

SR06716

454890

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI TRIESTE  
Facoltà di scienze Matematiche, Fisiche e Naturali  
ISTITUTO DI GEODESIA E GEOFISICA

---

DOTTORATO DI RICERCA  
IN GEOFISICA DELLA LITOSFERA E GEODINAMICA

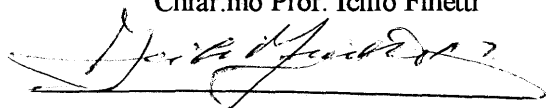
Ottavo ciclo

SVILUPPO E SPERIMENTAZIONE METODOLOGIE  
INFORMATICHE PER  
"STRUCTURAL SUB-SURFACE IMAGING"

Candidato:  
Dr. Franco Pettenati 160

col

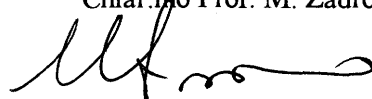
Relatore:  
Chiar.mo Prof. Icilio Finetti



Correlatore:  
Dr. Michele Pipan



Coordinatore  
Chiar.mo Prof. M. Zadro



## INDICE

<b>Riassunto</b>	1
<b>Introduzione</b>	3
<b><u>1. Ricostruzione modelli sub-superficiali (stato dell'arte)</u></b>	
<b>Introduzione</b>	4
<b>1.1. Il problema della interpolazione</b>	5
1.1.1. Approssimazione discreta	7
<b>1.2. Analisi dei trends</b>	10
1.2.1. Superfici di regressione	10
1.2.2. Autocorrelazione bidimensionale	11
1.2.3. Variogrammi	16
<b>1.3. Algoritmi di <i>contour</i> e di <i>gridding</i></b>	19
1.3.1. Metodi diretti o di triangolazione	22
1.3.2. Metodi indiretti o di <i>gridding</i>	23
<b>1.4. Descrizione degli algoritmi di <i>contour</i></b>	26
1.4.1. Distanze inverse medie pesate ( <i>weighted inverse distances</i> )	26
1.4.2. Punti più vicini ( <i>closest points</i> )	27
1.4.3. Minimi quadrati ( <i>least squares</i> )	27
1.4.4. <i>Projected slope</i>	29
1.4.5. <i>Kriging</i>	30
1.4.6. Funzioni polinomiali a tratti ( <i>piecewise polinomial</i> ) e funzioni <i>splines</i>	34
1.4.7. Superfici a porzioni e <i>splines</i> ( <i>piecewise surfaces</i> )	39
1.4.8. Griglie irregolari	45
1.4.9. Interpolazione bilineare ( <i>double linear interpolation</i> )	46
1.4.10. Curvatura minima	47
1.4.11. Algoritmi deterministici ( <i>laplacian and biharmonic filters</i> )	49
<b>1.5. Artefatti</b>	52
<b>1.6. Schema operativo di un <i>contour</i> automatico e manuale</b>	55
1.6.1. <i>Contour</i> automatico	55
1.6.2. <i>Contour</i> manuale	57
1.6.3. Ricostruzione del <i>pattern</i> delle faglie	59
<b>Appendice A: funzioni <i>splines</i></b>	61
<b>Appendice B: rappresentazione superfici a tratti</b>	67
<b>Appendice C: decomposizione ai valori singolari</b> ( <i>Singular Value Decomposition: SVD</i> )	70

## **2. Metodi proposti per la ricostruzione del *pattern* delle faglie**

<b>Introduzione</b>	72
<b>2.1. Comparazione degli algoritmi di <i>contour</i></b>	73
2.1.1. Sperimentazione	73
2.1.2. Teoria e stato dell'arte	87
<b>2.2. Metodi migliorativi mappa preliminare di <i>contour</i></b>	98
2.2.1. <i>Trends</i> ed anisotropie	98
L'approccio RADM e LADM	99
Campo delle direzioni	102
2.2.2. Selezione dei punti di controllo ( <i>outliers</i> )	110
Motivi geologici	112
Motivi numerici	112
Motivi statistici	115
Soluzioni esistenti	118
2.2.3. Metodo proposto (selezione automatica, algoritmi RADOM e LADOM)	120
Metodo proposto (cerchio di ricerca variabile)	128
<b>2.3 Metodi per l'estrazione e correlazione dei punti di faglia</b>	138
2.3.1. Metodo di estrazione mediante il gradiente	138
Metodo delle differenze finite	141
Metodo delle curve adattate o di derivazione numerica	141
2.3.2. Metodo di correlazione dei punti di faglia	142
Analisi dei rigetti: metodo dello <i>strike projection</i>	144
Analisi del gradiente del rigetto e delle sue relazioni con le dimensioni principali della faglia	144
Modellazione degli orizzonti in prossimità di faglie	147
<b>2.4. Riassunto e schema metodo elaborativo proposto</b>	150

## **3. *Case History* su un *data set* del Mar Nero**

<b>Introduzione</b>	152
<b>3.1. Dati geofisici utilizzati</b>	152
<b>3.2. Geologia e geofisica</b>	154
3.2.1. Tettonica dell'area	154
3.2.2. Dati geologici	154
3.2.3. Dati geofisici (Dachev et al., 1988 e Finetti et al., 1988)	157
<b>3.3. <i>Data set</i> (reinterpretazione e digitalizzazione)</b>	164
<b>3.4. <i>Case History</i></b>	165

<b>Conclusioni</b>	183
<b>Bibliografia</b>	186

## Ringraziamenti

*L'argomento di questa tesi è il frutto di una integrazione tra diverse discipline scientifiche, quali l'interpretazione sismica, la statistica, l'informatica, la geometria differenziale l'analisi matematica e numerica.*

*L'opportunità di approfondire tali discipline, di mio grande interesse, è stata un'ottima occasione per maturare una esperienza geofisica e scientifica a spettro molto ampio.*

*Vista la complessità del lavoro, le persone che mi hanno aiutato in questo lavoro di tesi, con l'appoggio necessario, suggerimenti, consigli ed indicazioni bibliografiche, sono molte ed è doveroso ringraziarle tutte.*

*Tra queste, la dott.ssa Anna Del Ben, che mi ha aiutato nell'interpretazione sismica, suggerendomi i principi canonici del contour manuale, il prof. A. Kostoris del Dipartimento di Scienze Economiche e Statistiche (Università di Trieste), per la statistica in particolare sullo studio degli outliers e gli amici Giovanni Candotti, per la parte computazionale e Omar Lakkis, per la parte propriamente più matematica.*

*Inoltre il dott. Alberto Michellini e tutto il gruppo E.E.G. (Exploration Geophysic Group) tra cui il dott. Massimo Malusa, il dott. Paolo Diviaco, il dott. Gabriele Peressi ed il dott. Fabrizio Ferigo.*

*Trieste, 24 febbraio 1996*

## Riassunto

La ricostruzione di una mappa bidimensionale, rappresentante una sub-superficie geologica, ricavata da sezioni sismiche interpretate, è il passo finale dell'interpretazione.

Questa mappa deve fornire una rappresentazione accurata e completa, nei limiti imposti dal campionamento spaziale del grigliato sismico, delle strutture geologiche presenti nella realtà. Particolare importante le **faglie**, che sono anche il nodo fondamentale del problema del *contour* semi automatico, in quanto ancora non esiste né un metodo matematico né un algoritmo informatico, che visualizzi in modo veramente soddisfacente le faglie, che attraversano una superficie e le loro relazioni con le linee di livello degli orizzonti interpretati.

Sia manualmente che per mezzo del calcolatore, prima di operare il *contour* della sub-superficie, bisogna ricostruire il modello (*pattern*) delle faglie, in modo da avere a priori la posizione e le tracce di queste.

Uno dei problemi è proprio l'ambiguità delle soluzioni che si presentano per la correlazione dei punti delle faglie, ricavati dalle linee sismiche digitalizzate, quando si devono ricostruire ad una ad una le tracce di ogni faglia presente. Manualmente questo viene risolto operando una mappa di *pre-contour*, in modo da correlare le configurazioni che le curve di livello assumono, con i punti delle faglie ad essa sovrapposti.

In questa tesi si presenta un metodo di elaborazione semi automatico che opera in modo simile al metodo manuale ma è in grado di fornire una valutazione quantitativa sulla correttezza delle soluzioni individuate. I punti fondamentali sono:

- 1) La costruzione di una mappa di *pre-contour*, che metta in luce le rotture di pendenza, i gradini e le zone a massima curvatura che possono avere una connessione con le faglie;
- 2) Un metodo di estrazione automatico dei punti delle faglie, con rappresentazione visuale delle loro possibili tracce;
- 3) Un metodo di analisi per verificare l'appartenenza dei diversi punti ad un medesimo piano di faglia.

Partendo innanzitutto dall'indagine teorica sui metodi automatici, di analisi dei *trends* regionali e locali e sugli algoritmi di *contour* esistenti, si arriva all'analisi sperimentale ed alla scelta per confronto dell'algoritmo migliore per tale problema.

L'approccio sperimentale è d'obbligo in quanto un algoritmo interpolativo veramente efficiente per evidenziare le faglie non è stato ancora studiato e la validità

delle possibili soluzioni teoriche deve essere necessariamente verificata attraverso l'analisi di dati reali.

Stabilito come condizionare l'interpolazione in modo da tenere conto delle caratteristiche geologiche strutturali presenti, si passa all'illustrazione di un metodo innovativo ed originale per ridurre al minimo l'effetto di filtraggio delle alte frequenze spaziali, dovuto all'interpolazione, tramite una scelta ottimale dei dati. Tale metodo è stato sviluppato nell'ambito del lavoro di tesi ed è alla base di due algoritmi originali per il *contour* di dati sismici con faglie.

Viene quindi descritto un metodo originale per la correlazione e l'estrapolazione dei punti di faglia basato sull'analisi delle superfici ottenute tramite l'interpolazione con le tecniche proposte.

Le possibili correlazioni vengono analizzate attraverso lo studio della proiezione dei dislocamenti sulla superficie verticale che contiene la traccia della faglia. Si ricostruisce quindi la posizione delle singole faglie attraverso l'analisi dei diagrammi di *contour* della dislocazione geometrica della faglia.

Come verifica della validità del metodo, oltre la sperimentazione su *data set* sintetici o semplici, è stata effettuata una prova su linee sismiche interpretate del Mar Nero occidentale, lungo le coste bulgare.

Questo lavoro non vuole essere finalizzato ad uno studio geologico e geofisico sul Mar Nero, ma piuttosto finalizzato allo sviluppo di una metodologia informatica per la soluzione di un problema geologico. Soluzione che richiede una conoscenza degli aspetti legati alla geologia generale e finalizzata all'interpretazione sismica e l'applicazione di metodi matematici e statistici, secondo un approccio interdisciplinare reso necessario dalla complessità del problema specifico ma, in generale, sempre più diffuso nell'ambito della ricerca geofisica avanzata.

## Introduzione

Le tecnologie informatiche hanno trovato un'ampia e rapidissima diffusione nell'indagine geofisica e geologica avanzata. I principali settori di applicazione sono l'elaborazione e l'inversione dei dati e la simulazione (*modelling*) in campo geofisico. La recente introduzione di *workstations* di elevata potenza ha aperto la strada all'informatizzazione del settore della ricerca applicata all'interpretazione ed al *modelling* in campo geologico. Problemi che in questo campo venivano tradizionalmente affrontati in modo del tutto qualitativo, ad esempio, l'inversione della meccanica deformativa di un bacino sedimentario, sono diventati oggetto di simulazioni numeriche estremamente sofisticate ed hanno spesso trovato in questo modo una soluzione quantitativa impensabile fino a pochi anni fa.

La ricostruzione di una superficie geologica, è una operazione interpretativa complessa, che comporta da parte dell'interprete un ragionamento qualitativo sulle posizioni relative ed i valori dei dati e la traduzione di questi in linee di livello che devono fornire una rappresentazione accurata delle strutture geologiche reali. Questo spesso comporta alcuni passi di elaborazione intermedi.

Il procedimento che porta dai dati sismici alla mappa geologica richiede valutazioni interpretative e questo ha portato ad una vera e propria specializzazione del metodo chiamato *contour*, nel settore della geofisica applicata.

In questa tesi di dottorato si è cercato di applicare avanzate tecniche informatiche alla costruzione ed allo studio geologico delle superfici strutturali ricavate dalle sezioni sismiche interpretate. Il risultato è una serie di algoritmi originali per la soluzione di tale problema.

Partendo dai fondamenti teorici matematici, statistici e dell'analisi numerica, sono state studiate e sperimentate delle tecniche e degli algoritmi innovativi per la ricostruzione del *pattern* delle faglie, che è l'elaborazione preparatoria del *contour* finale di una superficie geologica. I metodi proposti forniscono una soluzione originale per quest'ultimo problema (*contouring* con faglie) che è stata verificata attraverso l'applicazione a modelli sintetici e reali. Attualmente, gli strumenti informatici per la soluzione di tale problema sono ancora poco sviluppati e nel corso del presente lavoro si è giunti alla realizzazione di un *software* interattivo finito ed utilizzabile a scopo di ricerca.

La tesi contiene un primo capitolo di richiamo alle metodologie fondamentali ed un secondo che spiega le idee originali su cui si basano gli algoritmi proposti. L'ultimo capitolo illustra i risultati ottenuti su un *data set* sismico reale del margine occidentale del Mar Nero.

Trieste, 4 novembre 1995



# CAPITOLO 1

## Ricostruzione modelli sub-superficiali (stato dell'arte)

La ricostruzione di superfici geologiche a partire da misure geofisiche, in particolare da rilievi sismici, richiede varie fasi. E' innanzitutto necessaria una fase di interpretazione ed integrazione di tutte le informazioni geofisiche sulla zona esplorata. Si devono poi considerare la struttura e la disposizione dei dati, che condizioneranno le scelte non obbligate per operare un *contour* della struttura indagata (Jones and Hamilton, 1992). L'informatica oggi offre la possibilità di incorporare questi importanti aspetti di carattere geologico, che se non introdotti renderanno la mappa assolutamente inconsistente (Tucker, 1988).

L'altro aspetto importante è lo strumento matematico di base su cui vengono costruite le metodologie di modellazione della superficie, riconducibili ad un problema matematico molto studiato, cioè al **problema della interpolazione**. Nel presente capitolo verranno pertanto presi in esame i seguenti punti:

- 1• Metodi di interpolazione.
- 2• L'analisi dei trends: ovvero i metodi matematici per l'analisi delle superfici e l'identificazione di eventuali allineamenti preferenziali. Tali metodi si basano sull'applicazione delle tecniche di interpolazione e consentono l'introduzione di vincoli di tipo interpretativo.
- 3• Algoritmi di contour: la definizione di uno schema generale per la soluzione del problema, la descrizione degli algoritmi classici e dei filtri utilizzati per lisciare le superfici da eventuali errori (artefatti).
- 4• La ricostruzione del pattern delle faglie: operazione interpretativa preliminare al *contour* finale con rappresentazione delle faglie di una superficie geologica ricavata da sezioni sismiche. La ricerca di un metodo semi-automatico quantitativo per eseguire questa operazione complessa, che ancora viene svolta manualmente, è l'oggetto di questa tesi e quindi la descrizione dei passi che la compongono, dei quali il primo è proprio un *contour* manuale, è importante perché sono proprio questi che possono ispirare i fondamenti dei metodi informatici alternativi.

## 1.1. Il problema della interpolazione

Sia data una funzione di una variabile reale, dipendente inoltre da  $n+1$  coefficienti  $a_i, i = 0, 1, \dots, n$  (Stoer, 1971)

$$f(x; a_0, \dots, a_n). \quad (1.1)$$

Assegnate  $n+1$  coppie di numeri reali o complessi  $(x_0, y_0; \dots; x_n, y_n)$ , detti **punti base**, ci si pone il **problema di interpolazione** seguente:  
trovare i coefficienti  $a_i$  per cui

$$f(x_i; a_0, \dots, a_n) = y_i, \quad (i = 0, 1, \dots, n). \quad (1.2)$$

Il problema è **lineare** quando  $f$  dipende linearmente dai coefficienti  $a_i$

$$f(x_i; a_0, \dots, a_n) = a_0 f_0(x) + a_1 f_1(x) + \dots + a_n f_n(x). \quad (1.3)$$

L'interpolazione lineare è quella che fa uso di polinomi e polinomi a tratti, al cui studio hanno contribuito illustri matematici e fisici del passato, come Lagrange, Newton, Hermite ed altri, ed al quale si ispira la maggior parte degli algoritmi di *contour* ivi trattati.

Un problema di interpolazione mediante polinomi si può esprimere con

$$f(x; a_0, \dots, a_n) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n. \quad (1.4)$$

La struttura lineare di questo problema, si può procurare introducendo lo spazio lineare  $P_n$  dei polinomi di grado  $\leq n$ , il quale è di dimensione finita  $(n+1)$ , in cui si sceglie come base  $\{1, x, x^2, \dots, x^n\}$  ottenendo un sistema lineare di  $n+1$  equazioni in  $n+1$  incognite,  $a_0, a_1, \dots, a_n$ . Oltre ai polinomi algebrici si fa largo uso dei polinomi trigonometrici

$$f(x; a_0, \dots, a_n) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos kx + b_k \sin kx). \quad (1.5)$$

La scelta è vasta ed è generalmente dettata dalla natura del problema.

Di grande attualità è l'uso delle funzioni splines (polinomi a tratti), molto utili nel *contour* e che si studierà in dettaglio nei paragrafi e negli appendici che seguiranno.

In altre parole l'interpolazione è quel procedimento per cui si costruisce una funzione che interpreti al meglio i valori dei dati a disposizione. I matematici da sempre cercano la funzione che meglio approssima una certa sequenza di valori, o meglio la funzione presa in esame. Questo difficile compito è il problema della **miglior approssimazione**, al quale l'interpolazione è riconducibile come caso speciale nel discreto, anche se matematicamente l'approccio è differente.

Porsi il problema ha senso in vista del teorema classico di Weierstrass-Stone di cui si fornisce una versione (vedasi Fontanella e Pasquali, 1982):

**Teorema:** *dati  $a$  e  $b$  due numeri reali ( $a < b$ ),  $f$  una funzione continua nell'intervallo  $[a, b]$ , per ogni  $\varepsilon > 0$  esiste un polinomio  $P = P_\varepsilon$ , che dipende da  $\varepsilon$  e da  $f$ , tale che*

$$\sup_{x \in [a, b]} |f(x) - P(x)| < \varepsilon$$

NB: Il sup. è raggiunto,  $\exists x_0 \in [a, b]: |f(x_0) - P(x_0)| = \sup$  (sempre per Weierstrass).

Data  $f$  continua su un intervallo, è possibile costruire una successione di polinomi che convergono alla  $f$  uniformemente. Sebbene sia utile dal punto di vista teorico, praticamente non fornisce strumenti comodi per la valutazione numerica di questi problemi.

Nello studio di questo problema è fondamentale precisare la norma (o metrica), con la quale si valutano gli scarti (es: nel teorema di Weierstrass-Stone si tratta il caso con la norma uniforme  $\|\cdot\|_\infty$ ); per quanto riguarda il problema numerico è inoltre determinante la scelta delle **funzioni di base**.

La scelta di tali basi, viene imposta dalle caratteristiche della funzione da approssimare, come ad esempio per una funzione periodica è meglio usare le serie trigonometriche, comprese dentro un intervallo compreso tra 0 e  $2\pi$  in norma  $L_2$ , problema riconducibile alla trasformata di Fourier.

La scelta della norma, dipende soprattutto dall'uso che si deve fare della approssimante, dalla funzione  $f(x)$  stessa e, non ultimo, dalla facilità d'uso mediante processore. La norma più usata per la comodità di calcolo, per la miglior influenza sugli scarti ed unicità della soluzione, è la classica norma  $L_2$  più comunemente detta dei **minimi quadrati** (vedasi ad esempio spazi di Hilbert, serie di Fourier e regressione).

Di conseguenza, come si vedrà in seguito, soltanto cambiando questi due concetti in una funzione approssimante, si otterranno diversi algoritmi di interpolazione che porteranno a risultati sostanzialmente differenti.

I minimi quadrati, nei problemi inerenti alla costruzione di mappe, rivestono un ruolo fondamentale, fornendo le stesse efficaci prestazioni a tutte le soluzioni necessarie allo scopo, le quali possono anche essere di natura molto diversa.

### 1.1.1. Approssimazione discreta

Sull'uso del metodo dei minimi quadrati per la costruzione di regressioni lineari e per l'interpolazione esiste una nutrita bibliografia, avendo implicazioni sia in analisi matematica e numerica che in statistica. Esso può essere considerato un problema di miglior approssimazione nel caso discreto o hilbertiano più che una interpolazione vera e propria e dunque si presta bene ad una soluzione in forma di algoritmo.

Mentre l'approssimazione uniforme, nel teorema di Weierstrass, implica il concetto di massima deviazione, per quanto concerne la norma  $L_2$  la miglior approssimazione è un processo che tiene conto della totalità degli errori. Infatti questa norma comporta un controllo sul segno degli scarti e sulla loro minimizzazione come in nessun altro spazio normato. Consideriamo innanzitutto il caso univariato.

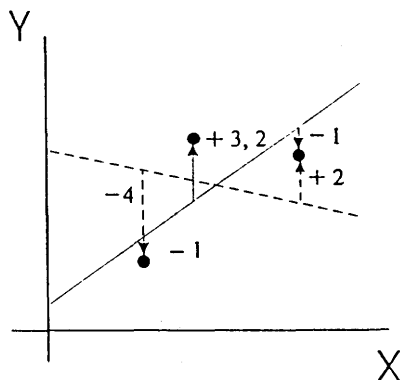


Fig. 1-1a: Minimi quadrati. Le due rette minimizzano entrambe gli scarti con valore +1. La retta tratteggiata però non segue la tendenza crescente dei punti.

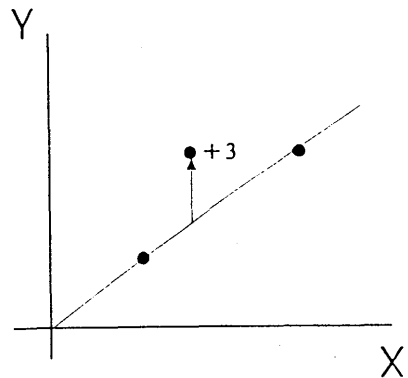


Fig. 1-1b: Minimizzazione in valore assoluto. Non tenendo conto del segno, si può incorrere in una soluzione come in figura, che annulla gli scarti degli estremi, mentre non tiene conto dei punti intermedi.

Nell'esempio in figura 1-1a, la retta a tratto continuo si adatta bene ai tre punti considerati, con una somma degli errori minima; come anche la retta tratteggiata che però non segue la tendenza crescente dei punti. Si tratta quindi di un problema di segno che può essere risolto usando la somma delle differenze assolute (norma  $L_1$ ) tra le osservazioni ed i punti calcolati. Ma la figura 1-1b mostra ancora un inconveniente: la somma degli errori, in valore assoluto, è minima rispetto alla retta continua in 1-1a, tuttavia non presta attenzione ai punti intermedi, per cui il singolo errore risulta più alto. Di conseguenza è preferibile sempre la minimizzazione

delle differenze, elevate al quadrato ( $L_2$ ); in quanto è proprio con questa elevazione che si tiene conto degli scarti più grandi, che si vogliono limitare.

**Definizione:** siano date  $g_1, \dots, g_n \in C[a, b]$  funzioni continue, linearmente indipendenti, tali che ogni elemento  $g \in \text{span}(g_1, \dots, g_n)$ ,  $g \neq 0$  in  $[a, b]$ , ha al più  $(n-1)$  zeri distinti in  $[a, b]$ . Una tale proprietà è detta di **Haar**. Si dice quindi che  $U \in \text{span}(g_1, \dots, g_n)$  è uno spazio di Haar.

Questa proprietà serve a garantire l'esistenza e unicità della soluzione. I polinomi su  $\mathbb{R}$ , per il teorema fondamentale dell'algebra, generano, un tal spazio.

Dato quindi uno spazio lineare  $V$  e due elementi  $f$  e  $g$  ad esso appartenenti; si definisce il prodotto scalare  $\langle f, g \rangle = \sum_{i=1}^n f_i g_i$  (spazio pre-Hilbertiano), che induce la norma  $\|f\| = \langle f, f \rangle^{1/2}$ . La miglior approssimazione  $\tilde{f}$  della funzione  $f \in V$ , definita su un sottospazio  $U \subset V$ , esiste ed è unica se e solo se vale l'equazione (teorema di approssimazione discreta, Hämmerlin and Hoffmann, 1991)

$$\langle f - \tilde{f}, g \rangle = 0 \quad (1.6)$$

per tutte le  $g \in U$ . Questo vuol dire che la deviazione dalla  $\tilde{f}$  interpolante per ogni punto campione deve essere sempre perpendicolare.

