

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

MECANISMOS DE REAQUECIMENTO
INTERNO EM ESTRELAS DE NÊUTRONS ⁱ

Fábio Köpp Nóbrega

*Tese realizada sob a orientação do Prof. Dr.
César A. Z. Vasconcellos, apresentada ao
Instituto de Física da UFRGS.*

Porto Alegre, 2023

ⁱTrabalho parcialmente financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, CNPq.

Fábio Köpp Nóbrega

**MECANISMOS DE REAQUECIMENTO INTERNO EM ESTRELAS DE
NÊUTRONS**

Esta Tese foi julgada aprovada para a obtenção do Título de “Doutor em Física”, e aprovada em sua forma final pelo Curso de Pós-Graduação em Física.

Porto Alegre, 19 de Junho de 2023.

Prof. Dr. Kepler de Souza Oliveira Filho
Coordenador

Banca Examinadora:

Prof. Dr. César A. Z. Vasconcellos
(UFRGS, Brasil)
Orientador

Profa. Dra. Irina Radinschi
(TUASI/Iasi, Romênia)

Prof. Dr. José Alejandro Ayala Mercado
(UNAM/México, México)

Prof. Dr. Kepler de Souza Oliveira Filho
(UFRGS, Brasil)

Prof. Dr. Luiz Fernando Ziebell
(UFRGS, Brasil)

Agradecimentos

Agradeço

- Ao meu orientador e amigo, professor Dr. César Zen Vasconcellos, pela orientação, inesgotável paciência para comigo e por ser exigente na forma de fazer física, ou seja, consistência física. Estarei sempre em débito e levarei para o resto da vida as nossas conversas divertidas nos encontros do grupo de pesquisa;
- Aos professores Dr. Dimiter Hadjimichef (IF-UFRGS) e Dr. Moisés Razeira (IF-UNIPAMPA) por discutirem e esclarecerem alguns aspectos de objectos compactos e por fornecerem o código em Fortran para solução da equações TOV;
- Aos professores Dr. Rubem Erichsen Junior (IF-UFRGS) e Dr. Luiz Fernando Ziebell (IF-UFRGS) pelas contribuições sugeridas no exame de qualificação desta tese;
- Ao professor e amigo, Dr. Jorge Ernesto Horvath (IAG-USP), por ter me incentivado a estudar acreção de matéria escura em estrelas de nêutrons, por sua postura exemplar como físico/cientista e por sempre - mesmo em férias - discutir assuntos relacionados a esta tese e ciência em geral;
- Ao professor e amigo, Dr. Magno Machado (IF-UFRGS), pelas frutíferas discussões sobre fenomenologia de física de altas energias e por sempre ter me incentivado a fazer pesquisa científica. À professora Dra. Maria Beatriz Gay Ducati (IF-UFRGS), por suas imprescindíveis contribuições na minha formação como físico;
- Ao meu ex-colega de doutorado e amigo desde a graduação, Dr. Sony Martins, por suas revisões de códigos em Fortran e discussões de física de altas energias;
- Ao CNPq pelo auxílio financeiro durante a produção desta tese.

Dedicatória

Dedico esta tese aos meus pais, Carlos Alberto Monteiro Nóbrega (*in memoriam*) e Elzira Köpp Nóbrega. Em especial, a minha mãe - professora aposentada - por ter priorizado a estrutura familiar e uma boa educação ao seus filhos à anseios acadêmicos.

"Não rir, nem lamentar-se, nem odiar, mas compreender."
Baruch de Espinosa

"Have no respect whatsoever for authority; forget who said it and instead look what he starts with, where he ends up, and ask yourself, "Is it reasonable?" "
Richard P. Feynman

Publicações

- Espalhamento Bhabha: Um Estudo Detalhado. Fábio Köpp Nobrega e Luiz Fernando Mackedanz. *Rev. Bras. Ensino Fís.* 2018, vol.40, n.3, e3318.
- A comparative study of Compact Objects using 3 models: Walecka Model, PAL Model, and M.I.T. Bag Model. Fábio Köpp, Alex Quadros, Guilherme Volkmer, Moises Razeira, Magno Machado, Dimiter Hadjimichef, César Augusto Zen Vasconcellos. Poster presented at the XIV International Workshop on Hadron Physics, Florianópolis, Brazil, March 2018.
- On the nature of the quantum chromodynamics phase transition in hybrid compact stars. F. Köpp, C.A. Zen Vasconcellos, M. Machado, M. *Astron. Nachr.* (2019) **340**, pp. 892-897.
- Equation of state of strange stars with admissible dark matter: Derivation from galactic rotational curves. M. Razeira, F. Köpp, G. Volkmer, M. Machado, D. Hadjimichef, C.A. Zen Vasconcellos. *Astron. Nachr.* (2021); **342**, pp. 310– 314.
- Internal heating mechanisms in neutron stars. F. Köpp, J. E. Horvath, D. Hadjimichef, C. A. Z. Vasconcellos, and P. O. Hess, "Internal heating mechanisms in neutron stars," *International Journal of Modern Physics D*, vol. 0, no. 0, p. 2350046, 2023.

Artigos Publicados Anteriores à Tese

- Photoproduction of upsilon states in ultraperipheral collisions at the CERN Large Hadron Collider within the color dipole approach. M.B. Gay Ducati, F. Köpp, M.V.T. Machado, and S. Martins, *Phys. Rev. D* (2016) **94**, p. 094023.
- Coherent and incoherent Upsilon production in ultraperipheral collisions at the Large Hadron Collider. M.B. Gay Ducati, F. Köpp, and M.V.T. Machado, *Phys. Rev. D* (2017) **96**, p. 054001.
- A dark matter compact star in the framework of the pseudo-complex general relativity. D. Hadjimichef, M.V.T. Machado, F. Köpp, G.L. Volkmer, M. Razeira. *Astron. Nachr.* **338** 9-10 (2017), pp. 1079-1084.
- Coherent and incoherent production of vector mesons in ultraperipheral collisions of xenon ions within the QCD parton saturation approach F. Köpp and M.V.T. Machado, *Phys. Rev. D* (2018) **98**, p. 014010.
- Compact stars in the pseudo-complex general relativity. C.A. Zen Vasconcellos, J.E.S. Costa, D. Hadjimichef, M.V.T. Machado, F. Köpp. *J. Phys. Conf. Ser.* **1143**, 1 (2018), p. 012002.

- Pseudo-complex general relativity and the slow rotation approximation for neutron stars. G.L. Volkmer, M. Razeira, D. Hadjimichef, F. Köpp, C.A.Z. Vasconcelos. *Astron.Nachr.* (2019) **340** 1-3, pp. 205-208.
- Effective field theory with genuine many-body forces and tidal effects on neutron stars. M. Razeira, D. Hadjimichef, M.V.T. Machado, F. Köpp, G. Volkmer. *Astron.Nachr.* **340**, 1-3 (2019), pp. 209-212.
- Soft diffraction within the QCD color dipole picture. G.M. Peccini, F. Köpp , and M.V.T. Machado, *Phys. Rev. D* (2020) **101**, p. 0740.
- Central exclusive χ, c, b production at high energy colliders and gluon saturation approach. F. Köpp, M.B. Gay Ducati, M.V.T. Machado, *Physics Letters B* (2020) **806**, p. 135492.

Resumo

Neste trabalho revisitamos inicialmente, de maneira crítica, quatro modelos da literatura que descrevem estrelas compactas contendo quarks como sua composição primordial. Mais precisamente, consideramos neste estudo os modelos MIT, ν MIT, CFL, CSS (que corresponde a uma parametrização de matéria de quarks) e CDQP, com vistas a construirmos, de uma forma consistente, equações de estado que descrevem estrelas de quarks e estrelas híbridas, bem como transições de fase e que reproduzam os resultados mais recentes da relação massa-raio e da massa máxima estelar. Como resultado deste estudo identificamos, à luz dos resultados observacionais mais recentes, pontos de convergência e de divergência entre os modelos abordados, visando com isto, em estudos futuros, o aprimoramento dos tratamentos formais abordados.

Posteriormente, estudamos estrelas compactas híbridas, e em particular as estrelas gêmeas (caracterizadas por massas idênticas e raios distintos), cuja composição contempla uma crosta nuclear composta por hádrons e um núcleo central composto por quarks. Na descrição da parte hadrônica usamos a parametrização NL3 do modelo HDQ-II, que é acrescida de termos não lineares envolvendo acoplamentos do méson isoescalar-escalar σ . Na parte interna central, para a matéria de quarks, consideramos uma descrição baseada nos modelos MIT, ν MIT, CFL, CDQP e a parametrização CSS, no âmbito da construção de Maxwell e, como novidade, ajustes e parametrizações cuja consistência formal supera ou questiona algumas das limitações encontradas na literatura. Os resultados obtidos nesta tese para a massa máxima e para a relação massa-raio de estrelas híbridas e estrelas gêmeas estão em bom acordo com os dados observacionais.

Finalmente, com o intuito de obter previsões para as temperaturas limite de estrelas de nêutrons antigas, incluindo estrelas do tipo Viúva Negra, apresentamos um estudo original que compara três modelos de aquecimento interno, envolvendo contribuições cinéticas e de aniquilação de matéria escura e decaimento do campo magnético. Para estrelas de nêutrons jovens, esses mecanismos mostram-se pouco relevantes para descrever suas temperaturas limites. No entanto, para estrelas mais antigas, descobrimos que o processo rotoquímico é o melhor candidato para explicar as temperaturas de superfície dessas estrelas maduras, uma vez que o decaimento do campo magnético implica em uma diminuição, de maneira constante, nos valores da temperatura na superfície estelar, T_s . De outra feita, os resultados de nosso trabalho para a luminosidade estelar são consistentes com uma temperatura de superfície aproximadamente constante. Demonstramos, por fim, que as previsões dos modelos para a temperatura estelar de superfície mostram-se expressivas, — de até três ordens de magnitude. As diferenças mais dramáticas são encontradas no caso das estrelas do tipo Viúva Negra: todos os mecanismos de aquecimento abordados nesta tese mostram-se limitados para descrever suas temperaturas de superfície, mesmo que estas temperaturas estivessem bem abaixo dos limites superiores atuais, e que as idades estelares excedessem poucos giga-anos.

Abstract

In this work, we initially revisit, in a critical way, four models from the literature that describe compact stars containing quarks as their primordial composition. More precisely, in this study we consider the MIT, vMIT, CFL, CSS (which corresponds to a parameterization of quark matter) and CDQP models in order to build, in a consistent way, equations of state that describe quark stars and hybrid stars, as well as phase transitions and that reproduce the most recent results of the mass-radius ratio and the maximum stellar mass. As a result of this study, we identified, in the light of the most recent observational results, points of convergence and divergence between the approached models, aiming with this, in future studies, the improvement of the formal treatments approached.

Subsequently, we studied hybrid compact stars, and in particular twin stars (characterized by identical masses and different radii), whose composition includes a nuclear crust composed of hadrons and a central core composed of quarks. In the description of the hadronic part we use the NL3 parameterization of the HDQ-II model, which is added by non-linear terms involving couplings of the isoscalar-scalar meson σ . In the central internal part, for the matter of quarks, we consider a description based on the MIT model, vMIT, CFL, CDQP and the CSS parameterization, within the framework of Maxwell's construction and, as a novelty, adjustments and parameterizations whose formal consistency overcomes or questions some limitations found in the literature. The results obtained in this thesis for the maximum mass and for the mass-radius ratio of hybrid stars and twin stars are in good agreement with the observational data.

Finally, in order to obtain predictions for the surface temperatures of ancient neutron stars, including Black Widow stars, we present an original study that compares three models of internal reheating, involving kinetic and annihilation contributions from dark matter and field decay magnetic. For young neutron stars, these mechanisms are not very relevant to describe their temperature limits. However, for older stars, we found that the rotochemical process is the best candidate to explain the surface temperatures of these mature stars, since the decay of the magnetic field implies a constant decrease in the stellar surface temperature values, T_s . Otherwise, the results of our work for stellar luminosity are consistent with an approximately constant surface temperature. Finally, we demonstrate that the model predictions for the real stellar surface temperature are expressive, — of up to three orders of magnitude. The most dramatic differences are found in the case of Black Widow stars: all heating mechanisms addressed in this thesis are limited to describe their surface temperatures, even if these temperatures were well below the current upper limits, and that the ages stars exceeded a few giga-years.

Sumário

1	Introdução	2
2	Matéria Nuclear e Estrelas de Nêutrons	8
2.1	Matéria Nuclear	9
2.2	Estágios Evolutivos Estelares	10
2.3	Equação de Estado da Matéria Nuclear	12
2.4	Anãs Brancas	14
2.4.1	Propriedades das anãs brancas	16
2.5	Estrelas de Nêutrons	18
2.6	Pulsares	21
2.7	Estrelas Compactas: fórmula semi-empírica de massa	25
2.7.1	Fórmula semi-empírica de massa de Weiszäcker	29
2.8	Modelo do Gás de Fermi para Estrelas de Nêutrons	35
2.9	Conclusões	38
3	Equações de Estado de Hádrons	39
3.1	Introdução	39
3.2	Modelos Efetivos para a Matéria Nuclear	39
3.3	Modelo HDQ-I	41
3.3.1	Equações de movimento	42
3.3.2	Conservação da corrente bariônica	43
3.3.3	Tensor energia-momentum	43
3.3.4	Aproximação de campo médio	44
3.3.5	Formulação Hamiltoniana	47
3.3.6	Equação de estado da matéria nuclear	51
3.4	Resultados	54
3.4.1	Modelo HDQ-I	56
3.5	Conclusões	61
4	Equações de Estado de Quarks	62
4.1	Introdução	62
4.2	Modelos de Quarks: <i>MIT</i> , <i>vMIT</i> , <i>CFL</i> e <i>CDQP</i>	62
4.3	Modelo de Sacola do MIT	64

4.3.1	Densidade Lagrangiana	64
4.3.2	Equação de estado	64
4.3.3	Densidade de energia	65
4.3.4	Pressão	65
4.3.5	Equilíbrio químico	65
4.3.6	Neutralidade de carga elétrica e conservação de número bariônico	66
4.3.7	Resultados	67
4.4	Hipótese da Matéria Estranha	70
4.5	Modelo vMIT	70
4.5.1	Equação de estado	71
4.5.2	Densidade de energia	71
4.5.3	Pressão	71
4.5.4	Resultados	72
4.6	Modelo CFL	75
4.6.1	Termodinâmica da fase CFL	76
4.6.2	Resultados	79
4.7	EoS no Âmbito da CDQ Perturbativa	82
4.7.1	Resultados	85
4.8	Conclusão	87
5	Estrelas Híbridas	89
5.1	Critérios de Estabilidade e Velocidade do Som	90
5.1.1	Princípio de Le Chatelier	90
5.2	Estrelas Compactas Gêmeas	92
5.2.1	Equação de estado hadrônica NL3	93
5.3	Resultados	94
5.4	Parametrização CSS	102
5.5	EoS no Âmbito da CDQ Perturbativa	108
5.6	Conclusões	112
6	Mecanismos de Reaquecimento em Estrelas de Nêutrons	114
6.1	Introdução	115
6.2	Matéria Escura em Halos Galácticos	118
6.3	Modelando Equações de Estado	121
6.4	Captura de Matéria Escura	122
6.4.1	Perfil do halo galáctico de matéria escura	123
6.4.2	Taxa de captura de matéria escura: modelo G1	123
6.4.3	Taxa de captura de matéria escura: modelo G2	125
6.5	Mecanismo Rotoquímico	126
6.6	Espalhamento de Matéria Escura por Hádrons	127
6.7	Decaimento do Campo Magnético Estelar	127
6.8	Luminosidade e Resfriamento Estelar	128

6.9	Aplicações	129
6.9.1	Estrelas de Nêutrons Velhas	130
6.10	Limitações dos Modelos	131
6.11	Resultados	133
6.12	Conclusão	141
7	Conclusões e perspectivas futuras	142
7.1	Conclusões	142
7.2	Perspectivas futuras	143
A	Equações de Einstein	144
A.1	Gravidade das marés	144
A.2	Gravidade	145
A.3	Equações de Einstein no Vácuo	146
A.3.1	Determinação de $\delta\sqrt{-g}$	147
A.3.2	Determinação de δR	147
A.4	Equações de Einstein com uma Fonte	148
B	Equações de Oppenheimer-Tolman-Volkoff	149
B.1	Solução de Schwarzschild	149
B.2	Tensor de Energia-momento de Matéria	150
C	Equações de Estado: modelos AP4 e MPA1	153
D	Modelo G1: acreção de matéria escura	161
E	Mecanismo Rotoquímico de Reaquecimento	163
E.1	Equações básicas	163
	Bibliografia	166

Lista de Figuras

2.1	Estágios de evolução das estrelas, sem escalas de dimensão de volume e tempo, em termos da massa da protoestrela evidenciando o estágio final estelar. (Créditos da Imagem: Cesar Grossmann) [41].	10
2.2	O Diagrama de Hertzsprung-Russell, abreviado como diagrama H-R, é um gráfico de dispersão de estrelas, publicado independentemente pelo dinamarquês Ejnar Hertzsprung [43], em 1911, e pelo americano Henry Norris Russell [44], em 1913, que mostra a relação entre as magnitudes absolutas e luminosidades das estrelas versus suas classificações estelares ou temperaturas efetivas. O diagrama representou um grande passo para a compreensão da evolução estelar. Créditos da figura: [45].	11
2.3	Estrelas de nêutrons são freqüentemente vistas como pulsares, isto é, corpos celestes compactos em rotação que emitem jatos altamente focados que apontam para a Terra em intervalos regulares. Para explicar esse comportamento, os astrônomos adotam a analogia de um farol, como mostrado na figura. Créditos da figura: Scientific American.	21
2.4	Massas de estrelas de nêutrons de radio pulsares em sistemas binários (estrelas duplas de nêutrons, estrela de nêutron e anãs branca) [95]. . .	25
3.1	Na figura, a linha preta contínua designa o comportamento da EoS do modelo de gás ideal constituído por nêutrons, prótons e elétrons livres (npe) em função da densidade de energia. A linha vermelha contínua representa o correspondente limite causal dado pela condição $P = \epsilon$. . .	54
3.2	A figura mostra o comportamento da curva que descreve a população relativa de partículas descrita pelo modelo do gás de Fermi ideal em função da densidade bariônica.	55
3.3	A figura mostra o comportamento da curva que descreve a massa da estrela composta por nêutrons, prótons e elétrons descrita por meio do modelo do gás de Fermi ideal em função da densidade bariônica relativa ρ/ρ_0	55
3.4	A figura mostra o comportamento da curva que descreve a relação massa-raio para o modelo do gás de Fermi ideal para um sistema de nêutrons, prótons e elétrons.	56

3.5	A figura mostra o comportamento da curva que descreve a energia de ligação do modelo HDQ-I para a matéria nuclear simétrica em isospin, contendo prótons e nêutrons, e da matéria nuclear assimétrica em isospin, contendo portanto somente nêutrons em termos do vetor de onda na superfície de Fermi.	56
3.6	As curvas mostram o comportamento da massa efetiva do núcleon no modelo QHD-I para matéria nuclear simétrica e para a matéria puramente de nêutrons em função do momentum de Fermi, k_F	57
3.7	As curvas à direita mostram o comportamento da equação de estado do modelo HDQ-I para matéria nuclear simétrica e matéria puramente de nêutrons. A curva à esquerda mostra o correspondente limite causal.	57
3.8	Relação Massa-Raio para o modelo HDQ-I para matéria nuclear assimétrica com crosta e sem crosta.	58
3.9	Massa da estrela de nêutrons com relação a ρ/ρ_0 . O ponto preto indica a massa máxima para densidade bariônica de $0.76 fm^{-3}$	60
4.1	A figura mostra o comportamento da curva que descreve, no modelo MIT, a população relativa de partículas para matéria de quarks, em equilíbrio químico e em função da densidade de energia.	67
4.2	A figura mostra o comportamento das equações de estado do modelo MIT para diferentes valores da constante de sacola em função da densidade estelar.	68
4.3	Relação entre a massa da estrela e sua densidade central ($\rho_0=0,16 fm^{-3}$) para uma estrela de quarks. O quadrado preto indica a densidade correspondente à massa máxima de cada equação de estado. Da figura resulta que a equação de estado com a constante de sacola com valor menor (linha preta) atinge a massa estelar máxima correspondente a uma densidade bariônica menor do que as demais.	68
4.4	Relação massa-raio para uma estrela de quarks. O quadrado preto indica o valor máximo da estrela estranha. Apesar de considerarmos o valor mínimo para a constante de sacola, a massa da estrela não atinge a massa observada de $2.35 M_\odot$ [144]. O valor mínimo é para a condição de quarks (u e d) não massivos a temperatura nula para a matéria estranha.	69
4.5	A figura mostra o comportamento das equações de estado do modelo vMIT para diferentes valores da constante de sacola e diferentes razões entre a constante de acoplamento e a massa do méson vetorial-isoescalar - diferentes a_0 - em função da densidade de energia da sacola.	72
4.6	A figura mostra a relação entre a massa da estrela e a sua densidade bariônica central, ($\rho_0=0,16 fm^{-3}$). O quadrado preto indica a densidade bariônica correspondente ao raio máximo da estrela.	73
4.7	A figura mostra o comportamento da relação massa-raio de uma estrela estranha. O quadrado preto indica o valor máximo da massa estelar.	74

4.8	Diagrama esquemático de fases da matéria nuclear densa, em função do potencial químico dos bárions μ_B e a temperatura T (plano $\mu_B - T$). Adaptado de [150]. O diagrama de fases da matéria nuclear ainda não é ainda bem conhecido, nem do ponto de vista teórico e nem no âmbito experimental. A figura mostra uma construção comumente conjecturada do diagrama de fases da CDQ, aplicável à matéria em uma estrela compacta. No caso da matéria de quarks, as únicas grandezas termodinâmicas relevantes são o potencial químico dos quarks, $\mu_{i=u,d,s}$ e a temperatura T . A figura esquematiza valores típicos destas grandezas em colisões de íons pesados e no início do universo. O conceito de potencial químico, de uma forma simplificada, caracteriza uma medida, no caso da matéria de quarks, do desequilíbrio entre quarks e antiquarks em um dado sistema. Em particular, valores mais altos do potencial químico indicam uma maior presença de quarks em relação a antiquarks, enquanto menores valores indicam uma situação de equilíbrio entre quarks e antiquarks. De outra parte, em baixas temperaturas não há antiquarks.	76
4.9	Representação de m_s em função de B com a condição $B > 57MeV/fm^3$. Esta representação é conhecida como plano $m_s - B$ caracterizando a <i>janela de estabilidade para a matéria estranha</i> . A escolha de valores para a constante de sacola e para a massa do quark <i>estranho</i> deve situar-se neste plano à esquerda do gap (Δ) para que a condição de estabilidade de matéria estranha seja realizada.	78
4.10	Representação das curvas que descrevem o comportamento da pressão em função da densidade de energia para a EoS proposta com diferentes parametrizações.	79
4.11	Comportamento da velocidade do som no meio estelar em função da densidade de energia para diferentes valores dos parâmetros m_s , Δ e B .	80
4.12	Massa máxima relativa de uma estrela estranha em função da densidade estelar relativa para os modelos considerados. Os quadrados pretos indicam a densidade correspondente à massa máxima estelar.	80
4.13	Relação massa-raio de uma estrela estranha para os modelos considerados. Os quadrados pretos indicam a densidade correspondente à massa máxima estelar.	81
4.14	Comportamento do índice adiabático para as três EoS estudadas. Esse índice indica a rigidez da EoS.	82
4.15	Equações de estado para dois valores de X adotados no presente trabalho. Percebemos que a EoS com valor $X=3,205$ é mais rígida do que aquela com $X=2,0$	85
4.16	Dependência da escala X na massa máxima em função do raio estelar.	86

5.1	Ilustração esquemática de soluções das equações TOV [63, 64] para as massas estelares em função da densidade de energia para uma ampla gama de densidades estelares centrais. Linhas sólidas indicam as regiões onde as condições de equilíbrio são satisfeitas. Figura adaptada de [48].	91
5.2	A figura mostra o comportamento da pressão estelar em função do potencial químico bariônico usando a parametrização NL3 e o modelo MIT. O valor da pressão estelar encontrado para a transição de fase é de $38,35 \text{ MeV}/\text{fm}^3$.	96
5.3	Comportamento da pressão interna estelar em função da densidade de energia para as EoS de estrelas híbridas, de nêutrons e de quarks.	97
5.4	Comportamento da velocidade do som no meio em função da densidade de energia considerando-se as equações de estado estudadas neste capítulo. Para valores da velocidade do som acima de $\sqrt{1/3}$, somente a EoS NL3 satisfaz essa condição, a qual designa a velocidade do som no meio para um gás de férmions relativístico.	98
5.5	A figura mostra o comportamento do salto relativo da densidade de energia $\Delta\epsilon/\epsilon$ em função da pressão constante P_{trans} relativa à ϵ devido a uma transição de fase de primeira ordem que obedece a restrição de Seidov [166]. As duas estrelas híbridas representadas por pontos situados no canto esquerdo superior da figura, segundo a orientação indicada em [167], referem-se a estrelas com sequências estelares desconectadas - um ramo instável seguido de um ramo estável. Há outras possibilidades, por exemplo, ramos conectados, ver [167].	99
5.6	Curvas que descrevem a evolução da massa estelar relativa em função da pressão central. O comportamento das curvas revelam regiões de estabilidade, que correspondem a regiões onde a massa estelar cresce com a pressão central, e regiões de instabilidade estelar, onde o comportamento da massa estelar não obedece a este critério.	100
5.7	Comportamento da massa estelar em termos da densidade central de energia. As lacunas presentes nas estrelas híbridas indicam o intervalo de densidade de energia em que ocorre a transição de fase.	101
5.8	Comportamento da relação massa-raio das estrelas híbridas para as EoS estudadas neste capítulo. As linhas sólidas vermelha e azul celeste indicam a sequência estelar instável.	101
5.9	Comportamento da velocidade do som no meio em função da densidade de energia usando o modelo de quarks MIT.	104
5.10	Comportamento da pressão em função do potencial químico bariônico tendo em vista as diferentes parametrizações adotadas.	105
5.11	Comportamento das equações de estado de matéria de quarks e híbrida usando a construção de Maxwell. A caixa no lado esquerdo mostra a diferença entre a construção da EoS híbrida usando (NL3+MIT) versus NL3+CSS($C_s^2 = 0.4$).	106

5.12	Comportamento da relação massa-raio para a equação de estado do modelo MIT e do modelo com a parametrização CSS para estrelas de quarks e para estrelas híbridas.	107
5.13	A figura mostra o comportamento da pressão em função do potencial químico bariônico para diferentes parâmetro de escala X e para a EoS AP4. O círculo indica a condição de Gibbs necessária na construção de Maxwell.	109
5.14	Comportamento da velocidade do som no meio. Na figura, os pontos pretos com rápido crescimento representam os resultados correspondentes à equação de estado AP4; a parte desconectada do gráfico representa a região de transição de fase; a linha saturada representa, por sua vez, os resultados obtidos por meio da equação de estado CDQP.	110
5.15	Comportamento da equação de estado restrita pelo limite causal. A linha sólida preta descreve os resultados da equação de estado CDQP+AP4 e foi multiplicada por 1,05 para melhor visualização.	110
5.16	Comportamento da relação massa-raio para estrelas híbridas obtidos por meio das equações de estado AP4, CDQP+AP4 e CDQP. A fim de checar a construção de Maxwell, comparamos o nosso resultado com o obtido pelo artigo [125], o qual está representado pelas caixas em amarelo. Podemos ver que tanto a curva sólida preta quanto as caixas em amarelo se sobrepõem, ou seja, são idênticas.	111
6.1	Seção transversal esquemática de uma EN ilustrando as várias regiões de composição discutidas na Ref. [179]. As diferentes regiões mostradas não são desenhadas em escala.	118
6.2	Fluxo termal em termos da distância da Terra. As estrelas de nêutrons antigas em 10 pc foram obtidas de [213].	132
6.3	Comportamento da relação massa-raio predita pelas diferentes equações de estado estudadas neste capítulo. Os limites impostos de pressão, causalidade e relatividade geral foram obtidos de ref. [216]. Portanto, a relação massa-raio de cada EoS não pode cruzar o limite da causalidade.	135
6.4	Comportamento das taxas de captura para os modelos de matéria escura identificados como G1 e G2. Neste gráfico, a nomenclatura <i>Kouvaris</i> refere-se ao modelo G2 enquanto <i>Baryakhtar et al.</i> refere-se ao modelo G1.	136
6.5	Comportamento das temperaturas superficiais estelares em termos do tempo de evolução estelar para a razão $\frac{\rho}{\rho_0} = 1,61$, e considerando os modelos estudados no capítulo.	136
6.6	O gráfico desta figura é semelhante ao anterior, com exceção da utilização da razão $\frac{\rho}{\rho_0} = 2,47$	137
6.7	Gráfico similar aos anteriores, no entanto, levando em conta a razão $\frac{\rho}{\rho_0} = 3,52$, associada à equação de estado MPA1.	137

6.8	Comportamento das temperaturas superficiais para os dois modelos considerados nesta seção, com as contribuições de cinemática e aniquilação.	138
6.9	Comportamento da temperatura estelar superficial T_s resultante da captura de matéria escura.	139
6.10	Gráfico semelhante ao anterior, porém, utilizando o melhor ajuste para a densidade de matéria escura.	140
6.11	Gráfico semelhante aos anteriores, usando entretanto os limites de raio e massa medidos pelo NICER com a densidade de matéria escura local.	140

Lista de Tabelas

3.1	Propriedades estelares macroscópicas.	60
4.1	Propriedades estelares macroscópicas juntamente com os valores da constante de sacola e com as razões das densidades bariônicas correspondentes aos valores de massa estelar máxima.	69
4.2	Propriedades estelares macroscópicas e valores das constantes de sacola e do termo vetorial-isoescalar de interação.	74
4.3	Propriedades estelares macroscópicas e parâmetros de cada equação de estado do modelo CFL.	82
4.4	Propriedades estelares macroscópicas com as razões das densidades bariônicas correspondentes aos valores de massa estelar máxima.	86
5.1	Tabela com os valores das massas dos mésons e das constantes de acoplamento adotadas para a formulação lagrangiana do modelo NL3.	94
5.2	As propriedades da matéria nuclear simétrica representadas na tabela são: densidade de saturação (ρ_0), energia de ligação (E_0), compressibilidade da matéria nuclear (K) e energia de simetria (J).	95
6.1	Valores de parâmetros para os conjuntos de EoS politrópicas.	122
6.2	Valores das temperaturas superficiais (limites superiores) para as VN de acordo com o ajuste de corpo negro.	131
6.3	Resultados para os modelos G1 e G2 considerando os seguintes parâmetros: $R_\star=12\text{ km}$, $v=230\text{ km/s}$, $M_\star=1.4M_\odot$ e $\rho_{dm}=0.3\text{ GeV/cm}^3$	133
6.4	Resultados da equação diferencial de resfriamento a 10^9 yr para a temperatura superficial em Kelvin. A última linha é a razão entre a temperatura superficial de J0023+0923 e a previsão da EoS MPA1 ($R = 12.2\text{ km}$ and $M = 2.2M_\odot$).	134
C.1	EoS AP4: tabelas	153
C.2	Equação de estado AP4: continuação	154
C.3	Equação de estado AP4 - continuação	155
C.4	Equação de estado AP4 - continuação	156
C.5	Equação de estado AP4 - continuação	158
C.6	Equação de estado AP4 - continuação	159

C.7	Equação de estado MPA1	159
C.8	Equação de estado MPA1-continuação	160

Capítulo 1

Introdução

Nas últimas décadas, o estudo de estrelas compactas alcançou um progresso extraordinário como resultado do lançamento de várias instalações observacionais tecnicamente avançadas, abrangendo os regimes de rádio, óptico, UV e raios-X, e expandindo os limites de nossa compreensão do tempo estelar, espectros e imagens. Esses avanços tecnológicos e os consequentes avanços em nosso conhecimento sobre objetos compactos consolidaram nossa compreensão do papel de estrelas de nêutrons e pulsares como laboratórios únicos para sondar a matéria em condições extremas de densidade, gravidade e campos magnéticos de alta intensidade, condições físicas estas não disponíveis em qualquer instalação terrestre.

A morte de uma estrela massiva em uma explosão de supernova e a ejeção do envelope estelar resulta em uma estrela de nêutrons ou um buraco negro, dependendo da massa do progenitor e outros detalhes pouco conhecidos [1, 2]. Pode haver ainda canais de evolução adicionais ainda não totalmente compreendidos (ver ref. [3]).

Uma vez que a estrela compacta atinge a “maturidade” (em um tempo, comparativamente à sua existência, muito curto, de fato), a superfície de uma estrela de nêutrons é composta por uma fina atmosfera de átomos de hidrogênio e hélio e possivelmente carbono resultaram do processo de supernova, repousando sobre uma crosta sólida de átomos mais pesados. Abaixo dessa camada, a pressão gravitacional é tão intensa que quase todos os prótons se combinam com os elétrons, via decaimento beta inverso ($p + e \rightarrow \nu + n$), resultando em neutrinos de elétron e nêutrons. Nas regiões mais internas, as especulações sobre sua composição ainda não tiveram uma resposta definitiva: se os nêutrons são as partículas dominantes em um ambiente composto por prótons, nêutrons e elétrons, ou se a pressão gravitacional extrema comprime a matéria induzindo o aparecimento de mais partículas exóticas como híperons, ou ocorrendo a decomposição de prótons e nêutrons em quarks up, down e estranhos em proporções quase iguais, existindo em alta pressão ou possivelmente absolutamente estáveis (matéria estranha), ou até mesmo a formação de um condensado de Bose-Einstein, um estado da matéria na qual todas as partículas subatômicas se comportam como uma única entidade quantum-mecânica.

Depois de décadas de especulação, e graças a um instrumento lançado em 2017,

o Explorador de Composição Interior de Estrelas de Nêutrons da Estação Espacial Internacional (NICER) [4], que permite a espectroscopia de resolução de rotação das emissões térmicas e não térmicas de estrelas de nêutrons em uma banda de raios X suaves ($0,2 - 12$ keV) com sensibilidade sem precedentes, crescem as expectativas de sondar a estrutura interior e a origem dos fenômenos internos dinâmicos, bem como a composição e as propriedades globais desses objetos compactos. Os recursos que o dispositivo NICER traz para a investigação desses objetos compactos são únicos: temporização e espectroscopia rápidas simultâneas, com baixo ruído de fundo e alto rendimento, também fornecendo continuidade mais ampla na astrofísica de temporização de raios-X.

Antes do advento do NICER, as massas e os tamanhos das estrelas de nêutrons, quantidades essenciais para discernir diferentes modelos teóricos de composição, estrutura e equação de estado (EoS) desses objetos compactos, eram estimados observando sistemas estelares binários usando as leis de Kepler e modelagem espectral de curvaturas da luz emitidas por estes objetos [5]. A determinação de massas e raios pelo último método resulta em incertezas consideráveis nas propriedades desses objetos, e apenas alguns casos (principalmente sistemas de estrelas duplas de nêutrons) podem ser medidos com precisão. O NICER já produziu medições bastante precisas, incluindo raios estelares, permitindo uma exploração indireta dos estados exóticos da matéria em estrelas de nêutrons e ajudando a melhorar nosso conhecimento sobre essas estrelas compactas. Em suma, as medições do NICER, combinadas com outras observações multi-mensageiros, podem oferecer evidências observacionais relevantes na busca da equação de estado de estrelas densas e restringir sua composição microscópica. A instalação deste instrumento tão eficaz e os dados mais recentes obtidos pelo NICER motivaram uma parte deste trabalho, a revisitação crítica de modelos para a equação de estado de estrelas compactas.

Assim sendo, neste trabalho revisitamos inicialmente, de maneira crítica, quatro modelos da literatura que descrevem estrelas compactas contendo quarks como sua composição primordial, os modelos MIT, vMIT, CFL e CDQP, visando construir, de uma forma consistente, equações de estado que descrevem estrelas de quarks e estrelas híbridas, bem como transições de fase e que reproduzam os resultados mais recentes da relação massa-raio e da massa máxima de uma estrela de nêutrons. E como citado no resumo desta tese, nossos resultados possibilitaram identificarmos, à luz dos correspondentes resultados observacionais mais recentes, pontos de convergência e de divergência entre os modelos abordados, visando com isto, em estudos futuros, o aprimoramento dos tratamentos formais abordados. Posteriormente, estudamos estrelas compactas híbridas e estrelas gêmeas, que são caracterizadas por massas idênticas e raios distintos e cuja composição contempla uma crosta nuclear contendo hádrons e um núcleo central composto por quarks. Neste caso, para descrever a parte hadrônica usamos a parametrização NL3 do modelo HDQ-II, que é acrescida por crostas e por termos não lineares envolvendo auto-acoplamentos do méson atrativo isoescalar-escalar σ . Na parte interna central, para a matéria de quarks, consideramos uma descrição

baseada nos modelos MIT, vMIT, CFL, CDQP e a parametrização CSS, no âmbito da construção de Maxwell e, como novidade, ajustes e parametrizações cuja consistência formal supera ou questiona algumas das limitações encontradas na literatura.

Na família das estrelas binárias de nêutrons e pulsares, existe um grupo particular que tem recebido atenção crescente nos últimos anos. Elas são chamadas de Viúvas Negras (*Black Widow*) (VN), um tipo de sistema que consiste em um pulsar de milissegundos, em órbitas próximas com uma estrela companheira menor, que na verdade está sendo ablacionada pelo vento do pulsar. O grupo de Viúvas Negras tem despertado um renovado interesse teórico no estudo desses sistemas compactos [6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20]. Entre as características e propriedades que diferenciam os pulsares isolados dos pulsares do tipo Viúva Negra, há indícios da ocorrência de altas temperaturas em sua superfície-limites superiores [21]. Os modelos padrões de resfriamento de estrelas de nêutrons prevêem temperaturas de superfície de $T_s < 10^5$ K para estrelas com idades $\tau > 10^{5-6}$ anos [22, 23, 24]. As emissões térmicas ultravioleta confirmadas detectadas de pulsares “convencionais” de milissegundos com menos de 10^7 anos podem implicar que Viúvas Negras não esfriam muito, apesar de sua idade muito avançada [6, 9] se sua temperatura de superfície permanecer em torno $T_s \sim 10^5$ K [25, 26]. Há indícios, ainda preliminares, que as Viúvas Negras podem apresentar temperaturas de superfície variando de uma a três ordens de magnitude mais altas do que o esperado [21], uma tendência que requer uma abordagem consistente para determinar se os mecanismos responsáveis por tal fenômeno podem explicar os valores medidos, tarefa que motivou parte expressiva de nosso presente trabalho.

Guiados por essas observações, nesta tese comparamos as previsões dos mecanismos de aquecimento e resfriamento que afetam os pulsares jovens, maduros e do tipo Viúva Negra para expandir nosso conhecimento sobre esses objetos sujeitos a condições físicas extremas.

A natureza fundamental da matéria escura (ME), um dos mistérios mais fascinantes e intrincados do cosmos, ainda é desconhecida. A primeira evidência da existência de ME surgiu de estudos envolvendo o movimento de aglomerados de galáxias. Zwicky [27] descobriu na década de 30 que a quantidade e distribuição de matéria luminosa das galáxias no interior do aglomerado Coma não poderia fornecer uma explicação adequada e consistente para as curvas de rotação observadas. Ele notou que as galáxias estavam se movendo muito mais rápido do que suas massas supostamente conhecidas ditariam logicamente. Zwick imaginou que haveria matéria adicional não observável por métodos convencionais destas galáxias, algum tipo de matéria invisível que ele chamou de matéria escura. Entre outras evidências como medições de lentes fracas, gás quente em aglomerados, nucleosíntese primordial e experimentos de fundo de micro-ondas, estimativas sugerem que aproximadamente 80 por cento da matéria presente no Universo está na forma de ME. Experimentos diretos de detecção de ME, usando alguns dos equipamentos mais sofisticados, sensíveis o suficiente para detectar o menor vislumbre dessas partículas em uma gama crescente de massas e seções transversais, até agora

não encontraram nenhuma evidência destas partículas. Essa tem sido a principal motivação para observar outros sistemas e outros processos no Universo, onde as interações envolvendo ME poderiam resultar em efeitos observáveis, ainda que indiretos, ou seja, em sinais observáveis dessas tão esquivas partículas.

Como qualquer outra estrela na galáxia, estrelas de nêutrons podem atrair e agregar ME ao longo de sua trajetória orbital ao redor do centro da Galáxia. A interação das partículas de ME com as partículas do Modelo Padrão que compõem a estrela, pode resultar em perdas de energia das espécies entrantes, aprisionando-as e acumulando-as no interior das estrelas de nêutrons, devido ao seu intenso campo gravitacional estelar. A possibilidade de captura gravitacional de ME em estrelas de nêutrons é ainda maior devido à alta densidade de bárions desses objetos, aumentando assim a probabilidade de captura nestes processos de interação¹. Como resultado desse processo de acreção, muitas partículas de matéria escura são capturadas dentro da estrela, e estrelas de nêutrons frias podem sofrer conseqüentemente aquecimento interno adicional em um nível detectável devido a alterações em suas propriedades estruturais, fazendo com que esses objetos compactos atuem na escala cósmica como “detectores de matéria escura”. Ou podem ser emitidas áxions resultando num esfriamento.

A busca pela existência e natureza da matéria escura por meio de seu acúmulo em estrelas de nêutrons é complementar aos processos de detecção direta, uma vez que esse tipo de busca não é restrita pelas incertezas de modelagem nas funções de resposta nuclear relacionadas ao *entorno* da interação ME-núcleon, ou incertezas na forma espectral dos fatores de forma [28], ou mesmo pelo limiar de recuo ou a massa do alvo [29]. Além disso, o “método Estrela de Nêutrons (EN)” vai além da análise de dados de detecção direta em relação à dependência do momentum linear da seção de choque, que até agora tem sido focada principalmente em cenários de espalhamentos mais simples, nos quais a seção de choque é independente de momentum linear, energia e velocidade, limitando os acoplamentos da ME ao alvo nuclear por meio de interações independentes de spin (SI) ou dependentes de spin (SD). Vários estudos apontam, no entanto, — apesar de suas dificuldades operacionais e incertezas que ainda circulam a sua operacionalização —, que a detecção direta poderá acessar uma fenomenologia mais rica, que se manifestará por meio de dependências não triviais em momentum linear ou dependência de velocidade na seção transversal de espalhamento, desencadeando novos tipos de respostas nucleares [28] e ampliando as oportunidades de conhecimento destas partículas tão elusivas.

A atração gravitacional das estrelas de nêutrons, por sua vez, acelera as partículas de ME a velocidades relativísticas, evitando assim a supressão do momentum linear da seção de choque de espalhamento, e superando assim as limitações dos cenários atuais de detecção direta que enfatizam tal supressão, guiados por escalas de taxas de

¹A seção de choque de captura limite é equivalente à seção de choque de saturação da estrela, ou seja, $\sigma_s = R_\star^2 m_N / M_\star$, que é da ordem de $O(10^{-45} \text{cm}^2)$ [29] (onde R_\star é o raio e M_\star a massa da estrela; m_N é a massa do núcleon).

espalhamento envolvendo interações independentes ou dependentes de spin. Por outro lado, esta complementaridade pode ser explorada, por exemplo, através da investigação da sensibilidade em processos discriminantes do tipo SI e SD, que são mais efetivos em processos de detecção direta [29].

Em suma, ME contida no halo galáctico, acelerada pela gravidade a mais da metade da velocidade da luz em direção a uma estrela de nêutrons, pode ser aprisionada pela estrela, devido à intensa gravidade estelar, acumulando e depositando energia cinética no interior estelar, aquecendo assim estrelas de nêutrons velhas e frias a temperaturas mais altas, causando desta forma efeitos observáveis nestes objetos compactos. O mecanismo de aquecimento cinético pode ademais produzir emissão óptica em estrelas de nêutrons imersas no bojo galáctico, bem como emissão de raios-X perto do centro galáctico, uma vez que a densidade de matéria escura é maior nessas regiões [30].

Os argumentos acima se aplicam a todas estrelas de nêutrons, mas o caso das Viúvas Negras é particularmente interessante. Como dito, estrelas do tipo Viúva Negra são sistemas binários compostos por um pulsar de milissegundos (MSP) e um companheiro de baixa massa, com alguns por cento da massa do Sol, descrevendo uma órbita curta de várias horas [15] a alguns minutos [20]. Pulsares de milissegundos atingem altas taxas de rotação ao acumular material de um companheiro binário normal (ou seja, não degenerado) [31], tipicamente $\sim 0.1 M_{\odot}$, e tem sido discutidos como uma possível fonte do excesso de raios gama observado na região ao redor do Centro Galáctico.

Conforme enfatizado, o mecanismo padrão de resfriamento de estrelas de nêutrons prevê temperaturas de superfície estelar de $T_s < 10^4$ K para estrelas com idade $\tau > 10^7$ anos [32]. Por outro lado, as emissões térmicas ultravioletas detectadas em MSP com mais de 10^7 anos, implicam um aumento nas suas temperaturas de superfície para $T_s \sim 10^5$ K ou mais [25, 26]. Os pulsares do tipo Viúva Negra, por outro lado, são considerados muito mais antigos e podem apresentar valores da temperatura de superfície T_s bem mais altos (nos referimos aos limites superiores) [21]. Neste trabalho, abordamos esse problema para lançar alguma luz sobre os efeitos do(s) mecanismo(s) de aquecimento tardio em estrelas de nêutrons mais antigas.

Para lançar uma luz neste problema, realizamos nesta tese um estudo abrangente dos efeitos de aquecimento e resfriamento de um grande conjunto de pulsares observados. Mais precisamente, exploramos mecanismos adicionais de aquecimento dessas estrelas que, se presentes, levariam as estrelas de nêutrons a atingirem temperaturas de equilíbrio mais altas envolvendo processos de aquecimento e emissão, dependendo, é claro, da natureza e intensidade das fontes adicionais de aquecimento. Entre os mecanismos de aquecimento, consideramos: i) a aniquilação da matéria escura no interior dos núcleos estelares, — causando aquecimento tardio —; ii) decaimento do campo magnético; iii) os efeitos da desaceleração na rotação do pulsar que leva a matéria para fora do ponto de equilíbrio beta, resultando em um desequilíbrio nos potenciais químicos, o chamado aquecimento rotoquímico tardio [26].

Este trabalho está organizado da seguinte forma:

Capítulo 2 - Abordamos os fundamentos da física nuclear aplicável a estrelas

de nêutrons e anãs brancas, bem como passamos de matéria nuclear finita a matéria nuclear infinita.

Capítulo 3 - Estudamos detalhadamente o modelo da hadrodinâmica quântica I (HDQ-I), o qual usa a aproximação do campo médio, um dos mais utilizados na literatura. No entanto, o modelo HDQ-I, não reproduz adequadamente alguns valores associados a matéria simétrica (próton iguais a nêutrons), a saber, massa efetiva e compressibilidade de matéria nuclear. O modelo HDQ-II, o qual incorpora o méson isovetorial ρ , e as auto-interações do méson isoescalar σ soluciona os problemas anteriores. Com essas inserções, os valores medidos da matéria simétrica (energia de ligação, densidade de saturação, compressibilidade da matéria nuclear, massa efetiva e energia de simetria) podem ser ajustados adequadamente. A equação de estado (EoS) NL3 usada no capítulo 5 usa o modelo HDQ-II. Ainda, calculamos a relação massa-raio para o Modelo QHD-I com crosta e para o gás livre de férmions.

Capítulo 4 - A hipótese de estrelas de quarks ou estrelas com matéria estranha tem sido estudada desde a década de 70. Neste capítulo estudamos o modelo MIT - um dos mais antigos - que não produz massa da ordem $2 M_{\odot}$. O modelo vMIT, o qual incorpora as interações entre quarks via troca de méson vetorial-isoescalar V^{μ} , levando a massas superiores a $2M_{\odot}$. Em seguida, estudamos o modelo CFL (color-flavor locked) o qual possui algumas características adicionais ao MIT, como o gap de energia dos pares de Cooper, levando ao fenômeno de supercondutividade de cor. Na última seção, estudamos a parametrização baseada no potencial termodinâmico da cromodinâmica quântica perturbativa (CDQP).

Capítulo 5 - Outra hipótese igualmente estudada pela comunidade científica são estrelas híbridas: crosta hadrônica com núcleo composto por quarks. Usamos para matéria hadrônica a EoS NL3, enquanto para os modelos de quarks: MIT, vMIT, parametrização CSS e CDQP (EoS hadrônica AP4).

Capítulo 6 - Analisamos diferentes modelos de aquecimento interno, a saber, aquecimento por captura de matéria escura, decaimento do campo magnético e mecanismo rotoquímico. O mecanismo que mais se aproximou das temperaturas superficiais das VN foi o rotoquímico. Para mecanismos de aquecimento via ME, o tempo de exposição do telescópio, por exemplo, James Webb, deve ser superior ao valor base para corroborar a detecção indireta de ME.

Capítulo 2

Matéria Nuclear e Estrelas de Nêutrons

Os eventos primordiais que moldaram nosso Universo nos forneceram um “laboratório celestial” único [34], complexo, multifacetado, cujas características evolutivas nos possibilita aprendermos sobre as leis fundamentais de uma nova física, que vai além dos modelos padrão da cosmologia e da física de partículas, contemplando temas tão diversos quanto matéria escura, energia escura, objetos exóticos, inflação e assimetria bariônica do Universo. Nossa compreensão dos dois extremos do Universo, o muito pequeno e o muito grande, está agora ligada — e provavelmente assim permanecerá para sempre [34].

A combinação de conhecimentos teóricos e experimentais envolvendo a física nuclear e observações astrofísicas e cosmológicas tem se mostrado essencial para lançar novas luzes sobre as estrelas de nêutrons, objetos compactos que se comportam como laboratórios multi-mensageiros de matéria densa e ultra-densa sob condições físicas extremas.

Nos anos mais recentes esforços interdisciplinares envolvendo informações obtidas de colisões de íons pesados combinadas com observações astronômicas de sinais eletromagnéticos, medições de ondas gravitacionais e cálculos astrofísicos de alto desempenho, baseados em formulações teóricas da física nuclear e das partículas elementares, tem ampliado nosso conhecimento dessas fascinantes estrelas compactas bem como do Universo primordial. Este esforço científico combinado tem revelado as profundas conexões entre a física das partículas elementares, a física nuclear, a astrofísica e a cosmologia, em essência, uma conexão profunda entre os quarks - os blocos de construção elementares de toda a matéria visível no Universo.

Abordamos, neste capítulo, inicialmente, o tema da *Equação de Estado da Matéria Nuclear* (EoS) que desempenha um papel fundamental na determinação de propriedades nucleares macroscópicas de núcleos em laboratórios e em estrelas de nêutrons, cuja composição pode incluir hádrons, bárions, mésons, léptons, quarks, glúons, partículas exóticas, matéria escura, entre outras, temas esses de grande interesse para a física

nuclear e para a astrofísica relativística.

Nos últimos anos, avanços teóricos, experimentais e observacionais complementares tem possibilitado elucidarmos algumas das propriedades destas estrelas, em particular no regime de densidades supranucleares. Com esta finalidade, novos dados observacionais de ondas gravitacionais, de satélites de raios-X e de experimentos em reações de íons pesados nucleares tem sido sistematicamente disponibilizados, gerando assim uma expectativa crescente de que essa miríade de resultados poderá contribuir para ampliar nossa compreensão sobre a composição, a estrutura, e particularmente sobre propriedades do caroço central de estrelas de nêutrons, bem como sobre a EoS supranuclear.

A matéria nuclear descreve tanto sistemas nucleares finitos bem como *infinitos*ⁱ. E para estabelecermos uma *ponte* entre estes dois extremos nucleares, torna-se necessário analisar quantidades nucleares fundamentais, como energia de ligação, energia de simetria, incompressibilidade, energia de excitação de monopolo gigante, entre outras propriedades, usando formalismos teóricos diversos, dentre os quais destacam-se as teorias de campo médio relativístico e as formulações de Bethe-Brueckner-Goldstone e de Hartree-Fock.

2.1 Matéria Nuclear

O objetivo da Teoria da Matéria Nuclear, em seus primórdios, foi o de derivar as propriedades de núcleos reais e finitos considerando uma força “realística” entre os núcleons [35]. Como um passo intermediário para aplicações a estrelas de nêutrons e pulsares, a teoria considera o conceito de “matéria nuclear” (MN), que descreve em sua proposição inicial um núcleo essencialmente infinito com uma dada proporção (finita) de nêutrons e prótons, e com as forças de Coulomb entre os prótons omitidas, tendo como ponto de partida do modelo um potencial de interação entre pares de núcleons. Posteriormente, a teoria foi então aplicada à matéria que compõe as estrelas de nêutrons e os pulsares [36, 37]. Cálculos “confiáveis” de propriedades da matéria nuclear requerem porém ajustes precisos dos dados experimentais da interação núcleon-núcleon e exigem, portanto, a adoção de potenciais fenomenológicos consistentes [35].

Segundo Hans Bethe [35] para a matéria nuclear infinita com igual número de prótons e nêutrons, — a matéria nuclear propriamente ditaⁱⁱ —, há somente duas características nucleares que podem ser determinadas, a energia de ligação e a densidade nuclear. A energia de ligação nuclear pode ser derivada da fórmula semi-empírica de massa, enquanto que a densidade pode ser determinada a partir de dados do espalhamento elétron-núcleo de altas energias. Estes processos fornecem a distribuição de densidade em um núcleo, demonstrando ademais que a densidade central nuclear é

ⁱO termo *matéria nuclear infinita*, embora possa parecer inexato, é seguidamente utilizado no campo de estudos da matéria nuclear densa. No caso de uma estrela de nêutrons, tendo em vista que o número de bárions do sistema é da ordem de 10^{57} , a utilização do termo *infinito*, mostra-se na prática perfeitamente justificável.

ⁱⁱCálculos sistemáticos de matéria nuclear assimétrica tem sido realizados na abordagem de Bethe-Brueckner-Goldstone e outras em uma ampla gama de parâmetros de densidade e assimetria (ver por exemplo a referência [38]).

aproximadamente independente do número atômico A .

2.2 Estágios Evolutivos Estelares

Em geral, na escala de densidades de massa de planetas e estrelas, a baixa intensidade dos seus campos gravitacionais possibilita que possam ser descritos, de forma satisfatória, pela Teoria Newtoniana da Gravitação [39]. No entanto, para objetos massivos como estrelas de nêutrons e buracos negros, é imprescindível o uso da Teoria da Relatividade Geral [40] para um melhor entendimento dos diferentes estágios evolutivos que compreendem estes objetos compactos.

O diagrama a seguir mostra os diferentes estágios de evolução estelar de acordo com a massa inicial da protoestrela.

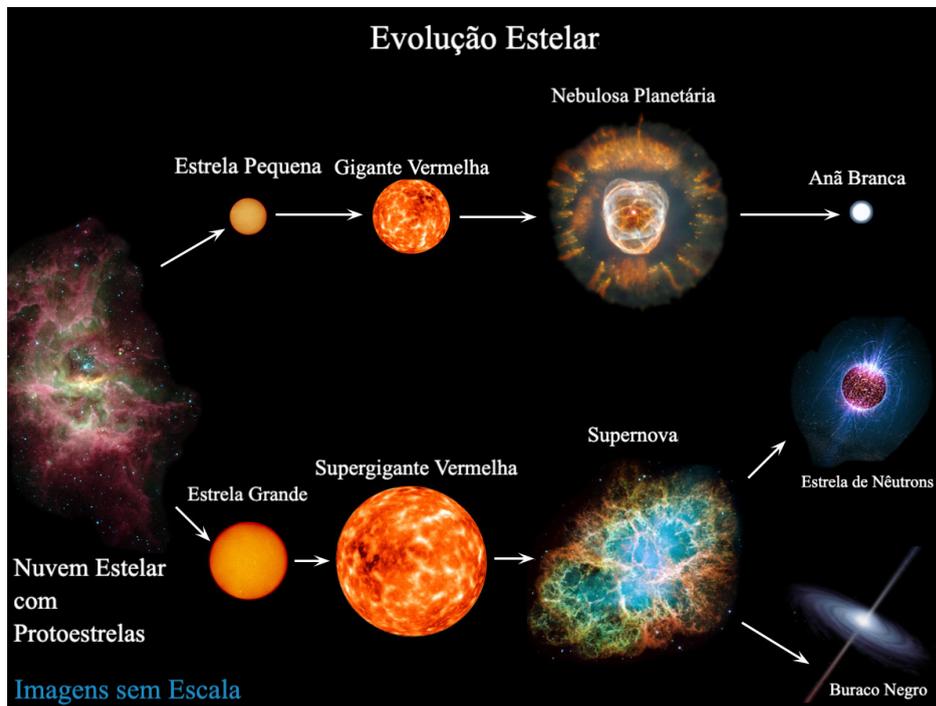


Figura 2.1: Estágios de evolução das estrelas, sem escalas de dimensão de volume e tempo, em termos da massa da protoestrela evidenciando o estágio final estelar. (Créditos da Imagem: Cesar Grossmann) [41].

De acordo com a figura 2.1, em termos gerais, o intervalo de massa e a metalicidade da protoestrela determinará o destino final desta. Um estudo recente sobre o nascimento de estrelas de nêutrons está presente em [42]. Cabe ressaltar que Estrela Grande refere-se a supergigante azul. Ainda, a partir da Supernova pode surgir uma gigante azul e depois formar uma estrela de nêutrons.

A formação das estrelas ocorre a partir de uma gigantesca nuvem composta basicamente de hidrogênio. Devido à atração gravitacional, os seus constituintes colapsam em direção ao centro da nuvem, formando uma *protoestrela*. A contração gravitacional da protoestrela causa aumento da agitação térmica dos átomos no núcleo estelar, inici-

ando processos de fusão termonuclear, ou seja, a transmutação do hidrogênio em hélio, liberando energia. A protoestrela transforma-se então em uma estrela, cujas dimensões volumétricas, na maior parte de sua vida luminosa, são determinadas pelo equilíbrio entre a pressão térmica interna, fruto da energia liberada pelos processos de fusão, — que tendem a fazê-la expandir-se —, e a compressão gravitacional, — que pressiona a estrela a colapsar sobre si mesma.

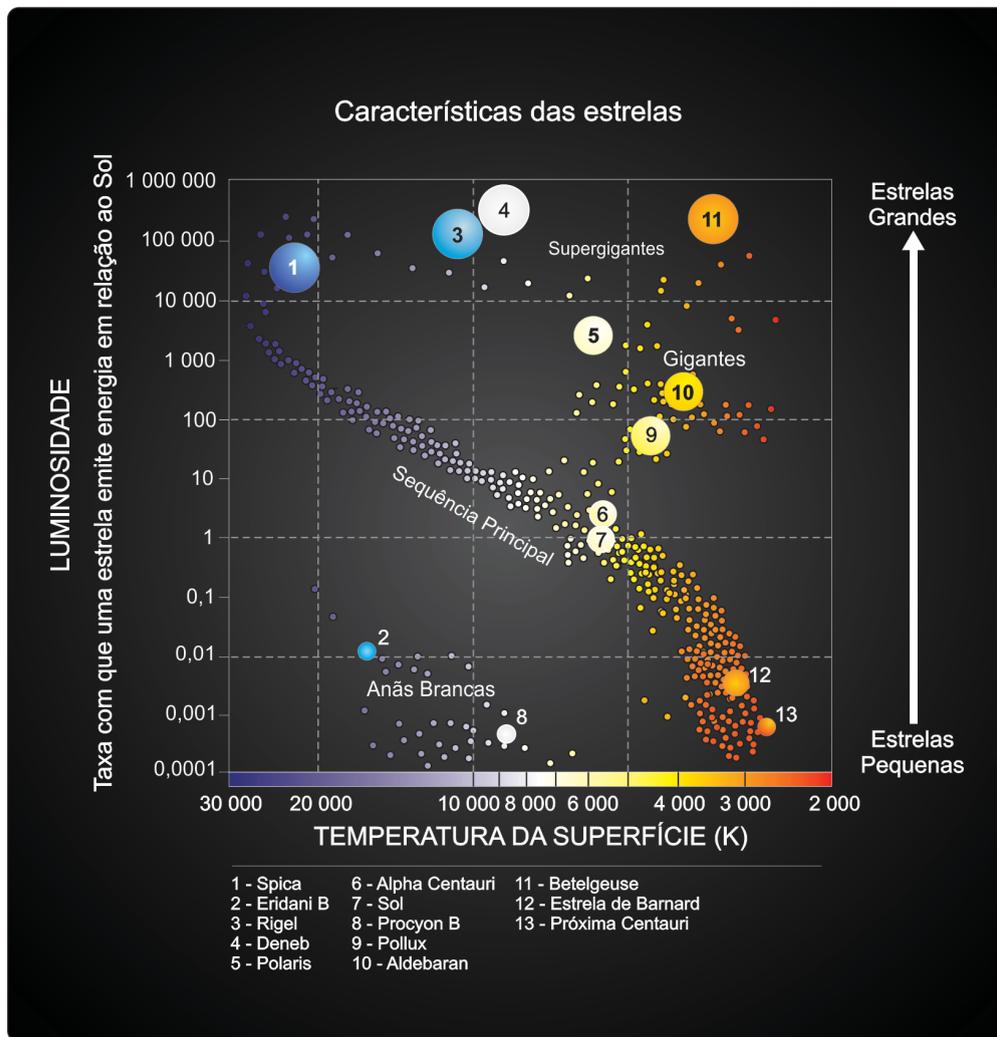


Figura 2.2: O Diagrama de Hertzsprung-Russell, abreviado como diagrama H-R, é um gráfico de dispersão de estrelas, publicado independentemente pelo dinamarquês Ejnar Hertzsprung [43], em 1911, e pelo americano Henry Norris Russell [44], em 1913, que mostra a relação entre as magnitudes absolutas e luminosidades das estrelas versus suas classificações estelares ou temperaturas efetivas. O diagrama representou um grande passo para a compreensão da evolução estelar. Créditos da figura: [45].

O tempo de vida de uma estrela na sequência principalⁱⁱⁱ depende da quantidade

ⁱⁱⁱA sequência principal evolutiva de uma estrela é traçada no diagrama de Hertzsprung-Russell, onde

de energia nela armazenada (sua massa) bem como da taxa de consumo dessa energia (luminosidade) [47]. Estrelas com altos valores de massas ficarão na sequência principal por um curto período de tempo e as de baixas massas ficarão por um tempo bem maior, devido à velocidade das reações de fusão, pois quanto maior a massa mais rápida será a taxa de transmutação de hidrogênio em hélio. Quando o hidrogênio se extingue no núcleo (ou caroço) da estrela, estando este repleto de He, a estrela sai da sequência principal. Os hidrogênios continuam fundindo em He nas camadas externas, ou envelopes [48]. O diagrama de Hertzsprung-Russell (diagrama HR) relaciona a temperatura da superfície estelar, — definida na astronomia como a temperatura efetiva T_{ef} determinada por meio da Lei de Stefan–Boltzmann —, e a sua luminosidade L (em termos da luminosidade do Sol) [49]

$$L = 4\pi R^2 \sigma T_{ef}^4, \quad (2.1)$$

onde σ representa a constante de radiação da lei de Stefan. T_{ef} na realidade representa uma medida do fluxo de temperatura superficial estelar e não a temperatura real da superfície mas esta grandeza representa uma medida útil da temperatura atmosférica da estrela.

2.3 Equação de Estado da Matéria Nuclear

A Equação de Estado da Matéria Nuclear é uma equação termodinâmica de estado que descreve as propriedades *microscópicas* da matéria estelar, para uma dada densidade de energia, ε , densidade bariônica ρ_B , densidade numérica de ocupação, n , temperatura, T , composição química X_i e potencial químico μ_b . Geralmente a EoS é expressa como uma relação entre a pressão, P , e a totalidade ou apenas parte dessas quantidades, como por exemplo na forma:

$$P = P(\varepsilon, \rho_B, T, X_i, \mu_b). \quad (2.2)$$

A EoS da matéria nuclear assimétrica em isospin desempenha um papel importante em muitos domínios diferentes da física nuclear, sendo o ingrediente fundamental para a descrição da dinâmica de colisão de íons pesados, da estrutura de núcleos, de propriedades estáticas e dinâmicas de estrelas de nêutrons, do colapso do núcleo de uma supernova e de fusões de estrelas compactas binárias, entre muitos outros.

Há, ademais, evidências convincentes de que a teoria subjacente da interação forte é a cromodinâmica quântica (CDQ), uma teoria de calibre não abeliana do tipo *Yang-Mills*, construída com base em uma simetria de cor interna de um sistema de quarks e glúons. No caso em que os termos de massa para os quarks u e d estejam ausentes no Lagrangeano da teoria, a CDQ possui simetria quiral no domínio nuclear; embora espontaneamente quebrada na presença da matéria, essa simetria desempenha um papel essencial para a compreensão da dinâmica nuclear.

Ao colidir íons pesados com as mais altas energias possíveis, criam-se novas formas de matéria, que existiram em nosso universo apenas alguns microssegundos após a grande explosão ("Big Bang"). Esses estados da matéria, onde quarks e glúons são os

as temperaturas das estrelas são representadas em função de suas luminosidades [46].

principais graus de liberdade, são genericamente chamados de plasmas de quark-glúon (PQG). Nosso entendimento de tais sistemas evoluiu consideravelmente ao longo dos anos, desde o conceito inicial de um gás de interação fraca, como esperado teoricamente da liberdade assintótica da CDQ, até o plasma de interação forte, o chamado “líquido perfeito”^{iv}, revelado pela primeira vez por experimentos no *Relativistic Heavy Ion Collider* (RHIC) e agora intensamente estudado no *Large Hadron Collider* (LHC).

As colisões de íons pesados ultra-relativísticos envolvem dinâmicas complexas, que diferem muito em baixas e altas energias. Em baixa energia, é suficiente considerar os núcleos como constituídos de núcleons e ignorar a sua composição e a sua estrutura interna composta por quarks e glúons. Os núcleons interagem por meio da troca de mésons, interação esta razoavelmente bem explicada por meio de modelos efetivos de potencial da interação núcleon-núcleon. À medida em que a energia das colisões aumenta, os mésons começam a ser produzidos em abundância, assim como as ressonâncias hadrônicas, de modo que a matéria produzida nas colisões se torna cada vez mais complexa. Essa abundância ocorre devido à liberdade assintótica da CDQ, propriedade de calibre que faz com que a interação entre os quarks se torne assintoticamente mais fraca à medida em que a escala de energia aumenta e a escala de distâncias relativas correspondente diminui, fazendo com que a constante de acoplamento também diminua em função do momentum transferido^v. Com isso, os constituintes dos hádrons, os quarks e os glúons, tornam-se os graus de liberdade dominantes, nos estágios iniciais de colisões ultra-relativísticas.

É importante ressaltar neste ponto que a matéria nuclear associada a colisões de íons pesados caracteriza-se em geral, diferentemente da matéria nuclear em estrelas de nêutrons e pulsares, por altas temperaturas e densidades comparativamente mais baixas. As estrelas de nêutrons e os pulsares, por sua vez caracterizam-se por altas densidades e baixas temperaturas encontram-se, do ponto de vista do espaço de fase, em uma região complementar do espaço de fase da matéria nuclear associada a colisões de íons pesados. Estes espaços de fase são distintos porém complementares. Espera-se portanto que a descrição teórico-fenomenológica de suas equações de estado mostre-se similarmente complementar.

A tarefa porém de descrever um sistema de muitos corpos interagente por meio da força forte em termos da CDQ tem se revelado extremamente complexa. De forma mais geral, em baixas e medias energias e grandes distâncias, de maneira alternativa, a CDQ pode ser representada por uma teoria quântica relativística de campos efetiva formulada em termos de graus de liberdade hadrônicos. O sucesso fenomenológico de teorias efetivas com a aproximação de campo médio no domínio nuclear implica que qualquer que seja a teoria de campo efetiva para CDQ de baixa energia e grande distância, ela deve ser dominada por interações lineares e não lineares, isoescalares, escalares e

^{iv}Um líquido perfeito não possui viscosidade, não apresenta atrito interno, é incompressível, e tem massa específica constante.

^vA condição de liberdade assintótica ocorre para transferências de momento (quadrático) Q^2 em altas energias, tal que $Q^2 \geq 1 \text{ GeV}^2$.

vetoriais. Dentre as teorias efetivas mais bem sucedidas, destaca-se a Hadrodinâmica Quântica (HDQ).

2.4 Anãs Brancas

Embora o foco desta tese não sejam anãs brancas, uma introdução a estas é essencial para distinguir as principais características destas com relação as estrelas de nêutrons. As anãs brancas são formadas quando protoestrelas cujas massas são comparáveis à até 10 massa solares, mas cujo tamanho é pouco maior do que o da Terra, esgotam durante seu processo evolutivo todo o seu combustível nuclear. Estes corpos estelares são densos e correspondem ao último estágio observável de evolução para estrelas de baixa e média massa.

No processo evolutivo estelar, o equilíbrio ocasionado pelo balanço entre a pressão térmica, devido à queima de hidrogênio, e a contração gravitacional, quando este combustível se esgota no interior do núcleo da estrela, ocorre uma redução drástica da pressão térmica, tornando-a insuficiente para suportar o colapso gravitacional. Se a massa inicial da estrela for maior do que $0,45M_{\odot}$, e até $8M_{\odot}$, o envelope estelar, mais quente e menos denso do que o núcleo da estrela, expande lentamente. A estrela torna-se então uma gigante vermelha. Por outro lado, o núcleo contrai adiabaticamente aumentando sua temperatura até atingir $\sim 10^8 K$, temperatura esta suficiente para a ignição da fusão de 3 átomos de He em carbono e um átomo de C e um de He em O . Ademais ocorre também a ignição de 4 átomos de H formando $4He$ no envelope estelar.

Entretanto, estrelas nesta faixa de massa não atingem temperatura suficiente para queimar carbono e oxigênio no caroço estelar. Portanto, após a ejeção do material do envelope para o meio que circunda a estrela, o caroço estelar remanescente, composto basicamente por He , C e O , é contraído novamente sob sua própria gravidade até o ponto em que a pressão gravitacional é equilibrada pela pressão do gás constituído pelos elétrons não relativísticos atômicos. No caso em que a estabilidade do sistema for atingida, a estrela remanescente constitui o primeiro exemplar da família dos objetos compactos, a *Anã Branca*.

O estudo das anãs brancas remonta às observações realizadas por Friedrich Wilhelm Bessel, nos primeiros anos do século XVIII, acerca de Sirius, a estrela mais brilhante do céu. Suas observações revelaram, em 1844, que Sirius teria uma companheira considerada “invisível” à época, cuja força da gravidade produziria as alterações observadas em seu movimento orbital [50]. Em 1862, após a morte de Bessel, Alvan Graham Clark Jr. descobriu a estrela companheira de Sirius, denominada então Sirius B, cujo brilho era cerca de 1/10,000 do brilho de Sirius, explicando assim o mistério de sua “invisibilidade” [50]. Posteriormente, em 1914, Walter Sydney Adams [51] identificou Sirius B como a primeira estrela anã branca conhecida e sua medição do desvio gravitacional de Sirius para o vermelho foi tomada como evidência confirmatória para a Teoria Geral da Relatividade. Ainda em 1914, a estrela anã branca 40 Eridani B (40 Eri B) foi descoberta por Henry Norris Russell [44].

Ao aumento das massas das estrelas corresponde em geral um aumento em suas dimensões e, portanto, um aumento de seus diâmetros. As anãs brancas, todavia, apresentam um comportamento peculiar, pois quanto mais massivas, maior a contração colapsante gravitacional, menores os seus raios, R_{AB} , e portanto menores as suas dimensões, implicando assim em um valor limite máximo para a massa de uma anã branca, M_{AB}^{max} , que corresponde ao limite em que $R_{AB} \rightarrow 0$ ^{vi}. O limite de Chandrasekhar [52], $M_{AB}^{max} = 1,4M_{\odot}$, foi estabelecido como o limite teórico de massa máxima de uma estrela anã branca, embora esse limite varie ligeiramente dependendo do nível de metalicidade^{vii} estelar. As temperaturas efetivas das anãs brancas podem exceder 100,000 graus Kelvin (cerca de 179,500 graus Fahrenheit). Apesar dessas temperaturas, as anãs brancas têm baixa luminosidade visível, devido ao seu tamanho reduzido.

