiyama onder de titel „On the cosine problem". [9]) Het bevat het als stelling uitgesproken vermoeden van Chowla en vijf lemma's die zouden moeten leiden tot een bewijs van deze stelling. De eerste vier lemma's liggen al vervat in het artikel van Cohen. In het bewijs van het vijfde lemma wordt op een zeker punt afgeweken van de bewijsgang van Cohen en geconstateerd dat een bepaalde uitdrukking a altijd groter is dan een andere uitdrukking b. Op deze schatting berust tenslotte het bewijs van de

stelling. In band 23 van de „Mathematical Reviews" schrijft Chowla zelf als referent, dat in deze publicatie het door hem opgestelde vermoeden bewezen wordt. [10]) Ik weet hiervan om de simpele reden dat ik twee jaren later dezelfde publicatie ter bespreking voor het „Zentrallblatt" toegestuurd kreeg. Ik heb toen drie dagen lang tevergeefs geprobeerd in te zien, waarom *a* steeds groter dan *b* moest zijn. Aan het eind van de derde dag moest ik aan de hand van een tegenvoorbeeld ontdekken, dat deze bewering niet klopte. Het vermoeden van Chowla kan nog altijd juist zijn; het door Uchiyama geleverde bewijs is echter fout. [11])

Laat U mij nog een voorbeeld noemen dat ik ben tegengekomen doordat ik toevallig in hetzelfde vakgebied heb gewerkt. Elke student in de wiskunde is vertrouwd met het begrip continue functie. Wat minder bekend is het begrip bijna-periodieke functie op een topologische groep. Voor compacte groepen, bijvoorbeeld op het eenheidsinterval, vallen beide begrippen met elkaar samen, maar ook anders gedragen zich bijna-periodieke functies in veel opzichten zoals continue functies op het eenheidsinterval. Daarvoor zijn diepere redenen die ons hier niet interesseren. Voor continue functies op het eenheidsinterval geldt een naar de Italiaanse wiskundige Dini genoemde stelling, die voor de integratietheorie belangrijk is: een op het eenheidsinterval monotoon naar nul convergerende rij van continue functies convergeert uniform naar nul. In het jaar 1962 nu verscheen in het „Australian Journal of Mathematics" een artikel, dat er uitsluitend aan gewijd was deze stelling op bijna-periodieke functies over te dragen: een op een topologische groep monotoon naar nul convergerende rij van bijna-periodieke functies convergeert uniform naar nul. [12]) Het aangevoerde bewijs gebruikt ingewikkelde hulpmiddelen en is drie bladzijden lang. De stelling is fout; men kan gemakkelijk tegenvoorbeelden aangeven. Het bewijs moet dus ook foutief zijn. Het blijkt echter tenminste psychologisch overtuigend te zijn, want in het jaar 1962 werd het artikel in het Russische referatenjournaal gerecenseerd, zonder dat de Russische referent de onjuistheid van de stelling was opgevallen. [13]) In het jaar 1963 werd het artikel in het Amerikaanse referatenjournaal gerecenseerd zonder dat de Amerikaanse referent de onjuistheid van de stelling was opgevallen. [14])
In het jaar 1964 verscheen in de „Proceedings" van de Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen een artikel, waarin aangetoond werd, dat voor de interessante klassen van bijna-periodieke functies in zekere zin precies het tegendeel van de uitspraak van Dini

waar blijkt. [15]) In het jaar 1965 werd dan ook in het Duitse „Zentralblatt" naar aanleiding van een recensie van het eerstgenoemde artikel een tegenvoorbeeld gegeven. [16]) Ik weet niet of tot op heden iemand de fout in het bewijs heeft gevonden. Er zijn tenslotte produktievere bezigheden dan het opzoeken van een fout in een drie bladzijden tellend bewijs, als de bijbehorende stelling daardoor toch niet meer gered kan worden.