L'approssimazione discreta può quindi essere sintetizzata con la ricerca di una combinazione lineare  $\tilde{f}$  di  $n$  prescritte funzioni di base  $(g_1, \dots, g_n) \in C[a, b]$  i cui valori ai punti  $x_v \in [a, b]$   $1 \leq v \leq N$  approssimano al meglio i corrispondenti  $N$  valori  $y_1, \dots, y_N$ . Data quindi la  $\tilde{f} \in U = \text{span}(g_1, \dots, g_n)$  segue che

$$\sum_{v=1}^N [y_v - \tilde{f}(x_v)]^2 \leq \sum_{v=1}^N [y_v - g(x_v)]^2 \quad \forall g \in C[a, b] \quad (1.7)$$

la cui soluzione si ricava dalla ricerca dei coefficienti  $a_k$  della

$$a_1 g_1(x_v) + \dots + a_n g_n(x_v) = \tilde{f}(x_v), \quad v \in [1, N]. \quad (1.8);$$

Per il teorema citato, segue che, definiti i vettori  $\vec{f} = (f(x_1), \dots, f(x_n))^T$  e  $\vec{g} = (g(x_1), \dots, g(x_n))^T$ : il vettore  $a = (a_1, \dots, a_n)^T$  deve essere soluzione di un sistema  $\left\langle \left( \vec{f} - \sum_{i=1}^n a_i \vec{g}_i \right), \vec{g}_k \right\rangle_{R^N} = 0$  detto **equazione normale** che si può scrivere anche

$$\sum_{i=1}^n a_i \langle \vec{g}_i, \vec{g}_k \rangle_{R^N} = \langle \vec{f}, \vec{g}_k \rangle_{R^N}, \quad 1 \leq k \leq n. \quad (1.9)$$

Esiste almeno una soluzione del sistema (1.9) se la combinazione lineare delle funzioni di base  $\vec{g}_k$  (1.8) è linearmente indipendente e questo implica che la matrice di tali funzioni, **matrice di Gram**

$$\left( \langle \vec{g}_i, \vec{g}_k \rangle \right)_{i,k=1}^n \quad (1.10)$$

deve **avere rango massimo**. Si dimostra inoltre che la soluzione è unica se la (1.10) ha determinante non nullo.

Per  $n > N$  la combinazione dei vettori  $g_1, \dots, g_n$  è sempre linearmente dipendente, così si considera sempre e solo il caso **sopradeterminato**  $n \leq N$ .

Il tutto quindi si traduce, nel caso algebrico, alla decomposizione della matrice di Gram. I sistemi di decomposizione di certo non mancano, per la loro descrizione però si fa riferimento ai testi, di calcolo numerico, citati in bibliografia e ad un appendice alla fine del capitolo (C) sul metodo usato in questo lavoro di tesi.

In più variabili le cose si complicano, in quanto innanzitutto la proprietà di Haar non è verificata. Infatti gli zeri di funzioni continue di rado formano un insieme discreto di punti, ad esempio nel caso bidimensionale sono curve. La condizione dei minimi quadrati, il teorema (1.7) e le altre formule (1.8, ..., 1.10), restano però valide. Per cui molti autori estendono i teoremi fondamentali dell'interpolazione anche nel caso multivariato.

Agterberg (1974), nella sua trattazione sull'analisi dei *trends*, usa comunque, per la regressione di superfici, polinomi bivariati; come anche alcuni testi di statistica (Wonnacott and Wonnacott, 1987), almeno nella regressione di piani e nella costruzione delle superfici di *contour*, che si vedrà più avanti. Ma per i matematici la mancanza di garanzia dell'unicità della soluzione, dovuta al fatto che la proprietà di Haar non è soddisfatta, basta a non incoraggiare l'uso dei polinomi multidimensionali ed una estensione nella trattazione delle (1.8, ..., 1.10). Quindi esiste la ricerca di nuove funzioni di base e metodi di adattamento nel caso multivariato.

In seguito, nel caso tridimensionale, verrà trattato abbondantemente l'uso delle funzioni *splines* in questo genere di problema, in quanto si preferisce l'approccio delle funzioni polinomiali definite a tratti su una partizione dello spazio

delle coordinate su cui si costruiscono le superfici. L'uso dei minimi quadrati per trovare però la soluzione resta comunque ancora valido.

## 1.2. Analisi dei *trends*

L'analisi dei *trends* di superfici, è lo studio delle variazioni sistematiche su larga scala di strutture geologiche. Questa analisi è molto interessante nell'interpretazione dei dati perché permette di visualizzare l'andamento regionale di una zona o di separare questo andamento dagli effetti locali per scopi di elaborazione: visto che alcuni algoritmi di *contour* interpolano bene solo su queste superfici residue, a cui sono state tolte le tendenze a larga scala. Un semplice esempio è una monoclinale che viene ovviamente evidenziata da un piano, le eventuali ondulazioni sono da classificare come effetti locali.

In questa tesi vengono proposti due metodi matematici analitici ed uno statistico, che però fornisce anche una informazione quantitativa sul *trend* esistente:

- 1• Superfici di regressione.
- 2• Doppia autocorrelazione.
- 3• Variogrammi.

### 1.2.1. Superfici di regressione

Nel paragrafo precedente abbiamo introdotto l'approssimazione discreta come metodo essenziale per gli scopi proposti, si vedrà ora una prima applicazione dei minimi quadrati trattata in dettaglio da Agterberg (1974), o del *best fitting*, dove la tendenza regionale di una struttura, le cui quote sono discretizzate in un insieme di punti (punti di controllo), viene evidenziata mediante una superficie adattata sui punti presenti. Quindi questo metodo fornisce una stima qualitativa del problema.

Comunque ora, vista l'esistenza di risultati validi, si fa riferimento all'uso dei polinomi bivariati per la costruzione di queste superfici di regressione.

Questo è un approccio empirico e l'adattamento può essere fatto a passi successivi. Per esempio può essere calcolato un piano, poi una superficie quadratica, cubica, quartica e così via aggiungendo gruppi di termini per ogni grado della funzione  $\tilde{f}$  più alto. Ad un certo punto però bisogna fermarsi per il motivo della indipendenza lineare delle funzioni di base che non deve essere mai maggiore al numero delle osservazioni. Ad esempio se ci sono 10 punti si può adattare una

superficie di terzo grado come massimo, questo perché una cubica ha 10 coefficienti e perciò deve avere 10 equazioni normali.

Altro motivo da tenere presente è quello degli effetti locali che possono venire descritti usando alti gradi e con abbondanza di punti, cosa che però non permette una corretta rappresentazione della tendenza geologica della struttura, in quanto vengono create fluttuazioni locali che influenzano lo spazio tra i punti di osservazione, dove possono essere misurati altri valori come ad esempio del rumore. Di conseguenza si sostiene opportuno non usare funzioni di grado elevato che oltretutto danno problemi anche dal punto di vista numerico.

La figura 1-2b illustra un esempio di *trend analysis* con una superficie data da un polinomio di secondo grado su un *data-set* preso da Bolondi et. al. 1976, della zona di Malossa nella pianura Padana, e mappati in 3-D con l'algoritmo dell'UNIRAS che usa le distanze inverse medie pesate (fig. 1-2a).

### 1.2.2. Autocorrelazione bidimensionale

Questo metodo, anch'esso qualitativo, usa un procedimento caratteristico dell'analisi del segnale e precisamente lo **spettro di potenza bidimensionale**, che essendo il quadrato della autocorrelazione permette di ottenere un *contour* a isolinee concentriche ed ellissoidali, con l'asse maggiore rivolto lungo la direzione del *trend* regionale in quanto mette in maggior risalto le componenti armoniche dominanti.

Visto che una superficie geologica è una superficie più o meno ondulata, si sa dal teorema di Fourier, che qualsiasi funzione periodica può essere espressa come una somma di seni e coseni di diverse ampiezze e frequenze. Srivastava e Merriam (1980), suggeriscono quindi l'uso del quadrato dello spettro delle frequenze, per dare una rapida misura della direzione del *trend* regionale oltre ad informazioni spaziali. Lo spettro di potenza può essere calcolato in due modi: 1) calcolare l'autocorrelazione bidimensionale ed operare la trasformata di Fourier; 2) calcolare la FFT in 2D della superficie e farne il quadrato.

La funzione di autocorrelazione, in due dimensioni in un sistema di coordinate cartesiane, si può esprimere come:

$$A(p, q) = \left\{ 1 / (n - p)(m - |q|) \right\} \sum_{k=1}^{m-|q|} \sum_{j=1}^{n-p} X(j, k) X(j + pK = Q) \quad (1.11)$$

per  $p, q = 0, 1, \dots, T$ .



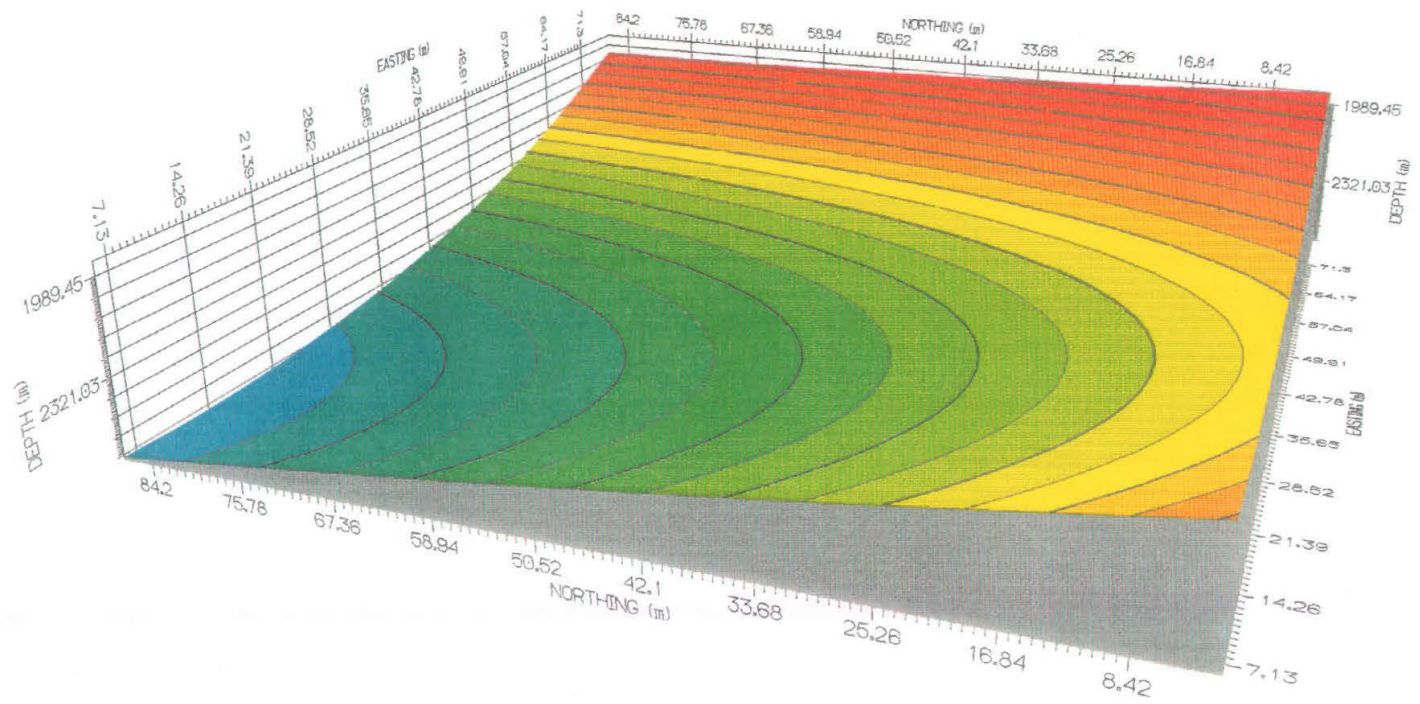


Fig. 1-2a: regressione quadratica del data set di figura 1-2b.

UNTITLE FILE REG. SPATIAL SAMPLING

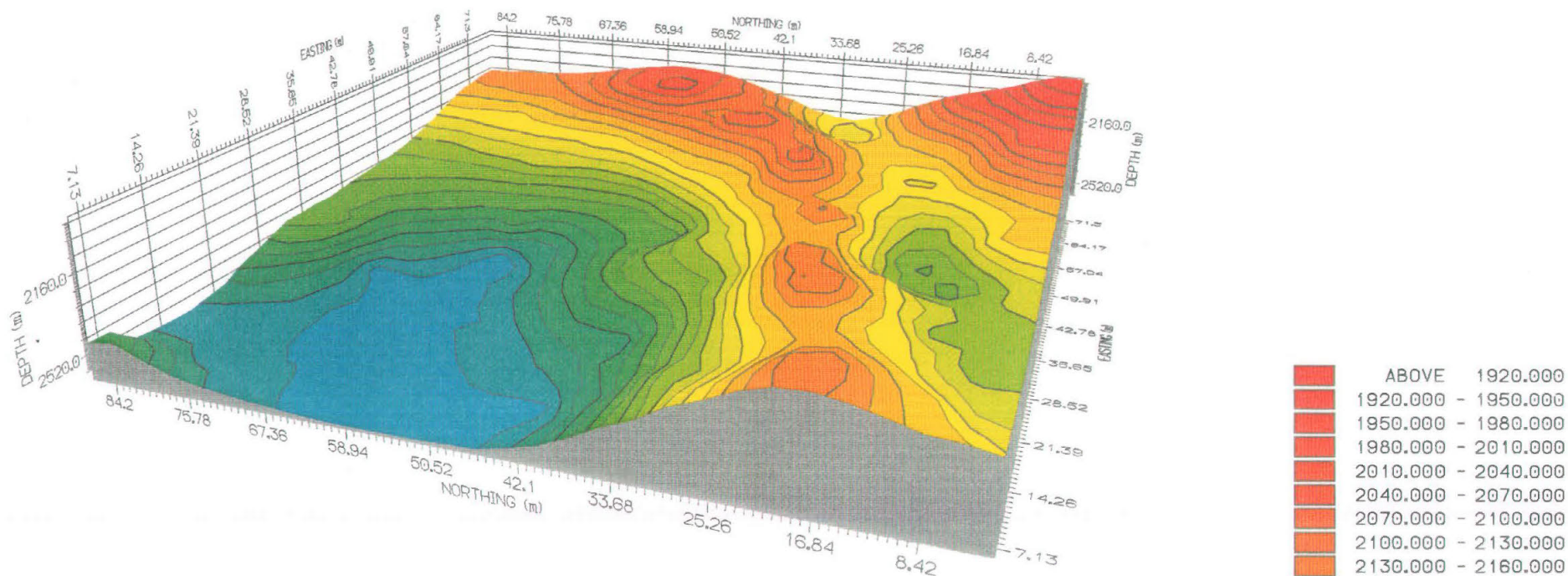


Fig. 1-2b: data set della zona di Molassa (pianura Padana), ricavato da Bolondi et al., 1976. Algoritmo di contour usato: distanze inverse medie pesate dell'UNIRAS.

UNTITLE FILE CONTOURED BY GINTPF

WITH METHOD OF DISTANCE WEIGHTED AVERAGE S.R. = 14.00

La trasformata di Fourier di questa funzione è data dalla:

$$P(r,s) = (1/2T^2) \sum_{q=-Tp=0}^T \sum_{p=0}^T A(p,q) \exp\left(\frac{\pi i}{T} (rp + sq)\right) \quad (1.12)$$

$$r = 0, 1, \dots, T; s = -T, -(T-1), \dots, -1, 0, 1, \dots, T.$$

A causa del carattere pari della funzione di autocorrelazione, i termini seno diventano zero, così la (1.12) viene semplificata nella

$$P(r,s) = (1/2T^2) \sum_{q=-Tp=0}^T \sum_{p=0}^T A(p,q) \cos \frac{\pi}{T} (rp + sq). \quad (1.13)$$

L'uso della FFT per il calcolo dello spettro di potenza non comporta il calcolo dell'autocorrelazione e richiede quindi un passo in meno

$$P(p,q) = (1/mn) \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{n-1} X(i,j) \exp(-2\pi(ip/m + jq/n)). \quad (1.14)$$

La funzione di autocorrelazione e lo spettro di potenza vengono infine plottati come una mappa di *gridding* regolare con intervalli p e q, di cui sono visibili due esempi nelle figure 1-3a e 1-3b.

La figura 1-3a illustra il caso di una funzione di autocorrelazione del basamento Precambrico nel Kansas, con *trend* Est - Ovest ed una periodicità NW - SE data dai picchi dopo il secondo zero, posti agli angoli che ne danno l'orientazione medesima; la figura 1-3b mostra lo spettro di potenza per la stessa superficie la cui concentrazione di alti valori attorno al valore P(0,0) mostra una predominanza di componenti a lungo periodo.

Più complesso è invece l'approccio di Argawal e Kanasewich (1971) nell'analisi di dati magnetici. Essi hanno usato lo spettro di potenza monodimensionale calcolato lungo un profilo Est - Ovest in una zona nel nord del Canada, mettendo in luce delle componenti a lungo periodo; ed una cross-correlazione di valori, misurati sempre nella stessa zona e posti su una griglia regolare, con una finestra mobile, data dagli stessi valori di *gridding*, limitata nella zona centrale. I dati della correlazione campionati sulla griglia sono stati poi usati per adattare, sempre tramite il metodo di minimizzazione di Gauss, le tracce dei *trends* locali principali, con un procedimento empirico, da loro proposto, che parte dal punto centrale ed usa dei valori scelti automaticamente sempre più periferici lungo le direzioni cercate.

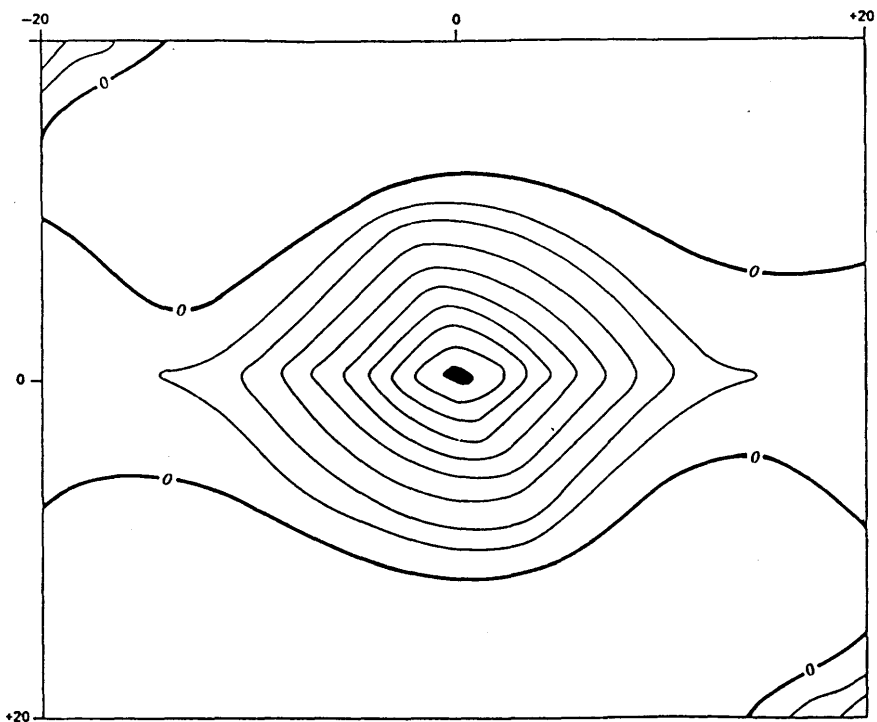


Fig. 1-3a: Autocorrelazione del basamento Precambrico del Kansas, (Srivastava e Meriam, 1980).

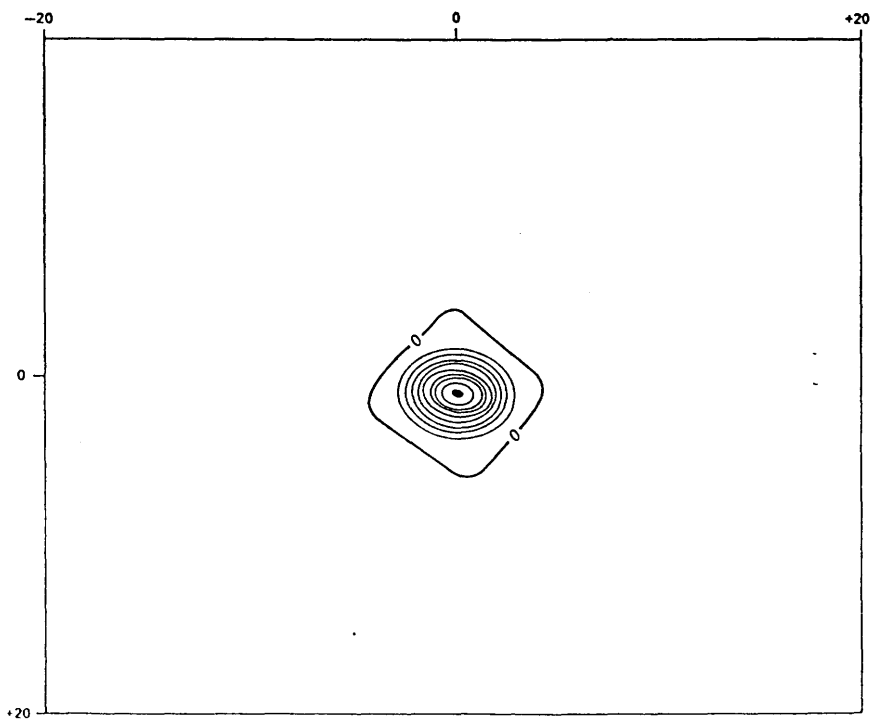


Fig. 1-3b: Spctro di potenza del basamento Precambrico del Kansas, (Srivastava e Meriam, 1980).

### 1.2.3. Variogrammi

Una serie di campioni può essere considerata come una serie spaziale, se vengono misurati in sequenza lungo una direzione. Per controllarne la variabilità si usa la funzione di autocorrelazione che può essere calcolata introducendo quella di autocovarianza, i cui singoli coefficienti nella forma discreta, sono dati (Agterberg, 1974)

$$C_h = \frac{1}{n-h} \sum_{k=1}^{n-1} (x_k - \bar{x})(x_{k+h} - \bar{x}) \quad (1.15)$$

con  $C_0 = \sigma^2$ , cioè uguale alla varianza, dove  $\bar{x}$  non è altro che la media semplice, mentre  $h$  è uguale all'intervallo usato per la misura di variazione.

I coefficienti dell'autocorrelazione discreta  $\rho_h$  vengono calcolati dividendo  $C_h$  per la varianza

$$\rho_h = C_h / \sigma^2. \quad (1.16)$$

Ora senza entrare in maggiori dettagli si rammenta che questa funzione varia con la distanza  $h$  in modo inversamente proporzionale, nel senso che aumentando questo parametro la funzione decresce, cosa ovvia in quanto più grande è l'intervallo tra campioni, meno probabilità di somiglianza c'è tra gli stessi.

Quindi calcolando dei valori di  $\rho_h$  su intervalli equi-spaziati, si ottengono dei grafici chiamati **correlogrammi** che rappresentano la variabilità della sequenza.

