

MANUAL FES-T'HO TU MATEIX!

L'EXPERIMENT DE LA MUNTANYA RUSSA. EL PRINCIPI DE LA CONSERVACIÓ DE L'ENERGIA

Autors

Pau Català Calderón^a

Lluïsa Jordi^b

Joaquim Maria Veciana^b

Rosa Pàmies-Vilà^b

Jordi Cervantes^b

Juan Manel Bailén^b

Miguel Granados

2023

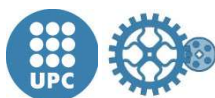
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA^{a,b}

Departament d'Enginyeria Mecànica^{a,b}

Escola Politècnica Superior d'Enginyeria de Manresa, EPSEM^a

Escola Tècnica Superior d'Enginyeria Industrial de Barcelona, ETSEIB^b

Amb el suport de la Fundació Catalana per a la Recerca i la Innovació, Convocatòria
Joan Oró 2022



Aquesta obra està subjecta a la llicència internacional Creative Commons Attribution 4.0. Per veure una còpia d'aquesta llicència, visiteu

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/> o envieu una carta a Creative Commons, PO Box 1866, Mountain View, CA 94042, EUA.



Índex

1	Introducció	4
2	Maqueta muntanya russa	5
2.1	Descripció i especificacions de disseny	5
2.2	Plafó de fons.....	7
2.3	Construcció dels circuits	9
2.4	Instrument per mesurar alçada	15
2.5	Sensors de velocitat comercials PHYWE.....	16
2.6	Sensors de velocitats basats en la plataforma Arduino	18
3	Descripció de l'experiment.....	25
3.1	Experiment 1. Pla inclinat. Sensors de velocitat segments 1 i 4.....	26
3.2	Experiment 2. Pla inclinat. Sensors de velocitat segments 1 i 8.....	30
3.3	Experiment 3. Camí llarg. Sensors de velocitat segments 1 i 8.....	33
3.4	Comparativa d'experiments	36
4	Referències	37
5	Annex 1. Llistat de material.....	39
6	Annex 2. Taules buides experiment muntanya russa	41
6.1	Experiment 1. Pla inclinat, segments 1 i 4	41
6.2	Experiment 2. Pla inclinat, segments 1 i 8	43
6.3	Experiment 3. Camí llarg, segments 1 i 8	45
6.4	Comparativa d'experiments	46
7	Annex 3. Plantilles amb els circuits	47

1 Introducció

En aquest document es presenta un manual tipus fes-t'ho tu mateix (en anglès do it yourself, sovint abreujat DIY) per a la construcció d'una maqueta d'una muntanya russa.

Aquesta maqueta serveix per: i) conèixer com es tracta el concepte d'energia en l'àmbit de l'Enginyeria Mecànica; ii) demostrar mitjançant l'experimentació, el principi de la conservació de l'energia, que és equivalent al teorema de l'energia en l'àmbit de les màquines i els mecanismes.

La maqueta es basa en una joguina amb un cost d'uns 70 € per facilitar que es pugui repetir l'experiment. S'han muntat dos tipus de sensors de velocitat. El primer model de sensors de velocitat són més cars i s'han utilitzat per establir els valors de referència. El segon model de sensors de velocitat, molt més econòmics es basen en components electrònics basats en la plataforma Arduino que segueix una filosofia de codi obert, per compartir tot el que es desenvolupa de forma senzilla. S'ha optat per prioritzar reduir el cost de desenvolupament de la maqueta i utilitzar processos de fabricació basats en impressió 3D que cada vegada són més utilitzats en centres educatius.

Aquest document s'emmarca dins el projecte ECOMEC, atorgat al grup de recerca Centre de Disseny d'Equips Industrials–Dinàmica de Màquines (CDEI-DM) en la convocatòria dels ajuts Joan Oró 2022 de la Fundació Catalana per a la Recerca i la Innovació. Per ampliar l'abast formatiu de la proposta es recomana visualitzar els vídeos del projecte ECOMEC penjats a la Zona UPC vídeos [1]. Els vídeos s'han de buscar filtrant pel títol *Objectius de Desenvolupament Sostenible. Una mirada des de l'Enginyeria Mecànica*.

En la primera part del document s'explica la construcció de la maqueta de la muntanya russa. En la segona part es fa la descripció de l'experiment per demostrar el principi de la conservació de l'energia. L'Annex 1 conté el llistat de material necessari per a la construcció de la maqueta. L'Annex 2 conté el recull de les taules per recopilar les dades de l'experiment. L'Annex 3 conté les plantilles amb els circuits proposats en l'experiment.

2 Maqueta muntanya russa

2.1 Descripció i especificacions de disseny

Per internet trobareu moltes alternatives per demostrar el principi de la conservació de l'energia a través d'experiments basats en una muntanya russa. Per exemple, en la referència [2] veureu una proposta de maqueta i la seva experimentació. En la referència [3] es proposa anar al Tibidabo i realitzar l'experiment analitzant la seva muntanya russa.

La metodologia de l'experiment consisteix en mesurar en dues posicions (o dos instants de temps) l'energia cinètica i l'energia potencial d'un cos que es mou pel circuit de la muntanya russa. Per això, es necessita mesurar la velocitat lineal d'un punt del cos en moviment i l'alçada respecte el punt de referència que s'agafa d'energia potencial igual a zero i que sovint és el terra.

El disseny que es proposa pren com a base la joguina SpaceRail Advanced 3200 cm Perpetual Roller Coaster nivell 5 [4]. Es pot aconseguir per un preu d'uns 70 €. Aquesta joguina presenta com a principal avantatge el seu cost reduït i la seva flexibilitat per muntar diferents circuits, no només la muntanya russa (Figura 1).



Figura 1. Space Rail Advanced 3200 cm Perpetual Roller Coaster 5 [4].

En la Figura 2 es mostra el muntatge final d'un dels circuits que es proposa per realitzar l'experiment, basat en aquesta joguina.

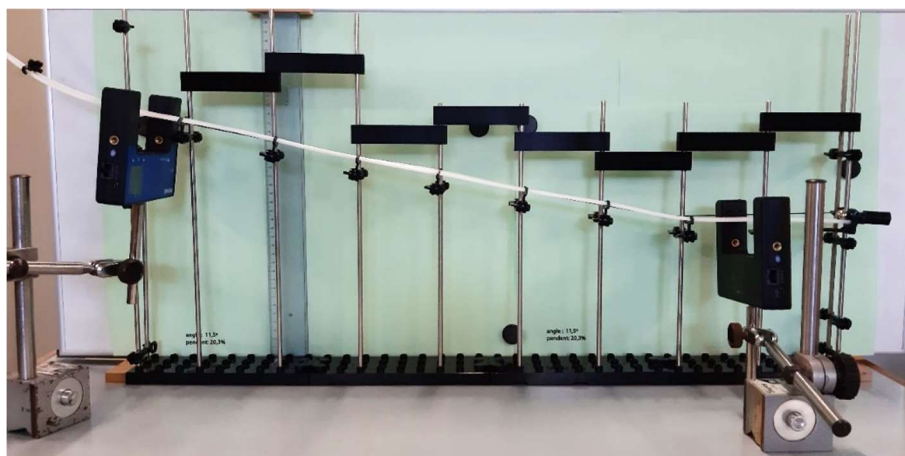


Figura 2. Muntatge maqueta amb el circuit del pla inclinat.

La maqueta es pot dividir en els següents elements principals:

- Plafó de fons.
 - Panell i potes.
 - Plantilles circuits.
- Circuit.
 - Esfera.
 - Pals (SpaceRail [4]).
 - Peces per fer les unions (SpaceRail [4]).
 - Base i unions base (SpaceRail [4]).
 - Peces impreses en 3D per fer més rígida l'estructura.
- Eina per mesurar alçada.
 - Conjunt corredora.
 - Tapa.
 - Corredora.
 - Regle de mínim 400 mm.
- Sensors de velocitat.
 - Sensors de velocitat comercials.
 - Sensors de velocitat PHYWE. Quantitat: 2.
 - Suport base magnètica. Quantitat: 2.
 - Sensors de velocitat basats en la plataforma Arduino.
 - Placa de desenvolupament Arduino Uno Rev3.
 - Placa d'expansió amb display LCD1602 i botons per Arduino.
 - Font d'alimentació 12 V i 2 A.
 - Cables elèctrics
 - Placa per fer connexions o Protoboard.
 - Sensors de velocitat basats en sensors d'obstacles d'infrarojos (IR). Quantitat: 4.
 - Capsa Arduino 3D.
 - Suport sensors 3D. Quantitat: 2
 - Eix per agafar sensors.
 - Suports magnètics comercials.
 - Codi del programa.

A l'Annex 1 es troba l'escandall de la maqueta amb totes les peces. En aquest mateix llistat es facilita l'enllaç a la plataforma Thingiverse especialitzada en compartir peces per ser fabricades amb una impressora 3D. Clicant a l'enllaç de Thingiverse creat pel projecte ECOMEC [5] es trobaran totes les peces en format .stl, compatible amb qualsevol impressora 3D.

A continuació es descriu el muntatge dels elements principals de la maqueta de la muntanya russa.

2.2 Plafó de fons

El plafó de fons serveix per enganxar les plantilles dels diferents circuits i actuar com a suport per recolzar un regle que facilita la mesura d'alçades en diferents punts. En la Figura 3 es mostra el plafó que s'ha utilitzat de dimensions 1005 mm d'amplada per 405 mm d'alçada i 20 mm de gruix. Aquest plafó és una pissarra tipus vileda reaprofitada, així que qualsevol element amb dimensions semblants serveix. S'han muntat unes potes de fusta de 190 mm de longitud i 10 mm d'alçada per evitar que es bolqui. S'han fet 2 forats a la pissarra i amb dos cargols allen i femelles de M3 per pota s'han collat a la pissarra. En collar les potes de fusta al plafó, cal assegurar-se que la distància entre les parets interiors de les potes de fusta és de 790 mm, l'amplada per poder-hi col·locar quatre bases del circuit (Figura 3).

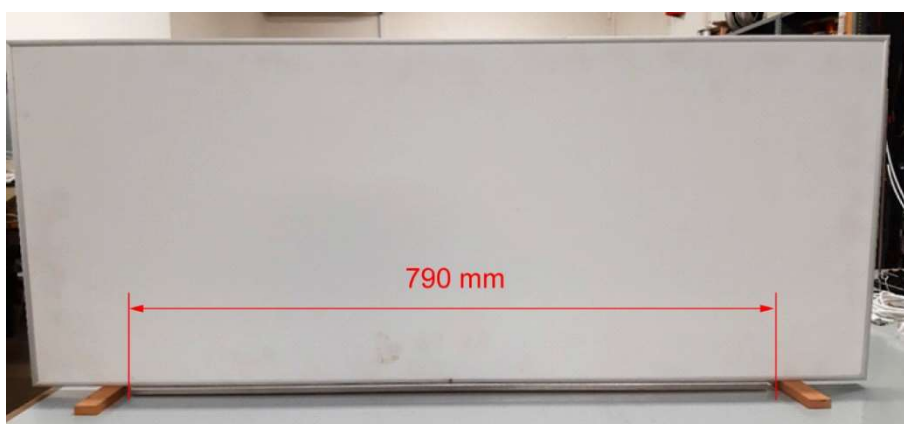


Figura 3. Pissarra tipus vileda reaprofitada.

