

## Fundamentele aspecten van slibontwatering ; Deel 3 : Filtratie-expressie modellering

**Citation for published version (APA):**

Herwijn, A. J. M., Heij, I. a, E. J., Janssen, P. M. H., Coumans, W. J., & Kerkhof, P. J. A. M. (1994). *Fundamentele aspecten van slibontwatering ; Deel 3 : Filtratie-expressie modellering*. (Toekomstige generatie rioolwaterzuiveringsinrichtingen RWZI 2000; Vol. 35-3). STOWA.

**Document status and date:**

Published: 01/01/1994

**Document Version:**

Publisher's PDF, also known as Version of Record (includes final page, issue and volume numbers)

**Please check the document version of this publication:**

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

**General rights**

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

[www.tue.nl/taverne](http://www.tue.nl/taverne)

**Take down policy**

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

[openaccess@tue.nl](mailto:openaccess@tue.nl)

providing details and we will investigate your claim.

*Agv-02-05*

# **FUNDAMENTELE ASPEKTEN VAN SLIBONTWATERING**

## **Deel 3: Filtratie-expressie modellering**



**RIZA**

Rijkswaterstaat  
Rijksinstituut voor Integraal Zoetwaterbeheer  
en Afvalwaterbehandeling

Postbus 17. 8200 AA Lelystad

**stowa**

Stichting Toegepast Onderzoek  
Waterbeheer

Postbus 8090. 3503 RB Utrecht

2

221

NW 94-02/3

## generatie rioolwaterzuiveringsinrichtingen RWZI 2000

...ing en secretariaat: postbus 17, 8200 AA Lelystad 03200 - 70411



# FUNDAMENTELE ASPEKTEN VAN SLIBONTWATERING

## Deel 3: Filtratie-expressie modellering

BIBLIOTHEEK  
STARINGGEBOUW

14 MAART 1995

CENTRALE LANDBOUW-CATALOGUS



0000 0783 2971

RWZI 2000 94-02

1501195

auteur(s):

TU-Eindhoven, Laboratorium  
voor Scheidingstechnologie:

ir. A.J.M. Herwijn

drs. E.J. La Heij

ing. P.M.H. Janssen

dr.ir. W.J. Coumans

prof.dr.ir. P.J.A.M. Kerkhof

## VOORWOORD

De problematiek rond de nuttige afzet van zuiveringsslib heeft binnen het RWZI 2000 onderzoek-programma ruim aandacht gekregen. Naast kwaliteitsverbetering van zuiveringsslib kan de omvang van het probleem worden verkleind door het volume van de hoeveelheid slib, dat vrij komt te beperken. Enerzijds door een verminderde produktie van slib bij het zuiveren van rioolwater, anderzijds door het drogestofgehalte van het gevormde zuiveringsslib te verhogen o.a door een verbeterde ontwatering. Aangezien destijds met de toenmalige, veelal op empirisch onderzoek gebaseerde inzichten en kennis geen substantiële verhoging van het drogestofgehalte was te verwachten, is in 1990 een fundamenteel onderzoek gestart naar slib/waterscheiding.

Het onderzoek is uitgevoerd in het Laboratorium voor Scheidingstechnologie van de TU-Eindhoven door een projectgroep, bestaande uit ir. A.J.M. Herwijn, drs. E.J. La Heij en ing. P.M.H. Janssen onder begeleiding van dr.ir. W.J. Coumans en prof.dr.ir. P.J.A.M. Kerkhof. Een belangrijke bijdrage aan het onderzoek is geleverd door tien afstudeerders van de faculteit Scheikundige Technologie.

Bij de uitvoering van het onderzoek werd het projectteam begeleid door een commissie bestaande uit ir. H.A. Meijer (Zuiveringsschap Hollandse Eilanden en Waarden), prof.ir. J.H.J.M. van der Graaf (TU-Delft/Witteveen & Bos), ing. R. Kampf (Hoogheemraadschap Uitwaterende Sluizen), ir. R.E.M. van Oers (Hoogheemraadschap West-Brabant), prof.dr.ir. W.H. Rulkens (LU-Wageningen), ing. G.B.J. Rijs (RIZA) en ir. P.C. Stamperius (STOWA).

Het voorliggende rapport geeft een overzicht van de verkregen onderzoeksresultaten en vormt een onderdeel van het uit acht deelrapportages bestaande eindrapport, t.w.:

- deel 1: Samenvattend verslag
- deel 2: Flocculatiemechanismen
- deel 3: Filtratie-expressie modellering
- deel 4: Filtratie-expressie experimenten
- deel 5: Slib-water binding
- deel 6: Karakterisering van slibben
- deel 7: Ontwikkeling nieuw CST-apparaat
- deel 8: Congresbijdragen

Lelystad, juli 1994

Voor de Stuurgroep RWZI 2000

prof. dr. J. de Jong  
(voorzitter)

## DANKWOORD

Onze dank gaat uit naar de studenten die in de projectgroep hun afstudeerwerk hebben verricht en een grote bijdrage hebben geleverd aan het onderzoek: Albert van Veldhuizen, Lotte Boon, Paul Dohmen, Frank Pijpers, Juul IJzermans, Diederie van Dijke, Oscar Meijer, Marga Verduin, Annemiek van der Zande en Moshe van Berlo.

Gerben Mooiweer wordt bedankt voor zijn bijdrage aan het ontwikkelen van rekenprogramma's.

Leo Pel van de faculteit Bouwkunde en Klaas Kopinga van de faculteit Technische Natuurkunde bedanken wij voor het deskundige advies en het beschikbaar stellen van de NMR-apparatuur.


Paul Buijs, Wies van Diemen en Prof. Stein van de vakgroep Thermodynamica en Colloïdchemie worden bedankt voor het beschikbaar stellen van de het ESA-meetinstrument.

Jan Denissen van TNO-keramiek wordt bedankt voor het fabriceren van keramiek voor het gemodificeerde CST-apparaat.

De technici, bedankt voor jullie ondersteuning bij het ontwerpen en bouwen van meetopstellingen.

Anniek van Bemmelen en May Rijvers bedanken wij voor het verzorgen van het eindrapport.

Namens de projectgroep,



Prof. dr. ir. P.J.A.M. Kerkhof

## **INHOUDSOPGAVE**

<b>1 INLEIDING</b>	<b>1</b>
<b>2 THEORIE</b>	<b>2</b>
2.1 Algemeen	2
2.2 De compressiedruk	3
2.3 Microbalansen	4
2.3.1 Continuïteitsvergelijkingen`	4
2.3.2 Impulsbalansen	6
2.4 Sedimentatie-effecten	7
2.5 Empirische vergelijkingen	8
2.5.1 De Darcy-Shirato vergelijking	8
2.6 De parabolische differentiaalvergelijking	9
2.7 De verschuivende reandvoorwaarde	10
2.8 Omschrijven van de verschuivende randvoorwaarde	12
2.9 Constitutieve vergelijkingen	12
2.9.1 Elastisch materiaalgedrag	12
2.9.2 Visco-elastisch materiaalgedrag	13
2.10 Combinatie van het standaard vastestofmodel met de parabolische differentiaalvergelijking	19
<b>3 EXPERIMENTEEL</b>	<b>21</b>
<b>4 RESULTATEN EN DISCUSSIE</b>	<b>25</b>
4.1 Cp-cel	25
4.2 Filtratie- en expressiecurve	27
4.3 Vergelijking tussen experiment en model	28
4.3.1 Elastisch materiaalgedrag	28
4.3.2 Visco-elastisch materiaalgedrag	30
4.4 Conclusies	33
<b>5 SYMBOLENLIJST</b>	<b>35</b>
<b>6 LITERATUURLIJST</b>	<b>37</b>
<b>APPENDIX A IMMOBILISATIE VAN DE VERSCHUIVENDE RANDVOORWAARDE</b>	<b>38</b>
<b>APPENDIX B TRANSFORMATIE NAAR VASTESTOFCOÖRDINAAT</b>	<b>40</b>
<b>APPENDIX C INITIALISATIE</b>	<b>42</b>
<b>APPENDIX D PROGRAMMALISTINGS</b>	<b>46</b>

## **1 INLEIDING**

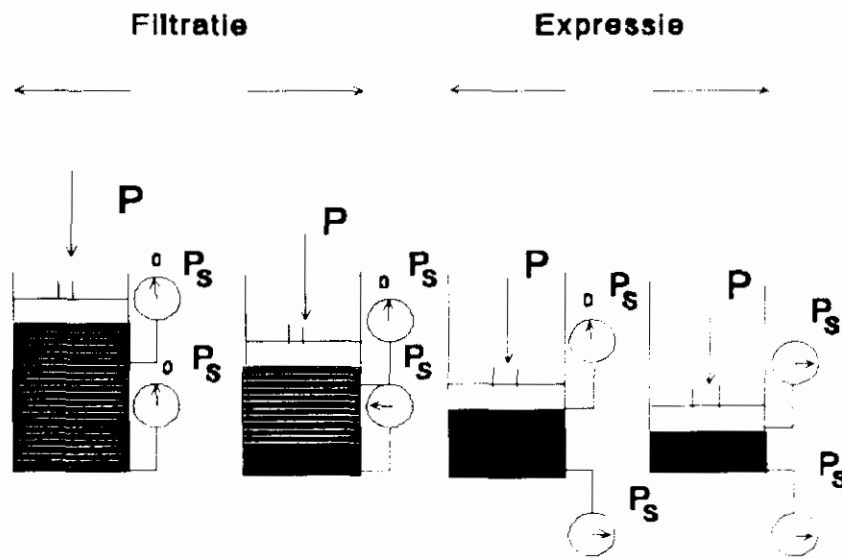
In dit deel, dat dient ter ondersteuning van hoofdstuk 3 in deel I, worden de modellering van het ontwateringsgedrag van slib en de verificatie uitgebreid besproken. In het volgende hoofdstuk wordt de theorie besproken, in hoofdstuk 3 worden de opstellingen die nodig zijn voor modellering en verificatie, besproken en worden enkele typische metingen getoond. In hoofdstuk 4 wordt de verificatie van het model aan experimenten behandeld. Verder zijn een aantal appendices toegevoegd, met onder andere uitdraaien van computerprogramma's. Dit deel is een samenstelling van de afstudeerverslagen van Marga Verduin en Oscar Meijer.



## 2 THEORIE

### 2.1 Algemeen

Om zuiveringsslib te ontwateren wordt vaak gebruik gemaakt van mechanische middelen. Een voorbeeld hiervan is het uitpersen door middel van kamerfilter- of zeefbandpersen. Hierbij wordt, door gebruik te maken van poreuze filtermedia, het water uit het slib geperst. Het uitpersen van slib vindt plaats in twee fasen, de filtratie- en de expressiefase. Een schematische voorstelling van de filtratie en expressie van slib is weergegeven in figuur 1. De drukmeters in deze figuur geven de compressieve druk op de deeltjes ( $P_c$ ) aan.



**Figuur 1.** Schematische weergave van de filtratie en de expressie van slib.

In de figuur is te zien dat tijdens de filtratiefase de slurry wordt samengeperst waardoor een koek ontstaat. Deze koek wordt gedurende de filtratie steeds dikker ( $dL/dt > 0$ ), waarbij  $L$  de koekdikte voorstelt). Aan het begin van het experiment is de vloeistofdruk ( $P_f$ ) overal in de slurry gelijk aan de druk die er mechanisch opgezet wordt ( $P$ ), terwijl de compressieve druk op de deeltjes dan overal gelijk is aan nul. Gedurende de filtratiefase blijft aan de bovenzijde van de koek de vloeistofdruk gelijk aan  $P$ .

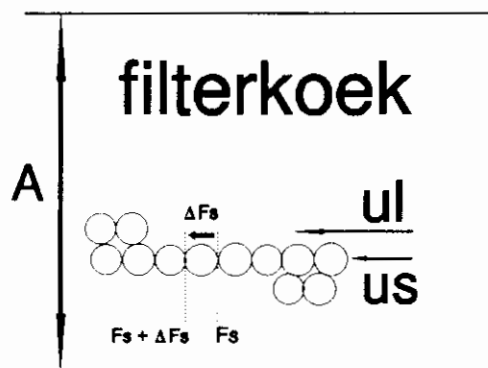
Bij het filtermedium wordt de vloeistofdruk steeds lager, terwijl de compressieve druk op de deeltjes steeds groter wordt. Overal in de koek geldt dat  $P_f$  en  $P_c$  samen gelijk zijn aan  $P$ . Wanneer de uitstroomsnelheid door het filtermedium een constante waarde bereikt, kan bij benadering gesteld worden dat de expressiefase begint. Hierbij wordt de koek uitgeperst (waarbij  $dL/dt < 0$ ). De vloeistofdruk aan de bovenzijde van de koek wordt steeds lager tot deze net als bij het filtermedium gelijk is aan nul. De compressieve druk is dan in de hele koek gelijk aan  $P$ .

In de hierna volgende paragrafen zal een model worden afgeleid waarmee de bovengenoemde processen worden beschreven. Allereerst worden een aantal onderwerpen besproken die worden gebruikt bij het opstellen van het filtratie- en expressiegedrag van compressibele materialen.

Deze parabolische differentiaalvergelijking wordt in §2.6 opgesteld tezamen met de daarbij behorende randvoorwaarden. Bij één van deze randvoorwaarden hebben we te maken met een verschuivende randvoorwaarde. In §2.7 leiden we een vergelijking af voor de groeisnelheid van de filterkoek zodat de bewegende randvoorwaarde kan worden gelokaliseerd.

## 2.2 De compressiedruk.

Stel dat bij filtratie met constante filtratiesnelheid de hydraulische drukgradiënt overal in de koek gelijk is. We spreken in dat geval van een niet-samendrukbare of incompressibele filterkoek. Indien de filterkoek wel compressibel is, wordt de hydraulische drukgradiënt een functie van de plaats in de koek. Dit betekent dat de weerstand in de koek niet overal gelijk is.



**Figuur 2.** Meesleepkrachten t.g.v. het snelheidsverschil tussen vloeistof en deeltjes.

- A = oppervlak ( $m^2$ )
- $F_s$  = meesleepkracht (N)
- $u_l$  = snelheid van de vloeistoffase in de koek (m/s)
- $u_s$  = snelheid van de vaste stof in de koek (m/s)

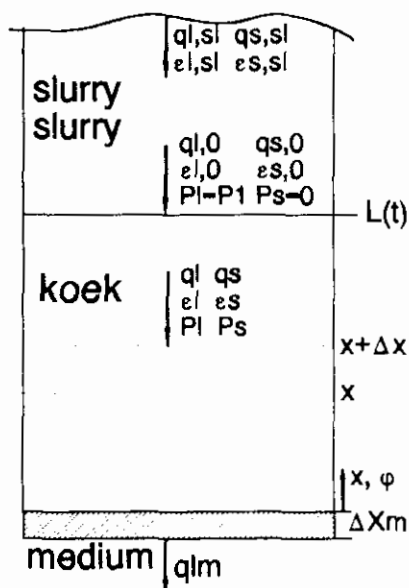
Doordat de koek wordt samengedrukt hebben de deeltjes in de koek een snelheid  $u_s$ . De vloeistof stroomt met een hogere snelheid  $u_l$  door de koek. Ten gevolge van het snelheidsverschil oefent de vloeistof op de deeltjes een 'meesleep' kracht  $F_s$  uit. Indien wordt verondersteld dat de deeltjes in de koek puntcontact hebben, zal de meesleepkracht  $F_s$  worden doorgegeven op de volgende deeltjes. In figuur 2 is de situatie weergegeven. De

cumulatieve meesleepkracht  $F_s$ , gedeeld door het doorsnee oppervlak  $A$  wordt de compressiedruk  $P_s$  genoemd.

### 2.3 Microbalansen.

In 2.3.1 worden de continuïteitsvergelijkingen afgeleid voor de vloeistof- en vaste fase. De impulsbalans, die onder bepaalde voorwaarden overgaat in een krachtenbalans, is opgesteld in 2.3.2.

#### 2.3.1 Continuïteitsvergelijkingen.



Figuur 3. Opstellen continuïteitsvergelijkingen.

- $L$  = koekdikte (m)
- $P_l$  = vloeistofdruk (Pa)
- $P_s$  = compressiedruk (Pa)
- $q_l$  = superficiële vloeistofsnelheid in de koek (m/s)
- $q_{l,0}$  = superficiële vloeistofsnelheid in de koek bij het koek/slurry-oppervlak (m/s)
- $q_{lm}$  = superficiële vloeistofsnelheid in het filtermedium (m/s)
- $q_{l,sl}$  = superficiële vloeistofsnelheid in de slurry (m/s)
- $q_s$  = superficiële vastestofsnelheid in de koek (m/s)
- $q_{s,0}$  = superficiële vastestofsnelheid in de koek bij het koek/slurry-oppervlak (m/s)
- $q_{s,sl}$  = superficiële vastestofsnelheid in de slurry (m/s)
- $t$  = tijd (s)
- $x$  = reële hoogte in de filterkoek tussen 0 en  $L(t)$  (m)

- $\Delta x_m$  = dikte van het filtermedium (m)  
 $\varepsilon_l$  = porositeit van de vloeistoffase in de koek (-)  
 $\varepsilon_{l,0}$  = porositeit van de vloeistoffase in de koek bij  $P_s = 0$  (-)  
 $\varepsilon_{l,sl}$  = porositeit van de vloeistoffase in de slurry (-)  
 $\varepsilon_s$  = porositeit van de vaste fase in de koek (-)  
 $\varepsilon_{s,0}$  = porositeit van de vaste fase in de koek bij  $P_s = 0$  (-)  
 $\varepsilon_{s,sl}$  = porositeit van de vaste fase in de slurry (-)  
 $\varphi$  = dimensieloze hoogte =  $x/L(t)$  (-)

In figuur 3 is de koek met de slurryanvoer schematisch weergegeven. De continuïteitsvergelijkingen voor de vloeistof- en vaste fase worden opgesteld over een plakje  $\Delta x$ . Een massabalans over de vloeistoffase levert:

$$\Delta x \frac{\partial(\varepsilon_l \rho_l A)}{\partial t} = (A \rho_l q_l)_{x+\Delta x,t} - (A \rho_l q_l)_{x,t} \quad (1)$$

Indien we delen door  $\Delta x$ ,  $\rho_l$  en  $A$  en vervolgens  $\Delta x$  naar nul laten naderen gaat vergelijking (1) over in de uiteindelijke vorm van de continuïteitsvergelijking voor de vloeistoffase.

$$\left[ \frac{\partial \varepsilon_l}{\partial t} \right]_x = \left[ \frac{\partial q_l}{\partial x} \right]_t \quad (2)$$

Op dezelfde manier is de continuïteitsvergelijking voor de vaste fase (3) af te leiden.

$$\left[ \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial t} \right]_x = \left[ \frac{\partial q_s}{\partial x} \right]_t \quad (3)$$

Het verband tussen de porositeit van de vloeistof- en vaste fase is in formule (4) gegeven.

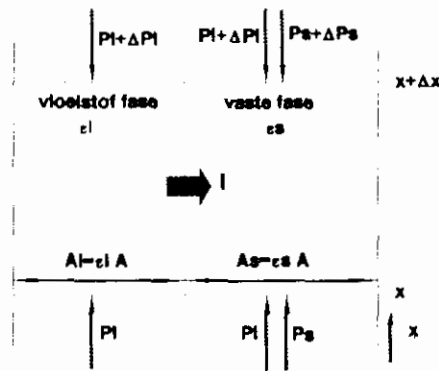
$$\varepsilon_l + \varepsilon_s = 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial \varepsilon_l}{\partial t} + \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial t} = 0 \quad (4)$$

De continuïteitsvergelijkingen (2) en (3) kunnen in vergelijking (4) worden ingevuld. Na integratie met de randvoorwaarde (5) krijg je een verband tussen  $q_l$  en  $q_s$  (vergelijking (6)). Dit verband is geldig is op een willekeurige plaats in de koek of slurry.

$$x = 0 \quad \rightarrow \quad q_s = 0 \quad \Rightarrow \quad q_l = q_{lm} \quad (5)$$

$$q_l + q_s = q_{lm} \quad (6)$$

### 2.3.2 Impulsbalansen.



Figuur 4. Opstellen impulsbalans.

- $I$  = impuls overdracht (N)
- $A_l$  = doorsnee oppervlak van de vloeistoffase ( $m^2$ )
- $A_s$  = doorsnee oppervlak van de vaste fase ( $m^2$ )

Bij lage vloeistof- en vastestofsnelheden is de interne impuls (en de impulsophoping) te verwaarlozen ten opzichte van het extern aangelegde drukverschil en de zwaartekracht-effecten. De impulsbalans gaat over in een krachtenbalans. In figuur 4 is de situatie weergegeven. De krachtenbalans voor de vloeistof- en vaste fase zijn met elkaar gekoppeld via de impulsoverdracht  $I$ . Over het plakje  $\Delta x$  kan een krachtenbalans voor de vloeistoffase worden opgesteld.

$$(\varepsilon_l A P_l)_x = (\varepsilon_l A P_l)_{x+\Delta x} + \varepsilon_l A \rho_l g \Delta x + I \quad (7)$$

Indien we  $\Delta x$  naar nul laten naderen en delen door  $A$  krijgen we vergelijking (8).

$$P_l \partial \varepsilon_l + \varepsilon_l \partial P_l + \varepsilon_l \rho_l g \partial x = -\frac{I}{A} \quad (8)$$

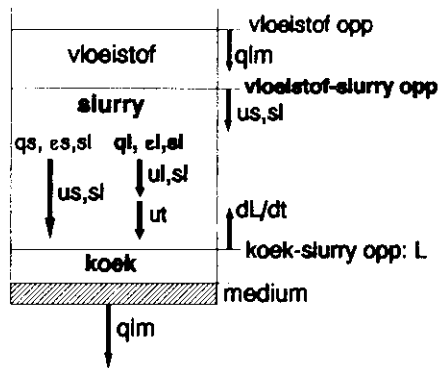
Op dezelfde manier is een krachtenbalans over de vaste fase op te stellen.

$$\partial P_s + P_l \partial \varepsilon_s + \varepsilon_s \partial P_l + \varepsilon_s \rho_s g \partial x = \frac{I}{A} \quad (9)$$

Uit het gelijkstellen van de impulstermen volgt de algemene vorm van de krachtenbalans.

$$\frac{\partial P_s}{\partial x} + \frac{\partial P_l}{\partial x} + (\varepsilon_l \rho_l + \varepsilon_s \rho_s) g = 0 \quad (10)$$

## 2.4 Sedimentatie-effecten.



Figuur 5. Sedimentatie-effecten bij filtratie.

