



Evento	Salão UFRGS 2022: SIC - XXXIV SALÃO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA DA UFRGS
Ano	2022
Local	Campus Centro - UFRGS
Título	Estimativa do decaimento da norma L^2 da solução das equações de Navier-Stokes
Autor	JOAO VITOR DE OLIVEIRA CUNHA
Orientador	JULIANA SARTORI ZIEBELL

As equações de Navier-Stokes são de grande importância para o mundo moderno, podendo ser aplicadas em diversos campos do conhecimento, desde a meteorologia a movimentos estelares. Com tamanha importância, diversos estudos são feitos, entretanto mesmo com a extensiva pesquisa sobre essas, soluções analíticas são conhecidas para apenas um pequeno conjunto de casos.

Com o intuito de estudar o decaimento das soluções do problema de Cauchy para as equações de Navier Stokes.

$$\begin{cases} u_t + u \cdot \nabla u + \nabla p - \Delta u = 0, \\ \nabla \cdot u = 0, \\ u(x, 0) = u_0(x); \quad u_0(x, 0) \in L^1(\mathbb{R}^n) \cap L^2(\mathbb{R}^n), \end{cases}$$

Estudamos os resultados apresentados em “Freitas, L. Equações Para as Leis de Conservação Parabólicas e Equações de Navier-Stokes: Análise do Decaimento de Soluções, UFPE, 2014” e desenvolvidos em “Schonbek, M. Decay of solutions to parabolic conservation laws. Communications in Partial Differential Equations, 1980”. Nesse problema, a velocidade e a pressão são funções suaves e a velocidade se anula no infinito. Com essas condições o teorema afirma que:

$$\int_{\mathbb{R}^n} |u(x, t)|^2 dx \leq C(t + 1)^{-\frac{n}{2}}$$

Onde C é uma constante dependente apenas das normas da velocidade e do número de dimensões para qual o problema está sendo resolvido.

Para iniciarmos partimos do problema de Cauchy que ao ser multiplicada pela velocidade e integrada em relação ao espaço, obtemos uma estimativa que pode ser integrada por partes para:

$$\frac{d}{dt} \int_{\mathbb{R}^n} |u|^2 dx = -2 \int_{\mathbb{R}^n} |\nabla u|^2 dx.$$

Utiliza então o teorema de Plancherel, para prosseguir é necessário criar um subconjunto “A” onde se aplica o método de Fourier Solitting. Com a utilização das propriedades da Transformada de Fourier e a desigualdade de Holder, é possível chegar a estimativa desejada.