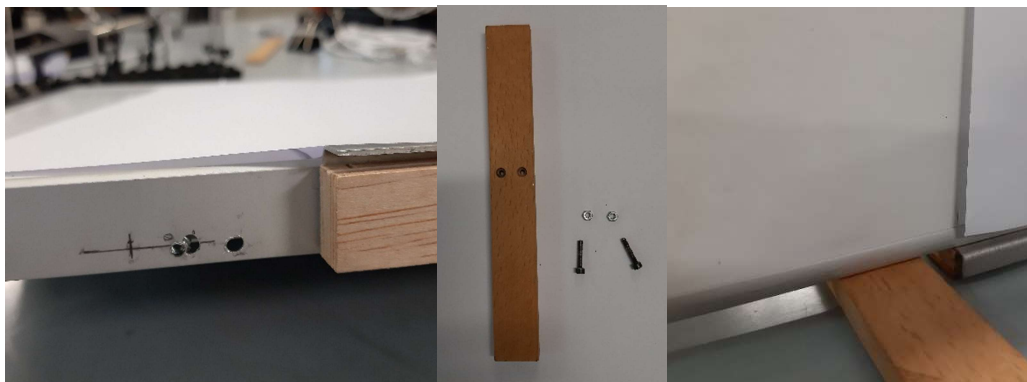


Figura 4. Muntatge de les potes de fusta.

Al plafó se li ha afegit un conjunt format per una placa de fusta contraplacada de 760 mm de longitud, per 20 mm d'amplada i 10 mm d'alçada que té enganxada amb cinta de doble cara una xapa d'acer de 1 mm de gruix que s'ha doblegat a 90 graus (Figura 5). Cal deixar un espai de 4 mm entre la xapa i la fusta. Aquesta xapa doblegada ajuda a fixar el plafó a les bases del circuit que tenen unes pestanyes de plàstic.

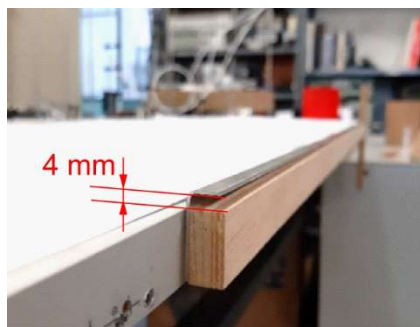


Figura 5. Pestanya metàl·lica per enganxar amb la base.

Sobre el plafó es munten la plantilla del circuit que es vol construir per a la muntanya russa. A l'Annex 3 es troben les plantilles amb els dos circuits proposats: Pla inclinat (Figura 6) i Camí llarg (Figura 7). S'han utilitzat dos fulls A-3 per a cada circuit. Per fixar-los al plafó s'han utilitzat diversos imants. Han de ser prou potents per aguantar les plantilles; s'ha col·locat un imant damunt la plantilla i un altre al darrere del plafó.

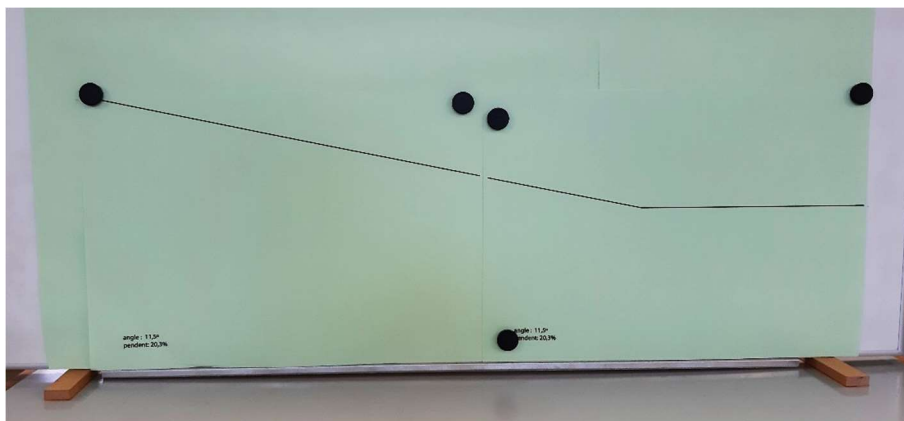


Figura 6. Plantilla pla inclinat fixada amb imants.

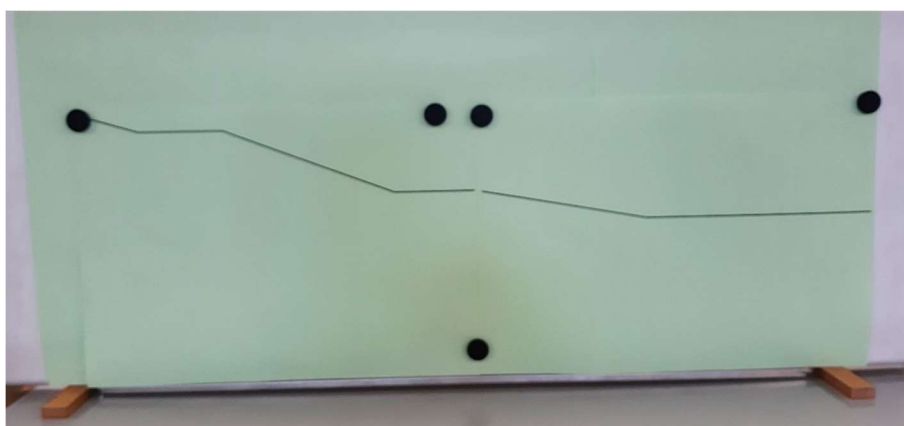


Figura 7. Plantilla camí llarg fixada amb imants.

2.3 Construcció dels circuits

En aquesta part de la maqueta s'utilitzen principalment les peces que venen en la joguina SpaceRail Advanced 3200 cm Perpetual Roller Coaster nivell 5 [4]. En aquest document, per explicar la construcció del circuit s'ha utilitzat la plantilla del pla inclinat. El muntatge del segon circuit és equivalent a l'exposat. Es comença muntant 4 bases utilitzant 2 unions en creu i una unió recta (Figura 8). En una de les bases (la de més a l'esquerra a la Figura 8) s'hi ha serrat una pestanya.



Figura 8. Bases del circuit i unions entre bases.

Començant per l'esquerra i per la base amb la pestanya serrada, s'ajunten totes les bases. Es col·loquen les peces d'unió en forma de creu i la peça d'unió recta entre la penúltima i l'última i es deixa l'última fila de forats lliure (Figura 9).



Figura 9. Unió bases del circuit.

Es necessiten 12 barres per muntar les columnes del circuit: 6 barres han de ser llargues, 5 barres han de ser mitjanes i 1 barra ha de ser curta (tot i que podria ser mitjana).



Figura 10. Barres per construir les columnes del circuit.

El parell de barres més extremes de la Figura 10 s'uneixen mitjançant les peces d'unió negres de la Figura 11, així s'aconsegueix fer més rígides les columnes més extremes del circuit. De forma orientativa, s'han muntat 5 unions en les columnes de més a l'esquerra i 3 a les columnes de més a la dreta (Figura 12).



Figura 11. Peces per fer unions entre barres.



Figura 12. Muntatge per fer més rígides les columnes extremes del circuit.

Es munten les dobles columnes més extremes. Començant per la dreta, s'instal·len 4 columnes mitjaneres amb una separació de 3 forats lliures entre columnes; és una

distància entre els centres de les columnes de 88 mm aproximadament, tal i com s'observa a la Figura 13.

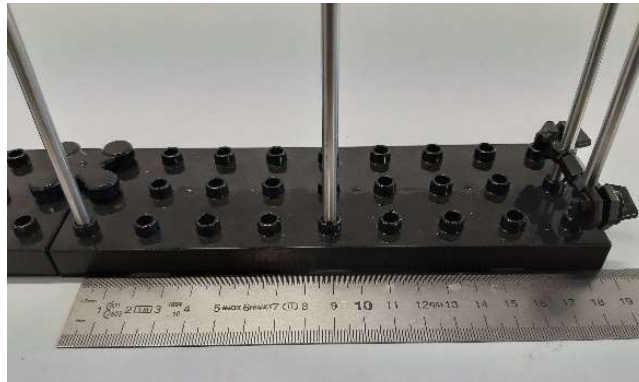


Figura 13. Muntatge de les columnes. Base de l'extrem dret.

Les 5 últimes columnes són de barres llargues (Figura 14). Entre la columna de més a l'esquerra i l'anterior és l'única on queden 2 forats lliures, en comptes de 3.

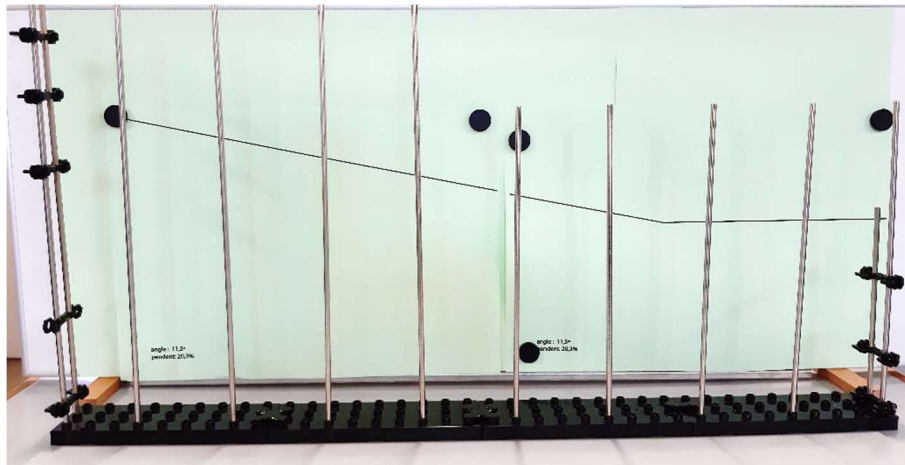


Figura 14. Muntatge de totes les columnes.

S'ajunta el plafó amb la base del circuit mitjançant la pestanya metàl·lica del plafó i les pestanyes posteriors de les bases (Figura 15).



Figura 15. Unió pestanyes base i plafó.

Les columnes delimiten 9 segments tal i com s'observa en la Figura 16.

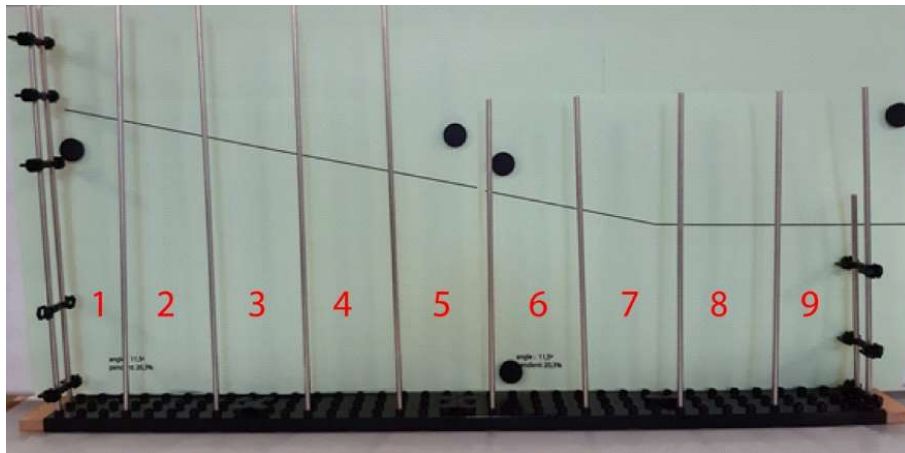


Figura 16. Circuit dividit en 9 segments.

S'imprimeixen en 3D les peces *Unió columnes circuit 3D* (Figura 17). Es disposa del fitxer .stl per fer-ho en la referència [5]. Se'n necessiten 8 i s'han fet amb material PLA.

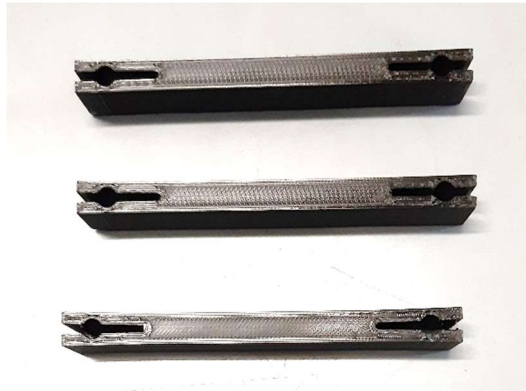


Figura 17. Peces unió columnes circuit.