- $u_{l,sl}$  = snelheid van de vloeistoffase in de slurry (m/s)
- $u_{s,sl}$  = snelheid van de vaste stof in de slurry (m/s)
- $u_t$  = slipsnelheid tussen de vloeistof- en vaste fase (m/s)

In figuur 5 is de situatie weergegeven die optreedt als er tijdens filtratie sprake is van sedimentatie. Bij filtratie waarbij sedimentatie optreedt heeft de vaste fase in de slurry een hogere snelheid dan de vloeistoffase. Voor de modellering van sedimentatie-effecten wordt aangenomen dat alle deeltjes met dezelfde snelheid bezinken. De bezinksnelheid bij batchsedimentatie noemen we  $u_{s, sed}$ . Indien we in het geval van batchsedimentatie ( $q_{lm}=0$ ) een massabalans over de slurry opstellen leidt dat tot een uitdrukking voor  $u_{l, sed}$ .

$$u_{l, sed} = -u_{s, sed} \frac{\epsilon_{s, sl}}{\epsilon_{l, sl}} \quad (11)$$

- $u_{l, sed}$  = snelheid van de vloeistoffase in de slurry bij batchsedimentatie (m/s)
- $u_{s, sed}$  = snelheid van de vaste fase in de slurry bij batchsedimentatie (m/s)

De slipsnelheid  $u_t$  tussen de vloeistof- en vaste fase is gelijk aan:

$$u_t = u_{s, sed} - u_{l, sed} = \frac{u_{s, sed}}{\epsilon_{l, sl}} \quad (12)$$

De slipsnelheid  $u_t$  is geldig bij zowel batchsedimentatie als bij filtratie waarbij sedimentatie optreedt. In het laatste geval wordt de vaste stof snelheid in de slurry  $u_{s, sl}$ .

$$u_{s, sl} = u_{l, sl} + u_t = u_{l, sl} + \frac{u_{s, sed}}{\epsilon_{l, sl}} \quad (13)$$

Indien  $u_{s, sl}$  als functie van het drogestofgehalte in de slurry gewenst is, dan kan met

batchsedimentatie het verband tussen  $u_{s, \text{sed}}$  en het drogestofgehalte gemeten worden en in vergelijking (13) worden ingevuld.

## 2.5 Empirische vergelijkingen.

De Darcy-Shirato-vergelijking geeft een verband tussen de filtratiesnelheid en de hydraulische drukgradiënt in de koek. De Darcy-Shirato-vergelijking wordt behandeld in 2.5.1.

### 2.5.1 De Darcy-Shirato-vergelijking.

De algemene vorm van de Darcy-Shirato-vergelijking, rekening houdend met de zwaarte-effecten [1], is gegeven in vergelijking (14).

$$q_{is} = q_i - q_s \frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_s} = \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (14)$$

$q_{is}$  = superficiële verschilsnelheid tussen vloeistof en vaste fase in de koek (m/s)

$\phi$  = snelheidspotentiaal (m<sup>2</sup>/s)

De snelheidspotentiaal  $\phi$  wordt bepaald door:

$$\phi = \frac{K}{\eta} (P_i + \rho_i g x) \quad (15)$$

$K$  = permeabiliteit (m<sup>2</sup>)

$\eta$  = dynamische viscositeit van de vloeistoffase (Pa·s)

Bij filtratie is de zwaartekracht van de vloeistoffase meestal te verwaarlozen ten opzichte van het aangelegde drukverschil. Voor de volledigheid zullen we de zwaartekrachteffecten hier toch meenemen. Combinatie van de vergelijkingen (6), (14) en (15) levert een vergelijking voor  $q_i$ , geldig op een willekeurige plaats in de koek.

$$q_i = \varepsilon_i q_{im} + \varepsilon_s \frac{K}{\eta} \left[ \frac{\partial P_i}{\partial x} + \rho_i g \right] \quad (16)$$

Met behulp van de krachtenbalans (10) kan  $q_i$  ook in termen van  $P_s$  worden uitgedrukt.

$$q_i = \varepsilon_i q_{im} - \varepsilon_s \frac{K}{\eta} \left[ \frac{\partial P_s}{\partial x} + (\rho_s - \rho_i) \varepsilon_s g \right] \quad (17)$$

## 2.6 De parabolische differentiaalvergelijking.

De parabolische differentiaalvergelijking wordt verkregen door vergelijking (17) in te vullen in de continuïteitsvergelijking van de vloeistoffase.

$$\left[ \frac{\partial \varepsilon_l}{\partial t} \right]_x = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \varepsilon_l q_{lm} - \varepsilon_s \frac{K}{\eta} \left( \frac{\partial P_s}{\partial x} + (\rho_s - \rho_l) \varepsilon_s g \right) \right] \quad (18)$$

De bijbehorende randvoorwaarden zijn:

$$x = 0 \rightarrow q_l = q_{lm}, P_s = P_s|_{x=0} \quad (19)$$

$$x = L \rightarrow \varepsilon_s = \varepsilon_{s,0}, P_s = 0 \quad (20)$$

Tijdens de expressiefase geldt bij het medium dat de compressieve druk op de deeltjes niet verandert. Dit betekent dat de porositeit gelijk blijft aan de porositeit die daar tijdens de filtratiefase is bereikt. Aan de bovenkant van de filterkoek bevindt zich een zuiger, waardoor hier geldt dat de afgeleide van de porositeit naar de plaatscoördinaat gelijk is aan nul.

De randvoorwaarden bij expressie zijn dus:

$$t > 0 \quad x=0 \quad \varepsilon = \varepsilon_{f,m} \quad (21)$$

$$t > 0 \quad x=H(t) \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = 0 \quad (22)$$

Waarbij geldt:

$\varepsilon_{f,m}$  = porositeit bij het medium aan het einde van de filtratiefase [-]

Voor de oplossing van de differentiaalvergelijking voor de filtratiefase maken we gebruik van dimensieloze coördinaten (zie appendix A). Na de invoering van dimensieloze coördinaten en omschrijven naar de voidratio wordt de parabolische differentiaalvergelijking:

$$\begin{aligned} \frac{L^2}{(1+e)^2} \left[ \frac{\partial e}{\partial \tau} \right]_\varphi &= \frac{\partial}{\partial \varphi} \left[ \frac{-K}{(1+e)\eta} \left[ \frac{\partial P_s}{\partial e} \right]_\tau \left[ \frac{\partial e}{\partial \varphi} \right]_\tau \right] \\ &+ \frac{L}{(1+e)^2} \left[ q_{l,m} + \varphi \frac{dL}{dt} + \left[ 2 - \frac{\delta}{\beta} \right] \frac{K}{(1+e)\eta} (\rho_s - \rho_l) g \right] \left[ \frac{\partial e}{\partial \varphi} \right]_\tau \end{aligned} \quad (23)$$

Daar de totale koekhoogte niet en de hoogte van de vaste stof wel constant is tijdens de expressie schrijven we vergelijking (18) in vastestofcoördinaten. De afleiding naar vastestofcoördinaten is uiteengezet in appendix B. Voor de vastestofcoördinaat y geldt:



$$y = \int_0^x (1-\varepsilon) dx \quad (24)$$

Met gebruik van de vastestofcoördinaat en de porositeit omschreven in voidratio wordt vergelijking (17) nu:

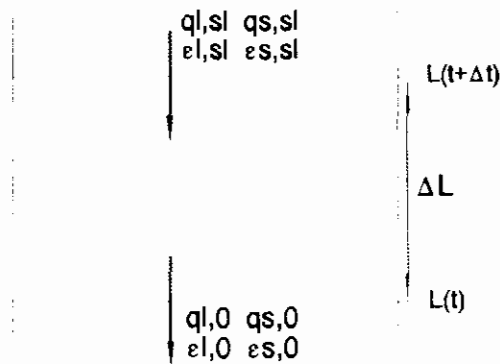
$$\left[ \frac{\partial e}{\partial t} \right]_y = \frac{\partial}{\partial y} \left[ q_{l,m} - \frac{K}{\eta} \frac{1}{1+e} \left[ \frac{\partial P_s}{\partial e} \right]_t \left[ \frac{\partial e}{\partial y} \right]_t \right] \quad (25)$$

Waarbij de term  $(\partial q_{l,m}/\partial y)_t$  gelijk is aan 0, omdat  $q_{l,m}$  gelijk is aan de totale uitstroomsnelheid  $u_s$ , die constant is over de gehele koek.

Nu kunnen vergelijking (23) en (25) worden opgelost mits het verband tussen de compressieve druk ( $P_s$ ) en de voidratio ( $e$ ) c.q. de porositeit ( $\varepsilon$ ) en de tijd bekend is. Die verbanden worden beschreven door de zogenaamde constitutieve vergelijkingen.

### 2.7 De verschuivende randvoorwaarde.

Op plaats  $x=L$  is randvoorwaarde (20) geldig. Door de groei van de koek verschuift deze de randvoorwaarde voortdurend in de  $x$ -richting. Om de randvoorwaarde te kunnen lokaliseren moet de groeisnelheid  $dL/dt$  van de koek bekend zijn.



**Figuur 6.** *Bepalen verschuivende randvoorwaarde.*

In figuur 6 is het koek/slurry-oppervlak weergegeven op de tijdstippen  $t$  en  $t + \Delta t$ . In deze tijdstap groeit de koek met  $\Delta L$ . Gedurende het tijdstapje  $\Delta t$  wordt een massabalans over het plakje  $\Delta L$  opgesteld. De ingaande min de uitgaande vloeistofstroom is gelijk aan de verandering van de hoeveelheid vloeistof in het plakje.

$$q_{l,st}\rho_l\Delta t - q_{l,0}\rho_l\Delta t = \varepsilon_{l,0}\rho_l\Delta L - \varepsilon_{l,st}\rho_l\Delta L \quad (26)$$

Indien we  $\Delta x$  en  $\Delta L$  naar nul laten naderen en vergelijking (26) omschrijven krijgen we een term voor  $dL/dt$ .

$$\frac{dL}{dt} = \frac{q_{l,st} - q_{l,0}}{\varepsilon_{l,0} - \varepsilon_{l,st}} \quad (27)$$

Invullen van  $u_{s,st}$  (13) in een massabalans over de slurry (28), levert een uitdrukking voor  $q_{l,st}$  (29).

$$q_{l,st} + q_{s,st} = u_{l,st}\varepsilon_{l,st} + u_{s,st}\varepsilon_{s,st} = q_{lm} \quad (28)$$

$$q_{l,st} = \varepsilon_{l,st}q_{lm} - \varepsilon_{s,st}u_{s,st} \quad (29)$$

De term  $q_{l,0}$  is af te leiden uit de integratie van de continuïteitsvergelijking voor de vloeistoffase tussen de grenzen (30) en (31).

$$x = 0 \rightarrow q_l = q_{lm} \quad (30)$$

$$x = L \rightarrow q_l = q_{l,0} \quad (31)$$

$$q_{l,0} = q_{lm} + \int_0^L \left[ \frac{\partial \varepsilon_l}{\partial t} \right]_x \partial x \quad (32)$$

De verschuivende randvoorwaarde volgt uit het invullen van de gevonden termen voor  $q_{l,st}$  (29) en  $q_{l,0}$  (32) in vergelijking (27).

$$\frac{dL}{dt} = \frac{\varepsilon_{s,st}(q_{lm} + u_{s,st}) + \int_0^L \left[ \frac{\partial \varepsilon_l}{\partial t} \right]_x \partial x}{\varepsilon_{l,st} - \varepsilon_{l,0}} \quad (33)$$

In plaats van  $q_{l,0}$  af te leiden uit de integratie van de continuïteitsvergelijking kan  $q_{l,0}$  ook berekend worden uit de Darcy-Shirato-vergelijking (vergelijking 17).

$$q_{l,0} = \varepsilon_{l,0}q_{lm} - \varepsilon_{s,0} \left[ \frac{K}{\eta} \left[ \frac{\partial P}{\partial x} + (\rho_s - \rho_l)\varepsilon_s g \right] \right]_{x=L} \quad (34)$$

Het invullen van vergelijking (29) en (34) in vergelijking (27) leidt tot een andere vorm van de verschuivende randvoorwaarde.

$$\frac{dL}{dt} = \frac{\varepsilon_{v,0}}{(\varepsilon_{l,0} - \varepsilon_{l,st})} \left[ \frac{K}{\eta} \left[ \frac{\partial P_v}{\partial x} + (\rho_v - \rho_l) \varepsilon_v g \right] \right]_{x=L} - \frac{\varepsilon_{v,st}}{(\varepsilon_{l,0} - \varepsilon_{l,st})} u_{v,red} - q_{lm} \quad (35)$$

## 2.8 Omschrijven van de verschuivende randvoorwaarde.

De verschuivende randvoorwaarde in reële coördinaten is afgeleid in 2.7, vergelijking (33). Het is voldoende om deze vergelijking alleen naar de dimensieloze coördinaat om te schrijven.

$$\frac{dL}{dt} = \frac{\varepsilon_{v,st}(q_{lm} + u_{v,red}) - L \int_0^1 \left[ \frac{\partial \varepsilon_l}{\partial \tau} \right]_{\varphi} \partial \varphi}{\varepsilon_{l,st} - \varepsilon_{l,0} + \int_0^1 \varphi \partial \varepsilon_l} \quad (36)$$

## 2.9 Constitutieve vergelijkingen

### 2.9.1. Elastisch materiaalgedrag

Vergelijking (25) kan bijvoorbeeld worden opgelost door de rechte term als functie van de voidratio te schrijven. Daarvoor moet de relatie tussen de compressieve druk en de voidratio ( $\partial P_v / \partial e$ ) bekend zijn. Wanneer het materiaalgedrag van de vaste stof als elastisch beschouwd kan worden, mogen onderstaande constitutieve vergelijkingen gebruikt worden. Constitutieve vergelijkingen beschrijven de relaties tussen de koekstructuur (porositeit en permeabiliteit) en de compressieve druk die op de slibkoekdeeltjes wordt uitgeoefend. Onderstaande vergelijkingen zijn afkomstig uit het model van Tiller<sup>2</sup>. In deze vergelijkingen is  $P_a$  een constante die wordt gebruikt om de compressieve druk dimensieloos te maken. De constanten  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\delta$  en  $n$  zijn de zogenaamde compressie-coëfficiënten, waarbij voor  $\delta$  geldt dat deze gelijk is aan de som van  $\beta$  en  $n$ .

$$\varepsilon_{v,\alpha} = \varepsilon_{v,0} \left[ 1 + \frac{P_v}{P_a} \right]^{-\alpha} \quad (37)$$

$$\varepsilon_{v,\alpha} = \varepsilon_{v,0} \left[ 1 + \frac{P_v}{P_a} \right]^{\beta} \quad (38)$$

$$K_{v,\alpha} = K_{v,0} \left[ 1 + \frac{P_v}{P_a} \right]^{-\delta} \quad (39)$$

$$\alpha_{\infty} = \alpha_0 \left[ 1 + \frac{P_s}{P_a} \right]^n \quad (40)$$

Waarbij geldt:

$$\begin{aligned} \alpha &= \text{specifieke filtratieweerstand} && [\text{m}^2] \\ \varepsilon_{s0} &= \text{porositeit van de vaste stof} && [-] \end{aligned}$$

$\varepsilon_0$ ,  $\varepsilon_{s0}$ ,  $K_0$  en  $\alpha_0$  zijn dus respectievelijk de porositeit van de vloeistof, de porositeit van de vaste stof, de permeabiliteit en de specifieke filtratieweerstand in onbelaste toestand. De parameters zijn materiaalspecifiek. De index  $\infty$  geeft aan dat deze parameters zijn gemeten in een evenwichtssituatie.

Met deze relaties kan de afgeleide van de compressieve druk naar de voidratio uit de parabolische differentiaalvergelijking worden bepaald.

Voor de compressieve druk kan dan namelijk geschreven worden:

$$P_s = \left[ \left( \frac{1+e_0}{1+e} \right)^{\frac{1}{\beta}} - 1 \right] P_a \quad (41)$$

Voor de afgeleide van de compressieve druk naar de voidratio geldt dus:

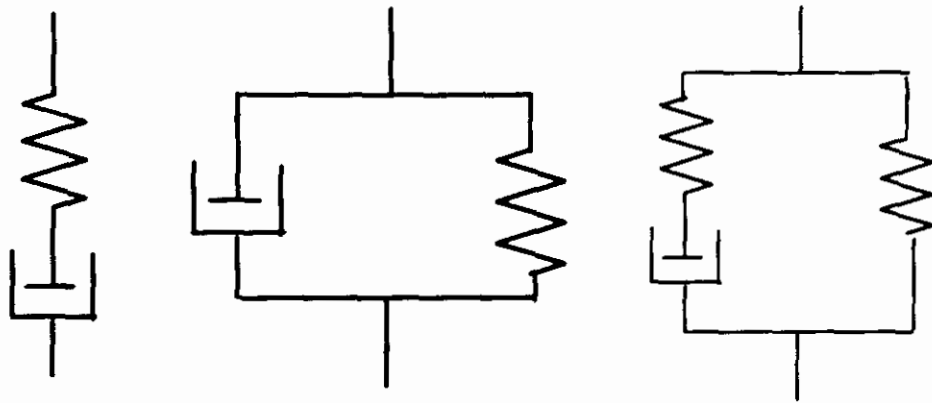
$$\frac{\partial P_s}{\partial e} = - \frac{P_a}{\beta} \frac{1}{(1+e)} \left( \frac{1+e_0}{1+e} \right)^{\frac{1}{\beta}} \quad (42)$$

Door combinatie van vergelijking (37) en (38) hebben we een verband tussen de permeabiliteit en de porositeit.

### 2.9.2. Visco-elastisch materiaalgedrag

In deze paragraaf is het materiaalgedrag van de vaste stof als visco-elastisch beschouwd. In de visco-elastische materiaalmodellen wordt zuiver elastisch gedrag voorgesteld door een veer en zuiver visceus gedrag door een demper. Door een combinatie van de veer en de demper kan visco-elastisch gedrag voorgesteld worden. Er zijn verschillende visco-elastische materiaalmodellen bekeken: Maxwell-model, Kelvin-Voigt-model en het vastestofmodel. De schematische weergave van deze modellen is te zien in figuur 7.

Om vergelijking (25) op te lossen kan, net als bij het elastische model, ook hier de partiële afgeleide van de compressieve spanning naar de voidratio worden bepaald. Een andere oplosmethode is om de linkse term van vergelijking (25)  $(\partial e / \partial t)_y$  te schrijven als functie van de compressieve druk. Hierdoor ontstaat een parabolische differentiaalvergelijking in termen van de compressieve druk. Beide oplosmethoden zijn bekeken.



Maxwell

Kelvin-Voigt

Standaard vaste stof

Figuur 7. Schematische weergave van de verschillende visco-elastische materiaalmodellen.

Met de modellen is het mogelijk om bij constante  $\dot{\epsilon}$  de partiële afgeleide van de rek (en hiermee die van de voidratio) naar de tijd te bepalen. Ook is het mogelijk om een relatie af te leiden tussen een opgelegde trekspanning ( $\sigma$ ) en de daardoor ontstane rek ( $\epsilon$ ).

Om de in de vorige paragraaf afgeleide parabolische differentiaalvergelijking op te lossen is het noodzakelijk dat we de relatie tussen de opgelegde compressieve druk ( $P_c$ ) en de voidratio ( $e$ ) kennen. De afgeleide relatie tussen de trekspanning en de rek moet daartoe worden omschreven naar termen van voidratio en compressieve druk. In de onderstaande vergelijkingen geeft de index 1 aan dat het hierbij om de vloeistof gaat en de index 0 geeft aan dat het om de onbelaste situatie gaat. De rek van het materiaal kan als volgt worden gedefinieerd:

$$\epsilon = \frac{l - l_0}{l_0} = \frac{V - V_0}{V_0} \quad (43)$$

Waarbij:

$V$  = volume [m<sup>3</sup>]

$l$  = koekdikte [m]

Voor de porositeit ( $\epsilon$ ) en de voidratio ( $e$ ) kan geschreven worden:

$$\epsilon = \frac{V_t}{V} \quad e = \frac{V_t}{V - V_t} \quad \epsilon_0 = \frac{V_{t0}}{V_0} \quad e_0 = \frac{V_{t0}}{V_0 - V_{t0}} \quad (44)$$

Door de formules voor de voidratio en de porositeit in te vullen in vergelijking (43) kan de

rek worden geschreven als functie van de voidratio:

$$\epsilon = \frac{e(V_0 - V_w) - V_w}{V_0} = e - \epsilon_0(1 + e) = \frac{e - e_0}{1 + e_0} \quad (45)$$

Ook geldt:

$$\frac{d\epsilon}{de} = \frac{1}{1 + e_0} \quad (46)$$

Bij constante  $x$  geldt dan voor de afgeleide van de rek naar de tijd:

$$\frac{d\epsilon}{dt} = \frac{1}{1 + e_0} \frac{de}{dt} \quad (47)$$

De relatie tussen de trekspanning en de compressieve druk:

$$\sigma = -P_s \quad \text{en} \quad d\sigma = -dP_s \quad (48)$$

Voordat de verschillende visco-elastische modellen behandeld worden, worden eerst een aantal algemene formules besproken.