A causa di alcuni problemi che sorgono nel calcolo di questi diagrammi quando le serie non sono stazionarie, connessi con la dipendenza della media e deviazione dalla lunghezza della serie (un esempio è proprio la presenza di un *trend*), è meglio usare i **variogrammi** (Matheron, 1963 e 1965) che, al contrario degli altri, sono indipendenti dalla lunghezza della serie in quanto non fanno uso della media nel loro calcolo. I coefficienti per ogni distanza  $h$  si calcolano con

$$\sigma_1^2 = E(x_{k+h} - x_k)^2. \quad (1.17)$$

Una serie spaziale stazionaria o debolmente stazionaria gode delle seguenti proprietà

$$E(x_{k+h}) = E(x_k) = \bar{x}, \quad E(x_k - \bar{x})^2 = E(x_{k+k} - \bar{x})^2 = \sigma^2(x)$$

con le quali, si riesce a dimostrare la relazione del variogramma con l'autocovarianza, esprimendo la loro equivalenza per questi tipi di serie

$$\sigma_h = 2(1 - \rho_h)\sigma^2(x). \quad (1.18)$$

Negli scopi di questo lavoro di tesi si preferisce però usare il **semi-variogramma**, sempre introdotto da Matheron, i cui coefficienti si ottengono dalla divisione del variogramma per due. Il semi-variogramma può essere espresso con la seguente forma discreta, sulla distanza  $h$  di separazione degli  $n$  campioni, dove  $z$  sono le rispettive quote o profondità

$$\gamma(h) = \frac{\sum_{i=1}^n [z_i(d) - z(d+h)]^2}{2n} \quad (1.19a)$$

con  $d$ , la distanza euclidea  $d = \sqrt{x_i^2 + y_i^2}$ . (1.19b)

La 1.19a si può interpretare anche come una correlazione tra campioni separati dalla distanza  $h$ . Ovviamente verrà calcolato il semi-variogramma, per diverse distanze  $h$ , ottenendo un insieme di punti di grafico, su cui si può adattare una curva, coi minimi quadrati. Comunque in geostatistica la forma geometrica di queste funzioni è ben conosciuta, tanto da distinguerne quattro tipi e tre parametri fondamentali (1.20):

**tipi:**

sferica

$$\begin{cases} \gamma(h) = Nu + S \left[ 1.5(h/R) - 0.5(h/R)^2 \right] & \text{per } h < R \\ \gamma(h) = Nu + S & \text{per } h > R \end{cases}$$

lineare

$$\gamma(h) = Nu + S \cdot h$$

esponenziale

$$\begin{cases} \gamma(h) = Nu + S \left[ 1 - \exp(-h/R) \right] & \text{per } h < R \\ \gamma(h) = Nu + S & \text{per } h > R \end{cases}$$

gaussiana

$$\begin{cases} \gamma(h) = Nu + S \left[ 1 - \exp(-h/R)^2 \right] & \text{per } h < R \\ \gamma(h) = Nu + S & \text{per } h > R \end{cases}$$

**parametri:**  $Nu$  = Nugget;  $S$  = Sill;  $R$  = Range; vedasi figura 1-4

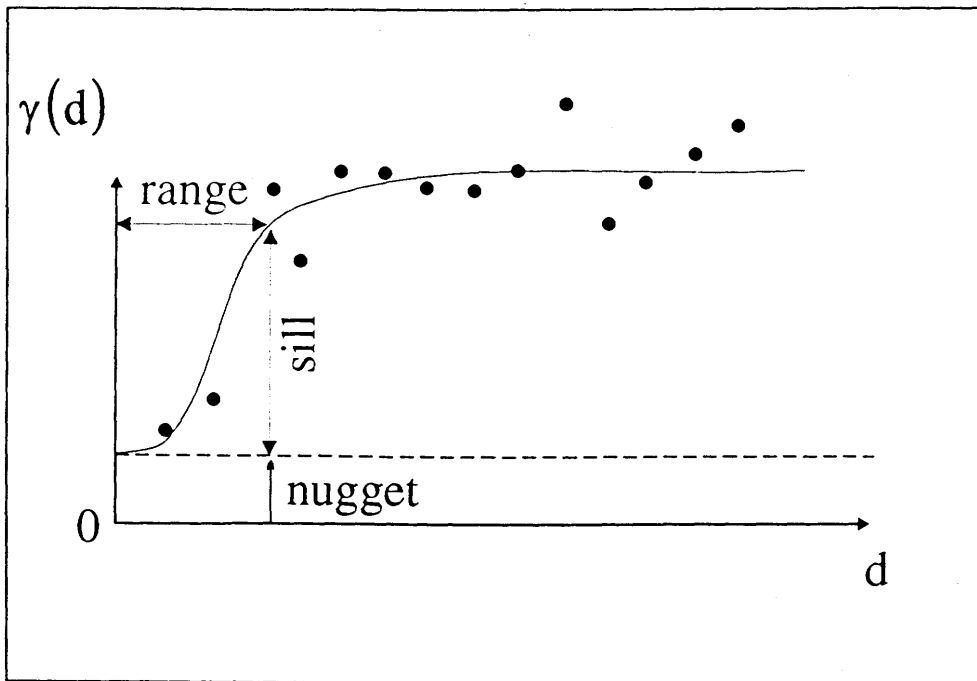


Fig. 1-4: Semi-variogramma tipo, con i parametri fondamentali.

L'utilizzo delle funzioni tipo sarà più chiaro quando si parlerà dell'algoritmo di *contour* chiamato *kriging* dove il semi-variogramma gioca un ruolo non trascurabile, mentre l'utilizzo dei suoi parametri, serve anche nello studio dell'analisi dei *trends* per identificare la direzione di massima anisotropia, che è perpendicolare a quella della tendenza della superficie, con la semplice misura del *range*  $R$  (Kushnir and Yarus, 1992). Infatti prese due direzioni perpendicolari e calcolati, per ognuna, il semi-variogramma, per varie distanze di separazione  $h$ , è logico aspettarsi un andamento lineare o dato da una curva regolare che non presenta *range* lungo la direzione del *trend*; ed un semi-variogramma con *range* e *sill* evidenti, in quell'altra. Rimossa la tendenza all'incremento dei valori  $z$ , indicata dalla superficie di miglior approssimazione ricavata dalla regressione, la curva calcolata sui residui che presenta *range* massimo, indica la direzione di massima anisotropia. Essa mostra una certa inerzia alla variazione, visto che i valori subiscono piccole variazioni al crescere di  $h$ , rispetto alla direzione ortogonale di maggior pendenza (fig. 1-5). In tale ovviamente i valori cambiano rapidamente. Nel prossimo capitolo si vedrà come il *range* può dare una informazione quantitativa sul problema.

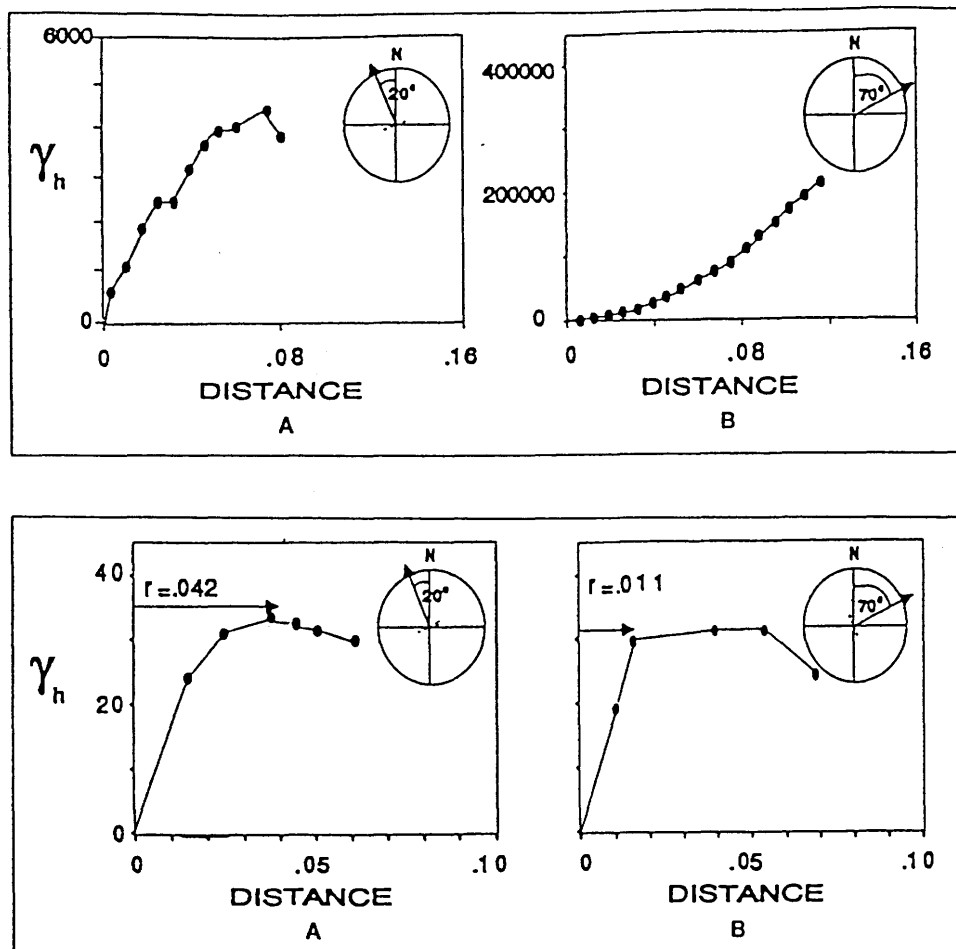


Fig. 1-5: Semi-variogrammi di una formazione sabbiosa (Kushnir and Yarus, 1992). Le prime due figure si riferiscono alla superficie originale che presenta un trend (figura B) per una direzione N70°E. Le figure in basso sono riferite al residuo a cui è stato tolto il trend.

### 1.3. Algoritmi di *contour* e di *gridding*

Nella sezione 1.1. sono stati descritti i fondamenti teorici di quella che è la parte principale di un algoritmo di *contour*; questi algoritmi però sono strutturati in modo più complesso; anche quelli che non tengono conto degli aspetti interpretativi e di trattamento dei campioni già menzionati nell'introduzione. Anche il più semplice degli algoritmi quindi, prima di operare l'interpolazione matematica deve svolgere una serie di operazioni, atte fondamentalmente a preparare i dati (**punti di controllo**), che verranno descritte in dettaglio dopo una breve premessa qualitativa.

Prima bisogna ritornare a quella categoria di *software* più moderno che è uno strumento di lavoro interpretativo. "Il *contouring* sismico: una abilità unica" sentenza, tradotto dall'inglese, Tucker nel 1988 in una pubblicazione che può essere considerata il punto di riferimento per questo discorso. Egli comincia evidenziando subito che la ricostruzione di mappe richiede una intelligente analisi dei dati con sapiente combinazione della variabile natura del segnale sismico con i diversi stili strutturali delle rocce. Continua poi con il discorso sull'uso dei calcolatori che sono



di valido aiuto anche se il *contour* migliore resta quello a mano. Una mappa senza considerazioni geologiche è in genere poco realistica e quindi anche nell'uso di *computer* è indispensabile l'intervento umano.

Jones e Hamilton (1992) ritornano sul discorso informatico tanto da stabilire che un *contour* automatico prima di essere eseguito necessita una **interpretazione geologica della zona da studiare ed una considerazione dei dati**, concependo così metodi di ricostruzione di superfici che richiedono numerosi passaggi elaborativi.

Ad esempio: il *contour* di un corpo sabbioso non sarà corretto se non si tiene conto del *trend* direzionale della corrente marina di trasporto e deposito ed è molto difficile produrre una mappa di una semplice monoclinale provvista però ad un suo bordo di una superficie di erosione. Ancora più complessa è la ricostruzione di una sub-superficie che presenta faglie per la quale bisogna introdurre considerazioni di geologia strutturale legate al concetto di deformazione e stile tettonico.

Riguardo l'analisi preventiva dei dati, molte sono le strutture dei campioni che si presentano nelle varie misure geofisiche, e di differente natura possono essere i dati in uno stesso *file* tanto da avere più superfici o forme geologiche mescolate assieme.

Un bellissimo esempio è riportato nella nota di Hamilton e Henize (1992), in cui un margine di un bacino composto da una scarpata, avendo ubicati numerosi pinnacoli salini, viene trattato con più algoritmi. Questi vengono scelti a seconda del caso geologico specifico e dalla densità dei dati, che divide l'area, in tre fasce: due poco campionate ed una centrale molto densa di misure. I risultati ottenuti da ogni trattamento, vengono poi combinati e fusi in un unico *contour*.

Per un discorso su una unica struttura dati, si può fare riferimento al lavoro di Eckstein B. A. (1989), che richiama l'analisi di Morrison (1971) sugli errori commessi da vari algoritmi applicati su diverse strutture dati, discriminate in due categorie base, provando poi due tipi di algoritmi su due *data-set* geofisici, ognuno riconducibile ad una delle architetture interessate. Banks (1991) invece sintetizza questa classificazione delle strutture dati in due gruppi fondamentali:

- a) Distribuzione *random* (fig. 1-6a).
- b) Distribuzione *allineata random* (fig. 1-6b).

Il caso a) che è proprio di misure non sismiche: gravimetriche o magnetometriche, distribuzioni di minerali in un'area di studio, oppure nel caso sismico di *log* in pozzo, non presenta grandi difficoltà e può essere considerato lo standard di *input* di tutti i più semplici e diffusi programmi di *contour* esistenti in commercio; il caso b) è il caso delle linee sismiche e comporta grossi problemi come

la mancanza di dati in alcune zone e per alcuni algoritmi interpolativi tipo i minimi quadrati, il controllo sugli *azimut*, come si vedrà più avanti.

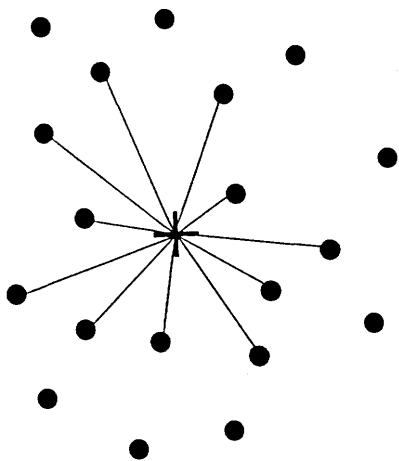


Fig. 1-6a: Distribuzione random dei punti di controllo, tipica di misure di potenziale.

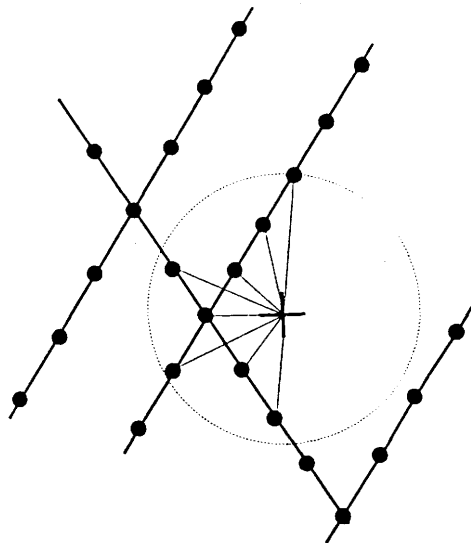


Fig. 1-6b: Distribuzione allineata random dei punti di controllo, tipica di linee sismiche.

Dopo queste importanti premesse si passa ora alla descrizione dei vari algoritmi esistenti. In base alle procedure fondamentali questi si possono dividere in due grandi categorie globalmente riconosciute ed alle quali si fa riferimento sempre nel dettagliato articolo di Banks (1991):

- metodi diretti o di triangolazione.
- metodi indiretti o di *gridding*.

Un'altra classificazione, basata sul fatto che i dati possono soddisfare o meno una equazione alle derivate parziali ellittica è quella che divide (Bolondi et al. 1976) gli algoritmi di *contour* in due gruppi matematici: metodi **deterministici**, derivanti da questa possibilità e cioè sull'uso di funzioni armoniche e metodi basati su un approccio **stocastico**. Si vedrà in dettaglio l'analisi degli algoritmi trattati, catalogati però secondo lo schema visto in precedenza, ma si può anticipare che quelli deterministici, vengono usati come filtri per armonizzare la superficie ricavata con un altro metodo di interpolazione che spesso comporta la presenza di artefatti.

Infatti la procedura di calcolo fondamentale degli algoritmi di *contour* prevede: un metodo di selezione dei campioni ed un metodo di interpolazione accoppiato ad un filtro di lisciatura della superficie (*smoothing*).

### 1.3.1. Metodi diretti o di triangolazione

Questi metodi interpolano direttamente la superficie da un *pattern* che può non essere regolare usando la triangolazione dei punti di controllo. La procedura comporta i seguenti passi:

- 1) la triangolazione dei dati mediante dei criteri molto semplici;
- 2) interpolazione o adattamento della superficie;
- 3) filtraggio per il lisciamiento del prodotto dell'adattamento.

Le caratteristiche dei triangoli formanti la maglia del *pattern* nel primo punto, sono quelle di avere ovviamente per ogni vertice un campione ed essere il più possibile equiangolari: triangoli di Delaunay o Sukkar. Questo avviene per mezzo dei 'vicini naturali' un criterio di ricerca dei punti limitrofi basato sulla filosofia che due punti sono vicini se c'è un altro punto ugualmente vicino ad ognuno di questi due. Così due punti sono vicini naturali se essi sono ubicati su un circolo che include un altro soltanto. Così dalla analisi di cerchi comprendenti più campioni, si costruisce la maglia desiderata come in figura 1-7 (Banks, 1991).

Per il calcolo della superficie mediante interpolazione, vista la modernità del metodo, in genere si usano le funzioni *splines*, che verranno analizzate in seguito (vedasi appendice A e B) con i filtri di lisciamiento appena citati. Un articolo sull'argomento è quello di Akima (1978). Egli ha ripartito il piano delle coordinate con triangoli simili a quelli di Delaunay, ma non necessariamente equiangolari, interpolano poi a tratti una superficie con polinomi di quinto grado.

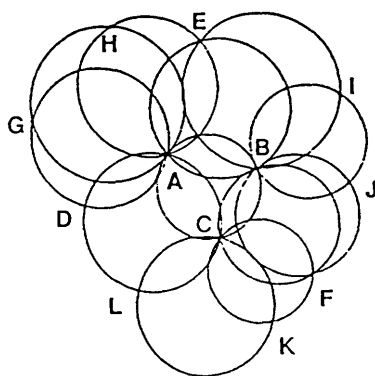


Fig. 1 - 7: Criterio vicini naturali: 2 punti sono vicini naturali se esiste un terzo ugualmente vicino ad ognuno dei due punti. Così tre punti sono vicini naturali, se essi stanno su un cerchio che non includa altri punti. A ha come vicini naturali: B, C, D, E, L, H e G.

I vantaggi di questo tipo di procedura sono notevoli, uno è la **velocità di calcolo**, in quanto si salta uno dei passi più importanti dell'altro approccio, cioè la creazione di una **griglia rettangolare regolare** e la ricerca dei punti per l'interpolazione di un valore ad ogni nodo; ma quello peculiare è il fatto che la superficie ricavata **onora i dati** sempre per lo stesso motivo. Uno degli inconvenienti è quello di costruire la struttura solo dove sono presenti punti, non operando quindi una **estrapolazione** in zone che possono essere utili, sia per la continuità della immagine sia a scopo di indagine.

Lo svantaggio principale, tanto da essere rigettato come metodo per gli scopi della presente tesi, è quello di non fornire flessibilità alla superficie non permettendo un intervento interpretativo alla procedura (Jones and Hamilton, 1992).

### 1.3.2. Metodi indiretti o di *gridding*

E' il filone di metodi più classico ma sempre attuale visto che supera quanto il limite, appena menzionato del metodo precedente. Infatti nell'approccio indiretto è fondamentale il ruolo dei valori, calcolati ai nodi di una griglia regolare predefinita, che possono subire leggere modifiche, giocando sulla spaziatura dei nodi e sulla selezione e distanza dei campioni utilizzati per l'interpolazione ad ogni nodo, che talvolta può diventare **estrapolazione** se la stima avviene su nodi dove mancano punti di controllo.

Il termine *gridding* denota proprio il calcolo di questi valori ai nodi della griglia scelta dall'interprete, tale fatto però comporta un adattamento su questi punti secondari creando una superficie che onorerà questi e non i dati reali a disposizione. Ecco il perché della nascita della categoria degli algoritmi diretti e di una ricerca di modi di interpolare sempre più accurati.

Un tal algoritmo deve comprendere sei passi fondamentali:

- 1) Selezione del passo di griglia, del numero di nodi per ogni dimensione orizzontale (x y) e dell'origine.
- 2) Ordinamento (*sorting*) dei punti di controllo secondo le loro coordinate orizzontali x e y.
- 3) Selezione dei punti di controllo vicini ad ogni nodo per il calcolo dell'interpolazione.
- 4) Stima del valore al nodo considerato mediante i campioni selezionati al punto 3).
- 5) Interpolazione o adattamento della superficie.
- 6) Filtraggio per il lisciamiento del prodotto dell'interpolazione.

Il primo passo è la semplice traduzione della griglia a livello informatico e l'unico problema è la scelta dell'intervallo di griglia, dal quale dipenderà l'accuratezza del *contour*, cioè che grado di dettaglio delle strutture si desidera, in quanto funziona come intervallo di campionamento (Bolondi et al. 1977).

Il passo successivo non sempre è indispensabile, in quanto si spera che i campioni siano sempre ordinati, se no la selezione successiva sarebbe molto più lenta di quello che è già, visto che il *sorting* non lo è da meno, ma almeno avviene una volta sola prima della selezione. Si spera che i dati siano già ordinati o molto spesso si considerano tali, in quanto nel caso di misure non sismiche essi sono in genere pochi e solo alcuni disposti fuori dall'ordine previsto, mentre nel caso sismico non ci sono problemi in quanto si ha un ordinamento secondo le linee di acquisizione, criterio d'ordine da adottare visto che i campioni in questo caso sono spesso numerosi e quindi un *sorting* rallenterebbe molto il calcolo.

Il terzo passo è un punto molto delicato ed importante tanto da non potersi esaurire in poche righe e soprattutto in un paio di concetti. Il criterio scelto per la selezione dei dati comporta il necessario "intervento dell'interprete". L'operazione logica fondamentale è quella di fissare un raggio che definisce un **cerchio di ricerca** centrato su ogni nodo (fig. 1-6a), considerato come intorno entro cui cadono i campioni utili. Questa operazione non è superata ma evoluta con nuove varianti ed opzioni.

Banks (1991) riassume in due concetti peculiari necessari ma a volte non sufficienti, utilizzati da tutti i programmi commerciali esistenti: a) i punti vicini dovrebbero essere uniformemente distribuiti attorno al nodo (vedasi figura 1-6a); b) solo i punti più vicini dovrebbero essere selezionati.

Kushnir G. e Yarus J. M. (1992), introducono nel modellamento di strutture con anisotropie il concetto di **ellisse di ugual influenza** che completa o sostituisce il cerchio di ricerca; Steven Zoraster (1992) analizza vari comportamenti da tenere lungo i margini delle faglie, tutti argomenti spiegati in dettaglio nel capitolo 2.

L'importanza di questo passo è tale nel problema del *contour*, che esso verrà ripreso in quasi ogni paragrafo che segue, soprattutto nella descrizione dei vari algoritmi e nel capitolo 2, dove verrà descritto un algoritmo originale per risolvere questo problema e per evidenziare le discontinuità delle superfici rappresentate.

Si vedrà alla fine, dopo la descrizione dei vari algoritmi, una panoramica sugli **artefatti** e come evitarli ( Tucker, 1989 - Krajewski e Gibbs, 1994), in cui rientra anche il concetto di selezione dei dati interpolanti ogni nodo.

Il quarto e quinto passo sono quelli che determinano il nome e la distinzione tra i vari algoritmi che analizzeremo ora in dettaglio.

Come già anticipato nella sezione sull'interpolazione ed approssimazione (1.1.) la forma generale di quasi tutti gli interpolatori descritti, può essere riferita al caso lineare (1.3)

$$z = a_1 f_1 + a_2 f_2 + \dots + a_n f_n, \quad (1.21)$$

dove la quota interpolata  $z$  è una combinazione lineare delle  $a_n$ , che possono essere le quote degli  $n$  campioni selezionati, oppure avere altri significati come i coefficienti di un polinomio; moltiplicate per le  $f_n$  funzioni peso o di base a seconda del tipo di approccio interpolativo. Per uniformità di convenzione, i primi (coefficienti) verranno indicati con le prime lettere dell'alfabeto (a, b, c, d) o nel caso delle quote o profondità con l'ultima (z), i secondi con le altre lettere, in genere con la f e g.

## 1.4. Descrizione degli algoritmi di *contour*

### 1.4.1. Distanze inverse medie pesate (*weighted inverse distances*)

È uno degli algoritmi più vecchi ma non per questo obsoleto, anzi è ancora tra quelli più usati, per la sua semplicità di calcolo e per le sue prestazioni di velocità ed adattabilità alla struttura dati ed alla superficie da interpolare. Esso calcola il valore ad ogni nodo di coordinate  $x - y$ , previa la selezione degli  $n$  campioni più vicini, mediante una media pesata con una funzione di varia origine

$$z(x, y) = \frac{\sum_{i=1}^n w_i z(x_i, y_i)}{\sum_{i=1}^n w_i} \quad (1.22)$$

nel caso classico del cerchio di ricerca, di raggio  $r$ , si usa anche un raggio minimo  $\varepsilon$  in modo tale che

$$z(x, y) = \begin{cases} \frac{\sum_{i=1}^n w_i z(x_i, y_i)}{\sum_{i=1}^n w_i} & \text{se } \varepsilon < d_i < r \\ z(x_i, y_i) & \text{se } d_i \leq \varepsilon \end{cases} \quad (1.23)$$

le funzioni peso hanno come idea di base la forma di una distanza inversa

$$w_i = \left\{ \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2} \right\}^{-p} = d_i^{-p} \quad (1.24)$$

ma possono assumere altre forme, tipo

$$w_i = \left\{ \exp \left[ \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2} \right] \right\}^{-1} = d_i^{-p} \quad (1.25)$$

La caratteristica principale di queste funzioni interpolanti è che essendo una media, il *range* delle quote o profondità della superficie stimata, può assumere come limiti il massimo ed il minimo dei dati a disposizione. A prima vista quindi sembra un algoritmo che opera una smussatura delle discontinuità, ma verrà dimostrato con esempi che non è così.