Aquestes peces serveixen per donar rigidesa a les columnes i assegurar-se que estan verticals (Figura 18), tot i que no són estrictament necessàries.

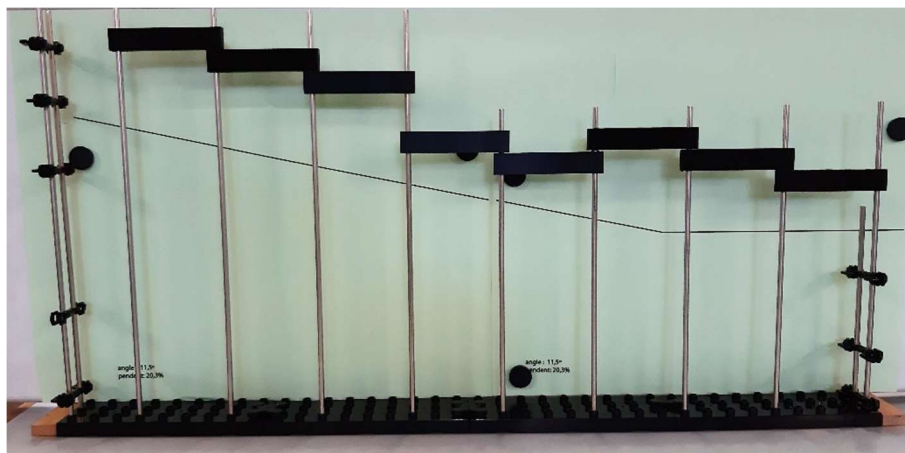


Figura 18. Muntatge suport unió columnes.

Ara s'ajusta la plantilla del circuit perquè quedi enrasada amb la columna de més a l'esquerra (Figura 19). Com que en l'experiment que es proposa s'han de muntar 2 circuits, es recomana marcar amb llapis el punt inicial.

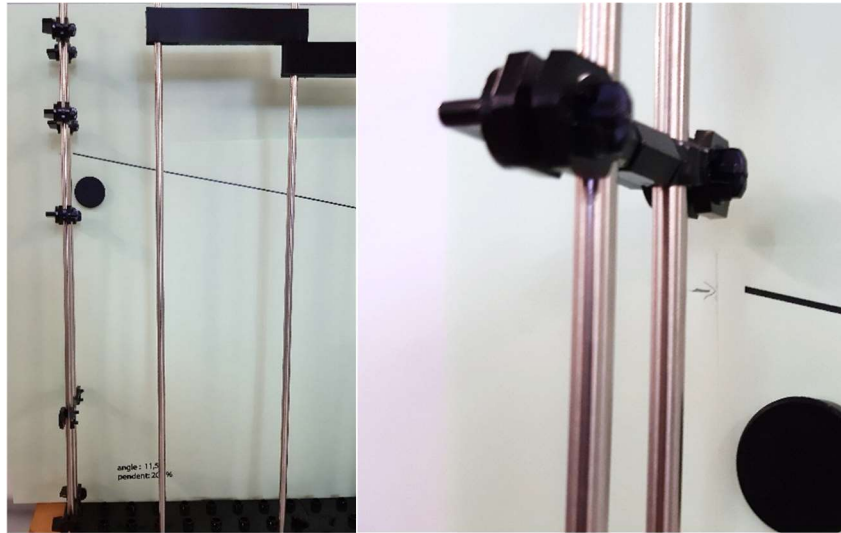


Figura 19. Fixar posició inicial de les plantilles de circuit.

De la bobina del cable de plàstic, s'han de tallar dos cables d'uns 900 mm de longitud per construir la pista del pla inclinat i la pista del camí llarg (Figura 21).



Figura 20. Bobina de cable i muntatge de la pista.

Es necessiten 10 unions com les de la Figura 21 per ajuntar la pista amb les columnes.



Figura 21. Peces per unir columnes amb la pista. Desmuntada i muntada.

En l'última columna, que és la columna de més a la dreta, s'ha de muntar un final de carrera, per aturar l'esfera (Figura 22).

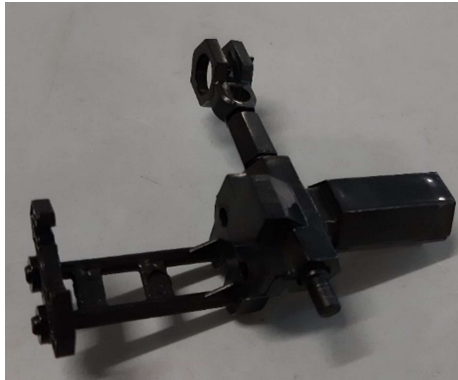


Figura 22. Peça final de carrera.

S'instal·la la pista a les columnes. Cal mirar de front la pista i fixar-se que el cable tapa la plantilla del recorregut. En la Figura 23 es mostra el circuit de pla inclinat i en la Figura 24 el circuit de camí llarg.

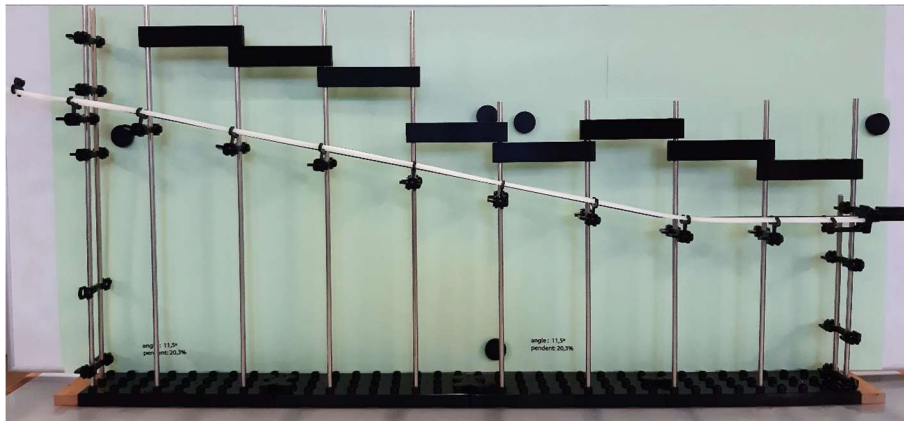


Figura 23. Pista pla inclinat.

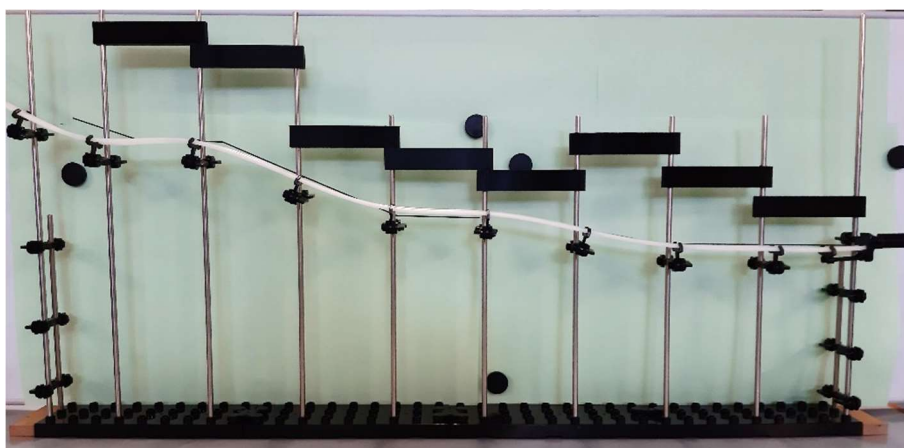


Figura 24. Pista camí llarg.

2.4 Instrument per mesurar alçada

Per mesurar l'alçada es proposa utilitzar un regle que es munta sobre una corredora que pot lliscar fàcilment en el marc de la pissarra (Figura 25). La corredora està formada per dues peces de fusta contraplacada. La primera, la tapa és una barra de 68 mm x 20 mm x 6 mm. La segona, la corredora és una peça de 68 mm x 45 mm x 20 mm; en aquesta peça s'ha de fer una ranura per fixar el regle i una altra ranura per facilitar el lliscament en el marc de la pissarra. Mitjançant dos cargols de fusteria de 2,5 mm de diàmetre i 13 mm de longitud total s'ha ajuntat la tapa i la corredora. El regle és de plàstic i té una longitud de com a mínim 400 mm i s'ha tallat l'extrem inferior per tal que el 0 quedi enrasat.

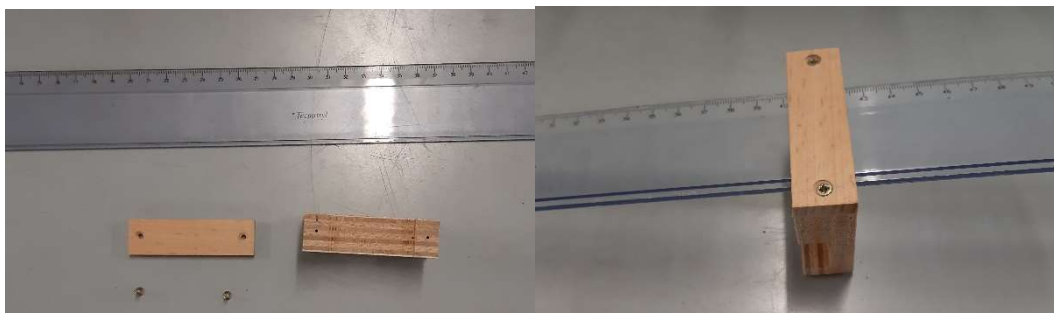


Figura 25. Muntatge de la regla i corredora

Com a nivell de referència d'energia potencial nul·la es proposa agafar les bases negres, ja que el 0 del regle hi queda enrasat (Figura 26).

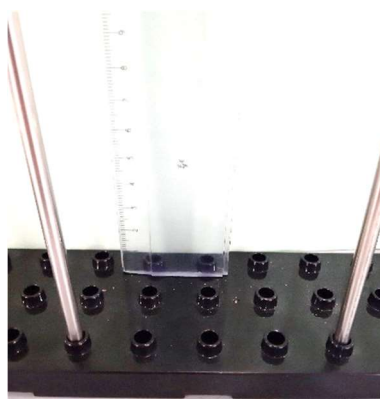


Figura 26. Enrasar el zero del regle amb les bases negres.

La corredora de fusta ajuda a mantenir vertical el regle i facilita el lliscament pel marc del plafó per tal de prendre mesures en diferents punts del circuit (Figura 27).



Figura 27. Corredora lliscant pel marc del plafó.

2.5 Sensors de velocitat comercials PHYWE

S'han comprat dos sensors de velocitat de la marca PHYWE [6] (Figura 28). Aquests sensors s'utilitzen per posar a punt la maqueta i validar els resultats obtinguts. Posteriorment, aquests valors de referència s'han utilitzat per calibrar una versió de baix cost de sensors de velocitats. Es necessiten 2 sensors per mesurar la velocitat a dos punts diferents de la pista. Aquests sensors permeten calcular l'energia cinètica.



Figura 28. Sensors de velocitat PHYWE.

Aquests sensors es subministren amb unes barres que faciliten la seva subjecció (Figura 28). La subjecció es realitza mitjançant uns suports magnètics comercials que permeten un ampli ventall de moviment en l'espai (Figura 29) [7].



Figura 29. Suports magnètics per posicionar els sensors de velocitat.

Cal instal·lar els sensors en el punt on es desitja mesurar la velocitat. En aquest cas, s'ha muntat al mig del segment 1 i al mig del segment 8 (Figura 30).