Voor de spanning over een veer geldt:

$$\sigma_{veer} = E\epsilon \quad (49)$$

Voor de spanning over een demper geldt:

$$\sigma_{demper} = \eta \frac{d\epsilon}{dt} = \tau \cdot E \frac{d\epsilon}{dt} \quad (50)$$

Waarbij:

$E$	= elasticiteitsmodulus	[Pa]
$\eta$	= viscositeit	[Pa s]
$\tau$	= relaxatietijd	[s]

### Het Maxwell-model

Het Maxwell-model (figuur 7) bestaat uit een in serie geschakelde veer en demper. Voor een in serie geschakeld systeem geldt dat de spanning in de veer gelijk is aan die in de demper, dit is tevens de totale spanning:

$$\sigma = \sigma_{veer} = \sigma_{demper} = E\epsilon_{veer} = \eta \left[ \frac{d\epsilon}{dt} \right]_{demper} \quad (51)$$

De rek in het systeem wordt gevormd door de rek in de veer en in de demper:

$$\epsilon = \epsilon_{veer} + \epsilon_{demper} \quad (52)$$

Voor de afgeleide van de rek naar de tijd geldt dan:

$$\left( \frac{d\epsilon}{dt} \right)_{\text{totaal}} = \left( \frac{d\epsilon}{dt} \right)_{\text{veer}} + \left( \frac{d\epsilon}{dt} \right)_{\text{demper}} \quad (53)$$

Invullen van vergelijking (49) en (50) levert:

$$\left( \frac{d\epsilon}{dt} \right)_{\text{totaal}} = \frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma}{\eta} \quad (54)$$

Met behulp van vergelijking (45) en (47) kan worden geschreven:

$$\left( \frac{\partial e}{\partial t} \right)_s = -(1+e_0) \left[ \frac{1}{E} \frac{dP_s}{dt} + \frac{P_s}{\eta} \right] \quad (55)$$

### Het Kelvin-Voigt-model

Het Kelvin-Voigt-model (figuur 7) bestaat uit een veer parallel geschakeld aan een demper. Bij een parallel geschakeld systeem geldt dat de rek in de veer en in de demper gelijk is.

$$\epsilon = \epsilon_{\text{veer}} = \epsilon_{\text{demper}} \quad (56)$$

De spanning over het gehele systeem is de spanning in de veer plus die in de demper.

$$\sigma = \sigma_{\text{veer}} + \sigma_{\text{demper}} \quad (57)$$

Door invullen van vergelijking (49) en (50) wordt dit:

$$\sigma = E\epsilon + \eta \frac{d\epsilon}{dt} \quad (58)$$

Omschrijven met  $\tau$  levert:

$$\frac{d\epsilon}{dt} = \frac{\sigma}{\eta} - \frac{E\epsilon}{\eta} = \frac{\sigma}{\eta} - \frac{\epsilon}{\tau} \quad (59)$$

Met behulp van vergelijking (45) en (47) kan hiervoor worden geschreven:

$$\left( \frac{\partial e}{\partial t} \right)_s = -(1+e_0) \left[ \frac{P_s}{\eta} + \frac{e - e_0}{(1+e_0)\tau} \right] \quad (60)$$

### Het standaard vastestofmodel

Het standaard vastestofmodel (figuur 7) bestaat uit een veer ( $V_2$ ) met parallel daaraan een in serie geschakelde demper en veer ( $V_1$ ). Voor  $V_1$  en  $V_2$  worden de elasticiteitsmoduli weergegeven door respectievelijk  $E_1$  en  $E_2$ . In onderstaande formules geven steeds de indexen 1 en

2 aan dat het over één van beide veren gaat, terwijl geen index aangeeft dat het om de totale spanning en/of rek gaat. We gaan ervan uit dat de parameters  $E_1$ ,  $E_2$  en  $\eta$  afhankelijk zijn van de voidratio, want wanneer de koek droger wordt zal het materiaal zich elastischer gedragen. Bij onderstaande vergelijkingen is er voor het gemak van uitgegaan dat alleen de elasticiteitsmodulus  $E_2$  afhankelijk is van de voidratio. Voor  $E_1$  en  $\eta$  zouden ook dergelijke relaties opgesteld kunnen worden. Voor  $E_2$  is de volgende relatie gebruikt (hierbij geeft  $E_{2,0}$  de waarde aan voor  $E_2$  op tijdstip  $t=0$ ):

$$E_2 = E_{2,0} \left( \frac{e}{e_0} \right)^{-\lambda_2} \quad (61)$$

Hieruit volgt dat:

$$\frac{\partial E_2}{\partial e} = -\frac{\lambda_2}{e} E_2 \quad (62)$$

Met vergelijking (46) geldt dan:

$$\frac{\partial E_2}{\partial t} = (1+e_0) \frac{\partial E_2}{\partial e} \frac{\partial e}{\partial t} \quad (63)$$

Voor de totale spanning in het systeem geldt:

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 \quad (64)$$

Voor de rek in het hele systeem geldt:

$$\epsilon = \epsilon_2 = \epsilon_1 + \epsilon_d \quad (65)$$

Voor de rek in  $V_1$  geldt:

$$\epsilon_1 = \frac{\sigma - E_2 \epsilon}{E_1} \quad (66)$$

Voor de afgeleide van de rek naar de tijd geldt:

$$\left( \frac{d\epsilon}{dt} \right)_1 = \frac{1}{E_1} \frac{d\sigma}{dt} - \frac{E_2}{E_1} \frac{d\epsilon}{dt} - \frac{\epsilon}{E_1} \frac{\partial E_2}{\partial t} \quad (67)$$

Voor de demper geldt:

$$\left( \frac{d\epsilon}{dt} \right)_{\text{demper}} = \frac{\sigma - E_2 \epsilon}{\eta} \quad (68)$$

Voor het totale systeem geldt:



$$\frac{d\epsilon}{dt} = \left( \frac{d\epsilon}{dt} \right)_1 + \left( \frac{d\epsilon}{dt} \right)_{demper} \quad (69)$$

De relaxatietijd  $\tau$  wordt gedefinieerd als:

$$\tau = \frac{\eta}{E_1} \quad (70)$$

Invullen van (67) en (68) in (69) levert:

$$\frac{d\epsilon}{dt} = \frac{\frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma}{\tau} - \frac{E_2\epsilon}{\tau}}{E_1 + E_2 + \epsilon(1 + e_0)} \frac{dE_2}{de} \quad (71)$$

Met behulp van vergelijking (45) en (47) kan worden afgeleid:

$$\left( \frac{\partial e}{\partial t} \right)_1 = -(1 + e_0) \left[ \frac{\frac{dP_1}{dt} + \frac{P_1}{\tau} + \frac{E_2(e - e_0)}{\tau(1 + e_0)}}{E_1 + E_2 + (e - e_0) \frac{dE_2}{de}} \right] \quad (72)$$

Indien ook  $E_1$  en  $\eta$  onafhankelijk zijn van de rek wordt vergelijking (71) gelijk aan:

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} = \frac{E_2 \epsilon}{\Psi} - \frac{\eta \frac{\partial p_s}{\partial t}}{\left( \Psi \left( E_1 + \epsilon \frac{\partial E_1}{\partial \epsilon} \right) \right)} - \frac{p_s}{\Psi} \quad (73)$$

$$\Psi = \left( \eta + \frac{E_2}{\left( \frac{1}{\tau} + \frac{\epsilon}{\eta} \frac{\partial E_1}{\partial \epsilon} \right)} + \frac{\epsilon \frac{\partial E_2}{\partial \epsilon}}{\left( \frac{1}{\tau} + \frac{\epsilon}{\eta_s} \frac{\partial E_1}{\partial \epsilon} \right)} \right)$$

Voor  $E_1$  en  $\eta$  worden de volgende machtsfuncties aangenomen:

$$E_1 = E_0 \left( \frac{e_0 - e}{e_\infty} \right)^k \quad (73a)$$

$$\eta = \eta_0 \left( \frac{e_0}{e \cdot e_\infty} \right)^l \quad (73b)$$

## 2.10 Combinatie van het standaard vastestofmodel met de parabolische differentiaalvergelijking

De parabolische differentiaalvergelijking en de differentiaalvergelijking van het standaard vastestofmodel moeten tegelijkertijd worden opgelost. Er is voor een oplosmethode gekozen waarbij de differentiaalvergelijking van het standaard vastestofmodel in de parabolische differentiaalvergelijking wordt gesubstitueerd. Vervolgens wordt deze gecombineerde vergelijking met de NAG-routine D03PGF opgelost.

Verwaarlozen we de sedimentatie-effecten dan gaat de parabolische differentiaalvergelijking in dimensieloze coördinaten over in vergelijking (74).

$$\frac{L^2}{(1+e)^2} \left[ \frac{\partial e}{\partial t} \right]_\varphi = \frac{\partial}{\partial \varphi} \left[ \frac{-K}{(1+e)\eta} \left[ \frac{\partial P_s}{\partial \varphi} \right]_t \right] + \frac{L}{(1+e)^2} \left[ q_{im} + \varphi \frac{dL}{dt} \right] \left[ \frac{\partial e}{\partial \varphi} \right]_t \quad (74)$$

Beide differentiaalvergelijkingen worden gecombineerd door de term  $(\partial e / \partial t)_\varphi$  uit vergelijking (72) of (73) expliciet te schrijven en in vergelijking (74) in te vullen. Combinatie van beide vergelijkingen leidt tot de differentiaalvergelijking die met behulp van de NAG-routine D03PGF wordt opgelost.

$$\begin{aligned} & \frac{L^2}{\left\{ (E_1 + E_2)(1+e_0) - \epsilon(1+e)^2 \frac{\partial E_2}{\partial e} \right\}} \left[ \frac{\partial P_s}{\partial t} \right]_\varphi = \frac{\partial}{\partial \varphi} \left[ \frac{-K}{(1+e)\eta} \left[ \frac{\partial P_s}{\partial \varphi} \right]_t \right] \\ & + \frac{L}{(1+e)^2} \left[ q_{im} + \varphi \frac{dL}{dt} \right] \left[ \frac{\partial e}{\partial \varphi} \right]_t - \frac{L^2(P_s + E_2\epsilon)}{\left\{ (E_1 + E_2)\tau_r(1+e_0) - \epsilon\tau_r(1+e)^2 \frac{\partial E_2}{\partial e} \right\}} \end{aligned} \quad (75)$$

In deze vergelijking zijn  $\epsilon$ ,  $E_2$ ,  $\partial E_2 / \partial e$  en  $K$  functies van de voidratio:

$$\epsilon = \frac{e_0 - e}{1 + e} \quad (76)$$

$$E_2 = \left( \frac{e_0}{e} \right)^\alpha E_{2,0} \quad (77)$$

$$\frac{\partial E_2}{\partial e} = -\frac{\alpha}{e} \left( \frac{e_0}{e} \right)^\alpha E_{2,0} \quad (78)$$

$$K = K_0 \left( \frac{1 + e_0}{1 + e} \right)^{-\frac{\delta}{\beta}} \quad (79)$$

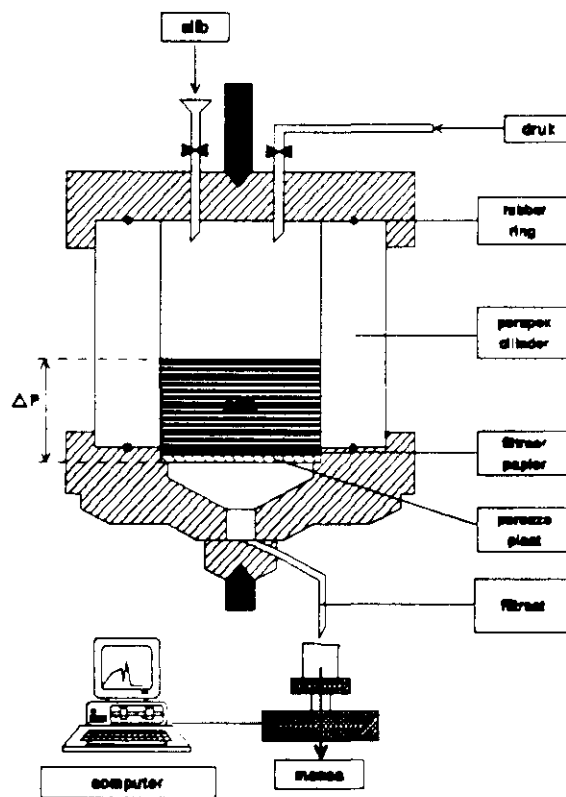
Bij iedere aanroep van de NAG-routine D03PGF wordt een compressiedrukprofiel over de koek uitgerekend. Uit dit profiel wordt, met behulp van de differentiaalvergelijking van het standaard vastestofmodel, de voidratio als functie van de plaats in de koek berekend. De voidratio rekenen we iteratief uit. Hierbij worden  $E_2$  en  $\partial E_2/\partial e$  in eerste instantie met de vorige waarden van de voidratio geschat. Na berekening van de nieuwe voidratio worden de waarden van  $E_2$  en  $\partial E_2/\partial e$  opnieuw bepaald en kan de voidratio opnieuw berekend worden. Deze procedure wordt herhaald totdat het verschil tussen vorige en nieuw berekende voidratio kleiner is dan 0,01%.

De differentiaal in vastestofcoördinaten is gelijk aan:

$$\left[ \frac{1 + e_0}{E_1 + E_2 + (e - e_0) \frac{dE_2}{de}} \right] \frac{\partial P_s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{K}{\eta} \frac{1}{1 + e} \frac{\partial P_s}{\partial y} \right] - \frac{P_s(1 + e_0) + E_2(e - e_0)}{\tau(E_1 + E_2 + (e - e_0) \frac{dE_2}{de})} \quad (80)$$

### 3 EXPERIMENTEEL

De experimenten zijn uitgevoerd met de filtercel die is weergegeven in figuur 8. De filtercel bestaat uit een perspex cilinder die zich op een poreuze bodemplaat bevindt. Op deze poreuze plaat wordt een filtreerpapierje gelegd. Bij de experimenten wordt het slib eerst geflocculeerd en vervolgens in de cel gebracht. Hierna wordt een gasdruk aangebracht boven het slib en begint de filtratie. Het uitgeperste filtraat wordt opgevangen op een balans die is verbonden met een computer. Deze computer registreert het gewicht van het filtraat als functie van de tijd. Het gewicht van het filtraat kan middels de dichtheid van water omgezet worden in een volume als functie van de tijd. De afgeleide naar de tijd van het filtraatvolume geeft het volumedebiet.



Figuur 8. Schematische weergave van een filtercel

Als het volumedebiet een constante waarde heeft bereikt, kan bij benadering worden gesteld dat de filtratiefase geëindigd is. Daarna wordt een massieve zuiger op het slib geplaatst en wordt weer dezelfde gasdruk aangebracht. De fase van het uitpersen die nu volgt is de expressiefase. Wederom wordt met behulp van een computer een volume-versus-tijdgrafiek geregistreerd.

Door de slibkoek aan het eind van het experiment te drogen in een droogstoof kan de eindporositeit of eindvoidratio bepaald worden met behulp van formule (81):

$$m = 1 + \frac{\rho}{\rho_s} \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon} \quad \text{of} \quad m = 1 + \frac{\rho}{\rho_s} e \quad (81)$$

Waarbij:

$m$  = de verhouding van het gewicht van de natte koek tot het gewicht van de droge koek [-]

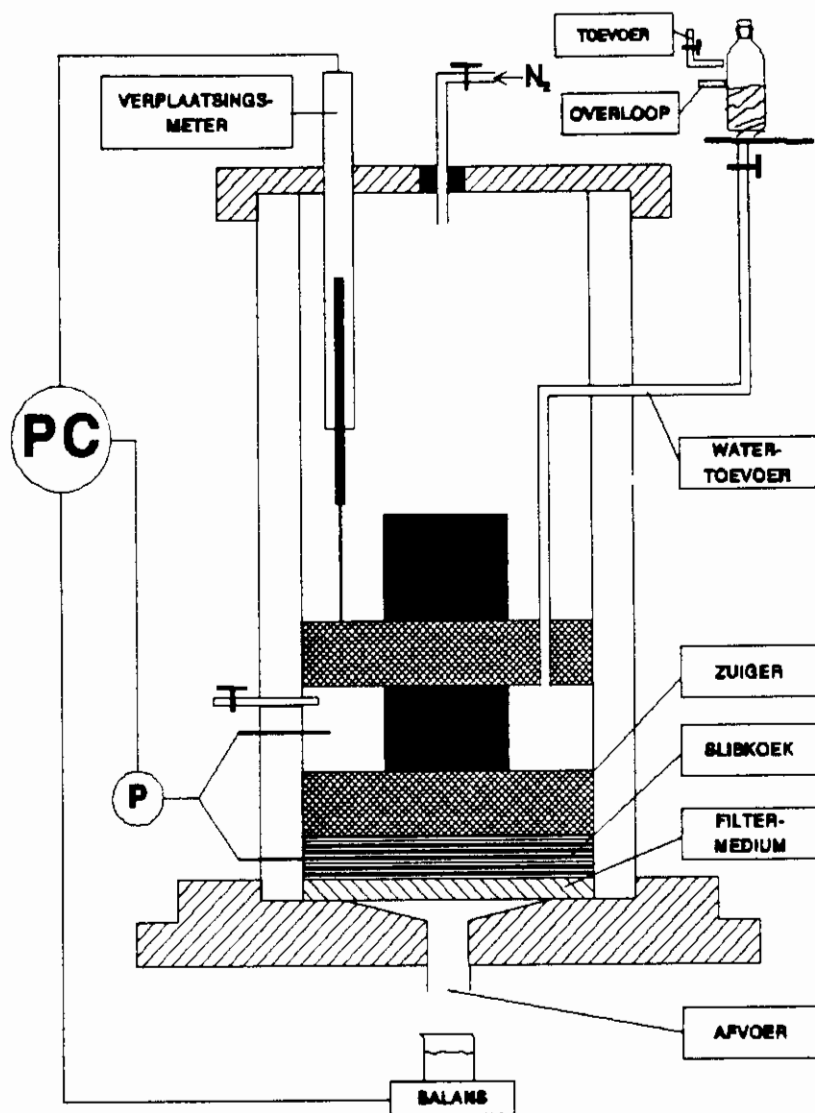
$\rho$  = dichtheid van de vloeistof [ $\text{kg m}^{-3}$ ]

$\rho_s$  = dichtheid van de vaste stof [ $\text{kg m}^{-3}$ ]

Wanneer we voor het gewicht van de droge koek het totale gewicht van de droge koek (drogestof slib en drogestof toegevoegde flocculant) nemen krijgen we de **ongecorrigeerde** voidratio of porositeit. Wanneer we voor het gewicht van de drogestof alleen het gewicht van de droge stofdeeltjes van het slib nemen, verkrijgen we de **gecorrigeerde** voidratio. In dit verslag is steeds (tenzij anders wordt vermeld) met de gecorrigeerde voidratio gewerkt. Verder moet nog worden gecorrigeerd voor intra-cellulair en gebonden water. Deze waterfractie is verantwoordelijk voor de waterstroming en mag daarom niet worden meegenomen in de porositeit tijdens dynamische modellering. De voidratio by 65-70 gew% drogestof is daarom ongeveer 0.

Bij drainage-experimenten wordt het slib in de filtratiecel gebracht, waarna er onder invloed van de zwaartekracht een hoeveelheid water uitstroomt. Hierdoor wordt een koek gevormd met een vaste hoeveelheid vaste stof. Op deze koek wordt een laag water gezet, die door de koek wordt geperst. De uitstroomsnelheid die nu gemeten wordt kan vergeleken worden met de modelberekeningen.

In de zogenaamde Compressie-Permeabiliteits-cel (CP-cel) zijn experimenten uitgevoerd om de compressieconstanten ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\delta$  en  $\lambda$ ) te bepalen. Een schematische weergave van deze CP-cel is te zien in figuur 9. De cel bestaat net als de gewone filtercel uit een perspex cilinder die geplaatst wordt op een houder waarin de bodemplaat wordt gevormd door een poreuze plaat. In deze cel wordt een zuiger gebracht. Deze zuiger bestaat eigenlijk uit twee zuigers die middels een schroefdraad verbonden zijn. De zuiger die in contact komt met het slib is poreus, dit in tegenstelling tot de bovenste zuiger die massief is. De ruimte tussen de zuigers is tijdens de experimenten gevuld met water. Om een constante vloeistofdruk te krijgen wordt op dit water een lage gasdruk gebracht. Aan de zuiger is een verplaatsingsmeter verbonden waarmee de koekdikte kan worden bepaald. Bij de experimenten wordt het slib nadat het geflocculeerd is in de cel gebracht. Vervolgens wordt het experiment gestart door een gasdruk aan te brengen boven de massieve zuiger. Deze gasdruk is de compressieve druk ( $P_c$ ). Het slib wordt nu ineens geperst, waarbij het water zowel naar boven als naar beneden kan stromen. Het water dat naar beneden wegstroomt wordt wederom opgevangen



**Figuur 9.** Schematische weergave van een Compressie-Permeabiliteits-cel

op een balans, die met een computer verbonden is. Deze computer zet het signaal om in een volume-versus-tijdgrafiek. Wanneer de koekdikte constant blijft, blijft ook de permeabiliteit constant. Door nu met behulp van het computerprogramma de constante uitstroomsnelheid te bepalen kan de permeabiliteit worden berekend met de wet van Darcy (82). Uit onderzoek blijkt dat het erg belangrijk is dat zowel de poreuze bodemplaat als de poreuze zuiger worden bedekt met filtreerpapier, dit om verstopping van de poriën te voorkomen. Dit verstopt raken van de poriën is van invloed op de permeabiliteit die berekend wordt, deze wordt dan lager.

$$K = \frac{q\eta L}{\Delta P_i} \quad (82)$$

Waarbij:

- K = permeabiliteit [m<sup>2</sup>]
- η = viscositeit [Pa s]
- q<sub>t</sub> = uitstroomsnelheid [m/s]
- L = koekdikte [m]
- ΔP<sub>t</sub> = hydraulisch drukverschil [Pa]

Voor de permeabiliteit kan volgens het model van Shirato-Tiller ook geschreven worden:

$$K = K_0 \left( 1 + \frac{P_s}{P_a} \right)^{-\delta} \quad \text{of} \quad \ln K = \ln K_0 - \delta \ln \left( 1 + \frac{P_s}{P_a} \right) \quad (83)$$

De permeabiliteit wordt bepaald bij verschillende drukken, waarna ln K wordt uitgezet tegen ln (1 + P<sub>s</sub>/P<sub>a</sub>). Hierbij wordt de compressie-constante δ weergegeven door de helling van de grafiek, de permeabiliteit in onbelaste toestand (K<sub>0</sub>) kan bepaald worden uit de asafsede.

De eindporositeit van de koek kan bepaald worden door de koek te drogen in een droogstoof. Door de koekdikte bij elke druk te bepalen kan vervolgens de porositeit (ε) bij elke druk bepaald worden met behulp van een volumebalans. Voor de porositeit kan volgens Shirato-Tiller geschreven worden:

$$\ln (1 - \varepsilon) = \ln (1 - \varepsilon_0) + \beta \ln \left( 1 + \frac{P_s}{P_a} \right) \quad (84)$$

Door ln (1 - ε) uit te zetten als functie van ln (1 + P<sub>s</sub>/P<sub>a</sub>) kunnen vervolgens de porositeit in onbelaste toestand (ε<sub>0</sub>) en de compressieconstante β bepaald worden. Hierbij is de helling van de grafiek gelijk aan β en is de asafsede gelijk aan ln (1 - ε<sub>0</sub>).

## 4 RESULTATEN EN DISCUSSIE

### 4.1. Cp-cel

In figuur 10 en 11 zijn de resultaten weergegeven van de metingen bij slib dat geflocculeerd was met 10 gew%  $\text{FeCl}_3$  en 20 gew%  $\text{Ca(OH)}_2$ . In figuur 10 is  $\ln K$  uitgezet tegen  $\ln(1+P_s/P_a)$ . Door de meetpunten kan een lineaire regressielijn getrokken worden. Zoals in hoofdstuk 2 besproken is, is de helling gelijk aan de compressieconstante  $\delta$  en is de afsnede gelijk aan  $K_0$ . In figuur 11 is hetzelfde gedaan maar nu voor  $\ln(1-\epsilon)$ .

In tabel 1 zijn de resultaten weergegeven van de eerste serie metingen bij flocculering met verschillende percentages  $\text{FeCl}_3$ . In de tabel zijn de compressiecoëfficiënten  $\delta$  en  $\beta$  en  $K_0$ ,  $\epsilon_0$  en  $e_0$  weergegeven. Bij de bepaling van deze constanten is  $P_a$  gelijk gesteld aan 1000.