Una accorgimento consigliato ma non indispensabile è il controllo sull'azimut (vedasi figura 1-6a), che però comporta maggior tempo di calcolo per la selezione di punti ben distribuiti su tutto l'orizzonte del cerchio di selezione.

Altro accorgimento da tenere presente è quello di non usare mai raggi di ricerca molto grandi, in quanto si calcolerebbe per tutta l'area una media globale dei dati.

Nella forma (1.24) è fondamentale lo studio dell'esponente  $p$  (Eckstein, 1989):

- quando  $p=1$  la derivata prima di  $z(x,y)$  non è continua, a causa dei rapidi cambiamenti di pendenza (discontinuità di prima specie);
- quando  $p>1$  la derivata prima è continua e questo è meglio sia come rappresentazione, anche se la superficie si appiattisce vicino i campioni, che per i discorsi che seguiranno in questa tesi. Un esponente  $n=2$  in varie esperienze ha dato i migliori risultati, come si vedrà in alcuni esempi.

#### 1.4.2. Punti più vicini (*closest points*)

Può essere definito come una variante del primo o forse come un suo antecedente, ed in genere funziona solo con molti di punti di controllo, in quanto si opera l'interpolazione per mezzo della distanza inversa media pesata, con i tre punti più vicini al nodo griglia considerato, confidando che siano veramente prossimi e ben distribuiti attorno ad esso, con posizione ottimale ai vertici di un triangolo equilatero con il nodo in posizione centrale.

#### 1.4.3. Minimi quadrati (*least squares*)

È il più classico degli algoritmi in quanto come già menzionato nel paragrafo dedicato all'uso delle superfici di regressione (1.2.1.) nella definizione dei *trends*, il metodo può essere considerato un miglior adattamento nel discreto e quindi come un ottimo interpolatore. La trattazione teorica è sempre riferita alla sezione sull'interpolazione e adattamento (1.1.).

L'interpolazione viene fatta non su tutti i punti contemporaneamente, come Peltó et al., 1968, impresa un po' ardua se si considerano gli aspetti teorici discussi nella sezione dedicata all'analisi dei *trends* (1.2.) ed il fatto che una superficie geologica in quanto complessa, deve essere approssimata da un polinomio di grado molto elevato, problema di non facile soluzione dal punto di vista numerico. Se poi si riuscisse a risolvere questo problema, la superficie sarebbe sicuramente dotata di un grosso inconveniente cioè di bordi molto disturbati. Essendo un algoritmo di *gridding*, l'interpolazione quindi viene calcolata sui campioni selezionati nell'intorno di ogni nodo griglia. Questo intorno può essere un rettangolo oppure un cerchio con



centro il nodo, che in genere è opportuno far coincidere con l'origine degli assi cartesiani dello spazio su cui si opera l'interpolazione. Ricavando così la formula per la superficie, si calcolerà poi il valore al nodo con una forma simile alla (1.21).

In genere si usano poche funzioni di base (vedasi formula 1.8) per costruire una funzione interpolante di grado  $n-1$  basso (al massimo di terzo grado), in quanto gradi più elevati sarebbero poco realistici dal punto di vista geologico oltre a presentare i già citati problemi numerici. Si rammenta però che l'adattamento di un piano o di una superficie quadratica, comporta ovviamente uno smussamento dei valori interpolati; potrebbe così risultare un *contour* liscio.

La velocità, rispetto agli algoritmi visti prima, le qualità di lisciamiento della superficie e la qualità del prodotto di questo approccio, sono state analizzate da Braile (1978) in un lavoro dove usa i minimi quadrati, con intorno di ricerca un rettangolo, su dati aeromagnetici distribuiti in modo casuale, in modo però ottimale, senza aree vuote.

Un aspetto basilare è il controllo sull'azimut, vista l'indeterminazione del metodo nell'adattamento in una densa nuvola di campioni molto vicini l'uno rispetto l'altro (figura 1-8). L'uso di dati tutti ubicati su un quadrante solo o tutti in una sola parte può comportare il calcolo di una superficie adattata molto inclinata, la quale genera valori interpolati molto discordanti dalla realtà, specie se essi si trovano lontano dal nodo, dando così origine ad un artefatto. È questo un problema nel caso delle sezioni sismiche che, come già stato detto hanno i dati ubicati in una struttura allineata *random* (fig. 1-6b).

Anche per questo algoritmo bisogna stare attenti alle dimensioni dell'intorno di selezione, in quanto si può andare incontro al calcolo di una media globale. È quindi buona norma non usare quest'algoritmo in presenza di pochi campioni molto spazati tra loro.

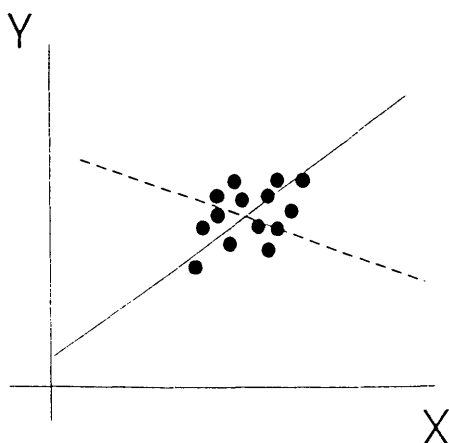


Fig. 1-8: minimi quadrati. Problema della stima in presenza di punti troppo vicini.

A riguardo è meglio usare un altro algoritmo molto semplice, che può essere attivato automaticamente ogni qual volta la densità dei campioni a disposizione è sotto un certo valore di soglia, basato sulla proprietà geometrica che un piano è univocamente determinato da tre punti in un sistema di riferimento cartesiano. Infatti dati quattro punti  $P(x,y,z)$ ,  $P_1(x,y,z)$ ,  $P_2(x,y,z)$ ,  $P_3(x,y,z)$  questi sono complanari, nello spazio euclideo, se è valida l'equazione lineare

$$\begin{vmatrix} x & y & z & 1 \\ x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad (1.26)$$

da cui si ricava l'equazione cartesiana del piano nello spazio

$$ax + by + cz + d = 0 \quad (1.27)$$

i coefficienti  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ , vengono calcolati dalla (1.26), considerando nell'ordine i **complementi algebrici** degli elementi  $x$ ,  $y$ ,  $z$  e  $1$  della prima riga della matrice. Il valore al nodo, quindi viene calcolato dall'equazione del piano (1.27) passante per i tre punti più vicini al nodo stesso, ricavata dal procedimento appena descritto. Ne risulta un *contour* piatto, senza grandi configurazioni, nell'area esaminata, che segue gli stessi criteri di un *contour* manuale, in quanto in quella zona mancano informazioni per dare una interpretazione più complessa.

#### 1.4.4. Projected slope

Un algoritmo, simile a quello appena descritto in zone a bassa densità di punti di controllo, può essere concepito includendo anche criteri interpretativi ed usando un'altra proprietà geometrica che dice che un piano, passante per un unico punto noto, può essere univocamente determinato assegnando una giacitura. Infatti dato un punto  $P_0(x_0, y_0, z_0)$  e la giacitura data dalla equazione (1.27); il piano risulta identificato dalla forma implicita

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0. \quad (1.28)$$

Operando su un solo campione, quindi addirittura può essere considerato un algoritmo da usarsi in zone dove i dati sono molto scarsi e quindi **estrapolativo** in zone prive di questi ultimi. L'unico problema è ricavare i coefficienti  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  utili alla (1.28), dai parametri assegnati normalmente per identificare la giacitura di un

piano. Infatti in geologia, quest'ultima viene identificata assegnando la **direzione** e l'**immersione**, due angoli che nella geometria euclidea e soprattutto per un *computer* non sono sufficienti, in quanto sono necessari vettori, che hanno bisogno anche di un verso e di un modulo. Si usa un trucco col quale si ricavano, da questi due angoli, tre vettori di modulo assegnato (per comodità unitario), due lungo la direzione, con versi ovviamente opposti, uno lungo il verso dell'immersione. Per la proprietà usata nella (1.27), si può ora calcolare l'equazione del piano dagli angoli di giacitura assegnati.

Un uso di questo speciale algoritmo è riportato nell'articolo già citato di Hamilton e Henize (1992), i quali non solo hanno estrapolato un *contour* della superficie generale tenendo conto del *trend* regionale e delle zone prive o quasi di campioni, ma si sono serviti di questa superficie per isolare i residui delle profondità, per poi calcolare con un altro algoritmo un *contour* della zona più densa di campioni e geologicamente più interessante, in quanto ivi presenti dei pinnacoli salini molto affusolati, di difficilissima interpretazione mediante linee di livello.

#### 1.4.5. *Kriging*

Questa è una categoria di algoritmi di concezione diversa dai precedenti, visto che per l'interpolazione si usano informazioni sulla **continuità spaziale** della superficie, anche se la base matematica può essere ricondotta ad una tecnica ai minimi quadrati. Bolondi et al. (1976) inseriscono questa categoria nei metodi stocastici. E' considerato uno dei metodi migliori per operare il *contour*, pero' parte dal presupposto limitante che la superficie deve comportarsi allo stesso modo lungo tutte le direzioni ed in ogni zona della sua area, funzionando quindi solo sui residui a cui è stato tolto il *trend* regionale o sulle superfici che non presentano periodicità lungo determinate direzioni. Caratteristica questa ultima di strutture geologiche semplici!

Di riferimento è l'ottimo articolo di R. Olea (1992) che tratta in modo descrittivo l'algoritmo e tutti i problemi connessi, mentre Agterberg (1974), Bolondi et al. (1976 e 1977) trattano in dettaglio la parte matematica. Una completa ed utilizzabile descrizione sulla variante "*Universal Kriging*", provvista di codice Fortran-77 è riportata sul lavoro di J. Carr (1990).

Il nome deriva da Daniel G. Krige un geniale ingegnere minerario del Sud Africa, che lavorando nelle miniere di uranio ed oro del Witwatersrand, si accorse che le importanti decisioni economiche prese dagli amministratori commerciali delle miniere, si basavano su studi e relazioni minerarie, poco attendibili. Egli si ispirò ad un metodo di predizione lineare per serie temporali, per il quale: data una serie temporale o spaziale  $\{X_t\}$ , con  $t = \dots, -2, -1, 0, 1, \dots, s, \dots$ , debolmente stazionaria,

con media nulla; un valore  $X_s$  ( $s > 0$ ), posto nel futuro, può essere stimato linearmente per mezzo dei minimi quadrati, tramite il predittore  $\hat{X}_{s,n}$ , basato sugli  $n$  elementi precedenti ( $X_{-n}, \dots, X_{-1}, X_0$ )

$$\hat{X}_{s,n} = \sum_{i=-n}^0 \hat{a}_{i,n} X_i \quad (1.29)$$

per cui  $\hat{a}_{i,n}$  sono dei coefficienti calcolati minimizzando la

$$E(X_s - \hat{X}_{s,n})^2 = \varepsilon^2. \quad (1.30)$$

con  $\varepsilon > 0$  piccolo, fissato a priori. La (1.29) è un sistema di  $n$  equazioni lineari, che può essere scritto in forma matriciale, come  $R_{nn} \hat{A} = R_{ns}$ , con  $R_{xx}$  la matrice di autocorrelazione, o in quella estesa

$$\begin{pmatrix} 1 & \rho_1 & \dots & \rho_n \\ \rho_1 & 1 & \dots & \rho_{n-1} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \rho_n & \rho_{n-1} & \dots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a}_{0,n} \\ \hat{a}_{1,n} \\ \cdot \\ \cdot \\ \hat{a}_{n,n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_s \\ \rho_{1+s} \\ \cdot \\ \cdot \\ \rho_{n+s} \end{pmatrix} \quad (1.31)$$

dove  $\rho_i = C_i / C_0 = E(X_k, X_{k+i}) / \sigma^2(X)$ , ricavato dalla (1.15).

Dalle proprietà delle funzioni di autocorrelazione

$$\begin{aligned} |r(i)| &\leq 1; \quad \forall i \in [0, n] \\ \rho(0) &= 1; \\ \rho(i) &= \rho(-i); \end{aligned} \quad (1.32)$$

si vede subito che la matrice di autocorrelazione  $R_{xx}$  è sempre definita positiva per cui facilmente invertibile e quindi, dalla forma ricavata dai minimi quadrati (equazione normale)  $R_{nn}^T R_{nn} \hat{A} = R_{nn}^T R_{ns}$ , dalla (1.9) o (C-2), si può ricavare il vettore dei coefficienti  $\hat{a}_{n,s}$ .

Krige quindi adattò questo metodo di predizione lineare al problema di interpolazione ai nodi della griglia regolare, definendo la funzione di autocorrelazione 2D  $\rho_{ij}$ , per la relazione lineare tra tutte le possibili coppie  $[z_i(x, y), z_j(x, y)]$  degli n

punti di controllo. Data la superficie campionata *random*,  $z(x,y)$  si può calcolare la funzione di autocovarianza bidimensionale (dalla 1.15)

$$E\{z[(x+k),(y+l)] \cdot z[x,y]\} = R(k,l); \quad (1.33)$$

la quale per una serie, lineare o spaziale, stazionaria o quasi  $R(x,y,k,l)$  dipende solo dalle distanze scelte per il calcolo di  $k$  e  $l$ . Calcolando  $R(k,l)$  per tutti i punti di controllo, tenendo conto della distanza tra coppia di punti e dividendola per la varianza, si ottiene un correlogramma dei coefficienti  $\rho(k,l)$  (1.15a), con infine un adattamento di una superficie di regressione in genere esponenziale. Volendo ora operare una interpolazione su un nodo di una griglia regolare  $z(x_0, y_0)$  con dei valori  $z(x_m, y_m)$  raccolti nel cerchio di intorno, lo stimatore (1.29) può scriversi

$$\hat{z}(x_0, y_0) = \sum_{m=1}^n \hat{a}_m(x_0, y_0) z(x_m, y_m). \quad (1.34)$$

Gli  $n$  coefficienti  $\hat{a}_m$  si trovano coi minimi quadrati (1.30), per i quali si trova una equazione lineare simile alla (1.31), la cui autocorrelazione è basata **sulla mutua distanza tra i punti di controllo** (matrice  $R_{xx}$ ) e **quella del nodo con gli stessi** ( $R_{xs}$ ). O ancora inserendo la (1.33) nella ed elevando al quadrato, si ottiene l'equazione normale

$$\sum_{j=1}^n \hat{a}_m r_{j,m} = r_j \quad (1.35)$$

dove

$$\begin{aligned} r_{j,m} &= \rho(x_m - x_n, y_m - y_n) \cdot \sigma^2 \\ r_n &= \rho(x_0 - x_n, y_0 - y_n) \cdot \sigma^2 \end{aligned} \quad (1.36)$$

In questo uso di interpolazione c'è da aggiungere che la matrice  $R_{xx}$  è definita positiva, se la distanza euclidea misurata tra 2 punti è compresa dentro una superficie continua.

Bolondi et al. (1977) concludono asserendo che questa procedura, come già premesso, è ottima se  $z(x,y)$  è spazialmente stazionaria. Agterberg (1974), riportando gli studi di Matheron, asserisce che l'uso della autocorrelazione non porta ad una corretta stima, in quanto usa la media  $\bar{x}$  (1.15), che in genere non è uno stimatore corretto del valore centrale dei punti di controllo, ed è quindi meglio usare il semi-variogramma (1.19) ove la media non compare, anche perché è possibile

calcolarlo, almeno in teoria, per superfici non stazionarie (vedasi paragrafo 1.2.3). Comunque essendo in pratica difficile il suo calcolo esatto, si preferisce lavorare sempre su superfici stazionarie, cioè senza *trends*. Quindi prima di operare l'interpolazione, negli algoritmi di *Kriging* più moderni (*universal Kriging* e *ordinary Kriging*), bisogna calcolare il semi-variogramma della spaziatura di tutti i campioni, possibilmente lungo una direzione scelta (anisotropia), adattando poi una curva con i minimi quadrati, e quindi operare la stima dei coefficienti  $\hat{A}_m$  di interpolazione tramite la (1.35).

Spesso la curva adattata direttamente sui coefficienti del semi-variogramma, non garantisce l'esistenza e l'unicità dell'interpolazione (R. Olea, 1992). Per ovviare a questo problema basilare si usano i modelli predefiniti dati dalle (1.20). L'uso del semi-variogramma comporta però il calcolo di parametri aggiuntivi ed ulteriori equazioni (Carr, 1990), specie per l'*intrinsic Kriging* il quale provvede al calcolo e all'uso automatico del grado di spaziatura tra campioni dato dalla funzione tipo (1.20).

Se ci riferiamo poi alla (1.21), in altre parole, il *Kriging* si distingue dagli altri algoritmi, per il calcolo dei pesi  $w_n$ . Infatti rispetto quello delle distanze inverse medie pesate, i pesi non dipendono solo dalla distanza di ogni campione dal nodo, ma anche da una **distanza statistica** che si può interpretare come un grado di correlazione della spaziatura tra i campioni stessi.

Sempre R. Olea (1992) asserisce che questo metodo interpolativo è uno stimatore corretto in quanto i coefficienti sono calcolati dalla minimizzazione degli scarti in norma  $L_2$ . Usando però il concetto dell'errore quadratico minimo, il *Kriging* ha l'effetto di un filtro passa basso sui punti di controllo, producendo così superfici più lisce della realtà. L'uso dei minimi quadrati serve però a evitare gli errori dovuti a tendenze spaziali dei campioni.

Bolondi et al. (1977) hanno usato questo algoritmo come prima stima della superficie, lisciata poi con un metodo deterministico (armonico o bi-armonico) visto che il *Kriging* produce spesso degli artefatti da eliminare dovuti anche al necessario controllo sull'azimut. Comunque oltre alla correttezza dell'interpolazione, enfatizzano molto il fatto che, al contrario degli altri algoritmi qui descritti, il *range* delle quote della superficie non ha come limiti il massimo ed il minimo dei dati a disposizione. Inoltre considerano la possibilità di creare *contour smooth*, aggiungendo un parametro di smorzamento ai valori della diagonale della matrice  $R_{xx}$ , come nelle tecniche di *imaging*, per stabilizzare la matrice da invertire.

Altro vantaggio notevole rispetto agli altri algoritmi è la mancanza di problemi dovuti dalla scelta della spaziatura tra nodi griglia, che può essere determinante invece nella convergenza della soluzione negli altri casi.

Gli ultimi autori citati, hanno usato un algoritmo ordinario, che non calcola il semi-variogramma e quindi parlano di tempi di calcolo ridotti rispetto ai metodi deterministici proposti, che in genere sono iterativi. Ma a parte il notevole inconveniente dell'uso esclusivo su superfici, con media delle quote nota e costante (stazionarietà), l'introduzione del semi-variogramma come già ampiamente discusso, comporta una diminuzione di velocità di calcolo ed un algoritmo a due passaggi (calcolo semi-variogramma, interpolazione), che aggiunti ai tre di manipolazione del *trend* (identificazione, eliminazione ed reinserimento finale) ne fanno un algoritmo difficile da usare e globalmente molto lento. Gli stessi autori riportano un metodo, ripreso poi da altri (Hansen, 1993), per operare il calcolo direttamente in presenza di *trends*, che si ritiene comunque delicato e di uso molto difficile, tanto da averlo escluso, oltre che per gli altri svantaggi sopra riportati, per gli scopi qui proposti.

#### 1.4.6. Funzioni polinomiali a tratti (*piecewise polynomial*) e funzioni *splines*

Nella sezione introduttiva relativa al problema dell'interpolazione (1.1.), si è detto che la miglior approssimazione, dal punto di vista numerico, è pressoché impossibile a meno di alcune condizioni e restrizioni sulla scelta del sottospazio  $U$  (vedasi superfici di regressione, *trends*). Un modo molto elegante è quello di suddividere l'intervallo sul quale è definita la funzione da approssimare in sottointervalli ed usare, per ognuno di essi come approssimante, un polinomio di grado non molto alto. Così come è ricordato da Hämmerlin e Hoffman (1991) si sfruttano i vantaggi di lisciamento dei polinomi a basso ordine, evitando allo stesso tempo i grossi inconvenienti numerici di quelli di alto grado.

Quindi una funzione polinomiale a tratti può essere formalizzata, assegnando un intervallo  $[a,b]$ , una sua partizione di  $n+1$  punti  $\{x_i\}_{i=0}^n$  con  $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$  e definendo un polinomio  $p(x)$  di grado  $m$  e nodi  $x_i$  tale che

$$p(x) \in P_m \quad \text{per } x \in ]x_i, x_{i+1}[ , \quad i = 0, 1, \dots, n. \quad (1.37)$$

Esiste un teorema che dimostra che fissati gli  $n+1$  nodi  $x_i$  l'insieme  $P_m$  dei polinomi soddisfacenti le condizioni (1.37) è uno spazio lineare di dimensione  $n+m$ . Le funzioni così ottenute rappresentano ovviamente delle curve molto lisce. Le curve definite da queste funzioni, hanno la caratteristica di passare per i punti da interpolare. Quindi più che un adattamento, operano una vera e propria interpolazione.

Un uso semplice ma anche molto finalizzato ad una particolare struttura dati è riportato sull'articolo, già menzionato, di Braile (1978). L'autore paragona il suo algoritmo basato sui minimi quadrati con uno che adatta dei polinomi a tratti su file

di punti di controllo, selezionati in modo accurato, ottenendo poi il valore al nodo mediante l'interpolazione lineare dei valori ricavati da queste curve sulle coordinate in linea col nodo (vedasi figura 1-9a). Dalla figura si vede che le 4 misure derivano da una tipica acquisizione di dati magnetometrici, per mezzo di aerei!

Una funzione *spline* viene definita allo stesso modo di una funzione polinomiale a tratti, con l'aggiunta di un'altra condizione molto importante, cioè della continuità delle derivate: assegnati l'intervallo  $[a,b]$  e gli  $n+1$  nodi  $\{x_i\}_{i=0}^n$  ( $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$ ), la funzione *spline* di grado  $m$  è data dalle

$$\begin{aligned} s_m(x) &\in P_m && \text{per } x \in ]x_i, x_{i+1}[ , \quad i = 0, 1, \dots, n \\ s_m(x) &\in C^{m-1}[a, b] \end{aligned} \quad (1.38)$$

valori splines utilizzati per l'interpolazione al nodo

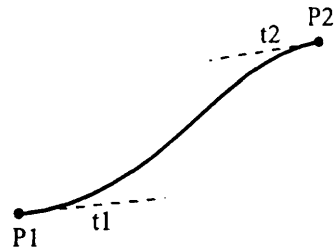
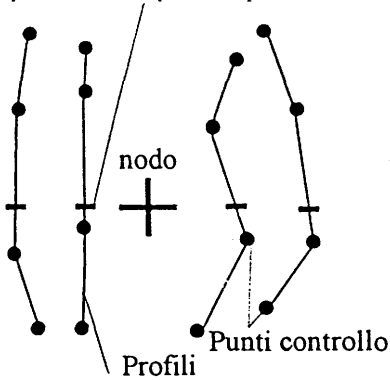


Fig. 1-9a: da Braile, 1978. Un primo uso dei polinomi a tratti, raccogliendo i punti di controllo in filari.

Fig. 1-9b: modello di una spline passante per due punti.

Si rammenta che un polinomio può sempre considerarsi una *spline* dello stesso grado, ma non il contrario! Visto il teorema menzionato prima, anche l'insieme  $S_m$  è uno spazio lineare di grado  $m+n$ , per cui è possibile determinare univocamente una  $s_m(x) \in S_m$  imponendo  $m+n$  opportune condizioni. Posto

$$(x - x_k)_+^m = \begin{cases} 0 & \text{per } x \leq x_k \\ (x - x_k)^m & \text{per } x > x_k \end{cases} \quad (1.39)$$

una generica funzione  $s_m(x) \in S_m$  ha sempre una **unica** espansione, per  $n \geq 2$

$$s_m(x) = \sum_{i=1}^{m+1} b_i x^{i-1} + \sum_{k=1}^{n-1} a_k (x - x_k)_+^m \quad (1.40)$$

dove il primo termine a destra è un polinomio di grado  $m$  (Hämmerlin e Hoffman, 1991). Le *splines* in questa forma, che prevede l'uso delle funzioni  $(x - x_k)_+^m$ , dette



di potenza troncata di grado  $m$ , vengono chiamate *one-side splines*. Le funzioni di potenza troncata, hanno lo scopo di rendere la matrice di Gram (1.10), nell'interpolazione, o la matrice  $M$  nella (A.11), nel caso della costruzione della *spline* stessa, numericamente trattabile, con una forma tipo matrici di **Hessenberg** (quasi triangolare). Si vedranno in seguito altre implicazioni matematiche e numeriche di tali funzioni, che le rendono molto più interessanti ed utili in questo tipo di lavoro.