Quanto à sua estrutura interior, o colapso gravitacional de uma anã branca é tão intenso que seus elétrons atômicos são esmagados, formando “matéria degenerada”. A estrela continuará sendo comprimida até que os elétrons degenerados gerem uma pressão suficiente para suportar a força gravitacional colapsante. A estrutura das anãs brancas é sustentada assim pela pressão de elétrons degenerados e essas estrelas não podem gerar energia por meio de reações termonucleares, o que explica o comportamento atípico da sua relação massa-raio. Portanto, sua evolução pode ser descrita apenas como um simples processo de resfriamento no qual o núcleo degenerado atua como um reservatório de energia e as camadas externas não-degeneradas controlam o fluxo de saída de energia [53]

Em síntese, as anãs brancas representam o último estágio evolutivo de proto-estrelas com massas menores do que $10 \pm 2M_{\odot}$, sendo que o limite superior observacional de massa ainda não é bem conhecido. A maior parte das anãs brancas é composta por carbono e oxigênio; porém anãs brancas com massas menores do que $0,4M_{\odot}$ são compostas por hélio, enquanto aquelas com massas maiores do que $\sim 1,05M_{\odot}$ são constituídas por oxigênio e néon. A composição exata dos núcleos de carbono e oxigênio nestas estrelas depende criticamente dos processos de evolução durante a fase estelar anterior à sua formação e da competição entre reações do tipo $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ e reações triplo- α [53]. Apenas para exemplificar, em uma anã branca de $0,58M_{\odot}$, a quantidade total de oxigênio de sua composição representa cerca de 62% de sua massa total, enquanto a concentração de oxigênio nas camadas centrais da anã branca pode chegar a 85% [53].

Em uma anã branca, o núcleo é circundado por uma fina camada de hélio com valores de massa na faixa de 10^{-2} a $10^{-4}M_{\odot}$. Essa camada é, por sua vez, cercada por

^{vi}Para o caso de elétrons não-relativísticos, podemos perceber através do resultado da minimização da energia mecânica; a qual leva em conta o princípio de incerteza de Heisenberg e a energia potencial gravitacional, resultando em $M = M_{\odot} \cdot \left(\frac{R_{\odot} \cdot 0.01}{R_{AB}}\right)^3$. A dedução desta expressão pode ser obtida em <https://farside.ph.utexas.edu/teaching/sm1/lectures/node87.html#e8wdd>.

^{vii}Em Astronomia, o termo *metallicidade* caracteriza a abundância de elementos presentes em uma estrela com massas superiores às massas do hidrogênio e do hélio, ou seja, a fração de elementos mais pesados. A metalicidade assim como a massa são determinantes nos estágios evolutivos estelares.

uma camada ainda mais fina de hidrogênio com massas na faixa de 10^{-4} a $10^{-15}M_{\odot}$. Esta camada está porém ausente em 25% dos casos [53].

Do ponto de vista da fenomenologia, a classificação dessas estrelas é baseada na composição química da camada superficial e na intensidade do seu campo magnético, que podem ser analisados através da espectroscopia^{viii}. Devido a sua massa degenerada, todas essas estrelas são classificadas com a letra D seguida de um conjunto de letras de acordo com a sua composição química de acordo com a quantidade de cada elemento presente. A origem dessas diferenças espectrais e a relação entre elas ainda não está elucidada, estando porém relacionada às condições iniciais impostas pela evolução das estrelas AGB (ramo assintótico das gigantes), difusão induzida pela gravidade, difusão térmica, levitação radiativa, convecção em processos H-He e nas interfaces He-core, queima de prótons, ventos estelares e acreção de massa do meio interestelar [53].

2.4.1 Propriedades das anãs brancas

As massas e os raios das anãs brancas variam de maneira expressiva. Valores característicos destas grandezas são: $M_{AB} \sim M_{\odot} = 1,989 \times 10^{30}kg$ e $R_{AB} \sim 10^{-2}R_{\odot}$ com $R_{\odot} = 6,96 \times 10^5km$. A matéria no interior de uma anã branca é composta por elétrons e núcleos atômicos, como por exemplo 4He , ${}^{12}C$ e ${}^{16}O$. A fração relativa dos núcleos depende da densidade da anã branca. A massa e o raio de Sirius B são $M_{SB} \simeq M_{\odot}$ e $R_{SB} \simeq 10^{-2}R_{\odot}$. A densidade típica de massa da estrela é dada por

$$\epsilon_{SB} = \frac{M_{SB}}{V_{SB}} = 1,6 \times 10^6 \frac{g}{cm^{-3}}. \quad (2.3)$$

Impondo a condição de neutralidade de carga elétrica, a densidade de elétrons ρ_{eSB} é igual à densidade de prótons ρ_{pSB} , e é dada por

$$\rho_{eSB} = \rho_{pSB} = \left(\frac{\epsilon_{SB}}{2m_p} \right) = 4,79 \times 10^{28}cm^{-3}, \quad (2.4)$$

onde o fator 1/2 indica que a densidade de nêutrons é igual à dos prótons. Comparando-se a massa do núcleon com a do elétron (cerca de ~ 2000 vezes maior), conclui-se que a densidade de massa é predominantemente determinada pela presença dos núcleons.

Supondo para simplificar uma composição no interior estelar puramente de carbono, podemos estimar uma distância típica, r_C , entre os núcleos de carbono, tal que $(4\pi/3)n_C r_C^3 = 1$, onde n_C , representa a densidade volumétrica de partículas pesadas. O valor obtido é $r_C = 1,2 \times 10^{-12}cm$. Portanto, este valor é muito menor do que o raio de Bohr, mesmo para um íon de carbono com apenas um elétron remanescente. Assim, não há espaço para órbitas de estados ligados, e a matéria nas anãs brancas deve ser portanto completamente “ionizada por pressão”. Da mesma forma, uma distância típica entre os elétrons é $6,4 \times 10^{-11}cm$, que é menor do que o comprimento de

^{viii}Tipo espectral DA: Anãs brancas que possuem a atmosfera composta por hidrogênio; Tipo espectral DQ: Anãs brancas que possuem a atmosfera dominada por carbono; Tipo espectral DZ: Anãs brancas que possuem metais como cálcio ou magnésio em sua atmosfera; Tipo espectral DB e DO: Anãs brancas que possuem a atmosfera composta por hélio I ou hélio II; Campo Magnético: Adicionamos a letra “H” na classificação espectral das anãs brancas que possuem um campo magnético intenso o suficiente para ser detectado pelo efeito Zeeman, que separa cada linha [54, 55, 56].

onda térmico de Broglie dos elétrons para todas as temperaturas, exceto para aquelas extremamente altas ($> 10^9$ K), de modo que a descrição termodinâmica adequada da matéria sob essas condições requer a adoção da mecânica quântica [49, 57].

Em suma, estes resultados indicam que a maioria dos elétrons em uma anã branca não estão ligados aos núcleos atômicos. Os núcleos por sua vez formam uma estrutura cristalina para minimizar os efeitos da repulsão de Coulomb, enquanto os elétrons formam uma espécie de nuvem eletrônica, semelhante aos elétrons livres em metais, possibilitando, portanto, serem tratados como constituintes de um gás de férmions, com a energia de Fermi, E_F^e , anã branca:

$$E_F^e = \frac{\hbar^2}{2m_e} \left(3\pi^2 \rho_e \right)^{\frac{2}{3}} \simeq 47 \text{keV} (T_F \simeq 5,5 \times 10^8 \text{K}). \quad (2.5)$$

A temperatura na superfície da anã branca está entre 5000 à 200000 K de forma que a faz parecer branca. A energia gravitacional Newtoniana, para uma densidade de massa uniforme, é dada por

$$E_G(R) = -\frac{3}{5} \frac{GM^2}{R}. \quad (2.6)$$

A energia total da matéria composta por núcleos e elétrons, sob a ação da interação eletromagnética, é por sua vez dada por

$$E_{mat} = \sum_i m_i N_i c^2 + \frac{3}{5} N_e E_F^e + \dots, \quad (2.7)$$

onde i indica as diferentes espécies possíveis que compõem a anã branca, tais como núcleos e elétrons; m_i e N_i são respectivamente as massas e os números de ocupação de cada espécie. O segundo termo na equação representa a energia dos elétrons degenerados. A contribuição principal para o terceiro termo, desprezado na equação, é a energia de Coulomb de interação entre os núcleos caracterizando a energia para a formação de uma estrutura do tipo ‘rede cristalina’.

A energia $E_{mat}(R)$, para um valor fixo de R é determinada primordialmente pela massa dos núcleos, ou seja, o primeiro termo na última equação, enquanto a pressão da matéria é determinada pelo termo da equação que corresponde aos elétrons degenerados,

$$P_{mat} = -\frac{\partial E_{mat}}{\partial V}. \quad (2.8)$$

Em razão disso, a massa da anã branca é determinada pela contribuição dos bárions enquanto o critério de estabilidade é controlado pelos elétrons. Este fato foi reconhecido primeiramente por Sir Ralph Howard Fowler [58], em 1926, logo após o desenvolvimento da estatística de Fermi-Dirac. Fowler percebeu assim, como citado anteriormente, que a pressão que sustenta essas estrelas contra a gravidade é fornecida pelos elétrons (quase) completamente degenerados. Essa pressão permanece mesmo à temperatura zero, devido ao movimento de ponto zero, estabelecendo assim que as anãs brancas correspondem a configurações finais realmente estáveis, abrindo assim o campo de estudo das configurações a temperatura zero [49].

Ao desconsiderarmos a energia de ligação dos núcleos, a diferença de massa entre

prótons e nêutrons e as correções Coulombianas, E_{mat} resulta em

$$E_{mat} \simeq 2N_e m_p c^2 + 1,1 \left(\frac{\hbar^2 N_e^{\frac{5}{3}}}{m_e R^2} \right) c^2, \quad (2.9)$$

onde m_p é a massa do próton. Utilizou-se na derivação desta expressão a neutralidade de carga e a simetria de isospin entre nêutrons e prótons.

A energia dos elétrons cresce proporcionalmente a R^{-2} para valores pequenos de R enquanto a energia gravitacional decresce na forma $\sim -R^{-1}$ para valores grandes de R . Isto implica em que existe um mínimo para a energia "total" da estrela:

$$E_{tot} = E_{mat} + E_G, \quad (2.10)$$

como função de R para N_e fixo, mínimo este determinado pelo balanço de pressão

$$\frac{\partial E_{tot}}{\partial R} = -1,1 \left(\frac{2\hbar^2 N_e^{\frac{5}{3}}}{m_e R^3} \right) + \frac{3GM^2}{5R^2} = 0. \quad (2.11)$$

A partir desta expressão podemos determinar a relação massa-raio típica de uma estrela anã branca:

$$M^{\frac{1}{3}} R = 1,2 \left(\frac{\hbar^2}{Gm_e m_p^{\frac{5}{3}}} \right) \simeq 0,8 \times 10^{20} g^{\frac{1}{3}} cm, \quad (2.12)$$

onde a dependência em N_e foi eliminada desta expressão utilizando-se $N_e \simeq \frac{M}{2m_p}$. Pode-se dizer que as propriedades macroscópicas da anã branca são dadas por constantes universais e uma grandeza microscópica, a massa do próton. Para $M = M_\odot \simeq 2 \times 10^{33} g$ resulta então $R \simeq 0,6 \times 10^4 km \sim 10^{-2} R_\odot$, valor este consistente com a observação.

2.5 Estrelas de Nêutrons

Em 1932, o físico soviético Lev Davidovich Landau [59] realizou predições teóricas sobre a existência de estrelas de nêutrons, denominadas por ele como *esferas de nêutrons* [60], ano também da descoberta, por J. Chadwick [61], do nêutron, partícula dominante na sua composição.

Posteriormente, Walter Baade e Fritz Zwicky [62] apresentaram a hipótese de que as estrelas de nêutrons originam-se em explosões de supernova de uma estrela massiva, em um processo combinado com o colapso gravitacional que comprime o caroço estelar da estrela primordial. O núcleo central estelar torna-se então altamente denso de modo que elétrons e prótons em processos de decaimento inverso ($e^- + p \rightarrow n + \nu_e$) geram um excesso de nêutrons-processo de neutronização. A energia liberada neste processo é da ordem de $\sim 10^{53}$ ergs.

A estrela formada é então extremamente compacta, constituída primordialmente e quase inteiramente por *nêutrons empacotados*, devido à extraordinária pressão gravitacional, formando uma matéria *degenerada* em energia, na qual uma fração importante da pressão que sustenta a compressão gravitacional provém do Princípio de Exclusão de Pauli-repulsão de Pauli. Assim, o efeito combinado das pressões de degenerescência e da interação repulsiva entre os bárions (núcleons e híperons, ou seja, partículas contendo três quarks) que compõem a estrela de nêutrons sustenta a contração gravitacional, formando inicialmente sistemas estáveis.

As restrições decorrentes do Princípio de Exclusão de Pauli aos estados quânticos de ocupação fazem com que muitas partículas ocupem estados com valores de *momenta* lineares muito elevados, já que os estados quânticos correspondentes à região de baixos e médios valores destas grandezas são preferencialmente ocupados. Isso faz com que aquelas partículas não encontrem, na região de baixos e médios valores de *momenta* lineares, outras posições de ocupação do espaço de fase de energia onde situar-se. Em suma, a limitação à ocupação de estados quânticos de *momenta* lineares mais baixos, devido ao Princípio de Exclusão de Pauli, origina a expansão do espaço de fase da matéria estelar, constrito porém ao Princípio de Causalidade no âmbito da Relatividade Especial, limitando as velocidades máximas das partículas do sistema à velocidade da luz.

A pressão *de Pauli* da matéria degenerada, de origem quântica como vimos, pode ser dominante sobre todas as demais contribuições, sendo ademais independente de temperatura e unicamente dependente da densidade numérica. A matéria estelar, nesta fase do processo evolutivo, pode ser pensada como um “gás” que não obedece porém as leis termodinâmicas clássicas, na qual a pressão de um “gás convencional” é proporcional à sua temperatura e densidade.

É necessário considerar ademais, que em uma estrela de nêutrons as atividades nucleares de natureza exotérmica cessaram, e portanto tal estrela não poderia gerar energia de natureza nuclear depois da sua formação, somente irradiar seu estoque de calor, remanescente, por milhões de anos, por meio de lentos processos de foto-difusão, similarmente ao que ocorre com estrelas do tipo anã branca, embora processos de decaimentos diretos, inversos, processos URCA e URCA modificado ainda possam ocorrer.

Em 1939, Richard Chace Tolman [63] e Julius Robert Oppenheimer e George Michael Volkoff [64], de maneira independente, trataram o tema da estrutura dos objetos compactos propostos por L. Landau, W. Baade e F. Zwicky, derivando então as equações relativísticas- derivadas no apêndice B - que descrevem a estrutura estelar destes objetos a partir das equações de campo de Albert Einstein [40]. Estes estudos revelaram a existência de um valor limite para a massa de uma estrela degenerada relativística. Os pesquisadores citados supuseram que a contribuição à energia cinética das partículas que compõem estes objetos estelares poderia ser descrita por um modelo do tipo gás de Fermi de nêutrons, prótons e elétrons confinados em uma esfera sob efeito do campo gravitacional. R. C. Tolman, J. R. Oppenheimer e G. M. Volkoff estimaram assim o raio e a massa gravitacional máxima de uma estrela de nêutrons como sendo aproximadamente 10 Km e $\frac{3}{4} M_{\odot}$, respectivamente, e uma densidade central de $\sim 6 \times 10^{15} g cm^{-3}$. Para efeitos de comparação, a densidade da matéria nuclear no interior de núcleos pesados como, por exemplo, o $^{208}_{82}Pb$, é da ordem de ~ 0.17 núcleons fm^{-3} ; isto é equivalente a uma densidade central de $\sim 10^{14} g cm^{-3}$. Em 1964, Lodewijk Woltjer [65] estimou a intensidade do campo magnético resultante do processo de transição de uma estrela do tipo gigante vermelha para uma estrela de nêutrons, considerando a conser-

vação de fluxo magnético estelar^{ix}, obtendo $\sim 10^{12}$ Gauss. Campos magnéticos desta ordem levaram Franco Pacini [66, 67], em 1967, a formular a hipótese de que a fonte de energia para a expansão acelerada da nebulosa do Caranguejo correspondia a uma estrela de nêutrons, altamente magnetizada, em rotação.

Neste meio tempo, o astrofísico Antony Hewish, trabalhando na universidade de Cambridge, projetou um radio telescópio de resposta de tempo curto (*short time response telescope*) para estudar cintilações de fontes de rádio pontuais, tais como quasares (fonte quase-estelar de rádio). Este rádio telescópio não foi o primeiro a ser construído, mas sim o primeiro a dispor dos recursos tecnológicos cruciais para a descoberta que se seguiria.

Aproximadamente um mês depois do início das atividades descritas, Jocelyn Bell Burnell noticiou a primeira indicação de uma fonte de rádio persistente, situada no espaço estelar, com um período de precisamente 1,33731109 segundos, trinta e quatro anos depois de W. Baade e F. Zwicky terem formulado a hipótese de que a energia necessária para a explosão de uma supernova viria da energia de ligação de uma estrela de nêutrons [69]. O primeiro pulsar havia sido, então, descoberto.

A interpretação dos dados então publicados pelos autores da descoberta apresentavam muito bom acordo com as suposições conceituais propostas em 1967, por F. Pacini [66] e, em 1968, por Thomas Gold [70], de que pulsares seriam estrelas de nêutrons altamente magnetizadas e em rotação. Pouco tempo depois, trabalhos publicados por James Edward Gunn e Jeremiah Paul Ostriker [71, 72, 73] deram forte suporte para esta interpretação. Muitos outros autores contribuíram com idéias para este tema: Malvin Avram Ruderman [74], David Pines e Jacob Shaham [75, 76], Mehmet Ali Alpar [77], entre outros. No ano de 1968 ainda, foi detectado o pulsar localizado na constelação do Caranguejo, um remanescente de supernova^x confirmando assim a ligação entre pulsares e supernovas. Além de *observações diretas*, a detecção de neutrinos oriundos de processos gerados em supernovas como, por exemplo, neutrinos emitidos pela estrela identificada como SN1987A, com o detector KAMIOKANDE II [78], abriram novas possibilidades de estudo sobre a formação de estrelas compactas. Iniciou-se, então, o esforço para melhor compreensão das estrelas de nêutrons.

Do ponto de visto teórico, houve outro avanço importante para a compreensão da natureza e da estrutura de objetos astrofísicos altamente densos. Logo após a publicação dos primeiros trabalhos sobre liberdade assintótica na CDQ [79, 80, 81, 82] foi aventada a possibilidade da existência de uma transição de fase entre a matéria nuclear e a de quarks e glúons no núcleo de uma estrela de nêutrons. Esta hipótese

^{ix}A detecção de campos magnéticos estelares está vinculada à medida dos desdobramentos das linhas espectrais devido ao efeito Zeeman [68]. As estrelas possuem intensidades de campo magnético que variam desde alguns poucos Gauss a milhares de Gauss. Em anãs brancas, por exemplo, a intensidade de tais campos chega a 10^8 Gauss.

^xSupernovas foram identificadas na Via Láctea, e nas constelações do Centauro, do Lobo e de Cassiopeia. Somente duas supernovas foram registradas em outras Galáxias do Grupo Local, a supernova de 1985 na Galáxia de Andrômeda (M31) e a de 1987 na Grande Nuvem de Magalhães.

abriu novas e ricas possibilidades no estudo destes objetos estelares. Alguns anos mais tarde, Edward Witten [83] propôs uma hipótese ainda mais complexa, a possibilidade da existência de uma estrela composta de *matéria estranha* como uma versão modificada de uma estrela de quarks e de matéria bariônica estável contendo graus de liberdade de *estranheza*. Até hoje, ainda não existe nenhuma evidência convincente para a existência de estrelas de quarks, porém observações e análises futuras devem decidir esta questão.

2.6 Pulsares

Pulsares são estrelas de nêutrons rotantes com intenso campo magnético. Para os pulsares conhecidos até o momento, os períodos destes pulsos variam dentro de um intervalo que vai de 1,4 ms até 11 s [84, 85, 86, 88, 89], sendo que o seu valor médio é de 0,7 s [68]. Estas pulsações têm origem na emissão de um feixe de radiação eletromagnética, tipicamente na frequência do rádio, como efeito do movimento de rotação estelar, que transforma a energia cinética de rotação em energia eletromagnética.

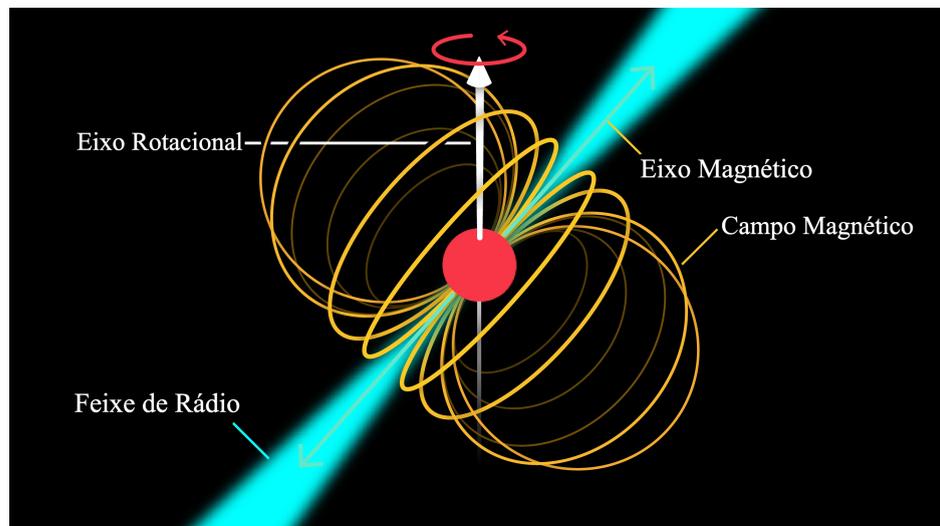


Figura 2.3: Estrelas de nêutrons são freqüentemente vistas como pulsares, isto é, corpos celestes compactos em rotação que emitem jatos altamente focados que apontam para a Terra em intervalos regulares. Para explicar esse comportamento, os astrônomos adotam a analogia de um farol, como mostrado na figura. Créditos da figura: Scientific American.

Os pulsares são caracterizados, também, por possuírem um intenso campo magnético superficial que pode atingir valores da ordem de $\sim 10^{15}$ Gauss, os chamados *magnetares*. A elevada velocidade angular de rotação dos pulsares combinada com o seu intenso campo magnético fazem com que seja originado próximo à sua superfície um também intenso campo elétrico, da ordem de $\sim 10^{12}$ V/cm⁻¹ [84]. Partículas carregadas eletricamente são, então, aceleradas por efeito destes intensos campos eletromagnéticos até atingirem energias ultrarelativísticas, desencadeando uma *avalanche* de pares elétron-pósitron e feixes de radiação eletromagnética. A dinâmica do campo magnético dos pulsares e o mecanismo responsável pela emissão do feixe de radiação

eletromagnética são, ainda, um tópico de intensa investigação. Apesar disto, as predições de um modelo de pulsar em que o feixe de radiação emana dos pólos magnéticos para o exterior, com a direção de emissão de radiação paralela ao eixo magnético do pulsar, são corroboradas pelas propriedades observadas [90].

Um modelo de pulsar muito difundido na literatura é o modelo do *farol*. Segundo o modelo, um feixe de radiação eletromagnética é emitido ao longo do seu eixo magnético, constituindo assim um cone, conhecido como *cone de emissão de luz*, com origem no pólo magnético do pulsar. Este cone de emissão de luz possui uma largura angular de aproximadamente $\sim 10^\circ$ [68]. Ainda segundo o modelo, existindo uma separação angular entre o eixo de rotação da estrela e o seu eixo magnético, o comportamento da emissividade da estrela será análogo ao de um farol. E quando o pulsar “iluminar”, com o seu cone de emissão de luz, a Terra, se observará uma fonte de radiação eletromagnética pulsante. As frequências que aparecem nestes pulsos podem estar na faixa de rádio, do ótico, dos raios-X e dos raios- γ . O pulsar do Caranguejo, por exemplo, emite radiação em uma grande faixa de frequências do espectro eletromagnético, estendendo-se desde a frequência do rádio até a do ótico e da frequência dos raios-X até a dos raios- γ . No entanto, a maioria dos pulsares emite na faixa de frequências do rádio, como já foi dito.

Apesar do período de pulsação de um pulsar ser muito estável, este período de rotação não é constante no tempo, pois os pulsares perdem energia ou por radiação do tipo dipolo magnético (radiação eletromagnética de frequência igual à da rotação da estrela), pelo “vento” de partículas eletricamente carregadas, resultando, assim, em uma gradual diminuição da energia rotacional da estrela e aumentando, conseqüentemente, o seu período de rotação, ou por ondas gravitacionais (para sistemas binários próximos entre si). Medindo-se o período do pulsar, P , e a sua variação temporal, \dot{P} , pode-se determinar a chamada idade característica ou *idade dipolar* do pulsar^{xi}, τ_c , por meio de

$$\tau_c = \frac{P}{2\dot{P}}; \quad (2.13)$$

e da mesma forma podemos determinar a intensidade do campo magnético superficial do pulsar por meio de

$$B = 3,2 \times 10^{19} (P \dot{P})^{1/2} G, \quad (2.14)$$

supondo-se, apenas, radiação do tipo de um dipolo magnético (ver, por exemplo, as referências [68, 84, 85]).

Pode-se distinguir duas populações de pulsares [68], os “normais” ou “convencionais”, com períodos rotacionais típicos de $P \sim 1$ s, e os pulsares de milisegundo, com períodos menores do que $P \lesssim 20$ ms. Os pulsares normais são formados no processo

^{xi}A idade característica de um pulsar representa o limite superior de sua *idade verdadeira*, e é baseado na suposição, para sua determinação, que o pulsar *nasce* com *frequência rotacional infinita* e que a perda de energia do pulsar é devida exclusivamente à emissão de radiação do tipo dipolo magnético (não incluindo-se portanto a emissão de partículas).

de explosão de uma supernova do tipo II, onde o caroço de ferro de uma estrela supergigante colapsa. Os pulsares de milissegundo adquirem seus curtos períodos rotacionais em um processo onde um *pulsar velho* encontra uma *estrela companheira* e neste processo uma parte da massa e do momentum angular da companheira são transferidos para o pulsar. O pulsar então sofre uma aceleração angular (*spin-up acceleration*), diminuindo assim o seu período rotacional. Os pulsares são observados geralmente isolados, mas há casos em que constituem sistemas binários com outros corpos: anãs brancas, estrelas de nêutrons e estrelas com alta e baixa massa. Dependendo da natureza destes sistemas binários, eles recebem diferentes nomes, como por exemplo: sistemas binários de raios-X, binários de raios- γ e binários repetidores de raios- γ *suave*.

Após a descoberta do primeiro pulsar por J.B. Burnell e A. Hewish, dois outros pulsares foram identificados, o pulsar do Caranguejo, descoberto por D.H. Staelin e E.C. Reifstein [91] em 1968 e, no mesmo ano, o pulsar de Vela descoberto por M.I. Large, A.F. Vaughan e B.Y. Mills [92]. Ambos foram identificados no interior de remanescentes de supernovas, respectivamente, a nebulosa do Caranguejo e a de Vela. Ambos tinham um período de rotação muito menor do que o primeiro pulsar observado. Os períodos correspondentes, de 33 *ms* e 89 *ms*, foram decisivos para identificar os pulsares como estrelas de nêutrons ao invés de anãs brancas.

A descoberta do primeiro pulsar em um sistema binário^{xii}, que revelou possuir uma estrela companheira não visível, foi realizada por Russell Alan Hulse e Joseph Hooton Taylor Jr [93], no Observatório de Arecibo, localizado em Porto Rico. O seu período orbital é de ~ 8 horas. O avanço do seu *periastron* é de $4,2^\circ$ por ano, que pode ser comparado com o de Mercúrio que é de $43''$ por século. Este sistema representa uma das evidências observadas de emissão de radiação gravitacional cujo efeito é o de amortecer o movimento orbital do pulsar. Esta descoberta valeu o prêmio Nobel de Física para R. A. Hulse e J. H. Taylor no ano de 1993, por abrir novas possibilidades no estudo da gravitação.

Em 1982 o primeiro pulsar de milissegundos, PSR 1937+21, foi observado por Donald Campbell Backer, Shrinivas Ramchandra Kulkarni, Carl Heiles, Margaret Newell Davis e William Miller Goss[94]. Este pulsar possui um período de 1,56*ms*. Em 2005 ocorreu a confirmação da observação do pulsar com o menor período de rotação conhecido, 1,40*ms* (716*Hz*), localizado no aglomerado denominado Terzan 5 e denominado PSR J1748-2446ad pela equipe de Jason Wouter Timo Hessels [86, 86]; este pulsar possui uma estrela companheira que orbita em seu entorno a cada 26 horas e que passa sistematicamente à frente do pulsar, eclipsando-o por aproximadamente $\sim 40\%$ do tempo orbital. Diversos pulsares foram detectadas nos aglomerados Terzan 5, M28, NGC 6440 e NGC6441. Adicionalmente a estes, outros treze foram descobertos no aglomerado NGC 1851[87].

Na figura 2.4, o termo *estrelas de nêutron dupla* identifica estrelas que orbitam uma

^{xii}A abreviatura PSR significa *pulsating source of radio*, PSR 1913+16, onde 1921+21 representa coordenadas celestes.

em torno da outra. Estas estrelas são geradas em uma explosão de supernova e, ao emitirem ondas gravitacionais, perdem energia, podendo, eventualmente, fundirem-se e formar uma estrela de nêutrons ou um buraco negro. Pulsares reciclados (inclue todos os pulsares de milisegundos (MSP)) formam um sistema binário estrela de nêutrons-estrela companheira, de forma que a estrela de nêutrons acreta matéria proveniente da estrela companheira. Essa acreção, faz com que a estrela de nêutrons aumente sua rotação. Intermitentes é uma classe de sistema binários composto por uma estrela de nêutrons e uma estrela da sequencia principal. Além da doação de matéria da companheira à estrela de nêutrons, esta última emite pulsos rápido e periódicos de raios-x. Os pulsares lentos possuem um período longo com uma estrela companheira massiva, — provavelmente com a mesma massa de seu nascimento.

As estrelas de nêutrons nascem como vimos do colapso de estrelas com massas de aproximadamente $8M_{\odot}$. No entanto, torna-se difícil associar o local de nascimento dos pulsares pois os mesmos são observados se deslocando com grandes velocidades, tipicamente $\sim 450\text{Km/s}$ podendo chegar a 1200km/s , em relação ao seu lugar de nascimento. Conseqüentemente, pulsares velhos estão muito afastados do seu lugar de origem. A causa desta grande velocidade é causada pelo natal kick por queima de C fora do centro. Outra questão é que os remanescentes de supernovas velhos desaparecem, em uma escala de tempo da ordem de 10^4 a 10^5 anos. Isto dificulta o estabelecimento de uma conexão precisa entre os pulsares e as supernovas.

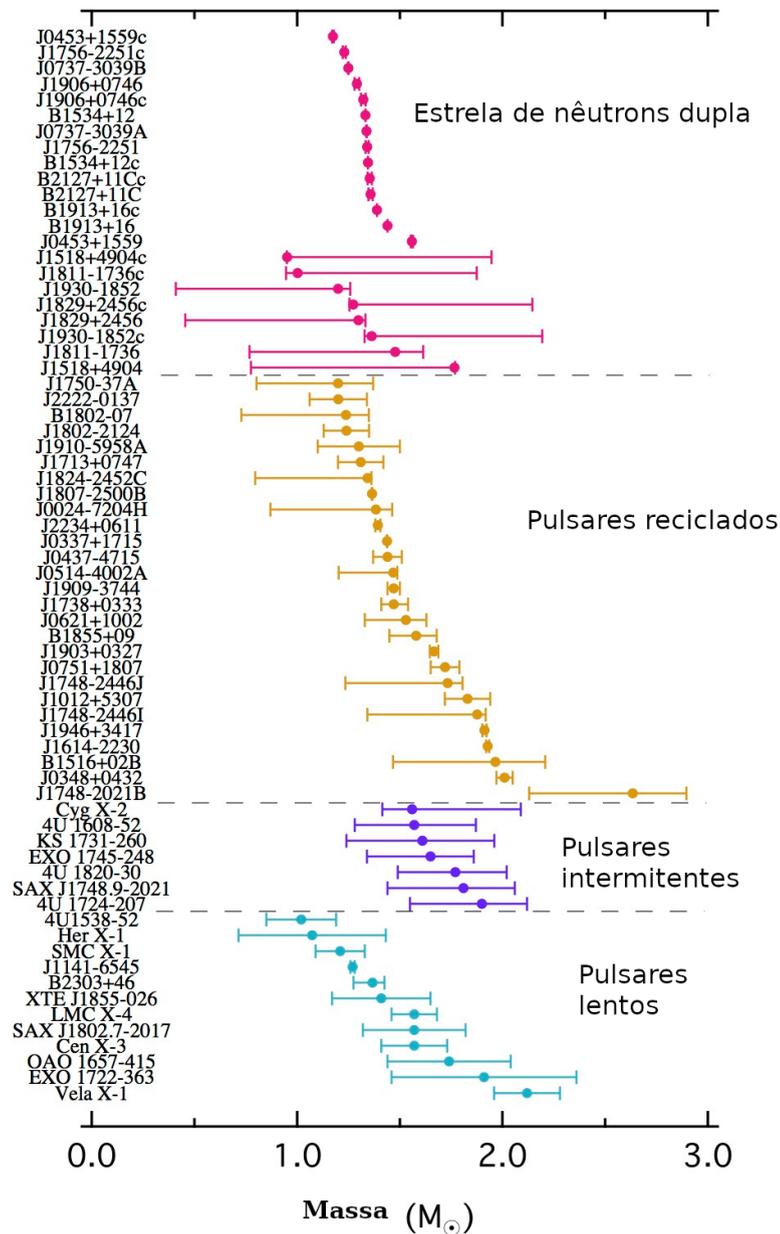


Figura 2.4: Massas de estrelas de nêutrons de radio pulsares em sistemas binários (estrelas duplas de nêutrons, estrela de nêutron e anãs branca) [95].

2.7 Estrelas Compactas: fórmula semi-empírica de massa

Na astrofísica e na astronomia, o termo *objeto compacto* refere-se em geral a anãs brancas, estrelas de nêutrons, outras estrelas densas exóticas e buracos negros, apesar destes serem na verdade, devido às suas características topológicas, remanescentes de estrelas. A maioria das estrelas compactas correspondem aos pontos finais da evolução

estelar e, portanto, são muitas vezes referidas como remanescentes estelares, cujas características dependem crucialmente das propriedades e da massa da estrela original antes de sua formação. O termo estrela compacta é freqüentemente usado quando a natureza exata de uma estrela não é conhecida, mas as evidências sugerem que ela é muito massiva e tem um raio pequeno, implicando assim sua inserção em uma das categorias mencionadas acima.

O raio típico de uma estrela de nêutrons é de aproximadamente 10 km , e a sua massa gravitacional é comparável, como dito, a $1,4 M_{\odot}$, onde $M_{\odot} \approx 1,989 \times 10^{30}\text{ kg}$ é a massa do Sol. Pelo fato que a interação forte, — responsável pelas interações entre os hádrons (bárions e mésons) que compõem o sistema —, devido ao seu curto alcance, não gerar um estado ligado hadrônico, a presença da interação gravitacional é essencial para dar origem à estrutura da estrela; estes sistemas são denominados também de *auto-gravitantes*. A partir das medições de rádio-pulsares em sistemas binários, pode-se deduzir que as massas dos objetos compactos considerados neste texto se encontram no intervalo entre $(0,77 - 2,35)M_{\odot}$.

A temperatura da superfície das estrelas de nêutrons, por outro lado, é em geral menor do que 10^9 K um ano após a sua formação^{xiii}. No estado inicial do estágio evolutivo da estrela, o processo de resfriamento ocorre por meio da emissão de neutrinos (URCA ou URCA modificado), enquanto nos estágios posteriores o esfriamento é devido à emissão de fótons a partir da superfície da estrela [96]. Não se pode excluir, contudo, a contribuição de processos *exóticos* de esfriamento oriundos da condensação de píons, káons, ou áxions ou na formação de um núcleo de quarks. Os mecanismos de resfriamento serão detalhados no capítulo 6.

Ao considerar os pulsares conhecidos, os períodos determinadas se encontram na faixa entre milissegundos até segundos. Quanto às intensidades de campo magnético, seus valores são tipicamente da ordem de 10^{12} Gauss para os pulsares ditos *comuns*, com período de rotação $\tau \sim 1\text{ s}$ e variação temporal do período de rotação da ordem de $\frac{d\tau}{dt} \sim 10^{-15}$; os valores de intensidade de campo magnético dos pulsares variam entre 10^{15} Gauss e 10^9 Gauss. Pulsares com intensidades de campo magnético superficial da ordem de 10^{15} Gauss são denominados *Magnetares*.

A principal conjectura a respeito da origem do campo magnético de uma estrela de nêutrons é baseada na concepção de que o seu interior consiste de um núcleo denso, formado basicamente por nêutrons e um número relativamente bem menor de prótons supercondutores. A baixas temperaturas, a presença dos prótons supercondutores, combinada com a alta velocidade de rotação da estrela, produziria um *efeito dínamo*, semelhante ao efeito responsável pela origem do campo magnético da Terra. Ao redor do núcleo da estrela encontra-se um manto de nêutrons, seguido por uma camada de núcleos de ferro e elétrons livres. Por outro lado, à medida em que a estrela vai

^{xiii}A energia térmica de uma estrela de nêutrons neste etapa de sua vida evolutiva é menor do que a energia de excitação nuclear; e é por tal razão que são consideradas, do ponto de vista nuclear, como estrelas a temperatura nula, como visto anteriormente.

perdendo energia, a matéria estelar é progressivamente comprimida em direção ao seu centro, tornando este sistema de muitos corpos cada vez mais denso. E quanto mais a matéria da estrela se move em direção ao seu centro, mais rapidamente ela gira^{xiv}. A outra conjectura é a conservação do campo inicial.

Uma estrela de nêutrons, de maneira geral possui um campo magnético de intensidade fraca comparativamente ao de um pulsar. Mas quando o núcleo de uma estrela é comprimido até tornar-se um pulsar, o seu campo magnético também sofre compressão, e com isso as linhas de campo magnético ficam mais densas^{xv}. Dessa forma, a compressão da matéria torna o campo magnético estelar muito intenso. E esse intenso campo magnético, combinado com a alta velocidade de rotação estelar, passa a produzir, de acordo com a Lei de Biot-Savart, intensas correntes elétricas na superfície da estrela. Os prótons e os elétrons que apresentem os menores valores de energia de ligação à região superficial da estrela fluem então pelas linhas de campo magnético, até os pólos norte e sul estelares. O eixo eletromagnético da estrela de nêutrons, como dito anteriormente, não está necessariamente alinhado ao eixo de rotação. Quando o não alinhamento acontece, um pulsar se origina. Em síntese, algumas fontes de radiação eletromagnética são, além do efeito farol,

- Raios gamma e raios x a partir de efeitos termais provenientes da superfície da estrela; não termais devido a aceleração das partículas pelo forte campo magnético;
- Emissão no ótico (visível) ou no infravermelho, as quais são produzidas pelo aquecimento da matéria que compõe o disco de acreção da estrela, ou por radiação síncrotron devido as partículas de alta energia na magnetosfera.

Em ocorrendo o desalinhamento entre o eixo magnético e o de rotação, a estrela emite grandes quantidades de radiação pelos pólos, radiação esta que varre diferentes direções no espaço. Essa radiação recebe o nome de *pulso*, como vimos, pois chega à Terra como uma série de pulsos eletromagnéticos: daí a origem do nome *pulsar*. A luz emitida pelos pulsares no espectro visível é tão reduzida que dificilmente é possível observá-la a olho nú. Somente os radiotelescópios podem detectar a intensa energia que eles emitem.

Tem sido observado ademais, nos pulsares, um abrupto aumento do período de rotação da estrela, seguido por um relaxamento desse movimento; este fenômeno é chamado, utilizando-se a nomenclatura inglesa, de *glitch*. O relaxamento desse movimento é causado pela liberação repentina das tensões na crosta estelar. Outra possível causa seriam terremotos na crosta estelar. Com o surgimento das rachaduras e deslocamentos, o momento angular da estrela é transferido para a crosta, resultando numa breve aceleração desta. Outra possibilidade surge das linhas de vórtices (análogo a pequenos

^{xiv}A ocorrência deste fenômeno está relacionada com a lei de conservação de momentum angular.

^{xv}Este fenômeno por sua vez ocorre devido à conservação do fluxo magnético.

redemoinhos) quantizadas. A influência das forças de desaceleração, dissipação e fixação destas linhas também pode ser responsável pelos glitches. Como já mencionamos no parágrafo, as propriedades da matéria a escalas nucleares são governadas pelas interações fortes, isto é, CDQ. A altas densidades (~ 2 densidade de saturação), a CDQ prediz uma fase de transição bariônica da matéria para um estado onde os hádrons são derretidos nas suas partículas constituintes, os quarks. Nessa fase exótica, o plasma de quarks e glúons é formado, e estes se encontram livres. Nesse contexto, temos um modelo alternativo a estrelas de nêutrons, as estrelas híbridas. Essas possuem o núcleo de matéria quarks, enquanto a crosta é formada por matéria hadrônica.

A origem de estrelas de nêutrons em sistemas binários, e de processos de acreção, especula-se, poderia se dar no caso em que uma estrela supernova ocorresse nestes sistemas; neste caso, a estrela companheira da supernova poderia sofrer danos em suas camadas superficiais durante o processo explosivo que originou a segunda, e mesmo assim continuar sua vida evolutiva. Com isso, uma estrela de nêutrons seria formada próximo à outra estrela. Quando esta outra estrela evoluir para uma gigante vermelha, o seu gás poderia espiralar em direção à estrela de nêutrons, sendo tragado pela mesma, formando um espesso disco ao redor dela; tal disco é chamado de disco de acreção. O atrito que existe entre camadas de gás nas órbitas ao longo do disco de acreção leva à perda de seu momentum angular e a um movimento de queda das partículas do gás, em uma trajetória espiral, em direção à superfície da estrela de nêutrons; sua energia gravitacional original é então convertida em energia térmica no interior do disco de acreção. Na parte interna do disco de acreção, a energia gravitacional é liberada com maior intensidade, atingindo uma temperatura média de milhões de graus e gerando uma intensa fonte de energia e de radiação nessa região. A pressão interna na estrela de nêutrons pode sofrer então um grande aumento se o gás for transferido em quantidades relativamente altas do disco de acreção para a estrela de nêutrons; dessa forma, a energia fica acumulada e, eventualmente, o gás é expulso da estrela de nêutrons, fazendo por queima nuclear com que surjam fortes correntes de gás em sua órbita.

É importante considerarmos ainda uma outra possibilidade em termos de composição interna, que alterando o momentum de inércia estelar, poderia originar o fenômeno denominado de *glitch*: nos referimos ao fenômeno da *superfluidéz*. Pode-se conjecturar que, em sendo a casca externa de uma estrela de nêutrons sólida e composta de núcleos pesados, que formam uma rede Coulombiana num mar de elétrons degenerados, uma vez que a pressão e a densidade aumentam no sentido de fora para dentro da estrela, existe a tendência de que parte dos nêutrons, por meio de processos beta inversos, capturem elétrons. Adicionalmente, os nêutrons apresentam a tendência para se soltar dos núcleos, de forma que o sistema assim formado é composto por núcleos ricos em nêutrons num mar de Fermi de nêutrons, prótons e elétrons. Com o aumento de densidade, os núcleos se dissociam constituindo um líquido, ou seja, um sistema de Fermi degenerado de nêutrons, superfluido, e uma fração de prótons e elétrons. Quando a densidade bariônica se torna um múltiplo inteiro da densidade nuclear comum, $2,8 \times 10^{14} \text{ g cm}^{-3}$, espera-se ademais o aparecimento de composições ditas exóticas como, por exemplo,

híperons, condensação de Bose-Einstein de píons ou káons, ou matéria desconfiada de quarks.

Por fim, é importante salientar que uma estrela estranha é um tipo hipotético de estrela exótica, composta de matéria estranha. As teorias que descrevem a possibilidade de formação de matéria estranha partem do pressuposto de que esta fase da matéria de quarks, ultra-densa, se originaria no interior de estrelas de nêutrons muito massivas. De forma similar ao que ocorreria na formação de uma estrela de quarks, quando a matéria degenerada de nêutrons que compõe a estrela de mesmo nome sofre suficiente pressão gravitacional, tal que ocorra a *diluição* dos nêutrons originais em termos de seus constituintes fundamentais, o sistema formaria uma *sopa de quarks e glúons*; e à medida em que esta pressão gravitacional cresça ainda mais, alguns dos quarks *up* e *down* transformar-se-iam em quarks estranhos, *strange* (na nomenclatura inglesa). A estrela transforma-se-ia então em uma estrela estranha, similarmente a um *hádron gigante*, composto por quantidades proporcionais ou exatamente iguais dos quarks *u*, *d* e *s*- depende do modelo de matéria estranha. Tal estrela torna-se então primordialmente ligada pela força forte nuclear, de curto alcance, embora evidentemente, componentes gravitacionais estejam ainda presentes. É importante também ressaltar que a matéria estranha é *candidata* a descrever a composição da *matéria escura* predita em distintas teorias cosmológicas.

2.7.1 Fórmula semi-empírica de massa de Weizsäcker

A energia de ligação de uma estrela de nêutrons é devida, fundamentalmente, ao balanço delicado entre a força atrativa da gravidade, as componentes repulsivas da força nuclear e a pressão quantum-mecânica de degenerescência. Neste sentido, a força nuclear, embora sendo a força física de maior intensidade, isoladamente não poderia produzir a ligação de uma estrela de nêutrons por meio das componentes atrativas da interação forte devido ao seu caráter de curto alcance (da ordem de poucos Fermi). A força gravitacional, embora de menor intensidade do que a força forte nuclear, tem longo alcance e é composta ademais somente por componentes atrativas atuando em sistemas massivos, diferentemente da força nuclear que apresenta componentes atrativas (de mais longo alcance, $\sim 1 - 2$ fermi) e repulsivas (de mais curto alcance, $\leq 0,4$ fermi). As estimativas da energia por núcleon devido à força da gravidade em estrelas de nêutrons resultam em valores para a energia gravitacional estelar da ordem de $160 \text{ MeV}/A$ (A é o número de massa) enquanto a energia de ligação nuclear por núcleon na matéria nuclear é uma ordem de grandeza menor, ou seja, aproximadamente igual a $16 \text{ MeV}/A$.

Assim, as componentes repulsivas da força nuclear ainda são insuficientes para *sustentar* a enorme pressão gravitacional em uma estrela de nêutrons; porém, quando combinada com a pressão quantum mecânica de degenerescência, descrita em uma versão mais simples, como veremos mais adiante, pelo modelo do gás de Fermi relativístico, pode produzir o equilíbrio estelar. O cálculo acima considera uma estimativa média, na região de mais longo alcance da força nuclear.

Há outro aspecto relevante na diferenciação do papel destas forças ao se analisar

a estabilidade de uma estrela de nêutrons. A compressão gravitacional em estrelas de nêutrons produz, como vimos, uma espécie de *empacotamento* dos núcleons de forma que somente as componentes repulsivas da interação nuclear, de mais curto alcance são, nestas condições, realmente relevantes para a estabilidade estelar, em contraposição à contribuição das componentes atrativas de mais longo alcance da interação forte. Evidentemente, o empacotamento dos núcleos origina também uma pressão de degenerescência que atua ademais, como discutido anteriormente, juntamente com as componentes repulsivas da interação forte nuclear, em contraposição à compressão gravitacional.

Como citado anteriormente, mesmo quando consideramos o caso limite, idealizado, de uma estrela composta por *matéria nuclear incompressível*, portanto, com densidade uniforme, a estrutura das equações de Tolman-Oppenheimer-Volkoff impõe um limite em sua massa, acima da qual ocorreria colapso gravitacional. Utilizando-se o jargão típico da área, uma equação de estado é dita mais *rígida* em contraposição a outra menos *rígida* ou, de maneira equivalente menos *suave* ou então, mais *rígida*. Por exemplo, uma equação de estado, A , é mais rígida do que outra, B , se a pressão interna associada a A , para qualquer valor de densidade, for maior do que a pressão interna correspondente a B . Evidentemente, quando consideramos duas estrelas de nêutrons, A e B , cujas estruturas sejam descritas respectivamente pelas equações de estado A e B , a equação de estado da estrela A corresponde a uma maior pressão interna em comparação à pressão interna da estrela B , para qualquer valor de densidade. Dotada de uma maior pressão interna, a estrela A pode suportar uma maior compressão gravitacional do que a estrela B e portanto a primeira deve ter uma massa maior do que a segunda, uma vez que a intensidade da força gravitacional está diretamente associada à massa estelar. Utilizando-se novamente o jargão típico da área, dizemos que a estrela A pode *suportar* uma massa maior do que B .

Mencionamos a seguir dois casos extremos de predição das massas de estrelas de nêutrons. O primeiro corresponde à equação de estado do modelo HDQ-I, que será visto mais adiante neste capítulo, que combina o maior grau de rigidez com a obediência ao Princípio da Causalidade, como vimos, matematicamente caracterizado pela expressão

$$\frac{c_s}{c} \equiv \sqrt{\frac{\partial p}{\partial \epsilon}} \leq 1. \quad (2.15)$$

O valor correspondente da massa limite obtida é $3M_\odot$. O segundo caso se refere à mais suave equação de estado, que é obtida a partir do modelo do gás de Fermi livre composto por prótons, nêutrons e elétrons, em equilíbrio, caso este que também será apresentado neste capítulo. Neste caso, os efeitos quantum mecânicos de degenerescência fornecem a pressão que sustenta a compressão gravitacional. O valor da massa limite obtida neste caso é igual a $0,7M_\odot$. O que se espera então é que os casos mais realísticos, que consideram aspectos físicos mais complexos, tanto no que se refere à composição quanto à contribuição da força forte nuclear, levem a valores intermediários entre estes dois limites, tendo em vista que a densidade central de uma estrela de nêutrons, que corresponde à massa máxima, é tão alta que as componentes de curto alcance da

interação forte devem predominar sobre as componentes de longo alcance.

E sabendo assim que a massa limite de uma estrela de nêutrons depende do grau de *rigidez* da correspondente equação de estado, uma pergunta se impõe: quais são os aspectos físicos que contribuem para que uma equação de estado apresente maior ou menor grau de *rigidez*?

Neste sentido, embora existam outros aspectos a serem considerados, as componentes repulsivas da interação forte nuclear representam, como vimos, um elemento essencial na determinação da *rigidez* de uma equação de estado nuclear. É importante salientar que a maior rigidez de uma equação de estado implica, como anteriormente salientado, em uma maior massa de uma seqüência de estrelas de nêutrons. E, portanto, apesar de seu caráter microscópico, a interação nuclear contribui de maneira importante na composição de uma das grandezas macroscópicas mais importantes destes objetos estelares, sua massa.

A energia de ligação por núcleon para a maior parte dos núcleos encontrados na tabela periódica encontra-se em torno de 7-8 MeV. Este resultado, combinado com o dado anteriormente apresentado da energia de ligação por núcleon da matéria nuclear (16 MeV/A), demonstra que a energia de ligação depende *fracamente* do *número de massa atômico* A . Por esta razão, fórmulas semi-empíricas de massa, têm sido desenvolvidas, com o intuito de descrever a energia de ligação ou, equivalentemente, a massa nuclear, bem como outras propriedades, de uma ampla gama de núcleos da tabela periódica, por meio de formulações simples que dependam de poucos parâmetros. A formulação correspondente mais conhecida é a chamada fórmula semi-empírica de massa de Weiszäcker [97]. E como o próprio nome sugere, essa formulação combina fundamentação teórica com predições de natureza empírica. A base teórica da formulação é o conhecido modelo da gota líquida do qual origina-se a maior parte dos termos e as estimativas dos valores dos coeficientes que a compõem. A fórmula de Weiszäcker fornece uma boa aproximação para os valores das massas e da energia de ligação nucleares, além de outros efeitos, mas não explica, por exemplo, o aparecimento dos números mágicos e do desdobramento spin-órbita de energia, bem como outros aspectos, de natureza mais complexa da estrutura nuclear.

Na expressão que define a fórmula de Weiszäcker, a energia de ligação de um núcleo com Z prótons e N nêutrons é determinada por meio de

$$B(Z, N) = a_V A - a_S A^{2/3} - a_C Z(Z - 1)A^{-1/3} - a_A (Z - N)^2 A^{-1} - \delta(Z, N), \quad (2.16)$$

sendo os seguintes os parâmetros livres da fórmula (a serem determinados fenomenologicamente): a_V , termo de volume; a_S , termo de superfície; a_C , termo Coulombiano; a_A , termo de assimetria e δ , termo de pareamento.

Utilizando-se a definição da energia de ligação nuclear, $B(Z, N)$, de um núcleo com massa $M(Z, N)$

$$M(Z, N) = ZM_p + NM_n - B(Z, N), \quad (2.17)$$

onde M_p e M_n representam as massas dos prótons e dos nêutrons, podemos expressar

a fórmula semi-empírica na forma (considerando $c=1$)

$$M(Z, N) = ZM_p + NM_n - a_V A + a_S A^{2/3} + a_C Z(Z-1)A^{-1/3} + a_A (A-2Z)^2 A^{-1} + \delta(Z, N). \quad (2.18)$$

O significado físico dos distintos termos desta expressão pode ser sintetizado no que segue. Os dois primeiros termos descrevem o fato de que a massa nuclear consiste, primordialmente, da soma das massas de seus constituintes, os prótons e os nêutrons. Evidentemente, os termos adicionais da fórmula semi-empírica devem caracterizar correções às predições teóricas dos termos precedentes, correções estas devidas aos efeitos quântum-dinâmicos da estrutura nuclear e das características próprias das partículas envolvidas.

A explicação da presença do terceiro termo da fórmula, $a_V A$, conhecido como *termo de volume*, é baseada na observação de que a densidade nuclear ($\rho = A/V$), em uma primeira aproximação, é praticamente independente do número de massa, A . Isto indicaria que a densidade nuclear obedece à relação aproximada

$$\rho = \frac{A}{V} \sim \text{constante}, \quad (2.19)$$

que leva a $V \sim A$. Ao considerarmos, por simplicidade, um núcleo esférico de raio R , então seu volume seria dado por $V = \frac{4\pi R^3}{3}$. Combinando-se esta equação com a anterior, que expressa o fato da densidade nuclear ser aproximadamente constante, obtem-se a relação a seguir para o raio nuclear em função do número de massa A :

$$\rho = \frac{A}{V} \sim A \left(\frac{4\pi R^3}{3} \right)^{-1} \sim \text{constante} \rightarrow R \sim r_0 A^{1/3}, \quad (2.20)$$

em que r_0 é uma grandeza que independe de A . Neste contexto, o núcleo comportar-se-ia como um gás incompressível de partículas nucleares. O termo a_V caracteriza assim o fato de que, quanto maior o número de partículas no sistema, maior o número de interações (ligações) possíveis entre elas e, conseqüentemente, maior o valor da energia de ligação do sistema^{xvi}. É uma vez que o número de partículas do sistema é aproximadamente proporcional ao volume nuclear, a contribuição deste termo é proporcional a A . Por outro lado, como visto anteriormente, quanto maior o valor absoluto da energia de ligação nuclear, menor a massa do sistema. Por esta razão, este termo aparece com o sinal negativo na fórmula semi-empírica.

A contribuição seguinte, dada pelo termo de superfície, indica que os núcleons situados na superfície do núcleo apresentam uma contribuição menos relevante para a energia de ligação nuclear, sendo esta redução parametrizada pelo *termo de superfície* $a_S A^{2/3}$ (a área superficial nuclear S obedece a relação $S \sim A^{2/3}$). Isto porque, um

^{xvi}É importante ressaltar que, se cada núcleon interagisse com cada um dos demais núcleons do sistema, este termo deveria depender de A na forma $A(A-1)$, ou seja deveria ser proporcional ao número de pares de núcleons do sistema. Ao adotar-se a expressão para o termo de volume na forma $a_V A$, é feita a suposição, fenomenologicamente observada, de que a força nuclear apresenta caráter de *saturação*, o que implica que cada núcleon interage somente com seus mais próximos vizinhos. É também importante observar que o caráter de saturação independe do fato da força forte nuclear ser considerada uma força de curto alcance. Isto porque a região que define o volume de saturação nuclear tem dimensões menores do que aquele que corresponde à região que caracteriza o alcance da força nuclear.

núcleon situado na superfície nuclear interage, na média, com uma quantidade menor de núcleons do que outro localizado na parte mais interna do núcleo.

Então segue-se o quinto termo, que caracteriza a presença da repulsão coulombiana entre os prótons nucleares, que também reduz a energia de ligação, ocasionando com isto a elevação da massa nuclear, contribuição esta parametrizada pelo *termo Coulombiano*^{xvii} $a_C Z(Z - 1)A^{-1/3}$.

A contribuição do termo seguinte indica um efeito puramente quantum mecânico: de que o sistema nuclear é tanto mais estável quanto mais próximo estiver da situação perfeitamente simétrica em termos do número de partículas, isto é, $N = Z$. Este termo, parametrizado na forma $a_A(A - 2Z)^2 A^{-1}$, é conhecido como *termo de assimetria*, e sua origem tem como base o Princípio de Exclusão de Pauli, que estabelece, como vimos anteriormente, que dois férmions não podem ocupar simultaneamente os mesmos estados quânticos, ou dito de outra forma, ter os mesmo números quânticos: n (número quântico principal), l (número quântico azimutal), ml (número quântico magnético) e ms (número quântico de spin). Assim, segundo o Princípio de Pauli, à medida em que núcleons são adicionados a um sistema nuclear, estas partículas devem ocupar os estados de energia não ocupados por outras. Os distintos níveis de energia em um núcleo vão sendo assim ocupados progressivamente, à medida em que cresce o número de núcleons, dos estados nucleares caracterizados por valores mais baixos de energia àqueles com valores mais altos. Prótons e nêutrons, sendo tipos diferentes de partículas, ocupam distintos estados quânticos de energia, tal que se pode identificar distintas estruturas de níveis de energia, uma para os prótons, E_p , e outra para os nêutrons, E_n . No caso em que houver uma quantidade significativamente maior de nêutrons do que de prótons em um núcleo, alguns dos nêutrons ocuparão estados de energia mais altos do que os níveis de energia disponíveis aos prótons. Assim, se pudermos transformar alguns dos nêutrons em prótons, transferindo as partículas correspondentes do sistema de níveis E_n para a configuração de níveis E_p , a energia fundamental do sistema sofreria expressivo decréscimo. Esta é então a origem do *termo de assimetria*.

E por fim, o último termo, δ , denominado de *termo de pareamento*, que caracteriza a observação empírica de que um sistema par de prótons ou nêutrons é mais estável do que um sistema composto por quantidades ímpares destas partículas. Esta observação empírica parametriza os efeitos do acoplamento spin-órbita nuclear. Devido ao Princípio de Exclusão de Pauli, os estados orbitais de energia são minimizados no caso em que o número de prótons com *spin up* for igual ao número de prótons com *spin down*. O mesmo raciocínio é válido para os nêutrons. Por fim, é importante salientar que uma fórmula semi-empírica, pela sua própria concepção, onde predominam aspectos de natureza mais universal, descreve apenas comportamentos médios de determinadas grandezas nucleares. Neste sentido, seria de se esperar a ocorrência, e assim tem sido, de desvios sistemáticos importantes em suas predições. Ainda assim, a fórmula semi-

^{xvii}É importante notar, neste caso, que o *termo Coulombiano* é proporcional ao número de pares de prótons do sistema nuclear, $Z(Z - 1)$.

empírica de massa tem seu lugar assegurado no estudo de características globais da matéria nuclear pela sua simplicidade formal aliada ao fato de possibilitar avaliações preliminares de grandezas nucleares relevantes. Evidentemente, a determinação mais precisa destas grandezas torna necessária a adoção de modelos mais consistentes, tanto do ponto de vista formal quanto fenomenológico^{xviii}.

Uma outra grandeza relevante para caracterizar a rigidez ou suavidade de uma equação de estado da matéria nuclear é o módulo de compressibilidade, definido na forma K [37]:

$$K = \left[k^2 \frac{d^2}{dk^2} \left(\frac{\varepsilon}{\rho} \right) \right]_{k=k_F}, \quad (2.21)$$

que caracteriza a *resistência* do sistema nuclear a uma compressão externa de caráter uniforme.

Evidentemente, uma melhor compreensão da natureza da compressibilidade nuclear de uma estrela de nêutrons pressupõe o entendimento dos pontos de contacto entre os modelos que descrevem propriedades de núcleos finitos e o conceito de matéria nuclear. Isto porque, como veremos a seguir, o conceito de matéria nuclear é um conceito abstrato construído a partir de uma situação limite imposta a modelos de núcleos finitos. Neste sentido, torna-se importante lembrar inicialmente que, desprezando-se efeitos de auto-interação, a energia coulombiana de um sistema de prótons e nêutrons confinados em um núcleo esférico, *incompressível*, de raio R , uniformemente carregado, é dada por

$$\frac{3}{5} \frac{Z(Z-1)e^2}{R} = \frac{3}{5} \frac{Z(Z-1)e^2}{r_0 A^{1/3}}. \quad (2.22)$$

Ao se comparar esta expressão com o termo de volume que representa a contribuição preponderante dentre as correções devidas à energia de ligação apresentadas na fórmula semi-empírica de massa, o limite de estabilidade nuclear deve satisfazer a desigualdade

$$\frac{3}{5} \frac{Z(Z-1)e^2}{r_0 A^{4/3}} < 15,68 \text{ MeV}. \quad (2.23)$$

Utilizando-se o valor experimental $r_0 = 1,07 \text{ fm}$, obtemos, desta condição

$$\frac{Z(Z-1)}{A^{4/3}} < 25. \quad (2.24)$$

Este resultado foi o motivador da criação de um modelo que descreve um sistema hipotético, a assim denominada *matéria nuclear*, que corresponde a considerar-se o limite $A \rightarrow \infty$ na fórmula semi-empírica de massa. Assim, matéria nuclear refere-se a um sistema hipotético que contempla uma quantidade infinita de núcleons — nêutrons e prótons — em que somente a interação nuclear está presente, sendo portanto a interação coulombiana *'desligada'* no limite $A \rightarrow \infty$ (o termo coulombiano da fórmula semi-empírica de massa é nulo neste limite). Ademais, as massas dos nêutrons e dos prótons tornam-se, nestas condições, idênticas, de acordo com as predições da Eletrodinâmica Quântica em que a carga é o fator responsável pela diferença de massa destas

^{xviii}Maiores detalhes sobre a fórmula semi-empírica de massa podem ser encontrados na Ref.[98] e valores dos parâmetros da fórmula semi-empírica podem ser encontrados, por exemplo, na Ref. [99].

partículas. E como citamos anteriormente na introdução deste trabalho, os cientistas representam as estrelas de nêutrons como compostas, fundamentalmente, por porções macroscópicas da *matéria nuclear assimétrica e infinita*, designação associada a essa concepção idealizada de sistemas de muitos bárions interagentes. Apesar de aparentemente inusitado, o termo *infinito* se aplica, na prática, bastante bem a uma estrela de nêutrons, já que estes sistemas contém cerca de 10^{58} bárions.

Utilizando-se o modelo da gota líquida, pode-se escrever, de maneira similar à fórmula semi-empírica de massa, uma formulação, também de caráter semi-empírico, para a compressibilidade de sistemas nucleares finitos na forma

$$K = K_v + K_s A^{-1/3} + K_c Z(Z-1)A^{-4/3} + K_a (Z-N)^2, \quad (2.25)$$

onde o significado dos termos é similar ao caso da fórmula semi-empírica de massa, levando-se em conta, nesta expressão, que o termo de superfície, $K_s A^{-1/3}$, caracteriza a *resistência* do sistema nuclear finito à tensão superficial. No limite em que $A \rightarrow \infty$, a formulação semi-empírica de compressibilidade possibilita, similarmente ao que ocorre com a fórmula semi-empírica de massa, a descrição de propriedades globais estáticas da matéria nuclear. No caso em que consideramos, em uma primeira abordagem, a descrição de propriedades de um núcleo finito com densidade constante (*incompressível*), a *resistência* deste núcleo à compressão externa seria *infinita*. O mesmo aconteceria no caso de adotarmos, como uma primeira aproximação na descrição de propriedades globais de estrelas de nêutrons, um sistema com densidade bariônica ou densidade de energia constante. Evidentemente, casos "realísticos" correspondem a sistemas nucleares com graus finitos de compressibilidade.

E para visualizarmos, ainda que de forma sintetizada, algumas das principais predições teóricas com vistas à descrição de propriedades da matéria nuclear e de estrelas de nêutrons, apresentamos a seguir o modelo de gás de Fermi, o qual descreve a dinâmica de sistemas nucleares de muitos corpos com aplicações a estrelas de nêutrons.

2.8 Modelo do Gás de Fermi para Estrelas de Nêutrons

Consideramos, nesta seção, um modelo simples de estrelas de nêutrons, o modelo de gás de Fermi ideal, supondo a estrela composta apenas por nêutrons (n), prótons (p) e elétrons (e). Apesar de sua simplicidade, este modelo possibilita a ilustração de vários aspectos estruturais importantes destes objetos estelares.

A Relatividade Especial representa o referencial teórico para a descrição da equação de estado do modelo de gás de Fermi ideal^{xix}. Neste modelo, cada uma das partículas do sistema (n,p,e) contribui para a composição da densidade de energia total ε , da pressão p e da densidade bariônica ρ de acordo com as seguintes expressões:

^{xix}O modelo de gás de Fermi define as propriedades de um sistema de férmions não interagentes em um poço de potencial infinito.

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_i &= \frac{\gamma}{2\pi^2} \int_0^{k_{F,i}} \sqrt{k^2 + m_i^2} k^2 dk; \\
 p_i &= \frac{1}{3} \frac{\gamma}{2\pi^2} \int_0^{k_{F,i}} \frac{k^2}{\sqrt{k^2 + m_i^2}} k^2 dk; \\
 \rho_i &= \frac{\gamma}{2\pi^2} \int_0^{k_{F,i}} k^2 dk,
 \end{aligned} \tag{2.26}$$

em que $i = n, p, e$, $k_{F,i}$ representa os momenta de Fermi de cada uma das partículas e γ denota o grau de degenerescência, em função dos estados de momenta lineares, do sistema. É importante salientar porém, que a suposição de que o sistema em foco pode ser descrito por um modelo de gás degenerado, é válida apenas a baixas temperaturas; essa suposição se aplica bastante bem para um estrela de nêutrons tendo em vista que, do ponto de vista das escalas nucleares, uma estrela de nêutrons pode ser considerada *fria* ($T_{estrela} \sim [10^5 - 10^9] K$), embora seja a estrela ainda *quente* em relação à temperatura da radiação cósmica de fundo de aproximadamente $3K$. É importante também ressaltar que as expressões da densidade de energia e da pressão interna do gás acima apresentadas obedecem a Primeira Lei da Termodinâmica

$$p = \rho^2 \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{\varepsilon}{\rho} \right), \tag{2.27}$$

conferindo ao modelo, apesar de sua simplicidade, consistência termodinâmica. Ademais, tendo em vista que o conhecimento da equação de estado (EoS) do gás permite a predição teórica de propriedades globais estáticas da estrela bem como aspectos que configuram sua evolução, ao integrar-se as expressões acima para a equação de estado encontramos

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_i &= \frac{1}{8\pi^2} \left[\mu_i k_{F,i} (2k_{F,i}^2 + m_i^2) + m_i^4 \ln \left| \frac{m_i}{\mu_i + k_{F,i}} \right| \right]; \\
 p_i &= \frac{1}{24\pi^2} \left[\mu_i k_{F,i} (2k_{F,i}^2 - 3m_i^2) + 3m_i^4 \ln \left| \frac{\mu_i + k_{F,i}}{m_i} \right| \right]; \\
 \rho_i &= \frac{k_{F,i}^3}{3\pi^2}, \quad (i = n, p, e),
 \end{aligned} \tag{2.28}$$

onde $\mu_i = \sqrt{k_{F,i}^2 + m_i^2}$ caracteriza a energia de Fermi de cada uma das partículas do sistema. Deste modo, obtivemos a EoS do modelo em foco na forma de uma equação paramétrica que relaciona a pressão e a densidade de energia do gás:

$$p(\rho) = p(\varepsilon(\rho)). \tag{2.29}$$

Procedemos a seguir à minimização da densidade de energia total do gás; este procedimento permite a obtenção de uma propriedade muito importante, o seu equilíbrio químico

$$\varepsilon(\rho_n, \rho_p, \rho_e) = \varepsilon(\rho_n) + \varepsilon(\rho) + \varepsilon(\rho_e), \tag{2.30}$$

para uma dada densidade bariônica total fixa

$$\rho(n, p, e) = \rho_n + \rho_p + \rho_e. \tag{2.31}$$

A condição de neutralidade de carga elétrica do gás pode ser expressa em termos das

densidades dos prótons e elétrons na forma

$$\rho_p = \rho_e. \quad (2.32)$$

Essas condições podem ser tecnicamente implementadas no formalismo por meio do método de *multiplicadores de Lagrange*, como veremos a seguir, que consiste, em uma primeira etapa, em definir-se uma função, que incorpora as expressões acima multiplicadas por coeficientes a serem determinados, no caso representados pelos símbolos α e β ,

$$F(\rho_n, \rho_p, \rho_e) \equiv \varepsilon(\rho_n, \rho_p, \rho_e) + \alpha(\varepsilon(\rho_n, \rho_p, \rho_e) - \rho_n - \rho_p) + \beta(\rho_e - \rho_p); \quad (2.33)$$

em uma segunda etapa do procedimento, impomos a esta função, para variações arbitrárias das densidades envolvendo os três tipos de partículas do sistema, a condição adicional:

$$\frac{\partial F}{\partial \rho_n} = \frac{\partial F}{\partial \rho_p} = \frac{\partial F}{\partial \rho_e} = 0. \quad (2.34)$$

E da expressão de densidade de energia obtemos

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho_i} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial \rho_i} = \sqrt{k_i^2 + m_i^2}, \quad (i = n, p, e). \quad (2.35)$$

Combinando-se essas equações com a *função de Lagrange* $F(\rho_n, \rho_p, \rho_e)$, a etapa seguinte do procedimento permite expressarmos os coeficientes α e β (*multiplicadores de Lagrange*) em termos dos potenciais químicos das partículas do sistema:

$$\begin{aligned} \alpha &= \sqrt{k_n^2 + m_n^2} \equiv \mu_n, \\ \alpha + \beta &= \sqrt{k_p^2 + m_p^2} \equiv \mu_p, \\ -\beta &= \sqrt{k_e^2 + m_e^2} \equiv \mu_e. \end{aligned} \quad (2.36)$$

Ao eliminarmos destas equações os *multiplicadores de Lagrange* α e β , concluímos que

$$\mu_p = \mu_n - \mu_e, \quad (2.37)$$

portanto, que o sistema obedece à condição de neutralidade de carga elétrica. De maneira subjacente a esta condição, o preenchimento dos níveis de energia das partículas do sistema é realizado de maneira consistente com a condição de equilíbrio termodinâmico e estatístico, correspondendo portanto a sua energia total a um estado de mínima. Estas condições implicam que energia adicional não pode ser extraída do gás por meio de um processo em que um nêutron sofra decaimento beta ou por meio de um processo em que um próton sofra decaimento beta inverso.

É importante ressaltar que no estudo da evolução de estrelas de nêutrons, quando nos referimos ao equilíbrio termodinâmico estelar, consideramos que a estrela é caracterizada por um único valor de temperatura; nos referimos portanto ao conceito de temperatura global e supomos que tanto as partículas massivas quanto aquelas não-massivas da estrela (fótons e neutrinos) tenham idênticos valores de temperatura. Esta suposição não é estritamente correta, na medida em que diferentes camadas estelares apresentam temperaturas distintas, sendo as temperaturas das camadas mais internas mais expressivas do que aquelas das mais externas. Esta suposição apresenta no entanto, na prática, expressivo grau de validade na medida em que o livre caminho médio dos fótons na matéria estelar, λ_f , é muito menor do que o espaçamento típico das regiões

onde ocorre variações expressivas da temperatura estelar, $\lambda_f \ll T_{estrela}/|\partial_x T_{estrela}|$.