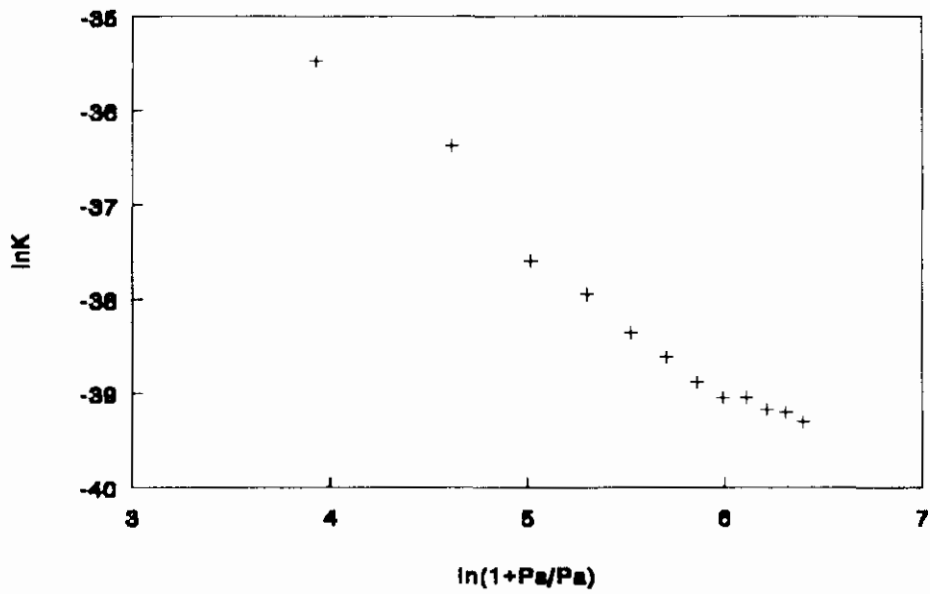
Percentage [gew %]	$\delta$ [-]	$K_0$ $\cdot 10^{-13}$ [m <sup>2</sup> ]	$\epsilon_0$ [-]	$e_0$ [-]	$\beta$ $\cdot 10^{-1}$ [-]
25	1,1221	0,12	0,86	6,3	0,751
20	1,6595	1,5	0,87	6,7	1,044
15	1,7120	3,6	0,89	8,5	1,102
10	1,5272	1,0	0,88	7,2	1,226
5	1,8156	1,6	0,94	16,3	2,814

Tabel 1. Berekende compressieconstanten

Uit de tabel blijkt dat  $\beta$  steeds kleiner wordt naarmate er meer  $\text{FeCl}_3$  wordt toegevoegd. Dit betekent dat toevoeging van  $\text{FeCl}_3$  leidt tot vermindering van de compressibiliteit van de koek. In de tweede serie experimenten treedt er een afwijking op als we kijken naar  $\beta$  als functie van de hoeveelheid toegevoegde flocculant. Hiervoor is geen verklaring gevonden. Bij de tweede serie metingen is geprobeerd om de permeabiliteit te koppelen aan een gemeten deeltjesgrootteverdeling. Dit blijkt niet mogelijk. Oorzaak hiervan is dat de deeltjesgrootteverdeling gemeten wordt aan deeltjes in onbelaste toestand, terwijl de permeabiliteit gemeten wordt aan deeltjes in samengeperste toestand.

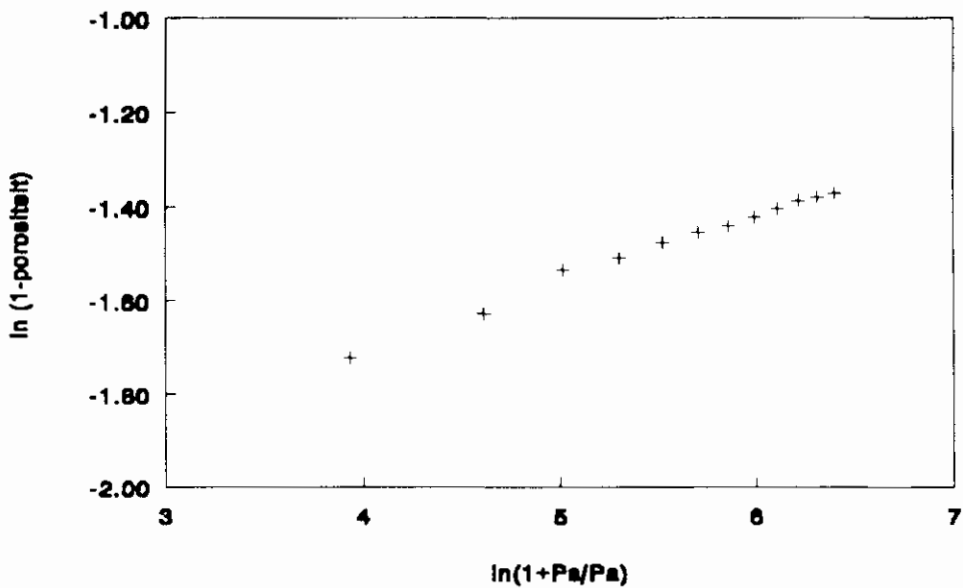


**CP-cel meting slib Mierlo**  
**Bepaling K0 en delta**



Figuur 10.  $\ln K$  versus  $\ln (1+P_i/P_j)$

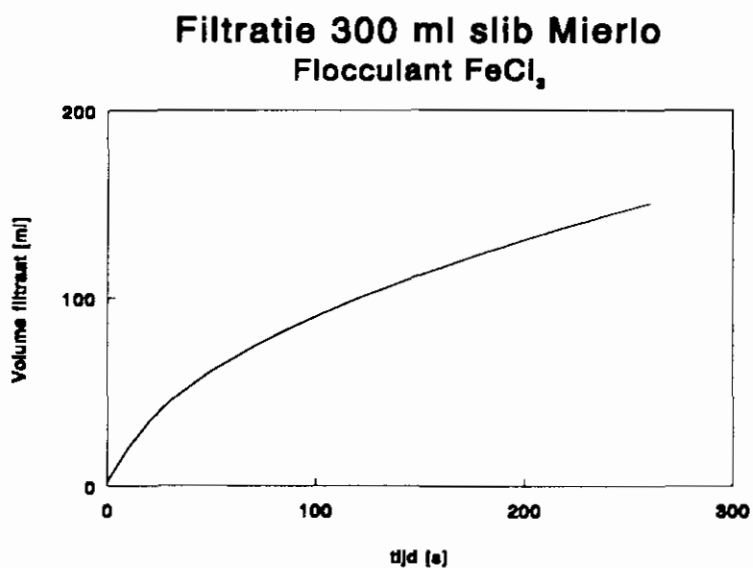
**CP-cel meting slib Mierlo**  
**Bepaling beta en e0**



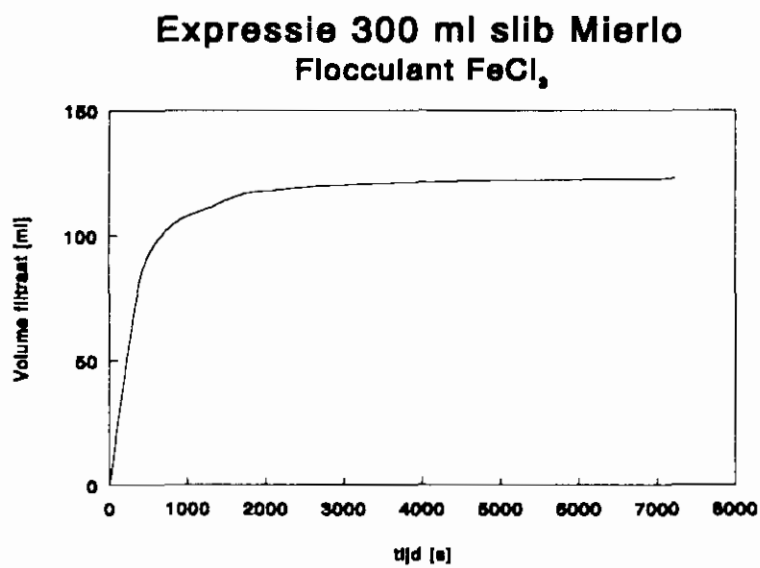
Figuur 11.  $\ln (1-\epsilon)$  versus  $\ln (1+P_i/P_j)$

## 4.2. Filtratie- en expressiecurve

In figuur 12 en 13 is een voorbeeld gegeven van een filtratie- en een expressie-experiment.



Figuur 12. Filtratiecurve

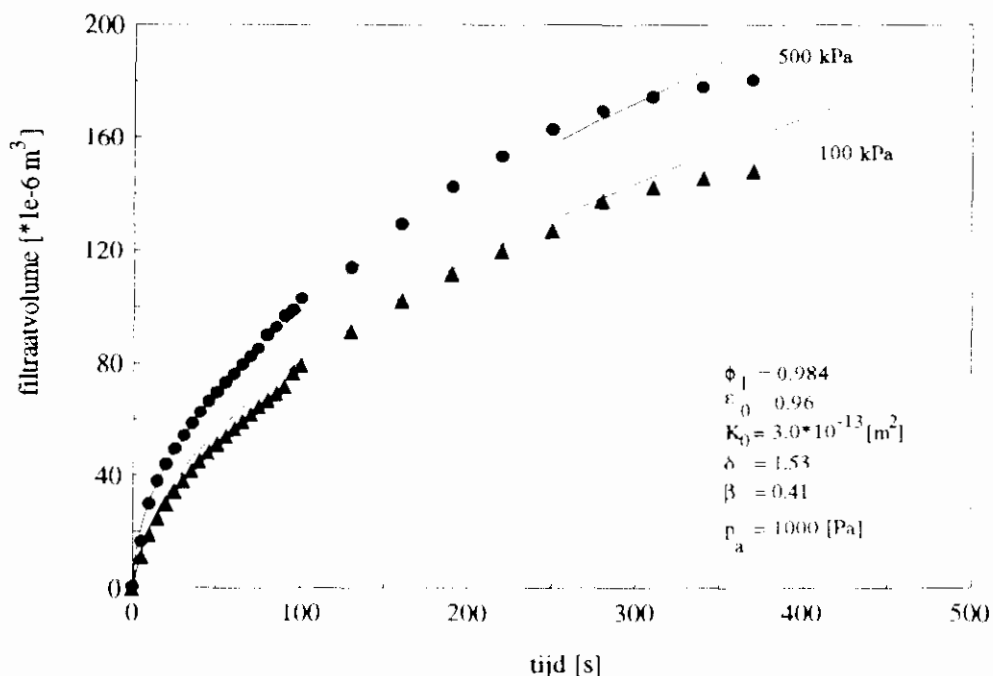


Figuur 13. Expressiecurve

### 4.3 Vergelijking tussen experiment en model

#### 4.3.1 Elastisch materiaalgedrag

In figuur 14 is een resultaat getoond van een modelberekening en een meting van een normaal filtratie-experiment van Mierlo-slib geflocculeerd met 10 gew.% ijzerchloride en 20 gew.% kalk op drogestofbasis. Voor de modelberekeningen is aangenomen dat het materiaal zich elastisch gedraagt. De constitutieve parameters zijn getoond in figuur 14. Aan de hand van figuur 14 is te zien dat er een goede overeenkomst is tussen experiment en model.

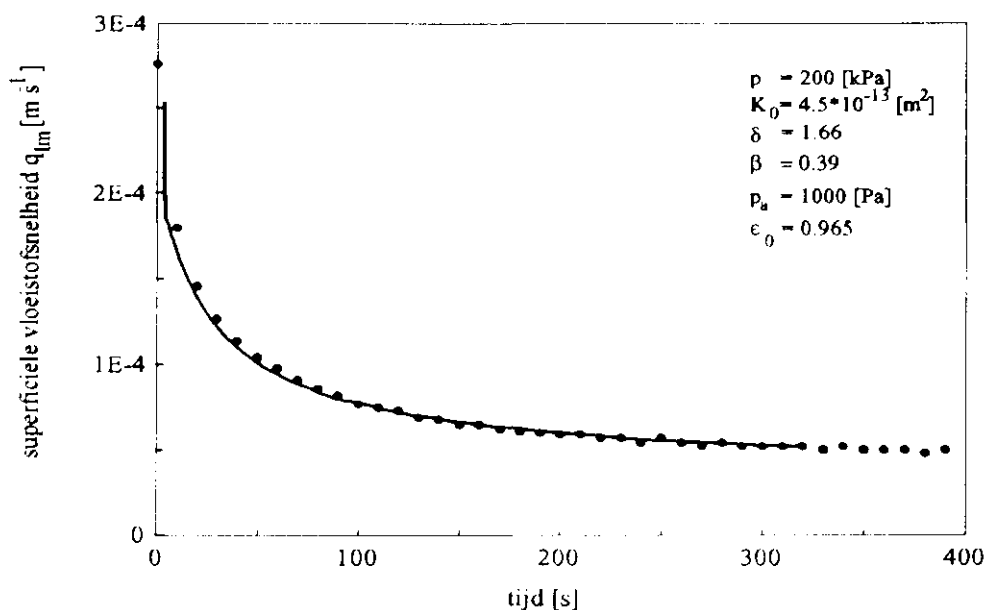


**Figuur 14** Filtraatsvolume versus tijd volgens experiment (bolletjes, driehoekjes) en model (lijnen), elastisch materiaalgedrag. Mierlo-slib geflocculeerd met 10 gew.% ijzerchloride en 20 gew.% op drogestofbasis.

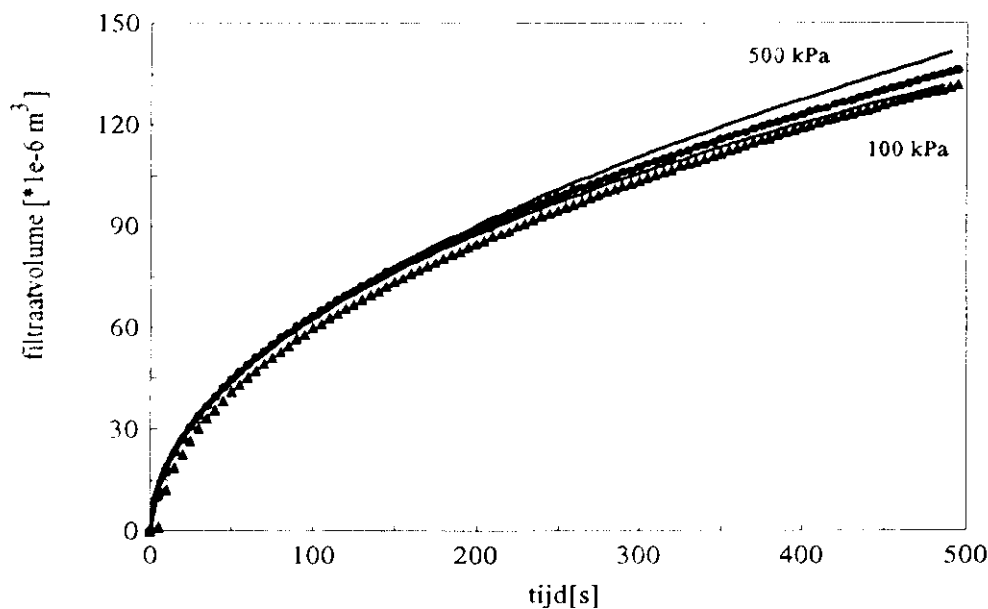
In figuur 15 is een resultaat getoond van een modelberekening en een drainage-experiment met hetzelfde slib, alleen geflocculeerd met 20 gew.% ijzerchloride en 20 gew.% kalk. Er is wederom een goede overeenkomst tussen experiment en model. De aanname dat het materiaal zich elastisch gedraagt tijdens filtratie en drainage is voldoende voor deze experimenten.

In figuur 16 is een resultaat weergegeven van een modelberekening en een meting van een normaal filtratie-experiment met secundair Eindhoven-slib geflocculeerd met 15 gew.% ijzerchloride en 20 gew.% kalk op drogestofbasis. Het materiaal is verondersteld zich elastisch te gedragen. Het secundaire slib komt direct van de beluchtingstank en heeft een andere vlokstructuur dan het Mierlo-slib. De permeabiliteit is iets lager dan van Mierlo-slib. De overeenkomst tussen experiment en model is goed zoals is te zien in figuur 16. Omdat het

slib meer compressibel is ( $\delta=1.8$ ) dan het Mierlo-slib (voor deze voorbeelden), is het verschil in filtraatvolume voor een aangelegde druk van 100 kPa en 500 kPa gering.

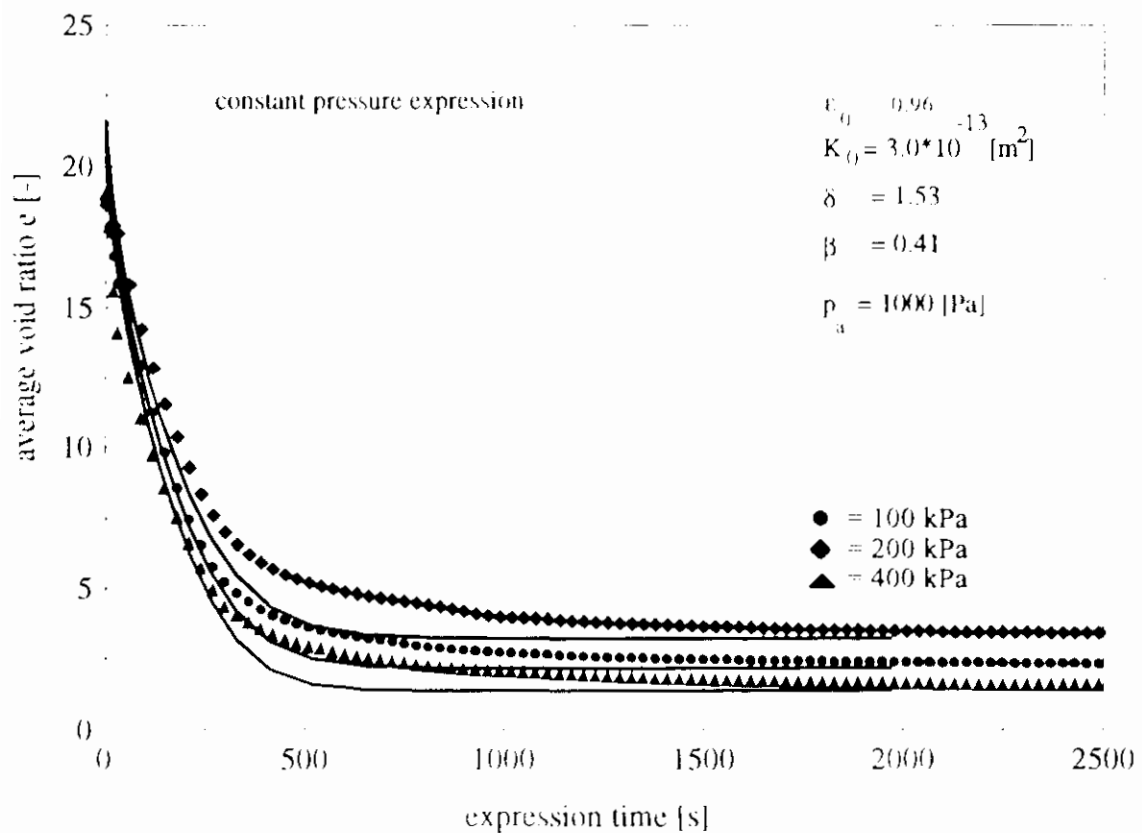


**Figuur 15** Drainage flux versus tijd volgens experiment (bolletjes) en model (lijn), elastisch materiaalgedrag. Mierlo-slib geflocculeerd met 20 gew. % ijzerchloride en 20 gew. % kalk.



**Figuur 16** Filtraatvolume versus tijd volgens experiment (bolletjes, driehoeken) en model (lijnen), elastisch materiaalgedrag. Secundair slib van de rwzi Eindhoven geflocculeerd met 15 gew. % ijzerchloride en 20 gew. % kalk op drogestofbasis.

In figuur 17 is een resultaat weergegeven van een modelberekening en een meting van een expressie-experiment met Mierlo-slib geflocculeerd met 15 gew.% ijzerchloride en 20 gew.% kalk op droge-stofbasis. De afname van de gemiddelde voidratio is uitgezet tegen de tijd. De filtratiefase van dit experiment is weergegeven in figuur 14. Het materiaalgedrag is wederom verondersteld zich elastisch te gedragen. Zoals is te zien aan de hand van figuur 17 is er een acceptabele overeenkomst tussen experiment en model voor de initiële periode van de expressiefase. De latere periode van de expressiefase kan niet nauwkeurig genoeg worden beschreven op basis van elastisch materiaalgedrag, ondanks het feit dat de verandering van de permeabiliteit met de compressiedruk wordt meegenomen in de modellering. Dit moet daarom worden beschouwd als een tekortkoming van het model.



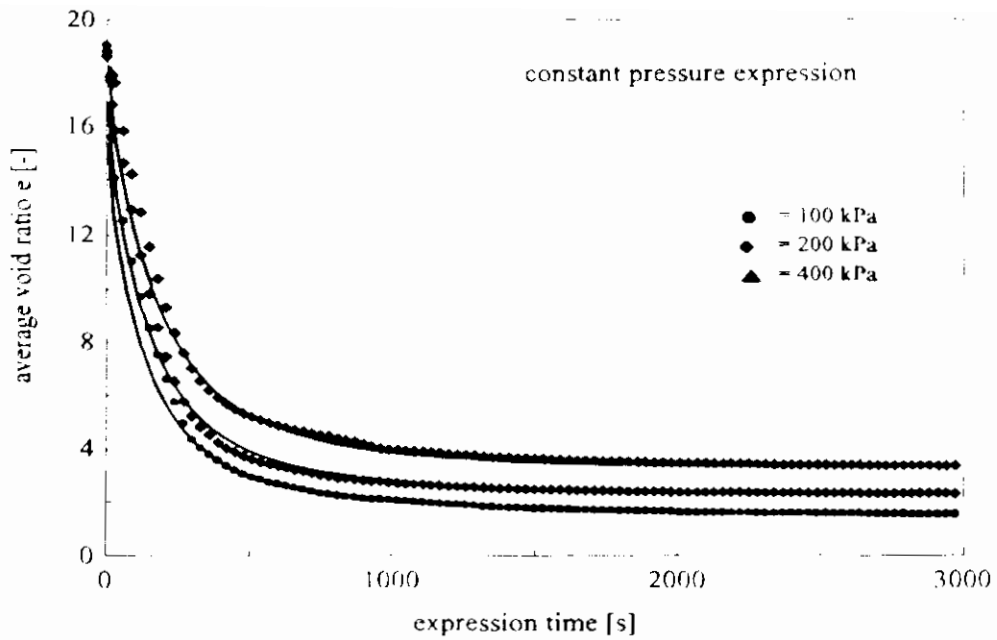
*Figuur 17 Gemiddelde voidratio versus tijd volgens experiment (bolletjes, driehoeken, vierkanten) en model (lijnen), elastisch materiaalgedrag. Mierlo-slib geflocculeerd met 10 gew.% ijzerchloride en 20 gew.% kalk op drogestofbasis.*

#### 4.3.2 Visco-elastisch materiaalgedrag

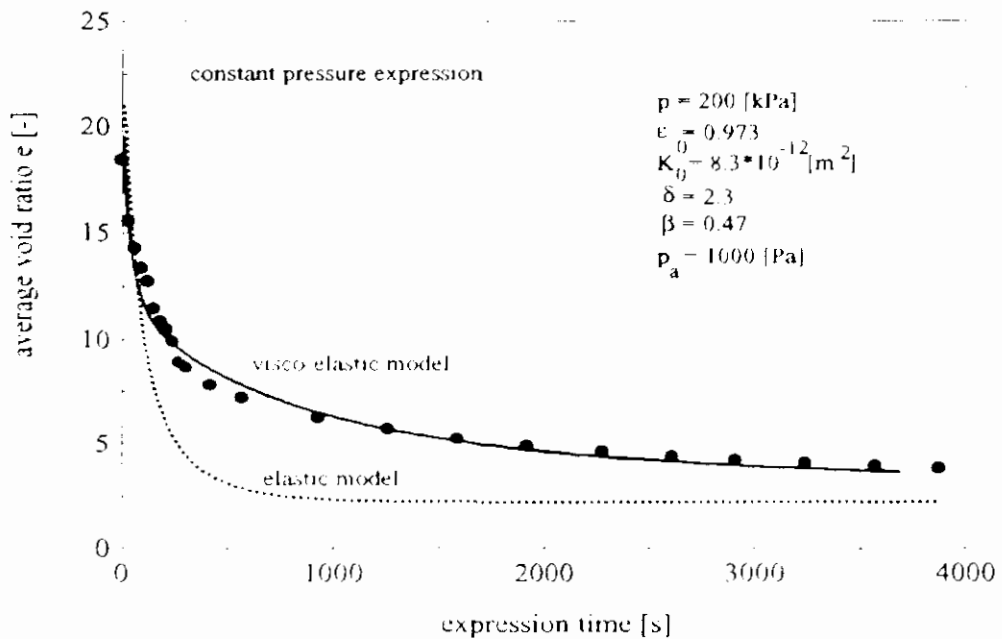
In figuur 18 zijn resultaten weergegeven van modelberekeningen gebaseerd op visco-elastisch materiaalgedrag en dezelfde experimenten als getoond in figuur 17. Er kan worden

geconcludeerd dat berekeningen gebaseerd op visco-elastisch materiaalgedrag een goede overeenkomst tonen tussen experiment en model. Het laatste gedeelte van de expressiefase kan nu beter worden beschreven. Het duurt vrij lang voordat een evenwichtssituatie wordt bereikt, het slib vertoont enige kruip. De evenwichtssituatie wordt na  $\pm 6000$  seconden bereikt maar is niet getoond in deze figuur. Het was niet mogelijk om deze experimenten nauwkeurig te beschrijven met constante waarden voor  $E_1$  en  $\eta$ . De initiële afname van de gemiddelde voidratio wordt niet alleen bepaald door de permeabiliteit, maar ook door  $E_1$  en  $\eta$ , indien het materiaalgedrag wordt beschreven door het vastestofmodel. Als  $E_1$  en  $\eta$  niet afhankelijk zijn van de porositeit, dan verandert de porositeit evenredig met de compressiedruk volgens vergelijking (72). Indien vergelijking (73) wordt gebruikt, vertoont het model goede overeenkomst met experiment, ook voor verschillende drukken. Dit wordt aan de ene kant teweeggebracht door het feit dat  $E_1$  en  $\eta$  een functie zijn van de porositeit en aan de andere kant door het feit dat de uiteindelijke evenwichtssituatie goed wordt voorspeld omdat deze evenwichtssituaties de gemeten waarden zijn met de CP-cel. Het Maxwell-element is onderdrukt en de compressiedruk rust alleen op veer  $E_2$ , die verantwoordelijk is voor de CP-celdata.