Comunque quello che ora è importante, sono le  $m+n$  condizioni da assegnare per definire univocamente la *spline*. Queste condizioni sono:

- i vettori che definiscono la posizione di ogni nodo;
- i vettori tangenti ai nodi, che rappresentano le derivate ai nodi (fig. 1-9b), assegnate a priori.

Senza entrare nei meriti puramente teorici, una semplice trattazione di queste funzioni è riportata nell'appendice A del presente capitolo, ricavata dal libro di Rogers e Adams (1990) i quali forniscono i formalismi generali per le *splines cubiche*, che è la categoria più usata, in forma parametrica.

In genere i parametri delle *splines* trattate in questo modo, generano delle matrici  $M$  (A.11) mal condizionate, rendendo l'equazione algebrica (A.12) spesso non risolvibile, per cui si sono cercate altre basi al posto delle serie di potenze e per le serie di potenza troncata (vedasi 1.40), creando delle curve su cui si può intervenire più direttamente a livello grafico, assegnando così a priori sia le condizioni al contorno, che una forma grezza alla curva. Sono nate le curve di Bézier, di grado  $m$ , configurate da dei poligoni (fig. 1-10) i cui vertici, di numero  $m+1$ , sono definiti dai vettori  $B_i$ , nella forma parametrica (Rogers e Adams,)

$$s_m(t) = \sum_{i=0}^m B_i J_{m,i}(t) \quad (1.41)$$

dove le  $J_{m,i}(t)$  sono le corrispondenti basi di Bernstein

$$J_{m,i}(t) = \binom{m}{i} t^i (1-t)^{m-i} \quad (1.42)$$

Le caratteristiche più importanti di tali curve sono:

- le funzioni di base sono reali;
- il polinomio di interpolazione è di grado  $m$  dato dal numero dei vertici - 1;
- la curva segue in linea generale la forma del poligono;
- il primo ed ultimo punto della curva coincidono con quelli del poligono;
- i vettori tangenti agli estremi della curva, hanno la stessa direzione del primo ed ultimo lato del poligono;
- la curva è contenuta dentro un **inviluppo convesso (convex hull)**, definito graficamente dall'area del poligono ottenuto per mezzo dei vertici stabiliti.

Il difetto principale di queste curve però è che dipendono dalla natura globale delle basi di Bernstein. Questo significa che una variazione di un valore ad un vertice del poligono, cambia globalmente la curva. Tale fatto limita l'intervento manuale a priori nel forgiare la curva.

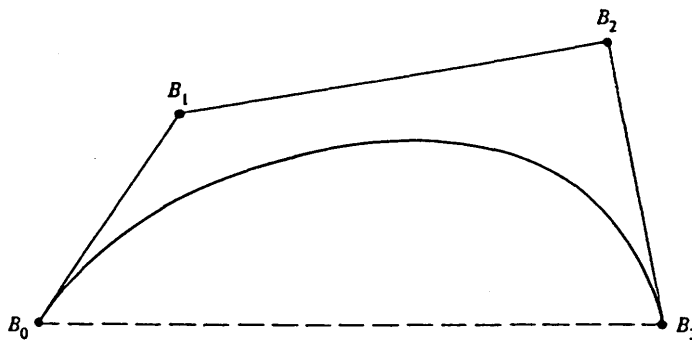


Fig. 1-10: curva di Bézier, definita dai vertici  $B_i$  del poligono convesso.

Sono state quindi studiate delle apposite funzioni, per risolvere tali difetti ed introdotte la prima volta da Shoenberg (1946) chiamate, dalla combinazione delle parole *basis splines*, con un evidente significato assoluto: *B-splines*. Esse sono una generalizzazione delle basi di Bernstein ed hanno comportamento "non globale" in quanto, ad ogni vertice viene associata un'unica funzione base; inoltre l'ordine totale della curva non dipende dal numero di vertici del poligono di formazione.

Una *B-spline* di grado  $k-1$  è definita dalla forma recursiva di parametro  $t$

$$s_m(t) = \sum_{i=1}^{n+1} B_i N_{i,k}(t) \quad t_{\min} \leq t \leq t_{\max} \quad (1.43)$$
$$2 \leq k \leq n+1$$

con  $n+1$  vertici, dove  $N_{i,k}$  sono le basi di ordine  $k$  e scritte con le

$$N_{i,k}(t) = \begin{cases} 1 & \text{se } x_i \leq t \leq x_{i+1} \\ 0 & \text{altrove} \end{cases} \quad (1.44)$$

$$N_{i,k}(t) = \frac{(t - x_i)N_{i,k-1}(t)}{(x_{i+k-1} - x_i)} + \frac{(x_{i+k} - t)N_{i+1,k-1}(t)}{(x_{i+k} - x_{i+1})}. \quad (1.45)$$

Le altre caratteristiche di queste curve, oltre ai pregi già citati, sono:

- $\sum_{i=1}^{n+1} N_{i,k} = 1$

- la curva è contenuta dentro un **inviluppo convesso**, le cui caratteristiche di convessità sono molto più forti di quelle delle curve di Bézier. Infatti presi tutti i convessi formati dalla combinazione di  $h$  degli  $n+1$  vertici, tutti i punti della *spline* giacciono dentro l'unione di tali inviluppi convessi (figura 1-11, Rogers e Adams, 1990, pag. 308).

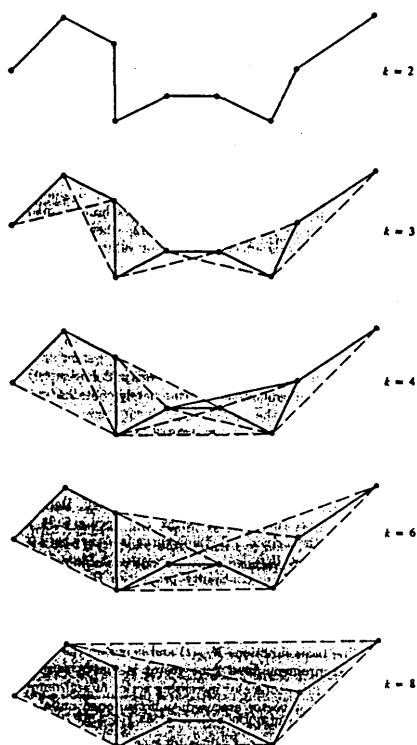


Fig. 1-11: dimostrazione di convessità più robusta delle B-splines, rispetto le curve di Bézier

In una trattazione più completa delle **B-splines** (Hämmerlin and Hoffmann, 1991), compaiono nuovamente le funzioni di potenza troncata, come nella forma

(1.40), che oltre ai motivi di algebra numerica già esposti, hanno la peculiarità di definire ogni base di Shoenberg, solo in un intervallo chiuso e limitato. Questo serve a definire la funzione di base e quindi la funzione stessa, solo dove serve, cioè si usa il concetto delle basi a supporto compatto, come nella teoria delle *wavelet*, oggetti matematici molto noti nella sismica. Ecco quindi, riferendosi al paragrafo sulla miglior approssimazione (1.1.1.), l'introduzione di queste basi per l'interpolazione di superfici, in quanto si sfrutta il fatto che una *spline*, di grado  $m$ , potendo essere nulla in sottointervalli, ha al più  $m+n-1$  zeri essenziali, da cui si ricava una condizione di unicità della soluzione simile alla proprietà di Haar.

L'applicazione, nel *contour*, delle funzioni *splines* riveste quindi un ruolo importante nella costruzione di superfici a porzioni in forma parametrica, una metodologia usata, oltre che per l'interpolazione ai nodi di una griglia, anche per l'adattamento finale della superficie (su griglie però regolari) e per il tracciamento delle linee di livello, come è stato già premesso nei metodi di triangolazione. L'uso delle superfici parametrizzate quindi non è utile solo nei metodi diretti, ma interviene globalmente, come ultimo passo nell'operazione di *contour*, in entrambi i metodi.

Le categorie di metodi che seguiranno a parte la seconda, non sono propriamente fatte per il *gridding*, ma sono di importanza teorica e applicativa fondamentale, in quanto esiste una stretta connessione tra queste metodologie, nei principi matematici e fisici, che ne fanno dei passi essenziali nel *contour*. L'applicazione principale delle prime due è stata appena introdotta, mentre le altre sono utilizzabili per produrre l'interpolazione diretta ed il filtraggio finali, in quanto collegabili alle funzioni armoniche e quindi produttori superfici molto lisce.

#### 1.4.7. Superfici a porzioni e *splines* (*Piecewise surfaces*)

Non essendo valida la proprietà di Haar (paragrafo 1.1.1), nel caso delle funzioni bivariate, l'uso delle funzioni *splines*, per l'interpolazione di una superficie, ha trovato largo spazio di ricerca.

E' illustrato nelle appendici A e B l'uso delle forme parametriche per la costruzione di curve e superfici, utili in informatica. Nel metodo proposto da Coons (1967) (B-3 e B-4) i vertici identificanti ogni singola porzione, nel caso del *contour*, sono i valori dei nodi della griglia, presi a gruppi di quattro.

Tra i primi ad aver usato le *splines* cubiche nella geofisica è stato Battacharyya (1969) per trattare dati di potenziale, il quale a causa delle proprietà di continuità delle derivate e di *smoothing* delle superfici generate, ne enfatizza l'utilizzo in quanto le funzioni di potenziale devono essere derivabili due volte e nel caso gravimetrico, **armoniche**. Questa ultima caratteristica introduce uno dei collegamenti tra questi tre ultimi approcci al problema del *contour*!

Per un uso sismico è importante invece il lavoro di Hessing et al. (1972), i quali hanno usato, per l'interpolazione i valori mancanti ai nodi di una griglia irregolare (si vedrà a riguardo un trafiletto alla fine di questo paragrafo), un metodo che usa i minimi quadrati, pesando i vari campioni, con l'inverso della distanza dal nodo; mentre, per costruire la superficie finale, hanno usato le superfici a porzioni, generate da polinomi di terzo grado, su ogni quadrilatero con ai vertici quattro nodi adiacenti di coordinate  $P_{n,m} = (x_{n,m}, y_{n,m}, z_{n,m})$ . Con la forma parametrica

$$S_{n,m}(u, v) = (X_{n,m}(u, v), Y_{n,m}(u, v), Z_{n,m}(u, v)) \quad 0 \leq u, v \leq 1 \quad (1.46)$$

hanno stabilito che ogni funzione sia un polinomio cubico

$$X(u, v) = \sum_{p=0}^3 \sum_{q=0}^3 a_{p,q}^{n,m} u^p v^q \quad (1.47a)$$

$$Y(u, v) = \sum_{p=0}^3 \sum_{q=0}^3 b_{p,q}^{n,m} u^p v^q \quad (1.47b)$$

$$Z(u, v) = \sum_{p=0}^3 \sum_{q=0}^3 c_{p,q}^{n,m} u^p v^q. \quad (1.47c)$$

Per determinare i coefficienti di questi polinomi, gli autori hanno seguito uno schema simile a quello riportato nell'appendice B e cioè quello di normalizzare innanzitutto i quattro vertici

$$S_{n,m}(u, v) = \begin{cases} P_{n,m} & \text{se } u = v = 0, \\ P_{n,m+1} & \text{se } u = 1, v = 0, \\ P_{n+1,m} & \text{se } u = 0, v = 1, \\ P_{n+1,m+1} & \text{se } u = v = 1; \end{cases} \quad (1.48)$$

calcolati poi i vettori tangenti ai vertici a priori ed annullando i *twist vectors*, la superficie completa è stata generata con il formalismo

$$S_{n,m}(u, v) = \begin{cases} S_{n,m}(1, v) & \text{se } u = 0, \\ S_{n,m+1}(0, v) & \text{se } u = 1, \\ S_{n-1,m}(u, 1) & \text{se } v = 0, \\ S_{n+1,m}(u, 0) & \text{se } v = 1; \end{cases} \quad (1.49)$$

di cui una porzione è mostrata nella figura 1-12.

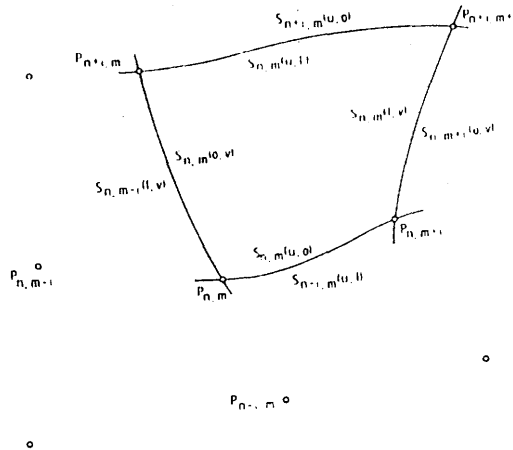


Fig. 1-12: porzione di superficie passante per 4 punti, definita con funzioni splines.

Il vero problema però è stato il calcolo dei vettori tangenti i quattro vertici, rappresentanti le derivate. Gli autori li hanno ricavati usando i due punti più vicini ogni nodo  $P_{n,m}$ , per ogni direzione  $x$  o  $y$ , da cui usando le componenti delle distanze da questi al nodo, lungo ad esempio l'asse  $x$

$$D_1^2 = (x_{n,m} - x_{n,m-1})^2 + (y_{n,m} - y_{n,m-1})^2 \quad (1.50a)$$

$$D_2^2 = (x_{n,m} - x_{n,m+1})^2 + (y_{n,m} - y_{n,m+1})^2 \quad (1.50b)$$

si ricava una media pesata di  $P_{n,m} - P_{n,m-1}$  e  $P_{n,m+1} - P_{n,m}$

$$E = (1/D_1^2)(P_{n,m} - P_{n,m-1}) + (1/D_2^2)(P_{n,m+1} - P_{n,m}) \quad (1.51)$$

con la quale si calcola la componente della derivata lungo l'asse  $x$ , moltiplicandola per il minore dei segmenti, congiungenti questi punti con il nodo

$$\frac{\partial S_{n,m}(u,v)}{\partial u} = \left[ \min(x_{n,m} - x_{n,m-1}, x_{n,m+1} - x_{n,m}) \right] \cdot E \quad (1.52)$$

Bolondi et al. (1977) hanno risolto in modo più elegante, ricavando le componenti delle derivate, lungo ogni direzione degli assi cartesiani, dalle tangenti, passanti per i nodi, alle porzioni di parabola di asse verticale contenente i tre punti stessi del metodo precedente.

Una volta che la superficie composta è stata costruita, la sua visualizzazione è stata fatta ovviamente tramite le linee di livello, che sono l'insieme dei punti dati dall'intersezione della superficie stessa con piani a quote (o profondità) assegnate  $Q$ ;

di equazione  $z=Q$ . Prendendo la (1.47c) e uguagliandola alla quota stabilita, dando poi dei valori assegnati al parametro  $v$ , compresi tra 0 e 1, l'equazione

$$\sum_{p=0}^3 \left( \sum_{q=0}^3 c_{p,q}^{n,m} v^q \right) \cdot u^p = Q \quad (1.53)$$

è stata risolta rispetto  $u$ . Usando le soluzioni di  $u$ , sempre tra 0 e 1, le coordinate  $x$  e  $y$  dei punti di intersezione sono state calcolate dalle equazioni (1.47a) e (1.47b).

Per il tracciamento delle isolinee ai valori stabiliti, Hessing et al. hanno collegato, i vari punti intersezione calcolati, con segmenti di retta, che possono essere considerate delle *splines* lineari. Nel presente lavoro di tesi invece, ci si è serviti di una serie di *subroutine* delle librerie grafiche UNIRAS (ver. 6.3a), le quali tracciano le linee di livello usando *splines* quadratiche, che permettono quindi un controllo sul loro lisciamento, tramite un parametro che agisce ovviamente sul modulo dei vettori tangenti i punti di contorno.

A parte questo argomento ed il *kriging*, dove si sono sempre usate le *subroutine* dell'UNIRAS, per tutti gli altri argomenti ed algoritmi esposti in questa tesi, sono stati costruiti dei codici in linguaggio FORTRAN 77 e C originali.

Per trovare la superficie di adattamento su campioni però già posti su una griglia regolare di dati, Davis e David (1980), propongono un metodo che trova i coefficienti del polinomio rappresentante la superficie, con l'uso delle *splines* cubiche a due parametri.

Oltre alle funzioni (1.47), usate per costruire le superfici con la (1.46), ci si può servire delle basi di Bernstein e *B-splines*, per costruire delle superfici che non necessitano della difficile assegnazione a priori dei 16 vettori indispensabili per la trattazione classica delle superfici a tratti. Come per le curve, le superfici di Bézier seguono il modello definito dai poligoni passanti per i vertici  $B_{ij}$

$$S(u, v) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^k B_{i,j} J_{m,i}(u) K_{k,j}(v) \quad (1.54)$$

con le basi di Bernstein

$$J_{m,i}(u) = \binom{m}{i} u^i (1-u)^{m-i} \text{ e } K_{k,j}(t) = \binom{k}{j} v^j (1-v)^{k-j}. \quad (1.55)$$

La forma algebrica cartesiana, viene espressa da una derivazione della (B-4)

$$S(u, v) = U \cdot N \cdot B \cdot M^T \cdot W, \quad (1.56)$$

dove  $B$  è la matrice contenente i coefficienti  $B_{i,j}$ , mentre  $N$  e  $M$  sono due matrici simili a quella nella (A.19), prodotte dalla normalizzazione dei parametri  $u$  e  $v$ .

Per le **B-splines**, si ricavano delle forme simili, nelle basi  $N_{i,k}$  (1.43)

$$S(u, v) = \sum_{i=1}^{m+1} \sum_{j=1}^{k+1} B_{i,j} N_{i,k}(u) M_{j,l}(v). \quad (1.57)$$

I vantaggi dell'uso di queste superfici, sono gli stessi che per le curve.

Finora nel parlare di funzioni **B-splines**, la generazione dei luoghi geometrici trattati è partita dalla assegnazione dei vertici del poligono. Nel *gridding* è interessante il procedimento inverso, cioè: dato un insieme di campioni posizionati in modo casuale, attorno ad un nodo, determinare il poligono modellante la superficie, definita dalle basi di Shoenberg, che meglio si adatta alla struttura dati. Cioè si opera un **B-splines surface fitting**. Ecco dunque l'utilizzazione delle superfici con basi *splines* come metodo indiretto.

Dato un insieme di dati  $D_i$ , con  $i=1, 2, \dots, n$ , la (1.57) può essere scritta per ogni campione

$$D_{1,1}(u_1, v_1) = N_{1,k}(u_1) [M_{1,1}(w_1)B_{1,1} + M_{2,1}(w_1)B_{1,2} + \dots + M_{m+1,1}(w_1)B_{1,m+1}] +$$

$$\vdots$$

$$N_{n+1,k}(u_1) [M_{1,1}(w_1)B_{n+1,1} + M_{2,1}(w_1)B_{n+1,2} + \dots + M_{m+1,1}(w_1)B_{n+1,m+1}] \quad (1.58)$$

che estesa a tutti i campioni, diventa un sistema di equazioni lineari

$$D = C \cdot B \quad (1.59)$$

dove  $C_{i,j} = N_{i,k} M_{j,l}$  è la matrice  $n \times m$ , delle funzioni di base e  $m$  è il numero dei vertici del poligono, posti su una griglia regolare, sui quali dobbiamo calcolare i coefficienti  $B_{i,j}$  della matrice  $B$  di dimensioni  $n \times m \times 3$ . Quest'ultima, come la matrice  $D_{n \times 3}$ , deve contenere le coordinate  $x$  e  $y$  di ogni dato. Se  $C$  è una matrice quadrata, si ricava la soluzione per i coefficienti  $B_{i,j}$

$$B = C^{-1} \cdot D. \quad (1.60)$$

Se  $C$  non è quadrata, si può provare a usare i minimi quadrati o usare la decomposizione di matrici proposta in appendice C.



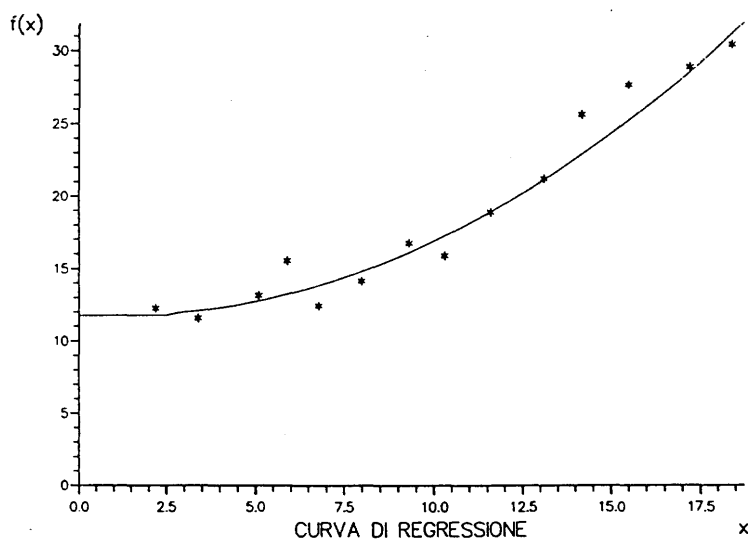


Fig. 1-13a: curva di regressione con polinomi di 3° grado.

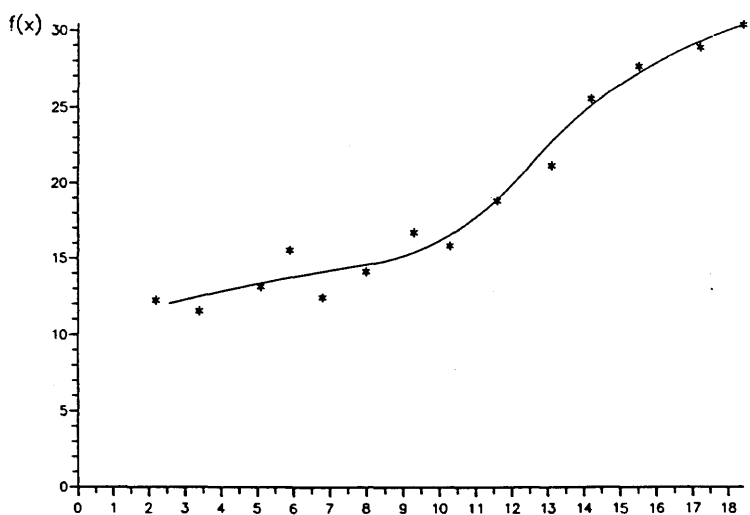


Fig. 1-13b: adattamento con spline di 3° grado, con 8 nodi di partizione dell'intervallo.

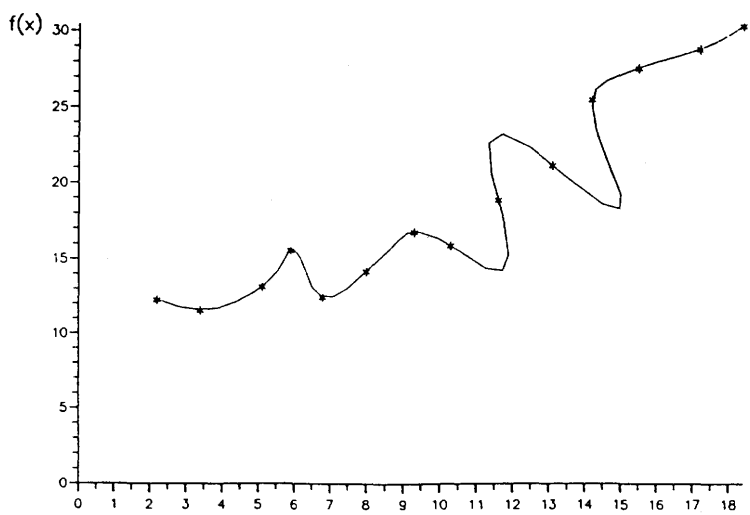


Fig. 1-13c: adattamento con spline di 3° grado, con 14 nodi di partizione dell'intervallo.

Le figure 1-13 mostrano, nel caso bidimensionale, il confronto dell'approssimazione di una funzione mediante i minimi quadrati (1-13a), con polinomi e mediante le *B-splines* (1-13b e c). Si noti come, con lo stesso grado ( $3^{\circ}$ ) della base, la prima curva (a) è più armonica, mentre la seconda (b) asseconda le variazioni di pendenza e la (c) passa esattamente per i punti, solamente variando la partizione dell'intervallo sul quale si definiscono i tratti della curva, rispetto a (b).

Rogers e Adams (1990), hanno usato questo metodo per dati di superficie, regolarmente disposti su file, infatti si ricorda che l'uso delle *splines*, passando per i campioni da interpolare, più che come metodo di miglior adattamento, può essere considerato come un interpolatore corretto, non adatto quindi al *fitting*. Ma viste i risultati delle figure 1-13 e le considerazioni che seguiranno, l'uso di adattamento potrebbe essere esteso in futuro, a dati disposti in modo *random*.