2.9 Conclusões

Neste capítulo, abordamos conceitos essenciais para o entendimento dos capítulos subsequentes. A saber, matéria nuclear infinita, estágios evolutivos de estrelas compactas, densidade típica de anãs brancas e sua relação com a densidade de estrelas de nêutrons, luminosidade de estrelas e suas respectivas temperaturas superficiais, a dependência do campo magnético em termos do período e sua variação temporal; os diferentes sistemas compactos binários observados e suas respectivas massas e, por fim, o modelo de Gás de Fermi. No capítulo seguinte, usaremos o modelo de Gás de Fermi bem como o modelo efetivo hadrodinâmico quântico I para determinar a sequência estelar proveniente de soluções das equações TOV [63, 64].

Capítulo 3

Equações de Estado de Hádrons

3.1 Introdução

Neste capítulo apresentamos o modelo do gás ideal de férmions livres e uma breve revisão do modelo efetivo com graus de liberdade hadrônicos. Mais especificamente, abordamos o modelo relativístico da hadrodinâmica quântica em sua versão original, conhecido como HDQ-I [100, 101, 102]. Do ponto de vista teórico, a cromodinâmica quântica (CDQ) deveria, em princípio, fornecer a descrição mais adequada e consistente da complexa composição hadrônica das estrelas de nêutrons bem como da composição da matéria de quarks e glúons em sua região mais interna. No entanto, como é bem sabido, o comportamento não linear em graus extremos da CDQ quando consideramos particularmente escalas de energias hadrônicas inibe a realização de cálculos formais exatos devido a natureza não perturbativa. Essa limitação tem levado os teóricos a buscar descrições fenomenológicas efetivas da estrutura da matéria nuclear no domínio de altas densidades como, por exemplo, a abordagem desenvolvida por J.D. Walecka, a hadrodinâmica quântica (HDQ) [100, 101].

3.2 Modelos Efetivos para a Matéria Nuclear

A Hadrodinâmica Quântica (HDQ) é uma teoria quântica de campos relativísticos baseada em uma densidade Lagrangiana local com acoplamentos entre os núcleons e mésons dos tipos escalar-isoscalar atrativo σ e vetorial-isoescalar repulsivo ω desempenhando o papel de graus de liberdade mesônicos efetivos de campo médio relevantes. Este modelo fornece uma estrutura teórica consistente para descrever propriedades estáticas globais de sistema de muitos corpos sob a ação da interação forte e em condições extremas de pressão e densidade como aquelas encontradas em estrelas de nêutrons e pulsares.

Uma abordagem alternativa, o modelo não linear de J. Boguta e A.R. Bodmer [103] foi desenvolvido para aprimorar a descrição de algumas das propriedades estáticas da matéria nuclear, mais precisamente, a massa efetiva do núcleon, M^* , e o módulo de compressão da matéria nuclear simétrica, K . Por meio da introdução, na formulação lagrangeana da teoria, de termos escalares de auto-interação de ordens cúbica e

quártica, o modelo tem dois parâmetros adicionais que permitem e fornecem flexibilidade suficiente para reproduzir, na densidade de saturação, valores atualmente aceitos para o módulo de compressão da matéria nuclear simétrica e para a massa efetiva do núcleon [103].

Algumas das desvantagens do modelo de Walecka são que os valores obtidos para a massa efetiva do núcleon a altas densidades são muito reduzidos enquanto os valores para a incompressibilidade nuclear no limite de saturação são muito elevados quando comparados aos resultados experimentais. Para evitar este problema, Zimanyi e Moszkowski (ZM) [104], baseados no modelo relativístico da teoria de grupos SU(6), introduziram um acoplamento alternativo entre o méson escalar e o núcleon na forma de um acoplamento derivativo escalar e adicionalmente um acoplamento entre os mésons escalares e vetoriais. Ainda que a inclusão desses acoplamentos torne o modelo ZM não renormalizável, sua aplicação à descrição de propriedades estáticas da matéria nuclear, usando a aproximação semi-clássica de Thomas-Fermi, que é equivalente à aproximação do campo médio quântico, possibilita o aprimoramento descritivo da massa efetiva do núcleon, da densidade de energia e da incompressibilidade nucleares, entre outras propriedades relevantes.

As teorias de Walecka, Boguta-Bodmer e Zimanyi e Moszkowski são conhecidas também como *teorias efetivas*, já que a influência do meio e dos graus de liberdade mais elementares de um sistema de muitos corpos nucleares está *embutida* nas constantes de acoplamento dos modelos.

Destaca-se neste sentido o formalismo lagrangiano fenomenológico com acoplamentos méson-bárion não lineares conhecido como Modelo Derivativo Fenomenológico com Acoplamento Ajustável [105, 106, 107, 108, 109]. A densidade lagrangiana do modelo descreve um sistema de oito bárions ($B = p, n, \Lambda, \Sigma^-, \Sigma^0, \Sigma^+, \Xi^-, \Xi^0$), acoplados a três mésons (σ, ω, ρ) e dois léptons (e, μ) e novas constantes de acoplamento que correspondem a um reescalonamento dos termos padrão de acoplamentos escalares, vetoriais e isovetoriais.

Este modelos citados apresentam uma estrutura relativística de campo médio onde os núcleons interagem entre si trocando mésons escalares, vetoriais, isoescalares e isovetoriais de natureza *virtual*, sem considerar explicitamente graus de liberdade de quarks e glúons, e simulando componentes mesônicas atrativas de longo alcance (dentro do domínio de $\sim 10^{-15}m$), e componentes repulsivas de curto alcance da força nuclear. O tratamento é linearizado através da utilização da referida aproximação de campo médio, na qual os campos mesônicos são tratados como constantes, ou seja, leva-se em conta apenas seus valores clássicos.

No que segue abordamos o modelo $\sigma - \omega$ da hadrodinâmica quântica QHD-I de Walecka, um dos modelos mais utilizados na descrição da matéria nuclear, com aplicações à física nuclear e na descrição de estrelas de nêutrons. E nos referimos por simplicidade aos campos dos mésons σ e ω , que descrevem respectivamente os aspectos atrativos e repulsivos da interação forte nuclear, como mésons escalares e vetoriais, omitindo por-

tanto sua característica isoescalar comum¹. Para uma perspectiva sobre o presente e o futuro das teorias efetivas ver a Ref [102].

3.3 Modelo HDQ-I

John Dirk Walecka propôs na metade dos anos setenta [100, 101, 110, 111] uma teoria covariante de Lorentz da matéria nuclear que descreve a interação entre os núcleons e dois campos mesônicos, os mésons escalar-isoscalar atrativo σ e vetorial-isoescalar repulsivo ω (teoria $\sigma - \omega$). A teoria de Walecka, embora não sendo uma teoria fundamental, visto que é formulada em termos de campos hadrônicos efetivos, os bárions e os mésons, mostra-se particularmente conveniente para descrever propriedades globais estáticas da matéria nuclear, particularmente no regime de campo médio, em que os aspectos descritivos locais da interação forte mostram-se menos relevantes, sendo portanto suprimidos.

A fenomenologia nuclear indica que as componentes mais expressivas da amplitude de espalhamento núcleon-núcleon, observadas em uma análise invariante de Lorentz, são devidas às contribuições de mésons escalares e vetoriais neutros. No limite estático em que se considera fontes bariônicas *infinitamente pesadas*, estes acoplamentos dão origem à interação núcleon-núcleon efetiva de Yukawa [101]:

$$V(r) = \frac{g_v^2}{4\pi} \frac{e^{-m_v r}}{r} - \frac{g_s^2}{4\pi} \frac{e^{-m_s r}}{r}. \quad (3.1)$$

Escolhas apropriadas das constantes de acoplamento, g_s e g_v , e das massas, m_s e m_v , associadas respectivamente aos mésons escalar e vetorial, possibilitam a descrição, ao menos no que se refere ao enfoque qualitativo, de algumas das principais características da interação núcleon-núcleon. A teoria também é automaticamente causal enquanto suas constantes de acoplamento podem ser algebricamente relacionadas às propriedades de volume da matéria nuclear. Dessa forma a teoria pode ser firmemente ancorada no conhecimento que temos sobre: (1) causalidade, (2) estabilidade microscópica (princípio de Le Chatelier, $dp/d\rho \geq 0$), (3) propriedades de saturação da matéria nuclear, e, no caso de considerarmos graus de liberdade de quarks, (4) nas propriedades de liberdade assintótica de quarks a altas densidades.

O termo de interação do Lagrangeano do modelo HDQ-I, \mathcal{L}_{int} , corresponde a um escalar de Lorentz com o campo do méson escalar, $\sigma(x)$, acoplado à densidade escalar bariônica, $\bar{\psi}(x)\psi(x)$, e o campo do méson vetorial, $\omega_\mu(x)$, à corrente quadrvetorial bariônica, $\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\psi(x)$, por meio de contração quadrvetorial, sendo definido na forma

$$\mathcal{L}_{int} = g_\sigma \sigma(x) \bar{\psi}(x)\psi(x) - g_\omega \bar{\psi}(x)\omega_\mu(x)\gamma^\mu\psi(x), \quad (3.2)$$

¹Na física de partículas, o termo *isoescalar* refere-se à transformação escalar de uma partícula ou campo sob o grupo SU(2) de isospin. Estados isoescalares são do tipo singleto, descrevendo portanto estados de isospin total zero e onde a terceira componente de isospin também é igual a zero, sendo assim muito parecidos com um estado singleto correspondente a uma adição de spin de 2 partículas fermiônica. Mésons que têm todos os números quânticos iguais a zero, são conhecidos como isoescalares.

onde $x \equiv x^\mu \equiv (t, x, y, z)$. A escolha de sinais de ambos os termos é arbitrária e feita de forma que os valores médios dos campos correspondam a números positivos.

Adicionando o lagrangeano livre das partículas do sistema:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{livre} = & \bar{\psi}(x)(i\gamma_\mu\partial^\mu - M)\psi(x) + \frac{1}{2}(\partial_\mu\sigma(x)\partial^\mu\sigma(x) - m_\sigma^2\sigma^2(x)) \\ & - \frac{1}{4}\omega_{\mu\nu}(x)\omega^{\mu\nu}(x) + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_\mu(x)\omega^\mu(x), \end{aligned} \quad (3.3)$$

com o lagrangeano de interação obtemos o lagrangeano total no Modelo de Walecka:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_W = & \bar{\psi}(x)(i\gamma_\mu\partial^\mu - M)\psi(x) + \frac{1}{2}(\partial_\mu\sigma(x)\partial^\mu\sigma(x) - m_\sigma^2\sigma^2(x)) \\ & - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}(x)F^{\mu\nu}(x) + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_\mu(x)\omega^\mu(x) + g_\sigma\sigma(x)\bar{\psi}(x)\psi(x) - g_\omega\bar{\psi}(x)\omega_\mu(x)\gamma^\mu\psi(x). \end{aligned} \quad (3.4)$$

Nestas expressões, $\psi(x)$ representa o campo dos núcleons de massa M , $\sigma(x)$ denota o campo do méson escalar-isoescalar de massa m_σ , $\omega^\mu(x)$ o campo do méson vetorial-isoescalar de massa m_ω e $F^{\mu\nu}(x) = \partial^\mu\omega^\nu(x) - \partial^\nu\omega^\mu(x)$ o tensor totalmente antisimétrico, que descreve a energia cinética do méson $\omega^\mu(x)$.

3.3.1 Equações de movimento

As equações de movimento dos campos acima considerados são derivadas do Princípio de Mínima Ação (Princípio de Hamilton)

$$\delta \int \mathcal{L} dt = \delta \int \mathcal{L} \left(q, \frac{\partial q}{\partial x_\mu}; t \right) d^4x = 0, \quad (3.5)$$

onde q representa uma variável de campo, \mathcal{L} a densidade lagrangeana para o campo $q(\mathbf{x}, t)$, e t e \mathbf{x} definem variáveis de integração em hiper-superfícies associadas ao híper-volume V . O campo $q(\mathbf{x}, t)$ é a quantidade variada no Princípio de Hamilton de acordo com $q(\mathbf{x}, t) \rightarrow q(\mathbf{x}, t) + \varepsilon(\mathbf{x}, t)$ considerando-se condições de contorno físicas apropriadas para ε .

As equações de Euler-Lagrange, obtidas a partir da aplicação deste princípio à densidade lagrangeana, são expressas na formaⁱⁱ

$$\frac{\partial}{\partial x^\mu} \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial q_i / \partial x^\mu)} \right] - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = 0, \quad (3.6)$$

onde as variáveis q_i representam *coordenadas generalizadas (coordenadas funcionais)* da teoria de campos e, quando considerada a densidade lagrangeana (3.4), correspondem, respectivamente, a

$$q_i = (\omega_\mu; \sigma; \bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma_0).$$

Aplicando a este lagrangiano as equações de Euler-Lagrange encontramos as seguintes equações para os campos σ, ω e ψ :

$$(\partial_\mu\partial^\mu + m_\sigma^2)\sigma(x) = g_\sigma\bar{\psi}(x)\psi(x), \quad (3.7)$$

que representa uma equação do tipo de Klein-Gordon para o campo do méson escalar $\sigma(x)$ com uma fonte escalar de Lorentz, a densidade escalar bariônica $\bar{\psi}(x)\psi(x)$;

$$\partial_\alpha F^{\mu\nu}(x) + m_\omega^2\omega^\nu(x) = g_\omega\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\psi(x), \quad (3.8)$$

que denota uma equação na forma da equação de Proca massiva (que é a forma rela-

ⁱⁱEstas equações são covariantes se \mathcal{L} for uma densidade escalar de Lorentz.

tivística da equação de Maxwell porém com "fótons" massivos), para o campo vetorial $\omega^\nu(x)$, contendo uma fonte vetorial de Lorentz representada pela corrente bariônica conservada $B^\nu = \bar{\psi}(x)\gamma^\nu\psi(x)$;

$$\left(i\gamma_\mu(\partial^\mu + ig_\omega\omega^\mu(x)) - (M - g_\sigma\sigma(x))\right)\psi(x) = 0, \quad (3.9)$$

que representa uma equação (modificada) de Dirac para o campo bariônico ψ com *acoplamento mínimo* escalar-vetorial.

3.3.2 Conservação da corrente bariônica

A corrente quadrivetorial bariônica, definida como

$$B^\mu(x) = \bar{\psi}(x)\gamma^\mu\psi(x), \quad (3.10)$$

é conservada no modelo HDQ-I e, como veremos, em outros modelos do tipo HDQ considerados nesta tese.

A equação do campo complexo conjugado hermitiano $\bar{\psi}(x)$ pode ser obtida diretamente da eq. (3.9) ou por meio da aplicação das equações de Euler-Lagrange à densidade lagrangeana do modelo, considerando-se que o operador ∂_μ atue à esquerda dos campos dos núcleons. Considerando $q = \psi$:

$$\bar{\psi}\left(i\gamma^\mu\overleftarrow{\partial}_\mu + Mm^* + g_\omega\gamma^\mu\omega_\mu\right) = 0. \quad (3.11)$$

A conservação da corrente quadrivetorial bariônica em sua versão completa pode ser então estabelecida:

$$\partial_\mu B^\mu = \bar{\psi}\gamma^\mu\left(\overrightarrow{\partial}_\mu + \overleftarrow{\partial}_\mu\right)\psi = 0. \quad (3.12)$$

Combinando-se esta lei de conservação com a equação (3.9) e o caráter de antissimetria do tensor $F_{\mu\nu}(x)$, obtemos

$$\partial_\mu\omega^\mu(x) = 0, \quad (3.13)$$

que representa a lei de conservação do campo do méson vetorial-isovetorial massivo $\omega^\mu(x)$ e pode ser identificada com o *calibre* de Lorentz.

No que segue, por simplicidade formal, utilizamos esporadicamente, quando absolutamente necessário por motivos de clarificação, a dependência espaço-temporal das funções e campos considerados.

3.3.3 Tensor energia-momentum

Na mecânica de sistemas contínuos, o tensor energia-momentum é definido na forma

$$T_{\mu\nu} = -g_{\mu\nu}\mathcal{L} + \frac{\partial q_i}{\partial x^\nu} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial q_i/\partial x_\mu)}, \quad (3.14)$$

onde $g_{\mu\nu}$ representa o tensor métrico e índices repetidos indicam somas com respeito às coordenadas generalizadas. As equações de Euler-Lagrange asseguram que o tensor $T_{\mu\nu}$ é conservado, satisfazendo portanto

$$\frac{\partial}{\partial x_\mu} T_{\mu\nu} \equiv \partial^\mu T_{\mu\nu} = 0; \quad (3.15)$$

resulta então, desta expressão, que o quadrivetor

$$P_\nu = \int d^3x T_{0\nu} \quad (3.16)$$

é uma constante de movimento. Considerando-se um fluido ideal uniforme, o tensor energia-momentum *observado* deve ter a forma

$$\langle T_{\mu\nu} \rangle = (\varepsilon + p) u_\mu u^\nu - p g_{\mu\nu} , \quad (3.17)$$

onde ε é a densidade de energia do sistema, p a pressão e u é o quadrivetor velocidade do fluido, que apresenta as seguintes propriedades $u_\mu^2 = 1$ e (em repouso) $u_\mu = (1, \mathbf{0})$.

A abordagem que adotaremos neste trabalho, que considera um modelo cuja *aproximação* é a de um *fluido ideal*, será justificada pela simplificação formal que a *aproximação de campo médio* possibilita, como veremos a seguir. Neste caso, o tensor energia-momentum é semelhante ao de um gás de Fermi ideal, embora com as massas e os momenta lineares dos núcleons reescalados. Adicionalmente, nesta aproximação ocorrem apenas termos diagonais na formulação lagrangeana, o que é um indicador da ausência de efeitos dissipativos como *cisalhamento*, *viscosidade* e de *compressão viscosa*.

Podemos então proceder à identificação

$$\varepsilon = \langle T_{00} \rangle , \quad (3.18)$$

para a densidade de energia e

$$p = \frac{1}{3} \langle T_{ii} \rangle , \quad (3.19)$$

para a pressão interna do sistema.

3.3.4 Aproximação de campo médio

As três equações diferenciais não-lineares acopladas (3.7), (3.8) e (3.9) são claramente não lineares. Portanto, suas soluções tornam-se viáveis apenas por meio de procedimentos numéricos [48, 89, 101, 110, 111]. As constantes de acoplamento g_σ e g_ω , são determinadas de modo que os modelos efetivos descrevam propriedades globais estáticas de sistemas nucleares na densidade de saturação. Neste procedimento, estas constantes adquirem valores maiores do que a unidade, indicando que métodos perturbativos não são aplicáveis, *a priori*, aos formalismos em foco. Isto porque, na medida em que a interação é expressa em termos de uma série não-convergente, a sequência de suas somas parciais não tende a um valor limite. Assim sendo, as somas parciais da série não se tornam cada vez mais próximas de um dado número quando o número de seus termos aumenta.

A aproximação de campo médio, por sua vez, quando aplicada a formalismos lagrangeanos efetivos que descrevem sistemas nucleares de muitos corpos, torna-se tanto mais válida à medida em que cresce a densidade do sistemaⁱⁱⁱ.

No que segue considerarmos por simplicidade um sistema uniforme de B bárions confinados em um sistema nuclear *modelado como uma caixa* de volume V , — pois o formato do confinamento não se mostra relevante. À medida em que a densidade bariônica do sistema cresce, também cresce de maneira proporcional a intensidade das fontes dos mésons escalares e vetoriais, caracterizadas respectivamente pela densidade

ⁱⁱⁱÉ importante ressaltar que do ponto de vista nuclear, estrelas de nêutrons devem ser descritas por uma matéria nuclear caracterizada por altas densidades e baixas temperaturas.

escalar e pela corrente quadrivetorial bariônica, cujas expressões aparecem no lado direito das equações (3.7) e (3.8). E, à medida em que as amplitudes dos termos de fonte tornam-se muito expressivos comparativamente às variações (flutuações) temporais e espaciais dos campos dos mésons, devido à ocorrência de densidades altas como aquelas encontradas em estrelas de nêutrons e pulsares, atingimos o domínio de validade da aproximação de campo médio. Ou seja, neste domínio de validade, as amplitudes das variações (flutuações) temporais e espaciais dos campos dos mésons tornam-se progressivamente, com o aumento da densidade bariônica, muito menos relevantes do que as amplitudes, dadas pelos valores esperados quânticos da densidade escalar e da corrente quadrivetorial bariônicas podendo aquelas serem desconsideradas (desprezadas).

Para um sistema estático e uniforme as quantidades σ_0 e ω_0 , que representa os valores dos campos médios, tornam-se então, em altas densidades, grandezas descritas por valores constantes quando referidas no espaço-tempo e, portanto, independentes de x_μ . São porém quantidades ainda dependentes da densidade bariônica do sistema. De outra feita, invariância rotacional implica que o valor esperado do operador de campo do méson isoescalar vetorial, por sua vez, $\langle \boldsymbol{\omega}(x) \rangle$, desaparece. Os valores constantes deste mésons constituem então, no jargão típico da área, o que denominamos de *condensados mesônicos*.

A aproximação de campo médio permite então a incorporação, nas massas e nas energias dos bárions, das propriedades dinâmicas do sistema de muitos corpos, de um modo tal que os graus de liberdade responsáveis por parte expressiva desses efeitos dinâmicos possam ser tratados como constantes, quando consideramos o espaço-tempo, embora não sejam constantes no espaço recíproco de energia e momentum linear.

Isto faz com que as equações dinâmicas do modelo apresentem uma estrutura similar à do modelo do gás de Fermi ideal, embora o tratamento no caso idealizado seja fundamentalmente distinto do caso que consideramos, na medida em que nesse, diferentemente daquele, a interação forte se faz presente.

A aproximação de campo médio pode ser sintetizada na seguinte forma. Quando a densidade bariônica da matéria nuclear aumenta ao ponto de atingir densidades da ordem de grandeza daquelas encontradas em estrelas de nêutrons e pulsares, o número de *quanta* trocados entre os bárions cresce de maneira tal que as flutuações quânticas dos campos mesônicos podem ser desprezadas: essas partículas comportam-se então como se fossem campos clássicos. Os bárions, por sua vez, propagam-se como se fossem partículas livres, independentes das demais, embora interagindo por meio de um campo médio comum a todos os núcleons. Com isto, o problema de muitos corpos reduz-se a um problema de um corpo sob a influência de um potencial efetivo. No modelo utilizado, as partículas *reais* são os bárions, enquanto os mésons são partículas virtuais, e isso implica na inexistência de correntes mesônicas. Por isso, os campos dos mésons não são quantizados, sendo então substituídos como vimos por campos médios, que não dependem dos graus de liberdade do espaço-tempo, mas são dependentes da densidade bariônica.

Ao descrever a matéria nuclear estática uniforme no seu estado fundamental, subs-

tituímos os campos dos mésons por seus valores médios, $\sigma \rightarrow \langle \sigma \rangle$, e $\omega_\mu \rightarrow \langle \omega_\mu \rangle$. Estes valores são computados nas equações acima com as fontes de corrente dos bárions determinadas considerando o estado fundamental da matéria nuclear. Na matéria estática e uniforme as fontes de corrente $\bar{\psi}\psi$ e $\bar{\psi}\gamma^\mu\psi$ são independentes de x_μ . Como consequência, as equações de Euler-Lagrange ficam reduzidas a uma forma simples:

$$m_\sigma^2 \langle \sigma \rangle = g_\sigma \langle \bar{\psi}\psi \rangle; \quad (3.20)$$

$$m_\omega^2 \langle \omega^\mu \rangle = g_\omega \langle \bar{\psi}\gamma^\mu\psi \rangle; \quad (3.21)$$

$$\left(i\gamma_\mu (\partial^\mu + ig_\omega \langle \omega^\mu \rangle) - (M - g_\sigma \langle \sigma \rangle) \right) \psi = 0. \quad (3.22)$$

Podemos escrever então a equação de Dirac na forma:

$$(\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{k} + \beta M^*) \psi(\mathbf{k}, \lambda) = [\epsilon(k) - g_\omega \omega_0] \psi(\mathbf{k}, \lambda), \quad (3.23)$$

onde $\boldsymbol{\alpha}$ e β representam as matrizes spin de Pauli. Desta expressão, vemos que o campo *condensado* vetorial ω_0 desloca a energia (ou frequência) das soluções enquanto que o campo condensado escalar σ_0 desloca a massa dos núcleons

$$M^* = M - g_\sigma \sigma_0, \quad (3.24)$$

obtendo-se então a equação de autovalores

$$\epsilon(k) \equiv \epsilon^{(\pm)}(k) = g_\omega \omega_0 \pm \sqrt{k^2 + M^{*2}} \equiv g_\omega \omega_0 \pm E^*(k). \quad (3.25)$$

Os espinores correspondentes são:

$$(\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{k} + \beta M^*) U(\mathbf{k}, \lambda) = [\epsilon^{(+)}(k) - g_\omega \omega_0] U(\mathbf{k}, \lambda) = E^*(k) U(\mathbf{k}, \lambda); \quad (3.26)$$

e

$$(\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{k} - \beta M^*) V(\mathbf{k}, \lambda) = -[\epsilon^{(-)}(k) - g_\omega \omega_0] V(\mathbf{k}, \lambda) = E^*(k) V(\mathbf{k}, \lambda). \quad (3.27)$$

Destas equações resulta, ao multiplicarmos à esquerda por β e pelo espinor adjunto $\bar{\psi}$, e após multiplicarmos as equações adjuntas correspondentes à direita por β e pelo espinor ψ e adicionarmos então as equações resultantes^{iv}:

$$M^* U^\dagger(\mathbf{k}, \lambda) U(\mathbf{k}, \lambda) = E^*(k) \bar{U}(\mathbf{k}, \lambda) U(\mathbf{k}, \lambda); \quad (3.28)$$

e

$$M^* V^\dagger(\mathbf{k}, \lambda) V(\mathbf{k}, \lambda) = -E^*(k) \bar{V}(\mathbf{k}, \lambda) V(\mathbf{k}, \lambda). \quad (3.29)$$

A solução geral da equação linear (modificada) de Dirac é dada pela expressão:

$$\psi(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\mathbf{k}\lambda} \left[A_{\mathbf{k}\lambda} U(\mathbf{k}, \lambda) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x} - i\epsilon^{(+)}(k)t} + B_{\mathbf{k}\lambda}^\dagger V(\mathbf{k}, \lambda) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x} - i\epsilon^{(-)}(k)t} \right]. \quad (3.30)$$

Na aproximação de campo médio (ACM), a densidade lagrangeana tem a forma:

$$\mathcal{L}_{ACM} = \bar{\psi} \left(i\gamma_\mu \partial^\mu - g_\omega \gamma^0 \omega_0 - M^* \right) \psi - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2. \quad (3.31)$$

Assim, a única variável de campo que resta nas equações é ψ . O tensor energia-momentum adquire então a forma:

$$\begin{aligned} (T_{\mu\nu})_{ACM} &= -g_{\mu\nu} \mathcal{L}_{ACM} + \frac{\partial \psi}{\partial x^\nu} \frac{\partial \mathcal{L}_{ACM}}{\partial (\partial \psi / \partial x_\mu)}, \\ &= i\bar{\psi} \gamma_\mu \partial_\nu \psi - \left(\frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 \right) g_{\mu\nu}. \end{aligned} \quad (3.32)$$

Por meio da combinação desta expressão com (3.18) e (3.19), a densidade de energia

^{iv}Os espinores são normalizados na forma $U^\dagger(\mathbf{k}, \lambda) U(\mathbf{k}, \lambda') = V^\dagger(\mathbf{k}, \lambda) V(\mathbf{k}, \lambda') = \delta_{\lambda\lambda'}$, seguindo a convenção de Bjorken e Drell [112]

e a pressão interna do sistema podem ser expressas, respectivamente, na forma

$$\varepsilon = \psi^\dagger \left(-i\boldsymbol{\alpha} \cdot \boldsymbol{\nabla} + \beta M^* + g_\omega \omega_0 \right) \psi - \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 + \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2, \quad (3.33)$$

e

$$p = \frac{1}{3} \psi^\dagger \left(-i\boldsymbol{\alpha} \cdot \boldsymbol{\nabla} \right) \psi + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2; \quad (3.34)$$

estas equações caracterizam no modelo a equação de estado para a matéria nuclear.

3.3.5 Formulação Hamiltoniana

No processo de quantização do sistema de equações, em uma analogia com a mecânica clássica, definimos o momentum conjugado a ψ como:

$$\Pi_\psi \equiv \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial\psi/\partial t)}. \quad (3.35)$$

Utilizando-se o lagrangeano (3.31) obtemos então:

$$\Pi = i\psi^\dagger(\mathbf{x}). \quad (3.36)$$

Ao definir o momentum canônico, Π , na expressão acima, consideramos a seguir um sistema quântico substituindo-se as variáveis dinâmicas $\psi(\mathbf{x}, t)$ e $\Pi(\mathbf{x}, t)$ em cada ponto do espaço-tempo por operadores Hermitianos que satisfazem as relações de anticomutação

$$\{\psi_\alpha(\mathbf{x}), \Pi_\psi(\mathbf{x}')_\beta\} = i\delta_{\alpha\beta}\delta^{(3)}(\mathbf{x} - \mathbf{x}'), \quad (3.37)$$

e

$$\{\hat{\psi}_\alpha(\mathbf{x}), \hat{\psi}_\beta^\dagger(\mathbf{x}')\} = \delta_{\alpha\beta}\delta^{(3)}(\mathbf{x} - \mathbf{x}'). \quad (3.38)$$

Obtemos ademais relações similares a estas para as amplitudes de *modo normal* ao utilizarmos a equação geral de partícula livre e sua conjugada^v:

$$\{A_{\mathbf{k}\lambda}, A_{\mathbf{k}'\lambda'}^\dagger\} = \delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}\delta_{\lambda\lambda'} = \{B_{\mathbf{k}\lambda}, B_{\mathbf{k}'\lambda'}^\dagger\}, \quad (3.39)$$

e

$$\{A_{\mathbf{k}\lambda}, B_{\mathbf{k}'\lambda'}\} = 0 = \{A_{\mathbf{k}\lambda}^\dagger, B_{\mathbf{k}'\lambda'}^\dagger\}. \quad (3.40)$$

As propriedades dessas relações de anticomutação nos permitem transpor a formulação para o ambiente da segunda quantização interpretando estas amplitudes como operadores característicos de *criação* e de *aniquilação* de partículas.

Podemos então determinar o Hamiltoniano do sistema por meio do tensor de energia-momentum já que podemos defini-lo como:

$$\hat{H} = \int_V d^3x \langle T_{00} \rangle = \int_V d^3x \varepsilon. \quad (3.41)$$

Utilizando-se a condição de normalização e ortogonalidade dos espinores de Dirac, e a

^vÉ importante notar que estas suposições implicam que estamos considerando que os campos $\hat{\psi}$ podem ser tratados, nesta formulação, como campos *livres*. Os campos hadrônicos na realidade não são livres. Esta denominação, *livres*, se refere ao fato de que, na aproximação de campo médio os campos mesônicos, como vimos, não tenham dependência espaço-temporal, se comportando como constantes neste domínio. Isto faz com que as soluções da equação de Dirac para os campos hadrônicos não contenham termos equivalentes a potenciais (os campos mesônicos) dependentes do espaço-tempo. Entretanto, quando consideramos o espaço de fase de densidade bariônica, os campos mesônicos, e portanto os termos equivalentes a potenciais, apresentem variações. Em suma, no espaço de fase de densidade bariônica, os hádrons não são livres.

identidade

$$\frac{1}{V} \int_V d^3x e^{i(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\cdot\mathbf{x}} = \delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}, \quad (3.42)$$

e substituindo a densidade de energia ε na expressão do Hamiltoniano do sistema, obtemos:

$$\hat{H} = \sum_{\mathbf{k}\lambda} \sqrt{k^2 + M^{*2}} \left(A_{\mathbf{k}\lambda}^\dagger A_{\mathbf{k}\lambda} - B_{\mathbf{k}\lambda} B_{\mathbf{k}\lambda}^\dagger \right) + g_\omega \omega_0 \hat{B} - \frac{1}{2} V (m_\omega^2 \omega_0^2 - m_\sigma^2 \sigma^2). \quad (3.43)$$

No cálculo do número bariônico do sistema devemos levar em conta algumas considerações adicionais. Um aspecto importante é que as medidas de quantidades físicas de sistemas nucleares são realizadas em relação ao vácuo. Isto significa dizer que o número bariônico medido deve ser identificado com a diferença entre a densidade de probabilidade associada às soluções das equações dinâmicas dos bárions no estado de muitos corpos interagentes considerado e o seu valor esperado no estado de vácuo. Isto deve ser feito para que sejam levados em conta, no tratamento formal, de maneira consistente, os estados de energia negativa completamente preenchidos do *mar de Dirac*. Assim, podemos escrever para o número bariônico:

$$\hat{B} = \int_V d^3x \hat{\psi}^\dagger \hat{\psi} = \sum_{\mathbf{k}\lambda} \left(A_{\mathbf{k}\lambda}^\dagger A_{\mathbf{k}\lambda} + B_{\mathbf{k}\lambda} B_{\mathbf{k}\lambda}^\dagger \right) \equiv \int_V d^3x [\hat{\psi}^\dagger \hat{\psi} - \langle 0 | \hat{\psi}^\dagger \hat{\psi} | 0 \rangle], \quad (3.44)$$

onde $|0\rangle$ representa o estado de vácuo não interagente^{vi}. Combinando-se as expressões (3.39), (3.40) e (3.44) obtemos

$$\hat{B} = \sum_{\mathbf{k}\lambda} \left(A_{\mathbf{k}\lambda}^\dagger A_{\mathbf{k}\lambda} - B_{\mathbf{k}\lambda}^\dagger B_{\mathbf{k}\lambda} \right), \quad (3.45)$$

ou seja, esta equação mostra que \hat{B} representa a diferença entre o número de ocupação dos bárions e o número de ocupação dos antibárions no sistema.

Este argumento implica em que devemos utilizar o mesmo procedimento para o cálculo da energia do sistema, subtraindo-se então seu valor esperado do vácuo, subtração esta que deve ser realizada à densidade bariônica igual a zero. Desta forma, o Hamiltoniano efetivo do sistema tem a forma:

$$\hat{H} - \langle 0 | \hat{H} | 0 \rangle = \hat{H}_{ACM} + \delta\hat{H}, \quad (3.46)$$

onde

$$\hat{H}_{ACM} = \sum_{\mathbf{k}\lambda} \sqrt{k^2 + M^{*2}} \left(A_{\mathbf{k}\lambda}^\dagger A_{\mathbf{k}\lambda} + B_{\mathbf{k}\lambda}^\dagger B_{\mathbf{k}\lambda} \right) + g_\omega \omega_0 \hat{B} - \frac{1}{2} V (m_\omega^2 \omega_0^2 - m_\sigma^2 \sigma^2), \quad (3.47)$$

$$\delta H = - \sum_{\bar{\mathbf{k}}\lambda} \left(\sqrt{k^2 + M^{*2}} - \sqrt{k^2 + M^2} \right). \quad (3.48)$$

O termo $\delta\hat{H}$ representa a contribuição para a energia dos estados preenchidos de energia negativa e \hat{H}_{ACM} representa o Hamiltoniano do modelo na teoria de campo médio. E no caso em que o Hamiltoniano é diagonal, o problema pode ser resolvido exatamente.

Do ponto de vista físico, \hat{H}_{ACM} pode ser interpretado como descrevendo a dinâmica de propagação dos bárions e antibárions em um meio condensado e uniforme de mésons escalares e vetoriais σ e ω . Ao contrário do campo ω_0 , que pode ser expresso como vimos em termos da densidade bariônica conservada, o campo escalar constante σ_0 deve ser

^{vi}Ao considerarmos o vácuo não interagente, não levamos em conta, neste trabalho, efeitos de polarização do vácuo.

calculado auto-consistentemente, pelo fato de ser uma quantidade dinâmica. Existem duas maneiras de determiná-lo; ou usando a equação a seguir

$$g_\sigma \sigma_0 = \left(\frac{g_\sigma}{m_\sigma} \right)^2 m^{*2} \rho_s(\sigma), \quad (3.49)$$

ou utilizando o argumento termodinâmico de que um sistema fechado com número fixo de partículas e volume constante, à temperatura zero, minimizará sua energia:

$$\frac{\partial}{\partial \sigma} E(B, V; \sigma) = \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[\frac{\varepsilon(\rho_B; \sigma)}{\rho_B} \right] = 0. \quad (3.50)$$

Da equação (3.22), o campo dos bárions representa um auto-estado de momentum linear, pois não há dependência espaço-temporal nos operadores que agem sobre ele. Podemos então escrever $\psi(x) = \psi(k)e^{-ik \cdot x}$ e obter:

$$\left(\gamma_\mu (k^\mu - g_\omega \omega^\mu) - (M - g_\sigma \sigma) \right) \psi = 0. \quad (3.51)$$

A quantidade no interior dos colchetes é uma matriz e ψ representa um espinor de oito componentes. Introduzindo as definições:

$$P_\mu \equiv k_\mu - g_\omega \omega_\mu; \quad (3.52)$$

$$M^* \equiv M - g_\sigma \sigma, \quad (3.53)$$

onde M^* é a chamada massa efetiva do núcleon^{vii}, observa-se que o campo escalar σ_0 atua de forma a reduzir a massa *nua* do núcleon.

Usando as definições acima, a equação de Dirac para o espinor pode ser reescrita na forma

$$\left(\gamma_\mu P^\mu - M^* \right) \psi(P) = 0. \quad (3.54)$$

Procedemos então à racionalização do operador de Dirac, multiplicando esta expressão à esquerda por $(\gamma_\mu P^\mu + M^*)$ e usando as propriedades algébricas das matrizes γ^μ . Obtemos assim

$$\left(P_\mu P^\mu - M^{*2} \right) \psi(P) = 0. \quad (3.55)$$

Desta expressão resulta

$$P_0 = \sqrt{\mathbf{P}^2 + M^{*2}}. \quad (3.56)$$

Os correspondentes auto-valores de energia com momentum \mathbf{k} para partículas e anti-partículas são dados por

$$\begin{aligned} e(\mathbf{k}) &\equiv k_0(\mathbf{k}) = E(\mathbf{k}) + g_\omega \omega_0; \\ \bar{e}(\mathbf{k}) &= E(\mathbf{k}) - g_\omega \omega_0, \end{aligned} \quad (3.57)$$

onde

$$E(\mathbf{k}) \equiv P_0(\mathbf{k}) = \sqrt{(\mathbf{k} - g_\omega \boldsymbol{\omega})^2 + (m - g_\sigma \sigma)^2}. \quad (3.58)$$

Definimos um potencial escalar (S) e um potencial vetorial (V) de Lorentz; o primeiro determina o desvio que a massa do núcleon sofre devido à presença do *condensado* de mésons escalares σ ,

$$S = M^* - M. \quad (3.59)$$

V se refere ao desvio na energia de Fermi devido à presença do *condensado* de mésons

^{vii}Definimos a massa efetiva do núcleon como a massa de um núcleon livre *revestida* pelas componentes escalares da interação forte que, por sua vez, refletem a presença do sistema de muitos corpos na matéria nuclear.

vetoriais ω :

$$V = k_0(\mathbf{k}) - \sqrt{(\mathbf{k} - g_\omega \boldsymbol{\omega})^2 + M^{*2}}. \quad (3.60)$$

De (3.53) e (3.57) resulta

$$S = -g_\sigma \sigma, \quad (3.61)$$

$$V = g_\omega \omega. \quad (3.62)$$

O valor esperado de um operador Γ pode ser expresso, de maneira geral, como

$$\langle \bar{\psi} \Gamma \psi \rangle = \sum_{\kappa} \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} (\bar{\psi} \Gamma \psi)_{\mathbf{k}\kappa} \Theta[\mu - e(\mathbf{k})]; \quad (3.63)$$

$\Theta(x)$: função de Heaviside, igual a 1 para $x \geq 0$ e a 0 nos demais intervalos.

Supomos então que Γ representa o hamiltoniano de Dirac

$$\Gamma \equiv H_D = \gamma_0 (\boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{k} + g_\omega \boldsymbol{\gamma}_\mu \omega^\mu + M^*). \quad (3.64)$$

Uma vez que ψ é auto-estado deste operador:

$$(\psi^\dagger H_D \psi)_{\mathbf{k}\kappa} = \left(\psi^\dagger \gamma_0 (\boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{k} + g_\omega \boldsymbol{\gamma}_\mu \omega^\mu + M^*) \psi \right)_{\mathbf{k}\kappa} = E(\mathbf{k}) + g_\omega \omega_0, \quad (3.65)$$

onde foi utilizada a condição de normalização

$$(\psi^\dagger \psi)_{\mathbf{k}\kappa} = 1. \quad (3.66)$$

A derivada da equação (3.65) em relação a uma grandeza ξ qualquer pode ser expressa na forma

$$\frac{\partial}{\partial \xi} (\psi^\dagger H_D \psi)_{\mathbf{k}\kappa} = (\psi^\dagger \frac{\partial H_D}{\partial \xi} \psi)_{\mathbf{k}\kappa} + k_0(\mathbf{k}) \frac{\partial}{\partial \xi} (\psi^\dagger \psi)_{\mathbf{k}\kappa}. \quad (3.67)$$

Uma vez que $(\psi^\dagger \psi)_{\mathbf{k}\kappa}$ corresponde a um valor constante, o último termo desta expressão é nulo.

Resulta daí uma expressão para a densidade bariônica, fonte do campo ω_0 em (3.21):

$$\rho_B = \langle \psi^\dagger \psi \rangle = 4 \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \Theta[\mu - e(\mathbf{k})] = \frac{2}{3\pi^2} k_f^3, \quad (3.68)$$

onde o número 4 representa a degenerescência de spin e isospin dos núcleons no caso de matéria nuclear.

A derivada de (3.65) em relação a k^i é

$$(\bar{\psi} \gamma^i \psi)_{\mathbf{k}\kappa} = \frac{\partial}{\partial k^i} E(\mathbf{k}). \quad (3.69)$$

Desta expressão resulta que a corrente vetorial bariônica é conservada:

$$\langle \bar{\psi} \gamma^i \psi \rangle = 4 \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \left(\frac{\partial}{\partial k^i} E(\mathbf{k}) \right) \Theta[\mu - e(\mathbf{k})], \quad (3.70)$$

$$= 4 \int \frac{dk^j dk^k}{(2\pi)^3} \int dE(k^j, k^k) = 0. \quad (3.71)$$

O valor de μ é o mesmo em toda a superfície de Fermi; então o valor da integral acima é dado pela diferença entre dois números iguais, anulando-se portanto. Em consequência deste resultado vemos que, da equação (3.21), as componentes espaciais (ω^i) do campo ω também se anulam. As equações (3.57) e (3.58) ficam então:

$$e(\mathbf{k}) = g_\omega \omega_0 + E(k); \quad (3.72)$$

$$E(\mathbf{k}) = \sqrt{k^2 + (M - g_\sigma \sigma)^2}. \quad (3.73)$$

A expressão para a densidade escalar ρ_s , fonte do méson escalar σ , é obtida ao

derivarmos (3.73) em relação a M :

$$(\bar{\psi}\psi)_{\mathbf{k}\kappa} = \frac{\partial E(k)}{\partial M}. \quad (3.74)$$

Substituindo esta expressão em (3.63) :

$$\rho_s \equiv \langle \bar{\psi}\psi \rangle = \frac{2}{\pi^2} \int_0^{k_F} k^2 dk \frac{M^*}{\sqrt{k^2 + M^{*2}}}. \quad (3.75)$$

Equações ainda a serem consideradas em nosso formalismo:

$$g_\sigma \sigma = \left(\frac{g_\sigma}{m_\sigma} \right)^2 \frac{2}{\pi^2} \int_0^{k_F} k^2 dk \frac{M^*}{\sqrt{k^2 + M^{*2}}} \quad (3.76)$$

e

$$g_\omega \omega_0 = \left(\frac{g_\omega}{m_\omega} \right)^2 \rho_B. \quad (3.77)$$

Destas expressões e de (3.72) vemos que à medida em que a densidade bariônica cresce, a componente temporal do méson vetorial aumenta o auto-valor de energia num estado k , enquanto o méson escalar diminui este mesmo auto-valor através da redução da massa efetiva. Em consequência, na densidade de saturação, $\rho_0 = 0.15 \text{ fm}^{-3}$, aparecerá um mínimo na energia de ligação por núcleon cujo valor é -16.0 MeV . As constantes $(g_\sigma/m_\sigma)^2$ e $(g_\omega/m_\omega)^2$, parâmetros da teoria, são determinadas de modo a reproduzir estes valores.

3.3.6 Equação de estado da matéria nuclear

O estado fundamental do Hamiltoniano anteriormente considerado é caracterizado por estados quânticos para os quais todos os níveis da *esfera de Fermi* são completamente preenchidos, ou seja, as partículas do sistema têm vetores de onda do espaço de momentum linear que obedecem à condição $\mathbf{k} \leq \mathbf{k}_F$ (k_F é o vetor de onda na superfície de Fermi) e com degenerescência de spin-isospin representada por γ . Para a matéria nuclear uniforme e simétrica, $\gamma = 4$ e para a matéria pura de nêutrons, $\gamma = 2$.

A densidade bariônica pode ser escrita na forma:

$$\rho_B = \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} d^3k = \frac{\gamma}{6\pi^2} k_F^3. \quad (3.78)$$

Utilizando-se a identidade [110]:

$$U^\dagger \boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{k} U = U^\dagger (\sqrt{k^2 + M^{*2}} - \beta M^*) U = \frac{k^2}{\sqrt{k^2 + M^{*2}}} = \frac{k^2}{E^*(k)}, \quad (3.79)$$

podemos escrever as equações para a densidade de energia ε e para a pressão p :

$$\varepsilon = \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 + \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 + \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} d^3k \sqrt{k^2 + M^{*2}}, \quad (3.80)$$

$$p = \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 + \frac{1}{3} \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} d^3k \frac{k^2}{\sqrt{k^2 + M^{*2}}}. \quad (3.81)$$

Percebe-se que as equações (3.80) e (3.81) descrevem um gás de Fermi relativístico de núcleons *pseudo-livres*, pois a interação nuclear modifica as suas massas e auto-energias, isto é, $M \rightarrow M^*$ e $E \rightarrow E^*$. É importante notar ademais que a densidade escalar difere da densidade bariônica pelo fator $M^*/E^*(k)$ (ver expressão (3.79)) que representa o efeito relativístico da contração de Lorentz. As integrais acima representam a *soma*

contínua de todos os estados ocupados de momentum linear dos núcleons, de acordo com o princípio de exclusão de Pauli. Ainda, podemos reescrever a equação de estado em termos da densidade bariônica e de massa efetiva, substituindo 3.59 e 3.3.5 em 3.80 e 3.81. Com isso,

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \frac{g_\omega^2}{m_\omega^2} \rho_B^3 + \frac{1}{2} \frac{m_\sigma^2}{g_\sigma^2} (M - M^*)^2 + \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} d^3k \sqrt{k^2 + M^{*2}}, \quad (3.82)$$

$$p = \frac{1}{2} \frac{g_\omega^2}{m_\omega^2} \rho_B^3 - \frac{1}{2} \frac{m_\sigma^2}{g_\sigma^2} (M - M^*)^2 + \frac{1}{3} \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} d^3k \frac{k^2}{\sqrt{k^2 + M^{*2}}}. \quad (3.83)$$

Eliminando ρ de $\varepsilon(\rho)$ e de $p(\rho)$, obtemos a equação de estado na forma paramétrica $p = p(\varepsilon)$. A teoria apresenta consistência termodinâmica, pois a seguinte condição é satisfeita: $p = \rho^2 \partial(\varepsilon/\rho)/\partial\rho$. Esta condição equivale ao Primeiro Princípio da Termodinâmica.

Na determinação dos parâmetros $(g_\sigma/m_\sigma)^2$ e $(g_\omega/m_\omega)^2$ será útil a expressão para o potencial químico em ρ_0 . Da primeira lei da termodinâmica:

$$dE = TdS - pdV + \mu dN, \quad (3.84)$$

ou, derivando esta expressão em relação ao volume ocupado pelo sistema e supondo que a temperatura seja igual a zero, o potencial químico das partículas fica dado por

$$\mu = \frac{\varepsilon + p}{\rho}. \quad (3.85)$$

Na densidade de saturação da matéria nuclear, a energia por núcleon ($B/A \equiv \varepsilon/\rho - M$) atinge seu mínimo valor possível, $B/A = -16,0 \text{ MeV}$, fazendo com que a pressão se anule neste ponto (teorema de Hugenholtz-van Hove [113]). Definindo o potencial químico em ρ_0 como μ_0 , temos

$$\mu_0 = \varepsilon_0/\rho_0 = B/A + M. \quad (3.86)$$

Combinando a equação acima com $\mu = e(k_F)$, encontramos:

$$g_\omega \omega_0 + \sqrt{k_{F0}^2 + M^{*2}} = B/A + M. \quad (3.87)$$

Por sua vez, introduzindo nesta expressão a equação para o campo ω_0 obtemos então:

$$\left(\frac{g_\omega}{m_\omega} \right)^2 = (B/A + M - \sqrt{k_{F0}^2 + M^{*2}})/\rho_0. \quad (3.88)$$

A grandeza efetiva M^* da expressão acima é obtida resolvendo-se a equação auto-consistente:

$$M^* = M - \left(\frac{g_\sigma}{m_\sigma} \right)^2 \frac{2}{\pi^2} \int_0^{k_F} k^2 dk \frac{(M - g_\sigma \sigma)}{\sqrt{k^2 + M^{*2}}}. \quad (3.89)$$

A terceira equação a ser considerada caracteriza pressão nula no ponto de saturação. De (3.81):

$$-\frac{1}{2} \left(\frac{m_\sigma}{g_\sigma} \right)^2 (M - M^*)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{g_\omega}{m_\omega} \right)^2 \rho_0^2 + \frac{1}{3} \frac{2}{\pi^2} \int_0^{k_F} \frac{k^4 dk}{\sqrt{k^2 + M^{*2}}} = 0. \quad (3.90)$$

As equações (3.88), (3.89) e (3.90), por sua vez, são funções de três variáveis:

$M^*, (g_\sigma/m_\sigma)^2$ e $(g_\omega/m_\omega)^2$. Os valores encontrados^{viii} para estas variáveis são:

$$\begin{aligned} (g_\sigma/m_\sigma)^2 &= 15,72 fm^2; & (g_\omega/m_\omega)^2 &= 12,02 fm^2; \\ M^*/M &= 0,54; & K &= 550 MeV; & M &= 939 MeV. \end{aligned} \quad (3.91)$$

O modelo HDQ tem sido muito bem sucedido em descrever aspectos globais da interação nuclear, como por exemplo seu caráter de saturação. Entretanto, as predições do modelo não contemplam, como vimos anteriormente, de maneira apropriada, pelo menos duas grandezas muito importantes na determinação de propriedades de sistemas nucleares de muitos corpos, a massa efetiva dos núcleons e a incompressibilidade da matéria nuclear, uma vez que:

- o modelo prediz, à densidade nuclear de saturação, o valor $M^* = 470 MeV$ para a massa efetiva do núcleon, que não se insere no intervalo de valores para esta grandeza obtidos experimentalmente, $564 MeV \leq M^* \leq 658 MeV$;
- o modelo prediz, para a incompressibilidade da matéria nuclear, a densidade de saturação, $K = 550 MeV$, que também está fora do intervalo correspondente de valores experimentais, $200 MeV \leq K \leq 300 MeV$.

Estas limitações do modelo foram determinantes, com vistas à sua superação, para que modelos alternativos fossem introduzidos, como os modelos de J. Boguta e A.R. Bodmer [103] e de J. Zimanyi e S.A. Moszkowski [104] anteriormente citados. No modelo de Boguta e Bodmer, cálculos relativísticos de campo médio baseados nas formulações de Hartree e Thomas-Fermi foram realizados para a matéria nuclear simétrica infinita e semi-infinita. As auto-interações escalares de ordens cúbicas e quárticas do méson σ atrativo foram então incluídas. Estes termos de auto-interações, as constantes de acoplamento escalar e vetorial dos mésons, e a massa do méson escalar são considerados como parâmetros escolhidos para ajustar as propriedades empíricas da matéria nuclear e da superfície nuclear. Ajustes aceitáveis implicam na contribuição de componentes expressivas dos termos de auto-interação. O melhor ajuste da superfície nuclear produz um coeficiente de compressibilidade de $150 \pm 50 MeV$. Os resultados de Hartree e Thomas-Fermi estão em boa concordância para espessuras de superfície maiores. No modelo de J. Zimanyi e S.A. Moszkowski, uma formulação de campo médio nuclear relativístico foi desenvolvida envolvendo núcleons acoplados a campos escalares e vetoriais efetivos. Esta formulação difere ligeiramente do modelo usual de Walecka na forma como o núcleon é acoplado ao méson escalar. Os autores determinaram a equação de estado para a matéria nuclear simétrica à temperatura zero. O modelo, que não possui parâmetros arbitrários, uma vez que a densidade empírica e a energia da matéria nuclear foram ajustadas, produz um módulo de compressão de 225 MeV e uma massa efetiva do núcleon/massa do núcleon = 0,85.

^{viii}Os valores de $(g_\sigma/m_\sigma)^2 = 11,79$ e $(g_\omega/m_\omega)^2 = 8,65$ encontrados em [101] são referentes a $B/A = -15,75 MeV$ e $\rho_0 = 0,193 fm^{-3}$.

3.4 Resultados

Nesta seção apresentaremos algumas características físicas referentes ao modelo de gás ideal de férmions livres e o modelo HDQ-I^{ix}. A figura 3.1 apresenta o comportamento da equação de estado para o gás ideal de férmions livres em equilíbrio beta de acordo com as equações do capítulo anterior onde vemos ainda a diferença entre o limite causal (velocidade do som no meio igual a um) e o comportamento da equação de estado do gás ideal de férmions livres (npe).

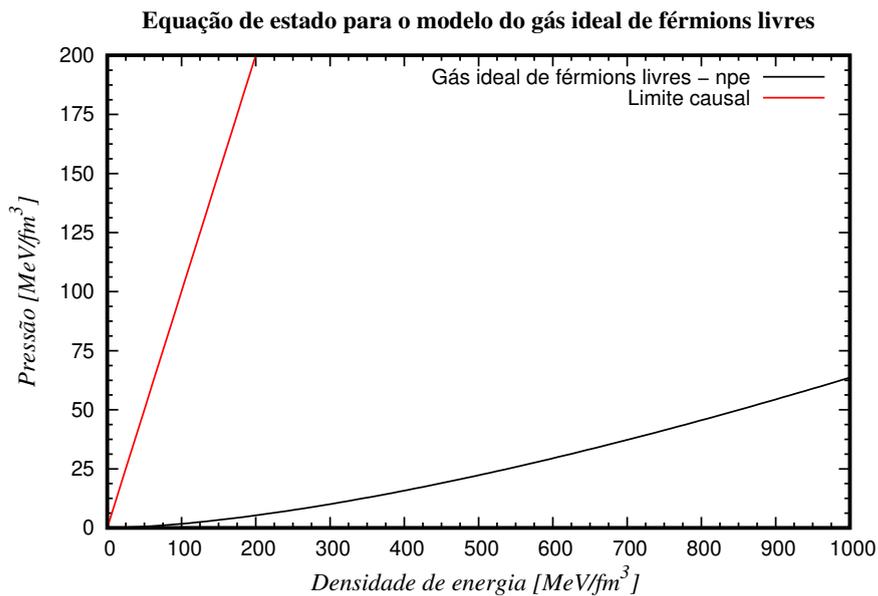


Figura 3.1: Na figura, a linha preta contínua designa o comportamento da EoS do modelo de gás ideal constituído por nêutrons, prótons e elétrons livres (npe) em função da densidade de energia. A linha vermelha contínua representa o correspondente limite causal dado pela condição $P = \epsilon$.

Na figura 3.2 mostramos o comportamento da população de partículas em termos da densidade bariônica. A fração de nêutrons com relação a fração de elétrons e prótons é substancialmente maior. Devido a conservação da carga elétrica e do equilíbrio químico, vemos que a fração de nêutrons começa a diminuir graças ao surgimento de prótons e elétrons.

^{ix}Ressaltamos, como citado anteriormente, que os modelos da hadrodinâmica quântica se valem das propriedades da matéria nuclear simétrica em isospin para o ajuste fenomenológico de parâmetros. Dentre esses parâmetros, destacamos: a energia de ligação da matéria nuclear, a massa efetiva do núcleon, a incompressibilidade e a energia de simetria da matéria nuclear.

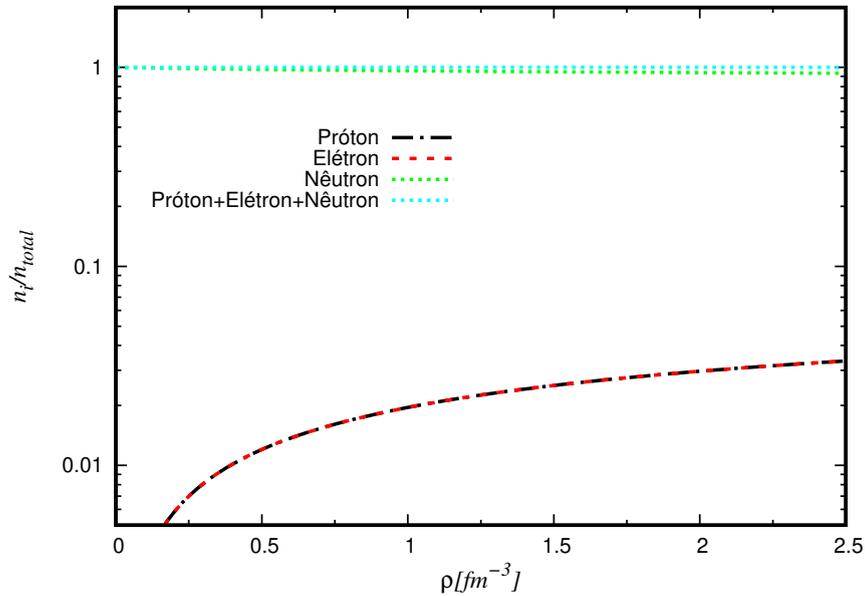


Figura 3.2: A figura mostra o comportamento da curva que descreve a população relativa de partículas descrita pelo modelo do gás de Fermi ideal em função da densidade bariônica.

A figura 3.3 mostra em que ponto da densidade bariônica relativa ocorre a massa máxima da sequência estelar ($\rho_0 = 0,16 fm^{-3}$). Os resultados indicam um valor para a massa máxima da sequência estelar de $0.7M_{\odot}$.

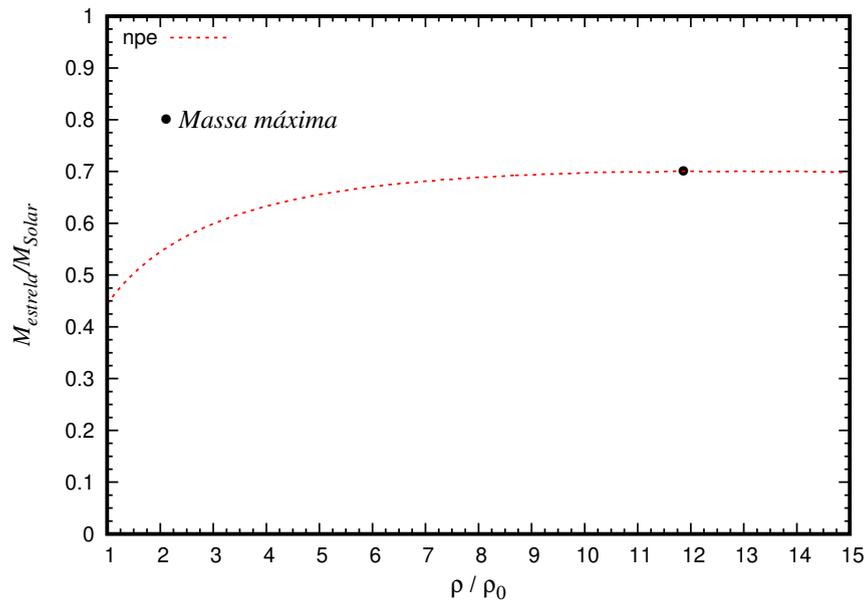


Figura 3.3: A figura mostra o comportamento da curva que descreve a massa da estrela composta por nêutrons, prótons e elétrons descrita por meio do modelo do gás de Fermi ideal em função da densidade bariônica relativa ρ/ρ_0 .

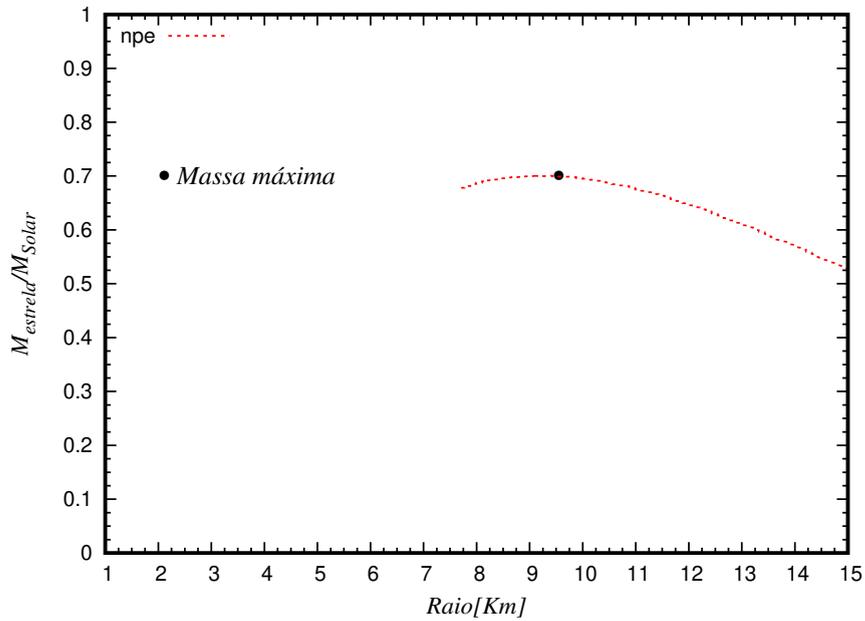


Figura 3.4: A figura mostra o comportamento da curva que descreve a relação massa-raio para o modelo do gás de Fermi ideal para um sistema de nêutrons, prótons e elétrons.

Por fim, para o modelo do gás de Fermi ideal, a figura 3.4 apresenta o comportamento da relação massa-raio estelar.

3.4.1 Modelo HDQ-I

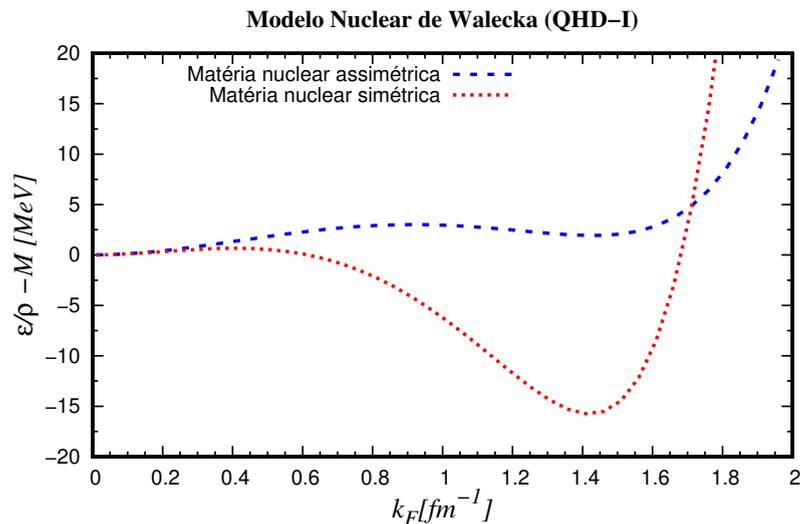


Figura 3.5: A figura mostra o comportamento da curva que descreve a energia de ligação do modelo HDQ-I para a matéria nuclear simétrica em isospin, contendo prótons e nêutrons, e da matéria nuclear assimétrica em isospin, contendo portanto somente nêutrons em termos do vetor de onda na superfície de Fermi.

Devido aos fatores de degenerescência entre a matéria nuclear simétrica e assimétrica, é natural esperar que a matéria nuclear assimétrica tenha uma energia de ligação maior, visto os fatores de degenerescência contribuem tanto na descrição formal da densidade bariônica quanto da massa efetiva. A figura 3.5 exibe o comportamento das energias de ligação no modelo HDQ-I para a matéria nuclear simétrica em isospin, contendo portanto graus de liberdade de prótons e nêutrons, e para a matéria nuclear assimétrica em isospin, contendo portanto somente nêutrons.

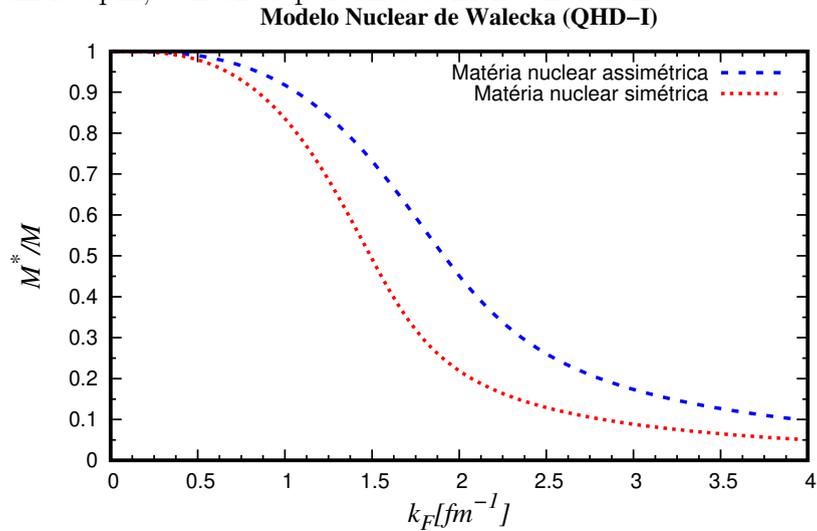


Figura 3.6: As curvas mostram o comportamento da massa efetiva do nêutron no modelo QHD-I para matéria nuclear simétrica e para a matéria puramente de nêutrons em função do momento de Fermi, k_F .

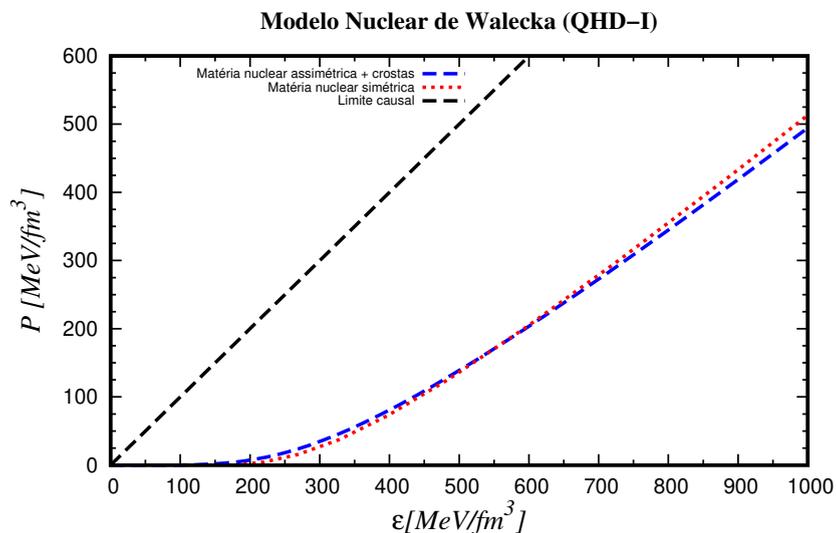


Figura 3.7: As curvas à direita mostram o comportamento da equação de estado do modelo HDQ-I para matéria nuclear simétrica e matéria puramente de nêutrons. A curva à esquerda mostra o correspondente limite causal.

A figura 3.6 mostra o comportamento da massa efetiva do núcleon do modelo HDQ-I para matéria nuclear simétrica e matéria puramente de nêutrons. Ao examinarmos esta figura, percebemos que acima de $k_F = 0.5 fm^{-1}$, a matéria simétrica exibe a redução da massa efetiva do núcleon quando comparada com o caso da matéria nuclear assimétrica, constituída puramente por nêutrons. A figura mostra ainda que a matéria nuclear simétrica resulta num valor superior para a massa efetiva do núcleon a partir da densidade de energia de $600 MeV/fm^3$. Novamente, vemos os efeitos da degenerescência e não há simetria no deslocamento da matéria assimétrica à direita do gráfico, pois a determinação da massa efetiva corresponde a uma equação transcendental.

A figura 3.7 mostra o comportamento da equação de estado para matéria nuclear simétrica e assimétrica. Inicialmente, a equação de estado referente à matéria nuclear assimétrica aparenta ser a mais rígida até o valor $\sim \epsilon = 500 MeV/fm^3$ da densidade de energia estelar. Acima deste valor, a EoS da matéria simétrica se torna a mais rígida. Esse comportamento ocorre, similarmente ao caso anterior, devido ao fator de degenerescência, pois, como anteriormente citado, este fator afeta a massa efetiva do núcleon como também, os últimos termos tanto da pressão quanto da densidade de energia estelar. Enquanto o primeiro termo da pressão torna a EoS mais rígida para ambos os casos de degenerescência, o mesmo não acontece para o segundo e terceiro termos; por isso vemos a EoS para a matéria nuclear simétrica cruzar a curva correspondente à matéria nuclear assimétrica.

A figura 3.8 por sua vez mostra o comportamento da relação massa-raio de uma estrela de nêutrons para este modelo, com e sem crosta nuclear. Em que há uma mistura de prótons, nêutrons e elétrons.

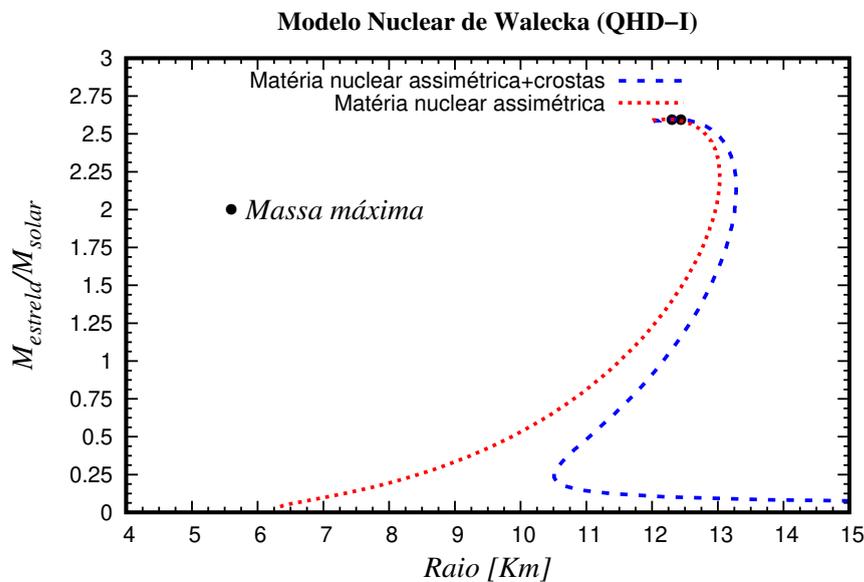


Figura 3.8: Relação Massa-Raio para o modelo HDQ-I para matéria nuclear assimétrica com crosta e sem crosta.

Embora a simplicidade formal desta concepção, o modelo HDQ-I (ou modelo Walecka linear) representou uma quebra de paradigma do ponto de vista teórico, na medida em que sua formulação representa um elo de ligação entre a física de partículas, a física nuclear, a teoria de campos e a astrofísica. A partir do modelo de Walecka, formulações mais robustas formalmente e ao mesmo tempo mais sensíveis à fenomenologia foram se desenvolvendo.

Uma estrela de nêutrons é concebida como contendo uma crosta composta por uma parte externa, denominada de *crosta externa*, uma parte interna, denominada de *crosta interna*, e um núcleo contendo uma parte externa, denominado de *núcleo externo* e da mesma forma um *núcleo interno*. A crosta externa ($10^4 \leq \rho \leq 10^{11} \text{ g cm}^{-3}$) possui algumas centenas de metros, sendo formada por uma rede de núcleos ricos em nêutrons, imersos em um gás de elétrons relativísticos livres. Ainda, temos a linha de "gotejamento" de nêutrons ($\rho \simeq 4,3 \times 10^{11} \text{ g cm}^{-3}$). O "gotejamento" ocorre devido à fraca ligação dos nêutrons nos núcleos de forma que estes nêutrons tornam-se progressivamente livres. A crosta interna ($10^{11} \leq \rho \leq 10^{14} \text{ g cm}^{-3}$) também possui algumas centenas de metros, sendo composta por núcleos ricos em nêutrons também imersos em um gás de elétrons, de forma que a pressão dos nêutrons aumenta progressivamente com a densidade. Esse intervalo de densidade também é conhecido como regime de nêutrons livres. O núcleo externo, com extensão de até $5 \times 10^{14} \text{ g cm}^{-3}$ é formado por um líquido homogêneo contendo nêutrons, elétrons, prótons e múons. A composição do núcleo interno é ainda uma incógnita. Como veremos nos capítulos seguintes, podemos ter um núcleo com hádrons, híperons ou quarks desconfinados. A figura 3.8 e a tabela 3.1 mostram por sua vez o comportamento da relação massa-raio segundo o modelo HDQ-I para o caso de uma estrela sem crosta e com uma crosta nuclear.