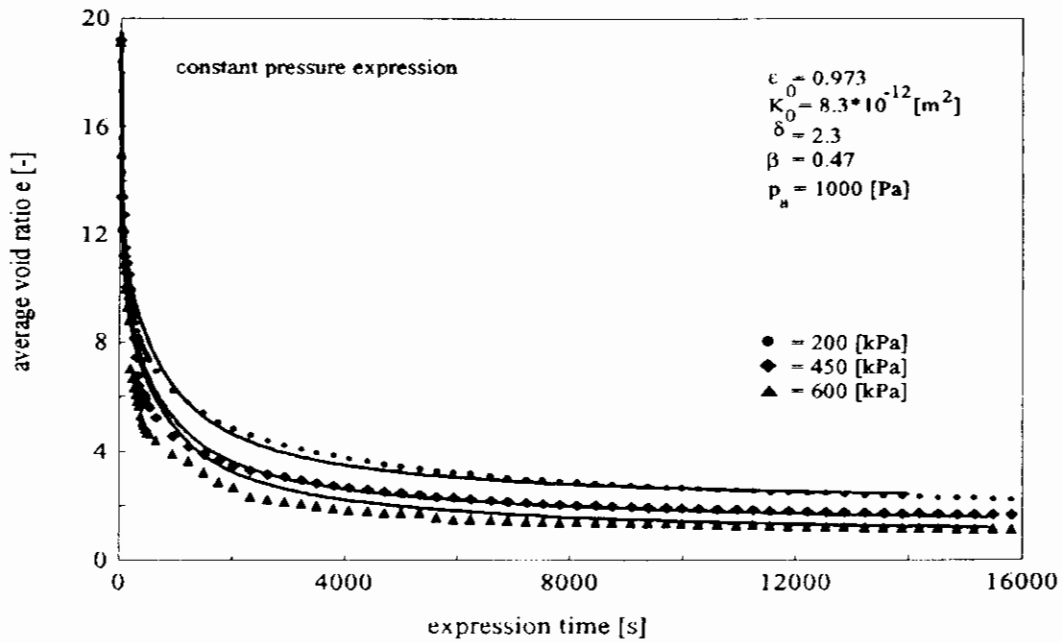
In figuur 19 is een resultaat weergegeven van een modelberekening en een expressie-experiment van Mierlo-slib geflocculeerd met 1,5 gew.% polyelektrolyt (Röhm KF975). Wederom is de afname van de gemiddelde voidratio versus tijd weergegeven. De gestippelde lijn is een resultaat van een berekening op basis van elastisch materiaalgedrag en de doorgetrokken lijn is een resultaat van visco-elastische berekeningen. De expressie van slib geflocculeerd met polyelektrolyt vertoont altijd kruip: het duurt behoorlijk lang voordat de evenwichtssituatie is bereikt. Niet alleen vloeistofstroming maar ook de deformatie van het materiaal speelt een belangrijke rol in de uiteindelijke expressietijd. De initiële permeabiliteit  $K_0$  ( $8,0 \cdot 10^{-12}$ ) is relatief hoog in vergelijking met die van slib geflocculeerd met ijzerchloride en kalk ( $3,0 \cdot 10^{-13}$ ). Dit wordt veroorzaakt door de relatief grote en zeer poreuze vlokken die worden gevormd indien slib wordt geflocculeerd met polyelektrolyt. In figuur 20 is de afname van de gemiddelde voidratio voor verschillende drukken volgens experiment en model getoond. Zoals is te zien aan de hand figuur 20 kan worden geconcludeerd dat de overeenkomst tussen model en experiment acceptabel is.



**Figuur 18** Gemiddelde voidratio versus tijd volgens experiment (bolletjes, vierkanten en driehoeken) en model, visco-elastisch materiaalgedrag (lijnen). Mierlo-slib geflocculeerd met 10 gew.% ijzerchloride en 20 gew.% kalk op drogestofbasis. Visco-elastische parameters:  $E_{10} = 8,0 \cdot 10^4$  Pa,  $\eta_{s0} = 8,0 \cdot 10^7$  Pa.s ( $\tau_0 = 1000$  s),  $\kappa = 1,05$ ,  $\xi = 1,3$



**Figuur 19** Gemiddelde voidratio versus tijd volgens experiment (bolletjes) en model, elastisch materiaalgedrag (gestippelde lijn) en visco-elastisch materiaalgedrag (doorgetrokken lijn). Mierlo-slib geflocculeerd met 1,5 gew.% polyelektrolyt op drogestofbasis.



**Figuur 20** Gemiddelde voidratio versus tijd volgens experiment (bolletjes) en model, elastisch materiaalgedrag (gestippelde lijn) en visco-elastisch materiaalgedrag (doorgetrokken lijn). Visco-elastische parameters:  $E_{10} = 2,5 \cdot 10^4$ ,  $\eta_{SO} = 3,5 \cdot 10^8$ ,  $\kappa = 1,05$ ,  $\xi = 1,3$ .

#### 4.4 Conclusies

Het filtratie- en expressiegedrag van slib kan redelijk worden beschreven met de gepresenteerde modellen in paragraaf 1. De deformatie van de slibfilterkoek tijdens expressie is gecompliceerd en kan vaak niet op basis van simpel elastisch materiaalgedrag worden beschreven; berekeningen op basis van visco-elastisch materiaalgedrag vertonen betere resultaten. De slibben vertonen 'kruip' aan het einde van de expressiefase. Het kan een behoorlijk lange tijd duren voordat de evenwichtssituatie wordt bereikt vanwege deze kruip. Tijdens de filtratiefase is de compressiedruk vrijwel gelijk aan nul door het grootste gedeelte van de koek. Dit betekent dat de deeltjes in de koek nauwelijks spanning "voelen" en daarom zal de deformatie van de deeltjesmatrix nauwelijks de totale filtratietijd beïnvloeden. Echter tijdens expressie neemt de spanning op de deeltjes sterk toe en tijdens deze fase vinden de grootste relatieve verschuivingen tussen de deeltjes plaats. De vervormingssnelheid van de deeltjesmatrix wordt belangrijk en moet vaak worden beschouwd als visco-elastisch. De deformatie van de deeltjesmatrix is niet instantaan, maar het duurt enige tijd om te deformeren. Dit visco-elastische materiaalgedrag is vooral belangrijk wanneer slib geflocculeerd is met polyelektrolyt. Het beschrijven van de kruip is belangrijk, omdat kleine



veranderingen in de voidratio gelijk zijn aan aanzienlijke verschillen in drogestofgehalte. Elke procent winst in drogestof reduceert de verwerkingskosten aanzienlijk.

Ofschoon er veel kritiek is op de CP-cel, heeft eigenlijk alleen Stamatakis<sup>3</sup> een goed alternatief besproken om de constitutieve parameters voor de filtratiefase te bepalen. Een minimalisatieprocedure, zoals voorgesteld door Stamatakis, zal de fitparameters van de CP cel-experimenten bijstellen. Dit resulteert in een meer nauwkeurige overeenkomst tussen experiment en model, hoewel directe vergelijking tussen modelberekeningen op basis van CP-celwaarden en experimenten kan resulteren in goede resultaten zoals is getoond in dit hoofdstuk. Omdat de expressietijd belangrijker is in de ontwatering van slib (filtratietijd : expressietijd  $\cong$  300 : 5000 seconden), is het adviseerbaar om alleen een fitprocedure toe te passen om de visco-elastische parameters te vinden en de parameters verkregen met behulp van de CP-cel te handhaven. De visco-elastische parameters kunnen alleen worden bepaald door direct een experiment te fitten in tegenstelling tot de elastische parameters.

## 5 SYMBOLENLIJST

$A$	= oppervlak	[m <sup>2</sup> ]
$A_1$	= doorsnee oppervlak van de vloeistoffase	[m <sup>2</sup> ]
$A_s$	= doorsnee oppervlak van de vaste fase	[m <sup>2</sup> ]
$e$	= voidratio	[-]
$e_0$	= voidratio bij $P_s = 0$	[-]
$E$	= elasticiteitsmodulus	[Pa]
$E_1$	= elasticiteitsmodulus uit het vastestofmodel	[Pa]
$E_2$	= elasticiteitsmodulus uit het vastestofmodel	[Pa]
$E_{2,0}$	= elasticiteitsmodulus $E_2$ bij $P_s = 0$	[Pa]
$F_s$	= meesleepkracht	[N]
$g$	= zwaartekrachtversnelling	[m/s <sup>2</sup> ]
$h$	= vastestofhoogte	[m]
$h_0$	= vastestofhoogte bij $P_s = 0$	[m]
$I$	= impulsoverdracht	[N]
$K$	= permeabiliteit	[m <sup>2</sup> ]
$K_0$	= permeabiliteit bij $P_s = 0$	[m <sup>2</sup> ]
$L$	= koekdikte	[m]
$m_d$	= massa droge koek	[kg]
$m_n$	= massa natte koek	[kg]
$P_1$	= filtratiedruk	[Pa]
$P_a$	= constante uit constitutieve vergelijkingen	[Pa]
$P_l$	= vloeistofdruk	[Pa]
$P_s$	= compressiedruk	[Pa]
$q_l$	= superficiële vloeistofsnelheid in de koek	[m/s]
$q_{l,0}$	= superficiële vloeistofsnelheid in de koek bij het koek/slurry-oppervlak	[m/s]
$q_{l,m}$	= superficiële vloeistofsnelheid in het filtermedium	[m/s]
$q_{l,sl}$	= superficiële vloeistofsnelheid in de slurry	[m/s]
$q_{ls}$	= superficiële verschilsnelheid tussen vloeistof en vaste fase in koek	[m/s]
$q_s$	= superficiële vastestofsnelheid in de koek	[m/s]
$q_{s,0}$	= superficiële vastestofsnelheid in de koek bij het koek/slurry-oppervlak	[m/s]
$q_{s,sl}$	= superficiële vastestofsnelheid in de slurry	[m/s]
$t$	= tijd	[s]
$u_l$	= snelheid van de vloeistoffase in de koek	[m/s]
$u_{l, sed}$	= snelheid van de vloeistoffase in de slurry bij batchsedimentatie	[m/s]
$u_{l,sl}$	= snelheid van de vloeistoffase in de slurry	[m/s]
$u_s$	= snelheid van de vaste stof in de koek	[m/s]

$u_{s, \text{sed}}$	= snelheid van de vaste stof in de slurry bij batchsedimentatie	[m/s]
$u_{s, \text{sl}}$	= snelheid van de vaste stof in de slurry	[m/s]
$u_l$	= slipsnelheid tussen de vloeistof- en vaste fase	[m/s]
$V$	= volume	[m <sup>3</sup> ]
$x$	= reële hoogte in de filterkoek tussen 0 en $L(t)$	[m]
$\Delta x_m$	= dikte van het filtermedium	[m]
$y$	= vastestofcoördinaat	[m]

### Griekse symbolen

$\alpha$	= coëfficiënt van de elasticiteitsmodulus $E_2$ uit het vastestofmodel	[-]
$\beta$	= compressibiliteitscoëfficiënt	[-]
$\epsilon_l$	= porositeit van de vloeistoffase in de koek	[-]
$\epsilon_{l,0}$	= porositeit van de vloeistoffase in de koek bij $P_s = 0$	[-]
$\epsilon_{l, \text{sl}}$	= porositeit van de vloeistoffase in de slurry	[-]
$\epsilon_s$	= porositeit van de vaste fase in de koek	[-]
$\epsilon_{s,0}$	= porositeit van de vaste fase in de koek bij $P_s = 0$	[-]
$\epsilon_{s, \text{sl}}$	= porositeit van de vaste fase in de slurry	[-]
$\epsilon$	= rek	[-]
$\delta$	= compressibiliteitscoëfficiënt	[-]
$\phi$	= snelheidspotentiaal	[m <sup>2</sup> /s]
$\varphi$	= dimensieloze hoogte = $x/L(t)$	[-]
$\rho_l$	= dichtheid van de vloeistof	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\rho_s$	= dichtheid van de vaste stof	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\sigma$	= spanning	[Pa]
$\sigma_1$	= spanning van het Maxwell-element in het vastestofmodel	[Pa]
$\sigma_2$	= spanning van de parallel geschakelde veer in het vastestofmodel	[Pa]
$\tau_r$	= relaxatietijd	[s]
$\eta$	= dynamische viscositeit van de vloeistoffase	[Pa s]
$\hat{\eta}$	= viscositeit demper	[Pa s]

## 6 LITERATUURLIJST

- [1] Muskat, M., Flow of homogeneous fluids through porous media, Mc Graw Hill Inc, Ann Arbor, 1946, pp 129, 287.
- [2] Tiller, F.M., Yeh, C.S., The Role of Porosity in Filtration, Part XI: Filtration followed by expression, AIChE Journal, Vo.. 33, no. 8, 1987, pp. 1241-1256
- [3] Stamatakis, K., Analysis of cake formation and growth in liquid-solid separations, PhD thesis, University of Syracuse, USA, 1991.

## APPENDIX A. IMMOBILISATIE VAN DE VERSCHUIVENDE RANDVOORWAARDE

Op plaats  $x=L$  in de koek is de randvoorwaarde  $P_r=0$  geldig. Een probleem bij het oplossen van de parabolische differentiaalvergelijking is dat de koek groeit en  $L$  voortdurend verschuift. Door de introductie van de dimensieloze coördinaat  $\varphi$  wordt de bewegende randvoorwaarde geïmmobiliseerd. Als onafhankelijke variabelen kiezen we  $x$  en  $t$ ,  $\varphi$  en  $\tau$  worden als afhankelijke variabelen gekozen.

$$\varphi = f(x,t) = \frac{x}{L(t)} \quad (\text{A.1})$$

$$\tau = f(t) = t \quad (\text{A.2})$$

Voor de afgeleiden van  $\varphi$  en  $\tau$  gelden:

$$d\varphi = \left[ \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right]_t dx + \left[ \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right]_x dt \quad (\text{A.3})$$

$$d\tau = dt \quad (\text{A.4})$$

De porositeit  $\varepsilon$  is een functie van  $\varphi$  en  $\tau$ .

$$d\varepsilon = \left[ \frac{\partial \varepsilon}{\partial \varphi} \right]_\tau d\varphi + \left[ \frac{\partial \varepsilon}{\partial \tau} \right]_\varphi d\tau \quad (\text{A.5})$$

Invullen van (A.3) en (A.4) in (A.5) levert een uitdrukking voor  $d\varepsilon$ .

$$d\varepsilon = \left[ \frac{\partial \varepsilon}{\partial \varphi} \right]_\tau \left[ \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right]_t dx + \left\{ \left[ \frac{\partial \varepsilon}{\partial \varphi} \right]_\tau \left[ \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right]_x + \left[ \frac{\partial \varepsilon}{\partial \tau} \right]_\varphi \right\} dt \quad (\text{A.6})$$

De porositeit  $\varepsilon$  is tevens een functie van  $x$  en  $t$  zodat

$$d\varepsilon = \left[ \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right]_t dx + \left[ \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \right]_x dt \quad (\text{A.7})$$

Uit (A.6) en (A.7) volgt de relatie tussen de partieel afgeleiden.

$$\left[ \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right]_t = \left[ \frac{\partial \varepsilon}{\partial \varphi} \right]_\tau \left[ \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right]_t \quad (\text{A.8})$$

Uit partieel differentiëren van (A.1) volgt:

$$\left[ \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \right]_t = \left[ \frac{\partial \varepsilon}{\partial \varphi} \right]_t \left[ \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right]_t + \left[ \frac{\partial \varepsilon}{\partial \tau} \right]_t \quad (\text{A.9})$$

$$\left[ \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right]_t = \frac{1}{L} \quad (\text{A.10})$$

$$\left[ \frac{\partial x}{\partial t} \right]_t = \varphi \frac{dL}{dt} \quad (\text{A.11})$$

$$\left[ \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right]_t = - \left[ \frac{\partial x}{\partial t} \right]_t \left[ \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right]_t = - \frac{\varphi}{L} \frac{dL}{dt} \quad (\text{A.12})$$

Invullen van (A.10) t/m (A.12) in (A.8) en (A.9) levert het uiteindelijke verband tussen de partiële afgeleiden van  $\varepsilon$  naar reële en dimensieloze coördinaten.

$$\left[ \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right]_t = \frac{1}{L} \left[ \frac{\partial \varepsilon}{\partial \varphi} \right]_t \quad (\text{A.13})$$

$$\left[ \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \right]_t = - \frac{\varphi}{L} \frac{dL}{dt} \left[ \frac{\partial \varepsilon}{\partial \varphi} \right]_t + \left[ \frac{\partial \varepsilon}{\partial \tau} \right]_t \quad (\text{A.14})$$

### Invoeren van de voidratio.

De voidratio  $e$  is gedefinieerd als:

$$e = \frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_s} \quad (\text{A.15})$$

Men kan  $\varepsilon_t$ ,  $\varepsilon_s$ ,  $d\varepsilon_t$  en  $d\varepsilon_s$  als functie van de voidratio schrijven:

$$\varepsilon_t = \frac{e}{1+e} \quad ; \quad \varepsilon_s = \frac{1}{1+e} \quad (\text{A.16})$$

$$d\varepsilon_t = \frac{1}{(1+e)^2} de \quad ; \quad d\varepsilon_s = -\frac{1}{(1+e)^2} de \quad (\text{A.17})$$

## APPENDIX B. TRANSFORMATIE NAAR VASTESTOFCOÖRDINAAT

Daar de totale koekhoogte niet en de hoogte van de vaste stof wel constant is, schrijven we de x-coördinaat om naar de vastestofcoördinaat y met behulp van vergelijking (18). Voor de afgeleide van de vastestofcoördinaat y naar x geldt:

$$\left[ \frac{\partial y}{\partial x} \right]_t = 1 - \varepsilon \quad (\text{B.1})$$

De partiële afgeleide van de porositeit naar de plaats x kan als volgt geschreven worden:

$$\left[ \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right]_t = \left[ \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \right]_y \left[ \frac{\partial t}{\partial x} \right]_t + \left[ \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right]_t \left[ \frac{\partial y}{\partial x} \right]_t \quad (\text{B.2})$$

Bij constante t is dt gelijk aan nul zodat vergelijking (B.2) geschreven kan worden als:

$$\left[ \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right]_t = \left[ \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right]_t (1 - \varepsilon) \quad (\text{B.3})$$

Voor de partiële afgeleide van de porositeit naar de tijd geldt:

$$\left[ \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \right]_x = \left[ \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \right]_y \left[ \frac{\partial t}{\partial t} \right]_x + \left[ \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right]_t \left[ \frac{\partial y}{\partial t} \right]_x \quad (\text{B.4})$$

Voor de partiële afgeleide van de vaste stofcoördinaat naar de tijd kan met behulp van vergelijking (24) worden afgeleid:

$$\left[ \frac{\partial y}{\partial t} \right]_x = - \int_0^x \frac{\partial}{\partial t} (1 - \varepsilon) dx = - \int_0^x \partial \varepsilon \frac{dx}{\partial t} \quad (\text{B.5})$$

Met de continuïteitsvergelijking (2) is deze op te lossen tot:

$$\left[ \frac{\partial y}{\partial t} \right]_x = -q_t + q_{t,m} \quad (\text{B.6})$$

Deze vergelijking invullen in vergelijking (B.4) levert:

$$\left[ \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \right]_x = \left[ \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \right]_y - \left[ \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right]_t (q_{t,m} - q_t) \quad (\text{B.7})$$

De voidratio wordt gedefinieerd als:

$$e = \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon} \quad (\text{B.8})$$

Voor de partiële afgeleide van de voidratio naar de tijd geldt:

$$\left[ \frac{\partial e}{\partial t} \right]_i = \frac{1}{(1-\varepsilon)^2} \left[ \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right]_i, \quad (\text{B.9})$$

Invullen van vergelijking (B.7) in (B.9) levert:

$$\left[ \frac{\partial e}{\partial t} \right]_i = \frac{1}{(1-\varepsilon)^2} \left[ \left[ \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \right]_i - \left[ \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right]_i (q_i - q_{i,m}) \right] \quad (\text{B.10})$$

Voor de partiële afgeleide van de plaatscoördinaat  $x$  naar de vastestofcoördinaat  $y$  geldt (vergelijking (B.1)):

$$\left[ \frac{\partial x}{\partial y} \right]_i = \frac{1}{1-\varepsilon} \quad (\text{B.11})$$

Vergelijking (B.11) en de continuïteitsvergelijking (4) invullen in vergelijking (B.5) levert:

$$\left[ \frac{\partial e}{\partial t} \right]_i = \frac{1}{1-\varepsilon} \left[ \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial y} + \frac{q_i - q_{i,m}}{1-\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right]_i, \quad (\text{B.12})$$

Deze vergelijking kan geschreven worden als:

$$\left[ \frac{\partial e}{\partial t} \right]_i = \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{q_i - q_{i,m}}{1-\varepsilon} \right] \quad (\text{B.13})$$

Voor de superficiële vloeistofsnelheid kan geschreven worden:

$$q_i = q_i \varepsilon = (1-\varepsilon) \frac{K}{\eta} \frac{\partial P_i}{\partial x} \quad (\text{B.14})$$

Nu geldt ook:

$$\frac{u_i - u_{i,m}}{1-\varepsilon} = u_{i,m} - \frac{K}{\eta} \frac{\partial P_i}{\partial x} \quad (\text{B.15})$$

Na invullen van deze vergelijking in vergelijking (B.12) volgt:

$$\frac{\partial e}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial y} \left[ q_{i,m} - \frac{K}{\eta} \frac{1}{1+e} \frac{\partial P_i}{\partial e} \left( \frac{\partial e}{\partial y} \right)_i \right] \quad (\text{B.16})$$

Waarbij de term  $(\partial q_{i,m} / \partial y)$  gelijk is aan 0, omdat de totale uitstroomsnelheid  $q_{i,m}$  constant is over de gehele koek.