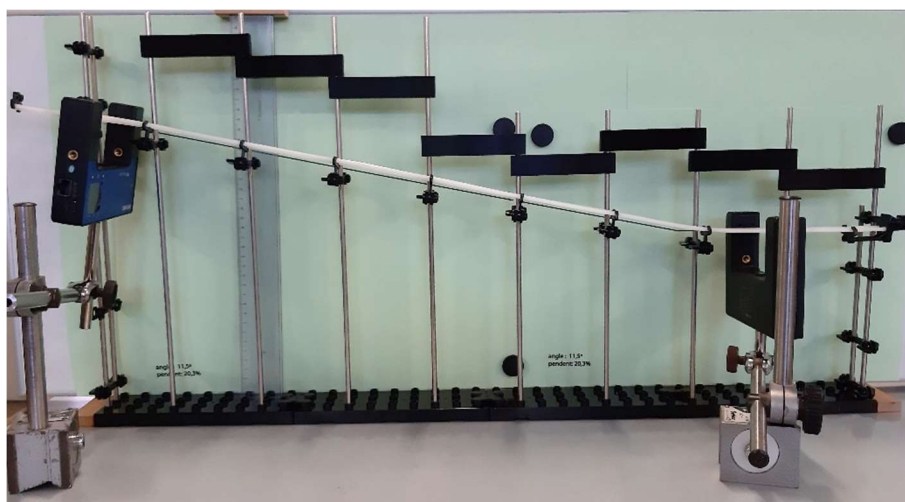


Figura 30. Muntatge dels sensors de velocitat en el circuit.

A l'instal·lar els sensors de velocitat, cal assegurar que la línia imaginària que es pot traçar entre les dues ranures de mesura és paral·lela a la pista del circuit i que el centre de l'esfera talla aquestes ranures en passar (Figura 31). Es pot utilitzar una peça de la joguina per aturar l'esfera (Figura 31) i calibrar la posició de les ranures vers la pista.

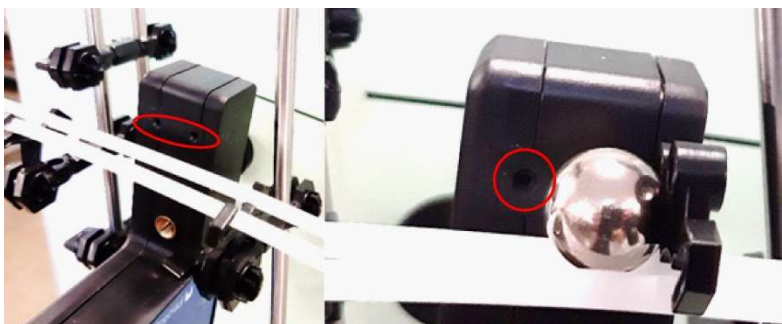


Figura 31. Posicionament de les ranures dels sensors amb l'esfera i el circuit.

La maqueta de la muntanya russa ja està preparada per començar els experiments.

2.6 Sensors de velocitats basats en la plataforma Arduino

Es proposa com a alternativa als sensors de velocitat comercials PHYWE, uns sensors basats en la plataforma Arduino, que segueixen la filosofia de codi obert i tenen un cost reduït. En la Figura 32 es mostren els sensors de velocitat muntants en la maqueta de la muntanya russa.

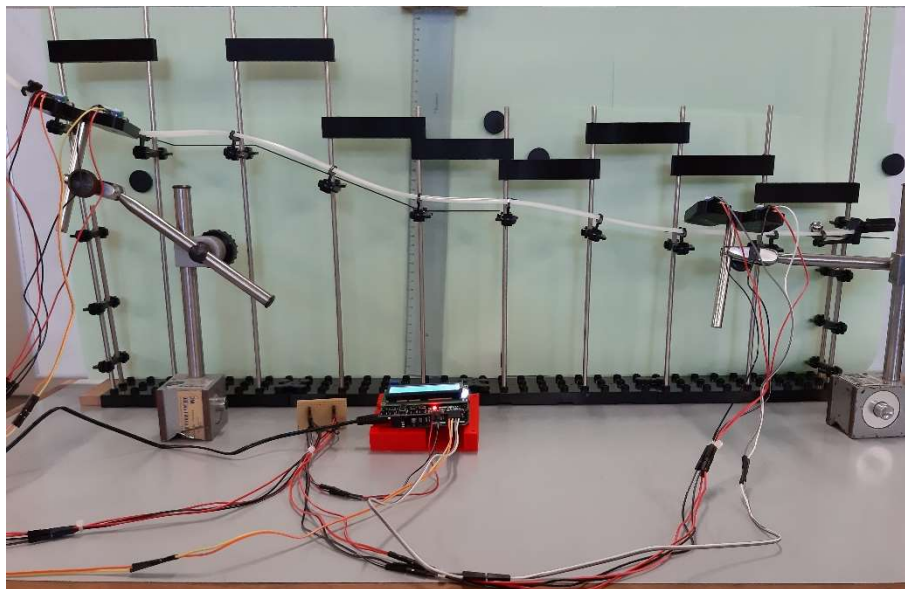


Figura 32. Sensors de velocitat basats en la plataforma Arduino.

Els principals components per realitzar el muntatge d'aquests sensors són:

- Placa de desenvolupament Arduino Uno Rev3 [8].
- Placa d'expansió amb display LCD1602 i botons per Arduino [9].
- Font d'alimentació 12 V i 2A [10].
- Cables elèctrics.
 - Connexions femella-femella[11].
 - Connexions mascle-femella [12].
 - Connexions mascle-mascle [13].
- Placa per fer connexions o Protoboard [14].
- Sensors de velocitat basats en sensors d'obstacles d'infrarojos (IR) [15]. Quantitat: 4.
- Capsa Arduino 3D.
- Suport sensors 3D. Quantitat: 2
- Eix per agafar sensors.
- Suports magnètics comercials.
- Codi del programa.

Per assegurar-se que hi ha prou potència per a tots els components electrònics, es proposa utilitzar la font d'alimentació de 12V i 2A [10] (Figura 33), enlloc d'alimentar l'Arduino via USB i un ordinador. Cal desconnectar la font d'alimentació per fer les connexions que s'expliquen a continuació.

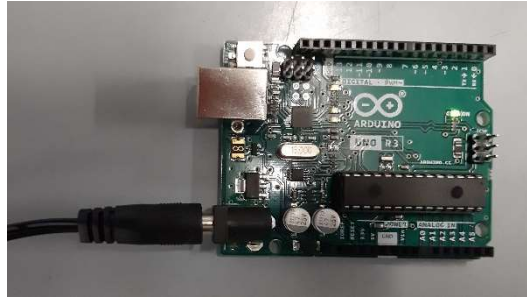


Figura 33. Arduino alimentat amb la font d'alimentació.

La pantalla LCD [9] és un mòdul (en anglès shield) per a la placa Arduino, la qual facilita la connexió entre els pins (Figura 35). La pantalla LCD incorpora uns botons per facilitar la navegació entre pantalles.

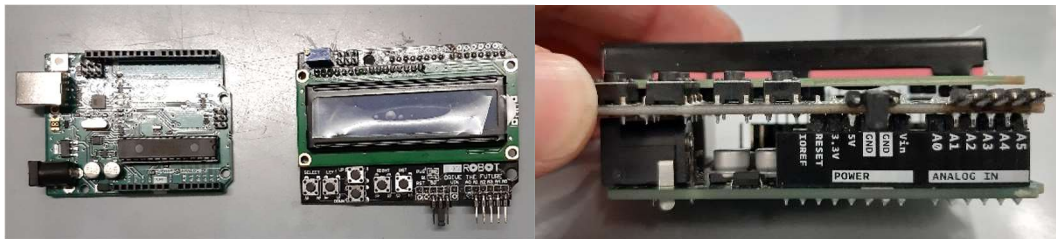


Figura 34. Connexió directa entre l'Arduino i el mòdul de pantalla LCD.

En la Figura 35 es mostren les connexions elèctriques a realitzar mitjançant els cables. Començant pel mòdul de la pantalla LCD, els cables vermells i negre són sortides per alimentar a 5 V tots els components electrònics (cable vermell 5 V, cable negre 0 V). Els cables de colors taronja, groc, gris i blanc permeten llegir les dades dels sensors. Com que hi ha 4 sensors es necessita un cable per a cada un i que l'Arduino pugui llegir-ne les dades mitjançant les entrades A1, A2, A3 i A4. L'ús de cables de cada color, facilita saber quin sensor s'està llegint en cada entrada.



Figura 35. Cablejat mòdul pantalla LCD.

La sortida de 5 V i 0 V s'envia a una placa de connexions (en anglès protoboard [14]) i es solden 5 connexions a 5V i 5 connexions a 0 V.

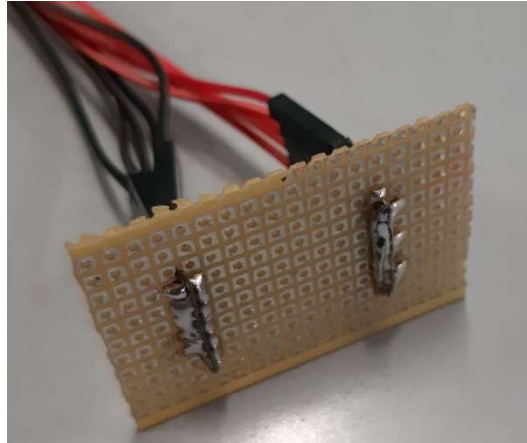


Figura 36. Soldadura de 5 cables amb 5 V i 0 V en una placa de connexions.
A cada sensor IR [15] es connecta un cable negre i un cable vermell (Figura 37).

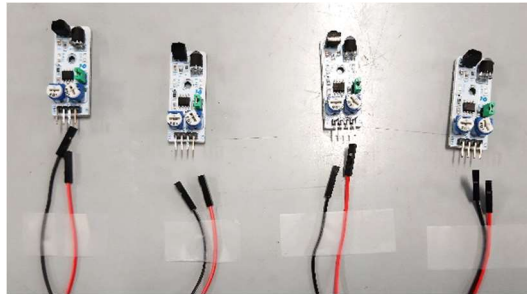


Figura 37. Cables d'alimentació dels sensors

Les connexions d'alimentació dels sensors IR es realitzen amb els pins que es mostren en la Figura 38.

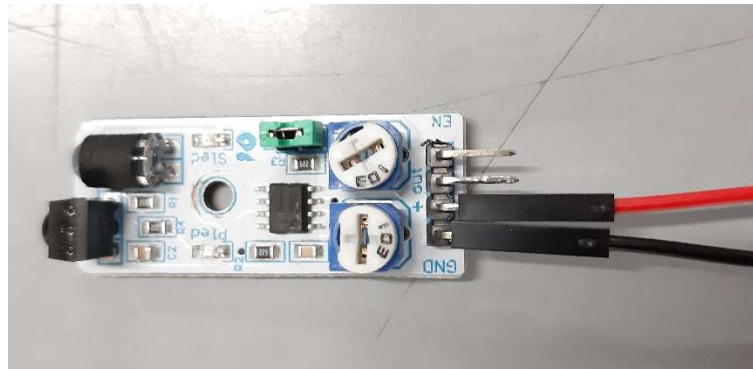


Figura 38. Alimentació de 5 V als pins del sensor.

Les connexions dels cables han de quedar com es mostra a la Figura 39. Per construir 1 sensor de velocitat es necessiten 2 sensors d'infrarojos IR.

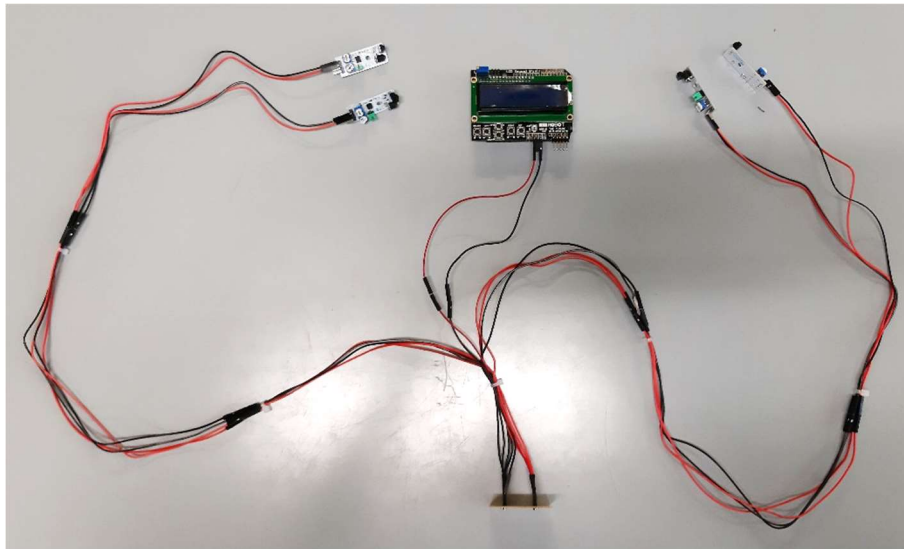


Figura 39. Cablejat per alimentar els 4 sensors.