A crosta nuclear externa é descrita, neste trabalho, pela equações de estado do modelo de Baym-Pethick-Sutherland (BPS)^x, já a crosta interna pelo modelo de Negele e Vautherin (NV)^{xi} [115]. As duas equações de estado mencionadas acima (tabeladas) se encontram em [116].

Ainda, ao se aproximar da fronteira entre a crosta e o núcleo, pode haver uma preferência energética para formas não-esféricas, como: gota, haste, espaguete, laje, bolha, lasanha, waffle, comumente conhecida como *pasta nuclear* [117, 118, 119]. A presença dessas estruturas pode influenciar várias propriedades da crosta da estrela

^xO modelo Baym-Pethick-Sutherland [114], baseado no modelo Skyrme, permite tanto um tratamento exato baseado na teoria quântica de campos bem como um tratamento de campo médio de estrelas de nêutrons, como consequência de suas propriedades de fluido perfeito.

^{xi}O modelo de Negele e Vautherin representa uma forma extremamente simples para a densidade de energia de um sistema nuclear de muitos corpos derivado da interação núcleo-núcleo de dois corpos e é usada para determinar a configuração do estado fundamental da matéria na densidade subnuclear. À medida que a densidade do bárion aumenta, os núcleos tornam-se progressivamente mais ricos em nêutrons até que os nêutrons finalmente escapem, produzindo uma rede Coulombiana de nêutrons ligados e aglomerados de prótons cercados por um gás diluído de nêutrons. Os aglomerados se expandem e a constante de rede diminui com o aumento da densidade, aproximando-se de um estado completamente uniforme próximo à densidade nuclear.

de nêutrons como modos de oscilação, resfriamento, presença de fraturas, evolução do campo magnético, entre outras [120]. A pasta nuclear porém tem pouca influência na EoS da matéria nuclear uma vez que não afeta propriedades globais nucleares como a relação massa-raio. O ponto de união entre as equações de estado de NV e HDQ-I acontece quando se interseccionam no plano $P - \epsilon$. Podemos perceber dos resultados da figura acima, que a massa máxima estelar é praticamente a mesma para ambos os casos, porém com raios distintos; os pontos pretos na figura acima indicam a massa máxima estelar e o respectivo raio associado a esta. A forma da relação massa-raio de uma estrela hadrônica sem crosta não deve ser confundida com estrelas de quarks ligadas pela força forte, visto que apresentam o mesmo formato.

A análise da relação da $\frac{M}{M_\odot}$ em termos da razão $\frac{\rho}{\rho_0}$ pode ser realizada partindo do pressuposto que uma estrela de nêutrons é constituída, principalmente, por matéria nuclear assimétrica. Assim, tendo como ponto de partida as propriedades conhecidas em experimentos envolvendo a matéria nuclear simétrica podemos estender esta descrição para a matéria nuclear assimétrica. Os resultados apresentados estão de acordo com [110].

Modelo HDQ-I	M / M_\odot	R[Km]	ρ/ρ_0
Walecka assimétrico	2,59	12,33	4,75

Tabela 3.1: Propriedades estelares macroscópicas.

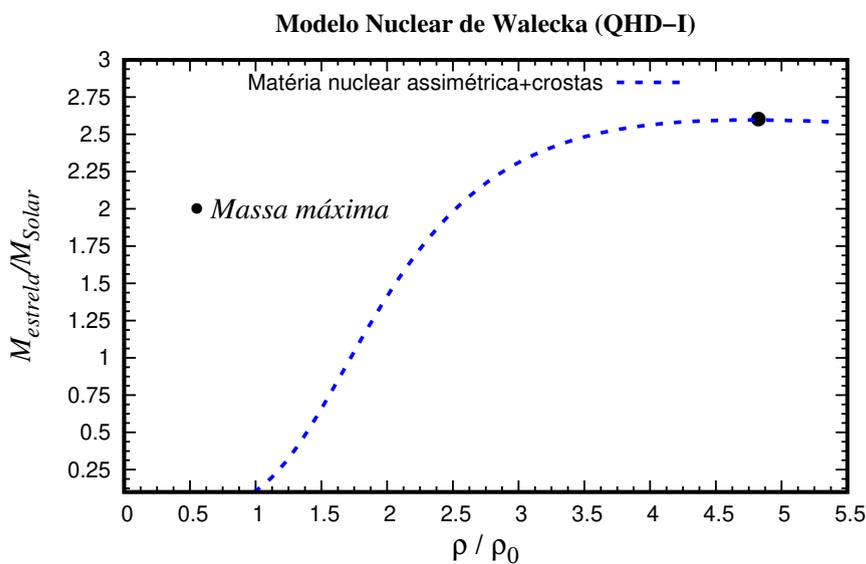


Figura 3.9: Massa da estrela de nêutrons com relação a ρ/ρ_0 . O ponto preto indica a massa máxima para densidade bariônica de 0.76 fm^{-3} .

3.5 Conclusões

Neste capítulo abordamos o modelo do gás ideal de férmions livres e o formalismo associado ao modelo nuclear hadrodinâmico quântico I (modelo de Walecka linear). O modelo do gás ideal é amplamente usado para se comparar o grau de influência das interações de modelos que levam em conta interações com o meio e entre as partículas. O modelo nuclear hadrodinâmico quântico I é o ponto de partida para modelos de aproximação de campo médio com interações não lineares (modelo nuclear hadrodinâmico quântico II), pois, como mostramos anteriormente, este não reproduz de maneira satisfatória propriedades nucleares como massa efetiva e compressibilidade nuclear obtidas de experimentos. No entanto, o estudo desse modelo é essencial para entendermos o comportamento geral dos condensados mesônicos, visto que partimos de propriedades medidas da matéria nuclear simétrica e estendemos a equação de estado correspondente para o caso da matéria nuclear assimétrica, ou seja, a matéria que descreve apropriadamente as propriedades das estrelas de nêutrons. Por fim, examinamos o grau de rigidez de uma equação de estado que é determinante para a massa máxima de uma estrela de nêutrons, isto é, quanto mais rígida for a equação de estado, maior a massa estelar máxima.

Capítulo 4

Equações de Estado de Quarks

4.1 Introdução

No capítulo presente, estudaremos quatro modelos de equação de estados de quarks. A saber, o modelo de sacola *MIT* [121], o modelo de sacola *vMIT* [122] com interações vetoriais entre quarks, o modelo de cor com sabor fixo (CFL) [124] e a parametrização baseada na CDP perturbativa [125]. O modelo *MIT* foi proposto em 1974 por A. Chodos, R.L. Jaffe, K. Johnson e C.B. Thorn para descrever os hádrons, no qual campos de quarks fortemente interagentes são confinados em uma região finita do espaço denominada pelos autores de *sacola*. O confinamento é realizado de maneira invariante de Lorentz, assumindo que a sacola possui uma energia positiva constante por unidade de volume B . O efeito da densidade de energia B é adicionar, no interior da sacola, um termo ao tensor energia-momentum usual

$$T^{\mu\nu} = T_{campos}^{\mu\nu} - g^{\mu\nu} B. \quad (4.1)$$

Na parte exterior da sacola $T^{\mu\nu}$ desaparece. A lei de conservação de energia-momentum leva a condições de contorno dos campos na superfície da sacola.

4.2 Modelos de Quarks: *MIT*, *vMIT*, CFL e CDQP

Nesta seção abordamos os modelos *MIT* e *vMIT* de sacolas e estudamos os efeitos da constante de sacola, de pareamento e da repulsão vetorial na rigidez da equação de estado da matéria de quarks.

A primeira descrição de um modelo de hádrons usando a concepção de sacola apareceu em 1968. Neste modelo, P.N. Bogoliubov [126] considerou três quarks sem massa contidos em uma cavidade de vácuo de raio R , submetidos a um potencial esférico cuja profundidade foi considerada inicialmente finita, mas que tendia ao infinito durante os cálculos, para simular o *aprisionamento*ⁱ dos quarks. O raio da cavidade foi escolhido de forma a relacionar a energia dos 3 quarks com a massa do hádron. Embora este modelo tenha alguns defeitos, sendo o principal deles a violação da lei de conservação de energia-momentum, foi bastante surpreendente que a estimativa da massa do núcleon com um de seus quarks excitados do estado $1s_{1/2}$ para $2s_{1/2}$ resultou 1,446 GeV, em

ⁱA propriedade de confinamento dos quarks e glúons à época ainda não era conhecida.

comparação com o valor experimental de 1,412 GeV.

Em 1974, o modelo de sacolas hadrônicas de Bogolyubov foi aprimorado por um grupo de cientistas do *Massachusetts Institute of Technology MIT* [127], em uma versão covariante de Lorentz, e se tornou conhecido como *modelo de sacolas do MIT*. Nesta versão aprimorada o problema da violação da conservação de energia/momentum foi resolvido pela inclusão de uma *pressão de confinamento fenomenológica*. Como resultado deste aprimoramento, o modelo tornou possível calcular propriedades estáticas de núcleons, como raios de carga, cargas axiais-vetoriais, e razões giromagnéticas, entre outras. O modelo de sacolas do MIT, em sua versão original, padece também de limitações, como por exemplo, a violação da simetria quiralⁱⁱ.

A inclusão do méson vetorial-isoescalar - termo repulsivo - ao modelo MIT foi realizada por Ref. [122], embora haja modelos semelhantes a este que envolvem uma física distinta [123]. Como veremos a seguir, a inclusão deste méson torna a EoS mais rígida, logo, resultando em estrela estranha com massa superior a $2 M_{\odot}$. Para mais informações, ver por exemplo [128, 129, 130, 132, 133].

Em 1998, M. Alford, K. Rajagopal, e F. Wilczek [124] propuseram um esquema de quebra de simetria para a CDQ com três quarks sem massa em alta densidade de bárions em que as simetrias de cor e sabor $SU(3)_{cor} \otimes SU(3)_L \otimes SU(3)_R$ são quebradas no subgrupo diagonal $SU(3)_{cor+L+R}$ pela formação de um condensado de pares de Cooper de quarks. Com base nesta formulação, então denominada de *bloqueio de sabor e cor e quebra de simetria quiral em CDQ de alta densidade*, hoje mais conhecida como bloqueio de sabor de cor (color-flavor locking (CFL)), esta abordagem gera um fenômeno que se espera que ocorra em matéria estranha de densidade ultra-alta, uma forma *exótica* de matéria de quarksⁱⁱⁱ. Inúmeras propriedades gerais para a matéria de quarks decorrem desta hipótese, incluindo a existência de lacunas para excitações de quarks e glúons, a existência de bósons do tipo de Nambu-Goldstone, que são excitações de condensados de diquarks, e a existência de uma interação de calibre eletromagnético modificada que é ininterrupta e que atribui carga integral às excitações elementares.

Por fim, estudamos a equação de estado parametrizada na cromodinâmica quântica perturbativa. Entre as vantagens intrínsecas desta, é a liberdade assintótica e o

ⁱⁱA CDQ, como enfatizado anteriormente, é a teoria da interação forte, com quarks e glúons como campos fundamentais. Esta é uma teoria de gauge com o grupo de simetria local $SU(N_c)$ atuando no espaço interno dos graus de liberdade de cor representados por $N_c = 3$, caracterizando o número de espécies (sabores) com carga de cor. No caso de quarks sem massa, a densidade Lagrangiana da CDQ é invariante tanto sob as transformações de sabor quanto axiais. Além disso, espinores canhotos e destros, com *quiralidades* opostas, são desacoplados e operam separadamente. O Lagrangiano da CDQ obedece assim a simetria quiral. Na natureza, os quarks têm massas. Portanto, a simetria quiral não pode ser uma simetria exata da CDQ Lagrangiana. Os termos de massa dos quarks introduzem uma quebra de simetria quiral explícita, misturando estados de quiraridades opostas.

ⁱⁱⁱMatéria estranha é uma matéria de quarks que contém quarks estranhos em ambientes extremos de pressão, densidade ou temperatura. Especula-se que a matéria estranha ocorra no núcleo de estrelas de nêutrons, ou então na forma de gotículas isoladas que podem variar em tamanho de femtômetros (strangelets) a quilômetros, como nas hipotéticas estrelas estranhas. Para densidade altas espera-se ainda que a matéria estranha seja supercondutora de cores.

confinamento, visto que partem do limite perturbativo ($\approx 40 n_0$). Diferentemente dos modelos anteriores, em que o confinamento e a liberdade assintótica são colocados *ad hoc* usando a constante de sacola.

4.3 Modelo de Sacola do MIT

Esse modelo efetivo é composto por quarks que não interagem entre si e léptons, ou seja, sem a presença de glúons. É um dos modelos mais utilizados na literatura devido à sua simplicidade. Neste modelo, os quarks são considerados livres dentro de uma sacola e inexistentes fora dela, de forma que a janela de estabilidade de matéria estranha restringe o valor da constante de sacola. Ainda assim, este modelo reproduz duas características principais da teoria da força forte: liberdade assintótica e confinamento. Para mais informações ver ainda [134, 135, 136, 137, 138, 139]

4.3.1 Densidade Lagrangiana

A densidade Lagrangeana do Modelo MIT é dada por

$$\mathcal{L}_{\text{MIT}} = \sum_f \left[\bar{\psi}_f (i\gamma^\mu \partial_\mu - m_f) \psi_f - B \right] \Theta(R - r) + \sum_l \bar{\psi}_l (i\gamma^\mu \partial_\mu - m_l) \psi_l, \quad (4.2)$$

onde $\Theta(R - r)$ representa a função Heaviside

$$\Theta(R - r) \begin{cases} 1, & r < R; \\ 0, & r > R. \end{cases} \quad (4.3)$$

Nesta expressão, ψ_f representa os campos dos quarks, f denota os graus de liberdade de sabores e ψ_l representa os campos dos léptons (elétrons e múons). A inserção dos campos dos léptons, que se encontram na parte exterior da sacola, faz-se necessária para garantirmos a neutralidade de carga elétrica da matéria de quarks. A função de Heaviside $\Theta(R - r)$, expressa em termos do raio da sacola, R , e da variável espacial r , delimita a condição de contorno para a sacola. Quando consideramos os quarks contidos na parte interior da sacola, condição expressa na forma $r < R$, os campos dos quarks são representados por soluções de uma equação de Dirac livre^{iv}. Para $r > R$, as equações correspondentes tem solução nula, simulando assim o caráter confinante da sacola^v. Nesta expressão, a constante de sacola B , cuja presença é fundamental para garantir a conservação da lei de energia-momentum no modelo de sacola, representa a diferença entre a densidade de energia no interior da sacola, em que podemos considerar o meio como sendo um vácuo perturbativo da CDQ, e o vácuo não perturbativo (fora da sacola). Além disso, por considerarmos a temperatura nula, os graus de liberdade dos glúons são desconsiderados.

4.3.2 Equação de estado

Consideramos uma estrela contendo somente os quarks u,d e s [48], bem como elétrons e múons. Assim sendo, a densidade bariônica da matéria estelar é dada por:

$$n_B = \frac{1}{3}(n_u + n_d + n_s). \quad (4.4)$$

^{iv}Esta condição mimetiza a característica de liberdade assintótica dos quarks.

^vEsta condição mimetiza por sua vez o caráter de confinamento dos quarks.

A densidade de energia e a pressão da estrela são dadas por sua vez pelas seguintes expressões:

4.3.3 Densidade de energia

$$\epsilon = B + \sum_{u,d,s} \frac{3}{4\pi^2} [\mu_f k_f (\mu_f^2 - \frac{1}{2} m_f^2) - \frac{1}{2} m_f^4 \ln(\frac{\mu_f + k_f}{m_f})] + \sum_{f=e,\mu} \frac{2}{(2\pi)^3} \int_0^{k_f} d^3 k \sqrt{k^2 + m_f^2}. \quad (4.5)$$

4.3.4 Pressão

$$P = -B + \sum_{u,d,s} \frac{1}{4\pi^2} [\mu_f k_f (\mu_f^2 - \frac{5}{2} m_f^2) + \frac{3}{2} m_f^4 \ln(\frac{\mu_f + k_f}{m_f})] + \sum_{f=e,\mu} \frac{2}{3(2\pi)^3} \int_0^{k_f} \frac{d^3 k k^2}{\sqrt{k^2 + m_f^2}}. \quad (4.6)$$

O potencial químico dos quarks é definido como $\mu_f = \sqrt{m_f^2 + k_f^2}$. A pressão responsável pela estabilidade da matéria de quarks se origina da pressão de degenerescência, ou seja, corresponde ao termo que contempla o somatório dos graus de liberdade de sabor dos quarks considerados neste trabalho, u , d e s , cujos valores de massas são respectivamente 5 MeV, 7 MeV e 150 MeV [68].

4.3.5 Equilíbrio químico

A matéria nuclear em equilíbrio químico (equilíbrio beta) é o principal constituinte das estrelas de nêutrons. Portanto, é importante estabelecer as condições para o equilíbrio beta nas densidades e temperaturas astrofisicamente relevantes para estrelas de nêutrons cujas temperaturas e, portanto, suas energias térmicas são muito mais baixas do que a energia de Fermi de núcleons. Estrelas de nêutrons sendo sistemas de tamanho finito requerem consideração de efeitos relacionados a suas dimensões, como a transparência de neutrinos, que ocorre em temperaturas baixas o suficiente para que o livre caminho médio dos neutrinos seja maior que o tamanho da estrela. Para densidades altas o suficiente, o equilíbrio de sabor ocorre por meio de processos Urca diretos (decaimento de nêutrons e captura de elétrons)



Observe-se que, como os neutrinos escapam da estrela, a presença dos neutrinos só pode ocorrer no estado final dos processos beta.

No limite $T \rightarrow 0$, pode-se trabalhar na “aproximação da superfície de Fermi” onde os processos Urca são dominados por núcleons e elétrons próximos às suas superfícies de Fermi. Nesta aproximação, o critério para o equilíbrio beta na matéria nuclear é

$$\mu_n = \mu_p + \mu_e, \quad (4.8)$$

o que implica na condição restrita de equilíbrio

$$n \leftrightarrow p + e^-. \quad (4.9)$$

Neste caso μ_n , μ_p e μ_e se referem aos potenciais químicos relativísticos do nêutron, do

próton e do elétron, respectivamente. Na aproximação da superfície de Fermi há uma densidade limite acima da qual os processos Urca diretos são dominantes. Abaixo desse limite, eles são proibidos cinematicamente e o equilíbrio ocorre por meio de processos Urca modificados que envolvem um núcleo espectador adicional nos estados inicial e final.

No setor de quarks, o equilíbrio químico é descrito por meio das seguintes equações envolvendo a interação fraca

$$d \rightarrow u + e^- + \bar{\nu}_{e^-}; \quad (4.10)$$

$$s \rightarrow u + e^- + \bar{\nu}_{e^-}; \quad (4.11)$$

$$s \rightarrow c + e^- + \bar{\nu}_{e^-}; \quad (4.12)$$

$$\mu^- \rightarrow +e^- + \bar{\nu}_{e^-} + \nu_{\mu^-}, \quad (4.13)$$

e que obedecem ademais as relações

$$s + d \longleftrightarrow d + u; \quad (4.14)$$

$$c + d \longleftrightarrow u + d. \quad (4.15)$$

Combinando estas equações acima, obtemos:

$$\mu_d = \mu_u + \mu_{e^-}, \mu_c = \mu_u, \mu_d = \mu_s. \quad (4.16)$$

Além disso, da conservação de carga elétrica, temos:

$$\mu_{e^-} = \mu^-. \quad (4.17)$$

4.3.6 Neutralidade de carga elétrica e conservação de número bariônico

A neutralidade de carga elétrica da matéria de quarks é dada pela seguinte condição:

$$\sum_n Q_n n_n = 0. \quad (4.18)$$

Neste expressão, Q representa a carga elétrica dos quarks e n a densidade de *número de ocupação*. Desta forma, considerando a carga elétrica dos quarks u,d,s, elétron e múon, temos:

$$2n_u - n_d - n_s - 3n_{e^-} - 3n_{\mu^-} = 0. \quad (4.19)$$

A condição de conservação do número bariônico por sua vez é dada por:

$$n_B = \frac{1}{3}(n_u + n_d + n_s). \quad (4.20)$$

Para obtermos as condições acima, devemos resolver simultaneamente as equações de equilíbrio químico para cada valor de n_B , chegando a um valor específico de n_i , ou seja, o número que caracteriza a população relativa de partículas, como pode ser visto na figura 4.1. A figura citada mostra a curva que descreve no modelo MIT a população relativa de partículas para matéria de quarks em equilíbrio químico em função da densidade de energia. A população relativa codifica uma quantidade expressiva de informações sobre o processo evolutivo de uma estrela de nêutrons, incluindo a possibilidade de ocorrência de transições de fase.

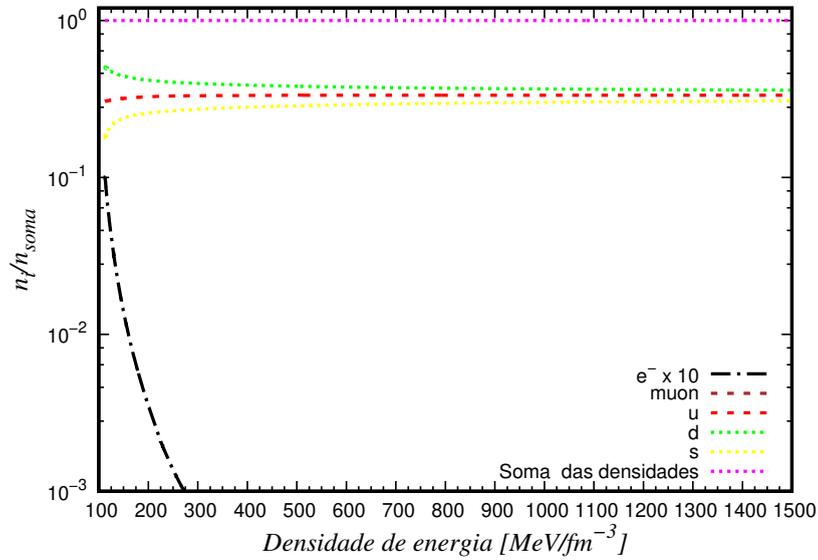


Figura 4.1: A figura mostra o comportamento da curva que descreve, no modelo MIT, a população relativa de partículas para matéria de quarks, em equilíbrio químico e em função da densidade de energia.

4.3.7 Resultados

Nessa seção apresentamos os resultados obtidos com o modelo de sacola MIT para os valores da constante de sacola dados por $B^{1/4} = 145$ MeV, 155 MeV e 162.76 MeV. Esses valores surgem da hipótese de matéria estranha e serão explicado na seção seguinte.

Na figura 4.2, — que mostra o comportamento das equações de estado previstas pelo modelo MIT, para diferentes valores da sacola B —, constatamos que quanto menor o valor da constante de sacola, mais rígida a correspondente equação de estado e portanto maior a massa estelar. A linha preta, correspondente a $B^{1/4} = 145$ MeV, resulta portanto em uma massa máxima estelar superior às demais.

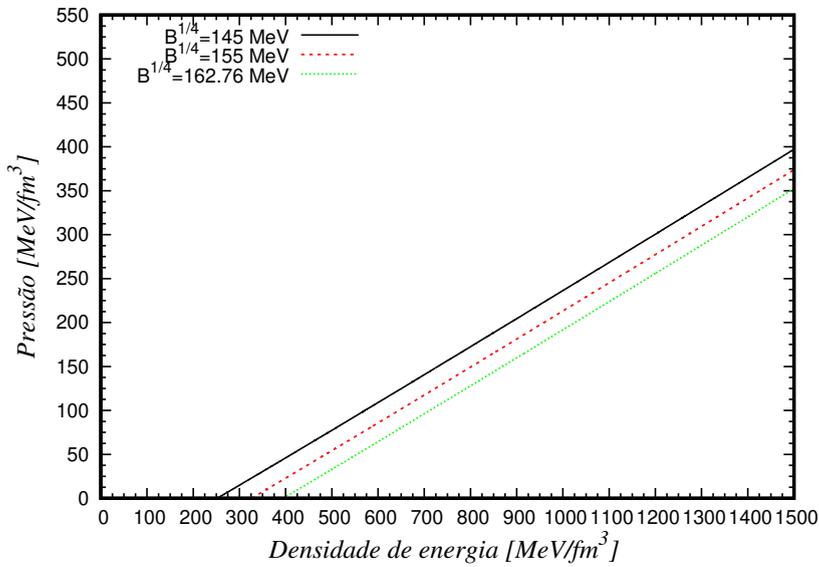


Figura 4.2: A figura mostra o comportamento das equações de estado do modelo MIT para diferentes valores da constante de sacola em função da densidade estelar.

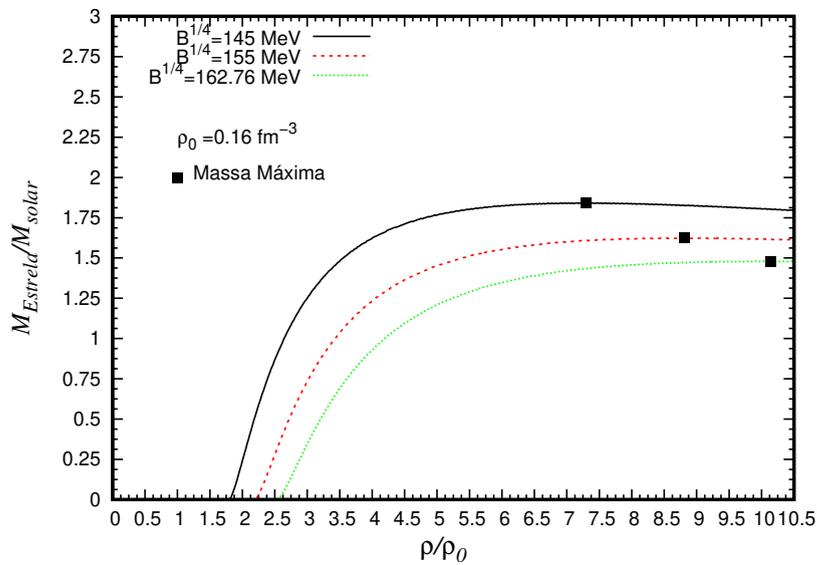


Figura 4.3: Relação entre a massa da estrela e sua densidade central ($\rho_0 = 0,16 \text{ fm}^{-3}$) para uma estrela de quarks. O quadrado preto indica a densidade correspondente à massa máxima de cada equação de estado. Da figura resulta que a equação de estado com a constante de sacola com valor menor (linha preta) atinge a massa estelar máxima correspondente a uma densidade bariônica menor do que as demais.

Na figura 4.3 notamos que a EoS com a constante de sacola igual a 145 MeV atinge o raio máximo para uma densidade bariônica inferior à da sacola com $B^{1/4} = 162,76$ MeV. Essa EoS tem uma capacidade de expansão superior à anterior, cuja constante

de sacola é igual a $B^{1/4} = 145$ MeV, visto que, tanto o raio quanto a massa estelar máxima associados a essa EoS tem valores superiores aos valores da equação anterior.

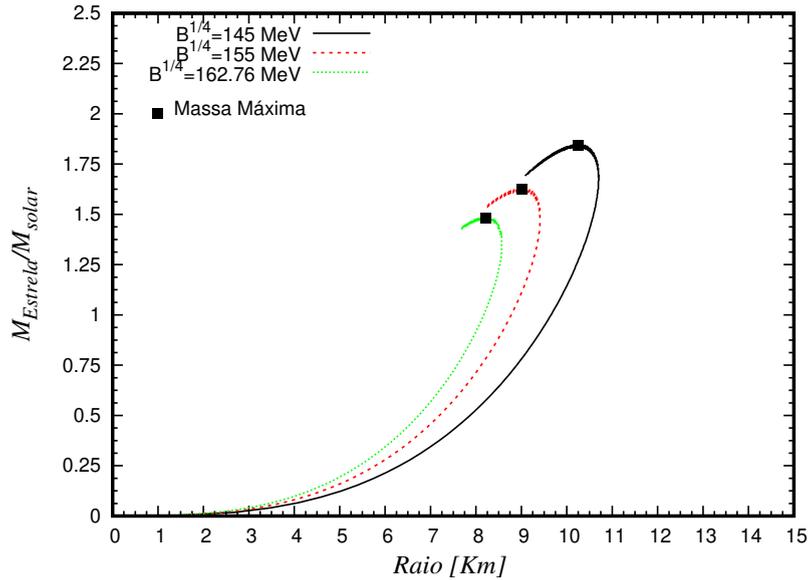


Figura 4.4: Relação massa-raio para uma estrela de quarks. O quadrado preto indica o valor máximo da estrela estranha. Apesar de considerarmos o valor mínimo para a constante de sacola, a massa da estrela não atinge a massa observada de $2.35 M_{\odot}$ [144]. O valor mínimo é para a condição de quarks (u e d) não massivos a temperatura nula para a matéria estranha.

Modelo MIT			
M / M_{\odot}	R[Km]	ρ/ρ_0	$B^{1/4}$ [MeV]
1,842	10,24	7,29	145
1,624	9,01	8,80	155
1,480	8,21	10,14	162,76

Tabela 4.1: Propriedades estelares macroscópicas juntamente com os valores da constante de sacola e com as razões das densidades bariônicas correspondentes aos valores de massa estelar máxima.

Neste modelo, o número de graus de degenerescência (γ) é maior quando comparados aos modelos nucleares. Desta forma, estrelas compactas compostas somente por quarks resultam numa massa menor. Ainda, estas estrelas são mantidas em equilíbrio pela força forte, o que resulta, na maioria das vezes, um raio distinto para a massa máxima quando comparado com as estrelas de nêutrons. Como elucidado na seção anterior, a constante de sacola desempenha um papel fundamental na composição da massa máxima e no raio de uma estrela compacta, pois ao menor valor da constante de sacola corresponderá uma EoS mais rígida. Nossos resultados - relação M-R - estão

de acordo com a Ref. [145], embora a EoS aqui estudada não é válida, pois não atinge a massa máxima observada $> 2,35 M_0$, por isso se fez a necessidade de incorporar as interações vetoriais entre quarks, a fim de atingir a massa mencionada anteriormente. O modelo na seção seguinte inclui essa interação.

4.4 Hipótese da Matéria Estranha

Os núcleos atômicos mais estáveis são ^{56}Fe e ^{60}Ni . No entanto, por lidarmos com estrelas densas, devemos verificar a sua estabilidade. Entre 1974 e 1990, Bodmer [140], Witten [141] e Terazawa [142] sugeriram que a matéria composta por quarks up, down e strange, poderia ter uma energia menor do que a energia do núcleo de ^{56}Fe , constituindo esta composição o verdadeiro estado fundamental da interação forte, denominado de matéria estranha. A hipótese sugere que a matéria estranha deve ser mais estável que a matéria constituída somente por quarks u e d. Além disso, o núcleo de ferro deve ser mais estável do que a matéria de quarks up e down, pois, caso contrário, os núcleos de ferro decairiam para o estado de mais baixa energia e teríamos a presença de matéria de quarks a baixas densidades. A energia de ligação por bárion para o gás de férmions do ferro é igual a 930 MeV. Considerando, inicialmente, a matéria de quarks constituída somente com quarks u e d sem massa e temperatura nula, encontramos $B^{1/4} = 144.67$ MeV. Quando procedemos da mesma maneira, porém, para os quarks u, d e s, obtemos $B^{1/4} = 162.76$ MeV^{vi}. Com isso, obtemos os limites superiores e inferiores para a constante de sacola:

$$145.0 \text{ MeV} < B^{1/4} < 162.76 \text{ MeV} \quad (4.21)$$

Estrelas compostas por quarks up, down e strange em proporções semelhantes ou iguais, são chamadas de estrelas estranhas.

4.5 Modelo vMIT

No modelo vMIT as interações entre os quarks ocorrem via troca de um méson vetorial-isoescalar V^μ de massa m_V na aproximação do campo médio. O méson vetorial-isoescalar V^μ pode ser tratado como o Ω^μ da HDQ. O Lagrangeano de interação é dado neste modelo por [122]

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = -G_v \sum_i \bar{\psi} \gamma_\mu V^\mu \psi + (m_V^2/2) V_\mu V^\mu. \quad (4.22)$$

As massas dos quarks adotadas no presente trabalho são $m_u = m_d = 1$ MeV e $m_s = 100$ MeV. Os valores da razão entre a constante de acoplamento e a massa do méson vetorial são: $a_0 \equiv \frac{G_v}{m_V} = 0,4545 fm^2; 0,5 fm^2$ e $0,55 fm^2$. Os valores da constante de sacola são $B^{1/4} = 145$ MeV e $162,76$ MeV [122]. Os dois limites dos constantes da sacola seguem a hipótese mencionada na seção anterior sobre a estabilidade da matéria de quarks. Além disso, somente com esse termo de interação (repulsiva) entre quarks, a estrela estranha consegue atingir uma massa máxima expressivamente maior do que $2 M_\odot$.

^{vi}Para maiores detalhes sobre a obtenção desses valores vide Ref. [143].

4.5.1 Equação de estado

A densidade bariônica no modelo vMIT é dada por [146],

$$n_B = \frac{1}{3}(n_u + n_d + n_s), \quad (4.23)$$

$$n_Q = 3n_B. \quad (4.24)$$

A densidade de energia e a pressão no modelo vMIT são apresentadas a seguir

4.5.2 Densidade de energia

A densidade de energia no modelo vMIT é expressa na forma:

$$\epsilon = B + \sum_{u,d,s} \frac{3}{4\pi^2} [\mu_f k_f (\mu_f^2 - \frac{1}{2} m_f^2) - \frac{1}{2} m_f^4 \ln(\frac{\mu_f + k_f}{m_f})] + \frac{1}{2} \left(\frac{G_v}{m_V} \right)^2 n_Q^2 \quad (4.25)$$

$$+ \sum_{f=e,\mu} \frac{2}{(2\pi)^3} \int_0^{k_f} d^3 k \sqrt{k^2 + m_f^2}. \quad (4.26)$$

4.5.3 Pressão

A pressão por sua vez, no modelo vMIT tem a forma:

$$P = -B + \sum_{u,d,s} \frac{1}{4\pi^2} [\mu_f k_f (\mu_f^2 - \frac{5}{2} m_f^2) + \frac{3}{2} m_f^4 \ln(\frac{\mu_f + k_f}{m_f})] + \frac{1}{2} \left(\frac{G_v}{m_V} \right)^2 n_Q^2 \quad (4.27)$$

$$\sum_{f=e,\mu} \frac{2}{3(2\pi)^3} \int_0^{k_f} \frac{d^3 k k^2}{\sqrt{k^2 + m_f^2}}. \quad (4.28)$$

O potencial químico de cada quark é dado no modelo vMIT por:

$$\mu_{f_i} = \sqrt{k_{F_i}^2 + m_i^2} + \left(\frac{G_v}{m_V} \right)^2 n_Q; \quad (4.29)$$

ou seja, o potencial químico que na termodinâmica representa como sabemos a energia livre parcial molar, em sendo uma forma de energia potencial que pode ser absorvida ou liberada durante uma reação química contempla, no modelo vMIT, um termo correspondente à presença de um méson vetorial-isosescalar.

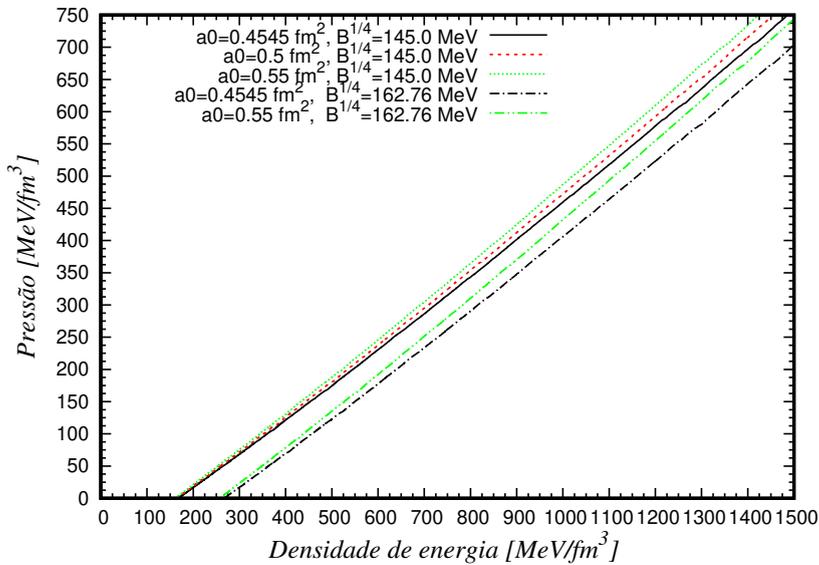


Figura 4.5: A figura mostra o comportamento das equações de estado do modelo vMIT para diferentes valores da constante de sacola e diferentes razões entre a constante de acoplamento e a massa do méson vetorial-isoescalar - diferentes a_0 - em função da densidade de energia da sacola.

4.5.4 Resultados

Nessa seção apresentaremos os resultados obtidos com o modelo de sacola vMIT para descrever uma estrela de quarks, com valores da constante de sacola indicados anteriormente, ou seja, $B^{1/4} = 145$ MeV e 162.76 MeV, e $a_0 = 0,4545 fm^2, 0,5 fm^2, 0,55 fm^2$. Os valores presentes de a_0 na literatura estão entre $0-0,3 fm^2$ [145]. Espera-se que a_0 possa ser limitado por experimentos ou teorias alternativas como CDQ na rede.

Na figura 4.5 podemos observar a dependência do termo de interação com a densidade bariônica. Por exemplo, na EoS com $B^{1/4} = 162,76$ MeV, vemos que as duas curvas correspondentes respectivamente aos valores $a_0 = 0,4545 fm^2$ e $0,55 fm^2$, iniciam uma quase sobre a outra e, à medida em que a densidade de energia cresce, a linha verde ponto-ponto-linha (correspondente à maior interação) se afasta da linha preto ponto-linha (correspondente à menor interação). Desta forma, vemos que além da constante de sacola contribuir para a rigidez de uma EoS, i.e., maior rigidez corresponde a um menor valor de $B^{1/4}$, o termo de interação atua de modo contrário pois quando maior a sua intensidade, mais rígida será a EoS correspondente.

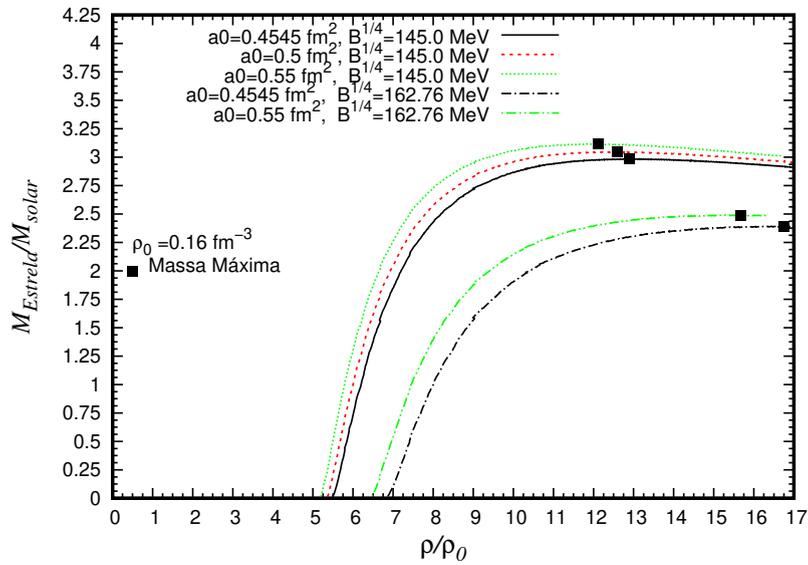


Figura 4.6: A figura mostra a relação entre a massa da estrela e a sua densidade bariônica central, ($\rho_0 = 0,16 \text{ fm}^{-3}$). O quadrado preto indica a densidade bariônica correspondente ao raio máximo da estrela.

Na figura 4.6, percebemos o efeito da constante de sacola sobre a região onde ocorre a massa estelar máxima, ou seja, quanto menor a constante de sacola, mais rígida a equação de estado e maior a massa estelar. Os valores das densidades bariônicas para constantes de sacola com valores menores, ocorrem anteriormente àqueles valores que correspondem a valores maiores das constantes de sacola. Em suma, a descrição teórica do modelo com constante de sacola de maior valor exige uma densidade bariônica maior para que a massa máxima estelar seja atingida pela equação de estado. É importante ressaltar que as curvas associadas ao modelo em foco não contemplam um comportamento abrupto, i. e., apresentam crescimentos ou decréscimos suaves. Cabe salientar, como vimos no corpo do texto, quanto maior o valor de a_0 , mais rígida será a EoS correspondente, enquanto que para a constante de sacola ocorre como salientado anteriormente, precisamente o inverso.

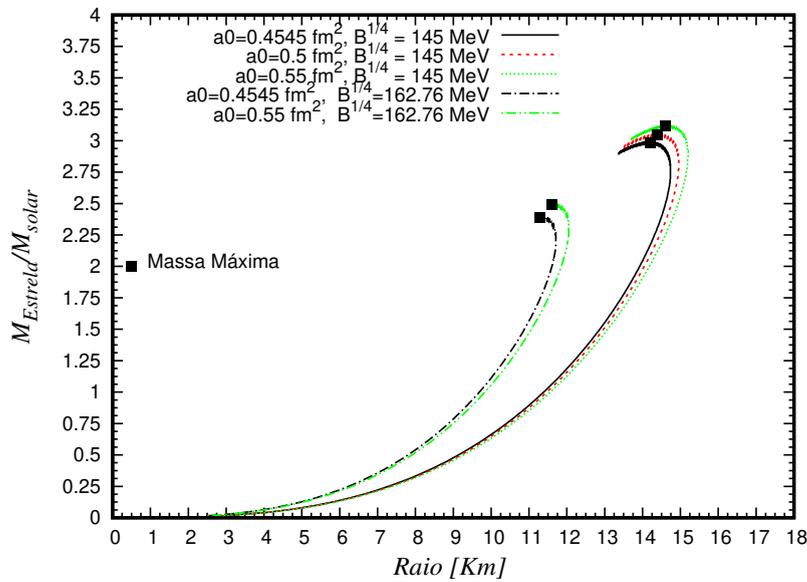


Figura 4.7: A figura mostra o comportamento da relação massa-raio de uma estrela estranha. O quadrado preto indica o valor máximo da massa estelar.

Configurações	M / M_{\odot}	R[Km]	ρ/ρ_0	$B^{1/4}$ [MeV]	a_0 [fm ²]
vMIT-1	2,984591	14,199650	12,8844	145,0	0,4545
vMIT-2	3,046120	14,382950	12,6048	145,0	0,5
vMIT-3	3,115681	14,615130	12,1257	145,0	0,55
vMIT-4	2,392223	11,279070	16,7632	162,76	0,4545
vMIT-5	2,490585	11,596790	15,6814	162,76	0,55

Tabela 4.2: Propriedades estelares macroscópicas e valores das constantes de sacola e do termo vetorial-isoescalar de interação.

Na seção sobre a rigidez da EoS na matéria de quarks, vemos que o raciocínio empregado lá se efetiva aqui. Nas configurações correspondentes à vMIT-1 até vMIT-3, para as quais a constante de sacola permanece a mesma ($B^{1/4} = 145$ MeV), à medida que aumentamos a intensidade do termo de interação vetorial-isoescalar entre os quarks (a_0), os valores correspondentes às massas máximas estelares e seus respectivos raios também aumentam. Porém, a densidade bariônica correspondente à máxima massa diminui. O mesmo ocorre para os modelos vMIT-4 e vMIT-5, desta vez porém com a constante de sacola igual a $B^{1/4} = 162,76$ MeV e as razões a_0 dadas por $a_0 = 0,45$ fm² e $a_0 = 0,55$ fm². Podemos comparar os resultados acima com aqueles obtidos na seção referente ao modelo MIT. Percebemos então que, mesmo com o valor limite da constante de sacola e com o menor termo de interação vetorial-isoescalar, conseguimos alcançar uma massa máxima maior do que $2 M_{\odot}$.

4.6 Modelo CFL

O modelo CFL apresenta algumas características adicionais ao MIT, entre elas, o gap de energia dos pares de Cooper^{vii} da CDQ representado por Δ ^{viii}. O gap dos pares de Cooper leva ao fenômeno conhecido como supercondutividade de cor, semelhante ao processo que ocorre no eletromagnetismo (mecanismo BCS), ou seja, quando existe uma interação atrativa entre os férmions no entorno da superfície de Fermi. No diagrama $T - \mu_B$ podemos identificar diferentes fases da CDQ. A temperaturas superiores a 150 MeV com $\mu_B < M_N$, ocorre a formação do *semi-plasma* de quarks e glúons, caracterizando um sistema fortemente correlacionado. Ao aumento do potencial químico bariônico, para valores aproximadamente iguais a M_N , corresponde a formação do plasma de quarks e glúons, com os quarks e os glúons livres, caracterizando o regime da *CDQ perturbativa*. A região das estrelas compactas situa-se a $T \approx 0$ e $\mu_B > M_N$, ou seja, no regime que caracteriza a matéria nuclear que compõe as estrelas de nêutrons, a baixas temperaturas e altas densidades. Neste regime, tratamentos baseados em CDQ perturbativa para estrelas estranhas não se aplicam. Portanto, este é o regime em que as teorias efetivas passam a comandar o processo descritivo de sistemas de muitos corpos fortemente interagentes.

A figura 4.8 mostra um diagrama esquemático de fases da matéria nuclear densa, em função do potencial químico dos bárions, μ_B , e a temperatura T (plano $\mu_B - T$). As diferentes fases da CDQ representadas na figura podem ser compreendidas em suma da seguinte forma. Para temperatura zero, os núcleons estão presentes apenas acima de $\mu_B \sim M_N$, ou seja, para valores da ordem da massa do núcleon. A baixas temperaturas, no interior das estrelas de nêutrons, a matéria evolui de matéria nuclear a baixas densidades para um plasma de quark e glúons em altas densidades. O emparelhamento BCS de quarks no regime do plasma leva a matéria a comportar-se como um supercondutor de cor. Para temperaturas mais altas, a matéria torna-se um plasma de quarks e glúons, com uma possível linha de transição de primeira ordem, representada pela linha sólida, terminando em altas temperaturas no ponto crítico proposto por Asakawa-Yazaki [148]. Além disso, a linha sólida pode terminar em um ponto crítico de baixa temperatura [149]. Na figura 4.8, a região de interesse para estrelas de nêutrons se encontra em $T \approx 0$ e $\mu_B \geq M_N$. A figura mostra ainda a região dominada pela super-condutividade de cor.

^{vii}Devido ao fenômeno da liberdade assintótica e da *blindagem* de Debye da CDQ, espera-se que a matéria de quark desconfiada seja realizada para densidades bariônicas muito maiores do que a densidade da matéria nuclear *normal*. Ademais, a componente atrativa da interação quark-quark na matéria fria causa uma instabilidade da superfície de Fermi pela formação de pares de Cooper e leva a uma fase supercondutora de cor.

^{viii}No limite de $m_s \rightarrow 0$, a simetria do estado CFL é total (o número de quark u, d e s na mistura são iguais, forçando, com isto, a todos terem o mesmo momentum de Fermi; não da energia como é usual. Ainda, existe um ganho de energia pela condensação representado por um gap Δ , pelas partículas próximas da superfície de Fermi.

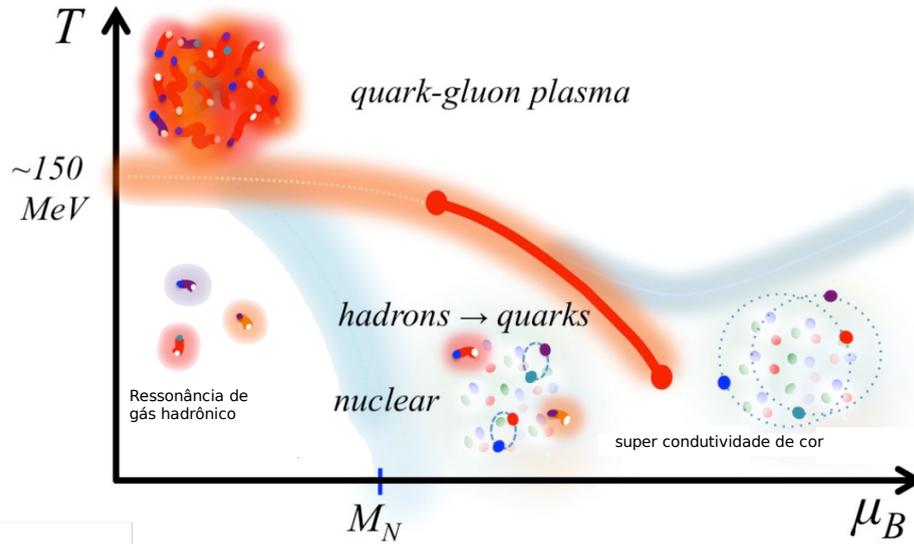


Figura 4.8: Diagrama esquemático de fases da matéria nuclear densa, em função do potencial químico dos bárions μ_B e a temperatura T (plano $\mu_B - T$). Adaptado de [150]. O diagrama de fases da matéria nuclear ainda não é ainda bem conhecido, nem do ponto de vista teórico e nem no âmbito experimental. A figura mostra uma construção comumente conjecturada do diagrama de fases da CDQ, aplicável à matéria em uma estrela compacta. No caso da matéria de quarks, as únicas grandezas termodinâmicas relevantes são o potencial químico dos quarks, $\mu_{i=u,d,s}$ e a temperatura T . A figura esquematiza valores típicos destas grandezas em colisões de íons pesados e no início do universo. O conceito de potencial químico, de uma forma simplificada, caracteriza uma medida, no caso da matéria de quarks, do desequilíbrio entre quarks e antiquarks em um dado sistema. Em particular, valores mais altos do potencial químico indicam uma maior presença de quarks em relação a antiquarks, enquanto menores valores indicam uma situação de equilíbrio entre quarks e antiquarks. De outra parte, em baixas temperaturas não há antiquarks.

4.6.1 Termodinâmica da fase CFL

Descrevemos a fase CFL usando a energia livre [137]

$$\Omega_{CFL} = \frac{6}{\pi^2} \int_0^\nu p^2 (p - \mu) dp + \frac{3}{\pi^2} \int_0^\nu p^2 (\sqrt{p^2 + m_s^2} - \mu) dp - \frac{3\Delta^2 \mu^2}{\pi^2} + B, \quad (4.30)$$

onde as densidades numéricas dos quarks são dadas por $n_u = n_d = n_s = (\nu^3 + 2\Delta^2 \mu) / \pi^2$ e o momentum de Fermi comum é

$$\nu = 2\mu - \sqrt{m^2 + \frac{m_s^2}{3}} \approx \mu - \frac{m_s^2}{6\mu}. \quad (4.31)$$

Vale a pena notar que na fase CFL o valor de μ correspondente a uma dada pressão $P = -\Omega$ depende sensivelmente de P e da constante de sacola B , mas apenas fracamente do gap Δ e em m_s , desde que ambos sejam pequenos em comparação com $(B + P)^{1/4}$. Isso pode ser visto reescrevendo a equação anterior como

$$\frac{1}{2}\mu^2 = \sqrt{\frac{1}{3}\pi^2(B + P)} + \frac{1}{4}m_s^2 - \Delta^2 + \dots \quad (4.32)$$

Ao comparar Ω_{CFL} com o termo correspondente ao caso da matéria nuclear de quarks, associada à campos de quarks não-pareados e representado por $\Omega_{nuclear}$, o autor da Ref. [124] encontrou

$$\Omega_{CFL} - \Omega_{nuclear} = -\frac{3}{\pi^s}\Delta^2\mu^2 + \frac{3}{16\pi^2}m_s^4, \quad (4.33)$$

resultado este limitado a ordens mais baixas não-nulas em Δ/μ e m_s^2/μ^2 . Estes resultados indicam que, caso $\Delta > \frac{m_s}{4\mu}$, a energia livre obtida do emparelhamento CFL será maior do que o custo de energia livre de manter densidades iguais de número de quarks. Obtemos então, da expressão 4.33 (ver Refs. [124, 134]),

$$\begin{aligned} \Omega_{CFL} &= \Omega_{nuclear} - \frac{3}{\pi^s}\Delta^2\mu^2 + \frac{3}{16\pi^2}m_s^4, \\ &= \frac{-3\mu^4}{4\pi^2} + \frac{3m_s^2\mu^2}{4\pi^2} - \frac{1 - 12\log(m_s/2\mu)}{32\pi^2}m_s^4 - \frac{3}{\pi^2}\Delta^2\mu^2 + B. \end{aligned} \quad (4.34)$$

A seguir consideramos como aproximação somente os termos quadráticos em m_s desta expressão, uma vez que essa aproximação não gera diferenças significativas nos resultados representando de outra feita uma simplificação substancial no tratamento formal (ver discussão correspondente à expressão 4.32). Obtemos assim

$$\begin{aligned} \Omega_{CFL} &= \Omega_{nuclear} - \frac{3}{\pi^2}\Delta^2\mu^2 + B \\ &= \frac{6}{\pi^2} \int_0^\nu [p - \mu]p^2 dp + \frac{3}{\pi^2} \int_0^\nu [(p^2 + m_s^2)^{1/2} - \mu]p^2 dp - \frac{3}{\pi^2}\Delta^2\mu^2 + B, \\ &= \sum_{i=u,d,s} \frac{1}{4\pi^2} \left[\mu_i \nu (\mu_i^2 - \frac{5}{2}m_i^2) + \frac{3}{2}m_i^4 \log\left(\frac{\mu_i + \nu}{m_i}\right) \right] - \frac{3}{\pi^2}\Delta^2\mu^2 + B, \end{aligned} \quad (4.35)$$

onde $3\mu = \mu_u + \mu_d + \mu_s$, sendo o momentum comum de Fermi dado pela expressão 4.31. A partir destas expressões, podemos derivar a pressão (P), a densidade do número bariônico (n_B) e a densidade de energia (ε) do modelo CFL, na forma:

$$P = -\Omega_{CFL}, \quad (4.36)$$

$$n_B = n_u = n_d = n_s = \frac{(\nu^3 + 2\Delta^2\mu)}{\pi^2}. \quad (4.37)$$

A densidade de energia, dado que o sistema é assumido com temperatura nula, pode ser expressa na forma:

$$\varepsilon = \sum_i \mu_i n_i + \Omega_{CFL} = 3\mu n_B - P. \quad (4.38)$$

Ao combinarmos as expressões anteriores, podemos expressar a densidade de energia, a pressão e a densidade de número bariônico, respectivamente, como:

$$\varepsilon = \frac{9\mu^4}{4\pi^2} - \frac{3m_s^2\mu^2}{4\pi^2} + \frac{3}{\pi^2}\Delta^2\mu^2 + B; \quad (4.39)$$

$$P = \frac{3\mu^4}{4\pi^2} - \frac{3m_s^2\mu^2}{4\pi^2} + \frac{3}{\pi^2}\Delta^2\mu^2 - B; \quad (4.40)$$

$$n_B = \frac{\mu^3}{\pi^2} - \frac{m_s^2 \mu}{2\pi^2} + \frac{2}{\pi^2} \Delta^2 \mu, \quad (4.41)$$

onde:

$$\nu = \mu - \frac{m_s^2}{6\mu}. \quad (4.42)$$

No caso em que a matéria estelar é absolutamente estável, a energia por bárion na fase desconfiada (para $P = 0$ e $T = 0$) é menor do que a massa do nêutron (939 MeV). Uma outra condição surge de uma conhecida estabilidade empírica da matéria nuclear contra o desconfinamento à pressão nula [151]. Esta condição implica em que a energia por bárion da matéria desconfiada (um gás de quarks contendo graus de liberdade de u e d) à pressão e temperatura nulas deve ser maior do que a massa do nêutron. No modelo MIT foi demonstrado que esse valor deve ser superior a 57 MeV fm^{-3} [151]. A partir da equação (4.38), podemos escrever a condição absoluta de estabilidade estelar:

$$\left. \frac{\varepsilon}{n_B} \right|_{P=0} = 3\mu \leq m_n = 939 \text{ MeV}. \quad (4.43)$$

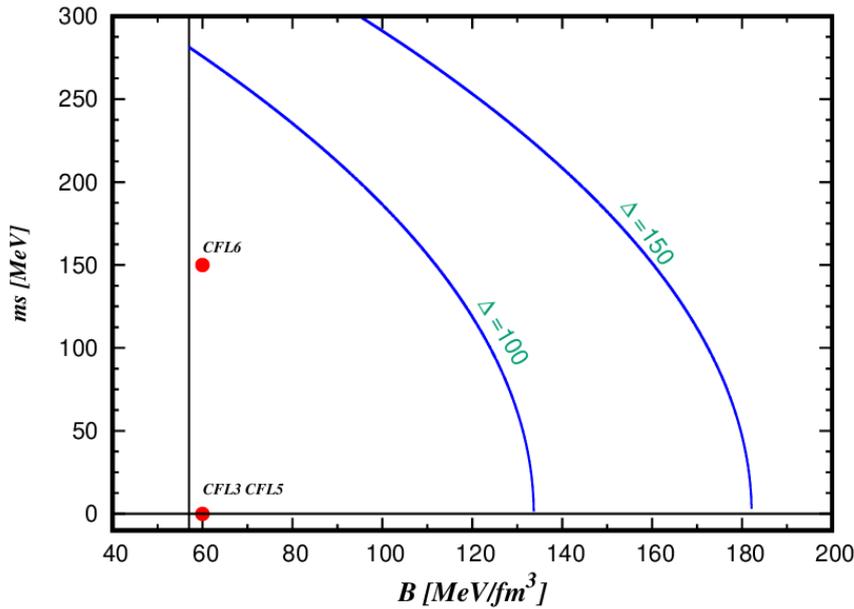


Figura 4.9: Representação de m_s em função de B com a condição $B > 57 \text{ MeV}/\text{fm}^3$. Esta representação é conhecida como plano $m_s - B$ caracterizando a *janela de estabilidade para a matéria estranha*. A escolha de valores para a constante de sacola e para a massa do quark *estranho* deve situar-se neste plano à esquerda do gap (Δ) para que a condição de estabilidade de matéria estranha seja realizada.

Ao considerarmos a condição $P = 0$, da equação (4.40) e $\mu = m_n/3$, obtemos uma equação parabólica para B dada por:

$$B = -\frac{m_s^2 m_n^2}{12\pi^2} + \frac{\Delta^2 m_n^2}{3\pi^2} + \frac{m_n^4}{108\pi^2}. \quad (4.44)$$

Na figura 4.9, o valor de m_s e B deve estar sob a linha azul.

A escolha dos três pontos considerados na figura, a saber, correspondentes aos modelos CFL3, CFL5 e CFL6 deu-se em função destes gerarem as maiores massas máximas estelares [152] para este modelo de EoS de quarks. Um parâmetro de suma importância nesta formulação é a velocidade do som no meio, dada por

$$\frac{c_s}{c} = \sqrt{\frac{dp}{d\varepsilon}} = \sqrt{\frac{dp/d\mu}{d\varepsilon/d\mu}} = \sqrt{\frac{\mu^3 + \alpha}{3\mu^3 + \alpha}}, \quad (4.45)$$

em que $\alpha = -\frac{m_s^2\mu}{2} + 2\Delta^2\mu$. A relação (4.45), cuja validade independe da EoS, deve ser inferior a 1 para que a descrição formal seja considerada causal.

Outra variável cuja análise é essencial para a consistência formal da teoria é o índice adiabático, definido como:

$$\Gamma = \frac{p + \varepsilon}{p} \frac{dp}{d\varepsilon} = \frac{p + \varepsilon}{p} c_s^2/c^2. \quad (4.46)$$

Esse parâmetro indica a rigidez de uma dada EoS para uma determinada região de densidade estelares.

4.6.2 Resultados

Apresentamos a seguir os resultados associados à descrição de uma estrela estranha considerando a fase CFL. Estes resultados contemplam a velocidade do som, densidade bariônica e relação massa-raio. Ademais, os resultados indicam a influência do termo de pareamento de Cooper, Δ , e sua contribuição para a massa máxima estelar como mencionado na seção anterior.

Os resultados mostrados na figura 4.10 indicam que a EoS correspondente ao modelo CFL5 é mais rígida, implicando em uma pressão maior e uma massa estelar maior, quando comparados aos resultados correspondentes aos modelos CFL3 e CFL6 para uma mesma densidade de energia.

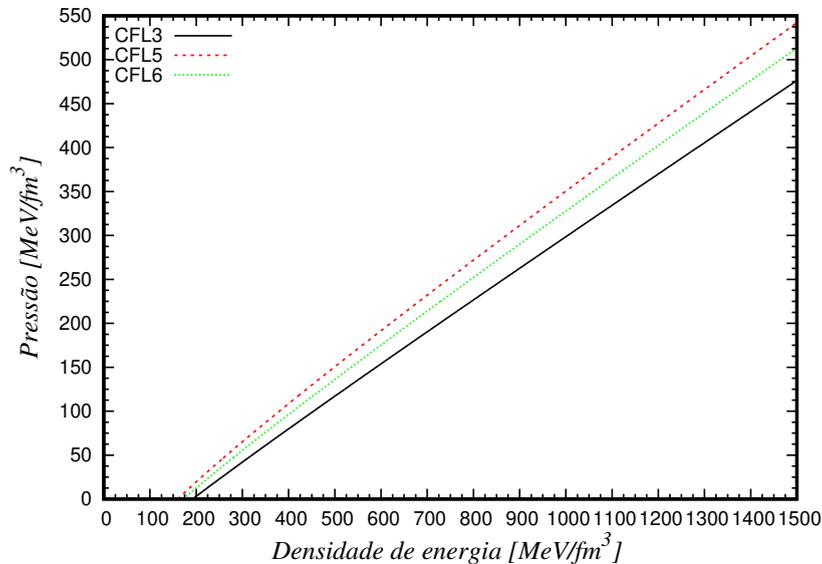


Figura 4.10: Representação das curvas que descrevem o comportamento da pressão em função da densidade de energia para a EoS proposta com diferentes parametrizações.

Ademais, aplicando a relação (4.45) para cada valor das grandezas m_s , Δ e B , obtemos os resultados da figura 4.11. Os resultados indicam que as três curvas apresentadas na figura respeitam a causalidade, com $0,59 < c_s/c < 0,60$ a $1000 \text{ MeV}/\text{fm}^3$.

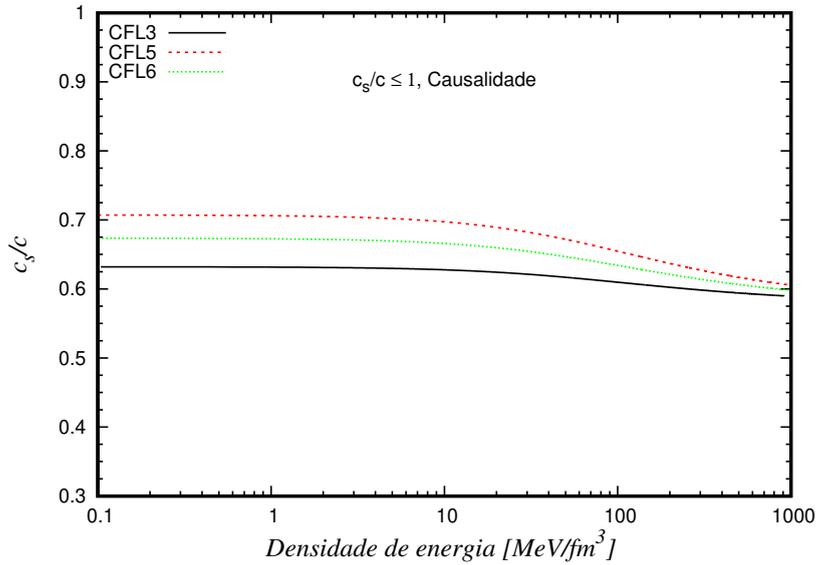


Figura 4.11: Comportamento da velocidade do som no meio estelar em função da densidade de energia para diferentes valores dos parâmetros m_s , Δ e B .

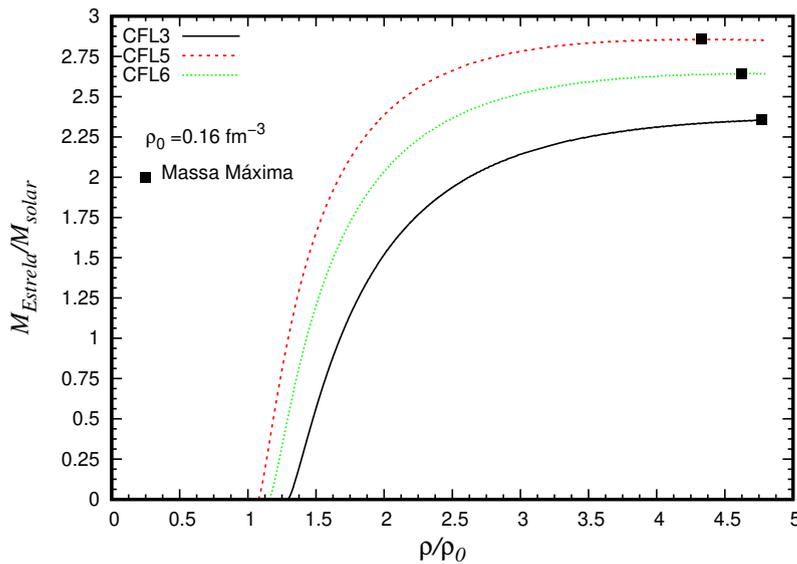


Figura 4.12: Massa máxima relativa de uma estrela estranha em função da densidade estelar relativa para os modelos considerados. Os quadrados pretos indicam a densidade correspondente à massa máxima estelar.

A determinação da velocidade do som c_s em estrelas compactas tem se revelado uma importante questão, ainda em aberto, com inúmeras implicações no comportamento

da matéria a grandes densidades e até mesmo na emissão de ondas gravitacionais em estrelas de nêutrons. Uma análise fisicamente motivada para a velocidade do som a altas densidades possibilitaria estender os cálculos microscópicos de matéria rica em nêutrons para as densidades mais altas encontradas em núcleos estáveis de estrelas de nêutrons. Neste caso, restrições astrofísicas existentes e esperadas nas massas e raios das estrelas de nêutrons por meio de observações de raios-X podem restringir a velocidade do som no núcleo estelar. Há um limite a ser explorado, denominado de *limite conforme* $c_s^2 \leq c^2/3$, que indicaria a velocidade do som possivelmente alcançando valores mais próximos da velocidade da luz c para valores muito expressivos da densidade de saturação nuclear, com implicações na composição estelar. A figura 4.12 mostra o comportamento da massa máxima relativa de uma estrela estranha em função da densidade estelar relativa para os modelos considerados. Na figura 4.13 vemos o comportamento correspondente à relação massa-raio de uma estrela estranha para os modelos considerados.

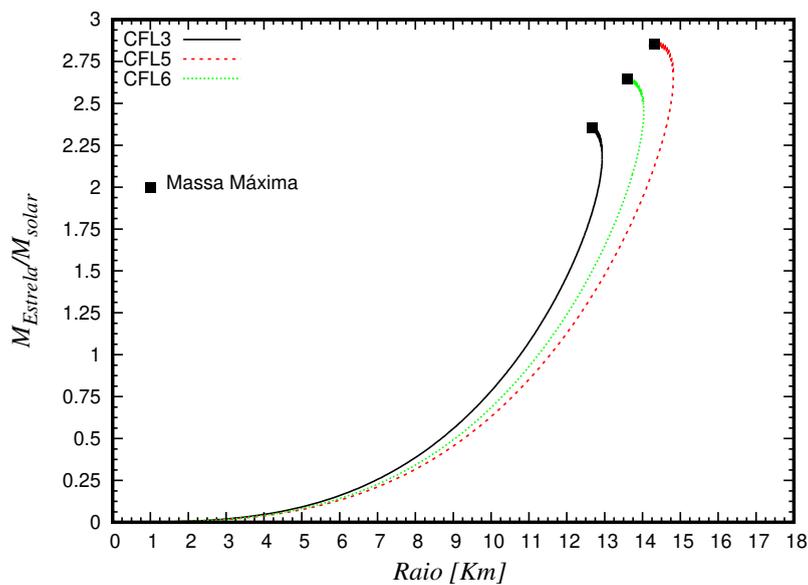


Figura 4.13: Relação massa-raio de uma estrela estranha para os modelos considerados. Os quadrados pretos indicam a densidade correspondente à massa máxima estelar.

A figura 4.14 mostra por sua vez o comportamento do índice adiabático para as três EoS estudadas.

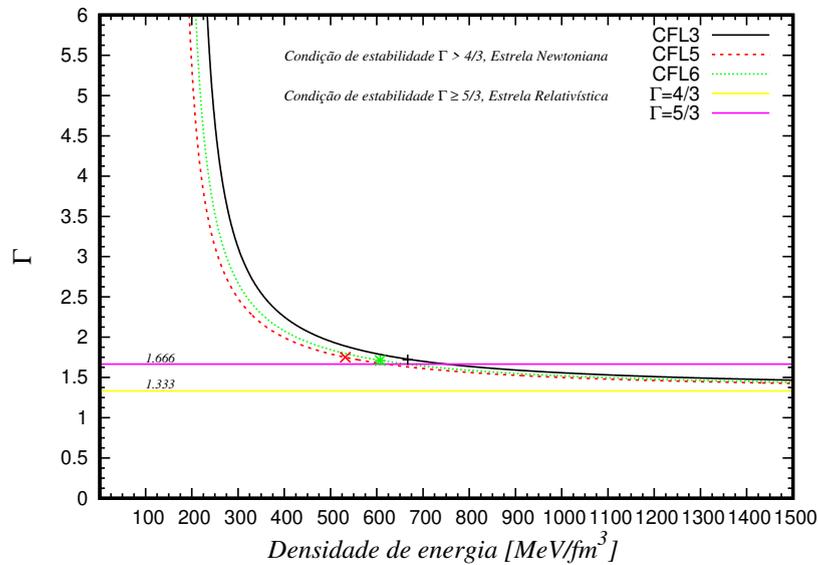


Figura 4.14: Comportamento do índice adiabático para as três EoS estudadas. Esse índice indica a rigidez da EoS.

Modelo CFL						
	M / M_{\odot}	R [Km]	ρ/ρ_0	B [MeV/fm ³]	Δ [MeV]	ms [MeV]
CFL3	2.35	12.67	4.76	60	100	0
CFL5	2.85	14.32	4.33	60	150	0
CFL6	2.64	13.60	4.62	60	150	150

Tabela 4.3: Propriedades estelares macroscópicas e parâmetros de cada equação de estado do modelo CFL.

A tabela 4.3 mostra a dependência dos modelos em função dos parâmetros m_s e Δ , visto que mantemos a constante de sacola igual para os três casos estudados. No modelo CFL3, uma vez que o índice adiabático é superior aos outros dois casos, a massa máxima estelar tem valor menor dentre todos os casos estudados; o raio correspondente a este valor de massa também é menor; porém, a densidade máxima corresponde a um valor maior. Ao aumentarmos o valor do termo de pareamento (Δ) de 100 MeV (CFL3) para 150 MeV (CFL5), obtemos o menor índice adiabático, resultando na maior massa máxima e no maior raio dos três casos; a densidade máxima é porém menor. No caso em que incluímos a massa do quark estranho (no modelo CFL6), todos os valores acima mencionados ficam entre os valores correspondentes aos modelos CFL3 e CFL5. Assim, podemos afirmar que o modelo CFL6, por incluir diferentemente dos demais a massa do quark estranho, representa o modelo mais apropriado a ser considerado neste estudo.