De zojuist genoemde feiten onderstrepen op drastische manier een harde, maar eigenlijk vanzelfsprekende constatering: men kan ook een wiskundige publicatie niet zo maar uit vertrouwen in het beter inzicht van de auteur geloof schenken; men kan het zelf begrijpen van een bewijs ook niet inruilen tegen het vertrouwen op de grotere vakkennis van anderen, die deze publicatie hebben gelezen, wanneer men daarvan uitgaande verder wil werken.
Uit deze constatering volgen enkele evenzo harde conclusies. In een wiskundige publicatie is een onbegrijpelijk bewijs even waardeloos als een foutief bewijs, een onvolledig bewijs of helemaal geen bewijs. Het is unfair tegenover de lezer en gevaarlijk voor de auteur op een beslissend punt in plaats van een misschien moeizaam te formuleren argument de zinswending „zoals men gemakkelijk inziet" of iets soortgelijks te gebruiken. Het is evenzo foutief zonder literatuurverwijzing resultaten te gebruiken, die niet tot de normale vakkenis van elke wiskundige behoren, die in hetzelfde vakgebied gespecialiseerd is, want de lezer is daarmee de kans ontnomen om de juistheid van de bewering te controleren.
Het is begrijpelijk dat een auteur wel eens een resultaat van bijzonder belang zonder bewijs publiceert, om het zonder uitstel te kunnen aankondigen, of omdat het hem op dat ogenblik aan tijd ontbreekt om het bewijs in een persklare vorm neer te schrijven. Maar wat moet men van dit resultaat denken als het bewijs nooit meer volgt? Wat moet men doen, als men zelf misschien een resultaat heeft gevonden dat weliswaar zwakker is, maar dat het voordeel heeft een altijd reproduceerbaar bewijs te bezitten?
Analyseert men de situatie in deze gevallen, dan blijkt het volgende beeld. De auteur wenst dat de lezer van een resultaat kennis neemt en erkent dat de auteur het gevonden heeft. Maar in plaats van de lezer de middelen voor de controle in de hand te geven, eist hij van de lezer: zoek ze zelf bij elkaar; ik ben er voldoende van op de hoogte om te kunnen beoordelen dat alles juist is wat ik ga doen, en ik ben er

zeker van dat anderen die dezelfde stand van kennis hebben het met mij eens zullen zijn; als jij dat niet begrijpt, dan kan ik je niet verder helpen, dan moet je deze beoordeling maar aan mij en aan diegenen overlaten, die met mij instemmen.

Niemand zal betwisten dat de auteur met deze waardering van zijn eigen oordeel en van de juistheid van het resultaat gelijk kan hebben. Maar precies op dat punt, waar deze auteur iets moest geven, namelijk een zakelijk argument, maakt hij aanspraak op iets, namelijk óf op de aanvaarding van een bewering op basis van het vertrouwen in de auteur – en deze eis is zakelijk ontoelaatbaar – óf op de tijd en werkkracht van de lezer, die in zijn plaats het argument moet aanvullen of de bewering weerleggen.

Het is eigenaardig dat hier in een zo nuchter, zakelijk gebied als de wiskunde ethische vragen een rol beginnen te spelen; ethische vragen die samenhangen met de invloed, die hier een mens door zijn werk uitoefent op het werk en daarmede op het leven van andere mensen, die samen met hem aan de vooruitgang van een wetenschap werken.

Ik kan mij voorstellen, dat de vraag naar de verantwoording tegenover de lezer, die de auteur van een wetenschappelijk artikel op zich neemt, in de wiskunde scherper aan de orde komt dan in andere wetenschappen. Het blijkt hier echter om een vraag te gaan, die heden tenminste in alle natuurwetenschappen actueel wordt. In het jaar 1962 werkte een speciaal voor dit doel gevormde commissie van de Unesco een document uit onder de titel „A code of good practice for scientific publications", waarin op vier plaatsen sprake is van morele verplichtingen van de auteur van een publicatie respectievelijk van de uitgever van een wetenschappelijk tijdschrift, om te zorgen voor het nakomen van zekere regels. [5]) Als aanleiding voor het opstellen van deze regels vermeldt de inleiding „the lack of freely accepted discipline in drafting and publishing scientific information". De enige motivering die wordt gegeven voor de genoemde morele verplichting is evenwel verrassend: de stijgende kosten van het drukken, refereren, catalogiseren en het opzoeken van wetenschappelijke informatie.