Ara s'ha de connectar la sortida dels sensors a les entrades de l'Arduino (A1, A2, A3 i A4) amb els cables taronja, groc, gris i blanc. La connexió al sensor es realitza tal i com es mostra a la Figura 40.



Figura 40. Connexió sortida del 1r sensor del circuit cap a l'Arduino.

L'ordre de les connexions és important. El sensor que anirà primer en el circuit es connecta amb el cable taronja (entrada A1 Arduino), el segon amb el cable groc (entrada A2 Arduino), el tercer amb cable gris (entrada A3 Arduino) i el quart amb el cable blanc (entrada A4 Arduino). Les connexions han de quedar tal i com es mostra en la Figura 41.

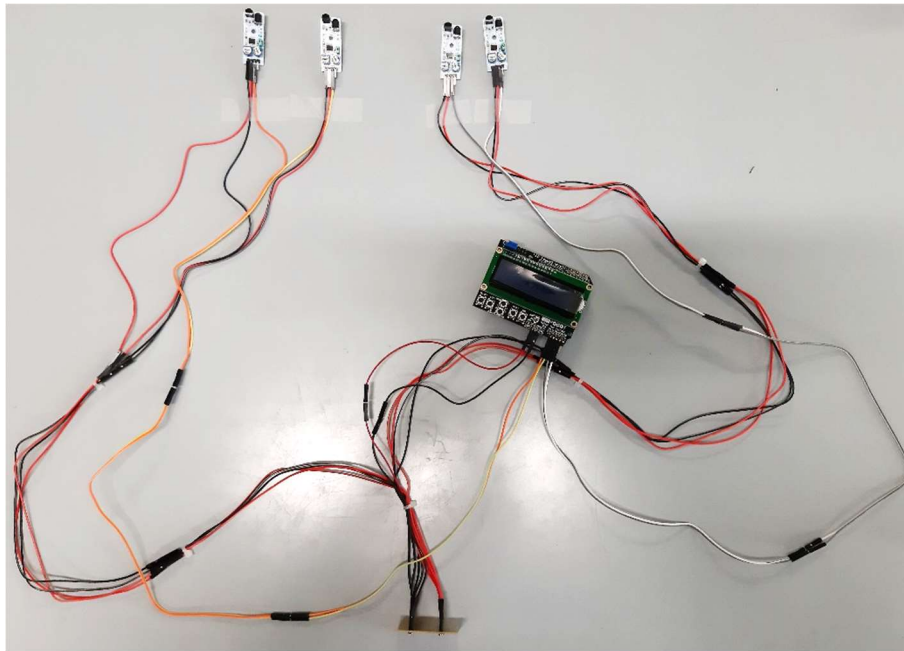


Figura 41. Connexions de cables finalitzada.

S'imprimeix amb una impressora 3D la peça *Suport sensors velocitat 3D*. L'arxiu es troba en format .stl en la referència [5]. Se n'han d'imprimir 2 còpies. Aquesta peça té una cara superior i una cara posterior (Figura 42).



Figura 42. Suport sensors de velocitat 3D. Esquerra cara superior.

Aquesta peça permet instal·lar 2 sensors d'infrarojos IR, amb una distància entre ells de 50 mm. Els sensors infrarojos permeten detectar quan un obstacle els creua. Sabent l'instant que l'obstacle creua el 1r sensor, la distància que hi ha entre els sensors i l'instant que l'obstacle creua el 2n sensor, es pot determinar la velocitat mitjana. Així és com amb 2 sensors d'infrarojos es pot construir un sensor de velocitat.

A la cara superior se li encasta una femella de M6 i a la cara posterior 2 femelles de M3 (Figura 43).



Figura 43. Femelles encastades al suport dels sensors.

Es recomana collar el suport dels sensors al suports magnètics per evitar que els cables elèctrics es cargolin. Es necessita un eix amb una part final rosca M6. S'ha aprofitat l'eix proporcionat amb els sensors comercials (Figura 28).

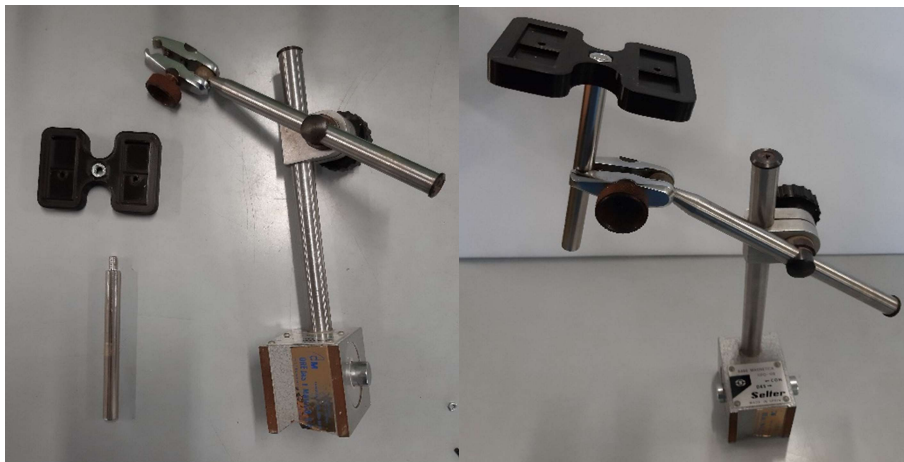


Figura 44. Collar el suport 3D al suport magnètic.

Mitjançant 2 cargols allen de M3 (longitud total 18 mm, longitud de rosca 15 mm) es collen els sensors al suport (Figura 45).

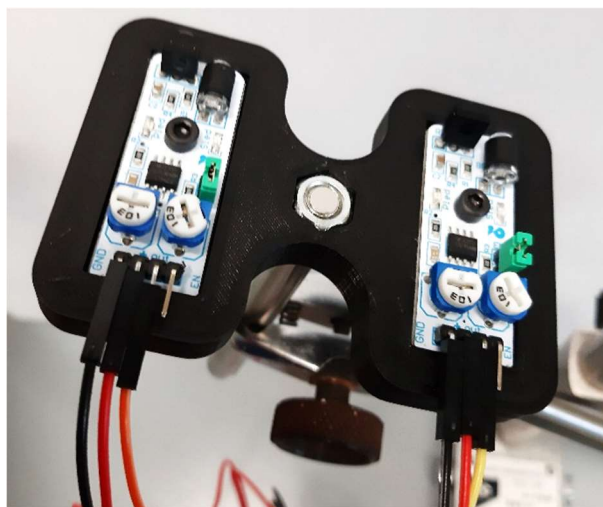


Figura 45. Fixació dels sensors al suport 3D.

S'imprimeix amb una impressora 3D la peça *Suport Arduino 3D*. L'arxiu .stl es troba en la referència [5]. Serveix com a estructura per suportar i protegir el conjunt Arduino i pantalla LCD (Figura 46).

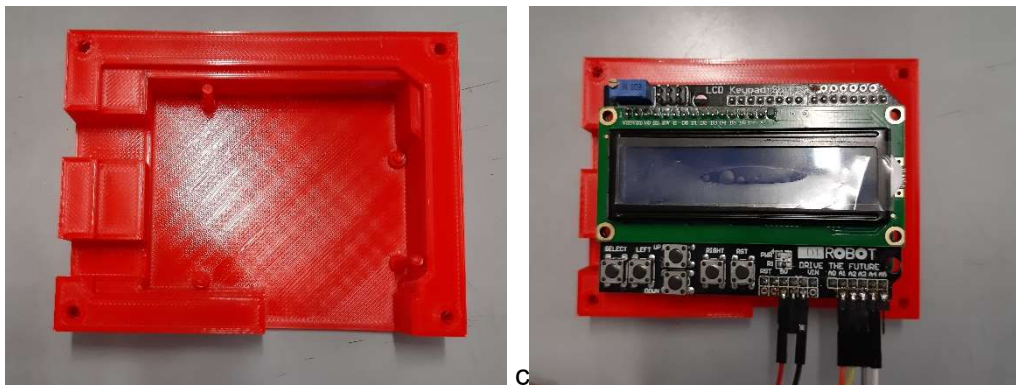


Figura 46. Caixa protectora Arduino i Pantalla.

S'endolla la font d'alimentació a l'Arduino i els dispositius ja estan preparats per a realitzar l'experiment, tal i com es mostrava en la Figura 32. A la pantalla LCD es llegeixen les mesures del 1r i 2n sensor de velocitat (Figura 47).

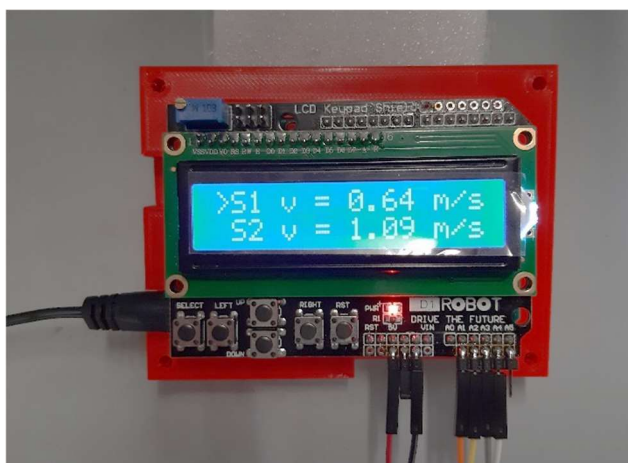


Figura 47. Lectura dels sensors de velocitat.

El programa o codi dels sensors s'ha penjat en obert a la plataforma Github [16]. S'ha de baixar l'arxiu amb extensió .ino. El codi està comentat pas a pas per facilitar la seva comprensió. Aquest codi s'ha de carregar en un ordinador dins de l'entorn gratuït de programació de l'Arduino IDE [17]. Mitjançant un cable USB es passa el programa de l'ordinador a dins del microcontrolador Arduino.

El cicle principal del codi (en anglès loop) està format per les següents funcions (o serveis) principals:

- global_ms: temporitzador de milisegons.
- gest_Buttons(): gestiona la pulsació de les tecles el teclat del display LCD.
- gest_SensorsIR(): gestiona la màquina d'estats dels sensors IR i calcula el temps, la velocitat i l'acceleració.

- `gest_Display()`: gestiona les diferents pantalles del display LCD, on es visualitzen les velocitats dels sensors de velocitat 1 i 2, i l'acceleració mitjana entre els sensors de velocitat.
- A la funció `setup` es configuren els diferents dispositius.

Aquest codi s'ha programat per tal que els sensors puguin donar acceleracions. És una ampliació suggerida que no es requereix per a l'experiment de la muntanya russa.

3 Descripció de l'experiment

L'experiment consisteix en comprovar, el principi de conservació de l'energia, o el que és el mateix el teorema de l'energia, en l'àmbit de les màquines i mecanismes, utilitzant energies i treballs propis de l'Enginyeria Mecànica. Aquest manual té associat un vídeo (Zona Vídeo UPC [1]) on podreu veure l'experiment que s'ha realitzat.

En aquesta maqueta, el carretó de la muntanya russa, s'ha substituït per una esfera que rodola sobre les pistes per facilitar la seva construcció, tot i que això afegeix complexitat a l'hora de calcular l'energia cinètica del cos en moviment.