4.7 EoS no Âmbito da CDQ Perturbativa

A pergunta sobre a natureza da matéria contida na região mais interna de uma estrela de nêutrons carece ainda de uma resposta consistente e definitiva. Sabemos

que sua composição tem natureza nuclear, sob ação portanto da força forte e assim sendo que as suas interações mais relevantes se inserem no âmbito da Cromodinâmica Quântica (CDQ). Entretanto, como também sabemos muito bem, a construção de uma equação de estado (EoS) neste âmbito tem se revelado, do ponto de vista formal, uma tarefa de imensa dificuldade teórica. A situação é ainda mais complicada devido à rica estrutura da matéria nuclear fria, com possíveis fases contendo, por exemplo, káons, píons, estados condensados de diferentes naturezas, híperons e campos supercondutores de cor, entre outros. Neste contexto, a abordagem mais comumente usada no estudo da matéria nuclear a altas densidades é por meio de modelos efetivos e fenomenológicos, como a Hadrodinâmica Quântica, modelos do tipo Nambu-Jona-Lasinio, entre outros.

A estratégia adotada nesta seção, segue a linha proposta pelos autores das Refs. [95, 153, 154, 155] de construirmos uma equação de estado no âmbito da CDQ perturbativa. A Cromodinâmica Quântica Perturbativa (CDQP) é válida, no âmbito da interação forte, em situações físicas para as quais a constante de acoplamento forte, $\alpha_s(Q^2)$ ^{ix}, é relativamente pequena, mais apropriadamente em casos em que predominam interações de alta energia ou curtas distâncias, permitindo assim que técnicas de teoria de perturbação, comumente utilizadas em teorias efetivas, sejam aplicadas no âmbito da CDQ. Na maioria das circunstâncias, previsões testáveis da QCD são extremamente difíceis de serem realizadas devido ao número infinito em princípio de possíveis interações inerentes à formulação e às condições físicas estabelecidas no regime dominante das longas distâncias, onde os valores de $\alpha_s(Q^2)$ tornam-se expressivos, impedindo assim que aproximações sejam introduzidas. No regime de curtas distâncias entretanto, a constante de acoplamento da CDQ é pequena o suficiente para que esse número infinito de termos possa ser aproximado com precisão por um número finito. Embora aplicável apenas no regime de altas energias, esse tipo de abordagem tem resultado nos testes da CDQ mais precisos até o momento.

No caso das estrelas de quarks, a CDQP busca descrever a fase estelar de plasma de quarks e glúons (PQG), fase esta onde estas partículas estão livres, característica típica da liberdade assintótica da interação forte. A qual também é uma consequência do acoplamento não-linear dos glúons, bem como o confinamento de cor. Além disso, no regime não perturbativo ($Q^2 \lesssim 1 \text{ GeV}^2$), como mencionado em capítulos anteriores, temos além da teoria perturbativa chiral a CDQ na rede. A aplicabilidade da CDQP bem como a existência da fase de plasma de quarks e glúons em estrelas compactas é ainda uma questão em aberto. É importante ressaltar que a aplicabilidade da CDQP, segundo estimativas, deve iniciar-se a partir de uma densidade de $\approx 40n_0$, sem mencionar as incertezas relacionadas à densidade de transição do estado hadrônico estelar para a fase de PQG em estrelas híbridas. Previsões para a pressão de um plasma de quarks e glúons (PQG), a temperaturas menores do que 1 GeV, já demonstraram a vantagem da utilização da CDQP em comparação aos modelos do tipo MIT, vMIT e similares.

^{ix}A escala da constante da interação forte é usualmente apresentada na literatura em função do valor da massa do bóson neutro Z, $M_Z = 91,1876 \pm 0.0021 \text{ GeV}$, resultando em $\alpha_s(M_Z) = 0,1184 \pm 0,0007$.

Apenas como exemplo, citamos o cálculo da pressão da PQG composta de três sabores de quarks, a temperaturas em torno de 0,2 a 0,8 GeV [125], que demonstra que a EoS baseada na CDQP é muito bem sucedida em suas previsões em comparação com os resultados correspondentes à EoS proposta pelo modelo MIT. Esta vantagem descritiva é atribuída a características e limitações próprias do modelo MIT neste regime de densidades e temperaturas, mais precisamente ao aumento extremamente acentuado da pressão predita pelo modelo em direção ao limite de Stefan-Boltzmann, proporcional a $1/T^4$. Ao mesmo tempo, a CDQP apresenta como vantagem descritiva a forte dependência logarítmica na temperatura, originária da presença da constante de acoplamento da interação forte, α_s .

A EoS de uma estrela de quarks utilizando a equação de estado fria e densa na teoria CDQP foi proposta por Refs.[156, 157] em nível de $\sim \alpha_s^2$. No que segue, nos baseamos na Ref. [125]. A referida EoS descreve matéria composta de quarks, eletricamente neutra e em equilíbrio beta, e é definida em termos do potencial químico bariônico μ_B e parametrizada em termos da constante de acoplamento da interação forte α_s e da massa do quark estranho, m_s . Os valores seguintes são adotados inicialmente nesta formulação: $\alpha_s(1,5\text{GeV}) = 0,326$ e $m_s(2\text{GeV}) = 0,938\text{GeV}$, valores estes que depois evoluem em função da escala de energia representada por $\bar{\Lambda}$ no esquema de renormalização de subtração mínima^x, representada pela sigla \overline{MS} .

A EoS e suas primeira e segunda derivadas são descritas com uma precisão muito alta pela função de ajuste

$$P_{\text{QCD}}(\mu_B, X) = P_{\text{SB}}(\mu_B) \left(c_1 - \frac{a(X)}{(\mu_B/\text{GeV}) - b(X)} \right), \quad (4.47)$$

$$a(X) = d_1 X^{-\nu_1}, \quad b(X) = d_2 X^{-\nu_2}, \quad (4.48)$$

onde denotamos a pressão de três sabores de quark sem massa e não interativos (em $N_c = 3$) por

$$P_{\text{SB}}(\mu_B) = \frac{3}{4\pi^2} (\mu_B/3)^4. \quad (4.49)$$

No caso em que a pressão é dada em termos do potencial químico bariônico, obtemos a densidade de energia, $\epsilon(\mu_B)$, e o número bariônico, $n_B(\mu_B)$, da seguinte forma,

$$\epsilon(\mu_B) = \mu_B n_B - P(\mu_B), \quad n_B(\mu_B) = \frac{dP(\mu_B)}{d\mu_B}. \quad (4.50)$$

A dependência do resultado na escala de renormalização está contida nas funções $a(X)$ e $b(X)$, que dependem de um parâmetro adimensional proporcional ao parâmetro de escala, $X \equiv 3\bar{\Lambda}/\mu_B$. Os valores das constantes $c_1, d_1, d_2, \nu_1, \nu_2$ são fixados por meio da minimização dos valores da seguinte função de mérito:

$$\chi^2 = [\Delta P(\mu_B, X)]^2 + [\Delta N(\mu_B, X)]^2 + [\Delta C_s^2(\mu_B, X)]^2, \quad (4.51)$$

onde ΔP , ΔN e ΔC_s^2 são as diferenças entre os valores da pressão, densidade do número

^xNa teoria quântica de campos, o esquema de subtração mínima, ou esquema MS, é um esquema de renormalização usado para absorver os termos infinitos que surgem em cálculos perturbativos além da ordem principal, introduzido independentemente por Gerard 't Hooft e Steven Weinberg em 1973. O esquema MS consiste em absorver apenas a parte divergente das correções radiativas nos contratermos.

de quarks e velocidade do som ao quadrado obtidos do ajuste e de expressões perturbativas completas apresentadas na Ref. [155], normalizadas aos valores correspondentes de Stefan-Boltzmann. Os seguintes valores foram adotados para estes parâmetros [125]

$$c_1 = 0.9008, \quad d_1 = 0.5034, \quad d_2 = 1.452, \quad \nu_1 = 0.3553, \quad \nu_2 = 0.9101. \quad (4.52)$$

O ajuste acima corresponde a região definida pelas seguintes condições $\mu_B < 2$ GeV, $P(\mu_B) > 0$ e $X \in [1, 4]$. Apresentamos a seguir os resultados para a parametrização anterior.

4.7.1 Resultados

Nossos resultados, apresentados a seguir, visam mostrar, de forma geral e analítica como informações sobre a equação de estado (EoS) de matéria fortemente interagente, obtida usando a Cromodinâmica Quântica perturbativa (CDQP) restringe a EoS em densidades alcançáveis em estrelas de nêutrons. Nossa abordagem é baseada, como vimos, na utilização de potenciais termodinâmicos no limite de alta densidade, juntamente com a estabilidade termodinâmica e a causalidade. Isso requer considerar a pressão também como uma função do potencial químico $p(\mu)$ em vez da pressão comumente usada como uma função somente da densidade de energia $p(\epsilon)$. Os resultados podem ser usados para extrapolar os cálculos de CDQP para densidades mais baixas.

Nos resultados abaixo, vemos como a EoS torna-se mais rígida à medida em que aumentamos os valores de X . A diferença da inclinação das equações de estado para os dois valores de X é mostrada na figura 4.15.

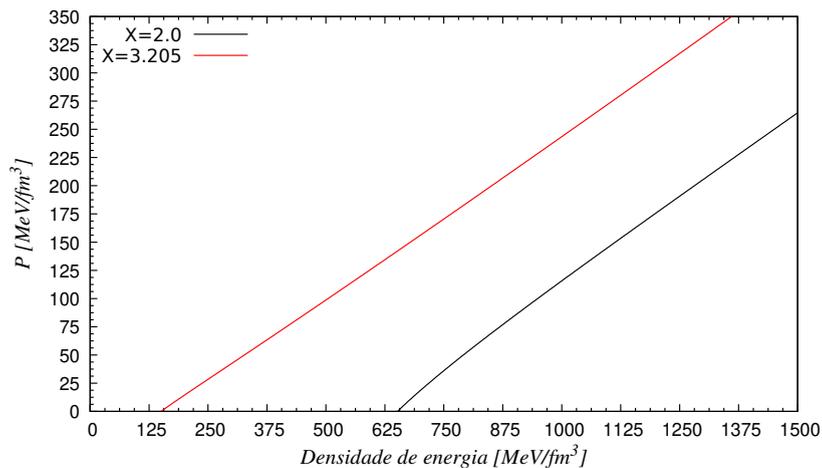


Figura 4.15: Equações de estado para dois valores de X adotados no presente trabalho. Percebemos que a EoS com valor $X=3,205$ é mais rígida do que aquela com $X=2,0$.

A dependência da escala X na relação massa-raio para os dois valores adotados no presente capítulo é mostrada na figura 4.16. A dependência da escala X na massa máxima estelar pode ser vista claramente na referida figura, ou seja, quanto maior o valor de X , mais rígida a correspondente EoS, e maior a massa estelar.

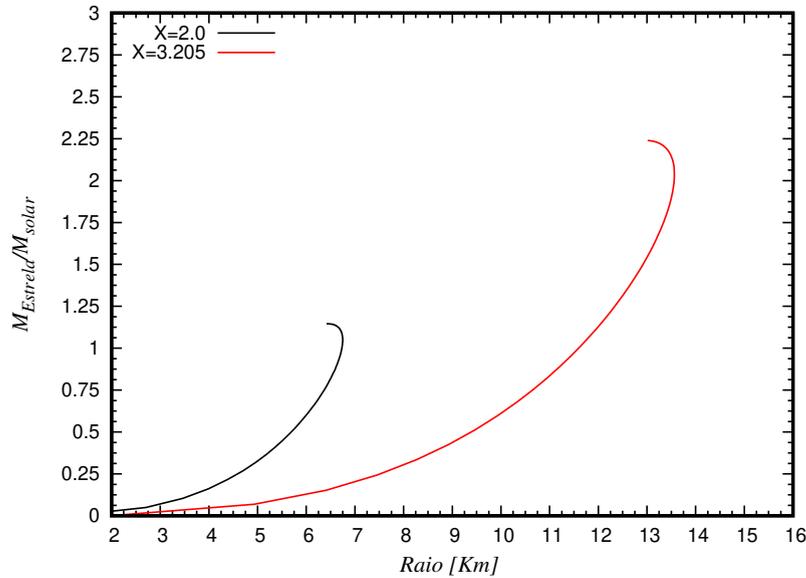


Figura 4.16: Dependência da escala X na massa máxima em função do raio estelar.

Parametrizações da CDQP			
	M / M_{\odot}	R[Km]	ρ/ρ_0
X=2,0	1,14	6,46	13,18
X=3,205	2,23	12,94	4,625

Tabela 4.4: Propriedades estelares macroscópicas com as razões das densidades bariônicas correspondentes aos valores de massa estelar máxima.

A parametrização utilizada permite um valor máximo de X igual a 4; com tal valor de X, a massa máxima estelar atingida é superior a $2,5 M_{\odot}$ e o raio estelar em torno de 15 km. As estrelas de quarks descritas nesta seção apresentam as mesmas características dos modelos estudados anteriormente, ou seja, estrelas ligadas pela força forte, que apresentam comportamentos distintos porém no que se refere à relação M-R, seja para estrelas de nêutrons, seja para estrelas híbridas. A vantagem desta parametrização, baseada na CDQP, está no fato de levarmos em consideração, diferentemente dos casos anteriores, o confinamento dos quarks de uma maneira *realística*, bem como a presença da constante da interação forte, sem a necessidade de introduzir uma separação irrealística e artificial, entre o vácuo perturbativo e o não perturbativo, por meio da inserção de uma constante de sacola. Lembrando que, em primeira ordem, a "constante" da interação forte, em função do momentum quadrático transferido^{xi}, Q^2 , é caracterizada pela condição $\sqrt{Q^2} \rightarrow \infty$:

$$\alpha_s = \alpha_s(Q^2) = \frac{12\pi}{(33 - 2n_f)\ln(Q^2/\Lambda^2)}. \quad (4.53)$$

^{xi}O momentum quadrático transferido Q^2 representa a escala de *resolução* do sistema.

Desta expressão, no limite em que $Q^2 \rightarrow \Lambda^2$, então $\alpha_s \rightarrow \infty$, de forma que, para distâncias entre os quarks da ordem de $r \sim 1/\Lambda$, a interação se torna extremamente expressiva^{xii}. Λ é um valor calculado quando se mede $\alpha_s(Q^2)$. O valor de Λ está 150-300 MeV. A desvantagem desta formulação, como dito anteriormente, é supor que a CDQP seja aplicável a estrelas de quarks, na medida em que as suposições que embasam esta proposição não apresentam ainda elementos observacionais que a substanciem de forma rigorosa e definitiva, estando ainda na fase de especulação.

Os trabalhos anteriores a esta tese foram dedicados ao estudo da parte não perturbativa da fatorização da CDQ, em ordem dominante. A saber, no que se refere ao comportamento da densidade de probabilidade de glúons a pequeno x (ou altas energias de centro de massa) [158]. Para isso, colisões do tipo próton-próton e íon-íon a altas energias disponibilizam excelentes informações sobre essa densidade, sendo que nos trabalhos anteriores, foram usados a fotoprodução de mésons vetoriais em colisões ultra-periferais para tal investigação. Graças a colisores circulares como o LHC - alta energia de centro de massa-, pode-se alcançar valor de pequeno- x , envolvendo íons ou prótons. A variável x de Bjorken^{xiii}. Fisicamente, x de Bjorken representa uma fração do momentum de um específico párton com relação ao momentum total do próton - nome genérico para quarks e glúons. Em particular, a distribuição partônica no núcleo para pequenos valores de x apresenta, neste regime, um crescimento rápido de acordo com as equações de evolução linear DGLAP ou BFKL. Logo, a seção de choque crescerá indefinidamente - efeitos não lineares. Em termos de teoria, as equações de evolução que levam a saturação deste crescimento da seção de choque são as equações de evoluções não-lineares JIMWLK e BK. Para maiores detalhes recomendamos as excelentes teses de doutorado [159, 160].

4.8 Conclusão

No presente capítulo estudamos quatro modelos contendo quarks como sua composição primordial. As predições do mais simples destes modelos, e amplamente utilizado, o modelo MIT, como vimos, não atingem a massa máxima estelar observada para uma estrela compacta, ou seja, $2.35 M_\odot$ [144], embora este modelo descreva as características principais da CDQ, — o confinamento e a liberdade assintótica dos quarks, ainda que o mecanismo de confinamento seja introduzido nestes modelos de uma forma ad hoc, artificial, por meio de uma região de superfície descontínua, modelada por uma função θ . A fim de atingir a massa máxima estelar recentemente observada, incluiu-se uma interação entre os quarks por meio da troca de um méson vetorial-isoescalar, cujo campo é representado por V^μ , utilizando para tal o modelo vMIT. Esse modelo exhibe

^{xii}O confinamento também é resultado do acoplamento não-linear dos glúons. Aliás, não foi provado rigorosamente ainda, embora cálculos na CDQ rede mostrem boas evidências. O potencial de energia entre dois quarks é dado por $V(r) \sim \frac{a}{r} + br$. O primeiro termo é do tipo potencial de Coulomb enquanto o segundo, é linear.

^{xiii}A variável x de Bjorken é definida em termos do momentum quadrático transferido Q^2 e da energia de centro de massa \sqrt{s} na forma: $x = \frac{Q^2}{s}$.

as mesmas propriedades relativas à CDQ do modelo anterior, com a adição porém desta interação vetorial-isoscalar, de natureza repulsiva, que torna a equação de estado mais rígida em comparação à equação correspondente do modelo MIT. Ainda, estudamos o modelo CFL que também descreve o confinamento e a liberdade assintótica dos quarks e, adicionalmente, o fenômeno da supercondutividade de cor. Este modelo não exige a inclusão de léptons na descrição teórica com o objetivo de manter a neutralidade de carga elétrica, não exigindo ademais a inclusão do equilíbrio beta, pois os três quarks possuem o mesmo momentum de Fermi. Por fim, estudamos a parametrização baseada na CDQP, a qual por partir do potencial termodinâmico da CDQP, descreve intrinsecamente os fenômenos da liberdade assintótica e confinamento de maneira consistente com a fenomenologia. No entanto, a confiabilidade desta parametrização está na suposição de uma densidade estelar de $\approx 40n_0$, densidade esta que difere de maneira expressiva de todos os modelos nucleares e de quarks conhecidos. O estudo dos modelos MIT e vMIT se faz necessário para construir, de forma consistente, uma EoS de estrelas híbridas, constituídas por uma parte externa com uma EoS hadrônica e o núcleo com uma EoS de quarks. Concluimos estas observações reafirmando que os três últimos modelos atingem a massa máxima observada. Incluímos ao final referências que discutem alguns dos temas abordados neste capítulo [145, 122, 146, 148, 150, 151, 152, 153, 154, 161].

Capítulo 5

Estrelas Híbridas

No capítulo anterior estudamos modelos teóricos que descrevem as estruturas e as propriedades de estrelas constituídas por hádrons ou por quarks, mais precisamente, estrelas de nêutrons e estrelas estranhas. Nesse capítulo analisamos as condições para a possível existência de uma estrela híbrida, ou seja, uma estrela constituída por uma camada externa composta por hádrons e com um caroço ou núcleo mais interno composto por quarks. Desta forma, enfatizamos a hipótese de longa data de que algumas estrelas compactas podem realmente ser “estrelas híbridas”, um meio estelar onde seria energeticamente forável à matéria u-d converter-se em matéria u-d-s por meio de interações fracas, diminuindo assim sua energia por bárion. Nesse contexto, a energia por bárion dessa composição chamada matéria estranha corresponderia ao verdadeiro estado fundamental da matéria, com energia por bárion menor do que a do ferro, os núcleos mais estáveis da natureza, tal que a estrela inteira se converterá em uma estrela estranha com características muito diferentes das estrelas compactas “convencionais”. Caso a matéria estranha não corresponda ao verdadeiro estado fundamental da matéria, a estrela de nêutrons pode ter um núcleo de quarks seguido por uma fase mista e manto nuclear no topo. Essas então seriam as estrelas chamadas de híbridas.

No presente estudo, para descrevermos a camada externa estelar, usaremos a equação de estado caracterizada pela sigla NL3, pois esta reproduz adequadamente os resultados experimentais na densidade de saturação. Para o caroço estelar usaremos os modelos de quarks MIT e vMIT. Vimos no capítulo anterior que o modelo MIT original não reproduz as massas estelares observadas, cujo valor situa-se acima de $2,35M_{\odot}$ [144]. Vimos também, que para que o modelo reproduza tais valores de massas estelares faz-se necessária a inclusão de interações repulsivas entre os quarks por meio da troca de um méson vetorial-isoescalar, representado pelo campo quadri-vetorial V^{μ} , dando origem assim ao modelo vMIT. Na seção subsequente, usamos a EoS CDQP combinada com a EoS AP4 para construir uma estrela híbrida comparando nossos resultados com aqueles apresentados na Ref. [125]. É importante ressaltar que a estrela híbrida construída por meio dos modelos MIT e vMIT pertencem à classe de estrelas gêmeas e, inclusive, assemelha-se na relação massa-raio a estrelas de nêutrons.

E como veremos neste capítulo, na sessão de resultados, as massas máximas de

estrelas híbridas são em geral inferiores às massas de estrelas constituídas puramente por quarks ou hadrônicas. Além disso, como será mostrado na seção de resultados, a construção de Maxwell que descreve as regiões de transição de fase e os critérios de estabilidade restringem tanto a constante de sacola quanto o termo a_0 que descreve a intensidade do acoplamento entre os campos dos quarks e do méson vetorial-isoescalar. E como veremos, como resultado dos cálculos, a massa máxima da estrela híbrida se situa em torno de $1,5M_\odot$, ou seja, seu valor está distante dos valores correspondentes de massas observadas, ou seja, da ordem de $\approx 2,35M_\odot$ [144].

Em suma, a conclusão geral a que chegamos é de que a matéria de quarks e a matéria hadrônica, quando descritas pelos modelos adotados nesta tese, apresentam uma janela de combinações de parâmetros com pouca abrangência do ponto de vista de consistência física quando nos valemos da construção de Maxwell para descrever uma transição de fase de primeira ordem. E como veremos, as massas máximas das estrelas híbridas e das estrelas estranhas apresentam valores muito próximos. A intersecção no plano $P-\mu_b$ das correspondentes equações de estado, intersecção esta baseada na condição de Gibbs para a transição de fase, determinará as condições de equilíbrio alternativas à construção de Maxwell. Quanto às equações de estado hadrônicas, suas predições indicam massas máximas que podem atingir $\approx 2,0M_\odot$ [122, 146], ou valores superiores. Por fim, de acordo com [146], valores da velocidade do som que obedecem a condição $c_s^2/c^2 \geq 0,4$ são indicadores das características peculiares da força forte para “suportar”, por meio de uma equação de estado que descreva uma estrela híbrida com $2M_\odot$, enquanto que valores que obedecem a condição $c_s^2/c^2 = 1.0/3.0$ estão associados ao limite conformal da CDQ.

Cabe ressaltar que as estrelas híbridas descritas neste capítulo pertencem a uma classe de estrelas compactas denominadas *estrelas gêmeas*, ou seja, estrelas caracterizadas por idênticos valores de massa, por raios distintos e por uma região de instabilidade na sequência estelar. Outra característica dessa classe de estrelas é o aparecimento de um pico de transição de fase no gráfico que caracteriza a relação massa-raio estelar. A atenção dada a estes critérios se faz necessária devido à natureza peculiar de uma estrela híbrida, diferentemente dos casos estudados anteriormente, em que toda a sequência estelar apresenta configurações estáveis até o limite de massa máxima.

5.1 Critérios de Estabilidade e Velocidade do Som

Consideramos no que se segue os critérios de estabilidade estelar bem como o papel da velocidade do som no meio e sua relação com o grau de rigidez de uma dada equação de estado.

5.1.1 Princípio de Le Chatelier

Objetos estelares compactos, principalmente anãs brancas e estrelas de nêutrons, são objetos que nascem quando estrelas normais morrem, ou seja, quando a maior parte de seu combustível nuclear é consumido. Ao contrário das estrelas normais, estes objetos compactos não conseguem se sustentar contra o colapso gravitacional gerando pressão

térmica porque não queimam combustível nuclear. Em vez disso, as anãs brancas são sustentadas pela pressão degenerada do gás de elétrons, enquanto as estrelas de nêutrons são sustentadas pela pressão degenerada do gás de nêutrons, combinada com a contribuição da parte repulsiva da interação nuclear. Ao levar em conta esses aspectos e analisarmos a estabilidade de configurações estelares compactas, utilizamos, como vimos, as equações de equilíbrio hidrostático regular, levando em consideração os efeitos da Relatividade Geral, ou seja, utilizamos as equações de Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV) [63, 64] (ver também os apêndices A e B).

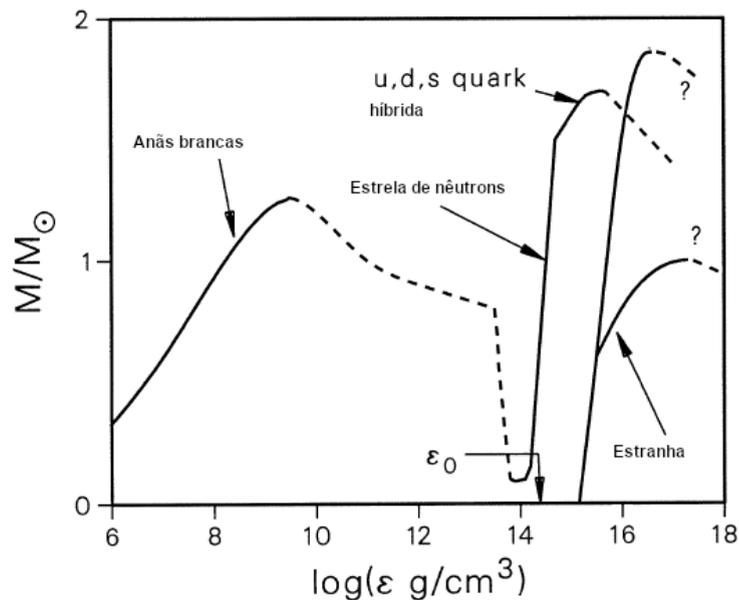


Figura 5.1: Ilustração esquemática de soluções das equações TOV [63, 64] para as massas estelares em função da densidade de energia para uma ampla gama de densidades estelares centrais. Linhas sólidas indicam as regiões onde as condições de equilíbrio são satisfeitas. Figura adaptada de [48].

Quanto à condição de estabilidade, considerando o equilíbrio hidrostático da estrela, equilibramos o gradiente de pressão com a força da gravidade e, junto com isso, usamos diferentes equações de estado para diferentes configurações estelares. O problema é então reduzido a um sistema de duas equações diferenciais, que resolvemos usando diferentes métodos computacionais, obtendo entre outras propriedades as relações entre massa estelar e raio, bem como entre massa estelar e densidade central.

Quanto aos critérios adotados de estabilidade estelar, o princípio de Le Chatelier ocupa papel central. O princípio de Le Chatelier afirma que, se o equilíbrio dinâmico de um determinado sistema é perturbado pela mudança das condições físicas internas do sistema, o ponto de equilíbrio das configurações correspondentes ao espaço de fases se modifica de modo a neutralizar a mudança correspondente e restaurar então o equilíbrio do sistema enfocado. No caso presente, este princípio está associado à estabilidade da

matéria microscópica da equação de estado estelar [48], e é dado por,

$$\frac{dP}{d\rho} \geq 0. \quad (5.1)$$

O princípio de Le Chatelier estabelece então que a matéria da estrela deve satisfazer a condição $\frac{dP}{d\rho} \geq 0$, condição esta essencial para a estabilidade estelar, tanto do ponto de vista global quanto em relação às regiões elementares de não equilíbrio, caracterizadas por sua vez por expansões ou contração microscópicas espontâneas.

Além das configurações de equilíbrio indicadas na figura 5.1, as estrelas estão sujeitas a oscilações radiais. A condição de estabilidade a oscilações radiais é dada por [48]

$$\frac{\partial M(\epsilon_c)}{\partial \epsilon_c} > 0. \quad (5.2)$$

Ademais, a causalidade, que estabelece de maneira geral uma relação entre causas e efeitos de um determinado processo físico, faz com que a velocidade do som no fluido esteja sujeita à seguinte condição:

$$\frac{c_s}{c} \equiv \sqrt{\frac{dP}{d\epsilon}} \leq 1. \quad (5.3)$$

Por fim, a última condição de consistência física dos tratamentos formais estabelece que a massa da estrela deve ser uma função crescente da pressão central [161], evitando assim o colapso gravitacional. Para estrelas compostas somente de quarks ou hádrons, os modelos utilizados nesta tese satisfazem todos os critérios anteriormente citados.

5.2 Estrelas Compactas Gêmeas

Eventos com ondas gravitacionais tem revelado distintos cenários evolutivos de estrelas compactas. Um cenário em que ocorre uma transição de fase de primeira ordem no interior dessas estrelas é de particular interesse, pois pode levar, sob certas condições, a um terceiro ramo gravitacionalmente estável, além das anãs brancas e das estrelas de nêutrons. Este cenário, conhecido como das estrelas compactas gêmeas, gera estrelas com a mesma massa que as estrelas compactas normais, mas com raios bem diferentes. No presente trabalho, focamos em estrelas híbridas que passaram por uma transição de fase da matéria de hádrons para a matéria de quarks na região do núcleo estelar, onde essa nova configuração estável surge. A ênfase será dada especialmente nos aspectos da transição de fase utilizando-se da construção de Maxwell.

A construção de Maxwell, relacionada a uma transição de fase de primeira ordemⁱ, devido à sua própria natureza, é caracterizada por uma lacuna em função da densidade, ou seja, ocorre um salto na descrição da composição estelar entre a fase de hádrons e a fase de quarks. Essa lacuna corresponde ao intervalo de pressão constante onde ocorre a transição da matéria de hádrons para a matéria de quarks. Cabe ressaltar porém que estas duas fases estão em contato direto, diferentemente da construção de Gibbs que não contempla tal lacuna, descrevendo uma transição de fase contínua. Na construção

ⁱA construção de Maxwell da fase mista estelar é definida pelas condições $Phase_1(\mu_B, \mu_Q) = Phase_2(\mu_B, \mu_Q)$; $\mu_B = \mu_{B1} = \mu_{B2}$. Ou seja, isto significa que o potencial químico bariônico μ_B é contínuo, mas o potencial químico elétrico μ_Q salta na interface entre as duas fases. Além disso, ao contrário da construção de Gibbs, onde a pressão na fase mista aumenta com a densidade dos bárions, a construção de Maxwell corresponde a uma pressão constante no intervalo de densidade da fase mista.

de Gibbsⁱⁱ portanto, devido às suas próprias características, não ocorre essa região de exclusão de modo que diferentes partículas, de diferentes naturezas, co-habitam o mesmo meio com diferentes números de ocupação.

Estudos sugerem, apesar das incertezas inerentes a tal conclusão, que em determinadas situações, seja pela simplicidade formal, seja pelas limitações impostas pelas observações de propriedades estelares concentradas apenas na região estelar de superfície, que uma transição de fase baseada na construção de Maxwell [162, 164, 165], em detrimento da transição de Gibbs, contemple resultados consistentes. Outra distinção entre as duas construções surge no “salto” das curvas que descrevem o potencial químico do elétron em função da densidade estelar. Na construção de Maxwell, tal salto pode levar a campos elétricos intensos, gerando, desta forma, fortes campos eletromagnéticos em estrelas rotantes [162].

No que segue analisamos a estabilidade estelar por meio de uma equação de estado caracterizada pela sigla NL3 com uma região de pressão constante, P_{trans} , e com um salto na densidade de energia, $\Delta\epsilon$, devido a uma transição de fase de primeira ordem que cumpriria a restrição de Seidovⁱⁱⁱ [166],

$$\frac{\Delta\epsilon}{\epsilon_{trans}} = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \frac{P_{trans}}{\epsilon_{trans}}. \quad (5.4)$$

Um estudo detalhado realizado por [167] mostra as possíveis sequências de estrelas híbridas.

5.2.1 Equação de estado hadrônica NL3

A equação de estado NL3 é ajustada de acordo com a teoria relativística de campo médio HDQ-II (Hidrodinâmica Quântica II) [101]. Esta formulação de Serot e Wa-
lecka, por meio de acoplamentos com mésons escalares, vetoriais e iso-vetoriais, amplia as características descritivas do modelo HDQ-I [100]. A teoria HDQ-II apresenta excelentes descrições de propriedades nucleares globais como por exemplo: propriedades do estado fundamental de núcleos esféricos e deformados, tanto na região caracterizada pela *linha de estabilidade* quanto em regiões distantes desta; torção anômala no desvio do isótopo de Pb, bem como desvio anômalo isotópico nas cadeias de Sr e Kr. Mais detalhes sobre o modelo citado podem ser encontrados nas referências [101, 168].

A densidade Lagrangeana do modelo HDQ-II é dada por [101, 168],

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{\psi} (\gamma(i\partial - g_\omega\omega - g_\rho\vec{\rho} \cdot \vec{\tau} - eA) - m - g_\sigma\sigma) \psi \\ & + \frac{1}{2}(\partial\sigma)^2 - U(\sigma) - \frac{1}{4}\Omega_{\mu\nu}\Omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega^2 \\ & - \frac{1}{4}\vec{R}_{\mu\nu}\vec{R}^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\rho^2\vec{\rho}^2 - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}; \end{aligned} \quad (5.5)$$

ⁱⁱAs condições de Gibbs para a fase mista são $Phase_1(\mu_B, \mu_Q) = Phase_2(\mu_B, \mu_Q); \mu_B = \mu_{B1} = \mu_{B2}; \mu_Q = \mu_{Q1} = \mu_{Q2}$.

ⁱⁱⁱO limite de Seidov é utilizado para determinar uma terceira família de objetos compactos, ou seja, as estrelas gêmeas: aparência de ramo instável seguido de um ramo estável. Deve-se salientar que a formação de estrelas gêmeas ocorre somente com a construção de Maxwell bem como a condição de Seidov.

expressão esta que contém núcleons, representados pelo campo ψ , com massa m , mésons σ, ω, ρ , o campo eletromagnético A , acrescida, na parametrização NL3, por termos de auto-interação não lineares do campo σ

$$U(\sigma) = \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 + \frac{1}{3}g_2\sigma^3 + \frac{1}{4}g_3\sigma^4. \quad (5.6)$$

Os valores dos parâmetros da abordagem NL3 [168] são mostrados na tabela 5.1.

5.3 Resultados

O comportamento dos híperons no vácuo é muito diferente do que ocorre na matéria de altas densidades, como no núcleo das estrelas de nêutrons. Considerações termodinâmicas sugerem que os híperons são produzidos na matéria de estrelas de nêutrons quando a densidade bariônica se torna maior que um certo limite, que depende das características da interação entre as partículas. Se a densidade bariônica, ou seja, a soma das densidades numéricas de nêutrons e prótons, exceder o valor limite, o sistema pode converter alguns núcleons em híperons. Além disso, a enorme densidade do sistema e a ação do mecanismo de bloqueio de Pauli evitam o decaimento dos híperons. Por outro lado, no vácuo, os híperons são instáveis e decaem em uma escala de tempo típica definida pela interação fraca. Híperons podem aparecer no núcleo interno de estrelas de nêutrons em densidades de cerca de $(2 - 3)\rho_0$. A sua presença no interior da estrela de nêutrons conduz a um abrandamento da EoS e conseqüentemente a uma redução da massa estelar máxima. Há entretanto entre a comunidade científica incertezas quanto à realização efetiva da presença de híperons em estrelas de nêutrons. Este tema, fora do escopo desta tese, nos fez limitar a região de densidades associadas à transição de fase entre a parte hadrônica e a de quarks, descritas pela parametrização NL3 e pelos modelos MIT e vMIT, de modo a excluir a presença dos híperons no interior estelar [42, 174, 177]. Além disso, a fim de comparar nossos resultados para estrelas híbridas com os resultados correspondentes apresentados na Ref [162], adotando os modelos representados pelas siglas TM1YY e MIT, usamos os mesmos valores das massas dos quarks, ou seja: $m_u = 5$ MeV, $m_d = 10$ MeV e $m_s = 150$ MeV.

Parâmetros Ajustados e fixados [168]	
$M = 939$ (MeV)	valor fixado
$m_\sigma = 508$ (MeV)	$g_\sigma = 10,217$
$m_\omega = 782, 501$ (MeV)	$g_\omega = 12,868$
$m_\rho = 763, 0$ (MeV)	$g_\rho = 4,474$
$g_2 = -10,431$ (fm^{-1})	$g_3 = -28,885$

Tabela 5.1: Tabela com os valores das massas dos mésons e das constantes de acoplamento adotadas para a formulação lagrangiana do modelo NL3.

A tabela 5.1 contempla os valores das massas dos mésons e das constantes de acoplamento adotadas para a formulação lagrangiana do modelo NL3. Acoplamentos surgem *naturalmente* em uma teoria quântica de campos. Um papel especial é desempenhado

pelos acoplamentos nas teorias quânticas relativísticas, acoplamentos estes que são adimensionais, ou seja, são representados por números puros. De maneira geral, na física, uma constante de acoplamento entre campos, ou parâmetro de acoplamento de calibre, é representada por um valor numérico, adimensional, que determina a intensidade da força exercida em uma interação. Nos primórdios, a constante de acoplamento relacionava a força entre dois corpos estáticos com as “cargas” dos corpos, ou seja, a carga elétrica em eletrostática e a massa na gravidade Newtoniana, dividida pela distância que separa os corpos ao quadrado. Modernamente o conceito tem sofrido muitas modificações e as constantes de acoplamento, de maneira implícita, parametrizam aspectos dinâmicos de uma interação, sendo portanto dependentes de grandezas como momentum transferido, densidade, entre outros, embora mantendo a característica adimensional na maioria das vezes.

Propriedades da matéria nuclear simétrica [168]	Valores empíricos	
ρ_0 (fm^{-3})	0,1483	0,148/0,185[35]
E_0 (MeV)	-16,299	-15,0/-17,0[35]
K (MeV)	271,76	220/260[169]
J (MeV)	37,4	30/33,7[170]
m^*/m	0,6	0,55/0,6 [171]

Tabela 5.2: As propriedades da matéria nuclear simétrica representadas na tabela são: densidade de saturação (ρ_0), energia de ligação (E_0), compressibilidade da matéria nuclear (K) e energia de simetria (J).

A tabela 5.2 mostra valores das propriedades da matéria nuclear simétrica adotadas neste trabalho. A densidade de saturação da matéria nuclear, ρ_0 , como sabemos, é muito importante para determinar a estrutura dos núcleos. Espera-se que a matéria nuclear infinita, um sistema uniforme hipotético de prótons e nêutrons sem interações de Coulomb, tenha uma energia por núcleon que é minimizada em ρ_0 . Este valor mínimo descreve a saturação nuclear e é uma propriedade fundamental da estrutura nuclear. Além disso, este valor de ρ_0 é uma referência importante que é usada para medir até mesmo matéria de maior densidade em observações astrofísicas e em reações no laboratório. A saturação nuclear implica que a densidade interior de núcleos pesados deve ser quase constante e próxima de ρ_0 . Historicamente, a fórmula semi-empírica de massa e o modelo de gota líquida descrevem o núcleo como uma gota quântica incompressível em ρ_0 . Mas por que a matéria nuclear satura? E como se pode calcular a densidade de saturação ρ_0 ? Surpreendentemente, embora esta não seja a temática, — ainda que fascinante —, central desta tese, as respostas ainda em aberto a essas perguntas enganosamente simples têm provado serem sutis e evasivas. Uma discussão muito interessante sobre estas questões pode ser encontrada na referência [147].

A tabela 5.2 mostra que alguns valores ajustados diferem significativamente dos correspondentes valores empíricos, pois foram realizados com base em valores experi-

mentais coletados até o ano de 1996. O artigo da Ref. [172], realiza uma análise de diversos modelos nucleares para determinar a energia de simetria nuclear e compara, com base em novos resultados experimentais - indicados pelas siglas CREX e PREX - dados sobre a “espessura de pele” do nêutron. A análise com 68% de confiança, segundo os autores, leva a um valor diferente da inclinação da energia de simetria em comparação aos modelos nucleares “convencionais”. A equação de estado NL3 tabelada foi, por sua vez, obtida de Ref. [173] para o caso em que há a inclusão de elétrons.

Com o intuito de obtermos os valores de pressão estelar onde ocorrerá a transição de fase, buscamos identificar pontos de intersecção entre os potenciais químicos dos hádrons e dos quarks, apresentados na figura 5.2.

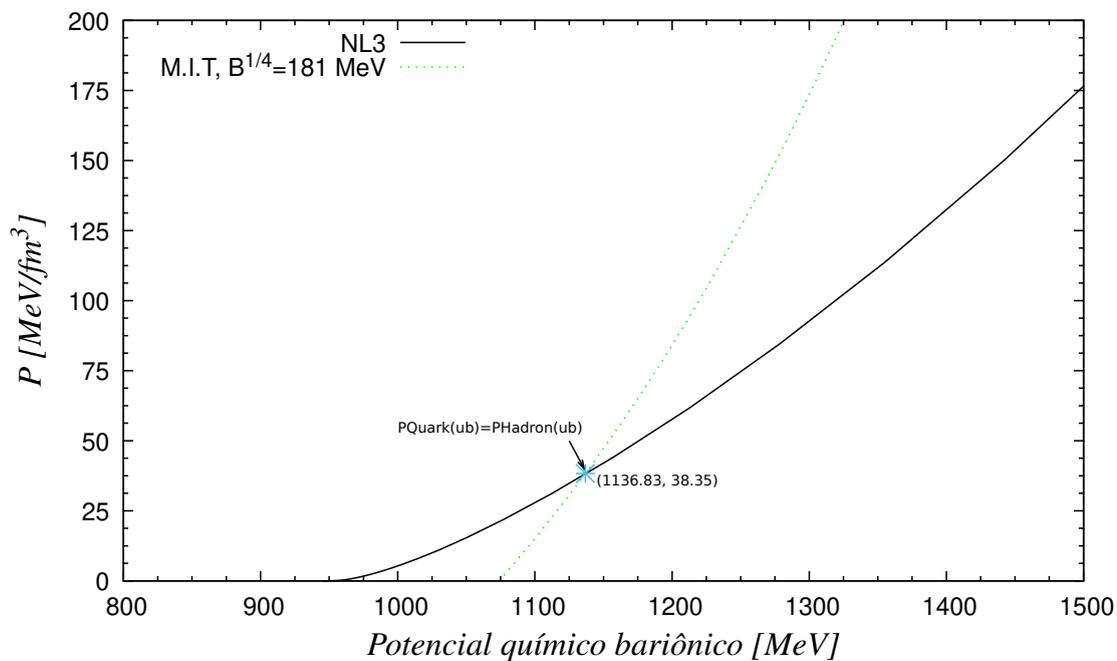


Figura 5.2: A figura mostra o comportamento da pressão estelar em função do potencial químico bariônico usando a parametrização NL3 e o modelo MIT. O valor da pressão estelar encontrado para a transição de fase é de $38,35 \text{ MeV}/\text{fm}^3$.

Analisamos a seguir (ver figura 5.3) os limites de densidade bariônica associada à pressão estelar representada na figura 5.2.

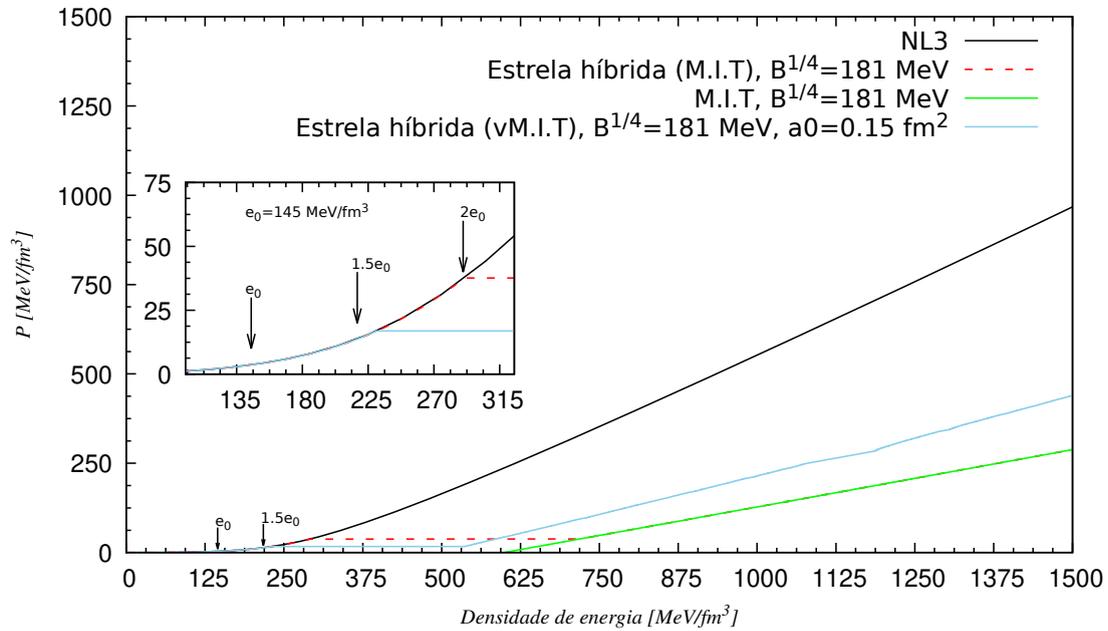


Figura 5.3: Comportamento da pressão interna estelar em função da densidade de energia para as EoS de estrelas híbridas, de nêutrons e de quarks.

A estrela híbrida, descrita pela parametrização NL3 e pelo modelo MIT, - representada pela linha vermelha tracejada -, tem o início da fase de transição exatamente para uma densidade bariônica dada por $2.0n_0$. Ao acrescentarmos a interação vetorial-isoescalar entre os quarks, descrita pelo modelo vMIT, - cujos resultados são representados pela linha azul celeste sólida -, notamos que a transição de fase ocorre logo após a densidade bariônica igual a $1.5n_0$. E como era de se esperar, essa EoS é mais rígida do que a anterior, ou seja, - a pressão estelar predita por essa EoS é superior à pressão correspondente determinada pelo modelo MIT para uma mesma densidade de energia, resultando em uma massa estelar máxima superior à massa predita pelo modelo sem interação entre os quarks. Outro aspecto importante é o valor da constante de sacola. Embora tenhamos usado outra parametrização em relação ao artigo da Ref. [162], ainda que os modelos adotados sejam similares, o valor da constante de sacola diferiu em apenas 1 MeV quando considerados ambos os modelos. Para $B^{1/4}$ abaixo de 181 MeV, a transição de fase ocorre em nossos modelos para valores cada vez mais próximos da densidade bariônica de saturação. Devemos lembrar a dependência no potencial químico de ambas as fases, em que seus valores serão diferentes para cada EoS, seja descrevendo sistemas de hádrons ou de quarks. Como resultado, tanto a constante de sacola quanto o termo a_0 se situam segundo os resultados dentro de uma faixa muito estreita de valores fisicamente consistentes.

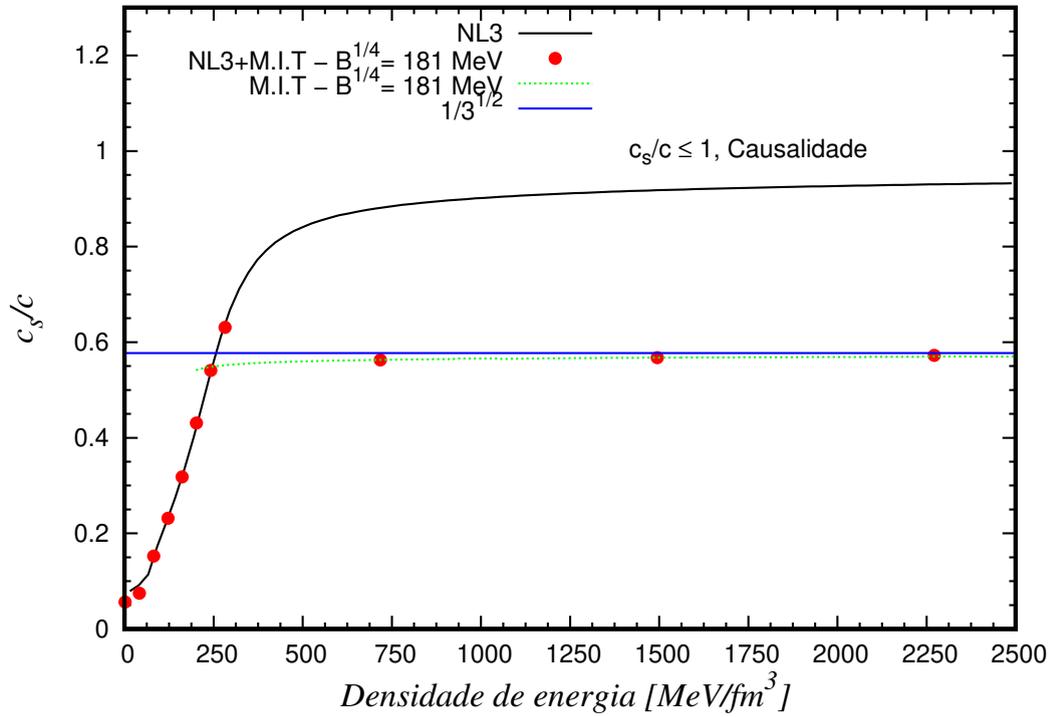


Figura 5.4: Comportamento da velocidade do som no meio em função da densidade de energia considerando-se as equações de estado estudadas neste capítulo. Para valores da velocidade do som acima de $\sqrt{1/3}$, somente a EoS NL3 satisfaz essa condição, a qual designa a velocidade do som no meio para um gás de férmions relativístico.

A figura 5.4 possibilita por sua vez verificarmos a condição de causalidade por meio da análise do comportamento da velocidade do som no meio em função da densidade de energia. E como era de se esperar, todas as equações de estado consideradas nesta seção respeitam a condição de causalidade associada ao comportamento da velocidade do som no meio.

A figura 5.5 a seguir descreve por sua vez a sequência estelar estável, representando o comportamento do salto relativo da densidade de energia $\Delta\epsilon/\epsilon$ em função da pressão constante P_{trans} relativa a ϵ devido a uma transição de fase de primeira ordem que cumpre a condição de Seidov [166] para uma terceira família de estrelas compactas - estrelas gêmeas.

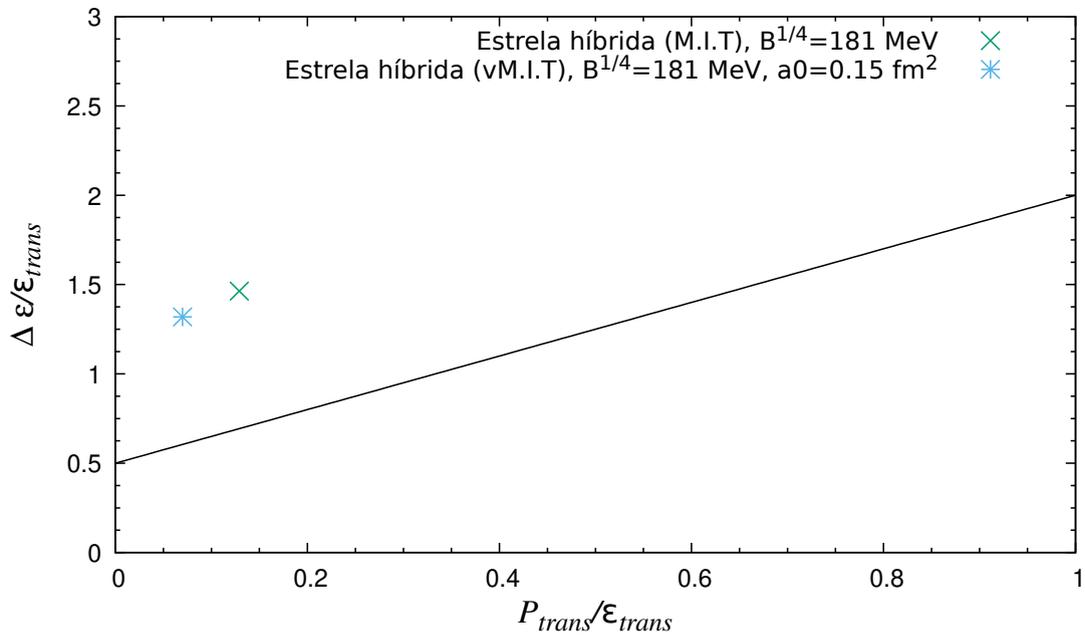


Figura 5.5: A figura mostra o comportamento do salto relativo da densidade de energia $\Delta\epsilon/\epsilon$ em função da pressão constante P_{trans} relativa à ϵ devido a uma transição de fase de primeira ordem que obedece a restrição de Seidov [166]. As duas estrelas híbridas representadas por pontos situados no canto superior da figura, segundo a orientação indicada em [167], referem-se a estrelas com sequências estelares desconectadas - um ramo instável seguido de um ramo estável. Há outras possibilidades, por exemplo, ramos conectados, ver [167].

No gráfico seguinte, figura 5.6, vemos o comportamento da massa estelar com relação à pressão central. A condição de estabilidade afirma que a massa estelar deve ser uma função crescente com relação à pressão central. As regiões onde isto não ocorre representam regiões de instabilidade estelar. O critério é fundamental para prevenir o colapso gravitacional estelar.

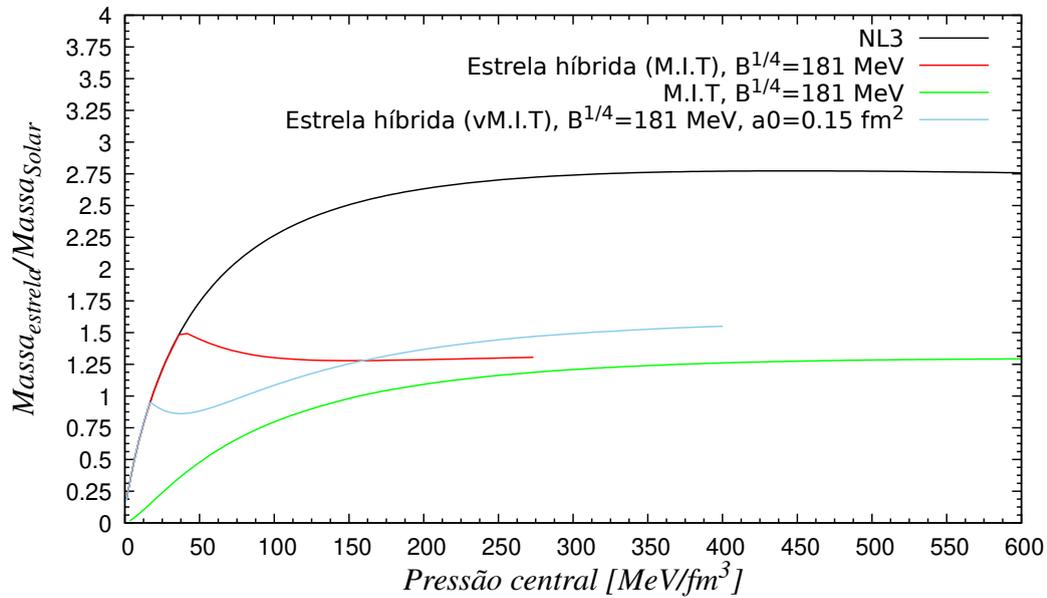


Figura 5.6: Curvas que descrevem a evolução da massa estelar relativa em função da pressão central. O comportamento das curvas revelam regiões de estabilidade, que correspondem a regiões onde a massa estelar cresce com a pressão central, e regiões de instabilidade estelar, onde o comportamento da massa estelar não obedece a este critério.

A figura 5.7 mostra o comportamento da massa estelar em função da densidade de energia central. As lacunas presentes nas curvas das estrelas híbridas indicam o intervalo de densidade de energia em que ocorre a transição de fase. A condição de estabilidade estelar é indicada pela inclinação das curvas nos casos em que esta inclinação for maior ou igual a zero.

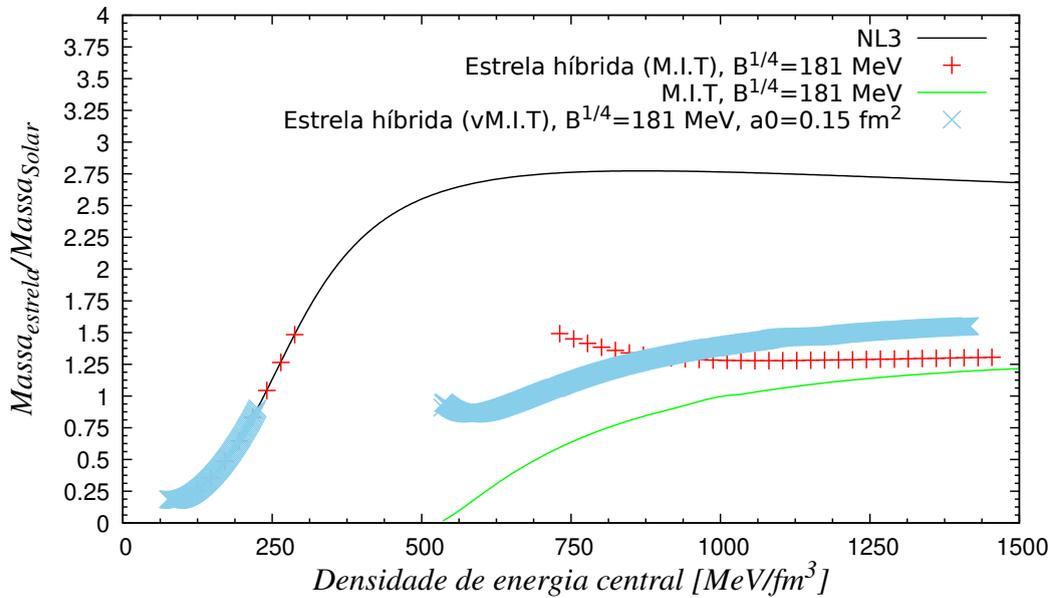


Figura 5.7: Comportamento da massa estelar em termos da densidade central de energia. As lacunas presentes nas estrelas híbridas indicam o intervalo de densidade de energia em que ocorre a transição de fase.

Por fim, o comportamento da relação massa-raio das estrelas híbridas para as EoS estudadas neste capítulo é mostrado na figura 5.8.

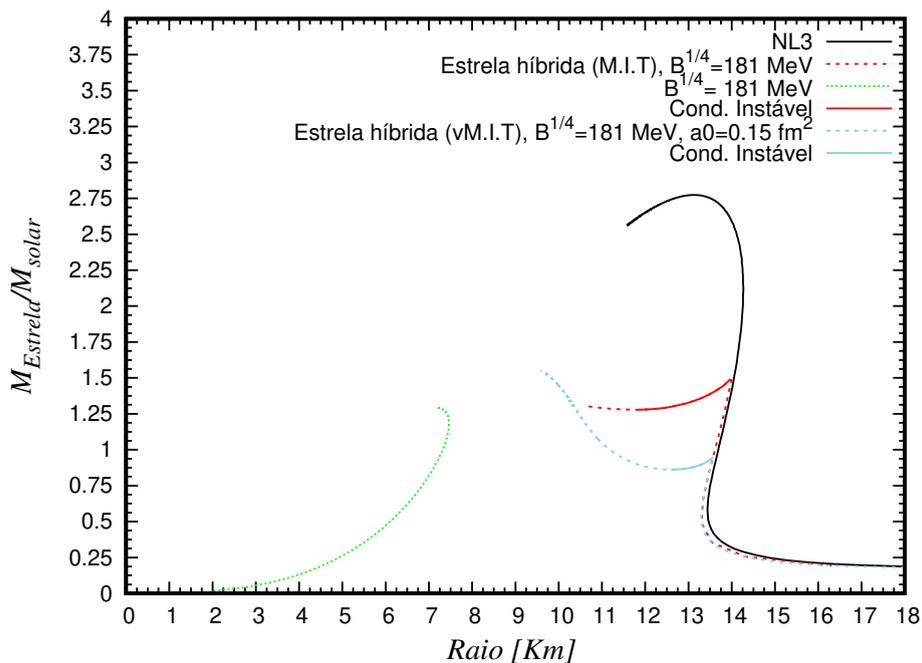


Figura 5.8: Comportamento da relação massa-raio das estrelas híbridas para as EoS estudadas neste capítulo. As linhas sólidas vermelha e azul celeste indicam a sequência estelar instável.

O resultado correspondente a estrela híbrida sem a interação vetorial-isoescalar entre os quarks (linha tracejada vermelha) é muito semelhante aos resultados correspondentes presentes na Ref. [162] usando a construção de Maxwell, exceto pela pequena diferença entre os resultados obtidos referentes aos raios estelares; a este respeito os raios estelares obtidos em nossos cálculos são levemente menores. A diferença dos resultados se deve fundamentalmente à utilização de equações de estado para a matéria de hádrons distintas, embora com parametrizações idênticas ou equivalentes. A presente seção refere-se ao trabalho publicado [163], todavia, com outra equação de estado hadrônica.

5.4 Parametrização CSS

Estudamos a seguir as curvas massa-raio de estrelas híbridas, supondo uma única transição de fase de primeira ordem entre a matéria nuclear e a de quarks, com uma interface nítida entre o núcleo de matéria de quarks e o manto da matéria nuclear. Usamos uma parametrização genérica da equação de estado da matéria de quarks, que pressupõe uma velocidade do som constante no meio, parametrização esta denominada CSS, ou seja, uma parametrização independente da densidade [167]. Os autores argumentam que essa parametrização fornece uma estrutura para comparação e teste empírico de modelos de matéria de quarks. Nesta formulação, como veremos a seguir, os parâmetros de controle são a pressão de transição, a descontinuidade da densidade de energia e a velocidade do som na matéria composta por quarks.

É um fato conhecido que, na presença de tal fronteira de uma transição de primeira ordem, haverá um ramo conexo estável de estrelas híbridas, se a descontinuidade da densidade de energia na região de transição for menor do que um determinado valor crítico, valor este que depende apenas da razão entre a pressão e a densidade de energia da matéria nuclear na região de transição. Os autores confirmam tal resultado e investigam a partir daí as condições para a ocorrência de um ramo híbrido desconectado e a visibilidade dos demais ramos híbridos, justificando assim a parametrização adotada.

A motivação deste estudo é justamente comparar a flexibilidade dos parâmetros livres com modelos físicos de matéria de quarks como, por exemplo, MIT, vMIT e NJL. Obtemos o diagrama de fases de possíveis formas da relação massa-raio da estrela híbrida, onde os parâmetros de controle são a pressão de transição, a descontinuidade da densidade de energia e a velocidade do som na matéria de quarks. Por meio deste estudo descobrimos que este diagrama é sensível aos parâmetros da matéria de quarks, mas bastante insensível aos detalhes da equação de estado da matéria nuclear. Ao compararmos a velocidade do som no meio, enquanto parâmetro de controle, concluímos que no caso no modelo MIT esta velocidade é aproximadamente constante, enquanto na formulação CFL a velocidade do som não é constante.

O presente estudo consiste portanto na parametrização da equação de estado da matéria de quarks em termos de três quantidades: a pressão P_{trans} de transição da matéria nuclear para a matéria de quarks, a descontinuidade na densidade de energia $\Delta\epsilon$ na região de transição e a velocidade do som c_{MQ} na matéria de quarks, que por

suposição permanece constante conforme a pressão varia de P_{trans} até a pressão central correspondente à massa máxima estelar. Esta parametrização, denominada *CSS* pode ser vista como correspondendo aos termos de mais baixa ordem de uma expansão de Taylor da equação de estado que descreve a matéria de quarks no entorno da pressão de transição [167]. A parametrização é dada por

$$\varepsilon(p) \quad p < P_{trans} \quad (5.7)$$

$$\varepsilon_t + \Delta\varepsilon + c_{MQ}^{-2}(p - pt) \quad p > P_{trans}, \quad (5.8)$$

onde ε_t é a densidade de energia no início da transição, $\Delta\varepsilon$ corresponde ao intervalo de energia referente à transição de fase e P_{trans} descreve a pressão de transição. Para alguns modelos do tipo Nambu-Jona-Lasinio, a equação de estado 5.8 ajusta-se quase exatamente. Antes de avaliarmos essa parametrização usando a EoS do MIT, vamos reescrevê-la de forma termodinamicamente consistente, em termos do potencial químico bariônico [167], na forma:

$$\epsilon(p) = \epsilon_0 + \frac{P}{C_s^2}. \quad (5.9)$$

Escrevemos então a pressão em função do potencial químico bariônico, obtendo

$$p(\mu_B) = A\mu_B^{1+\beta} - B; \quad \epsilon(\mu_B) = \beta A\mu_B^{1+\beta} + B; \quad n_B = (1 + \beta)A\mu_B^\beta, \quad (5.10)$$

após introdução de um parâmetro adicional, A, com dimensão de massa da ordem de $3 - \beta$. O parâmetro A pode ser variado sem afetar a relação entre a pressão e a energia (5.9). Ao construir uma transição de primeira ordem de de uma EoS de baixa pressão para uma EoS de alta pressão da forma (5.9), devemos escolher o parâmetro A de forma que a pressão seja uma função monotonicamente crescente de μ_B , ou seja, para que o salto em n_B na região de transição não seja negativo.

Procedemos a seguir a uma simples manipulação algébrica na equação da pressão estelar acima, onde identificamos, na comparando com a equação (5.9), que $\beta = 1/C_s^2$ e $\epsilon_0 = (1 + \beta)B$, onde B representa a constante de sacola. No que segue expressamos a parametrização em termos de C_s^2 , mas lembrando que a definição formal é $C_s/c \equiv \sqrt{\frac{dP}{d\epsilon}}$.

A fim de avaliarmos a aplicabilidade dessa parametrização, usamos como referência a EoS do modelo MIT com $B^{1/4} = 181$ MeV, e um potencial químico bariônico inicial, para ajuste, dado por $\mu_B = 1065$ MeV e ainda $C_s^2 = \langle 0,3161 \rangle$. Ao ajustarmos a EoS do modelo MIT com a constante de sacola $B^{1/4} = 181$ MeV, usando os valores supra citados, obtemos: $A = 3,5368 \times 10^{-11}$ e $B = 141,445$ MeV/fm³. Com esses parâmetros, verificamos numericamente se esta EoS, tanto na descrição de estrelas estranhas quanto para estrelas híbridas, reproduz os mesmos resultados do modelo MIT. Em seguida, usamos o valor anterior da constante de sacola, $B^{1/4} = 181$ MeV e alteramos o valor do parâmetro $C_s^2 = 0,4$, valor este levemente superior ao anterior. Encontramos então $A = 3,5881 \times 10^{-9}$. É importante notar que a alteração da velocidade do som no meio, mantendo o mesmo valor da constante de sacola, alterou significativamente o valor do parâmetro A, embora o artigo da Ref. [167] argumente que alterações em A são pouco significativas no resultado final. A seguir veremos as consequências da alteração da velocidade do som no meio no que diz respeito ao comportamento das equações de

estado computadas neste capítulo.

A figura 5.9 mostra o comportamento da velocidade do som no meio em função da densidade de energia usando o modelo de quarks MIT. Os resultados indicam que a velocidade do som é aproximadamente constante para este modelo

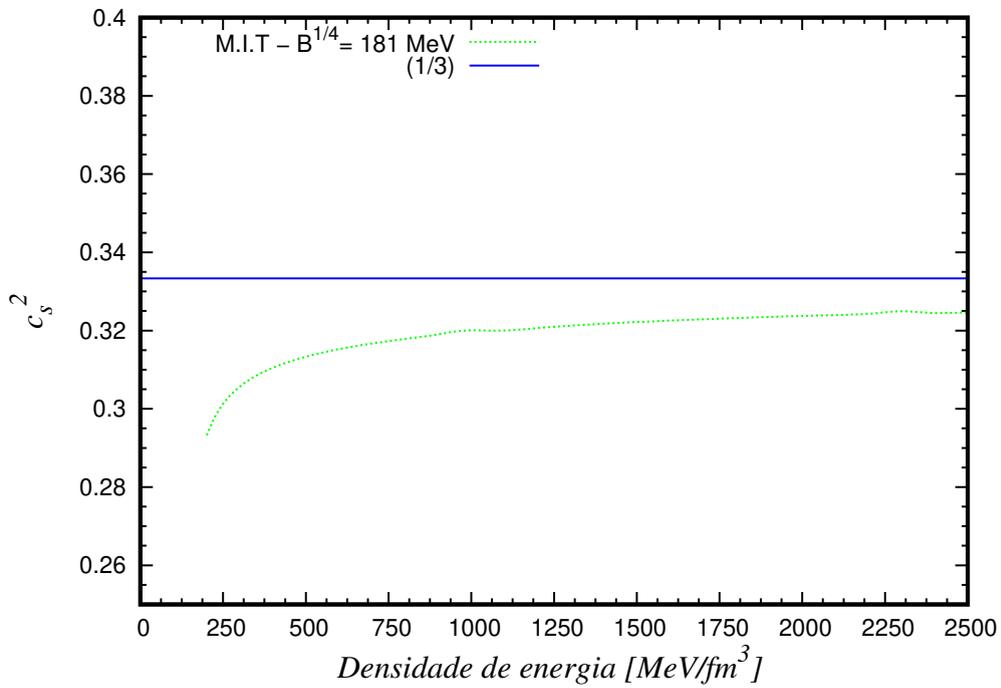


Figura 5.9: Comportamento da velocidade do som no meio em função da densidade de energia usando o modelo de quarks MIT.

A figura 5.10 mostra o comportamento da pressão em função do potencial químico bariônico correspondente às diferentes parametrizações adotadas

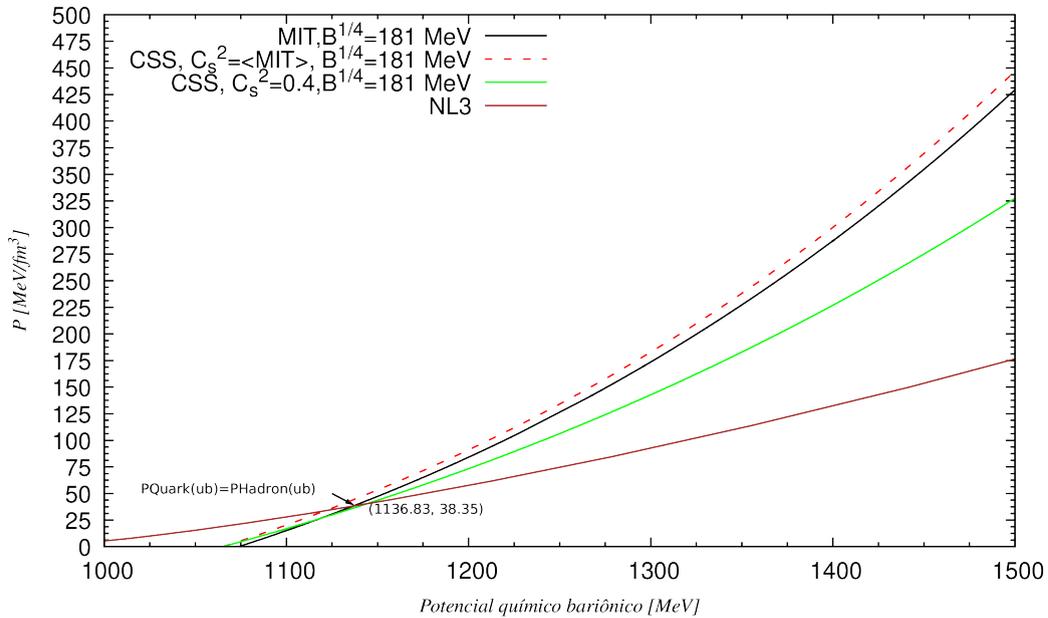


Figura 5.10: Comportamento da pressão em função do potencial químico bariônico tendo em vista as diferentes parametrizações adotadas.

Os valores do potencial químico bariônico do modelo CSS foram ajustados fixando a velocidade média do som de acordo com os resultados do modelo MIT. Porém, ao ajustar a velocidade do som no meio superior os resultados das equações de estado diferem: a pressão (linha verde cheia) não cresce tão rapidamente quanto os valores originais. A linha preta cheia (MIT) e a vermelha tracejada (parametrização CSS do modelo MIT) são, como esperado, basicamente equivalentes, resultando, como também é esperado, em relações massa-raio semelhantes. A seguir, comparamos as previsões das equações de estado com as parametrizações associadas tanto às estrelas estranhas quanto às estrelas gêmeas. A figura 5.11 mostra o comportamento das equações de estado de matéria de quarks e híbrida. Percebemos da figura, que a transição de fase para NL3+CSS($C_s^2 = 0.4$), — representada pela linha cheia de cor magenta —, inicia em uma densidade de energia um pouco superior à não parametrizada por meio do modelo CSS.