Zelfs de vraag „publiceren of niet publiceren" duikt vandaag weer op als ethisch probleem, weliswaar met andere tekens dan bij de Pythagoreeërs of in de middeleeuwse bezitstrijd: is het bij de huidige springvloed van publicaties ethisch nog wel verantwoord een bepaald artikel te publiceren? Blijkbaar speelt hier de vraag naar de waarde of waardeloosheid van een wiskundige publicatie mee, en deze is onge-

veer even onduidelijk en controversieel als in de wijsbegeerte de vraag naar de juistheid van een bepaald filosofisch systeem.
Ik zou de vraag naar waarde of waardeloosheid daarom hier graag buiten beschouwing willen laten. Er blijft altijd nog een zinvolle vraag over: wanneer is een wiskundige publicatie goed geschreven? Het meest voor de hand liggende antwoord is uiteraard: wanneer zij de reeds genoemde fouten vermijdt. Maar is dat alles? Ik geloof dat er tussen deze minimale eis en een maximale kwaliteitseis die berust op verschillende, toch min of meer willekeurig gestelde regels, één essentieel aspect is aan te wijzen, dat bepaalt of een overigens foutloos zijnd artikel goed is geschreven. Ik geloof dat zo'n artikel dan dit predicaat verdient, als het telkens op een vraag ingaat juist op het moment, dat zij zich als vanzelf bij de lezer opdringt uit de tot dusver bestudeerde tekst.
Dit criterium is natuurlijk van psychologische aard. Ook als men het accepteert komt men derhalve in moeilijkheden bij zijn poging om het tijdens het schrijven van een artikel toe te passen. Want hoe moet de auteur achterhalen, welke vragen er bij al de verschillende veronderstelde lezers zullen opkomen? Wat uiteindelijk wordt neergeschreven is immers ook niet meer de gedachtengang die de auteur oorspronkelijk naar zijn resultaat heeft geleid, maar de gedachtengang die hem tenslotte op de eenvoudigste, meest overtuigende en meest elegante manier tot het doel blijkt te leiden. Inmiddels is hij echter met de door hem gehanteerde begrippen en methoden zo vertrouwd geraakt, dat zijn eigen inzicht hem makkelijk een foutieve voorstelling van de intuïtieve mogelijkheden en moeilijkheden van zijn lezer kan geven.
Ik meen echter, dat er een benadering van de ideale beantwoording van de gestelde vraag is: namelijk haar beantwoording door een lezer van de voorlaatste versie van het manuscript, die in de eerste plaats met de auteur voldoende bevriend is om vrijmoedig en graag zijn gedachten en zijn kritiek te willen uiten, en die ten tweede met het onderwerp voldoende vertrouwd is om zich voor dit artikel te interesseren. Als wij even de detective-literatuur te hulp nemen: bedoeld is een soort geherwaardeerde, constructieve Watson.
Bestaat er zo iemand? Ik geloof, dat hij vooral daar zal zijn te vinden, waar zich een kring van wiskundigen in levendige samenwerking met een bepaald stelsel van vragen bezighoudt.
En als hij niet bestaat? Van een collega heb ik een voorstel vernomen, dat er praktisch op neerkomt deze kritische goede vriend zelf te spelen en de psychologisch-persoonlijke afstand door de tijdsafstand

te vervangen: laat het manuscript een jaar liggen en probeer het dan weer te lezen. Er is volop kans, dat je het dan zelf niet meer begrijpt, dat je het dan voor publicatie helemaal niet meer geschikt acht, dat je intussen nieuwe publicaties op dit gebied onder ogen zijn gekomen. In ieder geval ben je dan bij benadering in de situatie van een lezer van jouw artikel en kun je jezelf menige goede raad geven.
Dit voorstel heeft natuurlijk ook praktische nadelen. Er bestaat namelijk tevens volop kans, dat men na een jaar met heel andere dingen bezig is en dan noch de tijd noch de energie heeft om het artikel in gewijzigde vorm voor de druk klaar te maken. Er is ook een royale kans, dat juist in die tussentijd het eigen resultaat door een ander gepubliceerd is, die wel onafhankelijk hetzelfde idee had, maar deze koelkast-methode niet had toegepast.
Zo zal het er in vele gevallen toch op neerkomen, dat de auteur zich alleen en bewust moet inspannen om naast alle eisen, die het schrijven van een wiskundig artikel hem stelt, ook nog deze bijzondere psychologische eis te beantwoorden: zich in te denken in de lezer, voor wie het materiaal in een andere zin nieuw is dan voor de auteur, namelijk misschien ook vreemd en ongewoon, en te proberen dit vreemde en ongewone door de wijze van presentatie weg te nemen.
Niet aan iedereen is dat in gelijke mate gegeven. In een brief naar aanleiding van de stichting van de „Deutsche Mathematiker-Vereinigung" heeft Leopold Kronecker de uitspraak gedaan, dat het meer dan voor ieder andere wetenschapsbeoefenaar het noodlot van de wiskundige is, tegelijkertijd koning en kruier te moeten zijn. [17]) Dat geldt ook voor het opstellen van een artikel: de inspiratie heeft de koning, het schrijfwerk is de taak van de kruier. Zowel voor het koningschap als ook voor het kruierschap moet men aanleg meebrengen. Sommigen hebben alleen maar de aanleg voor koning meegekregen. Kunnen wij het een Galois kwalijk nemen dat hij zijn ideeën neerlegde in een vorm, die zelfs voor wiskundigen van zijn tijd onbegrijpelijk was?