## APPENDIX C. INITIALISATIE

De initialisatie wordt uitgevoerd omdat voor het oplossen van de parabolische differentiaalvergelijking een initiële koekdikte en -groeisnelheid bekend moet zijn. Om deze initiële waarden te kunnen berekenen wordt aan het begin van de filtratie aangenomen dat het drukverschil bijna geheel over het filtermedium staat. De superficiële vloeistofsnelheid in het filtermedium kan in dat geval gelijk gesteld worden aan de superficiële vloeistofsnelheid in de koek [3],  $q_i$  in de koek wordt nul verondersteld.

$$q_i = q_{lm} \quad (C.1)$$

Voor  $q_i$  kan de Darcy-Shirato-vergelijking worden ingevuld ( $q_s=0$ ) zodat vergelijking (C.1) overgaat in:

$$\frac{K}{\eta} \frac{\partial P_i}{\partial x} = q_{lm} \quad (C.2)$$

Deze vergelijking kan met behulp van de krachtenbalans worden omgeschreven in termen van  $P_s$ . De zwaartekrachteffecten in de koek worden verwaarloosd. Ook  $K$  schrijven we als functie van  $P_s$  zodat vergelijking (C.2) over gaat in vergelijking (C.3).

$$-\frac{K_0}{\eta} \left[ 1 + \frac{P_s}{P_a} \right]^{-\delta} \partial P_s = q_{lm} \partial x \quad (C.3)$$

De bijbehorende randvoorwaarden zijn:

$$x = 0 \rightarrow P_s = P_s|_{x=0} \quad (C.4)$$

$$x = L \rightarrow P_s = 0 \quad (C.5)$$

Uit integratie van vergelijking (C.3) tezamen met de randvoorwaarden (C.4) en (C.5) volgt de initiële koekdikte.

$$L = \frac{K_0 P_a \Delta x_m}{K_m (1-\delta)} \frac{1}{(P_i - P_s|_{x=0})} \left\{ \left[ 1 + \frac{P_s|_{x=0}}{P_a} \right]^{(1-\delta)} - 1 \right\} \quad (C.6)$$

De initiële groeisnelheid volgt uit differentiatie van (C.6) naar de tijd.

De initiële koekdikte en -groeisnelheid kan berekend worden indien  $P_s|_{x=0}$  bekend is.  $P_s|_{x=0}$  is als volgt te bepalen. In 2.7 is voor  $dL/dt$  de volgende vergelijking afgeleid.

$$\frac{dL}{dt} = \frac{K_0 P_a \Delta x_m}{K_m (1 - \delta) (P_l - P_s|_{x=0})^2} * \quad (C.7)$$

$$\left\{ \left[ \left( 1 + \frac{P_s|_{x=0}}{P_a} \right)^{(1-\delta)} - 1 \right] + \frac{(1-\delta)}{P_a} (P_l - P_s|_{x=0}) \left[ 1 + \frac{P_s|_{x=0}}{P_a} \right]^\delta \right\} \frac{dP_s|_{x=0}}{dt}$$

$$\frac{dL}{dt} = \frac{q_{l,st} - q_{l,0}}{\varepsilon_{l,0} - \varepsilon_{l,st}} \quad (C.8)$$

De zwaartekrachteffecten worden tijdens de initialisatie verwaarloosd zodat voor  $q_{l,st}$  en  $q_{l,0}$  de volgende formules gelden.

$$q_{l,st} = \varepsilon_{l,st} u_{l,st} = \varepsilon_{l,st} q_{lm} \quad (C.9)$$

$$q_{l,0} = q_{lm} \quad (C.10)$$

$q_{lm}$  wordt bepaald door de Darcy-Shirato-vergelijking toe te passen op het filtermedium. De randvoorwaarden die hierbij horen zijn:

$$x = 0 \rightarrow P_l = P_l - P_s|_{x=0} \quad (C.11)$$

$$x = -\Delta x_m \rightarrow P_l = 0 \quad (C.12)$$

Integratie van de Darcy-Shirato-vergelijking (vergelijking (C.2)) met bovenstaande randvoorwaarden levert een term voor  $q_{lm}$ .

$$q_{lm} = \frac{K_m (P_l - P_s|_{x=0})}{\eta \Delta x_m} \quad (C.13)$$

Combinatie van de vergelijkingen (C.8) t/m (C.13) leidt tot een uitdrukking voor  $dL/dt$ .

$$\frac{dL}{dt} = \frac{\varepsilon_{l,st}}{(\varepsilon_{l,0} - \varepsilon_{l,st})} \frac{K_m (P_l - P_s|_{x=0})}{\eta \Delta x_m} \quad (C.14)$$

Uit het gelijkstellen van vergelijking (C.7) en (C.14) volgt  $dP_s|_{x=0}/dt$ .

$$\frac{dP_s|_{x=0}}{dt} = \frac{\frac{\varepsilon_{s,sl}}{(\varepsilon_{l,sl} - \varepsilon_{l,0})} \frac{K_m^2(1-\delta)}{K_0 \eta P_a} \frac{(P_1 - P_s|_{x=0})^3}{\Delta x_m^2}}{\left[ \left( 1 + \frac{P_s|_{x=0}}{P_a} \right)^{(1-\delta)} - 1 \right] + \frac{(1-\delta)}{P_a} (P_1 - P_s|_{x=0}) \left( 1 + \frac{P_s|_{x=0}}{P_a} \right)^{-\delta}} \quad (C.15)$$

Met de beginvoorwaarde:

$$t = 0 \rightarrow P_s|_{x=0} = 0 \quad (C.16)$$

Invullen van de beginvoorwaarde (C.16) in (C.15) levert voor kleine t een uitdrukking voor  $P_s|_{x=0}$ .

$$P_s|_{x=0} = \frac{\varepsilon_{s,sl}}{(\varepsilon_{l,sl} - \varepsilon_{l,0})} \frac{K_m^2}{K_0 \eta \Delta x_m^2} P_1^2 t \quad (C.17)$$

Met de formules (C.6), (C.7) en (C.17) kunnen respectievelijk de initiële koekdikte, -groeisnelheid en  $P_s|_{x=0}$  berekend worden. De profielen van  $P_s$  en de voidratio volgen uit de integratie van de Darcy-Shirato-vergelijking tezamen met de randvoorwaarden (C.4) en (C.5). Integratie tussen 0 en x levert een uitdrukking op voor x.

$$x = \frac{K_0 P_a}{q_i \eta (1-\delta)} \left\{ \left[ 1 + \frac{P_s|_{x=0}}{P_a} \right]^{(1-\delta)} - \left[ 1 + \frac{P_s}{P_a} \right]^{(1-\delta)} \right\} \quad (C.18)$$

De koekdikte L volgt uit integratie van de Darcy-Shirato-vergelijking tussen de grenzen 0 en L.

$$L = \frac{K_0 P_a}{q_i \eta (1-\delta)} \left[ 1 + \frac{P_s|_{x=0}}{P_a} \right]^{(1-\delta)} \quad (C.19)$$

Combinatie van (C.18) en (C.19) leidt tot het verband tussen  $x/L (= \varphi)$  en  $P_s$ .

$$\frac{x}{L} = 1 - \frac{\left[1 + \frac{P_s}{P_a}\right]^{(1-\delta)} - 1}{\left[1 + \frac{P_s|_{x=0}}{P_a}\right]^{(1-\delta)} - 1} \quad (\text{C.20})$$

$P_s$  expliciet schrijven als functie van de plaats  $\varphi$  in de koek levert:

$$P_s = \left\{ (1 - \varphi) \left[ \left[1 + \frac{P_s|_{x=\varphi}}{P_a}\right]^{(1-\delta)} - 1 \right] + 1 \right\}^{\frac{1}{(1-\delta)}} * P_u - P_a \quad (\text{C.21})$$

De voidratio volgt via de constitutieve vergelijking (37) direct uit  $P_s$ .

$$e = (1 + e_s) \left[1 + \frac{P_s}{P_a}\right]^{-\beta} - 1 \quad (\text{C.22})$$

**APPENDIX D. PROGRAMMALISTINGS**

```

-----
      CLASS FOR
-----
Dit programma berekent porositeit- en compressiedruk profielen in
een elastische en compressibele filterrook tijdens filtratie.
Hiërbijs wordt rekening gehouden met sedimentatie-effecten. Voor
het oplossen van de PDE wordt de NAG-routine D03PCF gebruikt.

-----
Uitvoer: - beeldscherm, controle programma verloop
          - POR001.DAT, tussenresultaten: Tijd, koördinaten
          en de profielen van  $\epsilon$ ,  $P$  en  $PL$ 
          - POR011.DAT, tussenresultaten: tijd,  $dL/dt$ ,  $L$ ,  $PHI(1-3)$ ,
           $UT$ , filtratievolume en een controle-
          parameter voor het integratieverloop.

-----
OPTIONS/CHECK/EXTEND_SOURCE

INTEGER I,NPDE,M,IU,INORM,INOM,IBAND,IND,IFAIL
INTEGER IR,IMV,AANTAL_ITERATIES
PARAMETER (IR = 10)
PARAMETER (IMV = 1000)
REAL*8 TYD, TYD_INIT, TYD_AANROEP, TYD_FILE, TYD_DNIT, TYD_EIND
REAL*8 RELEER, ABSERR, WOKR (IMV)
REAL*8 DLOT, POUT, GRID_OPBOW, GRID_GRENS
REAL*8 US, PHI (IR), E (IR)
REAL*8 L, DLOT_GESCHAT
REAL*8 E_OLD (IR)
REAL*8 ETA, PA, P1, K0, DELTA, BETA, E_0, E_SL, RHO_L, RHO_S, C, KM, DCM
EXTERNAL ZDEF, BNDY, MONTR
COMMON /GEEFENS /L, DLOT_GESCHAT
COMMON /VOIDRATIO /E_OLD
COMMON /CONSTANTEN /ETA, PA, P1, K0, DELTA, BETA, E_0, E_SL,
RHO_L, RHO_S, C, KM, DCM

C-----
Programma instellingen.

TYD_INIT = 1.0D-4
TYD_AANROEP = 1.0
TYD_EIND = 9.0D+2
AANTAL_ITERATIES = 2.0D+3
DLOT_FOUT = 1.0D-4
GRID_OPBOW = 1.5
GRID_GRENS = 0.8

C-----
(Fysische) Constanten

ETA = 1.0D-3
PA = 1.0D-3
P1 = 1.0D-5
K0 = 4.4D-14
DELTA = 1.77
BETA = 0.42
E_0 = 10.67
E_SL = 62.3
RHO_L = 1000
RHO_S = 1270
C = 9.81
KM = 9.0D-15
DCM = 1.0D-3
IS = 1.0D-4

C-----
Instellingen variabelen voor de NAG-routine D03PCF

NPDE = 1
M = 0
IU = 1
INORM = 0
INOM = 0
IBAND = 1
IND = -1
IFAIL = 0
RELEER = 1.0D-3
ABSERR = 1.0D-4

C-----
Beeldscherm-output.

WRITE(*,*)
WRITE(*,*) COMPRESSIBLE CAKE FILTRATION
WRITE(*,*)
WRITE(*,*) Tijd (s) Voidratio op x=0
WRITE(*,*)

C-----
Aanroep subroutine s.

TYD = TYD_INIT
TYD_FILE = 0*TYD_DNIT
CALL GRID(IR, GRID_GRENS, GRID_OPBOW, PHI)
CALL INIT(IR, TYD, L, DLOT, WOKR, PHI, E)
CALL FILE(IR, TYD, L, PHI, E)
WRITE(*,*) (E_0, E_SL) TYD, E(1,1)

C-----
Tijden worden bepaald waarbij tussenresultaten worden weggeschreven
naar file en beeldscherm. Subroutine ITERATIZ wordt aangeropen.

DO WHILE (TYD.LT.TYD_EIND)
  TYD_ITER = TYD_AANROEP*TYD
  CALL ITERATIZ(NPDE, M, ZDEF, BNDY, TYD, TYD_ITER, E, IU, IR, PHI, RELEER,
  ABSERR, INORM, MONTR, INOM, IBAND, WOKR, IMV, IND, IFAIL,
  DLOT_FOUT, AANTAL_ITERATIES, US)
  WRITE(*,*) (E_0, E_SL) TYD, E(1,1)
  IF (TYD.GE.TYD_FILE) THEN
    CALL FILE(IR, TYD, L, PHI, E)
    TYD_FILE = 1*TYD_FILE
  END IF
END DO
CALL FILE(IR, TYD, L, PHI, E)
END

SUBROUTINE GRID(IR, GRID_GRENS, GRID_OPBOW, PHI)
C-----
Gridopbouw. In te stellen met parameters GRID_OPBOW en GRID_GRENS.
Fijn grid (nadi) medium: Grid_opbouw > 1.
Fijn grid (nadi) koek/slurry-roep: Grid_opbouw < 1.
Grid over hele rook steeds fijner: Grid_grens > 1.
Grid over gedeelte v/d rook fijner: Grid_grens < 1.

INTEGER I, IR
REAL*8 GRID_GRENS, GRID_OPBOW, SUM, PHI (IR)

PHI(1) = 0.0
PHI(2) = 1.0
SUM = 1.0
DO I=3, IR
  IF (L.LE.(GRID_GRENS**IR)) THEN
    PHI(I) = PHI(I-1)*GRID_OPBOW
  ELSE
    PHI(I) = PHI(I-1)
  END IF
  SUM = SUM+PHI(I)
END DO
DO I=2, IR

```

```

      PHI(I) = PHI(I-1)+PHI(I)/SUM
    END DO
  END
SUBROUTINE INIT(IR, TYD_INIT, L, DLOT_INIT, PHI, E)
-----
Initialisatie
-----
INTEGER I, IR
REAL*8 TYD_INIT, L, DLOT_INIT
REAL*8 PHI (IR), E (IR)
REAL*8 MACHT, EPS_0, EPS_SL, EPS_1, TERM_PS, TERM_L
REAL*8 UT_0, PS_0, PL (50)
REAL*8 ETA, PA, P1, K0, DELTA, BETA, E_0, E_SL, RHO_L, RHO_S, C, KM, DCM
COMMON /MONITOR /UT_0, PS_0, PL
COMMON /CONSTANTEN /ETA, PA, P1, K0, DELTA, BETA, E_0, E_SL,
RHO_L, RHO_S, C, KM, DCM

MACHT = 1-DELTA
EPS_SL = E_SL/(1+E_SL)
EPS_0 = E_0/(1+E_0)
TERM_PS = (KM*P1/DCM)**2/(K0*ETA)
TERM_L = (K0*PA*DCM/KM/MACHT)
PS_0 = (1-EPS_SL)/(EPS_SL-EPS_0)*TERM_PS*TYD_INIT
UT_0 = KM/ETA/DCM**P1-PS_0
L = TERM_L*(1+PS_0/PA)**MACHT-1/(P1-PS_0)
DLOT_INIT = (1-EPS_SL)/(EPS_SL-EPS_0)*KM/ETA/DCM**P1-PS_0
DO I=1, IR
  PS(I) = ((1-PHI(I))**2*(PS_0/PA)**MACHT-1)/(MACHT**PA-PA)
  PL(I) = P1-PS(I)
  E(I) = (1-E_0)**(1+PS(I)/PA)**BETA-1
END DO
END

SUBROUTINE FILE(IR, TYD, L, PHI, E)
-----
Wegschrijven L,  $\epsilon$ ,  $P$  en  $PL$  als functie van de
dimensionloze hoogte  $Phi$  en tijd naar POR001.DAT.
-----
INTEGER I, IR
REAL*8 TYD, L, PS, MACHT
REAL*8 PHI (IR), E (IR)
REAL*8 UT_0, PS_0, PL (50)
REAL*8 ETA, PA, P1, K0, DELTA, BETA, E_0, E_SL, RHO_L, RHO_S, C, KM, DCM
COMMON /MONITOR /UT_0, PS_0, PL
COMMON /CONSTANTEN /ETA, PA, P1, K0, DELTA, BETA, E_0, E_SL,
RHO_L, RHO_S, C, KM, DCM

WRITE(*,*) (PA, P1, K0, DELTA, BETA, E_0, E_SL, RHO_L, RHO_S, C, KM, DCM)
WRITE(*,*) (PA, E(1,1), E(2,1)) Koördinaten (s) Tijd
WRITE(*,*) Phi (1)  $\epsilon$   $P$   $PL$ 
MACHT = 1/BETA
DO I=1, IR
  PS = (1-E_0)**(1+PS(I)/PA)**MACHT**PA-PA
  WRITE(*,*) (X, E(1,1), E(2,1), PS, PL (1), PL (2), PL (3), E(1,1), E(2,1))
  PHI(I), E(1,1), PS, PL (1)
END DO
WRITE(*,*)
END

SUBROUTINE ITERATIZ(NPDE, M, ZDEF, BNDY, TYD, TYD_ITER, E, IU, IR, PHI, RELEER,
ABSERR, INORM, MONTR, INOM, IBAND, WOKR, IMV, IND, IFAIL,
DLOT_FOUT, AANTAL_ITERATIES, US)
-----
Berekend en vergeelijkt de iedere aanroep van NAG-routine D03PCF
de oude en nieuwe  $dL/dt$ . Indien nodig wordt een iteratieve
berekening uitgevoerd.
-----
INTEGER I, IR, TELLER, QUIT, AANTAL_ITERATIES
INTEGER NPDE, M, IU, INORM, INOM, IBAND, IMV, IND, IFAIL
REAL*8 TYD, TYD_OLD, TYD_ITER, TYD_STOP, TYDSTAP
REAL*8 E (1, IR), PHI (IR)
REAL*8 RELEER, ABSERR, WOKR (IMV)
REAL*8 MACHT, COUNT1, COUNT2
REAL*8 DPHI, PHIGEN, DPS, DPHI
REAL*8 EPS1, EPS2, EPS_SL, EPS_0, EPS (DLOT, DEPS)
REAL*8 EPS_0, EPS_SL, EPS_SL_CONTROL, CONTROL
REAL*8 US, DLOT_NEW, DLOT_FOUT, L_OLD
REAL*8 FOUT, FOUTIN, FOUTMAX
REAL*8 FILTRAAT_AANROEP_0
SAVE FILTRAAT_AANROEP_0, TELLER
DATA FILTRAAT_0 /AANROEP_0 /Z, TELLER 1/
REAL*8 UT_0, PS_0, PL (50)
REAL*8 E_OLD (50)
REAL*8 L, DLOT_GESCHAT
REAL*8 ETA, PA, P1, K0, DELTA, BETA, E_0, E_SL, RHO_L, RHO_S, C, KM, DCM
EXTERNAL ZDEF, BNDY, MONTR
COMMON /MONITOR /UT_0, PS_0, PL
COMMON /VOIDRATIO /E_OLD
COMMON /GEEFENS /L, DLOT_GESCHAT
COMMON /CONSTANTEN /ETA, PA, P1, K0, DELTA, BETA, E_0, E_SL,
RHO_L, RHO_S, C, KM, DCM

MACHT = 1/BETA
EPS_SL = E_SL/(1+E_SL)
EPS_0 = E_0/(1+E_0)
TYDSTAP = TYD_ITER/AANTAL_ITERATIES
TELLER = 1
DO WHILE (TYD.LT.TYD_ITER)
  TYD_OLD = TYD
  TYD_STOP = TYD+TYDSTAP
  DO I=1, IR
    E_OLD(I) = E(I)
  END DO
  QUIT = 0
  DO WHILE (QUIT.NE.1)
    Quit = 1 als  $dL/dt$  geconvergeerd is.

    Aanroep van NAG-routine D03PCF. Vervolgens wordt uit het
    oude en nieuwe porositeitsprofiel een nieuwe schatting
    van  $dL/dt$  gemaakt met de volgende formule:
    
$$dL/dt = \frac{(1-eps_{sl}) * (UT+US) * L * \int_0^L (deps/dt) dPhi}{eps_{sl} - eps_0}$$

    CALL D03PCF(NPDE, M, ZDEF, BNDY, TYD, TYD_STOP, E,
    IU, IR, PHI, RELEER, ABSERR, INORM, MONTR,
    INOM, IBAND, WOKR, IMV, IND, IFAIL)

    COUNT1 = 0
    COUNT2 = 0
    DO I=1, IR-1)
      DPHI = PHI(I+1)-PHI(I)
      PHIGEN = PHI(I)+PHI(I+1)/2
      EPS1 = E(1, I)/(1+E(1, I))
      EPS2 = E(1, I+1)/(1+E(1, I+1))
      EPS_SL_OLD = E_SL_OLD/(1+E_SL_OLD)
      EPS_SL_NEW = E_SL_NEW/(1+E_SL_NEW)
      DEPS = EPS2-EPS1
      COUNT1 = COUNT1 + EPS1-EPS_SL_OLD + EPS2-EPS_SL_NEW / 2
      TYDSTAP = DPHI
    END DO

```

```

COUNT2 = COUNT1*PHIGEN*DEPS
END DO
DLDT_NEW = ((1-EPS_SL)*(UT-US)+L*COUNT1)/(EPS_SL-EPS_0+COUNT2)

```

Controle of geschatte en berekende dl/dt met elkaar overeenkomstig.  
zo niet dan worden de tijd, en de waarden van e carigget en  
wordt de integratie opnieuw uitgevoerd met de nieuwe dl/dt.

```

FOOT = ABS(DLDT_NEW/DLDT_GESCHAT)
FOOTMAX = 1-DLDT_FOOT
FOOTMIN = 1/FOOTMAX
IF ((FOOT.GE.FOOTMAX).OR.(FOOT.LE.FOOTMIN)) THEN
  TYD = TYD_OLD
  TYD_STOP = TYD_OLD+TYDSTAP
  DLDT_GESCHAT = DLDT_NEW
  DO I=1,IR
    E(I,I) = E_OLD(I)
  END DO
ELSE