De acordo com o ajuste mencionado anteriormente, a parametrização CSS com a mesma velocidade do som no meio e idêntica constante de sacola descreve acuradamente as previsões da equação de estado original do modelo MIT. Estes resultados correspondem à linha cheia preta, enquanto os resultados da equação de estado ajustada são representados pela linha vermelha tracejada. No entanto, a linha verde, a qual corresponde ao valor $C_s^2 = 0.4$, inicia em um ponto anterior à original (linha preta sólida) além da equação de estado correspondente ser mais rígida (revela maior inclinação com relação ao comportamento da equação de estado original para um mesmo valor da densidade de energia). Claramente, tal equação de estado gerará uma sequência estelar com uma massa superior em comparação à equação de estado anterior. No caso

das estrelas híbridas, percebemos nas figuras uma transição de fase mais curta ($\Delta\varepsilon$); o início da transição da fase começa em um ponto posterior à $2n_0$ - ou seja, em um ponto de densidade posterior à transição de fase correspondente à equação de estado do modelo MIT - e também termina em um ponto anterior de densidade. O gráfico a seguir mostrará a diferença entre os casos em que se considera a parametrização CSS e sem considerarmos esta parametrização.

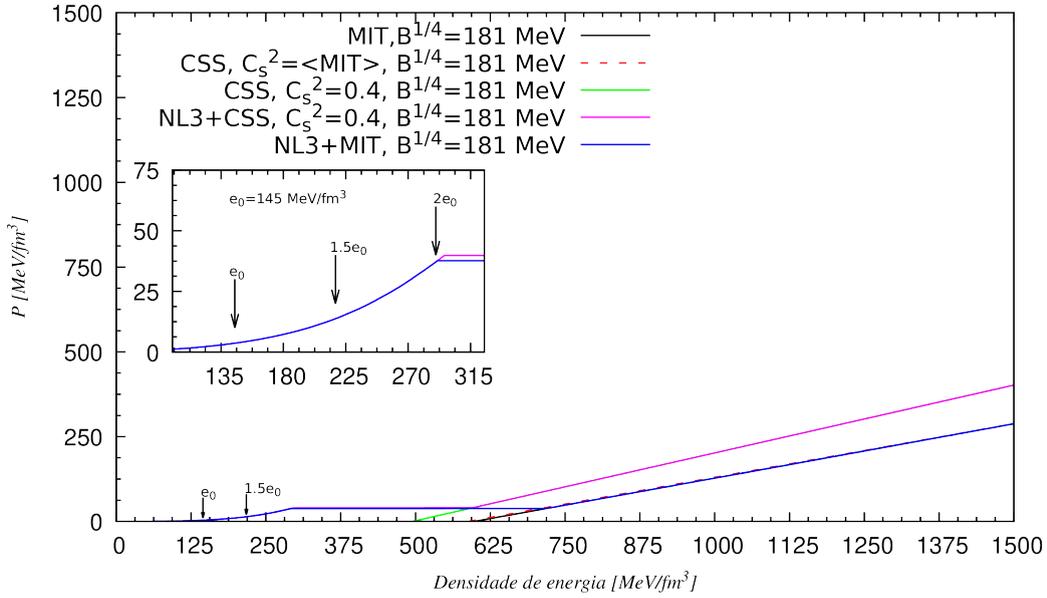


Figura 5.11: Comportamento das equações de estado de matéria de quarks e híbrida usando a construção de Maxwell. A caixa no lado esquerdo mostra a diferença entre a construção da EoS híbrida usando (NL3+MIT) versus NL3+CSS($C_s^2 = 0.4$).

A figura 5.12 mostra o comportamento da relação massa-raio para a equação de estado do modelo MIT e do modelo com a parametrização CSS para estrelas de quarks e para estrelas híbridas.

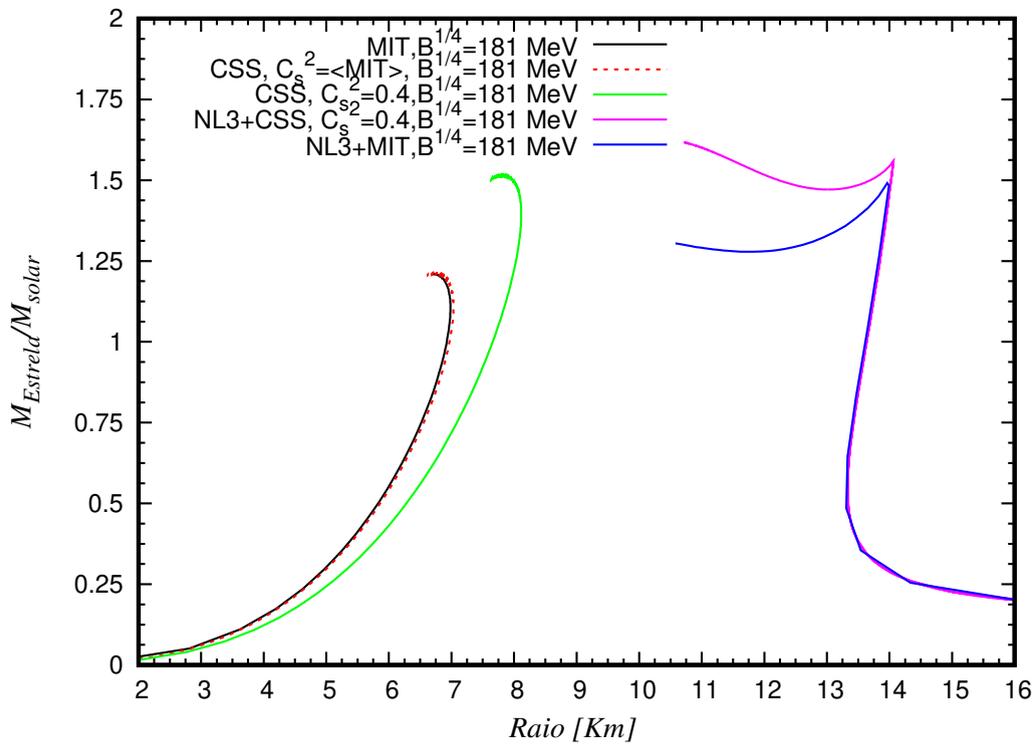


Figura 5.12: Comportamento da relação massa-raio para a equação de estado do modelo MIT e do modelo com a parametrização CSS para estrelas de quarks e para estrelas híbridas.

Analisando primeiramente os resultados correspondentes à parametrização CSS - linha tracejada vermelha e linha cheia verde - para estrelas estranhas, ou seja, as sequências estelares à esquerda da figura 5.12, notamos uma mudança significativa na massa máxima para $C_s^2 = 0.4$. No entanto, comparando a linha sólida preta - associada ao modelo MIT - com a linha vermelha tracejada ($C_s^2 = \langle MIT \rangle$), não é possível perceber diferenças substanciais entre as previsões destas equações de estado para as massas máximas estelares. Estudando o lado direito da figura 5.12, ou seja, a que corresponde à linha sólida azul (NL3+MIT) e comparando-a com a linha cheia de cor magenta (NL3+ $C_s^2 = 0.4$), vemos que ambas as equações de estado contemplam valores distintos para a massa máxima das estrelas estranhas. Cabe salientar que a linha magenta cheia correspondente à parametrização CSS com $C_s^2 = 0.4$ respeita a condição de Seidov de estabilidade para uma estrela híbrida-gêmea.

O grande problema que identificamos neste tratamento reside no comportamento do gráfico do potencial químico bariônico contra a pressão: ao usar a parametrização CSS, tornamos a EoS mais rígida ao aumentarmos o valor de C_s^2 . Porém este aumento demonstra um certo irrealismo quando confrontado com os intervalos de valores plausíveis de C_s^2 . Dito de outra forma, cada modelo físico, e suas configurações correspondentes, possuem conjuntos de valores restritos, no que diz respeito à plausibilidade e consistência física. Nos referimos no presente caso, particularmente, a parametrização CSS.

As escolhas dos valores dos parâmetros na parametrização CSS não podem ser feitas sem respeitar certos requisitos, certos vínculos. A saber, a dependência da velocidade do som no meio e a reprodução da relação massa-raio da EoS original. Por exemplo, a constante de sacola mimetiza a fronteira entre o vácuo perturbativo e o vácuo não perturbativo da CDQ. O diagrama de fases da matéria nuclear estabelece por sua vez, por um lado, vínculos que delinham e restringem, embora ainda incertas, faixas de variações possíveis da constante B . Por outro lado, na física de partículas, B mimetiza a região de confinamento de quarks em um hádron efetivo. Assim sendo, experimentos com física de partículas estabelecem vínculos adicionais fisicamente plausíveis para a constante de sacola. Já o parâmetro A , por sua vez, tem como vínculo precípua, o crescimento monotônico da pressão, em uma transição de primeira ordem, da região de baixa pressão para a região de alta pressão, em função do potencial químico bariônico, de forma que o salto correspondente no número bariônico não seja negativo. De outra feita, a velocidade do som está restrita pelo limite causal. Estes vínculos estabelecem faixas estreitas de combinações destas grandezas, fisicamente plausíveis e aceitáveis que possibilitem uma descrição teórica que reproduza os valores observados destas estrelas compactas. Lembrando ademais que os valores da constante de sacola e do parâmetro a_0 do modelo v MIT permitem, para uma dada equação de estado hadrônica, poucas construções fisicamente consistentes de acordo com a Ref. [146, 162].

Outros autores sugerem como alternativa usar duas transições de fases simultaneamente (2SC, CFL) em combinação com a parametrização CSS, ou seja, do ponto de vista “físico”, poder-se-ia ampliar desta forma a faixa de variações das parametrizações correspondentes, de modo a descrever uma ampla gama de propriedades de estrelas gêmeas. Reafirmamos que parametrizações deste tipo são aceitáveis desde que seus parâmetros sejam fixados por uma equação de estado fisicamente plausível e consistente, como foi feito por exemplo no artigo da Ref. [180], o qual usou três equações de estado politrópicas (9 parâmetros livres) e a crosta fixa para ajustar uma vasta gama de EoS encontradas na literatura. As parametrizações por EoS politrópicas reproduziram adequadamente tanto estrelas de nêutrons quanto estrelas estranhas. Embora o ajuste para estrelas estranhas mostrou uma pequena piora com relação a estrelas de nêutrons.

5.5 EoS no Âmbito da CDQ Perturbativa

Nesta seção estudaremos estrelas híbridas por meio de uma equação de estado formulada, similarmente ao capítulo anterior, no âmbito da Cromodinâmica Quântica Perturbativa, CDQP. A fim de comparar nossos resultados com aqueles publicados na Ref. [125], utilizando uma abordagem similar, abordaremos de maneira específica, no âmbito da CDQP, a equação de estado AP4; a qual também será usada no capítulo final desta tese. A transição de fase será realizada por meio da construção de Maxwell.

No figura 5.13 a seguir mostramos o comportamento da pressão em função do potencial químico bariônico para diferentes valores do parâmetro de escala X e para a EoS AP4 (ver apêndice C). O gráfico mostra que a intersecção da EoS AP4 com a CDQP($X=3,205$) ocorre em um ponto específico. Em outras palavras, somente o valor

de $X=3,205$ é capaz de satisfazer a condição de Gibbs. Para o parâmetro de escala $X=4,0$, a pressão fica bem acima da pressão da AP4, enquanto para a $X=2,0$, fica muito abaixo da pressão hadrônica. Os dados do lado esquerdo da figura 5.13 indicam a pressão crítica e o potencial químico bariônico correspondente. Conhecida a pressão crítica, podemos determinar a velocidade do som para as duas fases.

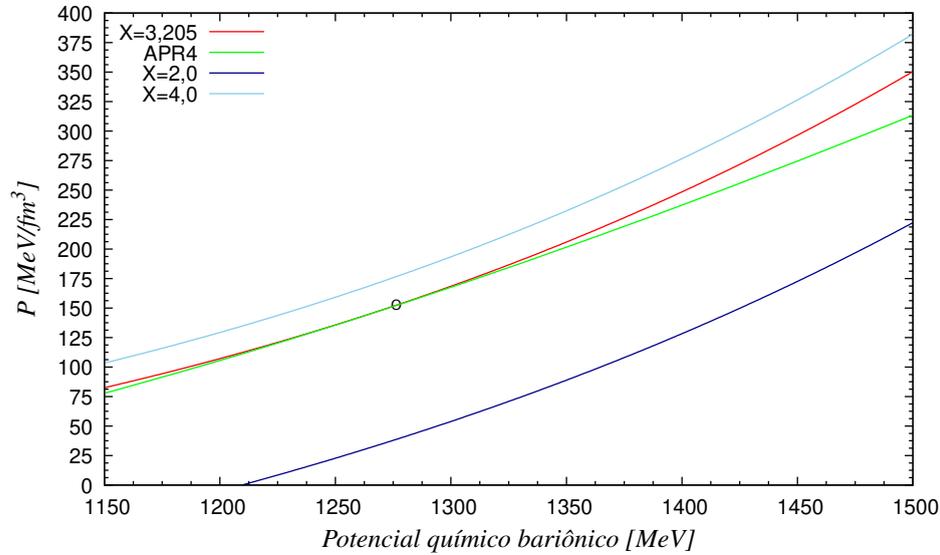


Figura 5.13: A figura mostra o comportamento da pressão em função do potencial químico bariônico para diferentes parâmetro de escala X e para a EoS AP4. O círculo indica a condição de Gibbs necessária na construção de Maxwell.

O comportamento da velocidade do som no meio é descrito na figura 5.14.

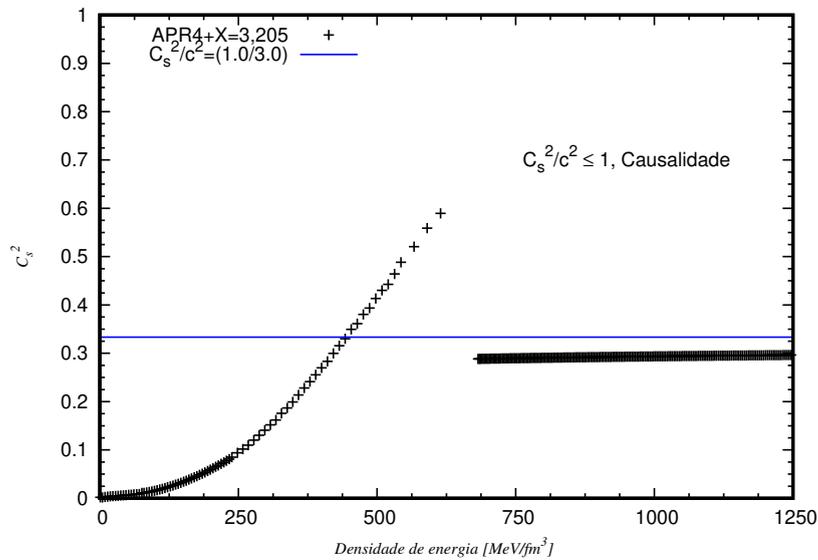


Figura 5.14: Comportamento da velocidade do som no meio. Na figura, os pontos pretos com rápido crescimento representam os resultados correspondentes à equação de estado AP4; a parte desconectada do gráfico representa a região de transição de fase; a linha saturada representa, por sua vez, os resultados obtidos por meio da equação de estado CDQP.

A figura 5.15 mostra o comportamento da equação de estado restrita ao limite causal. A transição de fase correspondente é tão suave (pequeno $\Delta\epsilon$) que veremos o efeito disso na relação massa-raio apresentada na figura 5.16.

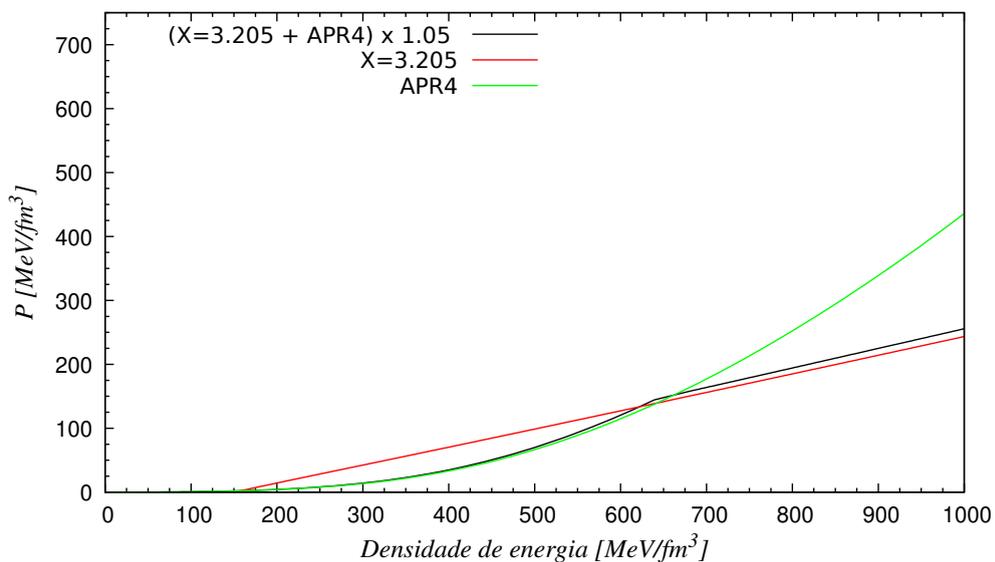


Figura 5.15: Comportamento da equação de estado restrita pelo limite causal. A linha sólida preta descreve os resultados da equação de estado CDQP+AP4 e foi multiplicada por 1,05 para melhor visualização.

Os resultados da relação massa-raio obtidos por meio das equações de estado AP4, CDQP e CDQP+AP4 são apresentados na figura 5.16.

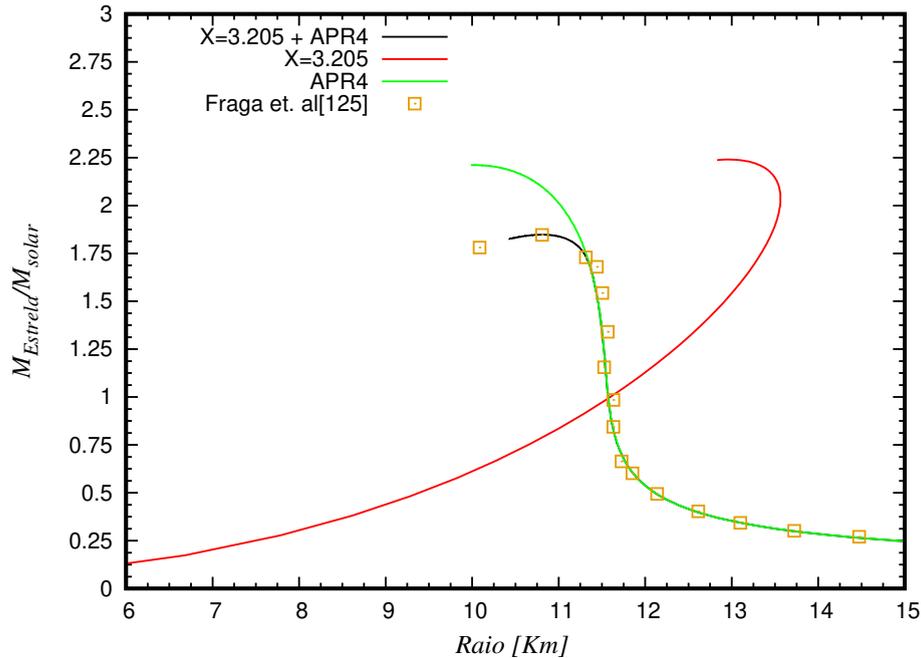


Figura 5.16: Comportamento da relação massa-raio para estrelas híbridas obtidos por meio das equações de estado AP4, CDQP+AP4 e CDQP. A fim de checar a construção de Maxwell, comparamos o nosso resultado com o obtido pelo artigo [125], o qual está representado pelas caixas em amarelo. Podemos ver que tanto a curva sólida preta quanto as caixas em amarelo se sobrepõem, ou seja, são idênticas.

Na figura 5.16 a linha vermelha ($X=3,205$) mostra o comportamento típico da relação massa-raio de uma estrela de quarks, onde a massa e o raio crescem concomitantemente. No caso dos modelos AP4 e CDQP+AP4, reconhecemos o comportamento característico da relação massa-raio de uma estrelas de hádrons, ou seja, enquanto o raio estelar diminui a massa da estrela cresce. A relação massa-raio não deve porém ser tomada como o único critério para determinar se uma dada estrela se configura como de natureza híbrida ou então contendo quarks ou ainda hádrons. No que diz respeito a estrela de quarks, a Ref. [175] usa modelos de quarks em conjunto com a temperatura superficial associado a modelo de supercondutividade de cor para mostrar que a estrela remanescente da supernova HESS J1731-347, apresenta indícios de ser uma estrela estranha. No caso em que a temperatura superficial e a medida da massa e do raio desse objeto cunhado como XMMU J173203.3-344518 se mostrarem suficientemente consistentes, isto abriria uma possibilidade adicional de corroborarmos a existência de estrelas de estranhas. As propriedades desse objeto são $R = 10,4^{+0,86}_{-0,78} \text{ km}$ e $M = 0,77^{+0,2}_{-0,17} M_{\odot}$ com 1σ de confiança. Um outro objeto compacto, também com massa pequena se insere na categoria de uma estrela "leve", foi também detectado pelos autores da Ref. [176], com $M = 0,98 \pm 0,03 M_{\odot}$; este objeto também se mostra

importante para corroborar a hipótese, ainda em aberto, da existência de estrelas de quarks/estranhas.

5.6 Conclusões

Neste capítulo estudamos estrelas híbridas, e particularmente as estrelas gêmeas, cuja composição contempla uma crosta nuclear e um núcleo composto por quarks. Na descrição da parte nuclear usamos a parametrização NL3 do modelo HDQ-II, enquanto que, para a matéria de quarks, consideramos os modelos MIT, ν MIT, CFL, CDQP e a parametrização CSS. A modelagem de uma estrela híbrida segue condições específicas de estabilidade e depende, também, do método aplicado para descrever transições de fase estelares. A construção de Maxwell, devido à simplicidade e consistência termodinâmica - condição de Gibbs -, foi usada para conectar EoS em fases distintas, levando em conta também, quando comparada com a construção de Gibbs, que os resultados correspondentes para a relação massa-raio diferem muito pouco dentre os modelos usados. Embora deva ser ressaltado, quando se adota a construção de Maxwell, que sua descrição formal contempla uma região no plano $(P-\epsilon)$ em que a densidade de energia é nula, ou seja, a velocidade do som no meio é zero. Logo, essa região, deste ponto de vista, não é fisicamente plausível. Além disso, demonstramos como as equações de estado compostas por hádrons ou quarks viabilizam poucas combinações de parametrizações ao se impor a condição de Gibbs, como pode ser visto particularmente na figura 5.2. Dito de outra forma, dependendo do parâmetro da constante de sacola (B), do termo de interação a_0 do modelo ν MIT, da velocidade da luz no meio (parametrização CSS) ou considerando as demais EoS, as equações de estado de quarks podem não cruzar a equações de estado de hádrons, condição essencial para satisfazer a condição de Gibbs e, inclusive, mesmo ao se cruzarem, podem não satisfazer as condições de equilíbrio estelar. No entanto, com a intuito de facilitar os cálculos, podemos usar equações de estado parametrizadas, condizentes porém com critérios físicos consistentes. Um caso emblemático se refere à parametrização para a matéria de quarks denominada CSS (velocidade do som constante). A fim de verificar possíveis desvios dessa parametrização e a sua dependência em C_S/c , ajustamos esta proposição ao modelo MIT e comparamos os resultados obtidos para equações de estado e a relação massa-raio. Vimos que ao utilizar, na parametrização CSS, o valor médio da velocidade do som usando o modelo MIT, obtivemos valores para as constantes A e B que reproduzem satisfatoriamente tanto a equação de estado quanto a relação massa-raio deste modelo. Repetindo o mesmo procedimento para a estrela híbrida, também conseguimos um resultado satisfatório no que diz respeito aos resultados correspondentes ao modelo MIT. Entretanto, alterando a velocidade do som para um valor um pouco acima do anterior sem alterar os demais ajustes, o valor de A é expressivamente alterado bem como as equações de estado correspondentes - visto que a inclinação da EoS na parametrização CSS é proporcional a $1/c_s^2$. A equação de estado decorrente da nova parametrização se mostra mais rígida, descrevendo portanto uma estrela com uma massa ligeiramente superior àquela do modelo MIT. O mesmo acontece com a estrela híbrida quando con-

sideramos o novo ajuste. Há na literatura trabalhos que se utilizam de faixas de valores de C_s que reproduzem, quase que perfeitamente, as predições dos mais variados modelos de equações de estado, como o modelo NJL, por exemplo. No entanto, como vimos neste capítulo, uma simples variação na velocidade do som no meio não se mostra suficiente para reproduzir a equação de estado de um modelo fisicamente plausível que descreva a matéria de uma estrela de quarks.

Capítulo 6

Mecanismos de Reaquecimento em Estrelas de Nêutrons

As estrelas de nêutrons se formam como vimos quando uma estrela massiva fica sem combustível e a região central da estrela – o núcleo – colapsa, esmagando prótons e elétrons e gerando uma quantidade expressiva de nêutronsⁱ. Se o núcleo da estrela estiver entre cerca de 1 e 3 massas solares, esses nêutrons recém-criados podem interromper o colapso, deixando para trás uma estrela de nêutrons. Esse processo gera assim o objeto mais denso conhecido – um objeto com a massa de um sol, mas reduzida às dimensões de uma cidade, medindo cerca de 10-15 quilômetros de diâmetro, um objeto fascinante, cujo estudo possibilita sondar os extremos da física hadrônica.

O resfriamento de estrelas de nêutrons (doravante denominadas EN) tem o potencial de revelar características importantes da matéria superdensa. O limite superior das temperaturas superficiais é conhecido para uma boa amostra de EN com idades $\leq 10^6$ anos e, com algumas exceções, pode ser explicado por mecanismos de resfriamento padrão, ou seja, por emissão de neutrinos e fótons sem reaquecimento interno, conforme confirmado em nosso estudo. No entanto, para objetos mais antigos é necessário considerar algum tipo de aquecimento interno adicional para explicar os limites superiores das temperaturas de superfície observadas, cujos valores são superiores ao esperado [178].

Estudamos neste capítulo o aquecimento cinético estelar protagonizado pela matéria escura (ME) fermiônica, bem como aquecimento estelar do tipo rotoquímico e ainda o aquecimento de estrelas compactas associado ao decaimento dos campos magnéticos. Nossos resultados indicam que EN com mais de $\sim 10^6$ anos, como uma estrela viúva negra (VN), diferentemente de estrelas mais jovens, possuem limites superiores para temperaturas superficiais muito mais expressivos do que os valores previstos por esses três mecanismos de aquecimento estelar [178]. Pode-se ter também o aquecimento cinético estelar pela ME bosônica, sem qualquer modificação na temperatura superficial efetiva. No entanto, a condição para a formação de buracos negro dentro da estrela de

ⁱUma estrela de nêutrons contém cerca de 10^{57} hádrons

nêutrons é modificada. Todavia, como "observamos" estrelas de nêutrons antigas, essa hipótese é descartada mesmo se as condições assim a favorecerem.

Demonstramos neste capítulo que mesmo considerando limites superiores, pois medidas mais precisas podem levar a uma ordem de grande menor para as temperaturas de superfície de uma estrela VN, tais limites são consistentes apenas com o mecanismo de aquecimento rotoquímico. Além disso, mesmo restringindo os parâmetros de aquecimento aos valores atuais ajustados e/ou medidos referentes à densidade local de ME, bem como as massas e os raios das EN, os modelos de acreção de matéria escura aqui estudados não reproduzem os limites superiores das temperaturas de superfície observadas. Concluimos então que se os limites superiores para as estrelas do tipo VN estiverem próximos das temperaturas reais, o aquecimento por meio de fótons gerados ou por aniquilação de matéria escura, por energia cinética de colisão destes com os núcleons, ou por ambos, não corresponderá aos valores observados e que em termos de plausibilidade e consistência formal/observacional modelos rotoquímicos podem ser favorecidos [178].

6.1 Introdução

Nas últimas décadas, o estudo de estrelas compactas alcançou um progresso extraordinário como resultado do lançamento de várias instalações observacionais tecnicamente avançadas, abrangendo os regimes de rádio, óptico, UV e raios-X, e expandindo os limites de nossa compreensão de temporalidade estelar, espectros e imagens. Esses avanços tecnológicos e os consequentes avanços em nosso conhecimento sobre esses objetos compactos consolidaram nossa compreensão do papel de EN e do subconjunto dos pulsares como laboratórios únicos para sondar a matéria sob condições extremas de densidade, gravidade e campos magnéticos de alta intensidade, condições estas não disponíveis em nenhuma instalação terrestre.

A morte de uma estrela massiva em uma explosão de supernova e a ejeção do envelope estelar resulta em uma EN ou em um buraco negro (BN), dependendo da massa do progenitor e de outros detalhes da dinâmica e estrutura estelar ainda pouco elucidados e compreendidos [1, 2, 3]. Quando uma estrela de nêutrons atinge a “maturidade” (em um tempo muito curto de sua vida estelar, de fato), a sua crosta externa tem como composição uma fina atmosferaⁱⁱ. Elementos ionizados se aglomeram então em uma camada subsequente mais profunda, criando uma rede de núcleos na chamada crosta interna e adicionalmente nêutrons livres em um estado superfluido. Abaixo dessa camada, a pressão gravitacional é tão intensa que quase todos os prótons se combinam com os elétrons para se transformarem em nêutrons. Nas regiões ainda mais internas, as especulações sobre sua composição ainda não tiveram uma resposta definitiva: se os nêutrons são as partículas dominantes em um ambiente composto por prótons, nêutrons e elétrons, ou se a pressão gravitacional extrema comprime a matéria induzindo o

ⁱⁱSe houver acreção de matéria após a formação da EN, pode-se ter hidrogênio e hélio. No entanto, se não houver acreção de matéria ou se reações termonucleares acontecerem depois da acreção, elementos pesados como Fe são esperados.

aparecimento de outras partículas exóticas como híperons, ou induzindo ainda a decomposição de prótons e nêutrons em quarks up, down e estranhos, em proporções quase iguais, existindo em um ambiente de alta pressão ou possivelmente absolutamente estáveis (matéria estranha), ou mesmo algo como um condensado de Bose-Einstein, um estado de matéria na qual todas as partículas subatômicas se comportam como uma única entidade descrita pela mecânica quântica.

Após um longo período de especulações, e graças a um instrumento lançado em 2017, o Explorador de Composição Interior de Estrelas de Nêutrons da Estação Espacial Internacional (NICER) [4], que permite a espectroscopia de resolução de rotação das emissões térmicas e não térmicas de estrelas de nêutrons em bandas de raios-X suaves ($0,2 - 12 \text{ keV}$) com sensibilidade sem precedentes, crescem as expectativas de sondar a estrutura interior e a origem dos fenômenos internos dinâmicos, bem como a composição e as propriedades globais desses objetos compactos. Os recursos que o dispositivo NICER traz para a investigação desses objetos compactos são únicos: temporização e espectroscopia rápidas simultâneas, com baixa interferência de radiação de fundo e alto rendimento, também fornecendo continuidade na astrofísica da temporização de raios-X e de forma mais completa quando comparada aos instrumentos de gerações mais antigas.

Antes do advento do NICER, as massas e as dimensões das EN, quantidades essenciais para discernir diferentes modelos teóricos de composição, estrutura e equação de estado (EoS) desses objetos compactos, eram estimados observando sistemas estelares binários usando as leis de Kepler e modelagem espectral [5]. A determinação das massas e dos raios destes objetos estelares por meio dos métodos convencionais resulta em incertezas consideráveis nas propriedades desses objetos, e apenas em alguns casos (principalmente em sistemas de estrelas duplas de nêutrons) podem ser medidos com precisão aceitável. O NICER por sua vez tem realizado medições bastante precisas (para uma estrela de $1,4 M_{\odot}$ a incerteza do raio desta está dentro de uma incerteza de 5%) destas grandezas, permitindo assim a ampliação dos estudos a respeito de estados exóticos da matéria em EN e de estrelas compactas em geral. Em suma, as medições do NICER, combinadas com outras observações *multi-mensageiras*, podem oferecer evidências observacionais expressivas na busca da EoS de estrelas densas e de restrições de sua composição microscópica.

Na família das estrelas binárias de nêutrons e dos pulsares, existe um grupo particular de estrelas que tem recebido atenção crescente nos últimos anos. Esse grupo de estrelas é denominado de Viúva Negra (VN) (Black Widow), um tipo de sistema estelar compacto que consiste em um pulsar de milissegundos, em órbitas próximas a uma estrela companheira menor, que na verdade está sendo ‘ablacionada’ pelo vento do pulsar. O grupo da VN tem despertado devido a suas características observacionais um interesse teórico renovado no estudo desses sistemas estelares [6, 7, 8, 20]. Entre as características e propriedades que diferenciam EN convencionais e pulsares do grupo de estrelas VN, há indícios de muito mais altas temperaturas superficiais (os valores correspondem a limites superiores por enquanto) [21]. O modelo padrão de resfriamento

de ENⁱⁱⁱ prevêm temperaturas de superfície da ordem de $T_s < 10^5$ K para estrelas com idade $\tau > 10^{5-6}$ anos [22]. As emissões térmicas na faixa do ultravioleta detectadas de pulsares “convencionais” de milissegundos com menos de 10^7 anos podem implicar que estrelas do grupo VN não esfriam de maneira excessiva, apesar de sua idade muito avançada [6, 9] se a sua temperatura de superfície permanecer em torno de $T_s \sim 10^5$ K [25, 26]. Aparentemente, as estrelas deste grupo podem apresentar temperaturas de superfície variando de uma a três ordens de magnitude mais altas do que o esperado [21], uma tendência que requer uma abordagem consistente para determinar se os mecanismos responsáveis por tal fenômeno podem explicar os valores medidos, tarefa que motivou o presente trabalho de tese.

Guiados por essas observações, neste capítulo comparamos as previsões dos mecanismos de aquecimento e resfriamento que afetam os pulsares jovens, bem como os maduros e da VN para expandir nosso conhecimento sobre esses objetos em condições físicas extremas. Diferentes mecanismos de aquecimento interno podem estar operando em EN, como decaimento do campo magnético, acreção de matéria escura (fermiônica ou bosônica), rachaduras da crosta estelar, fluência do vórtice superfluido e reações de não-equilíbrio (“aquecimento rotoquímico”). Estudamos esses mecanismos para estabelecer qual poderia ser a fonte dominante de emissão térmica de pulsares antigos. A compreensão dos mecanismos de aquecimento e resfriamento de uma EN tem como elemento essencial a *modelagem* das diferentes camadas de composição estelar como apresentada na figura 6.1 que mostra um corte esquemático de uma EN ilustrando as diversas regiões de sua composição [179]. Diferentemente da abordagem dos capítulos anteriores, em que o envelope e a atmosfera não modificam significativamente a relação massa-raio estelar, pois a contribuição destas regiões é de apenas ~ 0.3 km do raio da estrela, neste capítulo que trata do resfriamento e reaquecimento estelar, o envelope é essencial na transferência de calor entre o núcleo e a superfície da estrela.

ⁱⁱⁱPerda de energia por neutrinos e fótons (modelados para um corpo negro).

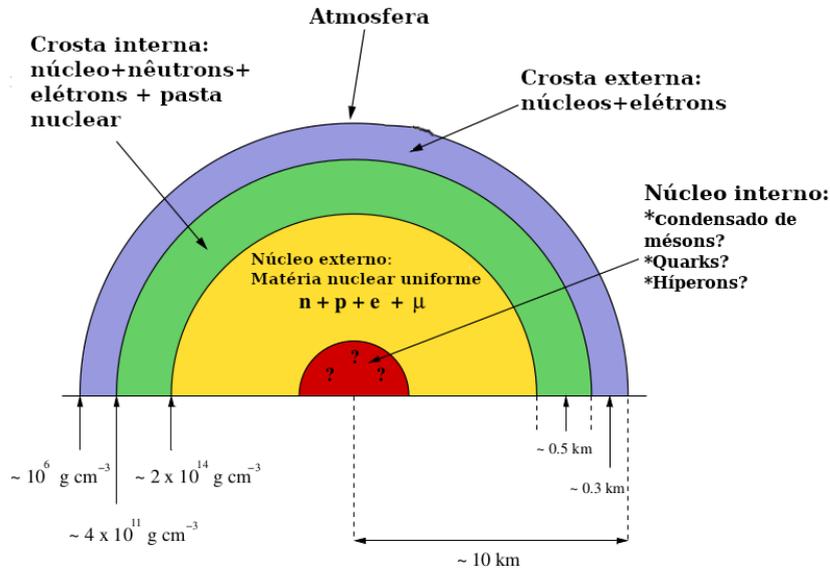


Figura 6.1: Seção transversal esquemática de uma EN ilustrando as várias regiões de composição discutidas na Ref. [179]. As diferentes regiões mostradas não são desenhadas em escala.

A figura 6.1 ilustra a atmosfera - a fina camada mais externa, a crosta - dividida em crosta externa e interna com uma espessura de cerca de $\sim 1 \text{ km}$ e uma massa de apenas alguns por cento da massa total da estrela, e o núcleo - dividido também em duas partes: o núcleo externo e o interno, com um raio de cerca de $\sim 10 \text{ km}$, contendo quase a massa total da estrela.

Mostramos neste trabalho, como veremos, por meio de estimativas simples, que é improvável que o decaimento do campo magnético, e a acreção de ME tenham um efeito de aquecimento significativo em EN antigas. Dada a dependência dos mecanismos de aquecimento em parâmetros associados a uma diminuição na velocidade de rotação de um corpo celeste (spin-down processes), estudamos a evolução térmica de dois tipos de pulsares: pulsares “clássicos” jovens, de rotação lenta, e pulsares antigos de milissegundos, portanto de rotação rápida. Concluímos que o decaimento do campo magnético, e a acreção de ME não produzem aquecimento detectável em pulsares antigos. O aquecimento rotoquímico representa um mecanismo de aquecimento importante somente pulsares de milissegundos, sendo inválido os pulsares clássicos. O aquecimento rotoquímico em pulsares de milissegundo é impulsionado pelo desequilíbrio químico acumulado durante a diminuição na velocidade de rotação da EN, portanto, é fortemente sensível ao seu período de rotação inicial.

6.2 Matéria Escura em Halos Galácticos

A natureza fundamental da matéria escura (ME), um dos mistérios mais fascinantes e intrincados do Cosmos, ainda é desconhecida. A primeira evidência da existência de ME vem de estudos envolvendo o movimento de aglomerados de galáxias. Na década de 30, Zwicky [27] constatou uma anomalia enquanto estudava o aglomerado Coma

de galáxias, ou seja, que a quantidade e distribuição de matéria luminosa contida nas galáxias não poderia fornecer uma explicação para as curvas de rotação observadas, pois as galáxias individuais estavam se movendo rápido demais para que o aglomerado permanecesse unido, implicando na presença de um componente invisível expressivo. De acordo com a medida da massa visível, Zwicky postulou então que um tipo de massa ainda não observado, ME (ou *Dunkle Materie* na denominação original) poderia representar uma explicação para tal anomalia. Além dessa evidência, existem outras que envolvem medições de lentes gravitacionais, da presença de gás quente em aglomerados, da nucleossíntese primordial, além de experimentos de radiação cósmica microondas de fundo. Estimativas baseadas nessas considerações sugerem que $\sim 80\%$ da matéria presente no Universo estaria na forma de ME. Experimentos diretos de detecção de ME, usando alguns dos equipamentos mais sofisticados, sensíveis o suficiente para detectar o menor vislumbre dessas partículas em uma gama crescente de massas e seções transversais, até agora não encontraram evidências definitivas de ME. Esta tem sido a principal motivação para observar outros sistemas no Universo, onde as interações envolvendo ME podem resultar em efeitos observáveis, ou seja, em sinais observáveis dessas tão esquivas partículas.

Similarmente a qualquer outra estrela compacta na galáxia, as EN podem atrair e acumular partículas de ME ao longo de sua trajetória orbital ao redor do centro da Galáxia. A interação das partículas de ME com as partículas do Modelo Padrão que compõem a estrela, pode resultar em perdas de energia das partículas do halo galáctico, aprisionando-as e acumulando-as dentro das EN devido ao intenso campo gravitacional estelar. A probabilidade de captura gravitacional de ME em EN é ainda intensificado devido à densidade bariônica muito alta desses objetos^{iv}. Como resultado desse processo de acreção, muitas partículas de ME são aprisionadas no interior estelar, e EN frias podem sofrer aquecimento interno a um nível detectável, fazendo com que esses objetos compactos atuem como “espectroscópios de ME”.

A busca pela existência e natureza de ME por meio de seu acúmulo em estrelas de EN é complementar aos processos de detecção direta, uma vez que esse tipo de busca não é restringida pelas incertezas de modelagem nas funções de resposta nuclear relacionadas ao contexto da interação ME-núcleon, ou incertezas sobre a forma espectral dos fatores de forma [28], ou mesmo pelo limiar de recuo ou ainda a massa do alvo [29]. O estudo de EN vai além da análise de dados de detecção direta em relação à dependência de momentum linear da seção de choque, que tem sido focada principalmente em cenários de espalhamento mais simples, nos quais a seção de choque é independente de momentum linear, de energia e da velocidade dos objetos colidentes. Esta abordagem tem limitado o acoplamento de ME ao alvo nuclear seja por meio de interações coerentes independentes de spin (SI) ou por meio de interações dependente

^{iv}A *seção de choque de captura limiar* é equivalente à seção de choque de saturação da estrela $\sigma_s = R_\star^2 m_N / M_\star$, da ordem $O(10^{-45} \text{cm}^2)$ [29] (onde R_\star é o raio e M_\star a massa da estrela; m_N é a massa do núcleo).

de spin (SD). Vários estudos apontam, no entanto, que a detecção direta pode acessar uma fenomenologia mais rica em termos do conhecimento da natureza destas partículas, que se manifesta por sua vez por meio de uma dependência não trivial da seção transversal de espalhamento em momentum linear ou velocidade, desencadeando assim novos tipos de respostas nucleares [28].

A atração gravitacional das EN, por sua vez, acelera as partículas de ME a velocidades relativísticas, evitando assim a supressão da dependência no momentum linear da seção de choque de espalhamento, e superando assim cenários de detecção direta que enfatizam tal supressão, guiados por escalas de taxa de espalhamento para interações coerentemente independentes ou mesmo dependentes de spin. Por outro lado, esta complementaridade pode ser explorada, por exemplo, por meio da investigação da sensibilidade em processos discriminantes do tipo SI e SD, que são mais efetivos em processos de detecção direta [29].

As partículas de ME no halo galáctico local, aceleradas pela gravidade a valores que superam a metade da velocidade da luz em direção a uma EN resulta assim em sua captura pela EN, acumulando e depositando energia cinética no seu interior, e aquecendo desta forma velhas e frias EN que podem atingir então temperaturas mais altas, causando desta forma efeitos observáveis da presença destas partículas elusivas. Este mecanismo de aquecimento, denominado de *aquecimento cinético*, pode produzir emissão óptica no bojo galáctico e emissão de raios-X perto do centro galáctico, uma vez que a densidade de ME é maior nessas regiões [30].

Os argumentos acima se aplicam a todas as estrelas de nêutrons, mas o caso das estrelas VN é particularmente interessante. Como afirmado, VNs são sistemas binários compostos por um pulsar de milissegundos (MSP) e uma companheira de baixa massa, com alguns por cento da massa do Sol, descrevendo uma órbita curta de várias horas [15] a alguns minutos [20]. Pulsares de milissegundos que atingem altas taxas de rotação ao acumular material de um objeto companheiro binário normal (ou seja, não degenerado) [31], normalmente apenas $\sim 0,1 M_{\odot}$, tem sido discutidos como uma possível fonte do excesso de raios gama observado na região ao redor do Centro Galáctico.

Ressalte-se que o mecanismo padrão de resfriamento de EN prevê temperaturas de superfície estelar da ordem de $T_s < 10^4$ K para estrelas com idades $\tau > 10^7$ anos [32]. Por outro lado, as emissões térmicas ultravioleta detectadas a partir de MSP com mais de 10^7 anos, implicam um aumento da temperatura da superfície destas estrelas, para $T_s \sim 10^5$ K ou mais [25, 26]. Os pulsares do tipo VN, por outro lado, são considerados muito mais antigos e podem apresentar valores altos de T_s , sendo que apenas os limites superiores estão definidos) [21]. Neste trabalho, abordamos este aspecto a fim de lançarmos alguma luz sobre os efeitos do(s) mecanismo(s) de aquecimento tardio.

Neste sentido, realizamos a seguir um estudo abrangente dos efeitos de aquecimento e resfriamento de um grande conjunto de pulsares observados. Mais precisamente, exploramos mecanismos adicionais de aquecimento dessas estrelas que, se presentes, farão com que as EN atinjam uma temperatura de equilíbrio mais alta entre os estágios de

aquecimento e emissão, dependendo, é claro, da natureza e intensidade das fontes adicionais de aquecimento. Entre os mecanismos de aquecimento, consideramos a aniquilação de ME no interior dos núcleos estelares, — causando aquecimento tardio —, decaimento do campo magnético e os efeitos da desaceleração na rotação do pulsar que produz uma alteração no equilíbrio beta estelar, resultando em um desequilíbrio nos potenciais químicos, dos prótons, nêutrons e léptons, o assim chamado aquecimento rotoquímico tardio [26], devido, portanto, à compressão do tipo *spin-down* em uma EN em rotação.

Adotamos a seguir um modelo simples para a composição do pulsar consistindo como citado de nêutrons, prótons e léptons. Tendo em vista a falta de conhecimento da natureza fundamental da ME, consideramos o caso em que a taxa de captura tem eficiência máxima ($f = 1$), ainda a matéria escura é de natureza fermiônica e esta na classe de partículas conhecidas como WIMP, *Weakly Interacting Massive Particles*, isto é, partículas com massa e intensidade de interação em torno da escala eletrofraca, com base na suposição de que elas têm uma alta taxa de acumulação em estrelas compactas [29]. Entre os candidatos mais conhecidos estão a quarta geração de neutrinos, ou seja, um *neutrino pesado* (Dirac ou Majorana), bem como partículas supersimétricas SUSY, mais especificamente um *neutralino*, — uma superposição linear dos férmions parceiros dos bósons neutros de calibre eletrofraco e dos bósons neutros de Higgs (Higgsinos) —, e o *sneutrino*, o parceiro escalar supersimétrico do neutrino, já que ele é eletricamente neutro e fracamente interativo, e também propostas alternativas como *Universal Extra Dimension models* e *Little Higgs theory*, entre outras [33]. A eficiência f , por sua vez, depende da relação entre a seção de choque de espalhamento ME-N e a seção de choque de saturação^v, acima da qual toda a ME incidente é capturada.

6.3 Modelando Equações de Estado

Tratamos nesta seção de modelos teóricos de uma EN sujeitos às recentes restrições estruturais estabelecidas pelo NICER [4]. Neste sentido, consideramos quatro EoS: duas delas foram construídas usando o modelo de Negele & Vautherin [115] para a crosta estelar e as propriedades estruturais de seu núcleo foram ajustadas por meio de uma equação politrópica. E no intuito de estabelecermos restrições físicas observacionalmente consistentes para os parâmetros destas EoS, os valores teóricos previstos para as massas máximas e raios estelares devem situar-se entre os valores correspondentes medidos por meio do NICER [4]. Uma formulação politrópica é utilizada devido à sua simplicidade de implementação e ajustes paramétricos considerando-se uma crosta estelar fixa [180]. Adicionalmente, apresentamos previsões para a EoS caracterizada pela

^vA seção de choque de saturação depende da seção de choque geométrica da EN $\sigma_0 = \pi(m_n/M_*)R_*^2$. Assumindo um único espalhamento para $\text{GeV} \leq M_\chi \leq 10^6 \text{GeV}$ e que toda a energia cinética do halo e a energia gravitacional ligam a DM à estrela de nêutrons. Portanto, temos $\sigma_s = \sigma_0$. Para massas de ME fora desse intervalo, a seção de choque de saturação sofre escalonamento de forma diferente (ver [30, 183]).

sigla AP4(npl) [181]^{vi} usada no mecanismo rotoquímico e o modelo MPA1(npl) [182]^{vii}. As tabelas das duas EoS anteriores encontram-se no apêndice B. Observa-se que o modelo MPA1 respeita automaticamente tanto os resultados do NICER quanto a massa máxima observada, como poderá ser visto na seção de resultados. Ambos os modelos, AP4 e MPA1 EoS foram empregados em forma tabulada e estão no apêndice A. A EoS politrópica é dada por [185]

$$P(n) = Kn^\Gamma; \quad (6.1)$$

$$\epsilon(n) = \frac{P}{\Gamma - 1} + m_0 n. \quad (6.2)$$

Nesta expressão, P representa a pressão (em MeV/fm³), ϵ a densidade de energia (em MeV/fm³), n é o número bariônico (em 1/fm³) e m_0 (com $c = 1$), a massa ajustada dos bárions (em MeV). Além disso, Γ é o índice adiabático e o segundo coeficiente, K , é a constante politrópica. Os valores ajustados estão listados na Tabela 6.1.

Conjunto	K [MeV/n ^{Γ-1}]	Γ	m ₀ [MeV]
1	1842.64	3.18	945.66
2	632.20	2.8	945.30

Tabela 6.1: Valores de parâmetros para os conjuntos de EoS politrópicas.

O Conjunto 2 na Tabela 6.1 tem uma relação M-R semelhante à EoS MPA1.

6.4 Captura de Matéria Escura

A captura de partículas galácticas de ME por uma EN ocorre principalmente por meio de seu espalhamento com partículas do Modelo Padrão (SM). A alta densidade e a forte gravidade de uma EN podem “compensar” as fracas interações da ME e aumentar sua taxa de captura [186]. Estimativas de temperaturas superficiais de uma velha EN têm $T_s \sim (100 \text{ K} - 2000 \text{ K})$, para emissões do tipo corpo negro.

Neste trabalho consideramos o espalhamento de partículas de ME apenas com núcleons. Visto que estamos supondo somente a interação gravitacional. Como vimos, a seção de choque de captura limiar, que é equivalente à seção de choque de saturação para espalhamento entre partículas de ME_χ e núcleons é da ordem de $3 \times 10^{-45} \text{ cm}^2$, para EN com $R = 12 \text{ km}$ e $M = 1,4 M_\odot$. Estes mecanismos podem aquecer uma velha

^{vi}Esse modelo usa o método variacional baseado em técnicas de soma de cadeias *hypernetted* a fim de calcular a energia e função de onda do estado fundamental da matéria nuclear a partir de modelos de forças nucleares. Os modelos de forças nucleares utilizados são: Argonne v_{18} para interação entre dois núcleons e o modelo Urbana, além de possuir correções relativísticas. Para maiores detalhes sobre potenciais nucleares - dependência de spin-isospin - e problemas de muitos corpos, veja [184].

^{vii}Esse modelo usa a abordagem relativística Brueckner-Hartree-Fock (RBHF) usando a versão Bonn de interação NN, a qual descreve o espalhamento de dois corpos NN. O operador de auto-energia $\Sigma(k, \rho)$ para um núcleon com momentum k e densidade ρ , consiste de um potencial escalar atrativo e um potencial repulsivo vetorial, o qual é inserido na equação de Dirac. Em uma solução auto-consistente de (RBHF), os espinores \bar{u} são usados para avaliar os elementos de matrix do potencial de troca de um bóson (OBE) no meio nuclear.

EN até uma temperatura de equilíbrio da ordem de $T_s \sim 10^3 K$ para valores de massas de ME variando entre GeV e PeV . Para massas mais leves que $\sim 1 GeV$, temos $\frac{\sigma_0}{m_\chi}$ devido ao princípio de exclusão de Pauli, enquanto para valores de massa maiores que $\sim 1 PeV$, é necessário considerar o espalhamento múltiplo para desacelerar as partículas do halo [186]. Para partículas de ME com massa em torno de $GeV - TeV$, a autodispersão em halos galácticos exibe ressonâncias quânticas, análogas à otimização de Sommerfeld para processos de aniquilação [186, 187].

Embora crescente, o número de observações de alta qualidade da radiação térmica de antigas EN ainda estão limitados a uma faixa estreita de temperaturas e idades. Em um futuro próximo, telescópios na faixa de observação do infravermelho medirão temperaturas abaixo de \sim alguns milhares de Kelvin, tornando possível investigar o aquecimento estelar por meio de processos de captura de ME. Além do aquecimento cinético escuro e aquecimento de aniquilação escuro que pode ocorrer por meio de espalhamento elástico ou inelástico das partículas do SM, o *decaimento* da ME pode afetar processos de radiação térmica, uma hipótese ainda longe de um entendimento adequado [26].

Em síntese, como anteriormente afirmado, a captura das partículas de ME pelo potencial gravitacional da EN ocorre quando a energia transferida como resultado de sua colisão com núcleons reduz sua energia cinética inicial no halo galáctico a um limiar abaixo do escape. Tendo em vista que procuramos determinar o valor máximo da temperatura da superfície das EN, definimos o valor da eficiência de captura como vimos tal que $f = 1$. Para detalhes sobre as seções transversais $\sigma_{\chi N}$ e σ_{sat} , veja [29, 30].

6.4.1 Perfil do halo galáctico de matéria escura

Para a descrição do halo de ME galáctica, adotamos o perfil de Einasto [188], caracterizado por uma inclinação logarítmica da lei de potência,

$$\rho(r) = \rho_s \exp\left\{-\frac{2}{\alpha} \left[\left(\frac{r}{r_s}\right)^\alpha - 1\right]\right\}. \quad (6.3)$$

Nesta expressão, os parâmetros α , r_s e ρ_s são ajustados para reproduzir toda a ME contida no halo da galáxia e sua curva rotacional. Neste trabalho adotamos os seguintes valores para os parâmetros do perfil de Einasto, normalizados para a densidade local de ME: $0,3 GeV/cm^3$: $\rho_s = 0,054 GeV/cm^3$, $\alpha = 0,17$, e $r_s = 20,3 Kpc$ [189].

6.4.2 Taxa de captura de matéria escura: modelo G1

A taxa de captura F das partículas de ME pela EN é dada pelo Modelo G1 [190], derivado no apêndice C, é dado por,

$$F = \frac{\pi b_{max}^2 v_\chi \rho_\chi f}{m_\chi}; \quad \text{com } f = \min(\sigma_{\chi N}/\sigma_{sat}, 1) \in [0, 1], \quad (6.4)$$

onde b_{max} é o parâmetro de impacto máximo dado por

$$b_{max} = \left(\frac{2GM_\star R_\star}{v_\chi^2}\right)^{1/2} \left(1 - \frac{2GM_\star}{c^2 R_\star}\right)^{-1/2}. \quad (6.5)$$

Adicionalmente ρ_χ representa a densidade local e m_χ a massa da ME; f por sua vez denota a fração de partículas escuras que passam pela superfície da estrela e ficam

aprisionadas em seu interior; esta grandeza depende da seção de choque ME-N, e é representada por $\sigma_{\chi N}$. σ_{sat} por sua vez representa a seção de choque de saturação, para a qual todas as partículas de ME em trânsito são capturadas pela matéria estelar contida no interior da EN. Este modelo pressupõe uma dinâmica dada pela métrica de Schwarzschild para uma partícula de teste ‘roçando’ pela superfície estelar.

A luminosidade para este modelo é

$$W = \frac{\pi b_{max}^2 v_{\chi} \rho_{dm} f E_s^R}{m_{\chi}}, \quad (6.6)$$

onde

$$E_s^R \simeq m_{\chi}(\gamma_{esc} - 1 + \chi), \quad \text{com} \quad \gamma_{esc} = (1 - (v_{esc}^2/c^2))^{-1/2}. \quad (6.7)$$

E_s^R representa a energia total depositada no núcleo de uma EN e χ denota a fração de aniquilação de ME, sendo que a termalização destes processos ocorre em tempos típicos da ordem de $\sim Myr$ para estrelas maduras. Quando considerado somente o aquecimento cinético por ME, a fração de aniquilação é dada por $\chi = 0$; ao considerarmos aquecimento cinético combinado com processos de aniquilação, consideramos $\chi=1$. É importante ressaltar mais uma vez que as massas de ME consideradas neste trabalho correspondem aos valores $GeV \lesssim m_{\chi} \lesssim PeV$. Ademais, uma das condições essenciais para a realização das propostas desse trabalho é que as partículas de ME necessitam apenas um evento de espalhamento por um núcleon para serem capturadas pela EN. Neste sentido, espalhamentos múltiplos, que envolvem uma complexidade formal adicional, não são considerados neste trabalho. Assim sendo, apenas um evento de espalhamento de partículas de ME esgota a sua energia cinética. No referencial de repouso da EN obtemos

$$\Delta E_s = \frac{m_N m_{\chi}^2 \gamma_{esc}^2 v_{esc}^2 (1 - \cos(\theta_c))}{m_N^2 + m_{\chi}^2 + 2\gamma_{esc} * m_{\chi} * m_N}, \quad (6.8)$$

É a energia cinética perdida no referencial da estrela de nêutrons, onde θ_c é o ângulo de dispersão no referencial do centro de massa DM-N e $v_{esc} = \sqrt{2GM_{*}/R_{*}}$ é a velocidade de escape das partículas de ME no ponto de interação. Uma maneira de determinar o limite de massa das partículas de ME é comparar a energia cinética inicial destas partículas no halo estelar com os valores correspondentes no referencial de repouso da EN com deslocamento de emissão para a tonalidade espectral azul, $\frac{\gamma_{esc} m_{\chi} v_{\chi}^2}{2}$. Obtemos então para a massa máxima de uma partícula de ME capturada por um evento de colisão com um núcleon:

$$m_{\chi} \simeq 2\gamma_{esc}(v_{esc}^2/v_{\chi}^2)m_N \simeq PeV \quad (6.9)$$

A equação 6.4.2 pode ser obtida igualando-se ΔE_s a $\frac{\gamma_{esc} m_{\chi} v_{\chi}^2}{2}$, levando-se em conta que $\theta_c = 90^\circ$ e $m_{\chi} \gg m_N$. No entanto, a condição da gravitação para superar o bloqueio de Pauli e acumular ME em uma EN para formar um buraco negro é $m_{\chi} = 10^8 GeV$ em 10^8 anos [190]. Os cálculos no presente trabalho foram realizados usando os parâmetros $R_{*} = 10 km$, $M_{*} = 1,4M_{\odot}$, $v=250 km/s$ e $\rho_{DM} = 0,375 GeV/cm^3$.

6.4.3 Taxa de captura de matéria escura: modelo G2

Este modelo leva em consideração efeitos relativísticos^{viii}, e sua taxa de captura é dada por [32],

$$F = \frac{8}{3} \pi^2 \frac{\rho_{\text{dm}}}{m_\chi} \left(\frac{3}{2\pi v_\chi^2} \right)^{3/2} \left(\frac{GM_\star R_\star}{1 - \frac{2GM_\star}{c^2 R_\star}} v_\chi^2 f \right), \quad (6.10)$$

onde m_χ é a massa e ρ_{dm} é a densidade das partículas de ME depositadas na EN. Nesta expressão, R_\star e M_\star representam respectivamente o raio e a massa da EN, v_χ é a velocidade média dos WIMPs (afastados o ‘suficiente’ da estrela) e f é o parâmetro associado à eficiência de aprisionamento de ME no interior da EN. Como anteriormente especificado, o parâmetro f é igual a 1 para colisões elásticas ou inelásticas no caso em que a seção transversal inelástica ME-N for maior do que $\sim 10^{-45} \text{ cm}^2$. Em caso contrário, $f = \sigma_N / (10^{-45} \text{ cm}^2)$ para $\sigma_N < 10^{-45} \text{ cm}^2$. A derivação completa da equação (6.10) pode ser encontrada em [32]. A qual leva em conta a distribuição de Maxwell-Boltzmann para a velocidade dos WIMPs, o cruzamento desses com uma área esférica, a condição destes para entrarem em órbita e, por fim, a perda de energia para ficarem "aprisionados" pela estrela de nêutrons. A energia liberada pela aniquilação da matéria escura dentro da estrela é dada por [32]

$$W(t) = F m_\chi \tanh^2 \frac{t+c}{\tau}, \quad (6.11)$$

onde c é uma parametrização que depende das condições físicas iniciais e pode ser desprezada em uma primeira aproximação; o tempo de captura é representado por t e τ é dado por $\tau = 1/\sqrt{FC_A}$. A constante^{ix} $C_A = \langle \sigma_\chi v \rangle / V$ por sua vez representa a seção de choque transversal de aniquilação calculada termicamente dividida pelo volume no interior do qual ocorre a aniquilação. Para $t \gg \tau$, que é o caso que estamos analisando ao consideramos estrelas de nêutrons antigas, $\tanh^2(\frac{t+c}{\tau})$ satura em 1. Obtemos então, a luminosidade pela aniquilação de ME (WIMPS)

$$W \simeq F m_\chi \chi, \quad (6.12)$$

onde χ é a fração de energia que se transforma em calor. O coeficiente χ depende do tipo de partículas de ME considerada e de seus canais de auto-aniquilação. Neste trabalho supomos que $\chi = 1$ ou seja, que toda energia de aniquilação é convertida em fótons. É importante ressaltar, como citado anteriormente, que para que tal suposição se concretize, que as partículas de ME depositadas na EN primeiro colidam com os núcleons e que, as massas destas partículas estejam entre 1 TeV e 1 PeV e, ademais, que pelo menos ocorra uma colisão para que atinjam o equilíbrio térmico no interior estelar. Uma vez que o tempo de vida típico das EN estudadas é $t > 10^6 \text{ yr}$, a termalização é então alcançada e nenhuma situação transiente deve ser considerada.

É fato conhecido que para uma idade estelar $t \approx 10^{5-6} \text{ yr}$, a principal contribuição para o resfriamento de uma EN é por meio da emissão de fótons emitidos de sua

^{viii}A formulação sem correções da relatividade geral é usada para casos em que envolvem WIMPS capturados pela Terra ou pelo Sol. A correção relativística corresponde ao termo $2/(1 - \frac{2GM_\star}{c^2 R_\star})$.

^{ix}Aqui estamos considerando que a densidade de WIMPs é constante no interior da estrela.

superfície [191], refletindo porém a temperatura interior estelar. As fontes convencionais de calor podem competir com o calor de aniquilação da ME para tempos tardios, quando a temperatura da estrela é baixa o suficiente para esfriar apenas pela emissão de fótons [32]. Nesta etapa, a potência liberada pela aniquilação de ME, dada pela Eq. (6.12), é igual à taxa de emissão de energia térmica L_γ ; para determinar a emissividade ϵ_γ , dividimos essa quantidade pelo volume da estrela. É importante ressaltar que, uma vez atingido o equilíbrio, a temperatura estelar permanece constante. Na ref. [32] o autor denomina a equação (6.10) de “relativística”. Isso decorre de sua diferença em relação ao modelo clássico pelo fator $1/(1 - 2GM_*/c^2R_*)$, que é da ordem de $\sim 1,52$ dados os valores de raio e massa estelares, R_* e M_* , considerados neste trabalho.

6.5 Mecanismo Rotoquímico

Os potenciais químicos μ_i das diferentes espécies consideradas neste trabalho são definidos, como todas as grandezas intensivas, pela equação fenomenológica fundamental da termodinâmica. Para uma NS em equilíbrio químico^x composta por nêutrons (n), prótons (p) e léptons (elétrons e múons), a seguinte equação é válida:

$$\eta_{npl} \equiv \mu_n - \mu_p - \mu_\ell = 0, \quad (6.13)$$

onde $i = n, p, \ell$. As equações básicas deste mecanismo encontram-se no apêndice D. Ao supormos porém que a EN está desacelerando (spin-down é o nome dado a diminuição da rotação. A energia de radiação é proveniente da rotação. Assim como as ondas gravitacionais), sua "força centrífuga" é reduzida, a densidade central aumenta tal que $\eta_{npl} \neq 0$ na equação acima, alterando assim a condição de equilíbrio químico. Na presente abordagem não leva-se em conta efeitos de um estado superfluido^{xi}. A evolução temporal da condição de *desequilíbrio químico* durante o processo de desaceleração estelar é dada por [192]

$$\dot{\eta}_{npl} = -A(\eta_{npl}, T) - R_{npl}\Omega\dot{\Omega}, \quad (6.14)$$

onde a grandeza escalar R_{npl} quantifica o afastamento da condição de equilíbrio do sistema devido à variação na velocidade angular e a função A por sua vez quantifica efeitos correspondente às reações nucleares que possibilitam o equilíbrio químico.

A luminosidade gerada por este mecanismo é dada por [192]

$$L = \Gamma\eta_{npl}, \quad \text{onde} \quad \Gamma = \Gamma_{n \rightarrow p\ell\bar{\nu}} - \Gamma_{p\ell \rightarrow n\nu}, \quad (6.15)$$

onde $\Gamma_{A \rightarrow B}$ representa a taxa por unidade de volume da reação que transforma o conjunto de partículas A no conjunto B. As taxas acima definidas são integradas ao

^xO potencial químico de uma espécie representa, na termodinâmica, a energia que pode ser absorvida ou liberada por um dado sistema devido a variações do número de partículas de uma ou mais espécies, seja em uma reação química, transição de fase, ou outros processos. No estado de equilíbrio químico ou no equilíbrio de fase, a soma total dos potenciais químicos é zero pois a energia livre é mínima.

^{xi}A matéria nuclear e os núcleos finitos exibem a propriedade de superfluidez formando pares de Cooper, pelos quais duas espécies de férmions interagindo por meio de uma interação atrativa formam estados ligados com momentum linear total zero a temperatura suficientemente baixa. O estudo da matéria da estrela de nêutrons evoca a surpreendente universalidade dos fenômenos quânticos de muitos corpos, mais intensamente expressos no emparelhamento fermiônico e na superfluidez e supercondutividade [193].

longo do caroço estelar e correspondem no caso presente à transformação de nêutrons em prótons através de processos Urca diretos ou modificados. A taxa indicada no segundo termo da Eq. (6.15) representa a correspondente reação inversa. A avaliação adequada dos mecanismos discutidos nesta seção pressupõe a resolução de ambas as equações (6.14) e (6.23) (apresentada a seguir), simultaneamente. É importante notar que a evolução da desaceleração rotacional estelar é supostamente devida à radiação do dipolo magnético, sem considerar qualquer decaimento do campo magnético. Desta forma, teremos um valor inicial para a temperatura e outro para o campo magnético. Assim, consideramos estes valores iniciais, para a temperatura interna e para o campo magnético, mais precisamente , $T_0 = 10^8 K$ e $B_0 = 10^8 G$ [26], considerando como massa estelar o valor "canônico" $M = 1,4M_\odot$ e para o raio $12 km$ [2]. Ademais, devido a não ser o foco primário deste trabalho, obtemos a temperatura interna como uma função do tempo direto do artigo [26] e aplicamos apenas o envelope - a EoS utilizada pelos autores foi AP4, a qual permite apenas o processo Urca modificado. A utilização do envelope tem apresentado bom resultados em simulações de estrelas de nêutrons isoladas com idades superiores a 1 anos.

6.6 Espalhamento de Matéria Escura por Hádrons

Observamos que os autores da ref. [194] consideraram na EoS acoplamento-méson-quark (QMC), ao invés da massa de repouso dos nêutrons, a sua massa efetiva, já que no núcleo da estrela de nêutrons as interações fortes tornam-se relevantes. Além disso, a ME é acelerada a velocidades quase relativísticas quando de sua queda para a superfície de uma EN. A dependência do momento leva em conta a estrutura hadrônica além de incorporar as interações fortes. No entanto, a inclusão dessa dependência leva a supressão da captura de matéria escura para diversos valores massa de matéria escura. Para comparar seus resultados com os nossos, devemos escolher valores para a escala de corte Λ . O limite superior determinado pela física de colisores (por exemplo, Tevatron) é $\Lambda \leq M_\chi/2\pi$ baseada em uma abordagem de *operadores de contato* [195]. A seção de choque transversal DM-N pode resultar por sua vez em uma redução drástica na temperatura de superfície da estrela, uma vez determinada a escala de corte da teoria. Por exemplo, para matéria escura com massa de $500 GeV$ o valor de corte resulta em $\Lambda \sim 80 GeV$. No entanto, não se pode garantir a validade de tal restrição quando consideramos o interior de uma EN.

6.7 Decaimento do Campo Magnético Estelar

O decaimento do campo magnético estelar representa uma possível fonte de aquecimento no interior de uma EN, dissipando-se na forma de calor. Tendo em vista de que os processos físicos envolvidos no decaimento do campo magnético de uma EN ainda são incertos, procedemos nesta seção a apenas uma estimativa de ordem de grandeza do campo magnético B necessário para produzir uma temperatura de superfície detectável em EN antigas [26]. Nas idades estelares de estrelas antigas consideradas, $t > 10^6$ anos, o resfriamento é dominado como vimos pela emissão de fótons. A luminosidade cau-

sada pelo decaimento do campo magnético em uma EN com raio R e energia magnética $E_B \sim (4\pi R^3/3) \langle B^2 \rangle / 8\pi$ em uma escala de tempo t , é dada por

$$L \sim \frac{E_B}{t} \sim \frac{4\pi R_*^3 \langle B^2 \rangle}{3 \cdot 8\pi t}. \quad (6.16)$$

Desta forma, o campo magnético correspondente a uma EN com uma temperatura de superfície $T_s \sim 10^5$ K, detectada em J0437-4715, e raio $R = 10$ km é

$$B \equiv \sqrt{\langle B^2 \rangle} \sim \left(\frac{24\pi\sigma T_s^4 t}{R} \right) = 10^{13} \sqrt{t_7} G, \quad (6.17)$$

onde t_7 corresponde à idade de uma EN da ordem de 10^7 anos. Observe-se que a expressão da luminosidade acima contém uma dependência explícita do tempo similarmente ao mecanismo rotoquímico (veja abaixo). Em nossos cálculos usamos um campo magnético com intensidade de 10^{10} G, medido para sistemas do tipo VN [196]. Os campos magnéticos internos entretanto podem ter intensidades muito mais expressivas e podem modificar essa estimativa ao decaírem e dissiparem-se.

6.8 Luminosidade e Resfriamento Estelar

A luminosidade é uma grandeza fundamental para avaliar o resfriamento de estrelas compactas. A taxa de perda de calor da através de toda superfície da estrela (em seu referencial local) é

$$L_\gamma = 4\pi R^2 \sigma T_*^4, \quad (6.18)$$

onde σ é a constante de Stefan-Boltzmann e T_* representa a temperatura da superfície estelar. No entanto, devemos converter a temperatura da superfície para o referencial no infinito, ou seja,

$$T_s = T_* \sqrt{1 - \frac{2GM_*}{c^2 R_*}}. \quad (6.19)$$

É importante ressaltar que no estudo de EN antigas alguns autores consideram valores de tempo correspondentes a *tempos tardios*, e não a evolução temporal ao longo da vida da estrela. Desta forma, o mecanismo de aquecimento com uma luminosidade específica é dado pela equação (6.18) (considerando a estrela como um emissor de corpo negro). Assim, é possível estimar a temperatura de superfície a partir do referencial no infinito. Além disso, a temperatura uniforme interna (no núcleo estelar) é inferior a da superfície para temperaturas internas ~ 3900 K - com a massa e raio utilizados anteriormente-, devido a opacidade do envelope. A relação entre a temperatura de superfície e a temperatura interna do núcleo estelar pode ser aproximada (envelope) por [197, 198, 199]

$$T_s = 8.7 \times 10^5 \left(\frac{g_s}{10^{14} \text{cm/s}^2} \right)^{1/4} \left(\frac{T_c}{10^8 \text{K}} \right)^{0.55} \text{K}, \quad (6.20)$$

onde T_c é a temperatura do núcleo da estrela e $g_s = GM_*/R_*^2$ é a gravidade da superfície. Podemos reescrever a equação (6.18) em termos da temperatura do núcleo como

$$L_\gamma = 4\pi R^2 \sigma (8.7 \times 10^5 \text{K})^4 \left(\frac{g_s}{10^{14} \text{cm/s}^2} \right) \left(\frac{T_c}{10^8} \right)^{2.2} \text{erg s}^{-1}. \quad (6.21)$$

Neste trabalho consideramos apenas EN que não atingem densidades extremamente altas, de modo que apenas o processo Urca modificado^{xii} pode ocorrer. Nessas condições, os processos diretos do tipo URCA $n \rightarrow p + e + \bar{\nu}$ e $p + e \rightarrow n + \nu$ são cinematicamente proibidos. Durante o primeiro estágio de resfriamento, a estrela perde energia devido à emissão de neutrinos, ao converter prótons e elétrons em nêutrons e vice-versa. A emissividade para o processo Urca modificado é [200]

$$\epsilon_\nu = 1.2 \times 10^4 \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{2/3} \left(\frac{T}{10^7 \text{K}} \right)^8 \text{ erg cm}^{-3} \text{ s}^{-1}. \quad (6.22)$$

O processo Urca direto está sujeito à condição aproximada de densidade $\sim 4\rho_0$ - a qual pode variar de EoS para EoS -, onde ρ_0 representa a densidade padrão da matéria nuclear, e à seguinte condição adicional [201] $\rho_0 v = 2,8 \times 10^{14} \text{ g cm}^{-3}$. Obtemos então, para a equação que governa a variação temporal da temperatura interna estelar

$$\frac{dT_{\text{int}}}{dt} = \frac{-L_\nu - L_\gamma + L_{\text{rh}}}{V c_V} = -\frac{\epsilon_\nu - \epsilon_\gamma + \epsilon_h}{c_V}, \quad \text{com } \epsilon_\nu = L_\nu/V; \epsilon_\gamma = L_\gamma/V; \epsilon_h = L_{\text{rh}}/V, \quad (6.23)$$

onde c_V é o calor específico para um gás de férmions não interagentes, ϵ_ν , ϵ_γ e ϵ_h são respectivamente a emissividade de neutrinos, fótons e dos mecanismo(s) de aquecimento (para maiores detalhes, ver Ref. [32]). c_V por sua vez é dado por

$$c_V = \frac{k_B^2 T}{3\hbar^3 c} \sum_i p_F^i \sqrt{m_i^2 c^2 + (p_F^i)^2}, \quad (6.24)$$

onde a soma corre sobre nêutrons, prótons e elétrons e com os momenta lineares de Fermi (para matéria neutra) em equilíbrio fraco dado como [200]

$$p_F^n = 340 \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{1/3} \text{ MeV}, \quad (6.25)$$

$$p_F^p = p_F^e = 60 \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{2/3} \text{ MeV}. \quad (6.26)$$

Após a integração da equação (6.23), precisamos contabilizar os efeitos do envelope combinada com as equações (6.19) e (6.20). Deve-se mencionar que o gás de férmions não interativos não se comporta como no mecanismo rotoquímico, pois considera a massa efetiva do núcleon e mudanças no potencial químico EoS devido a efeitos de rotação.