Figura 48. Substitució del carretó per una esfera en la muntanya russa.

Si es tingués el carretó, aquest realitza un moviment de translació i la seva energia cinètica seria:

$$E_{c \text{ trans}} = \frac{1}{2}mv^2$$

On m és la massa de la esfera (igual a 8,5 grams) i v és el mòdul de la velocitat del centre de l'esfera al quadrat.

L'esfera realitza un moviment de translació i a l'hora realitza un moviment de rotació. Se sap que l'energia cinètica de rotació d'una esfera és igual a

$$E_{c \text{ rot}} = \frac{1}{2}I_G\omega^2$$

On I_G és el moment d'inèrcia de l'esfera respecte d'un eix i ω és el mòdul de la velocitat angular de l'esfera. Per a una esfera I_G es calcula com

$$I_G = \frac{2}{5}mr^2$$

On r és el radi de l'esfera, que és igual a 12,7 mm.

Suposant rodolament perfecte, la velocitat del centre de l'esfera es pot trobar com,

$$v = \omega r$$

I per tant la seva velocitat angular es pot reescriure com,

$$\omega = \frac{v}{r}$$

Substituint les expressions trobades a l'expressió de l'energia cinètica de rotació es troba que

$$E_{c\text{ rot}} = \frac{1}{2}I_G\omega^2 = \frac{1}{2}\frac{2}{5}mr^2\left(\frac{v}{r}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{2}{5}mr^2\frac{v^2}{r^2} = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}m\right)v^2$$

Totes les taules necessàries per a la presa de mesures experimentals es troben en l'Annex 3.

3.1 Experiment 1. Pla inclinat. Sensors de velocitat segments 1 i 4.

Es munta la pista corresponent al pla inclinat. Els sensors de velocitat s'instal·len en el segment 1 i en el segment 4 (Figura 49).

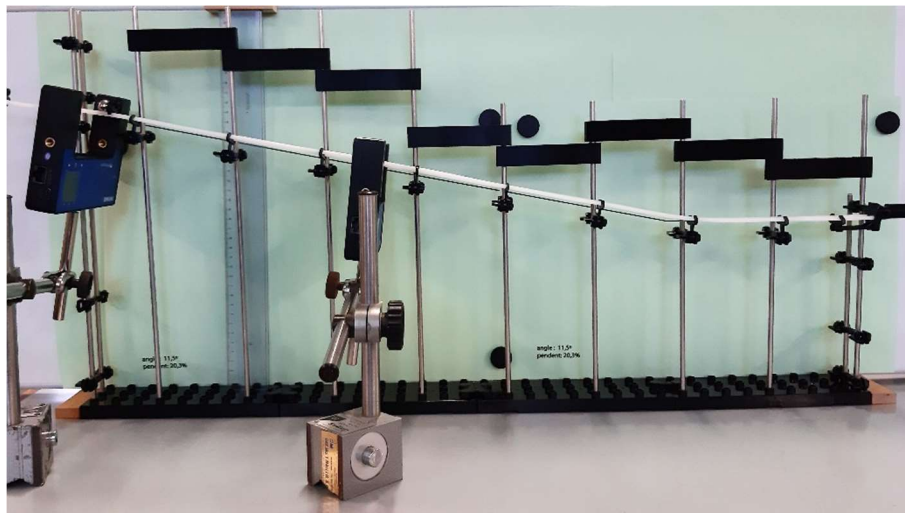


Figura 49. Pla inclinat. Sensors en la posició 1 i 4.

Es mesura l'alçada a la sortida dels sensors (segment 1 i segment 4), amb l'ajuda del regle del plafó. S'ha de mesurar l'alçada que correspondria al centre de l'esfera. S'ha utilitzat una peça de plàstic de la joguina per parar l'esfera i amb un altre regle s'ha mesurat amb més facilitat l'alçada del seu centre (Figura 50).

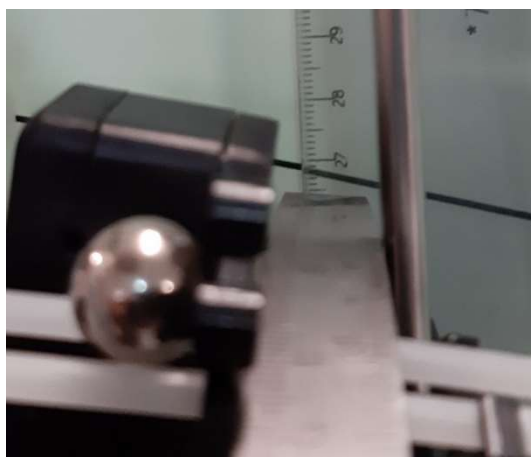


Figura 50. Mesura de l'alçada en el segment 1.

Es realitzen 5 llançaments i s'anoten les velocitats de la posició inicial i de la posició final. Cal assegurar que la velocitat inicial en el primer sensor és pràcticament la mateixa per a tots els llançaments. Això significa que comenceu l'experiment en posicions força similars. En cas que no sigui així, cal repetir el llançament. Es va omplint la següent taula:

Repetició	v_1 [m/s]	h_1 [mm]	v_2 [m/s]	h_2 [mm]
1				
2				
3				
4				
5				

Es mostra l'exemple de les 5 mesures que es troben en els vídeos del projecte [1].

Repetició	v_1 [m/s]	h_1 [mm]	v_2 [m/s]	h_2 [mm]
1	0,56	265	0,89	223
2	0,57	265	0,90	223
3	0,56	265	0,90	223
4	0,55	265	0,89	223
5	0,55	265	0,89	223

Amb les següents fórmules s'omple la taula de sota, per a la posició inicial (estat 1) i per a la posició final (estat 2). S'ha d'anar en compte amb les unitats. Es proposa utilitzar com a unitat d'energia els miliJoules [mJ] d'acord als ordres de magnitud que hi ha en l'experiment de la muntanya russa.

$$m = 0,085 \text{ kg}$$

$$E_{c \text{ trans}} = \frac{1}{2} m |\vec{v}|^2$$

$$E_{c \text{ rot}} = 0,4 E_{c \text{ trans}}$$

$$E_{c \text{ esfera}} = E_{c \text{ trans}} + E_{c \text{ rot}}$$

$$E_p = mgh$$

$$E_m = E_{c \text{ esfera}} + E_p$$

Repetició	v_1 [m/s]	$E_{c,trans}1$ [mJ]	$E_{c,rot}1$ [mJ]	$E_{c,esfera}1$ [mJ]	h_1 [mm]	E_p1 [mJ]	E_m1 [mJ]
1							
2							
3							
4							
5							

Repetició	v_2 [m/s]	$E_{c,trans}2$ [mJ]	$E_{c,rot}2$ [mJ]	$E_{c,esfera}2$ [mJ]	h_2 [mm]	E_p2 [mJ]	E_m2 [mJ]
1							
2							
3							
4							
5							

Es mostra un exemple per a la posició inicial (segment 1), estat 1 i per a la posició final (segment 4), estat 2.

Repetició	v_1 [m/s]	$E_{c,trans}]_1$ [mJ]	$E_{c,rot}]_1$ [mJ]	$E_{c,esfera}]_1$ [mJ]	h_1 [mm]	$E_p]_1$ [mJ]	$E_m]_1$ [mJ]
1	0,56	1,33	0,53	1,87	265	22,1	23,96
2	0,57	1,38	0,55	1,93	265	22,1	24,03
3	0,56	1,33	0,53	1,87	265	22,1	23,96
4	0,55	1,29	0,51	1,80	265	22,1	23,90
5	0,55	1,29	0,51	1,80	265	22,1	23,90

Repetició	v_2 [m/s]	$E_{c,trans}]_2$ [mJ]	$E_{c,rot}]_2$ [mJ]	$E_{c,esfera}]_2$ [mJ]	h_2 [mm]	$E_p]_2$ [mJ]	$E_m]_2$ [mJ]
1	0,89	3,37	1,35	4,71	223	18,59	23,31
2	0,90	3,44	1,38	4,82	223	18,59	23,41
3	0,90	3,44	1,38	4,82	223	18,59	23,41
4	0,89	3,37	1,35	4,71	223	18,59	23,31
5	0,89	3,37	1,35	4,71	223	18,59	23,31

Ara es calcula la diferència d'energia mecànica entre l'estat 1 i l'estat 2 i la diferència relativa per a cadascun dels experiments; se'n mostra un exemple:

Repetició	$E_m]_1$ [mJ]	$E_m]_2$ [mJ]	$E_m]_1 - E_m]_2$ [mJ]	$(E_m]_1 - E_m]_2) / E_m]_1$ [%]
1				
2				
3				
4				
5				

Repetició	$E_m]_1$ [mJ]	$E_m]_2$ [mJ]	$E_m]_1 - E_m]_2$ [mJ]	$(E_m]_1 - E_m]_2) / E_m]_1$ [%]
1	23,96	23,31	0,66	2,7 %
2	24,03	23,41	0,62	2,6 %
3	23,96	23,41	0,55	2,3 %
4	23,90	23,31	0,59	2,5 %
5	23,90	23,31	0,59	2,5 %

3.2 Experiment 2. Pla inclinat. Sensors de velocitat segments 1 i 8.

Es repeteix l'experiment deixant el sensor de velocitat en el segment 1 i l'altre es mou al segment 8 (Figura 51).



Figura 51. Posició dels sensors de velocitat segment 1 i segment 8.

Es mesura l'alçada a la sortida del sensor posicionat al segment 8, ja que és l'únic que s'ha mogut. Es realitzen 5 llançaments i s'anoten les velocitats de la posició inicial i de la posició final. Cal assegurar que la velocitat inicial en el sensor del segment 1 sempre és la mateixa. En cas que no, cal repetir el llançament. S'omple la següent taula:

Repetició	v_1 [m/s]	h_1 [mm]	v_2 [m/s]	h_2 [mm]
1				
2				
3				
4				
5				

Es mostra un exemple, que es troba en el vídeo [1].

Repetició	v_1 [m/s]	h_1 [mm]	v_2 [m/s]	h_2 [mm]
1	0,56	265	1,11	167
2	0,57	265	1,11	167
3	0,57	265	1,12	167
4	0,57	265	1,11	167
5	0,57	265	1,11	167

Amb les mateixes fórmules anteriors s'omple la taula de sota, per a la posició inicial (estat 1) i posició final (estat 2, corresponent a segment 8). S'ha d'anar en compte amb les unitats. Es proposa utilitzar com a unitat d'energia els miliJoules [mJ] d'acord als ordres de magnitud que hi ha en l'experiment de la muntanya russa.

Repetició	v_1 [m/s]	$E_{c,trans}1$ [mJ]	$E_{c,rot}1$ [mJ]	$E_{c,esfera}1$ [mJ]	h_1 [mm]	E_p1 [mJ]	E_m1 [mJ]
1							
2							
3							
4							
5							

Repetició	v_2 [m/s]	$E_{c,trans}2$ [mJ]	$E_{c,rot}2$ [mJ]	$E_{c,esfera}2$ [mJ]	h_2 [mm]	E_p2 [mJ]	E_m2 [mJ]
1							
2							
3							
4							
5							

Es recullen les dades dels 5 llançaments del vídeo [1].

Repeticició	v_1 [m/s]	$E_{c,trans}1$ [mJ]	$E_{c,rot}1$ [mJ]	$E_{c,esfera}1$ [mJ]	h_1 [mm]	E_p1 [mJ]	E_m1 [mJ]
1	0,56	1,33	0,53	1,87	265	22,1	23,96
2	0,57	1,38	0,55	1,93	265	22,1	24,03
3	0,57	1,38	0,55	1,93	265	22,1	24,03
4	0,57	1,38	0,55	1,93	265	22,1	24,03
5	0,57	1,38	0,55	1,93	265	22,1	24,03

Repeticició	v_2 [m/s]	$E_{c,trans}2$ [mJ]	$E_{c,rot}2$ [mJ]	$E_{c,esfera}2$ [mJ]	h_2 [mm]	E_p2 [mJ]	E_m2 [mJ]
1	1,11	5,24	2,09	7,33	167	13,93	21,26
2	1,11	5,24	2,09	7,33	167	13,93	21,26
3	1,12	5,33	2,13	7,46	167	13,93	21,39
4	1,11	5,24	2,09	7,33	167	13,93	21,26
5	1,11	5,24	2,09	7,33	167	13,93	21,26

Es calcula la diferència d'energia mecànica entre l'estat 1 i l'estat 2 i la diferència relativa per cadascun dels experiments.