```

Controle integratieverloop m.b.v. een massabalans:

```

L*inc((1-eps)*dPhi)
eps_sl = 1 - -----
inc((ut-us)*dc) + L

```

```

QUIT = 1
COUNT1 = 0
FILTRAAAT = FILTRAAAT + UT*TYDSTAP
AANVOER_S = AANVOER_S + (UT-US)*TYDSTAP
DO I=1,IR-1
  DPHI = PHI(I+1)-PHI(I)
  EPS1 = E(I,I)/(1+E(I,I))
  EPS2 = E(I,I+1)/(1+E(I,I+1))
  COUNT1 = COUNT1+(1-(EPS1+EPS2)/2)*DPHI
END DO
EPSSL_CONTROLE = 1-L*COUNT1/(AANVOER_S+L)
CONTROLE = EPSSL_CONTROLE/EPS_SL

```

Tijd, dl/dt, koedikte, Ps, Ut en controle-parameter voor  
het integratieverloop worden naar file POR011.DAT geschreven.

```

IF (TELLER.LT.(AANTAL_ITERATIES/5)) THEN
  TELLER = TELLER+1
ELSE
  WRITE(11, '(E11.4E2, E11.4E2, F10.1, E12.5E2, E10.3E2, F7.4)')
  TYD, DLDT_NEW, L, PS_0, UT, FILTRAAAT, CONTROLE
  TELLER = 1
END IF

```

Voor de volgende tijdstap wordt een nieuwe dl/dt geschat.

```

dl/dt = ((1-eps_0)*(k/eta)*(-dPs/dx+(rho_l-rho_s)/(1-eps_0)*g))/x+1
(eps_sl-eps_0)

```

```

(1-eps_sl)*Us
-----
(eps_sl-eps_0)

```

```

DPS_DPHI = (((1-E_0)/(1+E(I,IR-1)))*NACHT*PA-PA)/
(PHI(IR-1)-1)
DLDT_GESCHAT = (1-EPS_0)/(EPS_SL-EPS_0)*KO/ETA*
(-DPS_DPHI/L+(RHO_L-RHO_S)*(1-EPS_0)*G) +
(1-EPS_SL)*US/(EPS_SL-EPS_0) - UT
L = L-DLDT_NEW*TYDSTAP

```

```

END IF
END DO
END DO
END
SUBROUTINE POEF(NPDE, PHI, TYD, E, DEDPHI, P, G, C)

```

Definitie PDV in de vorm:

$C \cdot de/dt = d/dPhi \{ (C \cdot de/dPhi) \} + F$

```

mac C = ((PHI.C.e.de/dPhi)
F = ((PHI.C.e.de/dPhi)
G = ((PHI.C.e)

```

```

INTEGER NPDE
REAL*8 PHI(NPDE), TYD
REAL*8 E(NPDE), DEDPHI(NPDE)
REAL*8 F(NPDE), G(NPDE), C(NPDE)
REAL*8 NACHT1, NACHT2, G1, G2, G3, F1, F2, F3
REAL*8 UT, PS_0, PL(50)
REAL*8 L, DLDT
REAL*8 ETA, PA, PI, KO, DELTA, BETA, E_0, E_SL, RHO_L, RHO_S, GZ, KN, DXN
COMMON /MONITOR /UT, PS_0, PL
COMMON /GEBEVENS /L, DLDT
COMMON /CONSTANTEN /ETA, PA, PI, KO, DELTA, BETA, E_0, E_SL,
RHO_L, RHO_S, GZ, KN, DXN

```

```

NACHT1 = (1-DELTA)/BETA
NACHT2 = 2-DELTA/BETA
G1 = PA*KO/ETA/BETA
G2 = 1/(1+E(1))*2
G3 = ((1+E_0)/(1+E(1)))*NACHT1
F1 = NACHT2*(RHO_L-RHO_S)*GZ*KO/ETA/((1+E_0)**2)
F2 = (1-E(1))*((1-E_0)/(1+E(1)))*NACHT2
F3 = L/(1+E(1))*2*DEDPHI(1)
C(1) = (L/(1+E(1)))*2
G(1) = G1*G2*G3
F(1) = (UT*PHI(1)*DLDT-F1*F2)*F3
END

```

```

SUBROUTINE BMDY(NPDE, TYD, E, IEND, P, Q, R)

```

Randvoorwaarden in de vorm:

$P(t) \cdot e = Q(t) \cdot de/dPhi = R(t, e)$

Tussen de grenzen Phi = 0 (IEND=0)  
en Phi = 1 (IEND=1)

```

INTEGER NPDE, IEND
REAL*8 TYD, E(NPDE), P(NPDE), Q(NPDE), R(NPDE)
REAL*8 NACHT, G1, Q2
REAL*8 UT, PS_0, PL(50)
REAL*8 L, DLDT
REAL*8 ETA, PA, PI, KO, DELTA, BETA, E_0, E_SL, RHO_L, RHO_S, GZ, KN, DXN
COMMON /MONITOR /UT, PS_0, PL
COMMON /GEBEVENS /L, DLDT
COMMON /CONSTANTEN /ETA, PA, PI, KO, DELTA, BETA, E_0, E_SL,
RHO_L, RHO_S, GZ, KN, DXN

```

```

NACHT = (1-DELTA)/BETA
G1 = PA*KO/ETA/BETA/L
G2 = ((1+E_0)/(1+E(1)))*NACHT
IF (IEND.EQ.0) THEN

```

```

Q(1) = -Q1*Q2
R(1) = KO/ETA*((1+E_0)/(1+E(1)))*((1-DELTA/BETA)*(RHO_L-RHO_S))*G-UT
ELSE
  P(1) = 1
  Q(1) = 0
  R(1) = E_0
END IF
END

```

```

SUBROUTINE MONTR(NPDE, PHI, IR, TYD, TYD_DAARVOOR, E, IU,
TYD_STOP, TYDSTAP)

```

Subroutine voor tussentijdse berekeningen van Ps\_0 en Ut.

```

INTEGER I, IR, NPDE, IU
REAL*8 PHI(IR), E(I, IR)
REAL*8 TYD, TYD_DAARVOOR, TYD_STOP, TYDSTAP, NACHT
REAL*8 COUNT, PS, DPHI, EPS1, EPS2, EPS_GEN
REAL*8 UT, PS_0, PL(50)
REAL*8 L, DLDT
REAL*8 ETA, PA, PI, KO, DELTA, BETA, E_0, E_SL, RHO_L, RHO_S, GZ, KN, DXN
COMMON /MONITOR /UT, PS_0, PL
COMMON /GEBEVENS /L, DLDT
COMMON /CONSTANTEN /ETA, PA, PI, KO, DELTA, BETA, E_0, E_SL,
RHO_L, RHO_S, GZ, KN, DXN

```

```

NACHT = 1/BETA
COUNT = 0
PL(IR) = P1
DO I=(IR-1), 1, -1
  DPHI = PHI(I+1)-PHI(I)
  EPS1 = E(I, I+1)/(1+E(I, I+1))
  EPS2 = E(I, I)/(1+E(I, I))
  EPS_GEN = (EPS1+EPS2)/2
  PS = ((1+E_0)/(1+E(I, I)))*NACHT*PA-PA
  COUNT = COUNT+(RHO_S*(1-EPS_GEN)+RHO_L*EPS_GEN)*G*L*DPHI
  PL(I) = P1-PS+COUNT
END DO
PS_0 = ((1+E_0)/(1+E(1,1)))*NACHT*PA-PA
UT = KN/ETA/DXN*PL(1)
END

```

```

C
C filtra for
C dit programma berekent porositeteit en compressievoorwaarden
C in een comprasseerbare filter voor tijdens filtratie
C voor integratie van de PDV wordt de MAC subrutine van FOR gebruikt
C
C vaste stof wordt als elastisch beschouwd
C
C constitutieve vergelijkingen
C 1/1+e1/1+e0/1+pe/pe/beta
C KKO*(1+e0/1+e1)/1+delta/beta
C
OPTIONS/CHECK/EXTEND_SOURCE
C
REAL*8 TYD,TYD_INTERVAL,TYD_STOP
REAL*8 VOIRATID(1:20),VOIRATID(0) GRN
REAL*8 RELIEUR,ABSERR,MOFF,BOI
REAL*8 X(20),Z(25),H(25),AT(25),PS(1:25)
REAL*8 P1,ETA,TMAX
REAL*8 RM,GAMMA,UT,HOOGTE,TU
REAL*8 PSTER,RANDVOORWAARDE,EAVINT
REAL*8 V,ETA,PL(1:25),PABAR(1:25)
REAL*8 DELTA,GAMVOIRATID,LAMBDA,BETA
REAL*8 TMAX,PA,KO,INTEGRAL,NACHT
REAL*8 GENPS,INTTEEM,LIQVOLINT
REAL*8 SOLVOL,PSLAR(1:25),INTEGRAND(1:25)
C
INTEGER NPRO,H,IU,DIMR,INCR,IBAND,INT,IND,IPAIL
INTEGER I,IR,IGRNS,AANTAL_GRID,PUNTE
C
EXTERNAL PDVF,ENDY,HONTP
C
COMMON /GENVOID/EAVINT
COMMON /GENSPANNING/GENPS
COMMON /CONVECT/UT
COMMON /GRID/AANTAL_GRID,PUNTE
COMMON /CONSTANTEN/ETA,PA,KO,DELTA,BETA,LAMBDA,P1,
HOOGTE,TU,VOIRATID(1:20),RM
COMMON /RAND/RANDVOORWAARDE
C
CALL CONSTANTEN/ETA,PA,KO,DELTA,BETA,LAMBDA,P1,
HOOGTE,TU,VOIRATID(1:20),RM
C
C bereken ymx waarden
C
TMAX=1.05*(1.05+VOIRATID(1)*HOOGTE,TU)
C
C voorafdruten grid berekenen, wordt beschreven naar POROS.DAT
C grid wordt steeds folder naar folder toegevoerd
C
AANTAL_GRID,PUNTE=100
IR=AANTAL_GRID,PUNTE
GAMMA=10.0
IGRNS=5.0
H(1)=1.0
DIMR=1
DO I=1,DIMR
IF I.LE.IGRNS THEN
H(I)=H(I)*IGRNS
ELSE
H(I)=H(1)
END IF
SUMGR=H(1)
END DO
X(1)=0.0
C
TYPE 100
PORNAF 100,START,BEVEINDEN
DO I=1,20
X(I)=X(I)+VOIRATID(I)
TYPE 101 TYD,VOIRATID(I)
PORNAF 101,FIG 4,FIG 4
C
beginvoorwaarden weggevoerd naar FILE
DO I=1,19
WRITE (1,401) I, TYD, X(I), VOIRATID(I), PE, I
END DO
C
start integratie FOR
leef een bepaalde tijd integratie FOR
DO WHILE TYD.LE.TYD_STOP
TYD=TYD+TYD_INTERVAL
CALL DOINPRO,NPRO,H,IR,DIMR,INCR,IBAND,INT,IND,IPAIL,
TMAX,PA,KO,RELIEUR,ABSERR,MOFF,BOI,
IBAND,MOFF,INT,IND,IPAIL
C
tussenresultaten naar scherm en file, POROS.DAT en POROS.DAT
DO I=1,19
WRITE (1,401) I, TYD, X(I), VOIRATID(I), PE, I
END DO
TYPE 101 TYD,VOIRATID(I)
C
zeerle coördinaten en tijd worden weggevoerd naar POROS.DAT
DO I=1,19
WRITE (1,401) I, TYD, X(I), VOIRATID(I), PE, I
END DO
TYPE 101 TYD,VOIRATID(I)
C
hydrostatie en compressievoorwaarden worden berekend en weggevoerd naar
POROS.DAT
DO I=1,19
NACHT=1.05/BETA
PABAR(I)=1.05*(1.05+VOIRATID(I)*1.05+VOIRATID(I)*1.05)*NACHT
PSTER,PABAR(I),1.05
GO=1.05*ETA*(1.05+PA)/K
Q1=1.05*(1.05+VOIRATID(I)*1.05)
Q2=1.05*(1.05+VOIRATID(I)*1.05+VOIRATID(I)*1.05)*DELTA/BETA
C I=1,19
Q1,VOIRATID(I),1.05+VOIRATID(I)*1.05
P1,1.05
RETURN
END
C
Bereken van de gemiddelde voirdratid, EAVINT en compressievoorw GENPS
DO I=1,19
INTEGRAND(1)=VOIRATID(I)
END DO
IF TYD.TU.GE.1.0 THEN

```

```

DO I=1,19
H(I)=H(I)*TMAX GRN
X(I)=X(I)+H(I)
END DO
C Berekenen N/20
H(20)=H(19)*GAMMA
C
C beginvoorwaarden
DO I=1,19
VOIRATID(1)=VOIRATID(1)
END DO
DO I=1,19
PL(I)=4*P1
PS(I)=4*P1-PS(I)
END DO
IU=1
UT=0.0 DO
DO I=1,19
X(I)=X(I)+H(I)*VOIRATID(I)
END DO
DO I=1,19
INTEGRAND(1)=VOIRATID(1)
END DO
LIQVOLINT=0.0
DIFFER=0.0
DO I=2,19
INTEEM=INTEEM+INTEGRAND(1)+INTEEM+(INTEEM-
INTEEM)*IGRNS
LIQVOLINT=DIFFER
END DO
EAVINT=LIQVOLINT*Q
NPRO=1
BOI=0
RELIEUR=0.00001
ABSERR=0.00001
DIMR=0
INCR=0
IBAND=0
IND=1
INT=0
IPAIL=0
C
start tijd en voirdratid, maar eerst de laatste wordt opgegeven
DO I=1,19
TYD=0.0
TYD_INTERVAL=1.0
C
beschrijf de del reder
TYPE 97
PORNAF 97
TYPE 98
PORNAF 98,INCOMPRESSIBLE LIQ FILTRATION
TYPE 99
PORNAF 99,ELASTIC MEDIA
C
LIQVOLINT=0.0
INTEEM=0.0
DO I=1,19
X(I)=0.0
INTEEM=INTEEM+INTEGRAND(1)+INTEEM+(INTEEM-
INTEEM)*IGRNS
LIQVOLINT=INTEEM
END DO
EAVINT=LIQVOLINT*Q
WRITE (1,401) I, TYD, X(I), VOIRATID(I), PE, I
END IF
DO I=1,19
NACHT=1.05/BETA
PABAR(I)=1.05*(1.05+VOIRATID(I)*1.05+VOIRATID(I)*1.05)*NACHT
PS(I)=4*P1-PS(I)
END DO
INTEGRAAL=0.0
DO I=1,19
INTEGRAAL=INTEGRAAL+Q1*(1.05+PS(I)+Q2)
GENPS=INTEGRAAL*Q
END DO
END DO
END
C
SUBROUTINE ENDY,NPRO,H,IU,DIMR,INCR,IBAND,INT,IND,IPAIL,
TMAX,PA,KO,DELTA,BETA,LAMBDA,P1,
HOOGTE,TU,VOIRATID(1:20),RM
COMMON /CONVECT/UT
COMMON /GRID/AANTAL_GRID,PUNTE
COMMON /CONSTANTEN/ETA,PA,KO,DELTA,BETA,LAMBDA,P1,
HOOGTE,TU,VOIRATID(1:20),RM
NACHT=1.05/BETA
PABAR(1:20)=1.05*(1.05+VOIRATID(1:20)*1.05+VOIRATID(1:20)*1.05)*NACHT
PSTER,PABAR(1:20),1.05
GO=1.05*ETA*(1.05+PA)/K
Q1=1.05*(1.05+VOIRATID(1:20)*1.05)
Q2=1.05*(1.05+VOIRATID(1:20)*1.05+VOIRATID(1:20)*1.05)*DELTA/BETA
C I=1,19
Q1,VOIRATID(I),1.05+VOIRATID(I)*1.05
P1,1.05
RETURN
END
C
SUBROUTINE ENDY,NPRO,H,IU,DIMR,INCR,IBAND,INT,IND,IPAIL,
TMAX,PA,KO,DELTA,BETA,LAMBDA,P1,
HOOGTE,TU,VOIRATID(1:20),RM
COMMON /CONSTANTEN/ETA,PA,KO,DELTA,BETA,LAMBDA,P1,
HOOGTE,TU,VOIRATID(1:20),RM
COMMON /GRID/AANTAL_GRID,PUNTE
COMMON /CONVECT/UT
NACHT=1.05/BETA
PABAR(1:20)=1.05*(1.05+VOIRATID(1:20)*1.05+VOIRATID(1:20)*1.05)*NACHT
PSTER,PABAR(1:20),1.05
GO=1.05*ETA*(1.05+PA)/K
Q1=1.05*(1.05+VOIRATID(1:20)*1.05)
Q2=1.05*(1.05+VOIRATID(1:20)*1.05+VOIRATID(1:20)*1.05)*DELTA/BETA
C I=1,19
Q1,VOIRATID(I),1.05+VOIRATID(I)*1.05
P1,1.05
RETURN
END

```



```

REAL*8 VOIDRATIO_X,Q0,Q1,NACHT
REAL*8 PABAR,PSTER,P2,P3,V,ETA1
REAL*8 BETA,DELTA,K,Q2,LAMBDA

C
COMMON /CONVECT/UT
COMMON /GRID/AANTAL_GRID,PUNTEN
COMMON /CONSTANTEN/ETA,PA,KO,DELTA,BETA,LAMBDA,P1,
HOOGTE_TO,VOIDRATIO_0,RM

C
C randvoorwaarde op x=1:1
C
IF (IBND.EQ.1) THEN
  P(1)=1.0
  Q(1)=0.0
  S(1)=VOIDRATIO_0
ELSE
C
C randvoorwaarde op x=0 ut=utleuR*(P1-pa,x=0)
C
NACHT=1.000/BETA
PABAR=(1.000-VOIDRATIO_0)/(1.000-VOIDRATIO(1))**NACHT
PSTER=(PABAR-1.0)*PA
Q0=1.0/ETA/BETA**PA*KO
Q1=1.0/(1.0-VOIDRATIO(1))**2.0
Q2=(1.000-VOIDRATIO_0)/(1.000-VOIDRATIO(1))**(-DELTA/BETA)

P(1)=0
Q(1)=Q0*Q1*Q2*(1.000-PSTER/PA)
S(1)=ut

C
END IF

RETURN
END

SUBROUTINE MONTRIMODE,X,IR,ITYD,ITYD,DAARVOOR,VOIDRATIO,ISU,
ITYD_STOP,ITYDSTAP

INTEGER ISU,NPDE,IR,INB,I,AANTAL_GRID,PUNTEN
REAL*8 X(1),ITYD,ITYD,DAARVOOR,VOIDRATIO(1),Z(40)
REAL*8 UT,ITYD_STOP,ITYDSTAP
REAL*8 P1,P0,ETA,DE,APS,OM,MUN,F,DX,RM
REAL*8 GAMMA,HOOGTE_TO,VOIDRATIO_0,NACHT
REAL*8 PSTER,PABAR,PSTER1,PABAR1,P11,P12
REAL*8 DELTA,KO,PA,V,ETA1
REAL*8 TERM1,TERM2,TERM3,LAMBDA,BETA
REAL*8 EAVINT,SOLVOL,LIQVOLINT,INTTEPA
REAL*8 GENPS,PS(1),Z(1),INTEGRAAL,PSBAR(1),Z(1)

COMMON /GENVOID/EAVINT
COMMON /GENSPANNING/GENPS
COMMON /CONVECT/UT
COMMON /GRID/AANTAL_GRID,PUNTEN
COMMON /CONSTANTEN/ETA,PA,KO,DELTA,BETA,LAMBDA,P1,
HOOGTE_TO,VOIDRATIO_0,RM

NACHT=1.000/BETA
PABAR=(1.000-VOIDRATIO_0)/(1.000-VOIDRATIO(1))**NACHT

```

```

PSTER=(PABAR-1.0)*PA

P11=P1-PSTER

C
UT=RM**P11

C
C t(1),t(1)dstap en ut wegechraven naar FOR003 DAT
C
WRITE(13,1)(2:15,5:20),ITYD,UT

C
RETURN
END

SUBROUTINE CONSTANTEN(ETA,PA,KO,DELTA,BETA,LAMBDA,P1,HOOGTE_TO,VOIDRATIO_0,RM)

REAL*8 P1,ETA,PA,RM,DELTA,LAMBDA,BETA
REAL*8 HOOGTE_TO,VOIDRATIO_0,R0

C
ETA=1.00-3
PA=3.75D3
KO=4.5D-14
DELTA=1.05891D0
BETA=0.1150D0
LAMBDA=1D-2
P1=2D5
HOOGTE_TO=4.5D-2
VOIDRATIO_0=11.40D0
RM=5.89D-9

C
C P1=aangelegde druk
C ETA=viscositeit filtraat
C PA=omkeringconstante
C KO=permeabiliteitsconstante
C lambda delte=compressieconstante
C HOOGTE_TO=dikte filterkoes op t=0
C VOIDRATIO_0=beginvoidratio op tijdstip t=0
C RM=weerstand filtraat=mu/viscositeit
C RM=KM/ids*ETA

RETURN
END