Twee dagen voor zijn dood in een duel schrijft Galois op 29 mei 1832 in een brief aan zijn vriend Auguste Chevalier zijn wetenschappelijk testament en een laatste verdediging van zijn werk [18]):
„Ik heb het in mijn leven vaak gewaagd beweringen op te stellen, waarvan ik niet zeker was. Maar alles wat ik hier heb neergeschreven is sinds bijna een jaar in mijn hoofd, en het is zeer in mijn belang mij niet aan de verdenking bloot te stellen, dat ik stellingen verkondig, waarvan ik niet het volledige bewijs bezit.

Richt aan Jacobi of Gauss het openbaar verzoek, hun oordeel te geven – niet over de waarheid maar over de belangrijkheid van deze theorema's.
Dan zullen er naar ik hoop wel mensen komen die het lonend zullen achten deze hele warboel te ontcijferen.
Je t'embrasse avec effusion.

E.Galois".

Zeer gewaardeerde toehoorders,

Staat U mij toe aan het eind van mijn betoog nog enkele woorden van erkentelijkheid toe te voegen.
In de eerste plaats gaat mijn erkentelijkheid uit naar *Hare Majesteit de Koningin* die mij heeft willen benoemen tot buitengewoon hoogleraar in de analyse en theoretische waarschijnlijkheidsleer aan deze hogeschool.

Mijne heren curatoren,

Ik dank U voor het vertrouwen dat U mij hebt geschonken door mij voor deze benoeming voor te dragen. Ik zal naar mijn best vermogen proberen aan dit vertrouwen ook te beantwoorden.

Mijne heren leden van de senaat,

Zoals waarschijnlijk de meeste nieuwgekomenen ben ook ik onder de indruk van de grootse manier waarop hier een Technische Hogeschool wordt opgericht. Daarom des te meer beschouw ik het als een mooie taak in Uw midden aan deze opbouw van een jonge hogeschool te mogen meewerken.

Mijne heren leden en medewerkers van de onderafdeling der Wiskunde,

De hartelijkheid waarmee U mij in Uw kring heeft opgenomen, heeft het mij gemakkelijk gemaakt mij hier thuis te voelen. Ik hoop mij door mijn bijdrage aan het werk van de onderafdeling daarvoor te kunnen revancheren.

Hooggeleerde Seidel,

Wat ik zojuist zei over de wijze, waarop ik in deze kring ben opgenomen, geldt in bijzondere mate voor U. Laat mij U ervoor een eenvoudig woord van dank zeggen waar ook meer woorden niet toereikend zouden zijn.

Hooggeleerde De Bruijn,

Uw belangstelling en scherp inzicht in die gebieden der wiskunde die ook mij vooral interesseren zijn voor mij vanaf het begin van mijn aanwezigheid hier een aansporing geweest voor mijn eigen werk. Ik hoop ook in de toekomst van een samenwerking met U in deze gebieden te mogen profiteren.

Hooggeleerde De Groot,

Op Uw initiatief heb ik Nederland beter dan een toerist mogen leren kennen en liefhebben. Het jaar dat ik in Amsterdam heb mogen doorbrengen heeft het mij leren waarderen in dit land te kunnen leven en werken. Mag ik U verzoeken ook aan alle collegae en medewerkers op de Universiteit van Amsterdam en op het Mathematisch Centrum mijn dank over te brengen voor alle werkmogelijkheden, alle stimulatie en alle vriendschap, welke ik in dit jaar heb mogen genieten.

Gaarne wil ik op deze plaats ook mijn erkentelijkheid betuigen aan mijn leermeester *professor Hlawka* aan de universiteit te Wenen en aan allen van wie ik heb mogen leren wat een boeiend vak wiskunde kan zijn. Het zal mij verheugen als het mij toegestaan zou zijn een stuk van dit inzicht door te geven aan andere mensen.