Repeticició	E_m1 [mJ]	E_m2 [mJ]	$E_m1 - E_m2$ [mJ]	$(E_m1 - E_m2) / E_m1$ [%]
1				
2				
3				
4				
5				

Repetició	$E_m]_1$ [mJ]	$E_m]_2$ [mJ]	$E_m]_1 - E_m]_2$ [mJ]	$(E_m]_1 - E_m]_2) / E_m]_1$ [%]
1	23,96	21,26	2,71	11,3 %
2	24,03	21,26	2,77	11,5 %
3	24,03	21,39	2,64	11 %
4	24,03	21,26	2,77	11,5 %
5	24,03	21,26	2,77	11,5 %

3.3 Experiment 3. Camí llarg. Sensors de velocitat segments 1 i 8.

Es repeteix l'experiment muntant la pista corresponent al camí llarg. Els sensors de velocitat s'ubiquen en el segment 1 i 8 (Figura 52).

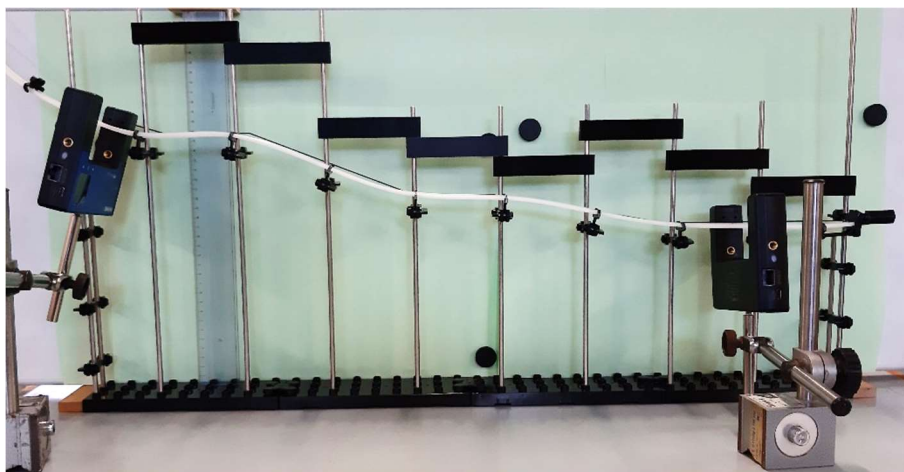


Figura 52. Circuit camí llarg.

Es mesura de nou l'alçada a la sortida dels sensors (segment 1 i segment 8), amb l'ajuda del regle del plafó. Cal assegurar que el sensor en el segment 1 està a la mateixa alçada aproximada que la dels anteriors experiments. La idea és que es pugui partir de la mateixa energia mecànica inicial.

Es realitzen 5 llançaments i s'anoten les velocitats de la posició inicial i de la posició final. Cal assegurar que la velocitat inicial en el sensor inicial sempre és la mateixa. En cas que no, cal repetir el llançament. S'omple la següent taula:

Repetició	v_1 [m/s]	h_1 [mm]	v_2 [m/s]	h_2 [mm]
1				
2				
3				
4				
5				

Es mostra l'exemple de les 5 mesures que es troben en els vídeos del projecte [1].

Repetició	v_1 [m/s]	h_1 [mm]	v_2 [m/s]	h_2 [mm]
1	0,56	265	1,04	167
2	0,57	265	1,07	167
3	0,57	265	1,05	167
4	0,58	265	1,05	167
5	0,58	265	1,05	167

Amb les mateixes fórmules anteriors s'omplen la taula de sota, per a la posició inicial (estat 1) i posició final (estat 2, corresponent a segment 8). Se'n mostra un exemple [1].

Repetició	v_1 [m/s]	$E_{c,trans}1$ [mJ]	$E_{c,rot}1$ [mJ]	$E_{c,esfera}1$ [mJ]	h_1 [mm]	E_p1 [mJ]	E_m1 [mJ]
1	0,56	1,33	0,53	1,87	265	22,1	23,96
2	0,57	1,38	0,55	1,93	265	22,1	24,03
3	0,57	1,38	0,55	1,93	265	22,1	24,03
4	0,58	1,43	0,57	2	265	22,1	24,1
5	0,58	1,43	0,57	2	265	22,1	24,1

Repetició	v_2 [m/s]	$E_{c,trans}]_2$ [mJ]	$E_{c,rot}]_2$ [mJ]	$E_{c,esfera}]_2$ [mJ]	h_2 [mm]	$E_p]_2$ [mJ]	$E_m]_2$ [mJ]
1	1,04	4,6	1,84	6,44	167	13,93	20,36
2	1,07	4,87	1,95	6,81	167	13,93	20,74
3	1,05	4,69	1,87	6,56	167	13,93	20,49
4	1,05	4,69	1,87	6,56	167	13,93	20,49
5	1,05	4,69	1,87	6,56	167	13,93	20,49

Es calcula la diferència d'energia mecànica entre l'estat 1 i l'estat 2 i la diferència relativa per a cadascun dels experiments.

Repetició	$E_m]_1$ [mJ]	$E_m]_2$ [mJ]	$E_m]_1 - E_m]_2$ [mJ]	$(E_m]_1 - E_m]_2) / E_m]_1$ [%]
1				
2				
3				
4				
5				

Es mostra un exemple, que es troba en el vídeo [1].

Repetició	$E_m]_1$ [mJ]	$E_m]_2$ [mJ]	$E_m]_1 - E_m]_2$ [mJ]	$(E_m]_1 - E_m]_2) / E_m]_1$ [%]
1	23,96	20,36	3,60	15 %
2	24,03	20,74	3,29	13,7 %
3	24,03	20,49	3,55	14,8 %
4	24,1	20,49	3,61	15 %
5	24,1	20,49	3,61	15 %

3.4 Comparativa d'experiments

Es recopilen les dades en la següent taula:

Repetició	Pla inclinat (segment 1 i 4) $(E_m]_1 - E_m]_2) / E_m]_1$ [%]	Pla inclinat (segment 1 i 8) $(E_m]_1 - E_m]_2) / E_m]_1$ [%]	Camí llarg (segment 1 i 8) $(E_m]_1 - E_m]_2) / E_m]_1$ [%]
1			
2			
3			
4			
5			

Es mostra un exemple, que es troba en el vídeo [1].

Repetició	Pla inclinat (segment 1 i 4) $(E_m]_1 - E_m]_2) / E_m]_1$ [%]	Pla inclinat (segment 1 i 8) $(E_m]_1 - E_m]_2) / E_m]_1$ [%]	Camí llarg (segment 1 i 8) $(E_m]_1 - E_m]_2) / E_m]_1$ [%]
1	2,7 %	11,3 %	15 %
2	2,6 %	11,5 %	13,7 %
3	2,3 %	11 %	14,8 %
4	2,5 %	11,5 %	15 %
5	2,5 %	11,5 %	15 %

Segons el principi de la conservació de l'energia, o el teorema de l'energia, si l'energia no es crea ni es destrueix, sinó que només es transforma:

- Què se n'ha fet de la diferència d'energia?
- Perquè és més gran en el cas que hem posat els sensors més allunyats?
- Perquè en el cas que comencem des de la mateixa alçada i arribem a la mateixa alçada final (experiment 3, camí llarg) però per un camí més llarg també hi ha més diferència?

Les respostes a aquestes preguntes les trobareu en el vídeo que s'ha creat en el projecte. El trobareu a la referència [1].

4 Referències

- [1] UPC. "Zona vídeo UPC. Objectius de desenvolupament sostenible. Una mirada des de l'Enginyeria Mecànica." <https://zonavideo.upc.edu/> (consultat el 7 de juny del 2023).
- [2] D. Madden. "You tube. Roller Coaster Lab 1: Conservation of Energy: Physics Distance Learning." <https://www.youtube.com/watch?v=uPVBhcU8aA8> (consultat el 7 de juny del 2023).
- [3] UPC. "Experimenta la física al Tibidabo. FISIDABO." <https://fisidabo.upc.edu/ca/dossiers-dels-experiments/20-fisidabo-muntanya-russa-energia.pdf/view> (consultat el 7 de juny del 2023).
- [4] Amazon. "Space Rail Advanced 3200 cm Perpetual Roller Coaster." <https://www.amazon.es/IGGI-Decoraci%C3%B3n-modelismo-ferroviario-GH-231-5/dp/B00IF4BGX8?th=1> (consultat el 7 de juny del 2023).
- [5] Thingiverse. "Projecte ECOMEC. Peces experiment muntanya russa." <https://www.thingiverse.com/thing:6085674> (consultat el 19 de juny del 2023).
- [6] Phywe. "Cobra SMARTsense Dual Photogate - Double light barrier 0 ... ∞ s (Bluetooth + USB)." <https://www.phywe.com/physics/mechanics/circular-motion-rotation/cobra-smartsense-dual-photogate-double-light-barrier-0-s-bluetooth-usb-11510-12543/> (consultat el 7 de juny del 2023).
- [7] Selter. "Suports magnètics." <https://www.selter.es/es/productos/soportes-magneticos-para-reloj-comparador/soportes-magneticos/> (consultat el 7 de juny del 2023).
- [8] Diotronic. "Placa de desenvolupament ARDUINO Uno Rev3." <https://diotronic.com/placas/15499-avr-arduino-uno-rev-3> (consultat el 19 de juny del 2023).
- [9] Diotronic. "Placa d'expansió amb display LCD1602 i botons per Arduino." <https://diotronic.com/accesorios-y-sensores/15408-lcd-key-shield> (consultat el 19 de juny del 2023).
- [10] Diotronic. "Font d'alimentació 12 V i 2A." <https://diotronic.com/alimentadores-fijos-dc/7207-alimentador-12v-1-5a-estabiliz> (consultat el 19 de juny del 2023).
- [11] Diotronic. "Cables femella-femella." <https://diotronic.com/accesorios-y-sensores/15454-cable-40cts-30cm-hembra-hembra> (consultat el 19 de juny del 2023).
- [12] Diotronic. "Cables mascle-femella." <https://diotronic.com/accesorios-y-sensores/15213-cable-40cts-30cm-macho-hembra> (consultat el 19 de juny del 2023).
- [13] Diotronic. "Cables mascle-mascle." <https://diotronic.com/accesorios-y-sensores/15201-cable-40cts-30cm-macho-macho> (consultat el 19 de juny del 2023).
- [14] Diotronic. "Placa per fer connexions o protoboard." <https://diotronic.com/modulos-proto-board/6080-placa-board-400-puntos> (consultat el 19 de juny del 2023).

[15] Diotronic. “Sensor d’obstacles d’infrarojos (IR) per construir els sensors de velocitat.” <https://diotronic.com/accesorios-y-sensores/16855-detector-de-obstaculos-ir>

(consultat el 19 de juny del 2023).

[16] Github. “Codi dels sensors de velocitat. Projecte ECOMEC.” <https://github.com/paucatalaupc/Projecte-ECOMEC-Sensors-de-velocitat.git> (consultat el 19 de juny del 2023).

[17] Arduino. “Plataforma de programació Arduino IDE.” <https://www.arduino.cc/en/software> (consultat el 19 de juny del 2023).