```

```

C expressie for
C variabele 10
C dit programma berekent porositatie- en compressiedruk profielen
C in een compressiebele filtertoek tijdens expressie
C berekeningen zijn gebaseerd op algemeen aanvaardbare
C differentiaalvergelijkingen zoals weergegeven in de filterliteratuur
C voor integratie van de PDV wordt de MAC-routine DO3PGF gebruikt
C
C
C vaste stof wordt als elastisch beschouwd
C
C constitutieve vergelijkingen
C  $1/(1-\epsilon) = 1/(1-\epsilon_0) + (\epsilon - \epsilon_0)/\beta$ 
C  $K = K_0 \left( \frac{1-\epsilon_0}{1-\epsilon} \right)^{1-\beta} \left( \frac{\epsilon - \epsilon_0}{\beta} \right)$ 
C
C OPTIONS/CHECK/EXTEND_SOURCE
C
REAL*8 TYD, TYD_INTERVAL, TYD_STOP, W
REAL*8 VOIDRATIO(1:20), VOIDRATIO_0, LAMBDA, SUM
REAL*8 RELEFF, ABSZERR, WOKR(100)
REAL*8 PI, PO, ETA, BETA, YMAX, P1(1:25)
REAL*8 K, DE, RM, GAMMA, UT, HOOGTE_TO, HOOGTE_TOP
REAL*8 PSTER, RANDVOORWAARDE, MACT
REAL*8 Q1(1:25), Q2(1:25), Q3(1:25), Q4(1:25), Q5(1:25), Q6(1:25)
REAL*8 N, DELTA, GENVOIDRATIO, FABAR(1:25), poro(1:20)
REAL*8 YINAX, PA, KO, INTEGRAL, GENPS
REAL*8 EPSAVT, EPSAVFL, P1(1:25), EPSAVINT
REAL*8 INTEGRAND(1:25), INTTERR, LIQVOLINT
C
INTEGER NPDE, N, IU, INORM, INON, IBAND, IMK, IND, IFAIL
INTEGER I, IR, IGRENS, AANTAL_GRID_PUNTEN, IOS
C
EXTERNAL PDEF, BKDT, MONTH
C
COMMON /CONNECT/UT, PS
COMMON /GENV/GENVOIDRATIO
COMMON /GRID/AANTAL_GRID_PUNTEN
COMMON /CONSTANTEN/ETA, PA, KO, DELTA, BETA, LAMBDA, N, P1,
      HOOGTE_TO, HOOGTE_TOP, VOIDRATIO_0, RM
COMMON /RAND/RANDVOORWAARDE, VOIDRATIO(1:1)
COMMON /MAGSABALANS/EPSAVINT, EPSAVFL
C
CALL CONSTANTEN, ETA, PA, KO, DELTA, BETA, LAMBDA, N, P1,
      HOOGTE_TO, HOOGTE_TOP, VOIDRATIO_0, RM
C
C bereken YMAX waarde
C
YMAX = 1.0D+01 * 0.0D+01 * VOIDRATIO(1) * HOOGTE_TOP
C
C roosterpunten grid berekenen, wordt geschreven naar FOR002.DAT
C grid wordt steeds finer naar filtermedium
C
AANTAL_GRID_PUNTEN = 100
IF AANTAL_GRID_PUNTEN .GT. 1000
  GAMMA = 0.5
  IGRENS = 500
  H1 = 1.0
  SUM = 0.0
  DO I = 1, IGR-1
    IF I.LE.IGRENS THEN
      H1 = H1 * IGRENS
    ELSE
      H1 = H1 * I
    END IF
  END DO
  NPDE = 1
  N = 0
  RELEFF = 0.00001
  ABSZERR = 0.00001
  INORM = 1
  IBAND = 1
  IND = 1
  IFAIL = 0
C
C start tijd en tijdsinterval, waartussen berekenen wordt gegeven
C
TYD = 0
TYD_INTERVAL = 1
W = 0
C
C berichten op het scherm
C
TYPE 90
FORMAT (TYPE 90)
TYPE 91
FORMAT (TYPE 91)
95
FORMAT (10X, COMPRESSIBLE GASE FILTRATION)
*
TYPE 92
FORMAT (10X, EXPRESSION OF FILTER PAVE)
*
TYPE 100
FORMAT (10X, START BEREKENINGEN)
*
10X, '-----'
*
TYPE 101, TYD, VOIDRATIO(1:20)
FORMAT (15X, F7.1, 10X, F7.4)
C
C beginvoorwaarden weggeschreven naar file
C
DO I = 1, IR
  poro(I) = VOIDRATIO(1) / (1 - VOIDRATIO(1))
  WRITE(21,*) TYD, X(1), VOIDRATIO(1)
END DO
WRITE(21,*)
C
C start integratie PS
C zelf een bepaalde (rand)integratie(s) invoeren
C
DO WHILE (TYD.LT.100000)
  TYD_STOP = TYD + TYD_INTERVAL
  CALL DO3PGF(NPDE, N, PDEF, BKDT, TYD, TYD_STOP, VOIDRATIO,
    & IU, IR, K, RELEFF, ABSZERR, INORM, MONTH, INON,
    & IBAND, WOKR, IMK, IND, IFAIL)
C
DO I = 1, IR
  Z(I) = Z(1) + (I - 1) * (1 - VOIDRATIO(1)) / (1 - VOIDRATIO(1) - 1)
END DO
C
C tussenresultaten naar scherm en file FOR001.DAT.
C
if (tyd.ge.wt) then
  DO I = 1, IR
    poro(I) = VOIDRATIO(1) / (1 - VOIDRATIO(1))
    WRITE(21,*) TYD, X(1), VOIDRATIO(1)
  END DO

```

```

SUM = SUM + H(1)
END DO
X(1) = 0
DO I = 1, IR-1
  H(1) = H(1) * YMAX * SUM
  X(1) = X(1) + H(1)
END DO
C
C beginvoorwaarden worden ingegeven van FOR001.DAT, eindstatus van filter
C fase
C
OPEN (UNIT=11, FILE='FOR01.DAT', STATUS='OLD', IOSTAT=IOS)
IF (IOS.NE.0) THEN
  PRINT *, 'OPEN-POUT IOS'
ELSE
  DO I = 1, IR
    RELEFF = 1.0D+01 * 0.0D+01 * VOIDRATIO(1) / (1 - VOIDRATIO(1))
  END DO
  END IF
  TYD = 0
C
C Uitdrukken van de gemiddelde voidratio bij het begin van de expressie
C
DO I = 1, IR
  Z(I) = 0
  Z(I) = Z(I) + (I - 1) * (1 - VOIDRATIO(1)) / (1 - VOIDRATIO(1) - 1)
END DO
LIQVOLINT = 0
DO I = 2, IR
  INTEGRAL = 0
  DO I = 2, IR
    INTEGRAL = INTEGRAL + (VOIDRATIO(1, I - 1) - VOIDRATIO(1, I)) / 2 * 0.0D+01
    LIQVOLINT = LIQVOLINT + INTEGRAL
  END DO
  GENVOIDRATIO = LIQVOLINT
  RANDVOORWAARDE = VOIDRATIO(1, 1)
  IU = 1
  UT = 0
  DO
    YINAX = 1.0D+01 * 0.0D+01 * GENVOIDRATIO(1) * HOOGTE_TOP
  END DO
  SUM = 0
  DO I = 1, IGR-1
    IF I.LE.IGRENS THEN
      H1 = H1 * IGRENS
    ELSE
      H1 = H1 * I
    END IF
    SUM = SUM + H1
  END DO
  X(1) = 0
  DO I = 1, IGR-1
    H1 = H1 * I * YMAX * SUM
    X(1) = X(1) + H1
  END DO
  DO I = 1, IR
    Z(I) = X(1) + (I - 1) * 0.0D+01 * GENVOIDRATIO(1)
  END DO
  WRITE(9,*) TYD, X(1), SUM, TYD, EPSAVINT
  END DO
  WRITE(11,*)
  TYD = TYD + TYD_INTERVAL
  X(1) = X(1) + H1
  end if
C
C hydrostatie- en compressiedruk profielen worden geschreven naar FOR004.DAT
C
DO I = 1, IR
  MACT = 1.0D+01 * BETA
  FABAR(1:25) = (1 - VOIDRATIO(1)) / (1 - VOIDRATIO(1) - 1) * MACT
  PS(1:25) = FABAR(1:25) * (1 - VOIDRATIO(1))
  P1(1:25) = P1(1:25)
END DO
DO I = 1, IR
  INTEGRAND(1:25) = VOIDRATIO(1, I)
END DO
LIQVOLINT = 0
INTTERR = 0
DO I = 1, IR
  INTTERR = INTTERR + INTEGRAND(1, I) * INTEGRAND(1, I)
  LIQVOLINT = LIQVOLINT + INTEGRAND(1, I) * YINAX * I
END DO
EPSAVINT = LIQVOLINT / I
INTEGRAAL = 0
DO I = 2, IR
  Z(I) = 0
  INTEGRAAL = INTEGRAAL + PS(1, I) * (PS(1, I) - PS(1, I - 1)) * YINAX * I
  GENPS = INTEGRAAL / I
END DO
C
C gemiddelde voidratio volgens profiel, en volgens flux worden
C geschreven naar FOR009.DAT, check van Magsabalans
C
END DO
END
C
SUBROUTINE PDEF(NPDE, X, TYD, VOIDRATIO, GENVOIDRATIO, F, G, G1)
INTEGER NPDE, I, AANTAL_GRID_PUNTEN, IR
REAL*8 X(1), TYD, VOIDRATIO(1:20), GENVOIDRATIO, X1
REAL*8 PDEF, Q1(1:25), Q2(1:25), FABAR, PSTER
REAL*8 UT, VOIDRATIO_0, MACT, DO, G1
REAL*8 PI, PO, ETA, BETA, RM, GAMMA, HOOGTE_TO, HOOGTE_TOP
REAL*8 BETA, PA, KO, DE, DELTA, N, GENVOIDRATIO, PS
REAL*8 LAMBDA
COMMON /CONNECT/UT, PS
COMMON /GENV/GENVOIDRATIO
COMMON /GRID/AANTAL_GRID_PUNTEN
COMMON /CONSTANTEN/ETA, PA, KO, DELTA, BETA, LAMBDA, N, P1,
      HOOGTE_TO, HOOGTE_TOP, VOIDRATIO_0, RM
MACT = 1.0D+01 * BETA
FABAR(1:25) = (1 - VOIDRATIO(1)) / (1 - VOIDRATIO(1) - 1) * MACT
PSTER = FABAR(1:25) * PA
G0 = 1.0D+01 * BETA * (PA)

```





```
common /phi/phi
common /void/voidratio
```

```
do i=1,ir
  if (x(i).eq. phi(i)) then
    if (void(i,1).eq.0) then
      void(i,1)=voidratio(i,1)
    end if
    voidx=void(i,1)
  end if
end do

Q0=(1-Q0)/ETA**K0
G1=(1-Q0)/(1-Q0*VOIDR)
G2=(1-0*VOIDRATIO_0)/(1-0*VOIDR)***(-DELTA/BETA)
e2x=e*(voidx/voidratio_0)**(1-lambda2)
de2dvoidx=(e*lambda2)/voidx**voidratio_0**(1-lambda2)
rek=voidx-voidratio_0/(1+voidratio_0)
```

```
C11)=1-0/((e1-e2x)/(1+voidratio_0)-rek*de2dvoidx)
C11)=G0*C1+C2
F11)=-(pe(i)+e2x*rek)/(e1+e2x)*tau/(1+voidratio_0)-rek*tau*de2dvoidx)
```

```
RETURN
END
```

```
SUBROUTINE BODY (NPDE, TYD, PE, IEND, P, Q, S)
```

```
INTEGER I, AANTAL_GRID_PUNTEN, NPDE, IEND, IR
REAL*8 TYD, VOIDRATIO(I, 20), P(I), Q(I), S(I)
REAL*8 VOIDRATIO_0, P1, ETA, PA, K0, LAMBDA2, tau, e, e1
REAL*8 DE, RM, GAMMA, HOOGTE_TOF, HOOGTE_TOF_UT
REAL*8 VOIDRATIO_I, Q0, Q1, MACT
REAL*8 PABAR, PSTER, RANDVOORWAARDE, void(i, 20)
REAL*8 BETA, DELTA, N, PE, (I, GENVOIDRATIO
```

```
COMMON /CONVECT/void
COMMON /GEN/GENVOIDRATIO
COMMON /GRID/AANTAL_GRID_PUNTEN, IR
COMMON /CONSTANTEN/ETA, PA, K0, DELTA, BETA, LAMBDA2, N, P1,
HOOGTE_TOF, HOOGTE_TOF_UT, VOIDRATIO_0, RM, tau, e, e1
COMMON /RAND/RANDVOORWAARDE
```

```
C randvoorwaarde op x=Hit)
```

```
IF (IEND.EQ.0) THEN
  P1=1.0
  Q1=1.0
  S1=1.0
ELSE
  S1=1.0
ENDIF
```

```
C randvoorwaarde op x=0 voidrat.0 wordt bepaald aan het einde van filtratiefase
```

```
P1=0.0
Q1=0.0
S1=0.0
```

```
END IF
RETURN
```

```
void(i,1)=void_new
void(i,1)=voidratio(i,1)
end if
end do
end if
```

```
do i=1,ir
  pe_old(i,1)=pe(i,1)
end do
```

```
RETURN
END
```

```
SUBROUTINE CONSTANTEN (ETA, PA, K0, DELTA, BETA, LAMBDA2, N, P1,
HOOGTE_TOF, HOOGTE_TOF_UT, VOIDRATIO_0, RM, tau, e, e1)
```

```
REAL*8 P1, ETA, PA, RM, BETA, DELTA, N
REAL*8 HOOGTE_TOF, HOOGTE_TOF_UT, VOIDRATIO_0, RM, LAMBDA2, tau, e, e1
```

```
ETA=1.0E-01
PA=3.75E-01
K0=1.0E-01
DELTA=1.058910E-01
BETA=6.11500E-01
LAMBDA2=2.50E-01
N=1.740E-01
P1=2.0E-01
HOOGTE_TOF=1.17E-01
HOOGTE_TOF_UT=1.4E-01
VOIDRATIO_0=1.400E-01
RM=5.845E-01
tau=1.0E-01
e1=1.0E-01
e1d4
```

```
C P1=aanpelede druk
C ETA=viscositeit filtraat
C PA=osmekoningsconstante
C K0=permeabiliteitsconstante
C beta, n, delta=compressie-constante
C HOOGTE_TOF=dikte filterkoek op t=0 Expressie
C HOOGTE_TOF_UT=dikte filterkoek op t=0 Filtratie
C VOIDRATIO_0=beginvoidratio op tijdstip t=0
C RM=veerstand filtermedium
```

```
RETURN
END
```

```
END
```

```
SUBROUTINE MONTR (NPDE, X, IR, TYD, TYD_DAARVOOR, PE, IU,
TYD_STOP, TYDSTAP)
```

```
INTEGER IO, NPDE, IR, I, INB, I, AANTAL_GRID_PUNTEN
REAL*8 X(I), TYD, TYD_DAARVOOR, VOIDRATIO(I, 20), Z(40)
REAL*8 UT, TYD_STOP, TYDSTAP, e, e1, tau, void(i, 20)
REAL*8 P1, P0, ETA, DM, NUM, K, DE, RM, pab(i, 20)
REAL*8 GAMMA, HOOGTE_TOF, HOOGTE_TOF_UT, VOIDRATIO_0, MACT
REAL*8 PSTER, PABAR, PSTER1, PABAR1, PL19, PL20
REAL*8 DELTA, BETA, N, K0, PA, PL1, PL2
REAL*8 PABAR2, PABAR3, PSTER2, PSTER3, delta_t, e2(20), de2dvoid(20), fout
REAL*8 LIQVOL, LIQVOLINT, SOLVOL, EPSAVFL, EAVFL, e, b, c, rek1, rek2, rek_old(i)
REAL*8 IMITERR, PERMSP, FLUX, EAVDT, EPSAVDT, OLDFLUX, void_new
REAL*8 P5(i, 1), GENVOIDRATIO, LAMBDA2, pe_old(i, 20), void_old(i, 20)
```

```
COMMON /CONVECT/void
COMMON /GEN/GENVOIDRATIO
COMMON /GRID/AANTAL_GRID_PUNTEN
COMMON /CONSTANTEN/ETA, PA, K0, DELTA, BETA, LAMBDA2, N, P1,
HOOGTE_TOF, HOOGTE_TOF_UT, VOIDRATIO_0, RM, tau, e, e1
COMMON /MATERIALS/EPSPAVDT, EPSAVFL
common /void/voidratio, peb
```

```
delta_t=tyd-tyd_daarvoor
```

```
do i=1,ir
  if (void(i,1).eq.0) then
    void(i,1)=voidratio(i,1)
    pe_old(i,1)=peb(i,1)
  end if

  void_old(i,1)=void(i,1)
  rek_old(i)=void_old(i,1)-voidratio_0/(1+voidratio_0)
end do
```

```
Uitrekken voidratio
```

```
if (delta_t.eq.0) then
  do i=1,ir
    void(i,1)=voidratio(i,1)
  end do
else
```

```
do i=1,ir
  fout=1
  if (fout.gt.1d-5) then
    e2(i)=e*(void(i,1)/voidratio_0)**(1-lambda2)
    de2dvoid(i)=(e*lambda2)/void(i,1)**VOIDRATIO_0
```

```
e1=voidratio_0**de2dvoid(i)
be1=e2(i)+rek_old(i)**voidratio_0**de2dvoid(i)-E2(i)*delta_t/tau
c=peb(i,1)*delta_t/tau+peb(i,1)-pe_old(i,1)+rek_old(i)**E2(i)
```

```
if (a.eq.0) then
  rek1=c/b
```

```
else
  rek1=(b+sqrt(b**2-4*a*c))/2/(-2*a)
  rek2=(b-sqrt(b**2-4*a*c))/2/(-2*a)
end if
```

```
void_new=rek1**voidratio_0/voidratio_0
fout=abs(1-void_new/void(i,1))
```

**PUBLIKATIEREEKS "TOEKOMSTIGE GENERATIE  
RIOOLWATERZUIVERINGSINRICHTINGEN RWZI 2000"<sup>1</sup>**

- 1 "Behandeling van stedelijk afvalwater in de toekomst"  
Een haalbaarheidsonderzoek. I. Eindrapport II. Werkrapport  
RIZA, TNO-Maatschappelijke Technologie en Witteveen & Bos Raadgevende  
ingenieurs  
Juli 1986
- 2 "Toekomstige generatie rioolwaterzuiveringsinrichtingen; RWZI 2000"  
Onderzoekplan  
RIZA, STORA  
Januari 1988
- 3 "Jaarverslag 1988"  
RIZA, STORA  
Maart 1989
- 4 "Slibontwatering; een voorstudie"  
TU-Delft, TU-Eindhoven  
RWZI 2000 89-01  
Januari 1989
- 5 "Knelpunten bij de invoering van defosfatering"  
Witteveen & Bos Raadgevende ingenieurs  
RWZI 2000 89-02  
April 1989
- 6 "Selectieve verwijdering van zware metalen uit ruw rioolwater met behulp van een  
magneetsysteem"  
Smit-Nymegen, TNO-Maatschappelijke Technologie  
RWZI 2000 89-03  
Oktober 1989
- 7 "Verwijdering van zware metalen uit zuiveringsslib door elektrolyse"  
TNO-Maatschappelijke Technologie  
RWZI 2000 89-04  
Oktober 1989

---

<sup>1</sup> Te bestellen bij:  
STOWA, Postbus 8090, 3503 RB Utrecht  
tel. 030-321199

- 8 "Hydrolyse van zuiveringsslib in combinatie met anaërobe vergisting"  
TNO-Maatschappelijke Technologie  
RWZI 2000 89-05  
Oktober 1989
- 9 "Het drogen van zuiveringsslib met het Carver-Greenfieldproces"  
TNO-Maatschappelijke Technologie, Witteveen & Bos Raadgevende  
ingenieurs  
RWZI 2000 89-06  
December 1989
- 10 "Natte oxydatie van zuiveringsslib met het Vertech-systeem"  
TNO-Maatschappelijke Technologie, Witteveen & Bos Raadgevende  
ingenieurs  
RWZI 2000 89-07  
December 1989
- 11 "Symposium "RWZI 2000" d.d. 5 oktober 1989"  
RIZA, STORA  
RWZI 2000 89-08  
December 1989
- 12 "Jaarverslag 1989"  
RIZA, STORA  
RWZI 2000 90-01  
Maart 1990
- 13 "AB-Systemen; een inventarisatie"  
DHV Raadgevend Ingenieursbureau BV  
RWZI 2000 90-02  
September 1990
- 14 "Vergisting van aëroob gestabiliseerd slib"  
DHV Raadgevend Ingenieursbureau BV  
RWZI 2000 90-03  
Augustus 1990
- 15 "Het afleiden van procestechnologische relaties uit bedrijfsgegevens van rwzi's"  
DHV Raadgevend Ingenieursbureau BV  
RWZI 2000 90-04  
December 1990
- 16 "Automatische regeling van het slibgehalte in beluchtingstanks"  
Adviebureau BKH  
RWZI 2000 90-05  
September 1990

- 17 "Verkenning Bio-Denitro/Bio-Denipho"  
Witteveen & Bos Raadgevende ingenieurs  
RWZI 2000 90-06  
Juni 1990
- 18 "Linpor-sponsjes als dragermateriaal bij de aërobe zuivering van rioolwater"  
TNO-Maatschappelijke Technologie  
RWZI 2000 90-07  
Oktober 1990
- 19 "Jaarverslag 1990"  
RIZA, STORA  
RWZI 2000 91-01  
Maart 1991
- 20 "Deep Shaft-systemen; een inventarisatie"  
DHV Raadgevend Ingenieursbureau BV  
RWZI 2000 91-02  
Maart 1991
- 21 "Perspectives for the utilization of membrane-assisted sludge retention in municipal waste water treatment plants"  
A feasibility study  
RU-Groningen  
RWZI 2000 91-03  
Juni 1991
- 22 "Jaarverslag 1991"  
RIZA, STOWA  
RWZI 2000 92-01  
Maart 1992
- 23 "Vergisten van zuiveringslib; een vergelijking tussen thermofiele en mesofiele slibgisting"  
Haskoning B.V., RIZA, LU-Wageningen, DHV Water B.V.  
RWZI 2000 92-02  
Maart 1992
- 24 "First Dutch-Japanese workshop on the treatment of municipal waste water;  
8-11 april 1991, Heelsum, The Netherlands. Part I and part II.  
RIZA, STOWA, TU-Delft  
RWZI 2000 92-03  
Maart 1992



- 25 "Biologische fosfaatverwijdering in combinatie met een korrelreactor"  
IU-Wageningen, DHV Water B.V.  
RWZI 2000 92-04  
Augustus 1992
- 26 "Anaërobe behandeling van stedelijk afvalwater in Nederland"  
Covernota van het uitgevoerde onderzoek 1976 - 1991  
IU-Wageningen, Haskoning B.V.  
RWZI 2000 92-05  
Mei 1992
- 27 "Vergaande nutriëntenverwijdering op een zeer laagbelaste aktiefslibinstallatie"  
Zuiveringsschap Hollandse Eilanden en Waarden, Grontmij N.V.  
RWZI 2000 92-06  
Oktober 1992
- 28 "Ontwikkeling van een slib-op-drager systeem voor de aërobe zuivering van stedelijk afvalwater"  
Fase II: Onderzoek naar de processtabiliteit en optimalisatie van het zuiveringsrendement.  
TNO-IMW  
RWZI 2000 92-07  
Oktober 1992
- 29 "Behandeling van stedelijk afvalwater met het schachtreactorsysteem"  
V & P Waste Water Management B.V.  
RWZI 2000 92-08  
Juli 1994
- 30 "Stikstofverwijdering uit interne stromen op rwzi's"  
DHV Water B.V.  
RWZI 2000 92-09  
December 1992
- 31 "Jaarverslag 1992"  
RIZA, SIOWA  
RWZI 2000 93-01  
April 1993
- 32 "Onderzoek demonstratie-installaties magnetische defosfatering"  
Envimag B.V.  
RWZI 2000 93-02  
April 1993

- 33 "Modelvorming en optimalisatie van biologische defosfatering van afvalwater:  
Microbiële aspecten"  
LU-Wageningen, vakgroep Microbiologie  
RWZI 2000 93-03  
November 1993
- 34 "Jaarverslag 1993"  
RIZA, STOWA  
RWZI 2000 94-01  
Juli 1994
- 35 "Fundamentele aspecten van slibontwatering"  
Deel 1: Samenvattend verslag  
Deel 2: Flocculatiemechanismen  
Deel 3: Filtratie-expressie modellering  
Deel 4: Filtratie expressie experimenten  
Deel 5: Slib-water binding  
Deel 6: Karakterisering van slibben  
Deel 7: Ontwikkeling nieuw CST-apparaat  
Deel 8: Congresbijdragen  
TU-Eindhoven, Laboratorium voor Scheidingstechnologie  
RWZI 2000 94-02  
Juli 1994