#### 1.4.8. Griglie irregolari

Nell'introdurre il metodo proposto da Hessing et al. (1972), si è parlato della costruzione di una **griglia irregolare**, unendo i punti di controllo con segmenti di retta, creando una griglia che ha, ai nodi i punti stessi. In alternativa, per le intersezioni generate dai segmenti che non contengono un campione, è stata fatta una interpolazione con un algoritmo derivato dalla regressione.

In questo articolo, in primis è stata riportata una interessante dimostrazione dove un insieme di poligoni irregolari è topologicamente equivalente ad una griglia rettangolare, cioè che esiste una corrispondenza biunivoca tra quadrilatero irregolare e rettangolo (come nella teoria dell'integrazione nel cambio delle variabili).

La filosofia delle griglie irregolari, usata anche da Bolondi et al. (1976 e 1977) e Inoue (1986), può essere considerata come un terzo metodo generale di *contour*, una via di mezzo tra la triangolazione ed il *gridding*. In apparenza difficile, ma invece di facile fattura, questo approccio ha degli sviluppi interessanti, magari per applicazioni future, come nella mappatura di zone fagliate, per mantenere fissi alcuni punti ai bordi delle faglie, nella loro posizione originale, lasciando intatta (o quasi) la dislocazione verticale.

Oltre che nel *B-splines surface fitting*, questa corrispondenza biunivoca si adopera, anche se indirettamente, nell'algoritmo della interpolazione bilineare.

#### 1.4.9. Interpolazione bilineare (*double linear interpolation*)

Nell'appendice B è illustrato all'inizio un modo semplice per costruire una superficie e come questo corrisponde ad una interpolazione bilineare. La (B-2), che posta in forma matriciale, riferita alla componente z della superficie, risulta essere

$$s_z(u, v) = \begin{pmatrix} 1-u \\ u \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} P_z(0,0) & P_z(1,0) \\ P_z(0,1) & P_z(1,1) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1-v \\ v \end{pmatrix} \quad (1.61)$$

tratta l'interpolazione in modo geometrico, come il calcolo di un valore posto dentro un quadrilatero, in un sistema di riferimento cartesiano 3D, i cui 4 vertici hanno coordinata verticale  $P_z(\cdot)$ . I parametri u e v, vengono ricavati anche dalle coordinate

$$\begin{aligned} u &= (x - P_x(0,0)) / (P_x(1,0)), \\ v &= (y - P_y(0,0)) / (P_y(1,0)); \end{aligned} \quad (1.62)$$

dove  $P_x(\cdot)$  e  $P_y(\cdot)$  sono le rispettive componenti x e y dei vettori considerati.

Se si passa il tutto al caso del *gridding*, per ogni insieme di campioni contenuti dentro l'intorno di ogni nodo e viste le considerazioni topologiche poco sopra esposte, si possono usare i quattro punti di controllo più vicini, disposti alla meglio ai vertici di un poligono regolare, oppure raggruppare questi ultimi in filari disposti lungo, o quasi, le direzioni degli assi coordinati, come l'algoritmo usato da Braile (1978) in figura 1-9a. Si opera poi una interpolazione su ogni filare lungo una delle due direzioni, per punti in linea col nodo. Infine si interpola il valore al nodo con questi ultimi punti calcolati, lungo l'altra direzione perpendicolare o quasi.

Come per l'algoritmo criticato da Braile, c'è bisogno di un *sorting* dei campioni, secondo le coordinate x e y ed una organizzazione dei filari, che comportano un tempo di calcolo notevole, rendendo questi algoritmi piuttosto lenti. Ovviamente in altre distribuzioni di dati, diversa da quella citata a pag. 20, questa organizzazione sembra non funzionare, ma controlli accurati, che rallentano però ulteriormente il calcolo, possono essere introdotti, come la scelta dei soli quattro punti ai vertici di un quadrilatero più o meno regolare, o operare l'interpolazione su un solo filare. Ne risulta un algoritmo sempre efficiente ma però lento. Altra caratteristica importante è quella che collega tutti questi ultimi metodi: cioè lo *smoothing* delle superfici.

#### 1.4.10. Curvatura minima

E' questo un approccio di notevole interesse teorico che fa capo all'articolo di Briggs (1974) con delle applicazioni pratiche, sia nei metodi diretti che indiretti.

Ne deriva una categoria di algoritmi che hanno come caratteristica principale ed essenziale la produzione di superfici molto lisce, in quanto si basa sulla teoria di Love (1926) per lo studio della deformazione elastica di un'asticella o lamina metallica per mezzo di forze agenti su punti assegnati.

Come è stato già ricordato, esiste una stretta relazione tra questo metodo e le funzioni *splines*, infatti nell'appendice A viene descritta l'interpretazione fisica di una *spline*, che segue proprio il fenomeno studiato da Love. Rogers e Adams (1990) ricordano che le caratteristiche di *smoothing*, di una funzione così fatta, non sono assicurate dalle (A.13), infatti per avere la curvatura minima di una *spline* bisogna minimizzare i coefficienti  $B_{3k}$  e  $B_{4k}$  scegliendo un appropriato valore per il parametro  $t_k$  in ogni segmento. Briggs afferma che la soluzione, della equazione differenziale che rappresenta lo spostamento dei punti di un'asta dimensionata nello spazio cartesiano  $xy$  dato dalle  $f_i$  forze agenti sui punti  $(x_i, y_i)$  con  $i = 1, 2, \dots, n$

$$\begin{cases} \frac{d^4 y}{dx^4} = f_i; & x = x_i; \\ = 0; & \text{altrove} \end{cases} \quad (1.63a)$$

è proprio un polinomio di terzo grado  $y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$ , su ogni segmento compreso tra due forze.

Per un foglio metallico invece ci vogliono due variabili ( $x$  e  $y$ ) e l'equazione differenziale che ne deriva è l'equazione ellittica biarmonica

$$\begin{cases} \frac{\partial^4 z}{\partial x^4} + 2 \cdot \frac{\partial^4 z}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 z}{\partial y^4} = f_i; & x = x_i, y = y_i \\ = 0; & \text{altrove} \end{cases} \quad (1.63b)$$

Per dare una soluzione alle (1.63) utile al *contour*, Briggs ha portato il problema alle differenze finite, assegnando innanzitutto come condizioni al contorno:

- i punti osservati coincidenti coi punti di applicazione delle forze;
- forze e momenti pieganti nulli, agli estremi della lamina metallica;

ed usando poi il principio della curvatura minima, partendo dalla formula della curvatura quadratica totale

$$C(z) = \iint \left( \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \right) dx dy, \quad (1.64)$$

la quale nel caso discreto può essere scritta con la

$$C = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (C_{i,j}(z_{i,j}))^2 \quad (1.65)$$

e la cui minimizzazione rispetto gli spostamenti  $z_{i,j}$  osservati ai punti  $(x_i, y_j)$ :

$\frac{\partial C}{\partial z_{i,j}} = 0$ ,  $i=1, \dots, I$ ,  $j=1, \dots, J$ ; produce delle soluzioni ai nodi di griglie regolari, si

arriva ad una forma discreta

$$C_{i,j} = (z_{i+1,j} + z_{i-1,j} + z_{i,j+1} + z_{i,j-1} - 4z_{i,j}) / h^2, \quad (1.66)$$

dalla quale si ricava la soluzione generale nel nodo centrale della figura 1-14a usando i nodi limitrofi posti in grassetto, dove  $h$  è la distanza di separazione tra nodi

$$\begin{aligned} & z_{i+2,j} + z_{i,j+2} + z_{i-2,j} + z_{i,j-2} + \\ & 2(z_{i+1,j+1} + z_{i-1,j+1} + z_{i+1,j-1} + z_{i-1,j-1}) - \\ & 8(z_{i+1,j} + z_{i-1,j} + z_{i,j-1} + z_{i,j+1}) + 20z_{i,j} = 0. \end{aligned} \quad (1.67)$$

La pubblicazione di Briggs, riporta in appendice le soluzioni per ubicazioni particolari della lamina, come i bordi, gli angoli ecc.; inoltre ricava un metodo per interpolare con punti non posti ai nodi di una griglia, però di realizzazione complicata. La (1.67), come le altre, è da usare in modo iterativo, trovando così una soluzione ottimale alla superficie biarmonica.

Swain (1976) illustra un programma in FORTRAN IV al problema della interpolazione con punti sparsi, mentre Smith e Wessel (1990), riprendono il discorso di Briggs, per risolvere le oscillazioni spurie prodotte dal metodo aggiungendo i parametri di tensione meccanica alle equazioni (1.63), per mezzo delle *splines*.

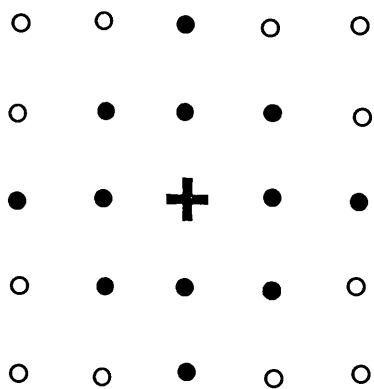


Fig. 1-14a: configurazione nodi griglia, per approssimazione di una superficie biarmonica, con il metodo delle differenze finite.

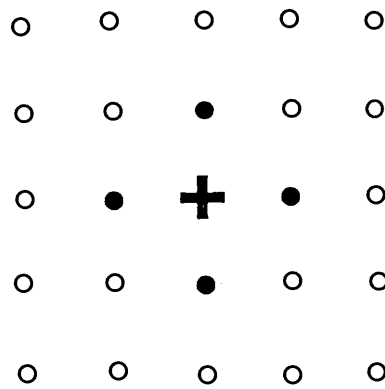


Fig. 1-14b: configurazione nodi griglia, per approssimazione di una superficie armonica, con il metodo delle differenze finite.

#### 1.4.11. Algoritmi deterministici (*laplacian and biharmonic filters*)

Questa categoria di algoritmi non serve per l'interpolazione ma principalmente per il filtraggio finale delle superfici, eliminando anche gli eventuali artefatti. Bolondi et al. (1976 e 1977) la considerano come un approccio **deterministico**, in quanto le soluzioni vengono ricavate direttamente dalle equazioni alle derivate parziali ellittiche. E' stato descritto nel paragrafo precedente, come una superficie può corrispondere ad un foglio metallico piegato nello spazio euclideo, da opportune forze, le cui soluzioni vengono ottenute dalla (1.63b). Dalle corrispondenti equazioni alle differenze finite si ha il metodo **biarmonico**, ampiamente trattato nel precedente paragrafo.

Il metodo ora è quello delle **funzioni armoniche** ricavate dalla equazione di Laplace

$$\nabla^2 z(x, y) = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0, \quad (1.68)$$

le cui soluzioni, per i ricercatori sopra citati, descrivono la disposizione delle quote  $z$  di una membrana adagiata sulla struttura dei dati.

In verità questa supposizione è vera se i gradienti sono molto piccoli e quindi cade in presenza di faglie, in quanto la vera equazione alle derivate parziali per la superficie minima è data dalla (Morgan, 1988)

$$\operatorname{div} \left( \frac{\nabla z}{\sqrt{1 + |\nabla z|^2}} \right) = 0, \quad (1.69)$$

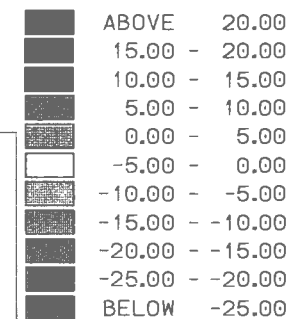
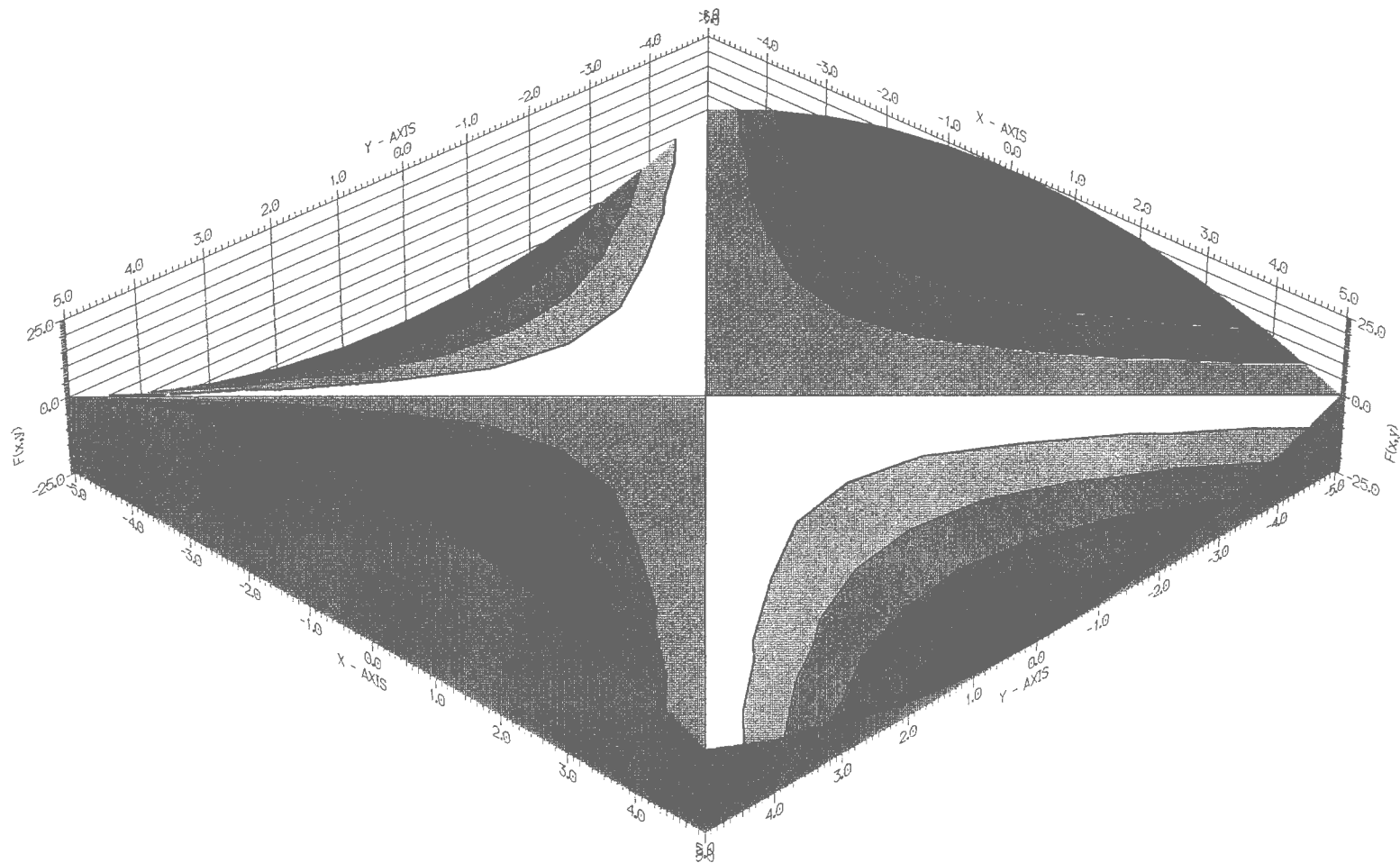


Fig. 1-15: rappresentazione della funzione armonica  $z(x, y) = x^2 - y^2$ .

UNTITLE FILE REG. SPATIAL SAMPLING

dove si vede chiaramente che se il gradiente è molto minore di 1, il denominatore viene approssimato all'unità e di conseguenza l'equazione diventa uguale alla (1.68).

A parte queste interessanti speculazioni teoriche, l'approccio laplaciano produce degli utili filtri dati dalla equazione alle differenze finite (Milne, 1953)

$$z_{i,j}^{k+1} = \frac{1}{4} (z_{i+1,j}^k + z_{i-1,j}^k + z_{i,j+1}^k + z_{i,j-1}^k); \quad (1.70)$$

in cui l'iterazione k+1 viene calcolata mediante i valori all'iterazione k-esima dei nodi disposti attorno al nodo principale disegnati in grassetto nella figura (1-14b).

Esiste anche una formula empirica, anch'essa iterativa, per il calcolo del valore al nodo scelto con dati sparsi (per il *gridding*), ancora proposta da Bolondi et al. (1977)

$$z_0 = \frac{\sum_i w_i z_i}{\sum_i w_i}; \quad w_i = \left( \frac{r_0}{r_i} \right)^2, \quad (1.71)$$

$$z_0^{m+1} = \frac{1}{2} \left[ z_0^m + \frac{\sum_i w_i z_i^m}{\sum_i w_i} \right],$$

dove  $r_0$  è il raggio unitario ed  $r_i$  pari alla distanza tra il nodo e l'i-esimo campione considerato. Si ricorda che l'iterazione viene fatta affinché assegnato un valore  $\varepsilon > 0$  arbitrario e molto piccolo, si ottenga la disuguaglianza:  $|z_0^{m+1} - z_0^m| < \varepsilon$ .

La formula (1.71) se osservata attentamente, altro non è che una forma iterativa della (1.22), cioè dell'interpolazione alle distanze inverse medie pesate con il quadrato della distanza; come si ricorderà quest'ultima formula, con  $p > 1$ , produce una derivata continua, proprio come le funzioni armoniche. Inoltre la formulazione è valida, in quanto una **proprietà fondamentale** delle funzioni armoniche asserisce che il teorema della media viene soddisfatto in ogni suo punto, integrando su ogni insieme aperto che lo contiene.

Un'altra proprietà delle funzioni armoniche, la quale ha degli interessanti riscontri nel *contour* è il **principio del massimo** (vedasi ad esempio, Fontanella e Pasquali, 1982, vol. 2)

**Principio:** se in un insieme aperto, di contorno  $\gamma$  definito dalle equazioni parametriche  $x=x(t)$  e  $y=y(t)$  con  $t_0 \leq t \leq t_1$ ,  $z(x,y)$  è una soluzione della (1.68), il valore di  $z$  non può superare il suo massimo su  $\gamma$ .



Questo è collegabile al discorso del *range* dei dati, fatto negli algoritmi delle distanze inverse medie pesate e minimi quadrati, dove i valori interpolati  $z$  possono assumere come limiti il massimo ed il minimo dei dati a disposizione. Ciò è collegabile anche ad uno dei due criteri fondamentali per tracciare le curve di livello, operando una mappa manuale, che verranno riportati nella sezione relativa allo schema operativo di un *contour* automatico e manuale (1.6.).

Riguardo all'interpretazione, ecco dunque giustificata l'armonizzazione delle mappe in due punti: il primo che potenziali di misure geofisiche soddisfano l'equazione di Laplace (1.68) (potenziale gravitazionale); il secondo che una curva di livello di quota  $Q$ , deve separare due insiemi di dati, uno di quelli maggiori e l'altro di quelli minori, della quota definita; proprio per il principio del massimo. Questo può servire a eliminare in parte gli artefatti, tipo *bull's eye* e *confusing closure* (vedasi la sezione seguente), dovuti alla presenza in una delle due aree separate dalla curva di livello, di un punto (errato) discordante con la tendenza generale; ad esempio la generazione di un minimo, molto marcato, in una zona di alto strutturale.

Un esempio di questo principio è riportato in figura 1-15, dalla rappresentazione della parte reale della funzione  $z(x,y) = x^2 - y^2$ .

## 1.5. Artefatti

Avendo finito di esporre i vari algoritmi di calcolo del *contour*, si possiede ora la conoscenza per la produzione di una mappa ad isolinee, ma non si sa ancora che tali algoritmi generano anche delle strutture che non esistono nella realtà geologica e che sono esiziali per una buona ricostruzione della sua immagine: gli **artefatti**.

Nell'introduzione al capitolo è stato specificato bene che nell'operare il *contour* bisogna agire a livello geologico e non solo numerico. Tucker (1988) nel suo ottimo articolo, con le figure 1a, b, c, d, aggiunge anche che col *computer*, non solo vengono create strutture 'ridicole', ma quelle reali che più contano vengono spesso mascherate da configurazioni deformate: ad esempio le **pseudo-ellissi** rappresentanti una piega, possono degenerare nelle *amoeba* (figura 1-16), figure chiuse e multilobate; o le **deformazioni plastiche** molto piegate (una specie di promontorio molto allungato), le quali possono essere scambiate per artefatti.

Egli descrive inoltre le *confusing closure*, curve chiuse che possono rientrare nell'ultimo discorso fatto negli algoritmi deterministici, o i *trivia* ondulazioni delle curve di livello che si eliminano scegliendo un più largo intervallo tra le isolinee, il cui

minimo, afferma essere due volte superiore al limite della generazione dei *trivia* (figura 1-17a ed uguale a  $2 \cdot \pm 0.03 = 0.06 \approx 0.1s$ ).

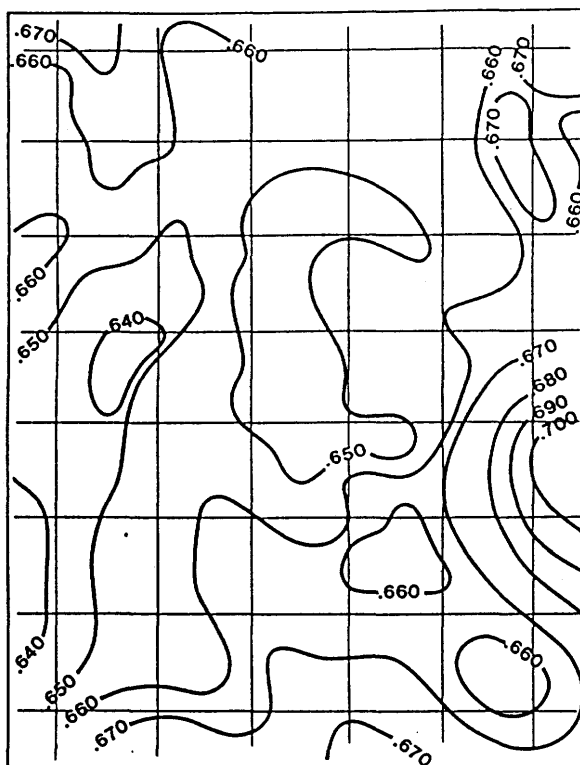


Fig. 1-16: da Tucker, 1988. Centralmente è rappresentata una curva di livello chiusa di fattura errata (amoeba).

Krasevsky e Betty (1994) analizzano in dettaglio il problema ed affermano che oltre che all' algoritmo stesso, la 'colpa', è da imputare ai parametri di *set-up*.

Riportano quindi alcune tavole sintetiche di cui la prima riassume le caratteristiche dei principali metodi di *contour* e quali artefatti generano, mentre una seconda, riportata qui sotto, stabilisce quali parametri modificare per migliorare la mappatura:

Triangolazione lineare	Nessuno
Triangolazione di Delaunay	Nessuno
Distanze inverse medie pesate	Numero dei punti vicini e raggio di ricerca
<i>Kriging</i>	Come sopra più parametri variogramma
Curvatura minima	numero di iterazioni
Superfici a <i>splines</i>	grado delle funzioni <i>splines</i>
Interpolazione a <i>splines</i>	grado delle funzioni <i>splines</i>
Interpolazione bilineare	grado dei polinomi, parametri ricerca dati

Notare che nei metodi diretti non si può fare nulla per migliorare, mentre in quelli indiretti i parametri principali per eliminare tali danni all'immagine, per fortuna sono pochi. Questo si può osservare anche nella terza tavola dell'articolo, che espone la lista di tutti gli artefatti principali (pag. 18 di Krasewsky e Betty, 1994) di cui alcuni sono plottati nelle figure 1-17 (i *trivia* di Tucker qui sono chiamati *waves*).