5 Annex 1. Llistat de material

Taula 1. Escandall del material necessari

	Quantitat	Material	Descripció
Plafó	1	Tipus pissarra vileda	Dimensions aproximades 1005 mm x 405 mm x 20 mm
Potes de fusta	2	Fusta	Longitud 190 mm i 10 mm d'alçada
Femelles M3	4	Element comercial	
Cargols allen M3	4	Element comercial	Longitud roscada > 10 mm
Placa de fusta	1	Fusta contraplacada	Dimensions aproximades 760 mm x 20 mm x 10 mm
Xapa d'acer	1	Acer	Espessor 1 mm i longitud de 790 mm x 30 mm
Cinta doble cara	1	Element comercial	Per engaxar
Plantilla pla inclinat inici	1	Fulla DIN A3	
Plantilla pla inclinat final	1	Fulla DIN A3	
Plantilla camí llarg inici	1	Fulla DIN A3	
Plantilla camí llarg final	1	Fulla DIN A3	
Imants	8		Per fixar plantilles al plafó.
Joguina	1	Element comercial	Space Rail Advanced 3200 cm Perpetual Roller Coaster 5
Unió columnes circuit 3D	8	Filament 3D PLA	Enllaç a Thingiverse. Referència [5]
Tapa corredora	1	Fusta	
Corredora	1	Fusta	
Regle	1	Element comercial	Longitud mínima de 400 mm
Cargols fusteria	2	Element comercial	Diàmetre 2,5 mm, longitud de 13 mm
Sensors de velocitat comercials			
Denominació	Quantitat	Material	Descripció
Sensors de velocitat PHYWE	2	Element comercial	Referència [5]
Suports magnètics	2	Element comercial	Referència [6]
Sensors de velocitat basats en la plataforma Arduino			
Denominació	Quantitat	Material	Descripció
Arduino Uno Rev3	1	Element comercial	Referència [7]
Mòdul pantalla LCD	1	Element comercial	Referència [8]
Font d'alimentació	1	Element comercial	12 V i 2A. Referència [9]
Cables elèctrics femella-femella	1	Element comercial	Referència [10]

Cables elèctrics mascle-femella	1	Element comercial	Referència [11]
Cables elèctrics mascle-mascle	1	Element comercial	Referència [12]
Placa per connexions	2	Element comercial	Referència [13]
sensors d'obstacles d'infrarojos (IR)	4	Element comercial	Per implementar els sensors de velocitat. Referència [14]
Capsa Arduino 3D	1	Filament 3D PLA	Enllaç a Thingiverse. Referència [5]
Suport sensors 3D	1	Filament 3D PLA	Enllaç a Thingiverse. Referència [5]
Eix per agafar sensors			Una part final amb rosca M6, longitud mínima 10 mm
Suport magnètics comercials	2	Element comercial	Referència [6]
Codi del programa	-	-	Compartit a la plataforma GitHub. Referència [16]

6 Annex 2. Taules buides experiment muntanya russa

6.1 Experiment 1. Pla inclinat, segments 1 i 4

Repetició	v_1 [m/s]	h_1 [mm]	v_2 [m/s]	h_2 [mm]
1				
2				
3				
4				
5				

Repetició	v_1 [m/s]	$E_{c,trans}1$ [mJ]	$E_{c,rot}1$ [mJ]	$E_{c,esfera}1$ [mJ]	h_1 [mm]	E_p1 [mJ]	E_m1 [mJ]
1							
2							
3							
4							
5							

Repetició	v_2 [m/s]	$E_{c,trans}2$ [mJ]	$E_{c,rot}2$ [mJ]	$E_{c,esfera}2$ [mJ]	h_2 [mm]	E_p2 [mJ]	E_m2 [mJ]
1							
2							
3							
4							
5							

Repetició	$E_m]_1$ [J]	$E_m]_2$ [J]	$E_m]_1 - E_m]_2$ [J]	$(E_m]_1 - E_m]_2) / E_m]_1$ [%]
1				
2				
3				
4				
5				

6.2 Experiment 2. Pla inclinat, segments 1 i 8

Repetició	v_1 [m/s]	h_1 [mm]	v_2 [m/s]	h_2 [mm]
1				
2				
3				
4				
5				

Repetició	v_1 [m/s]	$E_{c,trans}1$ [mJ]	$E_{c,rot}1$ [mJ]	$E_{c,esfera}1$ [mJ]	h_1 [mm]	E_p1 [mJ]	E_m1 [mJ]
1							
2							
3							
4							
5							

Repetició	v_2 [m/s]	$E_{c,trans}2$ [mJ]	$E_{c,rot}2$ [mJ]	$E_{c,esfera}2$ [mJ]	h_2 [mm]	E_p2 [mJ]	E_m2 [mJ]
1							
2							
3							
4							
5							

Repetició	$E_m]_1$ [mJ]	$E_m]_2$ [mJ]	$E_m]_1 - E_m]_2$ [mJ]	$(E_m]_1 - E_m]_2) / E_m]_1$ [%]
1				
2				
3				
4				
5				

6.3 Experiment 3. Camí llarg, segments 1 i 8

Repetició	v_1 [m/s]	h_1 [mm]	v_2 [m/s]	h_2 [mm]
1				
2				
3				
4				
5				

Repetició	v_1 [m/s]	$E_{c,trans}1$ [mJ]	$E_{c,rot}1$ [mJ]	$E_{c,esfera}1$ [mJ]	h_1 [mm]	E_p1 [mJ]	E_m1 [mJ]
1							
2							
3							
4							
5							

Repetició	v_2 [m/s]	$E_{c,trans}2$ [mJ]	$E_{c,rot}2$ [mJ]	$E_{c,esfera}2$ [mJ]	h_2 [mm]	E_p2 [mJ]	E_m2 [mJ]
1							
2							
3							
4							
5							

Repetició	$E_m]_1$ [mJ]	$E_m]_2$ [mJ]	$E_m]_1 - E_m]_2$ [mJ]	$(E_m]_1 - E_m]_2) / E_m]_1$ [%]
1				
2				
3				
4				
5				

6.4 Comparativa d'experiments

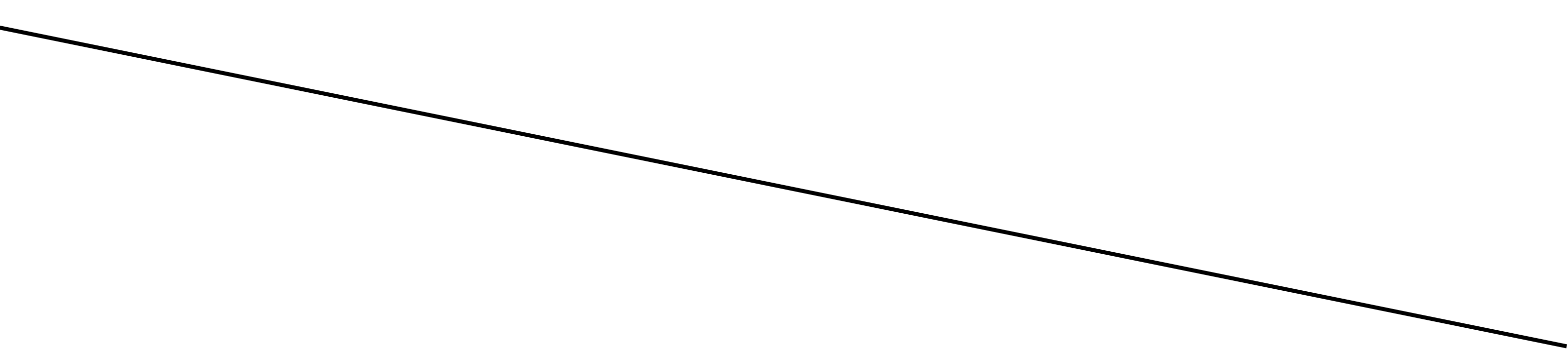
Repetició	$(E_m]_1 - E_m]_2) / E_m]_1$ [%]	$(E_m]_1 - E_m]_2) / E_m]_1$ [%]	$(E_m]_1 - E_m]_2) / E_m]_1$ [%]
1			
2			
3			
4			
5			

7 Annex 3. Plantilles amb els circuits

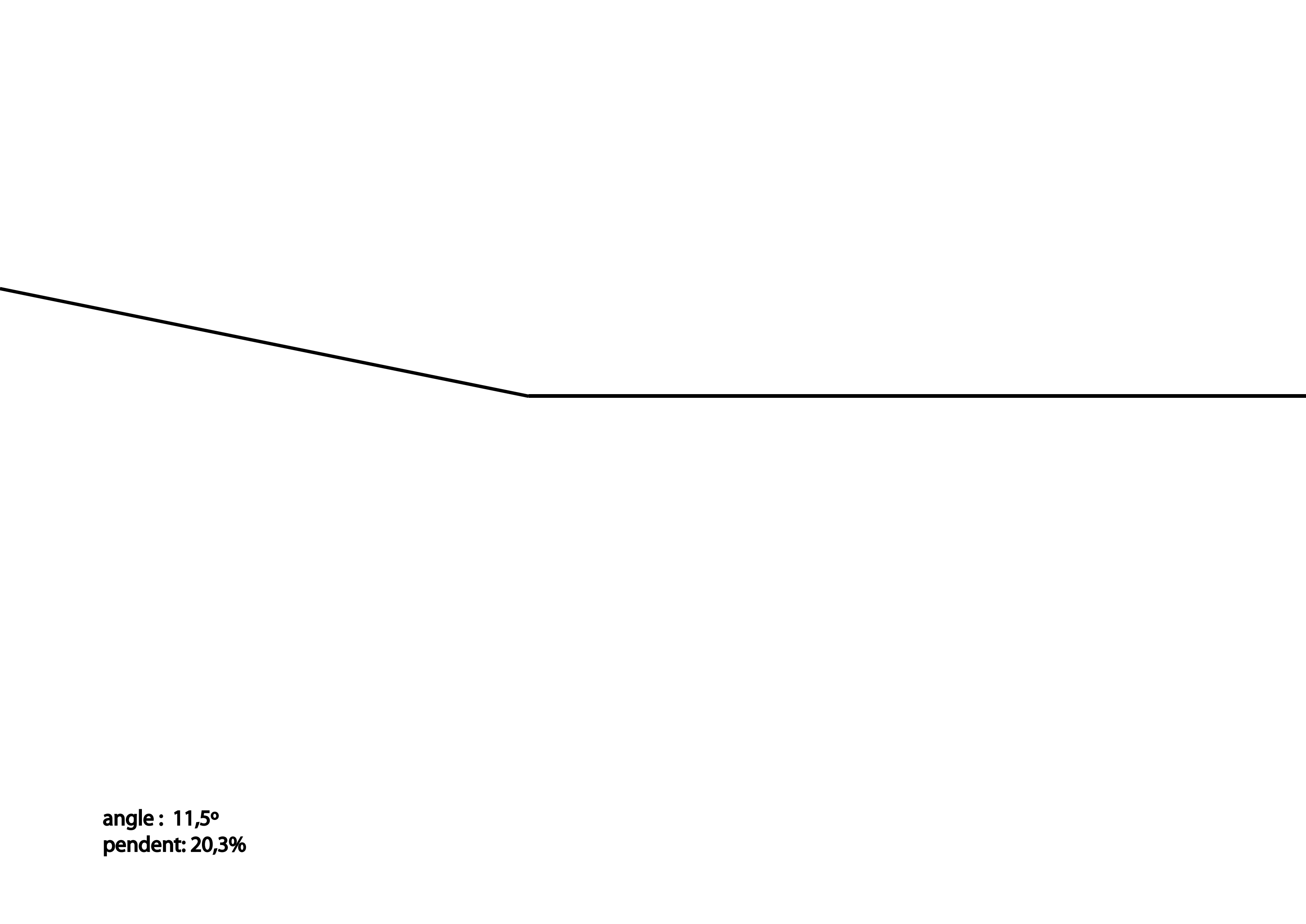
A continuació es troben les plantilles amb els dos circuits proposats per a la muntanya russa.

- Circuit pla inclinat.
- Circuit camí llarg.

Es recomana imprimir en fulls A3.



angle : 11,5°
pendent: 20,3%



angle : 11,5°
pendent: 20,3%