6.9 Aplicações

As temperaturas superficiais atribuídas à emissão térmica de EN têm sido estudadas ao longo dos anos. A primeira tarefa neste tipo de estudo é separar a emissão térmica de processos não térmicos (processos magnetosféricos, ventos estelares) que também contribuem para a emissão total de energia. Para objetos jovens, a temperatura de superfície típica esperada, T_s , atinge o pico em torno de $\sim 1 \text{ keV}$. A ref. [202] contém um resumo dessas observações para objetos com menos de $\sim 10^6$ anos bem como

^{xii}Na física das astropartículas, o processo URCA modificado, $n + N \rightarrow p + N + e + \nu$, $p + N + e \rightarrow n + N + \nu$, produz perdas de energia de neutrinos em núcleos de estrelas de nêutrons com ramificações em nêutrons e prótons ($N=n$ e $N=p$) e a taxas comparáveis com os demais processos competitivos, como o processo URCA direto.

fenômenos de transporte. Há uma tendência de diminuição da temperatura com o aumento da idade da estrela, e uma queda visível entre $\leq 10^6$ anos quando a emissão de fótons começa a dominar os processos de resfriamento estelar.

A física que leva ao resfriamento de uma EN é afetada por várias incertezas, tanto microfísicas quanto astrofísicas. Entre as mais importantes destacamos a existência de *gaps* superfluidos entre os núcleons nas camadas externas, como também a própria composição da matéria superdensa (não só pela presença plausível de quarks desconfiados, como ainda na fase nuclear ordinária), bem como uma composição diferente da matéria da atmosfera estelar, entre muitos outros. Campos magnéticos elevados modificam substancialmente o resfriamento estelar, abrindo ou suprimindo novos canais de esfriamento, o que pode ser a causa das altas temperaturas inferidas para os magnetares, um subgrupo que se acredita ser altamente magnetizado e muito jovem.

Como resultado, as tentativas de avaliação dos efeitos de ME em EN jovens tem se revelado pouco esclarecedoras. No entanto, para magnetares de meia-idade e estrelas de nêutrons isoladas altamente magnetizadas, há indícios de *resfriamento acelerado* nestas estrelas, no qual o decaimento do campo magnético pode estar envolvidos [203]. As temperaturas superficiais para estrelas de nêutrons com idade superior a 10^6 anos tem se mostrado substancial [202], exigindo um mecanismo alternativo de reaquecimento, enquanto o resfriamento para os primeiros $\sim 10^6$ anos tem se revelado fisicamente consistente.

6.9.1 Estrelas de Nêutrons Velhas

A quantidade de estrelas de nêutrons mais antigas medidas é, infelizmente, escasso, porque em torno de 10^7 anos ou mais os mecanismos de aquecimento tardio tornam-se mais relevantes. Os poucos pulsares observados podem ser vistos na seção resultados, na figura 6.5. A temperatura de superfície (em azul) para EN jovens foi obtida da Ref. [204] enquanto que para as EN de idades medianas, os limites superiores (em cores verdes e barras de erro em cor preta) são da Ref. [205].

Para a determinação das temperaturas superficiais de objetos antigos, é importante portanto abordar os mecanismos de aquecimento. Um caso potencialmente interessante é o grupo de sistemas binários do tipo VN, em que o pulsar é observado obliterando a estrela companheira, talvez de modo completo. Cálculos evolutivos sugerem idades de giga-anos para este grupo, potencialmente ao sondarmos os extremos da distribuição etária. Elementos físicos incomuns, como retroiluminação e ventos de ablação, são importantes para explicar o resfriamento desses sistemas [206, 207]. As trajetórias evolutivas calculadas na Ref. [6] foram usados para inferir idades dos sistemas mostrados nas Figs. 6.7, 6.8 e 6.9. Um cenário um tanto diferente [208] também fornece idades comparáveis, na estimativa de vários giga-anos, ou seja, para estrelas muito antigas e adequadas para testar a hipótese do aquecimento interno.

As observações de raios X [21] constituem uma fonte de informação sobre as temperaturas da superfície T_s estelar. A separação dos componentes não térmicos apresentados pelos autores rendeu temperaturas T_s próximas a ~ 100 eV. No entanto, os

valores extraídos correspondem a pequenas superfícies de emissão e foram associados a “pontos quentes” de emissão não cobrindo portanto toda a superfície estelar. As temperaturas superficiais para as VN devem ser consideradas como limite superior, sendo estas obtidas por um ajuste de corpo negro (dados em laranja) Ref. [21] e podem ser vistas nas Figs. 6.7, 6.8 e 6.9 e na tabela 6.2 .

Nome	$kT[ev]$
<i>J0023 + 0923</i>	180^{+60}_{-50}
<i>J1124 - 3653</i>	440^{+100}_{-80}
<i>J1810 + 1744</i>	430^{+130}_{-120}
<i>J2256 - 1024</i>	200^{+20}_{-20}

Tabela 6.2: Valores das temperaturas superficiais (limites superiores) para as VN de acordo com o ajuste de corpo negro.

Resta saber se um valor real de T_s , não apenas seus limites superiores, poderia ser obtido para a temperatura da superfície com observações e análises aprimoradas.

6.10 Limitações dos Modelos

Nossos cálculos para a evolução da temperatura estelar em função da idade da estrela levam em conta uma distribuição de corpo negro (visto que atmosferas com elementos pesados se comportam muito próximo de um corpo negro para estrelas com idades superiores a 10^5 anos) e, por simplicidade, consideramos as EoSs das partículas descritos por um gás de férmions livres. Como esperado, os efeitos de aquecimento da ME não afetam a temperatura da superfície de EN jovens, uma vez que não dependem da temperatura (ao contrário da emissividade de neutrinos e fótons). Além disso, para estrelas de nêutrons mais antigas (MSP), algumas medidas de temperatura de superfície estão substancialmente abaixo das observadas das VN em seus limites superiores. A situação para aquecimento cinético não é melhorada se considerarmos as restrições do NICER (figura 6.2) - intervalos de raio e massa-, a $T_s = 1470$ K para eficiência de captura $f = 1$ (caso ideal). Para o comprimento de onda associada a esta temperatura, a resolução do fluxo térmico de uma fonte pontual detectada em 10σ em uma integração de 10.000s usando o telescópio espacial James Webb (JWST) [209] mostrou-se quase uma ordem de grandeza abaixo da sensibilidade. O fluxo térmico pode ser alcançado aumentando o tempo de exposição. No entanto, a incerteza na eficiência de captura das partículas emitidas depende da seção transversal ME-N, que é dependente de modelo. Essa dependência de modelo é explorada nas Refs. [183, 29, 210]. Além disso, estudos recentes [211, 212] favorecem o modelo de aquecimento rotoquímico como aquele que descreve com mais precisão os limites superiores de temperatura da superfície de EN antigas (observe que as estrelas do tipo VN não são consideradas nesse trabalho). Conforme apontado na Ref. [211] o aquecimento rotoquímico é mais adequado para o MSP PSR J0437-4715, ou seja, um antigo pulsar de milissegundos.

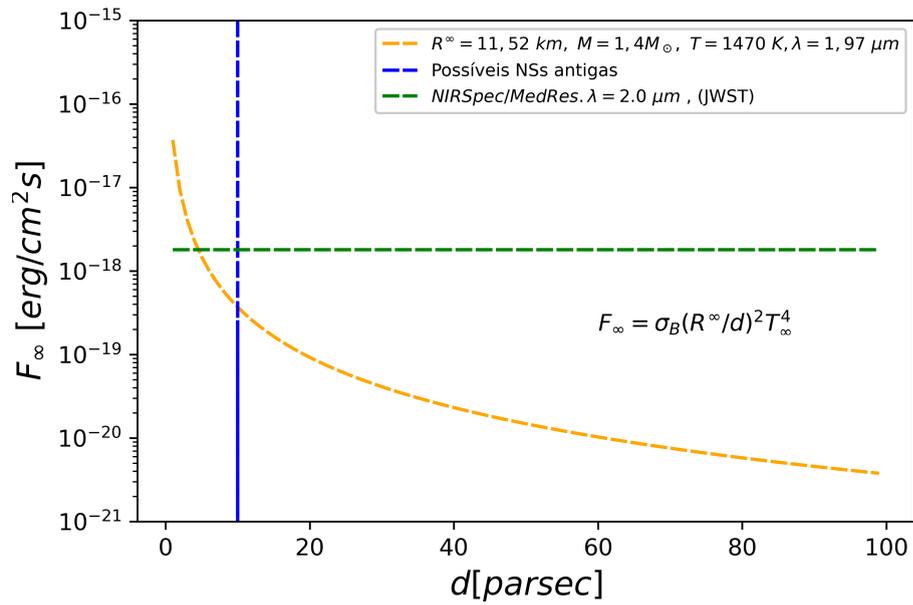


Figura 6.2: Fluxo termal em termos da distância da Terra. As estrelas de nêutrons antigas em $10 pc$ foram obtidas de [213].

6.11 Resultados

O(s) mecanismo(s) de aquecimento abordados neste trabalho não afetam de maneira expressiva as EN mais jovens, ou seja, com idades menores do que 10^7 anos. No entanto, após esse tempo, descobrimos que a temperatura da superfície de EN maduras é compatível apenas com o decaimento do campo magnético e o aquecimento rotoquímico, mas incompatível com os limites superiores das VN se os valores reais de T_s estiverem próximos dos anteriores .

O conjunto de parâmetros utilizados nos modelos requer alguns comentários. Como mostramos, existem duas formas de obter as temperaturas de superfície: considerando a idade da estrela em torno de mega anos, o lado esquerdo da eq 6.23 torna-se zero e, como a emissão de neutrinos não contribui significativamente, restam apenas a soma das luminosidades dos fotos e do mecanismo de reaquecimento; os quais tornam-se iguais. Já no segundo caso, utilizamos a eq 6.23 completa, pois estamos interessados em identificar a partir de qual idade da estrela os mecanismos de reaquecimento começam a ter efeitos expressivos na temperatura superficial da estrela. Neste trabalho comparamos as duas abordagens, que levam ao final quase ao mesmo resultado. O modelo rotoquímico (considerando o conjunto de parâmetros utilizado pelos autores da Ref. [26]) é válido somente para estrelas antigas, ou seja, estrelas com idades superiores a 10^6 anos, como poderá ser visto nos gráficos seguintes. Porém, para modelos que envolvem a ME a situação é diferente. Também encontramos a luminosidade máxima permitida (fenomenologicamente) para idades superiores a 10^6 anos, sem dependência na temperatura - similar aos modelos de ME - de forma a não se afastarem das temperaturas superficiais das estrelas clássicas (com idades inferiores a 10^6 anos).

Modelo	T_s [K]
G1 ($\gamma_{esc} = 1.23$) cinemático	1390
G1 ($\gamma_{esc} = 1.23$) cinemático+aniquilação	2100
G2	2165
G2 ($R=12.2$ km, $M=2.2 M_\odot$, MPA1 $\sim 4\rho_0$)	2650
J0023+0923 (VN, valor central)	2088×10^3

Tabela 6.3: Resultados para os modelos G1 e G2 considerando os seguintes parâmetros: $R_\star=12$ km, $v=230$ km/s, $M_\star=1.4M_\odot$ e $\rho_{dm}=0.3$ GeV/cm³.

A tabela 6.3 mostra as previsões de temperaturas de superfície para os modelos G1 e G2 comparando-os com referidos os dados observacionais da VN J0023+0923. Como esperado, dependendo dos parâmetros mencionados, os resultados mudam significativamente. Comparando o valor da temperatura da superfície [21] da VN J0023+0923 com o modelo da ME, obtém-se uma diferença de três ordens de grandeza. Para o caso de uma VN, mesmo usando o modelo favorável G2(A) (valores MPA1 para raio e massa), os modelos não explicariam altas temperaturas de superfície. Isso ilustra a importância de novos estudos das temperaturas das VN. Alguns autores argumentam

que perto do centro galáctico ou em aglomerados de galáxias esses resultados podem mudar, já que o valor de ρ_{dm} pode ser maior. Dividindo a temperatura da superfície do modelo G2(A) por 1,52 (para transformar em sua versão clássica) obtemos ~ 1400 K. Este valor é bastante próximo do modelo G1(K). Os dois modelos possuem derivações diferentes, mas comparando o caso G1(K+A) com o G2(A), verificamos que seus valores são muito próximos entre si e distantes dos T_s observados.

$\frac{\rho}{\rho_0}$	G2(A)	G1(K)	G1(K+A)	MFD	Lmax	Rotoquímico
1.61	1969	1264	1915	50504	124972	123262
2.47	\sim	\sim	\sim	\sim	\sim	123262
3.52 (MPA1)	2232	1697	2263	47373	115774	123262
J0023+0923/MPA1	935	1230	922	44	18	17

Tabela 6.4: Resultados da equação diferencial de resfriamento a 10^9 yr para a temperatura superficial em Kelvin. A última linha é a razão entre a temperatura superficial de J0023+0923 e a predição da EoS MPA1 ($R = 12.2$ km and $M = 2.2M_\odot$).

Na Tabela 6.4 mostramos as previsões de temperatura de superfície para todos os modelos; G2(A) representa o modelo de ME G2 considerando apenas a aniquilação destas partículas elusivas; o modelo DM G1(K) leva em consideração apenas o calor cinético; G1(K+A) considera aquecimento cinético e aniquilação de ME; MFD significa decaimento do campo magnético e Lmax a luminosidade máxima permitida para tempos de vida estelares maiores do que 10^6 anos. A razão J0023+0923/MPA1 prevê uma diferença de três ordens de grandeza entre a temperatura de superfície do pulsar e aquela predita pelo modelo MPA1 EoS quando comparado aos modelos de aniquilação de ME, rotoquímico e decaimento do campo magnético. Estes resultados indicam que é possível determinar, por exemplo, o ρ_{dm} necessário para obtermos uma luminosidade máxima estelar. Além disso, o aumento de $\frac{\rho}{\rho_0}$ desloca a curva da temperatura superficial para a direita, ou seja, para idades superiores. No entanto, de acordo com os nossos resultados para estrelas maduras, isso não causa tanto impacto nos resultados finais. Para uma EN, usando o perfil de Einasto obtemos \sim três ordens de diferença entre os modelos com aniquilação de ME e as correspondentes temperaturas máximas superficiais observadas nas superfícies de EN e de VN. Ademais, obtemos um resultado “coincidente” para as luminosidades estelares máximas devidas aos mecanismos rotoquímico e decaimento do campo magnético. Todos estes resultados indicam a necessidade de novas medidas da temperatura superficial do PSR-B0950+08 [214]. Assim, um mecanismo mais robusto inspirado em decaimento de campo magnético pode ser uma alternativa ao mecanismo rotoquímico.

A comparação com um modelo adicional teve como pressuposto e ponto de partida a equação (2.10) da Ref. [29]. A temperatura de superfície estelar então obtida para os parâmetros mencionados é ~ 1394 K pois o dado modelo considera apenas o aquecimento cinético por acreção de ME composta de férmions. Além disso, este modelo leva

em consideração a velocidade de dispersão de uma EN e a velocidade das partículas de ME. Avaliamos ademais os resultados com base na Eq. (2.10) mencionada para as restrições estabelecidas pelo NICER [4] e Ref. [95]. Os gráficos 3D correspondentes a seguir mostram valores de T_s para uma variedade de raios e massas e diferentes densidades de ME. Neste caso os melhores ajustes para a Via Láctea[215] correspondem a $0,3 \text{ GeV/cm}^3$ e $0,42 \text{ GeV/cm}^3$ ambos para $v = 230 \text{ km/s}$.

A figura 6.3 mostra o comportamento da relação massa-raio para as diferentes equações de estado abordadas neste capítulo.

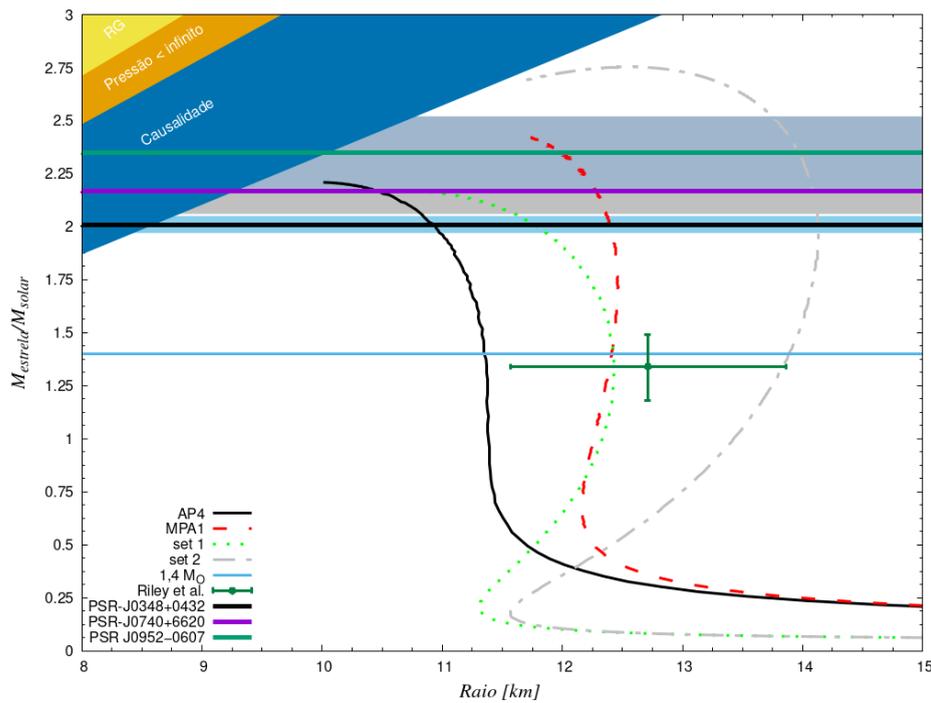


Figura 6.3: Comportamento da relação massa-raio predita pelas diferentes equações de estado estudadas neste capítulo. Os limites impostos de pressão, causalidade e relatividade geral foram obtidos de ref. [216]. Portanto, a relação massa-raio de cada EoS não pode cruzar o limite da causalidade.

A figura 6.4 mostra o comportamento das taxas de captura para os modelos de matéria escura identificados como G1 e G2. As taxas de captura foram calculadas para dois casos. O primeiro caso é caracterizado pelas parametrizações: $R_\star = 12,0 \text{ km}$, $v_\chi = 230 \text{ km/s}$, $\rho_{\text{ME}} = 0,3 \text{ GeV/cm}^3$ e $M = 1,4 M_\odot$. No segundo caso as seguintes parametrizações foram adotadas: $R_\star = 12,2 \text{ km}$, $v_\chi = 230 \text{ km/s}$, $\rho_{\text{ME}} = 0,3 \text{ GeV/cm}^3$ e $M = 2,2 M_\odot$.

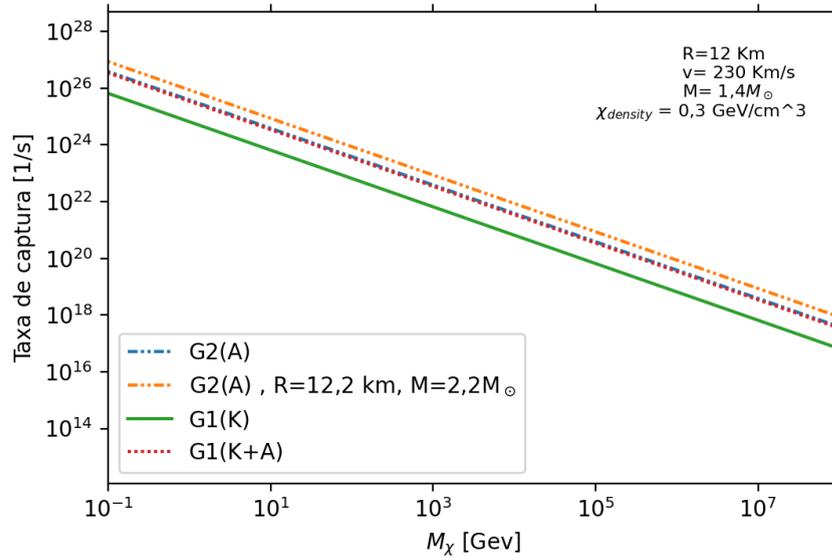


Figura 6.4: Comportamento das taxas de captura para os modelos de matéria escura identificados como G1 e G2. Neste gráfico, a nomenclatura *Kouvaris* refere-se ao modelo G2 enquanto *Baryakhtar et al.* refere-se ao modelo G1.

O gráfico 6.5 mostra o comportamento das temperaturas superficiais estelares no âmbito dos diferentes modelos abordados neste capítulo, especificamente considerando a razão $\frac{\rho}{\rho_0} = 1,61$.

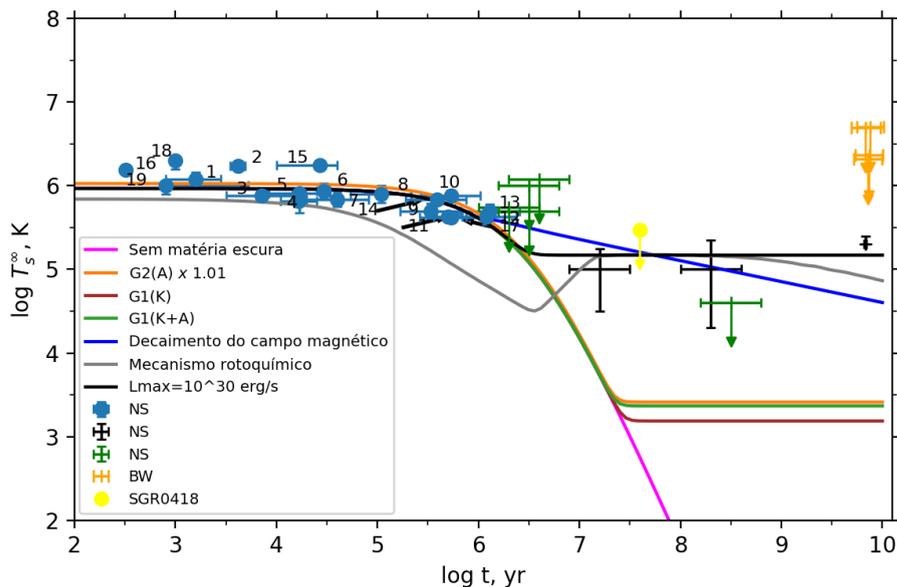


Figura 6.5: Comportamento das temperaturas superficiais estelares em termos do tempo de evolução estelar para a razão $\frac{\rho}{\rho_0} = 1,61$, e considerando os modelos estudados no capítulo.

O gráfico da figura 6.6 é semelhante ao anterior, com exceção da utilização da razão $\frac{\rho}{\rho_0} = 2,47$. Percebemos no gráfico um pequeno desvio à direita para todas as curvas, com exceção daquela associada ao mecanismo rotoquímico, pois não efetuamos neste caso o cálculo referente à evolução da temperatura estelar, tendo o mesmo sido obtido do artigo [26].

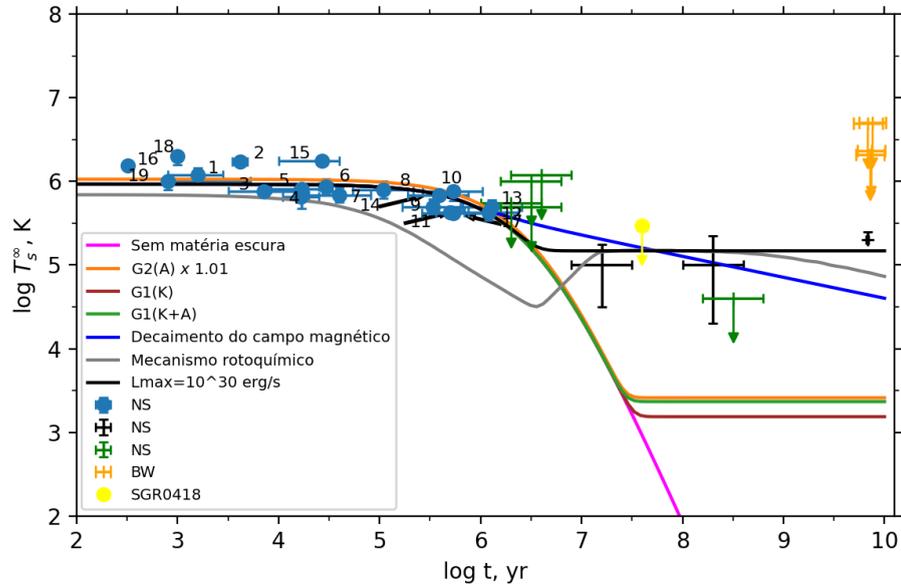


Figura 6.6: O gráfico desta figura é semelhante ao anterior, com exceção da utilização da razão $\frac{\rho}{\rho_0} = 2,47$.

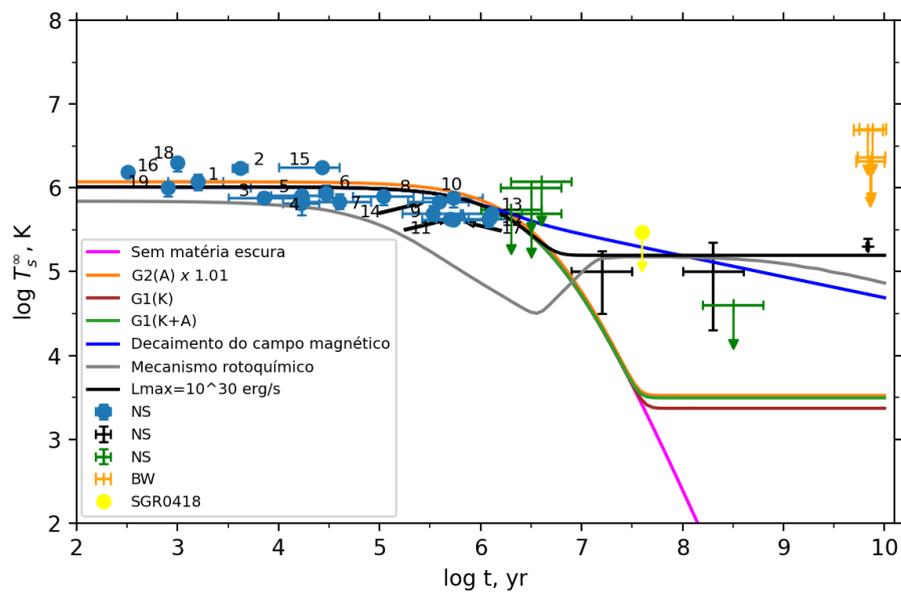


Figura 6.7: Gráfico similar aos anteriores, no entanto, levando em conta a razão $\frac{\rho}{\rho_0} = 3,52$, associada à equação de estado MPA1.

A figura 6.7 é também semelhante às duas anteriores, considerando a razão $\frac{\rho}{\rho_0} = 3,52$, associada à equação de estado MPA1. A linha magenta da figura - que descreve os resultados sem a presença de matéria escura - ultrapassa $10^8 yr(anos)$. Podemos concluir então que, quanto maior a razão $\frac{\rho}{\rho_0}$, mais à direita do gráfico as curvas são deslocadas.

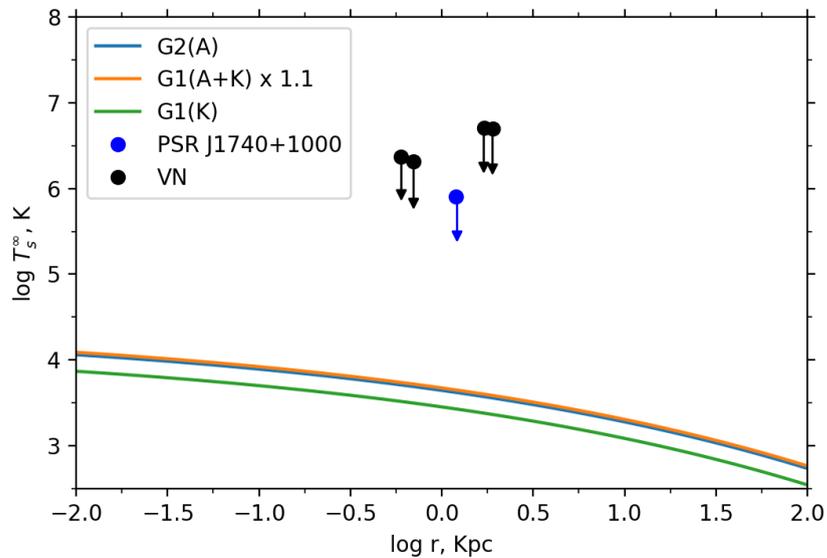


Figura 6.8: Comportamento das temperaturas superficiais para os dois modelos considerados nesta seção, com as contribuições de cinemática e aniquilação.

A figura 6.8 mostra o comportamento das temperaturas superficiais para os dois modelos considerados nesta seção, com as contribuições de cinemática e aniquilação. A densidade da matéria escura em termos da distância é obtida usando o perfil de halo de Einasto com os seguintes parâmetros: $R_* = 12,0 km$, $v_\chi = 230 km/s$ e $M = 1,4M_\odot$. Os pontos pretos correspondem aos limites superiores de temperatura superficial das estrelas Viúva Negra, enquanto o ponto azul diz respeito ao limite superior de temperatura superficial do pulsar PSR J1740+1000.

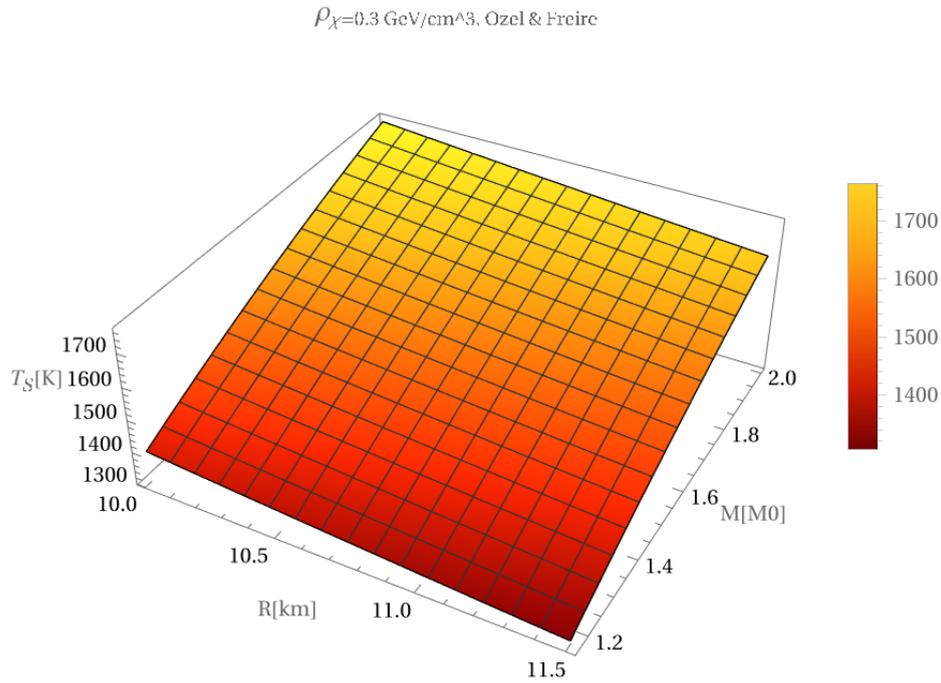


Figura 6.9: Comportamento da temperatura estelar superficial T_s resultante da captura de matéria escura.

A figura 6.9 mostra o comportamento da temperatura superficial resultante da captura de matéria escura considerando os limites de raio e massa estelares de acordo com os valores apresentados na ref. [95] para $\rho_{\text{ME}} = 0,3 \text{ GeV/cm}^3$ e $V_\chi = 230 \text{ km/s}$, utilizando o modelo introduzido pelos autores da ref. [29]. Para a densidade local de matéria escura, o maior valor da temperatura superficial é aproximadamente 1760 K .

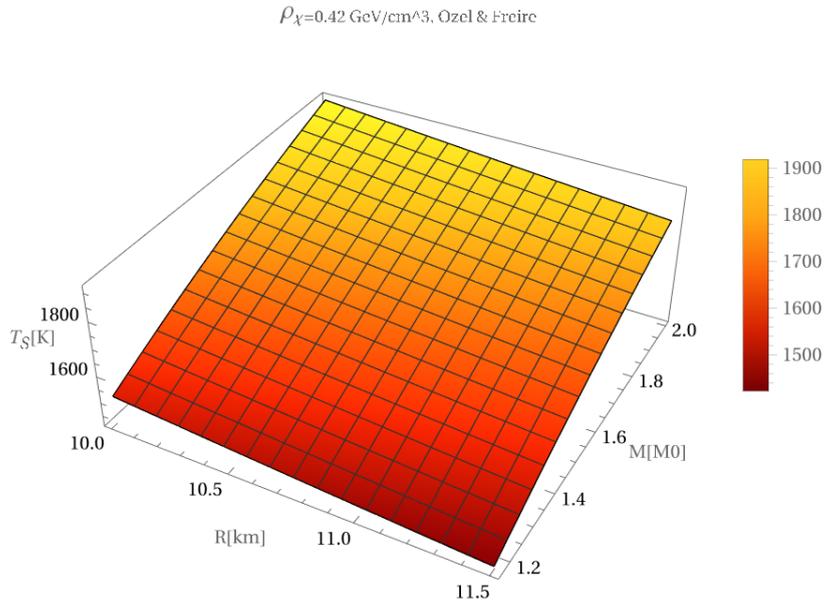


Figura 6.10: Gráfico semelhante ao anterior, porém, utilizando o melhor ajuste para a densidade de matéria escura.

A figura 6.10 é semelhante à anterior, porém adotando o melhor ajuste para a densidade de matéria escura. Neste caso, o maior valor para a temperatura superficial é aproximadamente 1900 K . Em ambos os casos, utilizamos $R_\star = 10 \text{ km}$ e $M = 2 M_\odot$.

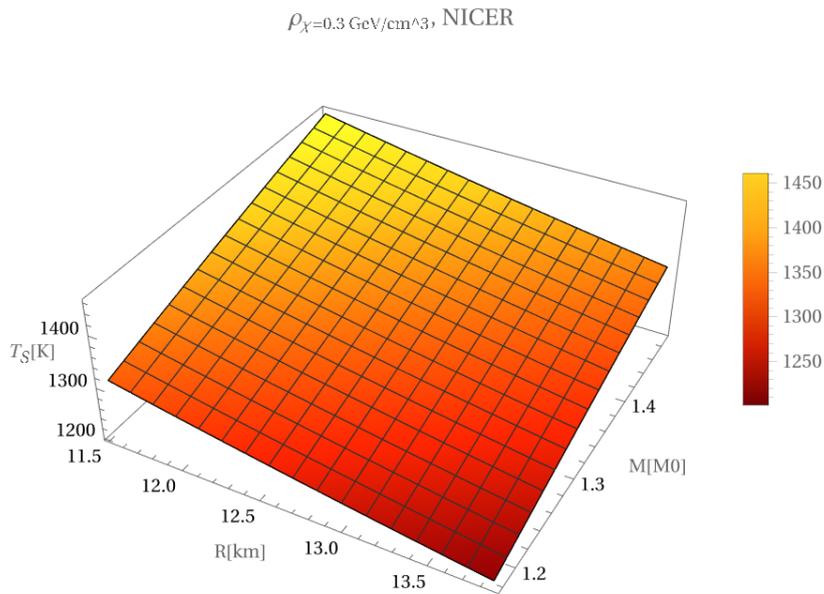


Figura 6.11: Gráfico semelhante aos anteriores, usando entretanto os limites de raio e massa medidos pelo NICER com a densidade de matéria escura local.

A figura 6.11 é também semelhante às anteriores, com os limites de raio e massa, entretanto, medidos pelo NICER. A maior temperatura superficial é neste caso de 1470 K ocorrendo quando $R_\star = 11,52\text{ km}$ e $M_\star = 1,49 M_\odot$.

6.12 Conclusão

Modelos com aniquilação de matéria escura e mecanismos de aquecimento estelar, por meio de decaimento de campo magnético, foram estudados a fim de obter previsões para as temperaturas limite de estrelas de nêutrons antigas, incluindo estrelas do tipo Viúva Negra. O mecanismo que melhor descreve as temperaturas superficiais das estrelas antigas e VN é o mecanismo rotoquímico, uma vez que o decaimento do campo magnético em uma aproximação bruta mostra uma diminuição constante nos valores da temperatura estelar superficial, T_s . Para encontrar a luminosidade máxima estelar, supomos que o campo magnético começa a decair consideravelmente após 10^6 anos. Além disso, consideramos os raios e as massas de várias estrelas inseridas na faixa de observações do NICER. Esses resultados são mostrados em gráficos do tipo 3D, que compreendem não apenas uma temperatura de superfície, mas um amplo conjunto delas. O perfil de halo da matéria escura adotado, de Einasto, foi empregado para determinar a densidade da matéria escura em termos da distância da Terra (normalizado a densidade local de ME) de possíveis estrelas antigas. A diferença entre as previsões dos modelos para a temperatura estelar de superfície mostra-se expressiva, — de até três ordens de magnitude. As diferenças mais dramáticas são encontradas no caso das estrelas do tipo Viúva Negra: todos os mecanismos de aquecimento abordados neste capítulo falharam claramente em descrever suas temperaturas superficiais efetivas - visto que são limites superiores. Caso tivessem a temperatura superficial efetiva da mesma ordem das NS com idades em torno de 10^8 anos, ainda assim, o único mecanismo possível de descrever tais temperaturas é o rotoquímico. As estrelas compactas do tipo Viúva Negra apresentam as maiores massas conhecidas de estrelas de nêutrons [207, 217], os resultados mais recentes indicando valores de $2,35 \pm 0,17 M_\odot$ [144] para o pulsar PSR J0952-0607. Este pulsar, com um período de rotação de $1,41\text{ ms}$, — tornando-o o pulsar de rotação mais rápida do disco da Via Láctea —, se insere no grupo do tipo Viúva Negra, com uma companheira de baixa massa (subestelar) sendo irradiada e evaporada pela luminosidade do pulsar.

Capítulo 7

Conclusões e perspectivas futuras

7.1 Conclusões

A busca por equações de estado rígidas, modeladas de forma consistente, tanto para estrelas de nêutrons quanto para estrelas estranhas, é de suma importância na era da astrofísica multi-mensageira [222], onde os *mensageiros cósmicos* são neutrinos, fótons, ondas gravitacionais e raios cósmicos. Os modelos de quarks estudados nesta tese estão recebendo mais atenção com a descoberta recente do objeto compacto XMMU J173203.3-344518. A parametrização CSS, entre outras, que envolve diferentes comportamentos da velocidade do som no meio, estão sendo empregadas para reproduzir múltiplas observações, como, por exemplo, deformabilidade de maré, massa e raio estelares (NICER) e o valor surpreendente de $2,35 \pm 0,17 M_{\odot}$ de uma estrela Viúva Negra, o pulsar PSR J0952-0607, recentemente observado, que está no topo dos gráficos do tipo M-R.

A pergunta que se coloca é: qual é a massa máxima de uma estrela de nêutrons? Se o valor de 2,35 massas solares estiver próximo do limite superior das estrelas de nêutrons, o interior provavelmente será uma sopa de nêutrons, bem como de quarks up e down, mas não de matéria exótica, como quarks "estranhos" ou káons, que são partículas que contêm um quark estranho. Esta suposição se baseia na compreensão de que uma massa estelar máxima muito alta para estrelas de nêutrons implicaria que ela é constituída por uma mistura de hádrons e quarks up, down e strange, e em equilíbrio hidrostático. Isso descartaria muitos estados propostos da matéria, especialmente aqueles com composições interiores exóticas.

Observamos também, em decorrência dos modelos de quarks e da construção de fase (de Maxwell) adotadas nesta tese, a relação massa-raio para uma estrela híbrida é "mascarada" - refere-se somente a estrela híbrida com as EoS AP4 e CDQP, devido a pequena descontinuidade na densidade de energia -, ou seja, não é possível distinguir nessa relação uma estrela híbrida de uma estrela de nêutrons.

Com respeito a parametrizações de matéria de quarks, sabemos que este tipo de abordagem não permite determinar a população estelar de partículas, em vista de suas limitações em descrever processos evolutivos de uma estrela compacta. Isto porque,

a composição estelar depende de processos evolutivos, dependentes de densidade, sintetizados em equações dinâmicas que descrevem os limiares associadas às diferentes espécies estelares, as assim denominadas *threshold equations of a given species*, vinculadas ademais ao equilíbrio beta estelar. Em outras palavras, usando o modelo CFL como exemplo, não saberíamos determinar o valor do gap dos pares de Cooper produzidos no meio estelar para comparar com processos de resfriamento, processos estes que se revelam mais lentos, segundo os autores da Ref [5], do que aqueles que envolvem quarks. Isto implicaria na impossibilidade de comparar as predições do modelo com os dados observacionais de luminosidade do objeto XMMU J173203.3-344518. Em decorrência desta limitação, não poderíamos confrontar as predições teóricas com as luminosidades observadas. Podemos sintetizar esse impasse limitante da seguinte forma: com um modelo efetivo de equação de estado, poderíamos alterar consistentemente os parâmetros físicos tanto no que diz respeito à equação teórica de forma a reproduzir as temperaturas superficiais?

No capítulo de aquecimento interno de estrelas de nêutrons, restringimos a densidade de matéria escura com os valores atuais da literatura, usando três mecanismos de captura. Nossos resultados indicam que a temperatura superficial para esses modelos difere em $\sim 2-3$ ordens de grandeza das temperaturas observadas em Viúvas Negras (limite superior) e pulsares. Contudo, o mecanismo rotoquímico prediz a temperatura superficial somente para os pulsares antigos, mas não para os limites superiores das temperaturas superficiais das VNs. A fim de corroborar nossas predições de aquecimento interno por matéria escura, os telescópios precisariam de um tempo de exposição maior para detectar as baixas temperaturas superficiais previstas por estes modelos (TS ~ 1470 K).

7.2 Perspectivas futuras

Realizamos recentemente cálculos com deformabilidades de maré que em breve serão submetidos à publicação. A construção de equações de estado explorando a Cromodinâmica Quântica Perturbativa, envolvendo supercondutividade de cor, estrelas híbridas com transições de fase descritas pela construção de Maxwell e Gibbs, propostas de detecção indireta de matéria escura férmionica por meio de estrelas de nêutrons, parametrizações da matéria de quarks utilizando diferentes dependências na velocidade do som no meio e resfriamento de estrelas de nêutrons, proporcionam perspectivas desafiadoras para os nossos futuros trabalhos de pesquisa.

Apêndice A

Equações de Einstein

Neste apêndice derivamos as equações de Einstein, abordando primeiramente os temas da gravidade na Relatividade Geral e da gravidade das marés (*tidal gravity*). Seguimos neste apêndice os ensinamentos de Norman K. Glendenning [218] em combinação com o livro clássico de Ronald Adler, Maurice Bazin, e Menahem Schiffer [219].

A.1 Gravidade das marés

Einstein previu que os ponteiros de um relógio situado perto de um corpo massivo se movimentariam mais lentamente do que em um relógio idêntico distante. Ao fazer isso, ele intuiu a profunda conexão entre a estrutura do espaço-tempo e a gravidade. Duas linhas retas paralelas nunca se encontram no espaço-tempo plano de Minkowski sem a presença da gravidade. Um único referencial inercial seria então suficiente para descrever todo o espaço-tempo. Ao formular o princípio da equivalência, tendo em conta que campos gravitacionais não são uniformes e constantes, mas dependem do movimento dos corpos gravitantes e da posição onde os efeitos gravitacionais são experimentados, Einstein entendeu que apenas em uma localização adequadamente pequena do espaço-tempo as leis da Relatividade Restrita seriam realizadas. Os efeitos gravitacionais seriam então observados em uma escala espacial maior. O termo Gravidade das Marés (*Tidal gravity*) refere-se ao desvio da uniformidade do campo gravitacional em pontos próximos do espaço-tempo. Em suma, a força de maré, como sabemos, é um efeito gravitacional que estica um corpo ao longo de uma linha em direção ao centro de massa de outro corpo devido ao gradiente do campo gravitacional produzido pela presença deste outro corpo, sendo responsável por diversos fenômenos, incluindo as marés.

Essas considerações levaram Einstein à noção de curvatura do espaço-tempo. Qualquer que seja o movimento de um corpo livre em um campo gravitacional arbitrário, ele seguirá uma trajetória em linha reta quando consideramos pequenas localizações, conforme garantido pelo Princípio da Equivalência de Einstein. E em um universo dotado de gravidade, as partículas livres cujas trajetórias são paralelas em um referencial inercial local não permanecerão paralelas em uma grande região do espaço-tempo. Estes resultados apontam para uma analogia com a superfície de uma esfera na qual duas

linhas retas paralelas sobre uma pequena região se encontram e se cruzam. E se de fato as partículas estiverem caindo livremente no espaço-tempo curvo? Nessa forma de pensar, a lei de que as partículas livres se movem em linha reta permanece verdadeira em um campo gravitacional arbitrário, obedecendo assim ao princípio da relatividade em um sentido mais amplo. Qualquer região suficientemente pequena de espaço-tempo curvo é localmente plana. Os caminhos no espaço-tempo curvo que têm a propriedade de serem localmente retilíneos são chamados geodésicos.

A.2 Gravidade

Corpos maciços geram curvatura do espaço-tempo. A frase célebre de John Archibald Wheeler sintetiza esta concepção:

“O espaço diz à matéria como se mover. A matéria diz ao espaço como se curvar.”

A seguir, abordamos a conexão entre um referencial arbitrário e um referencial em queda livre se movendo junto com uma partícula sob a influência de um campo gravitacional arbitrário. Neste referencial em queda livre e, portanto, localmente inercial, a partícula se move em linha reta. Representando as coordenadas do espaço-tempo por ξ^α , as correspondentes equações do movimento são dadas por

$$\frac{d^2\xi^\alpha}{d\tau^2} = 0, \quad (\text{A.1})$$

e o intervalo temporal invariante (ou tempo próprio) entre dois eventos vizinhos que ocorrem neste referencial do espaço-tempo é dado por

$$d\tau^2 = \eta_{\alpha\beta} d\xi^\alpha d\xi^\beta. \quad (\text{A.2})$$

As coordenadas do movimento em queda livre podem ser consideradas como funções das coordenadas x^μ de qualquer referencial arbitrário — curvilíneo, acelerado ou rotativo. Buscamos a conexão entre as equações de movimento no referencial em queda livre e um referencial arbitrário que pode ser, por exemplo, o referencial de laboratório. A partir da regra da cadeia para diferenciação podemos reescrever (A.1) como

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{d}{d\tau} \left(\frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{dx^\mu}{d\tau} \right) \\ &= \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} + \frac{\partial^2 \xi^\alpha}{\partial x^\mu \partial x^\nu} \frac{dx^\mu}{d\tau} \frac{dx^\nu}{d\tau}. \end{aligned}$$

Multiplicando esta expressão por $\partial x^\lambda / \partial \xi^\alpha$ e usando a regra da cadeia novamente obtemos

$$\frac{dx^\lambda}{dx^\mu} = \frac{\partial x^\lambda}{\partial \xi^\alpha} \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} = \delta_\mu^\lambda. \quad (\text{A.3})$$

A equação de movimento de uma partícula se movendo em um referencial arbitrário sob a ação de um campo gravitacional também arbitrário, portanto, é

$$\frac{d^2 x^\lambda}{d\tau^2} + \Gamma_{\mu\nu}^\lambda \frac{dx^\mu}{d\tau} \frac{dx^\nu}{d\tau} = 0. \quad (\text{A.4})$$

Nesta expressão $\Gamma_{\mu\nu}^\lambda$ é definida na forma

$$\Gamma_{\mu\nu}^\lambda \equiv \frac{\partial x^\lambda}{\partial \xi^\alpha} \frac{\partial^2 \xi^\alpha}{\partial x^\mu \partial x^\nu}, \quad (\text{A.5})$$

e é denominada de *conexão afim* (affine connection)ⁱ. A conexão afim é simétrica nos seus índices inferiores. O caminho definido pela equação (A.4) é chamado de geodésica, e corresponde ao caminho extremo no espaço-tempo de um campo gravitacional arbitrário. O intervalo invariante (A.2) também pode ser expresso em um referencial arbitrário na forma $d\xi^\alpha = (\partial\xi^\alpha/\partial x^\mu)dx^\mu$ de modo que

$$d\tau^2 = g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu \quad \text{com} \quad g_{\mu\nu} = \frac{\partial\xi^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{\partial\xi^\beta}{\partial x^\nu} \eta_{\alpha\beta}. \quad (\text{A.6})$$

No novo referencial arbitrário, o segundo termo de (A.4) causa um desvio do movimento em linha reta de uma partícula. Portanto, o segundo termo representa o efeito do campo gravitacional. A conexão afim (A.5) que aparece na equação geodésica é um não-tensor e claramente desempenha um papel importante na gravidade. Além disso, a métrica se comporta como o potencial gravitacional e a conexão afim como a força.

A.3 Equações de Einstein no Vácuo

As equações de Einstein no vácuo podem ser derivadas do princípio variacionalⁱⁱ

$$\delta\mathcal{A}_{EH} = \frac{1}{16\pi} \int \delta\mathcal{L}_{EH} d^4x = \frac{c^3}{16\pi G} \int \delta(\sqrt{-g}R) d^4x = \frac{c^3}{16\pi G} \int \left\{ \delta(\sqrt{-g})R + \sqrt{-g} \delta R \right\} d^4x, \quad (\text{A.7})$$

e o formalismo covariante da relatividade geral fornecido pela geometria de Riemann (equivalência de referenciais em movimento arbitrário). Na expressão (A.7), a ação de Einstein-Hilbert, \mathcal{A}_{EH} , é definida em termos da densidade Lagrangiana invariante de Einstein-Hilbert,

$$\mathcal{L}_{EH} = c^3 \sqrt{-g} R / G. \quad (\text{A.8})$$

Nesta expressão, $\sqrt{-g}$ representa uma densidade escalar de peso + 1, e R denota o escalar de Ricci, o único escalar independente construído a partir da métrica espaço-tempo como

$$R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}, \quad (\text{A.9})$$

onde $R_{\mu\nu}$ define o tensor de curvatura de Ricci. O tensor métrico $g_{\mu\nu}$ contém 10 componentes e é o único campo dinâmico ou variável na Relatividade Geral; este tensor descreve a gravidade como uma geometria do espaço-tempo, enquanto o tensor de Ricci e o escalar de Ricci medem sua curvatura. GR não contém funções ou parâmetros arbitrários, exceto, é claro, a constante universal de gravitação de Newton, G.

ⁱNa geometria diferencial, uma *conexão afim* é um *objeto geométrico* definido em uma variedade suave que conecta espaços tangentes próximos, permitindo que os campos vetoriais tangentes sejam diferenciados como se fossem funções no âmbito da variedade considerada, com valores em um espaço vetorial fixos.

ⁱⁱA vantagem de derivar as equações de campo da Relatividade Geral usando uma abordagem variacional é que este procedimento explicita a conexão entre simetrias e leis de conservação.

A.3.1 Determinação de $\delta\sqrt{-g}$

A variação do determinante g , δg , corresponde a

$$\delta g = \frac{\partial g}{\partial g_{\mu\nu}} \delta g_{\mu\nu}. \quad (\text{A.10})$$

O determinante g é um polinômio em $g_{\mu\nu}$, i.e.

$$g = g(g_{\mu\nu}) = \sum_{\nu} g_{\mu\nu} M_{\mu\nu} (-1)^{\mu+\nu} \quad (\text{sem soma em } \mu), \quad (\text{A.11})$$

com μ fixo. Nesta equação $M_{\mu\nu}$ corresponde aos menores valores de μ , ν , ou seja, o determinante da matriz obtida ao cortar a linha μ e a coluna ν da matriz $g_{\mu\nu}$. Assim, a diferenciação de g em relação a $g_{\mu\nu}$ fornece

$$\frac{\partial g}{\partial g_{\mu\nu}} = (-1)^{\mu+\nu} M_{\mu\nu} \quad (\text{sem soma em } \mu \text{ e } \nu). \quad (\text{A.12})$$

As componentes de $g^{\mu\nu}$, a matriz inversa de $g_{\mu\nu}$, são dadas por

$$g^{\mu\nu} = \frac{1}{g} (-1)^{\mu+\nu} M_{\mu\nu}. \quad (\text{A.13})$$

Combinando esta equação com (A.12) obtemos

$$\frac{\partial g}{\partial g_{\mu\nu}} = g g^{\mu\nu} \quad \rightarrow \quad \delta g = g g^{\mu\nu} \delta g_{\mu\nu}. \quad (\text{A.14})$$

Levando em conta que

$$\delta(g_{\mu\nu} g^{\mu\nu}) = 0 = \delta(g_{\mu\nu}) g^{\mu\nu} + g_{\mu\nu} \delta g^{\mu\nu} \quad (\text{A.15})$$

obtemos

$$\delta g = -g g_{\mu\nu} \delta g^{\mu\nu} \quad \text{and} \quad \delta\sqrt{-g} = -\frac{1}{2}\sqrt{-g} g_{\mu\nu} \delta g^{\mu\nu}. \quad (\text{A.16})$$

Ao combinar este resultado com a equação (A.7) temos

$$\delta\mathcal{A}_{EH} = \frac{c^3}{16\pi G} \int d^4x \left[-\frac{1}{2}\sqrt{-g} g_{\mu\nu} (\delta g^{\mu\nu}) R + \sqrt{-g} \delta R \right]. \quad (\text{A.17})$$

A.3.2 Determinação de δR

Para calcular δR , precisamos usar a identidade de Palatini:

$$\delta R_{\mu\nu} = \left(\delta\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} \right)_{;\lambda} - \left(\delta\Gamma_{\mu\lambda}^{\lambda} \right)_{;\nu}, \quad (\text{A.18})$$

como segue, onde δR corresponde a

$$\delta R = \delta(g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}) = \delta(g^{\mu\nu}) R_{\mu\nu} + g^{\mu\nu} \delta R_{\mu\nu}. \quad (\text{A.19})$$

Usando a identidade de Palatini, o último termo da expressão anterior pode ser escrito como

$$\begin{aligned} g^{\mu\nu} \delta R_{\mu\nu} &= g^{\mu\nu} \left\{ \left(\delta\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} \right)_{;\lambda} - \left(\delta\Gamma_{\mu\lambda}^{\lambda} \right)_{;\nu} \right\} = \left(g^{\mu\nu} \delta\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} \right)_{;\lambda} - \left(g^{\mu\nu} \delta\Gamma_{\mu\lambda}^{\lambda} \right)_{;\nu} \\ &= \left(g^{\mu\nu} \delta\Gamma_{\mu\nu}^{\alpha} - g^{\mu\alpha} \delta\Gamma_{\mu\lambda}^{\lambda} \right)_{;\alpha}; \quad (\text{lembrando que } g_{\mu\nu;\alpha} = 0). \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

O último termo desta expressão corresponde à divergência covariante de um vetor. Portanto, de acordo com o teorema de Gauss, ele desaparece quando integrado sobre o volume quadridimensional $\sqrt{-g}d^4x$, desde que $\delta\Gamma_{\mu\nu}^{\alpha}$ desapareça no limite do volume de integração para $\forall \delta g_{\mu\nu}$. Essa condição deve ser verificada para qualquer transformação de coordenadas infinitesimais quadridimensionais para a qual as coordenadas permanecem, no limite considerado, inalteradas. Pode-se mostrar que, como consequência

dessa suposição, $\delta g_{\mu\nu;\alpha}$ para $\forall \delta g_{\mu\nu}$. Consequentemente,

$$\delta R = \delta g^{\mu\nu} R_{\mu\nu} + \text{termos de superfície}, \quad (\text{A.21})$$

e a variação da ação de Einstein-Hilbert (A.7) finalmente se torna

$$\delta \mathcal{A}_{EH} = \frac{c^3}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{-g} \left[R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R \right] \delta g^{\mu\nu}. \quad (\text{A.22})$$

Impondo a condição

$$\delta \mathcal{A}_{EH} = 0, \quad \forall \delta g^{\mu\nu}, \quad (\text{A.23})$$

e assim, por meio da determinação de $\delta \sqrt{-g}$ e δR , obtemos as equações de Einstein no vácuo

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 0. \quad (\text{A.24})$$

A.4 Equações de Einstein com uma Fonte

A fonte do campo gravitacional corresponde a um campo de matéria, ou algum outro campo, como por exemplo o campo eletromagnético. A ação total, de maneira genérica, pode ser expressa na forma

$$\mathcal{A} = \mathcal{A}_{EH} + \mathcal{A}_{campos}, \quad (\text{A.25})$$

com

$$\mathcal{A}_{campos} = \int d^4x \sqrt{-g} \mathcal{L}_{campos} \left(\Phi^{(1)}, \dots, \Phi^{(A)}; \nabla_\mu \Phi^{(1)}, \dots, \nabla_\mu \Phi^{(A)}; g \right), \quad (\text{A.26})$$

onde $\Phi^{(i)}$, com $i = 1 \dots A$, representa uma coleção de campos tensoriais na relatividade especial. Observe que a densidade lagrangiana para os campos depende explicitamente de g porque substituímos $\eta_{\mu\nu}$ por $g_{\mu\nu}$ e $\delta/\delta x^\mu$ por ∇_μ .

As equações de Einstein correspondentes podem ser encontradas variando a ação total em relação ao tensor métrico

$$\delta \mathcal{A} = \delta \mathcal{A}_{EH} + \delta \mathcal{A}_{campos}, \quad \forall \delta g^{\mu\nu}. \quad (\text{A.27})$$

A variação da ação dos campos, \mathcal{A}_{campos} , dá

$$\begin{aligned} \delta \mathcal{A}_{campos} &= \int d^4x \delta \left[\sqrt{-g} \mathcal{L}_{campos} \left(\Phi^{(1)}, \dots, \Phi^{(A)}; \nabla_\mu \Phi^{(1)}, \dots, \nabla_\mu \Phi^{(A)}; g \right) \right] \\ &= \int d^4x \sqrt{-g} \underbrace{\left[\frac{\partial \mathcal{L}_{campos}}{\partial g_{\mu\nu}} - \frac{1}{2} \mathcal{L}_{campos} g_{\mu\nu} \right]}_{\equiv 2cT_{\mu\nu}} \delta g_{\mu\nu}. \end{aligned} \quad (\text{A.28})$$

Combinando (A.7) e (A.28) obtemos

$$\delta \mathcal{A} = \frac{c^3}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{-g} \left[R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} - \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \right] \delta g^{\mu\nu}, \quad (\text{A.29})$$

onde, da expressão (A.28), o tensor energia momentum $T_{\mu\nu}$ é definido genericamente na forma

$$T_{\mu\nu} = \frac{1}{2c} \left(\frac{\partial \mathcal{L}_{campos}}{\partial g_{\mu\nu}} - \frac{1}{2} \mathcal{L}_{campos} g_{\mu\nu} \right). \quad (\text{A.30})$$

Da equação A.29, impondo a condição

$$\delta \mathcal{A} = 0, \quad \forall \delta g^{\mu\nu}, \quad (\text{A.31})$$

obtemos as Equações de Einstein na presença de matéria:

$$G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}. \quad (\text{A.32})$$

Apêndice B

Equações de Oppenheimer-Tolman-Volkoff

Neste apêndice derivamos as equações diferenciais para a estrutura de uma estrela estática, esfericamente simétrica e relativística. Seguimos neste apêndice os ensinamentos de Norman K. Glendenning [218] combinada com a Ref. [219]. Para a região externa a uma estrela, a supressão do tensor de Einstein é equivalente à supressão do tensor de Ricci e da curvatura escalar. Este não é o caso para o interior da estrela. O tensor de Ricci e a curvatura escalar são essenciais para construir o tensor de Einstein.

B.1 Solução de Schwarzschild

Iniciamos com a solução de Schwarzschild de 1916 das equações de Einstein fora de uma estrela estática esférica. Adotamos como forma geral da métrica para um espaço-tempo isotrópico estático, a seguinte expressão:

$$d\tau^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = e^{2\nu(r)} dt^2 - e^{2\lambda(r)} dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\phi^2, \quad (\text{B.1})$$

onde λ e ν são funções somente de r . Nesta expressão:

$$g_{00} = e^{2\nu(r)}; \quad g_{11} = e^{2\lambda(r)}; \quad g_{22} = -r^2, \quad g_{33} = -r^2 \sin^2 \theta; \quad g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu} = 0, \quad (\text{B.2})$$

com ($\mu \neq \nu$), representam as componentes do tensor métrico.

No espaço vazio, fora de uma estrela estática, a equação de Einstein resulta em $G_{\mu\nu} = 0$, ou equivalentemente

$$R_{\mu\nu} = \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R. \quad (\text{B.3})$$

Multiplicando esta expressão por $g^{\alpha\mu}$ e somando no índice μ , encontramos

$$R_\nu^\alpha = \frac{1}{2} \delta_\nu^\alpha R. \quad (\text{B.4})$$

Realizando a contração $\alpha = \nu$ e somando com respeito ao índice resultante obtemos, no espaço vazio:

$$R = 2R \quad \longrightarrow \quad R = 0. \quad (\text{B.5})$$

Assim, o anulamento do tensor de Einstein implica em

$$G_{\mu\nu} = 0 \quad \longrightarrow \quad R = 0, \quad R_{\mu\nu} = 0. \quad (\text{B.6})$$

Assim, no espaço vazio, a equação de Einstein B.3 equivale ao anulamento do tensor

de Ricci ou, equivalentemente, da curvatura escalar.

Desta condição de anulamento resulta então:

$$\lambda' + \nu' = 0, \quad \lambda + \nu = 0, \quad \left(1 + 2r\nu'\right)e^{2\nu} = 1. \quad (\text{B.7})$$

Ao integrar esta última equação obtemos:

$$g_{00} \equiv e^{2\nu} = 1 - \frac{2GM}{r} \quad (r > R), \quad (\text{B.8})$$

onde M é a constante de integração, e introduzimos a constante de Newton, G . Utilizando a aproximação Newtoniana, identifica-se M com a massa da estrela. Dos resultados anteriores obtemos então

$$g_{11} = -e^{2\lambda} = -e^{-2\nu} = -\left(1 - \frac{2GM}{r}\right)^{-1} \quad (r > R). \quad (\text{B.9})$$

Isso completa a derivação da solução de Schwarzschild das equações de Einstein para a região externa a uma estrela estática esférica. O tempo próprio correspondente é dado por

$$d\tau^2 = \left(1 - \frac{2GM}{r}\right) dt^2 - \left(1 - \frac{2GM}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \quad (r > R) \quad (\text{B.10})$$

onde R , neste contexto, denota o raio da estrela.

Sumário dos resultados:

$$\begin{aligned} g_{00}(r) &= e^{2\nu(r)} = \left(1 - \frac{2GM}{r}\right), \quad r > R; \\ g_{11}(r) &= -e^{2\lambda(r)} = -\left(1 - \frac{2GM}{r}\right)^{-1}, \quad r > R; \\ g_{22}(r) &= -r^2; \\ g_{33}(r) &= -r^2 \sin^2 \theta. \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

É importante notar que a métrica de Schwarzschild é singular para $r = r_S \equiv 2GM$.

B.2 Tensor de Energia-momento de Matéria

As equações anteriores permitem determinamos a forma da curvatura escalar

$$\begin{aligned} R &= g^{\mu\nu} R_{\mu\nu} = e^{-2\nu} R_{00} - e^{2\lambda} R_{11} - \frac{2}{r^2} R_{22} \\ &= ge^{2\lambda} \left\{ -2\nu'' + 2\lambda'\nu' - 2\nu'^2 - \frac{2}{r^2} + 4\frac{\lambda'}{r} - 4\frac{\nu'}{r} \right\} + \frac{2}{r^2}. \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

Os componentes do tensor de Einstein são

$$\begin{aligned} r^2 G_0^0 &\equiv e^{-2\lambda} \left(1 - 2r\lambda'\right) - 1 = -\frac{d}{dr} \left[r \left(1 - e^{-2\lambda}\right) \right]; \\ r^2 G_1^1 &\equiv e^{-2\lambda} \left(1 + 2r\nu'\right) - 1; \\ G_2^2 &\equiv e^{-2\lambda} \left(\nu'' + \nu'^2 - \lambda'\nu' + \frac{\nu' - \lambda'}{r} \right); \\ G_3^3 &= G_2^2. \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

Supondo que a estrela de nêutrons seja estática, a trivelocidade de qualquer elemento de um fluido estelar é zero, então

$$u^\mu = 0 \quad (\mu \neq 0), \quad u^0 = 1/\sqrt{g_{00}}. \quad (\text{B.14})$$

Na presente métrica, admitindo que o tensor energia-momentum possa ser expresso

como um tensor mistoⁱ, suas componentes diferentes de zero são dadas por

$$T_0^0 = \epsilon; \quad T_\mu^\mu = -p, \quad (\mu \neq 0). \quad (\text{B.15})$$

A componente (00) das equações de Einstein é dada por

$$r^2 G_0^0 = -\frac{d}{dr} \left\{ r \left(1 - e^{-2\lambda(r)} \right) \right\} = kr^2 T_0^0 = kr^2 \epsilon(r). \quad (\text{B.16})$$

Ao integrarmos esta equação obtemos

$$e^{-2\lambda(r)} = 1 + \frac{k}{r} \int_0^r \epsilon(r) r^2 dr. \quad (\text{B.17})$$

Definimos a seguir a massa contida em uma região interior à estrela caracterizada pelo parâmetro radial r , representada por $M(r)$

$$M(r) \equiv 4\pi \int_0^r \epsilon(r) r^2 dr, \quad (\text{B.18})$$

tal que a massa estelar total, M , corresponde ao valor radial máximo de r , representado por R , ou seja:

$$M \equiv M(R). \quad (\text{B.19})$$

O limite Newtoniano implica a condição

$$k = -8\pi G, \quad (\text{B.20})$$

de forma que podemos interpretar M como a *massa gravitacional* da estrelaⁱⁱ. Portanto, nos referimos à $M(r)$ como a massa estelar interior correspondente à coordenada r . Assim, as equações de campo de Einstein podem agora ser escritas como

$$G^{\mu\nu} = -8\pi G T^{\mu\nu}. \quad (\text{B.23})$$

Tendo determinado a constante de proporcionalidade nas equações de Einstein, vamos agora escrever as equações de campo para uma estrela estática esfericamente simétrica. De passagem, notamos que nossa solução fornece uma relação entre a massa estelar interior $M(r)$ em função da coordenada radial e a função métrica $g_{11}(r)$ ou $\lambda(r)$.

ⁱNa análise tensorial, um tensor misto não é nem estritamente covariante e nem estritamente contravariante, ou seja, pelo menos um dos índices do tensor será representado por um subscrito, que caracteriza um tensor covariante, e pelo menos um dos índices será indicado por um sobrescrito, característica de um tensor contravariante.

ⁱⁱAo citarmos a massa de uma estrela de nêutrons é importante ressaltar que duas massas, a massa bariônica, M_B , e a massa gravitacional, M_G , são geralmente discutidas. A primeira (M_B) é teoricamente relevante, uma vez que está diretamente ligado à massa dos núcleos de ferro da estrela massiva progenitora. No estudo das fusões de duas estrelas de nêutrons, é a massa bariônica que se conserva. A massa gravitacional M_G , por sua vez, é determinado por meio de observações, e é menor do que M_B devido à subtração da energia de ligação. Para uma estrela de nêutrons supostamente não-rotante, a fórmula quadrática apresentada abaixo é comumente utilizada para relacionar a massa bariônica e a massa gravitacional:

$$M_B = M_G + A \times M_G^2 \quad (\text{B.21})$$

onde A é usualmente representado pelo número constante 0.075 [220]. Outros autores propõem outras relações, como por exemplo a forma cúbica [221]:

$$M_B = M_G + A_1 \times M_G^2 + A_2 \times M_G^3. \quad (\text{B.22})$$

As equações diferenciais em (B.13) fornecem

$$G_0^0 \equiv e^{-2\lambda} \left(\frac{1}{r^2} - \frac{2\lambda'}{r} \right) - \frac{1}{r^2} = -8\pi G \varepsilon(r); \quad (\text{B.24})$$

$$G_1^1 \equiv e^{-2\lambda} \left(\frac{1}{r^2} + \frac{2\nu'}{r} \right) - \frac{1}{r^2} = 8\pi G p(r); \quad (\text{B.25})$$

$$G_2^2 \equiv e^{-2\lambda} \left(\nu'' + \nu'^2 - \lambda'\nu' + \frac{\nu' - \lambda'}{r} \right) = 8\pi G p(r); \quad (\text{B.26})$$

$$G_3^3 = G_2^2 = 8\pi G p(r). \quad (\text{B.27})$$

Adotando, para simplificar a notação, $G = c = 1$ e resolvendo as equações (B.24) e (B.25), obtemos

$$-2r\lambda' = \left(1 - 8\pi r^2 \varepsilon \right) e^{2\lambda} - 1, \quad \text{e} \quad 2r\nu' = \left(1 + 8\pi r^2 p \right) e^{2\lambda} - 1. \quad (\text{B.28})$$

Derivando à expressão à direita acima e multiplicando por r resulta em:

$$2r\nu' + 2r^2\nu'' = \left[2r\lambda' \left(1 + 8\pi r^2 p \right) + \left(16\pi r^2 p + 8\pi r^2 p' \right) \right] e^{2\lambda}. \quad (\text{B.29})$$

Resolvendo esta equação para ν'' usando os resultados anteriores obtemos:

$$2r^2\nu'' = 1 + \left(16\pi r^2 p + 8\pi r^2 p' \right) e^{2\lambda} - \left(1 + 8\pi r^2 p \right) \left(1 - 8\pi r^2 \varepsilon \right) e^{4\lambda}. \quad (\text{B.30})$$

Tomando o quadrado da expressão à direita da expressão (B.28), resulta a seguinte expressão

$$2r^2\nu'^2 = \frac{1}{2} \left(1 + 8\pi r^2 p \right)^2 e^{4\lambda} - \left(1 + 8\pi r^2 p \right) e^{2\lambda} + \frac{1}{2}. \quad (\text{B.31})$$

As últimas quatro equações numeradas fornecem expressões para λ' , ν' , ν'' , e ν'^2 em termos de p , p' , ε , e $e^{2\lambda}$; este último termo como vimos pode ser expresso em termos da massa gravitacional interior da estrela. Portanto, a métrica pode ser totalmente eliminada pela substituição dos resultados acima na equação de campo e após vários cancelamentos, saímos com o resultado

$$\frac{dp}{dr} = - \frac{\left[p(r) + \varepsilon(r) \right] \left[M(r) + 4\pi r^3 p(r) \right]}{r \left[r - 2M(r) \right]}. \quad (\text{B.32})$$

As equações (B.18) e (B.32) são denominadas de equações de Oppenheimer-Tolman-Volkoff (TOV). As equações TOV restringem a estrutura de uma estrela de nêutrons estática, esfericamente simétrica, composta de material isotrópico que está em equilíbrio gravitacional estático, conforme modelado pela Relatividade Geral. No caso em que as correções relativísticas não são relevantes, termos de ordem $1/c^2$ podem ser desprezados, e a equação B.32 torna-se a equação hidrostática de Newton, usada para determinar a estrutura de equilíbrio de uma estrela também esfericamente simétrica, e da mesma forma composta por material isotrópico.