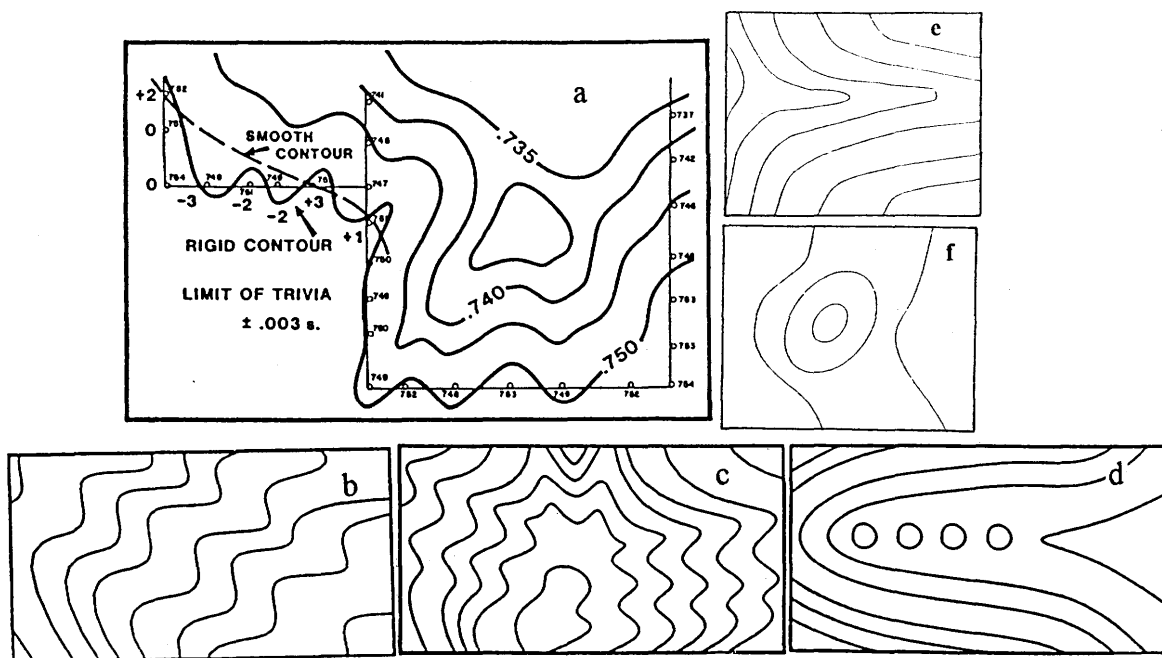


Fig. 1-17: artefatti tipici: a) trivia b) waves c) meanders, d) string of pearl e) noses f) fried eggs.

Riassumendo dai due articoli, i parametri essenziali da variare per migliorare un *contour* sono:

- l'intervallo tra le curve di livello;
- l'intervallo tra i nodi della griglia regolare o irregolare;
- il raggio del cerchio o dell'ellisse di uguale influenza e talvolta: la direzione dell'asse maggiore dell'ellisse;
- il grado del polinomio interpolante o della funzione base.

## 1.6. Schema operativo di un *contour* automatico e manuale

Questa sezione funge da riassunto di quanto spiegato finora, ma permetterà anche lo sviluppo di importanti considerazioni da tenere presenti sempre prima di operare una mappa di *contour*, sia automatica che manuale.

### 1.6.1. *Contour* automatico

Come già ampiamente sottolineato, ogni operazione di *contour*, deve essere preceduta da una conoscenza della geologia regionale, in genere ricavata da ricerche bibliografiche e/o da altri metodi come un'analisi dei *trends*, fatta coi sistemi conosciuti. Questa può essere ricostruita in forma preliminare anche analizzando direttamente i dati a disposizione, la cui struttura è importante anche per la scelta degli algoritmi e dei loro parametri principali. Nel *contour* automatico le caratteristiche degli algoritmi sono state descritte, bisogna quindi esporre solo la scelta dei vari parametri.

- Il primo è l'**intervallo di griglia**, che sarà scelto: sia dall'analisi dei dati appena menzionata, in quanto in zone poco dense di punti di controllo è inutile e deleterio usare griglie molto fitte; sia per stabilire il grado di accuratezza dell'immagine interpretativa. Bolondi et al. (1977), iniziano il loro articolo ponendosi il problema del campionamento in due dimensioni, proprio come per le serie temporali, definendo una 'frequenza spaziale di Nyquist' nelle direzioni degli assi coordinati, che stabilisce i limiti di accuratezza dell'immagine. L'interpolazione stessa ad ogni nodo della griglia può essere considerato un filtro passa-basso.

Badley (1985) espone inoltre le differenti soluzioni tra vari casi che si presentano, scegliendo intervalli di griglia molto più larghi di una struttura di cui interessa dare l'immagine. Un esempio è riportato in figura 1-18, dove si può avere una duplice interpretazione di una stessa situazione dati, tra una anticlinale ed una sinclinale. Questa ambiguità di interpretazione si presenta spesso nell'operazione manuale.

Nella sezione relativa agli artefatti (1.5.) inoltre, si è visto che un intervallo troppo piccolo genera *waves* o altri errori geometrici.

- Il secondo è il **passo tra curve di livello**, che oltre ad avere importanza pure esso nella scelta dell'accuratezza della immagine, può comportare la creazione di artefatti (*trivia*), come dimostrato da Tucker (1988) ed esposto nella relativa sezione.

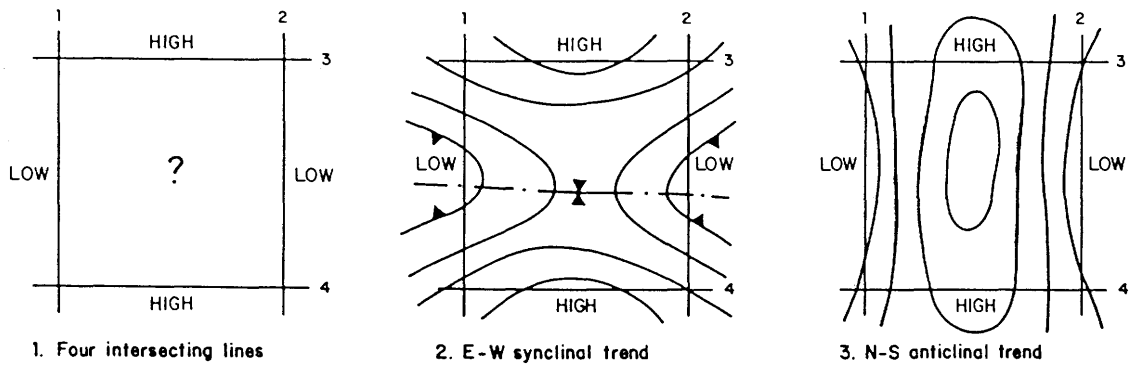


Fig. 1-18: da Badley, 1985. Dilemma di contour: anticlinale o sinclinale? Dovuto ad un intervallo di griglia troppo piccolo.

- Seguono i parametri che definiscono il *trend* adatto alla geologia della regione, che sono il raggio del cerchio o dell'ellisse di uguale influenza e la direzione dell'asse maggiore di quest'ultima; parametri molto delicati perché una loro scelta errata comporta la creazione di situazioni molto differenti dalla realtà e di strutture errate. Sempre Badley dimostra, in figura 1-19, come l'ambiguità non rara, nel dover scegliere tra due direzioni quasi perpendicolari, interpretate dagli allineamenti tettonici come *trend* dominante, comporta mappe differenti; entrambe però adatte alla struttura dei dati. Per risolvere questa ambiguità suggerisce l'aggiunta di controlli aggiuntivi nella interpretazione del trends. Ecco perché questa deve essere piuttosto accurata ed integrata tra molte fonti.

- Ultimo parametro è relativo alla scelta o no del filtro adatto al lisciamiento.

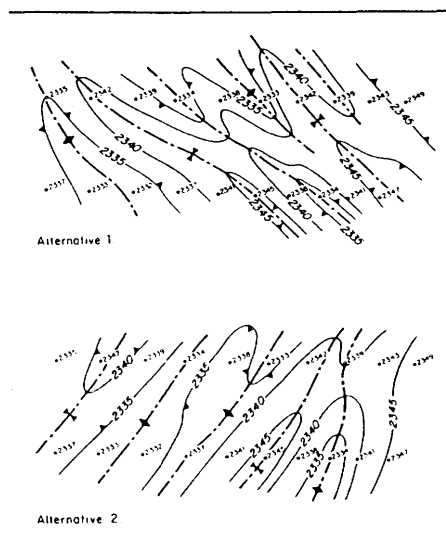


Fig. 1-19a: da Badley, 1985. Dilemma di contour: qual'è il trend corretto? Le due alternative sono entrambe possibili.

### 1.6.2. *Contour* manuale

Nel *contour* manuale, oltre ad armarsi di matite di varia durezza e di una gomma da cancellare, come raccomandato da Badley (1985), i criteri operativi fondamentali sono due:

- 1• **l'unione dei punti che presentano o quasi la quota  $Q$  della curva di livello che si desidera tracciare.** Questo criterio determina soltanto la varietà dei punti di intersezione tra la superficie e il piano  $z(x,y)=Q$ , che però non basta per la ricostruzione della superficie. Infatti pochi campioni corrisponderanno in genere alla quota stabilita e molti ad un valore prossimo, creando possibilità infinite nel far passare la curva nei pressi di questi. Inoltre può creare forti dubbi nel modellare i vari spezzoni di curva che compongono ogni singola varietà, cioè nella discriminazione corretta dei campioni opportuni ad ogni singolo pezzo: fatto interpretativo essenziale per una appropriata modellazione. Per cui:
- 2• **nel tracciare la curva di livello si deve tener presente che i campioni con valore maggiore della quota  $Q$ , devono stare sempre dalla parte opposta di quelli con valore minore di  $Q$  (principio del massimo).** Questo può limitare le soluzioni nei casi esposti da Badley (fig. 2-18), guidare quindi l'interprete nel caos dei punti di controllo, modellando gli spezzoni di curve di livello aventi un corretto senso geologico ed inoltre, come esposto a riguardo delle funzioni armoniche, creare una mappa *smooth* e senza la presenza di artefatti.

A questi si possono aggiungere altri criteri di carattere più interpretativo e strutturale, come quelli esposti da Tucker, analizzando tre condizioni strutturali che si presentano nella mappatura di zone interessanti per l'estrazione di idrocarburi.

Le **pieghe concentriche**, molto usuali in zone petrolifere, devono essere tracciate con curve regolari iperboliche, esattamente come apparirebbero gli orizzonti, tagliando la piega con un piano perpendicolare a quello assiale. Le **deformazioni plastiche** di strutture come i duomi salini, devono essere modellate con curve di livello parallele, per lo stesso motivo esposto per le pieghe concentriche. La mappatura della semplice **topografia** di una superficie strutturale invece, deve avvenire per mezzo di curve di livello equispaziate. Tucker (1988) mostra anche un esempio interessante di mappe eseguite con i tre stili proposti, sulla stessa serie di campioni relativi ad una struttura, i quali esibiscono sfumature e dettagli molto differenti tra loro.

Nel caso del modellamento di faglie, nelle operazioni di *contour* manuale, Tucker (1988) e Badley (1985) concordano secondo il seguente schema sintetico:

- 1) operare un primo *contour* ignorando le faglie;
- 2) cancellare le curve di livello nei pressi di ogni faglia;
- 3) aggiungere punti di massima dislocazione verticale (*throw*), nei pressi dell'area ove verrà tracciata la faglia;
- 4) tracciare la faglia con delle figure lentiformi, simulanti la faglia;
- 5) aggiustare le curve di livello tenendo conto della orientazione, del tipo di faglia e dei punti di *throw*.

Le tecniche più moderne prevedono anche di tracciare le linee di *contour* dentro l'area fagliata, al posto delle figure lentiformi che simulano il dislocamento della faglia.

Detto così sembra tutto molto semplice, in verità una buona realizzazione è molto difficile, tanto che si può parlare di arte del *contour*, visto che entra in gioco la conoscenza della geologia della zona, della geologia strutturale, l'esperienza ed una buona dose di ragionamento. La figura 1-20 rappresenta i punti 1), 2), 3), 4) e 5) per il tracciamento manuale di una faglia, nella mappa di *contour* (da Tucker, 1988)

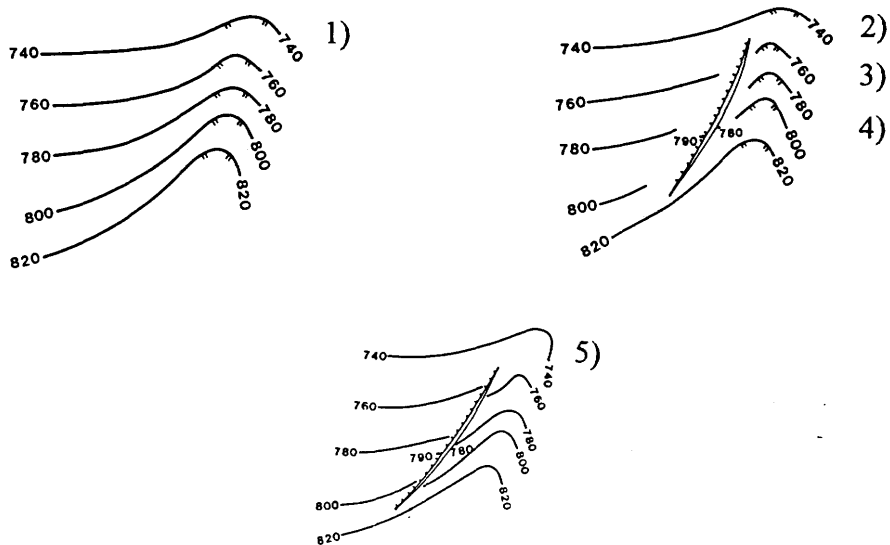


Fig. 1-20: realizzazione di una faglia in una mappa di *contour*, realizzata manualmente, secondo lo schema riportato sopra (da Tucker, 1988).

Prima di tutte queste operazioni di *contour*, sarà necessario conoscere le posizioni, direzioni e dislocamenti delle faglie. Queste devono essere ricostruite in base all'analisi di molti elementi tra cui anche conoscenze a priori espresse all'inizio della sezione. Informazioni poi si devono ricavare dalla struttura dei dati, che sappiamo essere formata dai punti digitalizzati di linee sismiche in struttura allineata

*random* (fig. 1-6b), di difficile lettura. Entra quindi in gioco la ricostruzione del *pattern* delle faglie.

### 1.6.3. Ricostruzione del *pattern* delle faglie

Badley (1985) illustra attraverso una figura (fig. 1-21) ancora un dilemma interpretativo: gli stessi punti di faglia ubicati sulle linee sismiche, possono essere correlati tra loro diversamente, in modo da produrre faglie disposte in modi diversi ma tutti altrettanto corretti. Si ha quindi che il punto 1) (pagina precedente) delle operazioni di mappe con faglie, è importante ed essenziale, in quanto permette una visione di insieme della struttura, oltre che un primo riconoscimento delle zone interessate da faglie.

Quindi, prima di ogni altra cosa, bisogna operare un *pre-contour* con tutte le conoscenze geologiche disponibili, riportando anche i punti di faglia, in modo da correlarli: 1) con le configurazioni delle curve di livello che rappresentano discontinuità, gradini, ondulazioni, pieghe e zone con forte deformazione; 2) con le direzioni generali dei *trends* conosciuti e con le zone compatibili con la presenza di faglie. E' importante poi una cernita delle faglie più significative, per non caricare troppo la mappa di eccessivi dettagli, che oltretutto confonderebbero e complicherebbero poi il *contouring* e l'interpretazione finale.

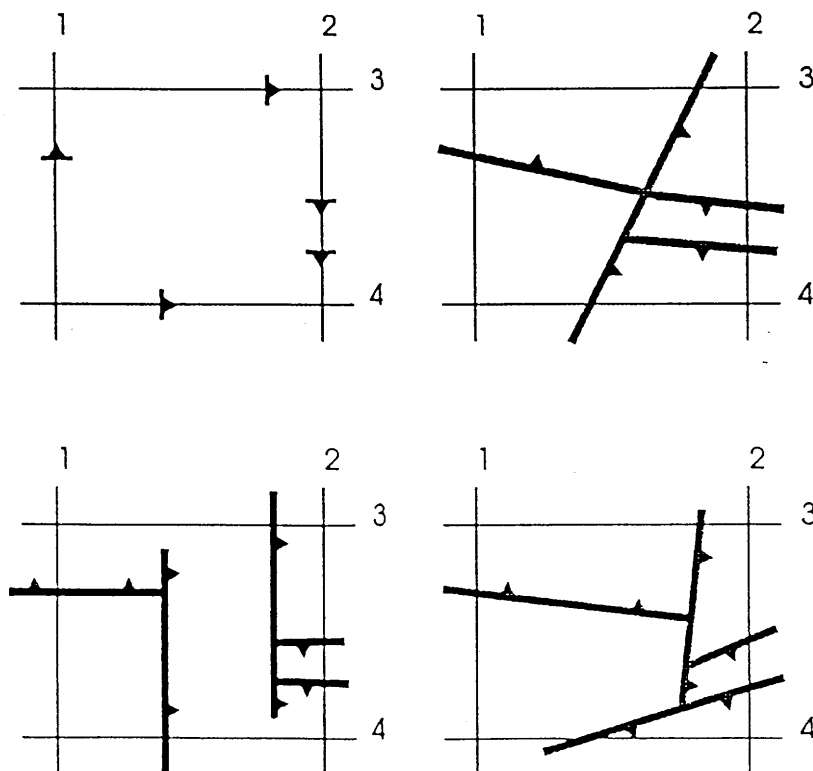


Fig. 1-21: ambiguità nel problema del *pattern* delle faglie. Tutte le soluzioni sono corrette (da Badley, 1985).



Tutto questo servirà a generare un *contour* con il *pattern* delle faglie per indagine di geologia strutturale o per portare il *prospect manager* alla rappresentazione finale dell'indagine, permettendo di ubicare i pozzi per l'estrazione petrolifera.

Chiaruttini et al. (1989), ispirandosi ad un ragionamento qualitativo sulle configurazioni simboliche delle linee di livello che deve fare l'interprete quando opera tutto manualmente, hanno proposto un prototipo di sistema esperto che effettua automaticamente questi ragionamenti, utilizzando informazioni su questi simboli, comprendenti anche il *pattern* areale delle faglie.

Esistono attualmente degli algoritmi in commercio che generano tali mappe, tra cui il pacchetto della RADIANT Inc. (CPS e FFMS) e della LANDMARK (Z-MAP e ZYCOR), i cui principi di modellazione sono descritti nel lavoro di Zoraster (1992) (capitolo 2). Essi comportano comunque l'impostazione in *input* delle coordinate dei punti di controllo ed i parametri delle faglie, quindi una conoscenza a priori di queste.

Un metodo di *contour* automatico adatto al problema della ricostruzione del *pattern* delle faglie non esiste ancora. Il prossimo capitolo è interamente dedicato a tale problema, proponendo metodologie ed algoritmi sperimentali ed originali, di tipo classico analitico e statistico, per la generazione di mappe che mettono in evidenza le discontinuità senza conoscenza a priori di faglie e di correlazione tra i punti di queste. I punti sono ottenuti dalle linee sismiche interpretate e digitalizzate ed i metodi proposti si pongono l'obiettivo di eliminare l'ambiguità delle possibili soluzioni delle traiettorie di un sistema di faglie.

## Appendice A: funzioni *splines*

La trattazione delle curve in forma parametrica Roger e Adams (1990), trae origine dalle notevoli semplificazioni matematiche che essa consente, tra le quali:

- l'indipendenza dagli assi cartesiani, evitando il valore infinito per la pendenza di una retta parallela all'asse verticale;
- la più semplice rappresentazione formale anche in coordinate omogenee;
- il minor numero di nodi griglia che servono per la rappresentazione di oggetti in due o tre dimensioni.

Una funzione *spline* cubica, come è già stato detto a pagina 34 (paragrafo 1.4.6), può essere rappresentata in forma parametrica dalla

$$s(t) = \sum_{i=1}^4 B_i t^{i-1} \quad t_1 \leq t \leq t_2 \quad (\text{A.1})$$

che corrisponde ad un polinomio di terzo grado rispetto al parametro  $t$

$$s(t) = B_1 + B_2 t + B_3 t^2 + B_4 t^3 \quad t_1 \leq t \leq t_2. \quad (\text{A.2})$$

Dati  $P_1$  e  $P_2$  i vettori posizione degli estremi della curva in figura 1-9b, e dati  $P'_1$  e  $P'_2$  i vettori tangenti agli estremi di valore  $t_1$  e  $t_2$ , ricavati derivando  $s(t)$  sugli stessi  $t_1$  e  $t_2$

$$s'(t) = \sum_{i=1}^4 (i-1) B_i t^{i-2} \quad t_1 \leq t \leq t_2 \quad (\text{A.3})$$

di cui in esteso

$$s'(t) = B_2 + 2B_3 t + 3B_4 t^2 \quad t_1 \leq t \leq t_2 \quad (\text{A.4})$$

e assumendo  $t_1=0$ : si determinano le seguenti condizioni al contorno

$$\begin{aligned} P(0) &= P_1; \\ P'(0) &= P'_1; \\ P(t_2) &= P_2; \\ P'(t_2) &= P'_2; \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

che combinate rispettivamente con le (A.3) e (A.4) producono quattro equazioni per ogni  $B_i$  incognita

$$P(0) = B_1 = P_1, \quad (\text{A.6a})$$

$$P'(0) = \sum_{i=1}^4 (i-1)t^{i-2}B_i|_{t=0} = B_2 = P'_1, (\text{A.6b})$$

$$P(t_2) = \sum_{i=1}^4 B_i t^{i-1}|_{t=t_2} = B_1 + B_2 t_2 + B_3 t_2^2 + B_4 t_2^3, \quad (\text{A.6c})$$

$$P'(t_2) = \sum_{i=1}^4 (i-1)t^{i-2}B_i|_{t=t_2} = B_2 + 2B_3 t_2 + 3B_4 t_2^2. \quad (\text{A.6d})$$

Risolvendo rispetto  $B_3$  e  $B_4$  si ottengo le rispettive soluzioni

$$B_3 = \frac{3(P_2 - P_1)}{t_2^2} - \frac{2P'_1}{t_2} - \frac{P'_2}{t_2}, \quad (\text{A.7})$$

$$B_4 = \frac{2(P_1 - P_2)}{t_2^3} - \frac{P'_1}{t_2^2} - \frac{P'_2}{t_2^2}. \quad (\text{A.8})$$

Ora se vogliamo estendere il tratto di curva (figura 1-9b) ad uno nuovo, verso un altro nodo  $t_3$ , di coordinate date dal vettore  $P_3$  (figura A-1), ci serve un ulteriore parametro, oltre a quelli appena visti, considerando ora  $P_3$  e  $t_3$  come  $P_2$  il vettore del punto estremo destro  $t_2$  nel caso precedente, per far passare la curva per il nuovo punto  $t_2$ .

Essendo improbabile la conoscenza a priori della derivata in questo punto, questa può essere ricavata sfruttando il fatto che le derivate delle funzioni *splines* sono continue fino all'ordine di derivazione, dato dal grado della funzione meno uno, per cui nel caso considerato la derivata seconda  $P''(t)$  è uguale sia calcolandola dal segmento sinistro che destro, verso il punto  $P_2$

$$s''(t) = \sum_{i=1}^4 (i-1)(i-2)B_i t^{i-3}. \quad t_1 \leq t \leq t_2 \quad (\text{A.9})$$

Per il primo segmento della *spline* cubica con parametro che varia da  $0 \leq t \leq t_2$  si ottiene la derivata  $P'' = 6B_4 t_2 + 2B_3$ , per il secondo segmento dove il parametro  $t$  è vincolato da  $0 \leq t \leq t_3$  la derivata è  $P'' = 2B_3$ ; ora uguagliando i due termini destri delle derivate e combinandoli con le (A.7) e (A.8) si ottiene l'equazione

$$t_3 P'_1 + 2(t_3 + t_2) P'_2 + t_2 P'_3 = \frac{3}{t_2 t_3} \left[ t_2^2 (P_3 - P_2) + t_3^2 (P_2 - P_1) \right] (\text{A.10})$$

la quale risolta rispetto  $P'_2$ , produce il parametro cercato per il punto di giunzione. Se si considerano  $n$  punti, congiungenti  $n-1$  spezzoni di curva, si ottengono delle formule generali per le (A.6), (A.7), (A.8) e (A.10).

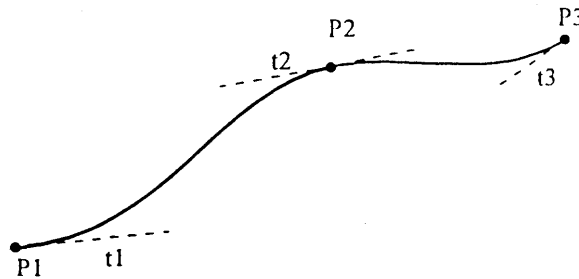


Fig. A-1: modello di una spline cubica passante per tre punti.