Dames en heren van de administratieve en technische staf van deze hogeschool,

Vaak heb ik al op iemand van U een beroep om hulp moeten doen. Ook al zal ik bij sommigen onder U nog vaker met soortgelijke problemen aankomen, toch wil ik hier al graag uitspreken hoezeer ik het waardeer dat U met Uw bereidwilligheid, Uw kennis en Uw bekwaamheid mij nog altijd hebt geholpen het probleem waarom het ging op te lossen.

Dames en heren studenten,

Er was deze middag nog niet veel sprake van kans. Diegenen onder U, die hier zijn gekomen in de verwachting, zich met beschouwingen over waarschijnlijkheidstheorie te moeten laten vervelen, zal ik gaarne uitnodigen voor een college over dit onderwerp. Dan zal er zelfs een kans zijn dat wij er samen iets van kunnen leren.
Sommigen onder U zullen eens zelfstandig wetenschappelijk onderzoek doen en misschien zelfs hun eerste eigen publicatie gaan schrijven. Dezen wil ik hier nog verzekeren dat alle moeilijkheden die daarmee zijn verbonden, niet zo zwaar wegen als de bevrediging eens in de voorste linie van het wetenschappelijk denken en doen te hebben gestaan en op die plaats te zijn geslaagd. En ook al is er een goede kans dat de tweede publicatie beter zal zijn dan de eerste, er zou nooit een betere tweede publicatie komen als er geen eerste geweest was.
Creativiteit behoort bij het menszijn, zowel als het overwinnen van moeilijkheden. Sommigen van U heb ik al ontmoet in colleges, velen zal ik nog ontmoeten. Ook elk van deze ontmoetingen houdt in dat wij elkander de kans geven creatief te zijn en moeilijkheden te overwinnen. Voor alles wat U mij daarbij geeft door Uw belangstelling zou ik U hier al mijn erkentelijkheid willen betuigen.

Ik dank U voor Uw aandacht.

Literatuur

1. *Écrits et mémoires mathématiques d'Évariste Galois.* Édition critique intégrale de ses manuscrits et publications par Robert Bourgne et J.P.Azra. Gauthier-Villars: Paris 1962, pp. 3-11.

2. B.L. van der Waerden: *Ontwakende Wetenschap. Egyptische, Babylonische en Griekse wiskunde.* P.Noordhoff N.V.: Groningen 1950, pp. 121-122.

3. Oystein Ore: *Niels Henrik Abel. Mathematician extraordinary.* University of Minnesota Press: Minneapolis 1957, pp. 68-70.

4. J.Stellingwerff: *Het Weinberg-rapport in Nederland.* Universiteit en hogeschool **12** (1965), 35-42.

5. FID/ISCU/IFLA/ISO/UNESCO Liaison Committee: *A code of good practice for scientific publications.* Unesco/NS/177 (1962).

6. Walter Feit and John G.Thompson: *Solvability of groups of odd order.* Pac.J.Math. **13** (1963), 773-1029.

7. G.H.Hardy, J.E.Littlewood, G.Pólya: *Inequalities.* University Press: Cambridge 1952, p. 16.

8. D.J.Struik: *Geschiedenis van de wiskunde.* Aula-boeken: Utrecht-Antwerpen 1965, pp. 136-142.

9. Miyoko Uchiyama née Katayama and Saburô Uchiyama: *On the cosine problem.* Proc.Japan Acad. **36** (1960), 475-479.

10. Math.Reviews **23** (1962), # A 870.

11. Zentralblatt für Mathematik **118** (1965), 48.

12. W.Greve: *Dini's theorem for almost periodic functions.* J.Australian Math.Soc. **2** (1961/1962), 143-146.

13. Referativnyi Žurnal Matematika (1962), 6 Б 469.

14. Math.Reviews **25** (1963), # 1407.

15. G.Helmberg: *Almost periodic functions and Dini's theorem.* Kon. Ned.Akad.Wetenschappen Proc. A **67** = Indag.Math. **26** (1964) 173-177.

16. Zentralblatt für Mathematik **112** (1965), 314.

17. *Auszug aus einem Brief von L.Kronecker an Herrn Prof.G.Cantor,* 18.9.1891. Jahresber. DMV **1** (1890/91), 23-25.

18. Zie 1), p. 185 en Leopold Infeld: *Wen die Götter lieben.* Schönbrunn Verlag: Wien 1954, p. 297.