Apêndice C

Equações de Estado: modelos AP4 e MPA1

As equações de estado do modelo AP4 são obtidas por meio da utilização de um formalismo Hamiltoniano de muitos corpos com interações entre os núcleons do tipo

$$H = \sum_i -\frac{\hbar^2}{2M_i} \nabla_i^2 + \sum_{i<j} v_{ij} + \sum_{i<j<k} V_{ijk}. \quad (\text{C.1})$$

Tabela C.1: EoS AP4: tabelas

Densidade de energia (MeV/fm^3)	Pressão (MeV/fm^3)	Densidade bariônica (fm^{-3})
4.35e-12	6.31e-26	4.00e-15
4.39e-12	6.31e-25	4.73e-15
4.41e-12	6.31e-24	4.76e-15
4.55e-12	6.31e-23	4.91e-15
6.47e-12	7.56e-22	6.99e-15
9.15e-12	8.75e-21	9.90e-15
2.52e-11	1.06e-19	2.72e-14
1.18e-10	3.64e-18	1.27e-13
6.42e-10	1.19e-16	6.93e-13
5.82e-9	6.09e-15	6.30e-12
1.46e-8	3.10e-14	1.58e-11
3.67e-8	1.52e-13	3.97e-11
9.23e-8	7.19e-13	9.98e-11
2.32e-7	3.29e-12	2.51e-10
5.82e-7	1.45e-11	6.29e-10
1.46e-6	6.10e-11	1.58e-9
3.68e-6	2.44e-10	3.97e-9
4.63e-6	3.29e-10	5.00e-9
9.23e-6	8.97e-10	9.98e-9
0.000018421528485218	2.40e-9	1.99e-8
0.0000367593744715253	6.29e-9	3.97e-8
0.0000733625407414423	1.63e-8	7.92e-8
0.000146390335866321	4.17e-8	1.58e-7
0.00018432686955101	5.46e-8	1.99e-7
0.000292166988246695	1.02e-7	3.15e-7
0.000463104499531228	1.89e-7	5.00e-7
0.000582995058296068	2.58e-7	6.29e-7
0.000734183253919753	3.15e-7	7.92e-7
0.000924423754343391	4.29e-7	9.98e-7
0.00146501923912491	7.95e-7	1.58e-6
0.00232305394598948	1.47e-6	2.51e-6

O termo v_{ij} na equação acima representa potenciais de dois corpos, enquanto V_{ijk} representa potenciais de três corpos. Nestas formulações contribuições de potenciais de ordens mais altas são desconsideradas. Restrições fenomenológicas aos parâmetros associados aos termos de interação de dois e três corpos mostrar-se-iam ambíguas ou mesmo sem sentido se os potenciais NN e NNN usados nos cálculos não descreverem adequadamente os dados observacionais destas interações. Considerações semelhantes se aplicam se escolhermos uma formulação relativística.

Tabela C.2: Equação de estado AP4: continuação

0.00368263213855935	2.73e-6	3.97e-6
0.00463718184132955	3.54e-6	5.00e-6
0.005835529605904	4.81e-6	6.29e-6
0.00735299058508417	6.55e-6	7.92e-6
0.00925539571205635	8.90e-6	9.98e-6
0.0116599014337085	0.0000121108472925849	0.00001256
0.0146780862228187	0.0000156416415874287	0.0000158099992
0.0184828963875007	0.0000212719179485072	0.0000199000006
0.023275171554179	0.0000289201101138949	0.0000250600006
0.0293115411323993	0.0000371761338611365	0.0000315500001
0.0369155842352258	0.0000505484576010293	0.0000397199983
0.0464833984258499	0.0000687398661184806	0.0000499999987
0.0585226650736695	0.0000934230255590576	0.000062940002
0.0737530608549403	0.000127041551313411	0.0000792400024
0.0928328992299112	0.000162293631734641	0.00009976
0.102874916479256	0.000180718556029432	0.000110499997
0.116933750581096	0.000205590542901591	0.000125599996
0.147282962131083	0.000279524926159938	0.000158099996
0.185498436363029	0.000363448329522018	0.000199000002
0.239836926615795	0.000487741212313536	0.000257200008
0.248818950370996	0.000493048583691553	0.000266999996
0.291664907312059	0.000521920674334154	0.000312599994
0.368765304832591	0.000568536052694397	0.000395100011
0.444303613642359	0.000614347031221893	0.000475899986
0.542715393218901	0.000676772785253694	0.000581200002
0.667236449198	0.000761131944484967	0.000714300026
0.820656230567633	0.000874240293670429	0.000878599996
0.938960980253806	0.000525437834735421	0.00100000001
4.7031974137971	0.00787477475906589	0.00500000001
9.41555510278994	0.016217040254829	0.01

Não é nossa pretensão avançarmos de maneira mais aprofundada neste tema. Apenas para introduzir, como exemplo, uma formulação de potencial típico destas e de outras formulação similares, e que embasa o modelo AP4, apresentamos abaixo o potencial denominado $V18$, que contém 18 termos de interação que respeitam as leis de conservação e as simetrias da interação nuclear:

$$v_{ij} = \sum_{p=1,18} v_p(r_{ij}) \mathcal{O}_{ij}^p. \quad (\text{C.2})$$

Nesta formulação, o operador projeção \mathcal{O}_{ij}^p é definido em termos de operadores de spin, isospin e de momentum angular orbital $(\tau_i, \tau_j, \sigma_i, \sigma_j, \mathbf{S}_{ij}, \mathbf{S}, \mathbf{L})$ associados ao sistema de muitos corpos:

$$\begin{aligned} \mathcal{O}_{ij}^p = & 1, (\tau_i \cdot \tau_i), (\tau_j \cdot \tau_j), (\tau_i \cdot \tau_i)(\tau_j \cdot \tau_j), (\sigma_i \cdot \sigma_i), (\sigma_j \cdot \sigma_j), (\sigma_i \cdot \sigma_i)(\sigma_j \cdot \sigma_j), \\ & L^2, S^2, \mathbf{S} \cdot \mathbf{L}, \mathbf{S}_{ij} \cdot \mathbf{S}_{ij} \dots \text{ entre outras combinações possíveis.} \end{aligned} \quad (\text{C.3})$$

O modelo MPA1 por sua vez é baseado na formulação de Brueckner-Hartree-Fock (RBHF) usando a versão de Bonn para a interação NN, que descreve por sua vez os dados observacionais do espalhamento NN entre dois corpos.

A abordagem RBHF é baseada na ideia de que o operador de auto-energia, $\Sigma(k, \rho)$, para um núcleon com momentum linear k em um meio com densidade ρ consiste em um termo dependente de um potencial escalar atrativo $A(k, \rho)$ e um potencial vetorial repulsivo $B(k, \rho)$, cuja inserção na equação de Dirac, resulta em

$$\left[\gamma_\mu k^\mu - m - \Sigma(k, \rho) \right] \bar{u}(k, \rho) = 0, \quad \text{onde} \quad \Sigma(k, \rho) = A(k, \rho) + \gamma_0 B(k, \rho). \quad (\text{C.4})$$

Tabela C.3: Equação de estado AP4 - continuação

Densidade de energia (MeV/fm^3)	Pressão (MeV/fm^3)	Densidade bariônica (fm^{-3})
14.1338838105702	0.0293522771989616	0.015
18.8571647183822	0.0453276568270215	0.02
23.5847632486427	0.0636361615636738	0.025
28.3162497144579	0.084073755751796	0.03
33.0513182805183	0.106555998437287	0.035
37.7897448981916	0.131063550477147	0.04
42.5313623120496	0.15761696522768	0.045
47.2760445505256	0.186262902916153	0.05
52.0236967723161	0.2170659234438	0.055
56.7742476790763	0.250103319917713	0.06
61.5276451638785	0.285461762161689	0.065
66.2838517365132	0.323235045276266	0.07
71.0428424035074	0.363522557765679	0.075
75.8046022134086	0.405786587609337	0.08
79.6778527637444	0.449204172606215	0.085
84.399833899386	0.501450987796789	0.09
89.1262781551936	0.558368283900465	0.095
93.8571855311672	0.620380650091159	0.1
98.5914402472653	0.687856808546223	0.105
103.331273863571	0.761199001640947	0.11
108.075570600042	0.840809471750623	0.1149999999999999
112.827677796804	0.927079287851227	0.12
117.580900773608	1.02039951891873	0.125
122.334123750412	1.1211388871305	0.13
127.09850452763	1.22974432845907	0.135
131.862885304849	1.34661808527973	0.14
136.638423882483	1.47209535957189	0.145
141.425120260532	1.6066230873081	0.15
146.21181663858	1.7506482044609	0.155
150.998513016629	1.90439417901657	0.16
155.796367195093	2.06830794694765	0.165
160.594221373557	2.24294817821982	0.17
165.403233352436	2.42853834081936	0.175
170.212245331315	2.62552537071881	0.18
175.032415110608	2.83435620389072	0.185
179.863742690317	3.05536604231449	0.19
184.695070270026	3.28889008796954	0.195
189.53755565015	3.53548701082154	0.2
194.380041030274	3.79538027885678	0.205
199.233684210813	4.06912856204092	0.21
204.098485191767	4.35695532836026	0.215

As soluções são caracterizadas por componentes espinoriais superiores e inferiores,

com uma massa efetiva do núcleon dada por:

$$m^*(k, \rho) = m + A(k, \rho). \quad (\text{C.5})$$

Tabela C.4: Equação de estado AP4 - continuação

Densidade de energia (MeV/fm^3)	Pressão (MeV/fm^3)	Densidade bariônica (fm^{-3})
208.963286172721	4.65941924778046	0.22
213.828087153675	4.97674378828779	0.225
218.715203735459	5.30948761984795	0.2299999999999999
223.602320317243	5.65798594444034	0.235
228.500594699442	6.02268569803751	0.24
233.398869081641	6.40381034862572	0.245
238.308301264256	6.80191856617067	0.25
248.149481230314	7.64104085462493	0.26
257.901398793052	8.56027641615799	0.27
267.731420958695	9.56364767452274	0.28
277.673021128489	10.6570765313554	0.29
287.603463497868	11.8538593318392	0.3
297.533905867246	13.1510909921527	0.31
307.56476844036	14.5656433452593	0.32
317.584473213059	16.0896950116396	0.33
327.704598189493	17.7321847107445	0.34
337.824723165927	19.5132245613385	0.35
348.034110545682	21.4227585040394	0.36
358.343918129171	23.4808986576116	0.37
368.653725712661	25.6876450220552	0.38
378.952375495736	28.0429975973703	0.39
389.351445482545	30.5558951030076	0.4
399.839777872676	33.2375109382809	0.41
410.428530466541	36.0979011625724	0.42
421.095387663312	39.1258923765685	0.43
431.773402660498	42.3315406396514	0.44
442.540680061004	45.7349580705857	0.45
453.408377665245	49.3272059499206	0.4599999999999999
464.264917469071	53.1272790564891	0.47
475.311139879953	57.125121330909	0.48
486.36852009125	61.3397275520135	0.49
497.593267308772	65.7632763402831	0.5
508.829172326709	70.4136451346195	0.51
520.154339747967	75.2919512749541	0.52
531.66918977628	80.398194761287	0.53
543.184039804593	85.7513703724513	0.54
566.570789474501	97.1906965897545	0.56

Em um cálculo auto-consistente, os espinores são usados para avaliar os elementos de matriz do potencial de troca de um bóson no meio nuclear. Seguindo as linhas da teoria de Brueckner, a equação de Bethe-Goldstone é resolvida para dar conta dos efeitos das correlações NN na matéria nuclear. A auto-energia do núcleon é então determinada, bem como o espectro de partícula única, as massas efetivas e as equações de estado correspondentes considerando matéria nuclear simétrica e assimétrica. A energia de simetria $S(\rho)$ pode ser avaliada a partir do parâmetro de Landau \mathcal{F} e da massa efetiva de Landau m_L^* para um núcleon na superfície de Fermi, caracterizada por k_F :

$$S(\rho) = \frac{1}{3} \left(\frac{k_F^2}{2m_L^*} \right) (l + \mathcal{F}), \quad \text{com} \quad m_L^* = k_F \left(\partial \epsilon_K / \partial k \right)^{-1}, \quad (\text{C.6})$$

onde ϵ_k representa o espectro de partícula única no modelo RBHF.

Tabela C.5: Equação de estado AP4 - continuação

Densidade de energia (MeV/fm^3)	Pressão (MeV/fm^3)	Densidade bariônica (fm^{-3})
590.437324562254	109.637863425148	0.58
614.660909263289	123.197900832179	0.6
639.453541785491	137.835053933046	0.62
664.603223920973	153.667760760472	0.64
690.411216280942	170.696021314457	0.66
716.687836258343	188.897488796375	0.68
743.42192605276	208.495631192497	0.7
770.903588474984	229.367541110374	0.72
798.842720714224	251.636125942456	0.74
827.440163177952	275.279038890115	0.76
856.684758065751	300.419187345802	0.78
886.576505377622	327.134785104712	0.8
917.2158253173	355.336444972336	0.82
948.781242691426	385.124727542497	0.84
980.335502265137	416.488459415881	0.86
1012.83817487412	449.539374585624	0.88
1047.18188455159	484.366860246236	0.9
1081.52559422906	520.881529203207	0.9199999999999999
1115.89161950736	559.172768651047	0.94
1152.04289285206	599.352312582891	0.96
1189.19836823412	641.408987599427	0.98
1227.24646764938	685.342793700654	1
1265.29456706464	731.153730886573	1.02
1305.23949255045	779.042920344828	1.04
1345.18441803627	828.920974880911	1.06
1386.91459158849	880.866108290018	1.08
1429.64896717806	934.88949397146	1.1
1472.38334276763	991.493934894354	1.12
1516.90296642361	1048.89168716851	1.14
1562.42679211694	1110.23364940039	1.16
1608.84324184348	1172.53652397324	1.18
1657.15651764057	1237.90090995802	1.2
1705.3582154335	1305.16477382613	1.22
1755.56831730115	1375.44545550891	1.24
1806.55946519785	1446.62000913679	1.26
1858.5548151319	1521.92872051072	1.28
1911.44278909915	1599.02517577482	1.3
1966.22758913696	1678.24457690852	1.32
2021.90501320797	1760.36906186377	1.34
2079.47926334953	1845.39863064056	1.36
2137.0535134911	1932.55114528694	1.38
2197.41721373642	2022.60874375487	1.4
2257.78091398175	2114.56582010611	1.42
2319.92986229347	2210.54532021027	1.44
2383.97563667576	2308.53603219088	1.46
2449.0256130954	2408.53795604795	1.48
2514.85663554409	2512.33883567165	1.5
2582.69606206748	2619.26826710317	1.52
2651.42811262408	2728.09717641801	1.54
2721.94541124708	2840.94850948576	1.56
2794.35953594064	2955.69932043683	1.58
2867.6662846674	3073.46694920258	1.6
2942.86985946472	3195.14526772811	1.62
3019.97026033259	3318.83479813009	1.64
3097.96328523366	3445.54114634675	1.66
3176.84893416794	3576.15818432319	1.68
3258.52403320598	3709.68030612117	1.7
3341.09175627721	3845.21363979561	1.72
3425.66788342316	3985.77500316118	1.74
3511.91768063136	4128.23584441007	1.76

Tabela C.6: Equação de estado AP4 - continuação

Densidade de energia (MeV/fm^3)	Pressão (MeV/fm^3)	Densidade bariônica (fm^{-3})
3599.17167987691	4273.71350347365	1.78
3689.32670723037	4423.101852297	1.8
3780.26278061288	4575.50701893503	1.82
3873.09568006595	4730.92900338774	1.839999999999999
3966.82120355222	4889.14433766887	1.86
4063.44775514639	5051.49382969604	1.88
4161.85955480698	5215.74279960652	1.9
4261.16397850076	5383.90245927679	1.92
4362.3652282651	5556.08454269996	1.94
4465.35172609585	5730.27783799959	1.96
4571.23925203451	5908.38182305899	1.98
4678.01940200636	6089.50262593307	2

Tabela C.7: Equação de estado MPA1

Densidade de energia (MeV/fm^3)	Pressão (MeV/fm^3)	Densidade bariônica (fm^{-3})
4.35e-12	6.31e-26	4.00e-15
4.39e-12	6.31e-25	4.73e-15
4.41e-12	6.31e-24	4.76e-15
4.55e-12	6.31e-23	4.91e-15
6.47e-12	7.56e-22	6.99e-15
9.15e-12	8.75e-21	9.90e-15
2.52e-11	1.06e-19	2.72e-14
1.18e-10	3.64e-18	1.27e-13
6.42e-10	1.19e-16	6.93e-13
5.82e-9	6.09e-15	6.30e-12
1.46e-8	3.10e-14	1.58e-11
3.67e-8	1.52e-13	3.97e-11
9.23e-8	7.19e-13	9.98e-11
2.32e-7	3.29e-12	2.51e-10
5.82e-7	1.45e-11	6.29e-10
1.46e-6	6.10e-11	1.58e-9
3.68e-6	2.44e-10	3.97e-9
4.63e-6	3.29e-10	5.00e-9
9.23e-6	8.97e-10	9.98e-9
0.000018421528485218	2.40e-9	1.99e-8
0.0000367593744715253	6.29e-9	3.97e-8
0.0000733625407414423	1.63e-8	7.92e-8
0.000146390335866321	4.17e-8	1.58e-7
0.00018432686955101	5.46e-8	1.99e-7
0.000292166988246695	1.02e-7	3.15e-7
0.000463104499531228	1.89e-7	5.00e-7
0.000582995058296068	2.58e-7	6.29e-7
0.000734183253919753	3.15e-7	7.92e-7
0.000924423754343391	4.29e-7	9.98e-7
0.00146501923912491	7.95e-7	1.58e-6
0.00232305394598948	1.47e-6	2.51e-6
0.00368263213855935	2.73e-6	3.97e-6
0.00463718184132955	3.54e-6	5.00e-6
0.005835529605904	4.81e-6	6.29e-6
0.00735299058508417	6.55e-6	7.92e-6
0.00925539571205635	8.90e-6	9.98e-6
0.0116599014337085	0.0000121108472925849	0.00001256
0.0146780862228187	0.0000156416415874287	0.0000158099992
0.0184828963875007	0.0000212719179485072	0.0000199000006
0.023275171554179	0.0000289201101138949	0.0000250600006
0.0293115411323993	0.0000371761338611365	0.0000315500001
0.0369155842352258	0.0000505484576010293	0.0000397199983

Tabela C.8: Equação de estado MPA1-continuação

Densidade de energia (MeV/fm^3)	Pressão (MeV/fm^3)	Densidade bariônica (fm^{-3})
0.0464833984258499	0.0000687398661184806	0.0000499999987
0.0585226650736695	0.0000934230255590576	0.000062940002
0.0737530608549403	0.000127041551313411	0.0000792400024
0.0928328992299112	0.000162293631734641	0.00009976
0.102874916479256	0.000180718556029432	0.000110499997
0.116933750581096	0.000205590542901591	0.000125599996
0.147282962131083	0.000279524926159938	0.000158099996
0.185498436363029	0.000363448329522018	0.000199000002
0.239836926615795	0.000487741212313536	0.000257200008
0.248818950370996	0.000493048583691553	0.000266999996
0.291664907312059	0.000521920674334154	0.000312599994
0.368765304832591	0.000568536052694397	0.000395100011
0.444303613642359	0.000614347031221893	0.000475899986
0.542715393218901	0.000676772785253694	0.000581200002
0.667236449198	0.000761131944484967	0.000714300026
0.820656230567633	0.000874240293670429	0.000878599996
0.938960980253806	0.000595235758527464	0.00100000001
3.76158480124292	0.00580672035889546	0.00400000001
7.52981766544473	0.0116728016586713	0.00800000001
11.3022391456067	0.0208784669155302	0.012
15.0781680133824	0.0322040964203736	0.016
18.8571647183822	0.0452065344968458	0.02
22.6389209705806	0.0596885303110895	0.024
26.4232103782073	0.0755454800630063	0.028
30.2098613342918	0.092723192989393	0.032
33.9987410610092	0.111198815466229	0.036
37.7897448981916	0.130970374382931	0.04
41.5827900549599	0.152050449199381	0.044
45.3778104771357	0.174462104940314	0.048
49.1747534999011	0.198236165662417	0.052
52.9735769467704	0.223409334865096	0.056
56.7742476790763	0.250022865855956	0.06
60.5767399223001	0.278121605307822	0.064
64.3810339271349	0.307753297155962	0.068
68.1871149652841	0.338968069739055	0.072
71.9949732178834	0.371818055903621	0.076
75.8046022134086	0.405953499200304	0.08
94.7520411244527	0.562021985476024	0.1
133.000980947182	1.44025117152802	0.14
171.606970383194	3.17994944466156	0.18
210.770849839956	6.30850125248039	0.22
250.604197321621	11.6650288834387	0.26
291.441746840639	19.2294202187721	0.3
333.50665440531	29.9447101605516	0.34
377.022076023935	44.8611982442592	0.38
422.434323713116	64.8951032136133	0.42
469.966553481153	89.9905580720458	0.459999999999999
519.953499340496	120.337510607888	0.5
572.506739295298	156.427590390941	0.54
627.961007358007	197.992635837677	0.58
686.427881532776	244.920912954959	0.62
748.130517827903	297.324155735924	0.66
813.180494247541	355.425832166845	0.7
881.689388795838	419.337676240859	0.74
953.768779476946	488.612751985418	0.78
1029.53024429501	563.027591414252	0.82
1109.08536125419	641.800056575404	0.86
1192.76886436693	723.812807537512	0.9
1279.79970760418	808.507174334893	0.94
1370.17789096594	895.994890960684	0.98
1463.90341445221	987.281563353112	1.02

Apêndice D

Modelo G1: acreção de matéria escura

O modelo focado neste apêndice visa determinar a seção de choque de uma partícula X de matéria escura considerando apenas uma colisão com uma estrela de nêutrons bem como a luminosidade estelar. Com este intuito, consideramos uma partícula proveniente de uma posição infinitamente distante, com velocidade v_z e parâmetro de impacto b , cuja maior aproximação da estrela é caracterizada por R ; a seção transversal procurada é então dada por πb^2 . Usando as equações de trajetórias de partículas de teste na métrica de Schwarzschild, obtemos, para a partícula apenas roçando a superfície da estrela ($v_z = v_\chi$),

$$1 = \frac{(E_\infty/c^2)^2}{1 - 2GM/(c^2R)} - \frac{L^2}{R^2c^2}. \quad (\text{D.1})$$

Na equação acima, $L = v_\chi b$ e $E_\infty = \gamma c^2$, onde $\gamma = (1 - v_\chi^2/c^2)^{-1/2}$, representam respectivamente o momentum angular e a energia da partícula por unidade de massa, quantidades estas conservadas (para um observador no infinito). Desta equação segue que,

$$b^2 = - \left(\frac{R^2 c^2}{v_\chi^2} \right) \left(1 - \frac{\gamma^2}{1 - 2GM/(c^2R)} \right), \quad (\text{D.2})$$

supondo que a aproximação $v_\chi^2/c^2 \ll 1$ é válida. Podemos então expandir γ^2 em torno de 0, resultando em $\gamma^2 \approx 1$. Logo,

$$b^2 = \frac{R^2}{v_\chi^2} \left(\frac{2GM}{R} \right) \left(1 - 2GM/(c^2R) \right)^{-1}. \quad (\text{D.3})$$

Aplicando a raiz quadrada dos dois lados desta expressão, obtemos,

$$b = \frac{R}{v_\chi} \left(\frac{2GM}{R} \right)^{1/2} \left(1 - 2GM/(c^2R) \right)^{-1/2}, \quad (\text{D.4})$$

onde a velocidade de escape é $v_{escape} = \left(\frac{2GM}{R}\right)^{1/2}$. Portanto, obtemos para o parâmetro de impacto [190],

$$b = R \frac{v_{escape}}{v_\chi} \left(1 - 2GM/(c^2 R)\right)^{-1/2}. \quad (\text{D.5})$$

A taxa de captura de partículas de matéria escura por uma estrela massiva compacta é dada por

$$\dot{F} = \frac{\pi b^2 \rho_\chi v_\chi f}{m_\chi}. \quad (\text{D.6})$$

Nesta expressão a quantidade f representa a probabilidade de captura de matéria escura pela estrela, tal que:

$$f = \min(\sigma_{\chi n}/\sigma_{limiar}, 1). \quad (\text{D.7})$$

A luminosidade estelar é dada então por,

$$L = F E_s^R, \quad (\text{D.8})$$

onde $E_s^R \simeq m_\chi(\gamma_{escape} - 1 + \chi)$. Nesta expressão, χ é a fração de matéria escura aniquilada no meio estelar e $\gamma_{escape} = \frac{1}{\sqrt{1-2GM/(c^2 R)}}$.

Apêndice E

Mecanismo Rotoquímico de Reaquecimento

E.1 Equações básicas

Em cálculos envolvendo o resfriamento de uma estrela de nêutrons, é conveniente considerar duas regiões estelares: uma mais interna, *quase isotérmica*, cuja densidade inicial central pode atingir $\rho_B \sim 10^{10} \text{ g cm}^{-3}$, e um fino envelope, ou crosta, cuja densidade diminui, de maneira contínua, a partir da densidade central até a região de superfície, ocorrendo em seu interior expressivos gradientes de temperatura. Visto que estamos modelando um pulsar de milissegundo (*MSP*) logo após a acreção ter cessado, é seguro considerar que a relaxação termal de um perfil inicial não uniforme de temperatura já ocorreu; com isso, o desvio para o vermelho da temperatura interna,

$$T_\infty = T(r)e^{\Phi(r)}, \quad (\text{E.1})$$

é uniforme. Nesta expressão, $g_{tt} = -e^{2\Phi}$ representa a componente temporal da métrica de um referencial não-rotante estelar, onde r é a componente radial em coordenadas esféricas. Sabemos que a simetria esférica é quebrada para estrelas rotantes, portanto, descrevemos este efeito como uma perturbação em uma estrela não rotante, levando em conta o mesmo número bariônico total. Para tal, estabelecemos um lagrangiano de correspondência entre a superfície, com r constante, da estrela não-rotante e a pressão, constante, na superfícies da estrela rotante, de forma que todas as quantidades termodinâmicas tornam-se constantes. A evolução da temperatura interna é então dada pela equação de equilíbrio térmico, cuja expressão, para um interior estelar isotérmico, se reduz a

$$\dot{T}_\infty = \frac{1}{C} [L_R^\infty H - L_\nu^\infty - L_\gamma^\infty], \quad (\text{E.2})$$

em que C é o calor específico total (soma das espécies de partículas) da estrela, $L_R^\infty H$ representa a luminosidade total liberada pelo mecanismo de reaquecimento, L_ν^∞ denota a luminosidade total dos neutrinos emitidos enquanto L_γ^∞ é a luminosidade total dos fótons emitidos no processo de esfriamento estelar. Essas quantidades são calculadas

por meio de

$$C = \sum_i \int dV c_{V,i}; \quad (\text{E.3})$$

$$L_R H^\infty = \int dV Q_R H e^{2\Phi}; \quad (\text{E.4})$$

$$L_\nu^\infty = \int dV Q_\nu e^{2\Phi}; \quad (\text{E.5})$$

$$L_\gamma^\infty = 4\pi\sigma R^2 T_s^4 e^{2\Phi_s} = 4\pi\sigma R_\infty^2 (T_s^\infty)^4, \quad (\text{E.6})$$

em que $dV = 4\pi r^2 \sqrt{g_{rr}} dr$ é o elemento de volume próprio, $c_{V,i}$ é o calor específico de cada espécie de partícula no meio, Q_ν é a emissividade total de neutrinos provenientes das reações, $Q_R H$ é a taxa de aquecimento total por unidade de volume, σ é a constante de Stefan-Boltzmann, R é o raio estelar, $\Phi_s = \Phi(R)$, $R_\infty = R e^{-\Phi_s}$ é o raio efetivo medido a partir do infinito, e T_s^∞ é a temperatura efetiva com desvio para o vermelho. A temperatura superficial T_s é obtida da temperatura interna considerando um modelo de envelope.

A emissividade de neutrinos e a taxa de calor são modificadas quando a estrela de nêutrons está fora do equilíbrio químico, condição denominada de *desequilíbrios químico*. Para a matéria composta por nêutrons, prótons, elétrons e múons ($npe\mu$), o grau de desequilíbrio químico estelar implica em que:

$$\eta_{npe} = \delta\mu_n - \delta\mu_p - \delta\mu_e, \quad (\text{E.7})$$

$$\eta_{n\mu} = \delta\mu_n - \delta\mu_p - \delta\mu_\mu, \quad (\text{E.8})$$

em que $\delta\mu_i = \mu_i - \mu_i^{eq}$ é o desvio do potencial químico de equilíbrio de uma partícula da espécie i em uma dada pressão. Visto que as escalas de tempo de difusão são curtas comparadas com as escalas de tempo de evolução, pode-se considerar o desvio para o vermelho do potencial químico pelo núcleo estelar obedecendo a condição:

$$\delta\mu_i^\infty \equiv \delta\mu_i(r) e^{\Phi(r)}. \quad (\text{E.9})$$

No estudo da evolução temporal dos desequilíbrios químicos, escrevemos o potencial químico de cada espécie de partículas em função da densidade número total: $\mu_i = \mu_i(\{n_j\})$. Ademais, consideramos pequenos desvios do equilíbrio químico, impondo a condição $|\delta\mu_i| \ll \mu_i^{eq}$. Nesta aproximação, os desvios da densidade de número de partícula em equilíbrio $\delta n_i = n_i - n_i^{eq}$ são relacionados a $\delta\mu_i$ por

$$\delta n_i = \sum_j \frac{\partial n_i}{\partial \mu_j} \delta\mu_j, \quad (\text{E.10})$$

de forma que as derivadas parciais desta expressão são avaliadas no estado de equilíbrio beta. A fim de eliminar os efeitos de difusão entre as diferentes regiões da estrela, integramos a eq (E.10) sobre regiões onde existem partículas livres, determinado assim a variação do número de partículas, δN_i , como uma função do atraso do potencial químico com desvio para o vermelho:

$$\delta N_i = \sum_j B_{ij} \delta\mu_j^\infty, \quad (\text{E.11})$$

onde, usando a eq (E.9), temos

$$B_{ij} = \int_{core} dV \frac{\partial n_i}{\partial \mu_j} e^{-\Phi}. \quad (\text{E.12})$$

Uma vez que B_{ij} não tem dependência temporal, podemos proceder à inversão e à derivação da eq (E.11), obtendo assim a evolução temporal de $\delta\mu_i^\infty$:

$$\delta\dot{\mu}_i^\infty = \sum_j (B^{-1})_{ij} \delta\dot{N}_j. \quad (\text{E.13})$$

A taxa de variação de δN_i é dada por

$$\delta\dot{N}_i = \dot{N}_i - \dot{N}_i^{eq}, \quad (\text{E.14})$$

onde

$$\dot{N}_i = \int_{core} dV e^\Phi \sum_\alpha \Delta\Gamma_\alpha^i, \quad (\text{E.15})$$

representa a variação no número total de partículas da espécie i devido as diversas reações internas do sistema. Nesta expressão, $\Delta\Gamma_\alpha^i$ representa a taxa de *criação líquida* de partículas da espécie i por unidade de volume devido a reação α . \dot{N}_i por sua vez satisfaz tanto a conservação de número bariônico quanto a conservação de carga. A evolução do desequilíbrio químico com desvio para o vermelho $\eta^\infty = \eta(r)e^\Phi$ segue das equações (E.7), (E.8), e (E.9):

$$\dot{\eta}_{npe}^\infty = \delta\dot{\mu}_n^\infty - \delta\dot{\mu}_p^\infty - \delta\dot{\mu}_e^\infty; \quad (\text{E.16})$$

$$\dot{\eta}_{np\mu}^\infty = \delta\dot{\mu}_n^\infty - \delta\dot{\mu}_p^\infty - \delta\dot{\mu}_\mu^\infty. \quad (\text{E.17})$$

As eqs (E.2), (E.16), e (E.17) fornecem uma descrição completa da evolução térmica de uma estrela de nêutrons com reaquecimento rotoquímico e composição $npe\mu$, para um dado valor de \dot{N}_i^{eq} .

Referências Bibliográficas

- [1] HEGER, A., FRYER, C.L., WOOSLEY, S.E., LANGER, N., HARTMANN, D.H.. How massive single stars end their life. **Astrophys. J.** 591, pp. 288-300 (2003).
- [2] HORVATH, J.E., ROCHA, L.S., BERNARDO, A., DE AVELLAR, M.G.B., VALENTIM, R. In: *Astrophysics in the XXI Century with Compact Stars*, Eds. F. Weber e C.A. Zen Vasconcellos. Singapura: World Scientific, 2023.
- [3] WANG, B., LIU, D. **Res. Astron. Astrophys.** 20, 9, p. id.135 (2020).
- [4] NICER-NASA, NASA's Neutron star Interior Composition Explorer (2022). <https://www.nasa.gov/nicer>.
- [5] HORVATH, J.E. **Fundamentos da evolução estelar, supernovas e objetos compactos**. São Paulo: Livraria da Física, 2011.
- [6] BENVENUTO, O.G., DE VITO, M.A., HORVATH, J.E. **ApJ**, 753, p. L33 (2012).
- [7] BENVENUTO, O.G., DE VITO, M.A., HORVATH, J.E. **ApJ** 786, p. L7 (2014).
- [8] BENVENUTO, O.G., DE VITO, M.A., HORVATH, J.E. **ApJ** 798, p. 44 (2015).
- [9] CHEN, H.-L., CHEN, X., TAURIS, T.M., HAN, Z. **ApJ** 775, p. 27 (2013).
- [10] JIA, K., LI, X.D. **ApJ** 814, p. 74 (2015).
- [11] JIA, K., LI, X.D. **ApJ** 830, p. 153 (2016).
- [12] LIU, W.M., LI, X.D. **ApJ** 851, p. 58 (2017).
- [13] ABLIMIT, I. **ApJ** 881, p. 72 (2019).
- [14] NIELSEN, A.-S.B., JANSSEN, G.H., SHAIFULLAH, G., VERBIEST, J.P.W., CHAMPION, D.J. et al. **Mon. Not. Roy. Astron. Soc.** 494, 2, p. 2591 (2020).
- [15] GINZBURG, S., QUATAERT, E. **Mon. Not. Roy. Astron. Soc.** 500, 2, p. 1592 (2020).
- [16] LI, K.L., YAP, Y.X.J., HUI, C.Y., KONG, A.K.H. **ApJ** 911, 2, p. 92 (2022).

- [17] DOUGLAS, A., PADMANABH, P.V., RANSOM, S.M., RIDOLFI, A., FREIRE, P. et al. **ApJ** 927,1, p. 126 (2022).
- [18] KENNEDY, M.R., BRETON, R.P., CLARK, C.J., MATA-SANCHEZ, D., VOISIN, G. et al. **Mon. Not. Roy. Astron. Soc.** 512, 2, p. 3001 (2022).
- [19] RAY, P.S., NIEDER, L., CLARK, C.J., RANSOM, S.M., CROMARTIE, H.T. et al. **ApJ** 927, 2, p. 216 (2022).
- [20] BURDGE, K.B., MARSH, T.R., FULLER, J., BELLM, E.C., CAIAZZO, I. et al. **Nature** 605, p. 41 (2022).
- [21] GENTILE, P.A., ROBERTS, M.S.E., MCLAUGHLIN, M.A., CAMILO, F., HESSELS, J.W.T., KERR, M., RANSOM, S.M., RAY, P.S., STAIRS, I.H. **ApJ** 783, p. 69 (2014).
- [22] POTEKHIN, A.Y., ZYUZIN, D.A., YAKOVLEV, D.G., BEZNOGOV, M.V., SHIBANOV, Y.A. **Mon. Not. Roy. Astron. Soc.** 496, no.4, pp. 5052-5071 (2020)
- [23] REISENEGGER, A., GOLDREICH, P. **ApJ** 395, p. 240 (1992).
- [24] SCHAAB, C., SEDRAKIAN, A., WEBER, F., WEIGEL, M.K. **A&A** 346, pp. 465-480 (1999)
- [25] DELLER, A.T. et al. **ApJ** 685, p. L67 (2008).
- [26] GONZALEZ, REISENEGGER, A. **A&A** 522, p. A16 (2010).
- [27] ZWICKY, F. **Helv. Phys. Acta** 6, p. 110 (1933).
- [28] GLUSCEVIC, V., GRESHAM, M.I., MCDERMOTT, S.D., PETER, A.H.G., ZUREK, K.M. **JCAP** 12, p. 057 (2015).
- [29] BELL, N.F., BUSONI, G., ROBLES, S. **JCAP** 09, p. 018 (2018).
- [30] BARYAKHTAR, M., BRAMANTE, J., LI, S.W., LINDEN, T., RAJ, N. **Phys. Rev. Lett.** 119 (13), p. 131801 (2017).
- [31] MANCHESTER, R.N. **JCAP** 38, p. 42 (2017).
- [32] KOUVARIS, C. **Phys. Rev. D** 77, p. 023006 (2008).
- [33] CERDEÑO, D.G. **CERN, the European Organization for Nuclear Research.** (2022).
- [34] TURNER, M.S. **Quest for the Origin of Particles and the Universe, Quarks and the Cosmos.** Singapura: World Scientific, pp. 90-102, 2013.

- [35] BETHE, H.A. Theory of Nuclear Matter. **Ann. Rev. Nucl. Sci.** 21, pp. 93-244 (1971).
- [36] BAYM, G, BETHE, H.A., PETHICK, C.J. Neutron star matter. **Nuclear Physics A** 175, 2, pp. 225-271 (1971).
- [37] FETTER, A.L., WALECKA, J.D. **Quantum theory of many-particle systems**. New York: McGraw-Hill, USA, 1971.
- [38] IBOMBACI, I., LOMBARDO, U. Asymmetric nuclear matter equation of state. **Phys. Rev. C** 44, p. 1892 (1991).
- [39] NEWTON, I. **The Mathematical Principles of Natural Philosophy**. South Carolina: Createspace Independent Publishing Platform, 2016.
- [40] EINSTEIN, A. The foundation of the general theory of relativity. **Annalen der Phys.** 49, p. 769 (1916).
- [41] GROSSMANN, C. **Ciclo de Vida Estelar**. <https://hypescience.com/ciclo-vida-estrela-ciclo-vida-estelar/> (2012).
- [42] HORVATH, J.E., ROCHA, L.S., BERNARDO, A.L.C., DE AVELLAR, M.G.B., VALENTIM, R. **Astrophysics in the XXI Century with Compact Stars**. Eds.: F. Weber e C.A. Zen Vasconcellos. Singapura: World Scientific, pp. 1-51, 2022.
- [43] HERTZSPRUNG, E. On the Use of Photographic Effective Wavelengths for the Determination of Color Equivalents. **Publications of the Astrophysical Observatory in Potsdam** 1, 22, p.63 (1911).
- [44] RUSSELL, H.N. Relations Between the Spectra and Other Characteristics of the Stars. **Popular Astronomy** 22, pp. 275–294 (1914).
- [45] KEPLER, S.O., OLIVEIRA SARAIVA, M.F. **Diagrama de Hertzsprung-Russel**. <http://astro.if.ufrgs.br/> (2023).
- [46] ESO. **European Southern Observatory**. <https://www.eso.org/> (2023).
- [47] JATENCO-PEREIRA, V. GREGORIO-HETEM, J., MENDES DE OLIVEIRA, C. **Fundamentos de Astronomia**, Cap. 12. São Paulo: Livraria da Física, USP, 2000.
- [48] GLENDENNING, N.K. **Compact Stars**. Berlin: Springer-Verlag, Germany, 1997.
- [49] KOESTER, D., CHANMUGAM, G. Physics of white dwarf stars. **Rep. Prog. Phys.** 53, pp. 837-915 (1990).

- [50] TRIMBLE, V. **White dwarfs - the once and future suns.** *Sky Telesc.* 72, pp. 348-353 (1986).
- [51] ADAMS, W.S. The Spectrum of the Companion of Sirius. **Publications of the Astronomical Society of the Pacific** 27, 161, p. 236 (1915).
- [52] CHANDRASEKHAR, S. The Maximum Mass of Ideal White Dwarfs. **Astrophys. J.** 74, p. 81 (1931).
- [53] ISERN, J., GARCÍA-BERRO, E. **White dwarfs and the age of the Universe.** **Lecture Notes and Essays in Astrophysics** 1, pp. 23-42 (2004).
- [54] KLEINMAN, S.J., KEPLER, S.O., KOESTER, D., et al. SDSS DR7 White Dwarf Catalog. **Astrophys. J., Suppl. Ser.** 204, p. 5 (2013).
- [55] SION E.M., GREENSTEIN J.L., LANDSTREET J.D., LIEBERT J., SHIPMAN H.L., WEGNER G.A. A proposed new white dwarf spectral classification system. **Astrophys. J.** 269, p. 253 (1983).
- [56] KOESTER, D. White dwarf spectra and atmosphere models. **Mem.S.A.It.** 81, p. 921 (2010).
- [57] WILLIAMS, W.S.C. **Nuclear and Particle Physics, Oxford Science Publications.** Oxford: Oxford University Press, UK, 1992.
- [58] FOWLER, R.H. On dense matter. **Mon. Not. R. Astron. Soc.** 87, p. 114 (1926).
- [59] LANDAU, L.D. On the Theory of Stars. **Phys. Z. Sowjetunion** 1, p. 285 (1932).
- [60] LANDAU, L.D., LIFSHITZ, E.M. **Statistical Physics, Vol 5.** Oxford: Pergamon Press, UK, 1980.
- [61] CHADWICK, J. Possible Existence of a Neutron. **Nature** 129, p. 312 (1932); **Proc. Roy. Soc. Lond. A** 136, 830, pp. 692-708 (1932).
- [62] BAADE, W., ZWICKY, F. **Proceedings of the National Academy of Science** 20, p. 254 (1934).
- [63] TOLMAN, R.C. **Phys. Rev.** 55, p. 364 (1939).
- [64] OPPENHEIMER, J.R., VOLKOFF, G.M. Static Solutions of Einstein's Field Equations for Spheres of Fluid. **Phys. Rev.** 55, p. 374 (1939).
- [65] WOLTJER, L. X-Rays and Type I Supernova Remnants.. **Astrophys J.** 140, p. 1309 (1964).
- [66] PACINI, F. Energy Emission from a Neutron Star. **Nature** 216, p. 567 (1967).

- [67] PACINI, F. Rotating Neutron Stars, Pulsars and Supernova Remnants. **Nature** 219, p. 146 (1968).
- [68] GLENDENNING, N.K. **Compact Stars: Nuclear Physics, Particle Physics, and General Relativity** . Berlin: Springer, Germany, 2000.
- [69] HEWISH, A., BURNELL, J. B., PIKINTON, J. D. H., SCOTT, P. F., COLLINS, R. A. Observation of a Rapidly Pulsating Radio Source. **Nature** 217, p. 709 (1968).
- [70] GOLD, T. Rotating neutron stars as the origin of the pulsating radio sources. **Nature** 218, p. 731 (1968).
- [71] GUNN, J.E., OSTRIKER, J.P. Magnetic Dipole Radiation from Pulsars. **Nature** 221, p. 455 (1969).
- [72] OSTRIKER, J.P., GUNN, J.E. On the Nature of Pulsars. I. Theory. **Astrophys. J.** 157, 1395 (1969).
- [73] GUNN, J.E., OSTRIKER, J.P. Rotating neutron stars as the origin of the pulsating radio sources. **Astrophys. J.** 160, p. 979 (1970).
- [74] RUDERMAN, M.A. Neutron Starquakes and Pulsar Periods. **Nature** 223, p. 597 (1969).
- [75] PINES, D., SHAHAM, J. Microquakes and Macroquakes in Neutron Stars. **Nature Phys. Sci.** 235, p. 43 (1972).
- [76] SHAHAM, J. Free Precession In Quasi-Periodic Oscillators. **Astrophys. J.** 310, p. 780 (1986).
- [77] ALPAR, M. A., ANDERSON, P.W., PINER, D., SHAHAM, J. Glitches and Pinned Vorticity in the Crab Pulsar. **Astrophys. J. Lett.** 249, p. L29 (1981).
- [78] HIRATA, K.S., KAJITA, T., KOSHIBA, M., NAKAHATA, M., OYAMA, Y., et al. Observation in the Kamiokande-II detector of the neutrino burst from supernova SN1987A. **Phys. Rev. D** 38, pp. 448-458 (1988).
- [79] GROSS, D. J., WILCZEK, F. Ultraviolet Behavior of Non-Abelian Gauge Theories. **Phys. Rev. Lett.**, 30, p. 1343, 1973.
- [80] POLITZER, H.D. Reliable Perturbative Results for Strong Interactions? **Phys. Rev. Lett.** 30, p. 1346 (1973).
- [81] T'HOOFT, G. Regularization and Renormalization of Gauge Fields. **Nucl. Phys. B** 35, p. 167, (1971).
- [82] T'HOOFT, G. The birth of asymptotic freedom. **Nucl. Phys. B** 254, p. 11 (1985).

- [83] WITTEN, E. Cosmic Separation of Phases. **Phys Rev. D** 30, p. 272 (1984).
- [84] MANCHESTER, R. N. Observational Properties of Pulsars. **Science** 304, p. 542 (2004).
- [85] REISENEGGER, A. Origin and evolution of neutron star magnetic fields. **arXiv:astro-ph/0307133** (2003).
- [86] HESSELS, W., RAMSON, S.M., STAIRS, I.H., FREIRE, P.C.C., KASPI, V.M., CAMILO, F. A Radio Pulsar Spinning at 716 Hz. **Science** 311, 5729, pp. 1901-1904 (2006).
- [87] A. Ridolfi, P. C. C. Freire, T. Gautam, S. M. Ransom, E. D. Barr, S. Buchner, M. Burgay, F. Abbate, V. Venkatraman Krishnan, L. Vleeschower, A. Possenti, B. W. Stappers, M. Kramer, W. Chen, P. V. Padmanabh, D. J. Champion, M. Bailes, L. Levin, E. F. Keane, R. P. Breton, M. Bezuidenhout, J.-M. Grießmeier, L. Küinkel, Y. Men, F. Camilo, M. Geyer, B. V. Hugo, A. Jameson, A. Parthasarathy, and M. Serylak, **A&A**, vol. 664, p. A27, 2022,
- [88] TAYLOR, J.H., MANCHESTER, R.N., LYNE, A.G. Catalog of 558 Pulsars. **Ap. J. Suppl.** 88, p. 529 (1993).
- [89] WEBER, F.. **Pulsar as Astrophysical Laboratories for Nuclear and Particle Physics, High Energy Physics, Cosmology and Gravitation Series.** Bristol: IOP Publishing, Great Britain, 1999.
- [90] RADAHKRISHNAN, V., COOKE, D.J. Magnetic Poles and the Polarization Structure of Pulsar Radiation. **Astrophys. Lett.** 3, p. 255 (1969).
- [91] STAELIN, D.H., REIFENSTEIN 3rd, E.C. Pulsating Radio Sources near the Crab Nebula. **Science** 162, pp. 1481-1483 (1968).
- [92] LARGE, M.I., VAUGHAN, A.F., MILLS, B.Y. A Pulsar Supernova Association? **Nature** 220, p. 340 (1968).
- [93] HULSE, R.A., TAYLOR, J.H. A Deep Sample Of New Pulsars And Their Spatial Extent In The Galaxy. **Astrophys. J.** 201, pp. L55-L59 (1975).
- [94] BACKER, D.C., KULKARNI, S.R., HEILES, C., DAVIS, M.N., GOSS, W.M. A millisecond pulsar. **Nature** 300, p. 615 (1982).
- [95] OZEL, F., FREIRE, P. **Annual Reviews of Astronomy and Astrophysics** 54, pp. 401-440 (2016).
- [96] SANTOS, S.M., RAZEIRA, M., ZEN VASCONCELLOS, C.A.Z., LEINSON, L.. **Int. J. Mod. Phys. D** 13, p. 1477 (2004).

- [97] VON WEIZSÄCKER, C.F. Zur theorie der kernmassen. **Z. Phys. A Hadrons Nuclei** 96, pp. 431–458 (1935).
- [98] POVH, B., RITH, K., SCHOLTZ, C., ZETSCHE, F. **Particles and Nuclei, A Introduction to the Physical Concepts**. Berlin: Springer, Germany, 1995.
- [99] DE-SHALIT, A., FESHBACH, H. **Theoretical nuclear physics: Nuclear structure**. Hoboken: Willey-Interscience, EUA, 1990.
- [100] WALECKA, J.D. **Annals of Physics** 83, p. 491 (1974).
- [101] SEROT, B.D., WALECKA, J.D. **Advances in Nuclear Physics**, 16, 1. New York: Plenum Press, EUA, 1986.
- [102] WEINBERG, S. Effective Field Theory, Past and Future. **PoS CD09**, p. 001 (2009).
- [103] BOGUTA, J., BODMER, A.R. **Nucl. Phys.** A292, p. 413 (1977).
- [104] ZIMANYI, J., MOSZKOWSKI, S.A. **Physical Review C** 42, pp. 1416-1421 (1990).
- [105] TAURINES, A.R. **Estrelas de Nêutrons em Teorias Relativísticas Efetivas de Campos Nucleares**. Dissertação de Mestrado. Porto Alegre: IF-UFRGS, 1999.
- [106] TAURINES, A.R., VASCONCELLOS, C.A.Z., MALHEIRO, M., CHIAPPARINI, M. **Phys.Rev. C** 63, p. 065801 (2001).
- [107] ZEN VASCONCELLOS, C.A., RAZEIRA, M., BODMANN, B. The effective relativistic quantum field theory for nuclear matter with many-body forces revisited. **Astron. Nachr.** 340, 1-3, pp. 199-204 (2019).
- [108] RAZEIRA, M., HADJIMICHEF, D., MACHADO, M.V.T., KÖPP, F., VOLKMER, G., ZEN VASCONCELLOS, C.A. Effective field theory with genuine many-body forces and tidal effects on neutron stars. **Astron. Nachr.** 340, 1-3, pp. 209-212 (2019).
- [109] ZEN VASCONCELLOS, C.A. A review on the relativistic effective field theory with parameterized couplings for nuclear matter and neutron stars. **AIP Conf. Proc.** 1693, p. 1 (2015).
- [110] WALECKA, J.D. **Theoretical nuclear and subnuclear physics**. Oxford: Oxford University Press, 1995.
- [111] SEROT, B.D., WALECKA, J.D. Recent progress in quantum hadrodynamics. **Int. J. Mod. Phys. E** 6, 4, pp. 515-631 (1997).

- [112] BJORKEN, J., DRELL, S.D., **Relativistic quantum mechanics**. New York: McGraw-Hill, EUA, 1964.
- [113] HUGENHOLTZ, N.M., VAN HOVE, L. **A theorem of the single particle energy in a Fermi gas with interaction**. *Physica* 24, p. 363-376 (1958).
- [114] BAYM, G., PETHICK, C.J., SUTHERLAND, P. **Astrophys. J.** 170, p. 299 (1971).
- [115] NEGELE, J.W., VAUTHERIN D. Neutron star matter at sub-nuclear densities. **Nucl. Phys. A** 207, p. 298 (1973).
- [116] HEBELER, K., LATTIMER, J.M., PETHICK, C.J., SCHWENK, A. Equation of state and neutron star properties constrained by nuclear physics and observation. **Astrophys. J.** 773, p. 11 (2013).
- [117] RAVENHALL, D.G., PETHICK, C.J., WILSON, J.R. **Phys. Rev. Lett.** 50, p. 2066 (1983).
- [118] HASHIMOTO, M.A., SEKI, H., YAMADA, M. **Prog. Theor. Phys.** 71, p. 320 (1984).
- [119] AVANCINI, S.S., MENEZES, D.P., ALLOY, M.D., MARINELLI, J.R., MORAES, M.M.W., PROVIDENCIA, C. Warm and cold pasta phase in relativistic mean field theory. **Phys. Rev. C** 78, p. 015802 (2008).
- [120] NEWTON, W.G., PRESTON, R., BALLIET, L., ROSS, M. **Physics Letters B** 834, p. 137481 (2022).
- [121] CHODOS, A., JAFFE, R.L., JOHNSON, K., THORN, C.B., Weisskopf, V.F. **Phys. Rev. D** 9, p. 3471 (1974).
- [122] GOMES, R.O., CHAR, P., SCHRAMM, S. Constraining strangeness in dense matter with GW170817. **Astrophys. J.** 877, no.2, p. 139 (2019).
- [123] KLÄHN, T., FISCHER, T. **Astrophys J.** 810, p. 134 (2015).
- [124] ALFORD, M., RAJAGOPAL, K., WILCZEK, F. Color-flavor locking and chiral symmetry breaking in high density QCD. **Nucl. Phys. B** 537, 1-3, 4, pp. 443-458 (1999).
- [125] FRAGA, E.S., KURKELA, A., VUORINEN, A. Interacting Quark Matter Equation Of State For Compact Stars. **ApJ Letters** 781, p. L25 (2014).
- [126] BOGOLIUBOV, P.N. Sur un modèle à quarks quasi-indépendants. **Annales de l'institut Henri Poincaré, Physique Théorique** 8, 2, pp. 163-189 (1968).

- [127] CHODOS, A., JAFFE, B.L., JOHNSON, K., THORN, C.B., WEISSKOPF, F. **Eur. Phys. J. A** 53, 10, p. 191 (2017).
- [128] FRANZON, B., GOMES, R., SCHRAMM, S. **Mon. Not. Roy. Astron. Soc.** 463, p. 571 (2016).
- [129] GOMES, R., DEXHEIMER, V., HAN, S., SCHRAMM, S. **Mon. Not. R. Astr. Soc.** 485, p. 4873 (2019).
- [130] GOMES, R., CHAR, P., SCHRAMM, S. **Astrophys. J.** 877, p. 19 (2019).
- [131] GOMES, R.O., DEXHEIMER, V., SCHRAMM, S., ZEN VASCONCELLOS, C.A. Many-Body Forces In The Equation Of State Of Hyperonic Matter. **Astrophys. J.** 808, p. 8 (2015).
- [132] CIERNIAK, M., FISCHER, T., BASTIAN, N-U, KLÄHN, T., SALINAS, M. Impact of the Nuclear Equation of State on the Stability of Hybrid Neutron Stars. **Universe** 5, p. 186 (2019).
- [133] WEI, W., IRVING, B., SALINAS, M., KLÄHN, T., JAIKUMAR, P. Camouflage of the Phase Transition to Quark Matter in Neutron Stars. **Astrophys. J.** 887, p. 151 (2019).
- [134] LUGONES, G., HORVATH, J.E. Color-flavor locked strange matter. **Phys. Rev. D** 66, p. 074017 (2002).
- [135] LUGONES, G., HORVATH, J.E. High-density QCD pairing in compact star structure. **Astron. Astrophys.** 403, pp. 173-178 (2003).
- [136] ALFORD, M., BRABY, M., PARIS, M.W., REDDY, S. Hybrid stars that masquaraded as neutron stars. **Astrophys. J.** 629, pp. 969-978 (2005).
- [137] RAJAGOPAL, K., WILCZEK, F. Enforced electrical neutrality of the color-flavor locked phase. **Phys. Rev. Letters** 86, p. 3492 (2001).
- [138] ALFORD, M., RAJAGOPAL K., REDDY S., WILCZEK F. Minimal color-flavor-locked-nuclear interface. **Phys. Rev. D** 64, p. 074017 (2001).
- [139] ROCHA, L.S., BERNARDO, A., DE AVELLAR, M.G.B., HORVATH, J.E. Exact solutions for compact stars with CFL quark matter. **Int. J. Mod. Phys. D** 29, No. 07, p. 2050044 (2020).
- [140] BODMER, A. Collapsed Nuclei. **Physical Review D** 4, p. 1601 (1971).
- [141] WITTEN, E. Cosmic separation of phases. **Physical Review D** 30, p. 272 (1984).

- [142] TERAZAWA, H.. Super-Hypernuclei in the Quark-Shell Model. **Journal of the Physical Society of Japan** 58, p. 3555 (1989).
- [143] MADSEN, J.. Physics and astrophysics of strange quark matter. **Lect. Notes Phys.** 516, p. 162 (1999)
- [144] ROMANI, R.W. , KANDEL, D., FILIPPENKO, A.V., BRINK, T.G., ZHENG, W. PSR J0952-0607: The Fastest and Heaviest Known Galactic Neutron Star. **ApJ. Lett.** 934, p. L18 (2022).
- [145] CARDOSO, P.H.G., NUNES DA SILVA, T., DEPPMAN, A., MENEZES, D.P. Quark matter revisited with non extensive MIT bag model, **Eur. Phys. J. A** 53, no.10, p. 191 (2017).
- [146] HAN, S., MAMUN, M.A.A., LALIT, S. CONSTANTINOU, C., PRAKASH, M. Treating quarks within neutron stars **Phys. Rev. D** 100, no.10, p. 103022 (2019).
- [147] HOROWITZ, C.J., PIEKAREWICZ, J., REED, B. Insights into nuclear saturation density from parity violating electron scattering. **Phys. Rev. C** 102, p. 044321 (2020).
- [148] ASAKAWA, M., YAZAKI, K. Chiral restoration at finite density and temperature. **Nucl. Phys. A** 504, pp. 668-84 (1989).
- [149] HATSUDA, T., TACHIBANA, M., YAMAMOTO, N., BAYM, G. New critical point Induced by the axial anomaly in dense QCD **Phys. Rev. Letters** 97, 122001 (2006).
- [150] BAYM, G., HATSUDA, T., KOJO, T., POWELL, P.D., SONG, Y., TAKATSUKA, T. From hadrons to quarks in neutron stars: a review. **Rept. Prog. Phys.** 81, no.5, 056902 (2018).
- [151] FARHI, E., JAFFE, R.L. Strange matter. **Phys. Rev. D** 30, 2379 (1984).
- [152] FLORES, C.V., LUGONES, G. Constraining color flavor locked strange stars in the gravitational wave era. **Phys. Rev. C** 95, no.2, p. 025808 (2017).
- [153] GORDA, T., KOMOLTSEV, O., KURKELA, A. Ab-initio QCD calculations impact the inference of the neutron-star-matter equation of state. [arXiv:2204.11877 [nucl-th]] (2022).
- [154] KURKELA, A. Thoughts about the utility of perturbative QCD in the cores of neutron stars. Contribution to a roundtable discussion on neutron stars and QCD. **Web Conf.** 274, p. 07008 (2022).

- [155] KURKELA, A., ROMATSCHKE, P., VUORINEN, A., WU, B. Looking inside neutron stars: Microscopic calculations confront observations. arXiv:1006.4062 (2010).
- [156] FREEDMAN, B.A, MCLERRAN, L.D. **Phys. Rev. D** 16, p. 1130 (1977); *ibid.* 16, p. 1147 (1977); *ibid.* 16, p. 1169 (1977); *ibid.* 17, p. 1109 (1978).
- [157] BALUNI, V., Non-Abelian gauge theories of Fermi systems: Quantum-chromodynamic theory of highly condensed matter. **Phys. Rev. D** 17, 2092 (1978).
- [158] HENTSCHINSKI, M., ROYON, C., PEREDO, M.A., BALDENEGRO, C., BELLORA, A., BOUSSARIE, R., CELIBERTO, F.G., CERCI, S., CHACHAMIS, G. et al. White Paper on Forward Physics. BFKL, Saturation Physics and Diffraction **Acta Phys. Polon. B** 54, no.3, 2 (2023).
- [159] MARTINS, S. **Fotoprodução de mésons vetoriais pesados em colisões ultraperiferais e periferais**. Tese(Doutorado). Porto Alegre: Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2018. <http://hdl.handle.net/10183/188419>.
- [160] MACHADO, M.V.T. **Física de Pomeron a altas energias**. Tese(Doutorado). Porto Alegre: Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2002. <http://hdl.handle.net/10183/3790>
- [161] BARDEEN, J.M., THORNE, K.S., MELTZER D.W. A Catalogue of Methods for Studying the Normal Modes of Radial Pulsation of General-Relativistic Stellar Models. **Astrophys. J.** 145, 505 (1996).
- [162] BHATTACHARYYA, A., MISHUSTIN, I.N., GREINER, W. Deconfinement Phase Transition in Compact Stars : Maxwell vs. Gibbs Construction of the Mixed Phase. **J. Phys. G** 37, 025201 (2010).
- [163] F. Köpp, C.A. Zen Vasconcellos, M. Machado, M., On the nature of the quantum chromodynamics phase transition in hybrid compact stars. **Astron. Nachr.** (2019) 340, pp. 892-897.
- [164] MARUYAMA, T., TATSUMI, T., ENDO, T., CHIBA, S. Pasta structures in compact stars. **Recent Res. Devel. Phys.** 7, 1-57 (2006).
- [165] HEMPEL, M., DEXHEIMER, V., SCHRAMM, S., IOSILEVSKIY, I. Noncongruence of the nuclear liquid-gas and deconfinement phase transitions. **Phys. Rev. C** 88, no.1, 014906 (2013)
- [166] SEIDOV, Z. F., The Stability of a Star with a Phase Change in General Relativity Theory. **Sov. Astron.** 15, 347 (1971).

- [167] ALFORD, M.G., HAN, S., PRAKASH M. Generic conditions for stable hybrid stars. **Phys. Rev. D** 88, no.8, p. 083013 (2013).
- [168] LALAZISSIS, G.A., KONIG, J., RING, P. A New parametrization for the Lagrangian density of relativistic mean field theory. **Phys. Rev. C** 55, 540-543 (1997).
- [169] GARG, U., COLÒ, G. The compression-mode giant resonances and nuclear incompressibility. **Prog. Part. Nucl. Phys.** 101, 55-95 (2018).
- [170] DANIELEWICZ, P., LEE, J. Symmetry energy II: Isobaric analog states. **Nucl. Phys. A** 922, 1 (2014).
- [171] MARKETIN, T., VRETENAR, D., RING, P. Calculation of β -decay rates in a relativistic model with momentum-dependent self-energies. **Phys. Rev. C** 75, 024304 (2007).
- [172] LATTIMER, J.M. Constraints on Nuclear Symmetry Energy Parameters. **Particles** 6 (1), 30-56 (2023).
- [173] COMPOSE. CompStar Online Supernovae Equation of State. <https://compose.obspm.fr> (2022).
- [174] BOMBACI, I. The Hyperon Puzzle in Neutron Stars. **JPS Conf. Proc.** 17, 101002 (2017).
- [175] HORVATH, J.E., ROCHA, L.S., DE SÁ, L.M., MORAES, P.H.R.S., BARÃO, L.G., DE AVELLAR, M.G.B., BERNARDO, A., BACHEGA, R.R.A. A light strange star in the remnant HESS J1731-347: Minimal consistency checks. **A&A** 672, L11 (2023).
- [176] LIN, J., LI, C., WANG, W., XU, H., JIANG, J., YANG, D., YAQUP, S., ISKANDAR, A., MA, S., NIU, H. et al. An X-Ray-dim Isolated Neutron Star in a Binary? **Astrophys. J. Lett.** 944, no.1, L4 (2023).
- [177] HORVATH, J.E., DE SOUZA, R.A. The stiffness of the supranuclear equation of state (once again). **J. Phys. Conf. Ser.** 861, no.1, 012010 (2017).
- [178] KÖPP, F., HORVATH, J.E., HADJIMICHEF, D., VASCONCELLOS, C.A.Z., HESS, P.O. Internal heating mechanisms in neutron stars. [arXiv:2208.07770 [astro-ph.HE]]. In press (IJMPD) (2023).
- [179] VIDAÑA, I. A short walk through the physics of neutron stars. **Eur. Phys. J. Plus** 133, no.10, 445 (2018).
- [180] READ, J.S., LACKEY, B.D., OWEN, B.J., FRIEDMAN, J.L. Constraints on a phenomenologically parametrized neutron-star equation of state. **Phys. Rev. D** 79, p. 124032 (2009).

- [181] AKMAL, A., PANDHARIPANDE, V.R. **Phys. Rev. D** 56, 4, p. 2261 (1997).
- [182] MUTHER, H., PRAKASH, M., AINSWORTH, T.L. *Phys. Lett. B* 199, 4, p. 469 1987.
- [183] CAMARGO, D.A., QUEIROZ, F.S., STURANI, R. **JCAP** 09 051 (2019).
- [184] BENHAR, O. How much nuclear physics do we need, to understand the neutrino nucleus cross section? **Acta Phys. Polon. B** 40, 2389-2404 (2009).
- [185] ZDUNIK, J.L., BEJGER, M., HAENSEL, P., GOURGOULHON, E. **A&A** 450, pp. 747-758 (2006).
- [186] KEUNG, M.-Y., MARFATIA, D., TSENG, P.-Y. **JHEP** 07, p. 181 (2010).
- [187] TULIN, S., YU, H.-B., ZUREK, K.M. **Phys. Rev. Lett.** 110, p. 111301 (2013).
- [188] EINASTO, J. **Tartu Astron. Obs. Teated** 17, p. 1 (1965).
- [189] NAVARRO, J.F., LUDLOW, A., SPRINGEL, V., WANG, J., VOGELSBERGER, M., WHITE, S.D.M., JENKINS, A., FRENK, C.S., HELMI, A. **Mon. Not. Roy. Astron. Soc.** 402, p. 21 (2010).
- [190] GOLDMAN, I., NUSSINOV, S. **Phys. Rev. D** 40, 3221 (1989).
- [191] POTHEKIN, A.Y., PONS, J.A., PAGE, D. **Space Science Reviews** 191, p. 239 (2015).
- [192] FERNANDEZ, R., REISENEGGER, A. **ApJ** 625, 291 (2005).
- [193] HASKELL, B., SEDRAKIAN, A. Superfluidity and Superconductivity in Neutron Stars. **Astrophys. Space Sci. Libr.** 457, 401-454 (2018).
- [194] BELL, N.F., BUSONI, G., MOTTA, T.F., ROBLES, S., THOMAS, A.W., VIRGATO, M.. Nucleon Structure and Strong Interactions in Dark Matter Capture in Neutron Stars **Phys. Rev. Lett.** 127, no.11, p. 111803 (2021).
- [195] BAI, Y., FOX, P.J., HARNIK, R. The Tevatron at the frontier of dark matter direct detection. **JHEP** 12, p. 048 (2010).
- [196] HUI, C.Y., LI, K.L. High Energy Radiation from Spider Pulsars. **Galaxies** 7, 93 (2019).
- [197] GUNDMUNDSSON, E.H., PETHICK, C.J., EPSTEIN, R.I. Neutron star envelopes. **ApJ** 259, p. L19 (1982).
- [198] GUNDMUNDSSON, E.H., PETHICK, C.J., EPSTEIN, R.I. STRUCTURE OF NEUTRON STAR ENVELOPES, **ApJ** 272, p. 286 (1983)

- [199] PAGE, D., LATTIMER, J.M., PRAKASH, M., STEINER, A.W. Rapid Cooling of the Neutron Star in Cassiopeia A Triggered by Neutron Superfluidity in Dense Matter. **Astrophys. J. Suppl.** 155, pp. 623-650 (2004).
- [200] SHAPIRO, S.L., TEUKOLSKY, S.A. **Black Holes, White Dwarfs, and Neutron Stars: The Physics of Compact Objects**. New York: Wiley, 1983.
- [201] YAKOVLEV, D.G., LEVENFISH, K.P. Neutrino emission from neutron stars **A&A** 297, pp. 717-726 (1995).
- [202] POTEKHIN, A.Y. et al. **Neutron Stars-Cooling and Transport** in The Strongest Magnetic Fields in the Universe. Series: Space Sciences Series of ISSI. Eds.: V.S. Beskin, A. Balogh, M. Falanga, M. Lyutikov, S. Mereghetti, T. Piran and R.A. Treumann, vol. 54, pp. 245-297. New York: Springer, 2016.
- [203] POTEKHIN, A.Y., ZYUZIN, D.A., YAKOVLEV, D.G., BEZNOGOV, M.V., SHIBANOV, YU. A.. **Mon. Not. Roy. Astron. Soc.** 496, p. 5052 (2020).
- [204] BEZNOGOV, M.V., YAKOVLEV, D.G. **Mon. Not. Roy. Astron. Soc.** 447, no.2, pp. 1598-1609 (2015).
- [205] YANAGI, K., NAGATA, N., HAMAGUCHI, K. **Mon. Not. Roy. Astron. Soc.** 492, no.4, pp. 5508-5523 (2020).
- [206] ROBERTS, M.S.E. In: Neutron Stars and Pulsars: Challenges and Opportunities after 80 years, Proceedings of the IAUS 291, edited by J. van Leewen. Cambridge: Cambridge University Press, 2013, p.127.
- [207] LINARES, M. In: Proceedings of the XIII Multifrequency Behaviour of High Energy Cosmic Sources Workshop (June 3-8, 2019, Palermo, Italy).
- [208] CHENG, L.X., MA, Y.Q., CHENG, K.S., LU, T., ZHOU, Y.Y. **A&A** 300, p. 746 (1995).
- [209] WEBB, JAMES. Technical FAQ on a variety of mission issues, aspects and capabilities. <https://jwst.nasa.gov/content/forScientists/faqScientists.html> (2022).
- [210] RAJ, N., TANEDO, P., YU, H.B. Neutron stars at the dark matter direct detection frontier. **Phys. Rev. D** 97, no.4, p. 043006 (2018).
- [211] GONZÁLEZ-JIMÉNEZ, N., PETROVICH, C., REISENEGGER, A. The effect of magnetic fields on the thermal evolution of neutron stars **Mon. Not. Roy. Astron. Soc.** 447, p. 2073 (2015).
- [212] HAMAGUCHI, K., NAGATA, N., YANAGI, K. Minimal model for dark matter and neutrino oscillations with gauged $L_\mu - L_\tau$ symmetry. **Phys. Lett. B** 795, 484-489 (2019).

- [213] BLAES, O., MADAU, P. Radiative transfer in a clumpy universe. II. The ultraviolet extragalactic background. **ApJ** 403, p. 690 (1993).
- [214] HAI-TAO, H., XIA, Z., JIAN-PING, Y., XIAO-PING, Z. The impact of the cosmic web on the properties of galaxies in the IllustrisTNG simulation. **Mon. Not. Roy. Astron. Soc.** 512, no.4, pp. 4689-4696 (2022).
- [215] PATO, M., IOCCO, F., BERTONE, G. Self-consistent determination of the local dark matter density. **JCAP** 12, p. 001 (2015).
- [216] Lattimer, J.M., Prakash, M. Neutron Star Observations: Prognosis for Equation of State Constraints. **Phys. Rept.** 442, 109-165 (2007).
- [217] HORVATH, J.E., BERNARDO, A., ROCHA, L.S., VALENTIM, R., MORAES, P.H.R.S., DE AVELLAR, M.G.B. **Sci. China Phys.**, Mechanics and Astronomy 63, p. id.129531 (2020).
- [218] GLENDENNING, N.K. **General Relativity and Compact Stars**, in Centennial of General Relativity A Celebration. Ed.: C.A. Zen Vasconcellos. Singapura: World Scientific, 2017.
- [219] ADLER, R., BAZIN, M., SCHIFFER, M.M. **Introduction to General Relativity**. New York: McGraw-Hill, USA, 1965.
- [220] TIMMES, F.X., WOOSLEY, S.E., WEAVER, T.A. Presupernova evolution of differentially rotating massive stars, **Astrophys. J.**, 457, p. 834 (1996).
- [221] GAO, H., AI, SK., CAO, ZJ. et al. Theoretical study of the nuclear symmetry energy and its astrophysical implications, **Frontiers of Physics**, 15, n. 24603 (2020).
- [222] MÉSZÁROS, P., FOX, D.B., HANNA, C., MURASE, K. Multi-messenger astrophysics. **Nature Reviews Physics** 1, no. 10, pp. 585–599 (2019).