In particolar modo, applicando ricorsivamente la (A.10), su tutte le  $n-1$  *splines*, si ottengono  $n-2$  equazioni lineari, la cui forma algebrica è

$$\begin{pmatrix} t_3 & 2(t_2+t_3) & t_2 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & t_4 & 2(t_3+t_4) & t_3 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & t_5 & 2(t_4+t_5) & t_4 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & t_n & 2(t_n+t_{n-1}) & t_{n-1} \end{pmatrix} \cdot$$

$$\begin{pmatrix} P'_1 \\ P'_2 \\ P'_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ P'_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{t_2 t_3} \{t_2^2 (P_3 - P_2) + t_3^2 (P_2 - P_1)\} \\ \frac{3}{t_3 t_4} \{t_3^2 (P_4 - P_3) + t_4^2 (P_3 - P_2)\} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{3}{t_{n-1} t_n} \{t_{n-1}^2 (P_n - P_{n-1}) + t_n^2 (P_{n-1} - P_{n-2})\} \end{pmatrix}$$

o in sintesi:  $M \cdot P' = R$ . (A.11)

La matrice  $M_{n-2 \times n}$ , dei vettori tangenti, non è quadrata, di conseguenza non è invertibile, ma assumendo che le derivate agli estremi  $P'_1$  e  $P'_n$  siano conosciute, si aggiungono ancora due righe a  $M$  ed  $R$ , contenenti queste ultime, per cui  $M$  diventa

quadrata. Notare che  $M$  è tridiagonale, il che facilita il lavoro di inversione, perciò se è *non singolare*, tramite l'equazione

$$P' = M^{-1} \cdot R \quad (\text{A.12})$$

si ricavano delle formule simili alle (A.6a), (A.6b), (A.7) e (A.8), per ogni segmento di curva, che permettono il calcolo delle derivate prime ai nodi interni.

Si fa notare con la (A.12), che la *spline* passando per i nodi, corrisponde ad una soluzione di miglior interpolazione per la quale la curva adattata passa esattamente per i punti. Una volta ricavato il vettore delle derivate dalla (A.12), con un sistema di equazioni generalizzato del (A.6)

$$B_{1k} = P_k, \quad (\text{A.13a})$$

$$B_{2k} = P'_k \quad (\text{A.13b})$$

$$B_{3k} = \frac{3(P_{k+1} - P_k)}{t_{k+1}^2} - \frac{2P'_k}{t_{k+1}} - \frac{P'_{k+1}}{t_{k+1}}, \quad (\text{A.13c})$$

$$B_{4k} = \frac{2(P_k - P_{k+1})}{t_{k+1}^3} + \frac{P'_k}{t_{k+1}^2} + \frac{P'_{k+1}}{t_{k+1}^2}, \quad (\text{A.13d})$$

vengono prodotti i coefficienti  $B_i$ , per ogni segmento della curva. In forma matriciale il sistema di equazioni (A.13), diventa

$$\begin{pmatrix} B_{1k} \\ B_{2k} \\ B_{3k} \\ B_{4k} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{3}{t_{k+1}^2} & -\frac{2}{t_{k+1}} & \frac{3}{t_{k+1}^2} & -\frac{1}{t_{k+1}} \\ \frac{2}{t_{k+1}^3} & \frac{1}{t_{k+1}^2} & -\frac{2}{t_{k+1}^3} & \frac{1}{t_{k+1}^2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} P_k \\ P'_k \\ P_{k+1} \\ P'_{k+1} \end{pmatrix} \quad 0 \leq t \leq t_{k+1}. \quad (\text{A.14})$$

Dalla (A.1) generalizzata ad ogni segmento, si ottiene il prodotto scalare

$$s_k(t) = \begin{pmatrix} 1 & t & t^2 & t^3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} B_{1k} \\ B_{2k} \\ B_{3k} \\ B_{4k} \end{pmatrix} \quad 0 \leq t \leq t_{k+1}. \quad (\text{A.15})$$

e combinando la (A.1) con la (A.15), si realizza una nuova forma algebrica per rappresentare le *splines*, introducendo un nuovo parametro  $\tau = (t / t_{k+1})$  dipendente da delle funzioni peso di terzo grado dette *blending functions*, raccolte nel vettore F

$$s_k(\tau) = F \cdot G \quad 0 \leq \tau \leq 1 \quad (\text{A.16a})$$

con

$$F = (F_1(\tau) \quad F_2(\tau) \quad F_3(\tau) \quad F_4(\tau))^T, \quad (\text{A.16b})$$

$$G^T = (P_k \quad P_{k+1} \quad P'_k \quad P'_{k+1})^T, \quad (\text{A.16c})$$

dove le *blending functions* vengono definite con le

$$F_{1k}(\tau) = 2\tau^3 - 3\tau^2 + 1, \quad (\text{A.17a})$$

$$F_{2k}(\tau) = -2\tau^3 + 3\tau^2, \quad (\text{A.17b})$$

$$F_{3k}(\tau) = \tau(\tau^2 - 2\tau + 1)t_{k+1}, \quad (\text{A.17c})$$

$$F_{4k}(\tau) = \tau(\tau^2 - \tau)t_{k+1}. \quad (\text{A.17d})$$

Si può ancora operare una semplificazione, utilissima per costruire dei codici per la costruzione al *computer* di funzioni *splines*, cioè quella di normalizzare il parametro  $t_k$  alla unità, così per  $0 \leq t \leq$  le funzioni peso (A.17) vengono semplificate con le

$$F_{1k}(t) = 2t^3 - 3t^2 + 1, \quad (\text{A.18a})$$

$$F_{2k}(t) = -2t^3 + 3t^2, \quad (\text{A.18b})$$

$$F_{3k}(t) = t^3 - 2t^2 + t, \quad (\text{A.18c})$$

$$F_{4k}(t) = t^3 - t^2. \quad (\text{A.18d})$$

od in forma algebrica

$$F = T \cdot N = \begin{pmatrix} t^3 & t^2 & t & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.19})$$

da cui ricavo la equazione lineare estesa per la (A.16a)

$$s_k(\tau) = T \cdot N \cdot G \quad 0 \leq \tau \leq 1, \quad (\text{A.20})$$

che è una forma molto semplice, veloce e sintetica in quanto le matrici T e N sono costanti su tutta la curva, mentre varia per ogni segmento solo il vettore G, che è quello che contiene le informazioni geometriche di ogni spezzone.

Una funzione *spline* ha anche una interpretazione fisica molto interessante. Il nome deriva direttamente da una asticella elastica, usata dai disegnatori tecnici, per tracciare curve vincolate in determinati punti da dei pesi. Infatti, dal punto di vista meccanico, si può ricavare una *splines* considerando l'equazione di Eulero per il momento flettente  $M(x)$ , in relazione con E il modulo di Young, I il momento di inerzia e  $R(x)$  il raggio di curvatura

$$M(x) = \frac{EI}{R(x)}. \quad (\text{A.21})$$

Per piccole deflessioni ( $y' \ll 1$ ) il raggio di curvatura è approssimato dalla

$$\frac{1}{R(x)} = \frac{y''}{(1 + y'^2)^{3/2}} \approx y'' \quad (\text{A.22})$$

da cui, risolvendo la (A.21) rispetto  $y''$ , si ottiene

$$y''(x) = \frac{M(x)}{EI} = \frac{Ax + B}{EI} = \frac{A}{EI}x + \frac{B}{EI} = A_1x + B_1 \quad (\text{A.23})$$

dove vista l'approssimazione ( $y' \ll 1$ ), posso dare al momento  $M(x)$  una espressione linearizzata uguale a  $M(x) = Ax + B$ . La (A.23) integrata due volte produce un polinomio di terzo grado (*spline* cubica), che rappresenta la deflessione dell'asta

$$y(x) = A_1x^3 + B_1x^2 + C_1x + D_1 \quad (\text{A.24})$$

la quale si dispone rispetto i punti fissi in una posizione ad energia minima.

## Appendice B: rappresentazione superfici a tratti

Nell'appendice A sono stati esposti i vantaggi dell'uso delle forme parametriche per la generazione di curve, validi anche per le superfici, dove anzi sono quasi indispensabili, vista la complessità della formulazione.

Entra qui in gioco quindi il trattamento di una superficie, scomposta in porzioni (*patches*), che possono essere rappresentate singolarmente per mezzo dei parametri  $u$  e  $v$ , mediante le equazioni

$$x = x(u,v), \quad (\text{B.1a})$$

$$y = y(u,v), \quad (\text{B.1b})$$

$$z = z(u,v). \quad (\text{B.1c})$$

Se si vuole, ad esempio, mappare una superficie piana rettangolare nello spazio parametrico (figura B-1), i parametri devono essere definiti dalle coordinate (Rogers and Adams 1990)

$$u = C_1 \quad C_3 \leq v \leq C_4,$$

$$u = C_2 \quad C_3 \leq v \leq C_4,$$

$$v = C_3 \quad C_1 \leq u \leq C_2,$$

$$v = C_4 \quad C_1 \leq u \leq C_2.$$

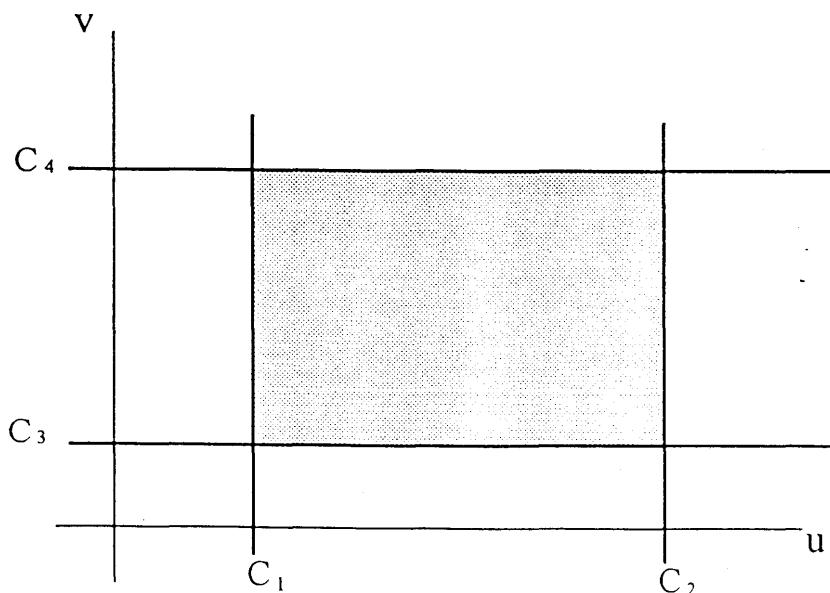


Fig. B-1: superficie piana rettangolare parametrizzata.



Un semplice modo per trattare le superfici con le forme parametriche è quello **bilineare**. Il metodo si basa sulla assegnazione delle coordinate dei vertici di un quadrato unitario, a dei vettori  $[P(u,v) = (P_x, P_y, P_z)]$  nello spazio parametrico:  $P(0,0)$ ,  $P(0,1)$ ,  $P(1,0)$  e  $P(1,1)$ , come nella figura B-1. Ogni punto interno al quadrato parametrico, viene specificato da una formula che altro non è che una **interpolazione bilineare** dei quattro vertici (Rogers and Adams 1990)

$$s(u, v) = P(0,0)(1-u)(1-v) + P(0,1)(1-u)v + P(1,0)u(1-v) + P(1,1)uv. \quad (B-2)$$

Se la superficie è più complessa di un piano rettangolare, bisogna modellare, per ogni quadrilatero, i lati che lo contornano, per cui, dall'appendice A, oltre i quattro vettori delle coordinate dei vertici, si ha bisogno dei vettori tangenti (derivate) su ognuno di essi, i quali in totale sono otto e che servono a modellare ogni curva. Occorre inoltre plasmare la forma dell'interno della superficie vicino ogni vertice, che può essere ad esempio, in casi regolari, sferica o ellissoidale, per mezzo dei vettori dati dalle derivate parziali seconde miste (*twist vectors*).

Quindi per ogni porzione di superficie sono necessari (figura B-2) (Rogers and Adams 1990):

- 4 vettori coordinate dei vertici;
- 8 vettori tangenti, due per ogni vertice;
- 4 vettori (*twist vectors*) per ogni vertice.

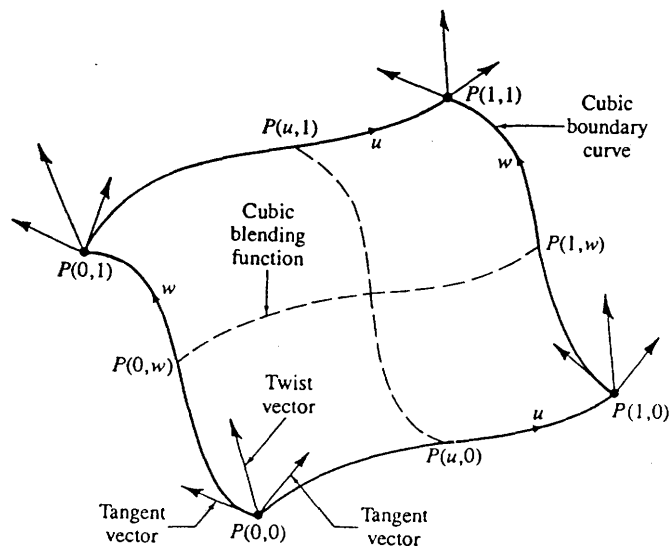


Fig. B-2: (da Rogers and Adams, 1990), vettori necessari per definire una porzione di superficie, con funzioni splines, passante per 4 punti.

Coons (1967) ha proposto l'uso di funzioni *splines* cubiche normalizzate per il modellamento di ogni lato di bordo. Tali funzioni per la facilità d'uso ed i vantaggi noti, hanno reso tale modo di trattare le porzioni di superficie di importanza fondamentale.

Ogni segmento di contorno, data la conoscenza a priori dei vettori posizione vertici  $P(u,0)$ ,  $P(u,1)$ ,  $P(0,v)$ ,  $P(1,v)$  e relative tangenti, è generato dalla (A.20), dove però il parametro  $t$  viene sostituito dai parametri  $u$  e  $v$ , a seconda della posizione del segmento. Le relative *blending functions* cubiche usate per ogni lato, sono ovviamente le stesse delle (A.18), visto che nella forma normalizzata sono costanti, sempre però con lo scambio di parametro.

La formula per una porzione di *Coons cubic surface* risulta così data dalla

$$S(u,v) = \begin{pmatrix} F_1(u) \\ F_2(u) \\ F_3(u) \\ F_4(u) \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} P(0,0) & P(0,1) & P_v(0,0) & P_v(0,1) \\ P(1,0) & P(1,1) & P_v(1,0) & P_v(1,1) \\ P_u(0,0) & P_u(0,1) & P_{uv}(0,0) & P_{uv}(0,1) \\ P_u(1,0) & P_u(1,1) & P_{uv}(1,0) & P_{uv}(1,1) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} F_1(v) \\ F_2(v) \\ F_3(v) \\ F_4(v) \end{pmatrix} \quad (B-3)$$

o in forma compatta

$$S(u,v) = U \cdot N \cdot P \cdot N^T \cdot W; \quad (B-4)$$

dove la matrice  $P$  contiene le informazioni geometriche indispensabili alla costruzione di ogni pezzetto di superficie, contenente quindi i vettori stabiliti all'inizio dell'appendice.

Si menziona infine l'uso delle curve parametriche in altri tipi di problemi connessi al *gridding*, quali la tomografia a trasmissione (Michelini 1992, Michelini & McEvelly 1991). In questo approccio, un modello di velocità sismica viene parametrizzato con l'uso di curve o superfici, per mezzo delle **B-splines** (1.43 o 1.57).

I coefficienti  $B_i$  o  $B_{i,j}$  altro non sono che i vettori delle coordinate dei nodi della griglia su cui si calcolano i tempi di arrivo e che, come visto per la trattazione generale di queste funzioni, possono essere modificati nella interpolazione.

Si ottiene quindi una tomografia che non interviene solo sul campo delle velocità, ma sulla forma del modello stesso, mantenuta stazionaria nei metodi classici.

## Appendice C: decomposizione ai valori singolari (*Singular Value Decomposition: SVD*)

In molti dei problemi trattati in questo capitolo, sono apparse delle equazioni lineari dalla classica forma generale

$$A \cdot x = b, \quad (\text{C-1a})$$

che in genere descrive una applicazione  $Ax$  definita su un dominio  $E$  sull'immagine  $E'$

$$Ax: E \rightarrow E \quad (\text{C-1b})$$

ed in cui è necessario trovare una soluzione per il vettore  $x$ . Quest'ultima si sa, avviene per mezzo dell'inversione della matrice  $A$ , che in questi casi pratici, risulta essere quasi mai *non singolare* anzi spesso nemmeno quadrata.

Ad esempio nell'interpolazione in norma  $L_2$  la matrice di Gram (1.10) è quasi sempre *sopra-determinata*, solo a volte quadrata; nel *Kriging* (1.31) invece, anche se essa è *simmetrica, definita positiva* e quindi di più facile soluzione, numericamente molte volte non risulta esserlo; come anche per le *splines*, anche se la matrice  $M$  (A.11) da invertire è sempre quadrata *tridiagonale*.

I problemi di carattere numerico infatti sono legati ai numerosi **errori di arrotondamento**, che vengono generati nei prodotti riga per colonna, nel calcolo dei determinanti e le relative divisioni, necessarie nella produzione dell'inversa. Questi errori annullano molti coefficienti delle matrici, rendendo inevitabilmente la matrice *singolare*..

Ad esempio nel cercare la soluzione ai minimi quadrati, questa si trova mediante l'uso della **equazione normale**

$$A^T \cdot A \cdot x = A^T \cdot b \quad (\text{C-2})$$

dalla quale si vede inequivocabilmente che i calcoli da svolgere sono parecchi ed anche lunghi, rendendo il procedimento molto pesante, lento e soggetto a numerosi errori di arrotondamento.

Golub e Reinsch (1970) consci del fatto che, numericamente, è normale imbattersi sempre in matrici *singolari* o non quadrate e che l'uso dell'*inversa generalizzata* non sempre porta alla soluzione cercata, hanno concepito un efficiente algoritmo (SVD), il quale provvede alla decomposizione della matrice  $A$ , non necessariamente quadrata, nel prodotto di tre matrici

$$A = U\Lambda V^T \quad (\text{C-3a})$$

dove  $\Lambda$  è la **matrice diagonale dei valori singolari**.

Le matrici  $U$  e  $V$  sono matrici ortogonali

$$U^T \cdot U = I; \quad V^T \cdot V = I \quad (\text{C-3b})$$

nel senso che:

- 1) le colonne di  $U$  sono gli **autovettori, ortonormali** alle "osservazioni",
- 2) le colonne di  $V$  sono gli **autovettori, ortonormali** ai coefficienti cercati.

Se  $A$  ha dimensioni  $m \times n$ ,  $U$  ha le stesse dimensioni, mentre  $V^T$  e  $\Lambda$  sono quadrate di ordine  $n$ .

Considerando l'ovvia regola che è più facile l'inversione di una matrice diagonale, essi hanno impostato il problema sui diversi teoremi e lemmi (Lemma di Shur) esistenti, sulla diagonalizzazione per mezzo delle matrici unitarie di Householder e delle trasformazioni di similitudine tipo algoritmo QR.

Si ottiene così l'inversa, nella nuova forma

$$A^{-1} = V \cdot \left[ \text{diag}(1/w_j) \right] \cdot U^T; \quad 1 \leq j \leq n. \quad (\text{C-4})$$

Oltre ricavare la matrice diagonale  $\Lambda$ , l'algoritmo offre altri vantaggi, che sono poi i suoi veri punti di forza (Press et al., 1987, pp.54 - 57).

Una matrice non invertibile si sa presenta il problema del **nucleo** chiamato anche, dalla traduzione inglese 'spazio nullo', cioè quel sottospazio della dimensione del dominio dell'applicazione  $E$  (C-1) per il quale  $A \cdot x = 0$ , la cui dimensione, sommata al rango della matrice  $A$ , dal noto teorema, è uguale alla dimensione  $E$ . Il rango è dunque la dimensione dello *spazio immagine*, sottospazio di  $b$ , il quale è 'mappato', tramite la  $A$ , ai vettori  $x \in E$  non appartenenti al nucleo.

SVD costruisce le due matrici  $U$  e  $V$ , come insiemi di **basi ortonormali** che generano rispettivamente: l'immagine e lo spazio nullo; con le quali seleziona una delle soluzioni particolari, la quale mappa l'immagine con l'insieme dei vettori  $x$ . Quindi SVD trova un compromesso tra la parte non soggetta allo spazio nullo della applicazione ed il vettore dei dati disponibili, che nel caso dei minimi quadrati, è quella

## CAPITOLO 2

### Metodi proposti per la ricostruzione del *pattern* delle faglie

La ricostruzione del *pattern* delle faglie, è un problema di notevole complessità e come tutti i processi elaborativi deve passare attraverso più fasi. Questi si possono riassumere in due operazioni fondamentali: 1) la **preparazione della mappa di *pre-contour***, per l'analisi preliminare; 2) la **correlazione dei punti di faglia**, per confermare le posizioni dei piani di faglia desunte dalla prima indagine.

In questo capitolo vengono descritti alcuni metodi originali che consentono la ricostruzione della superficie con faglie con il massimo livello di risoluzione strutturale compatibile con il passo di campionamento spaziale adottato.

Il metodo di correlazione finale è basato sull'osservazione della distribuzione sistematica degli spostamenti sul piano di faglia (vedasi ad esempio Watterson, 1986; Barnett, et al., 1987; Gibson et al., 1989; Walsh & Watterson, 1989)

La filosofia fondamentale dei metodi proposti, si può riassumere in due punti:

- si lavora col presupposto di non conoscere nulla di preciso sulla disposizione e natura delle faglie presenti nella zona di indagine;
- tutte le operazioni che portano alla realizzazione della mappa (digitalizzazione delle linee sismiche, *gridding* ed interpolazione), possono essere considerate dei **filtri passa-basso** (Wren, 1975).

I criteri proposti sono in antitesi coi presupposti di qualsiasi altro algoritmo di *contour* sviluppato per gli scopi classici di questa disciplina.

La prima parte del capitolo è dedicata all'analisi di algoritmi interpolativi di *contour* esistenti, per la scelta di quello più appropriato alla costruzione della mappa di '*pre-contour*', la quale deve avere ovviamente delle caratteristiche ben definite. La principale è quella di dover mettere in evidenza le rotture di pendenza e le eventuali discontinuità della superficie senza lisciarle ulteriormente.

La seconda parte illustra i metodi originali proposti da cui sono stati ricavati due programmi e sviluppati tre nuovi algoritmi di *contour*, la cui base interpolativa è stata scelta dalla citata analisi comparativa. Questi incorporano, il trattamento dei *trends* e la selezione ottimale, dei punti di controllo per una valida interpolazione, ad ogni nodo della griglia, atta alla costruzione della mappa di *pre-contour*. L'altro *software* è relativo alla citata correlazione delle faglie, che servirà quindi come passo finale alla ricostruzione del *pattern* delle faglie esistente nel *data set* analizzato.

## 2.1. Comparazione degli algoritmi di *contour*

### 2.1.1. Sperimentazione

Nella ricostruzione del *pattern* delle faglie, considerata la necessità di produrre una mappa che interpreti al meglio le faglie senza nessuna conoscenza preliminare di queste, bisogna innanzitutto operare una scelta degli algoritmi interpolativi appropriati, basandosi su una indagine sperimentale di confronto. Questo anche perché a livello teorico, non esiste ancora nulla di assodato sul problema del *contour* automatico con rappresentazione corretta delle faglie.

Per comparare i vari algoritmi di *contour* esistenti, è logico usare i campioni ricavati da una superficie conosciuta o della quale si abbia un'idea, per cui è stato creato un *data set* sintetico che rappresenta una superficie (fig. 2-1), formata da un insieme di strutture tipiche di una superficie geologica, con la presenza di tre gradini (faglie), due paralleli in direzione concorde con l'asse Y ed uno perpendicolare ai primi e più piccolo in modo da evidenziare le differenti risoluzioni.

I punti di controllo che la compongono sono posti ai nodi di una griglia regolare 40 per 30 ed un programma provvede alla campionatura casuale di alcuni di questi campioni ed al trasporto in posizione *random* attraverso una doppia interpolazione lineare. La scala di colori usata e che verrà usata in seguito per tutte le mappe ricavate da questo *data set*, ha un significato puramente diagnostico, in quanto stacca bene le zone a quota differente, evidenziando così le strutture presenti.

In figura 2-2 è riportata la versione 3-D della superficie sorgente e nel riquadro, il campionamento casuale della stessa, che verrà usato come *data set* di comparazione, con una scala colori diversa da quella in figura 2-1, ma più consona a rappresentare dati di profondità. Questo è formato da 487 punti di controllo, i quali sono meno del 50% di quelli totali, ma secondo una disposizione ottimale ed uno spostamento dalla posizione originale piccolo.

Le caratteristiche essenziali dell'algoritmo di *pre-contour* per l'analisi e la costruzione di un modello delle faglie sono:

- 1) non lisciare molto la superficie, in quanto ovviamente bisogna evidenziare i gradini e le rotture di pendenza;
- 2) non produrre artefatti, che potrebbero essere scambiati per faglie od essere fonte di errore, in quanto o mascherando le faglie o necessitando di un filtraggio per sopprimerli, si rischia di eliminare le zone più significative, come le rotture di pendenza della superficie;
- 3) poter tenere conto dei *trends* esistenti.
- 4) onorare i dati.

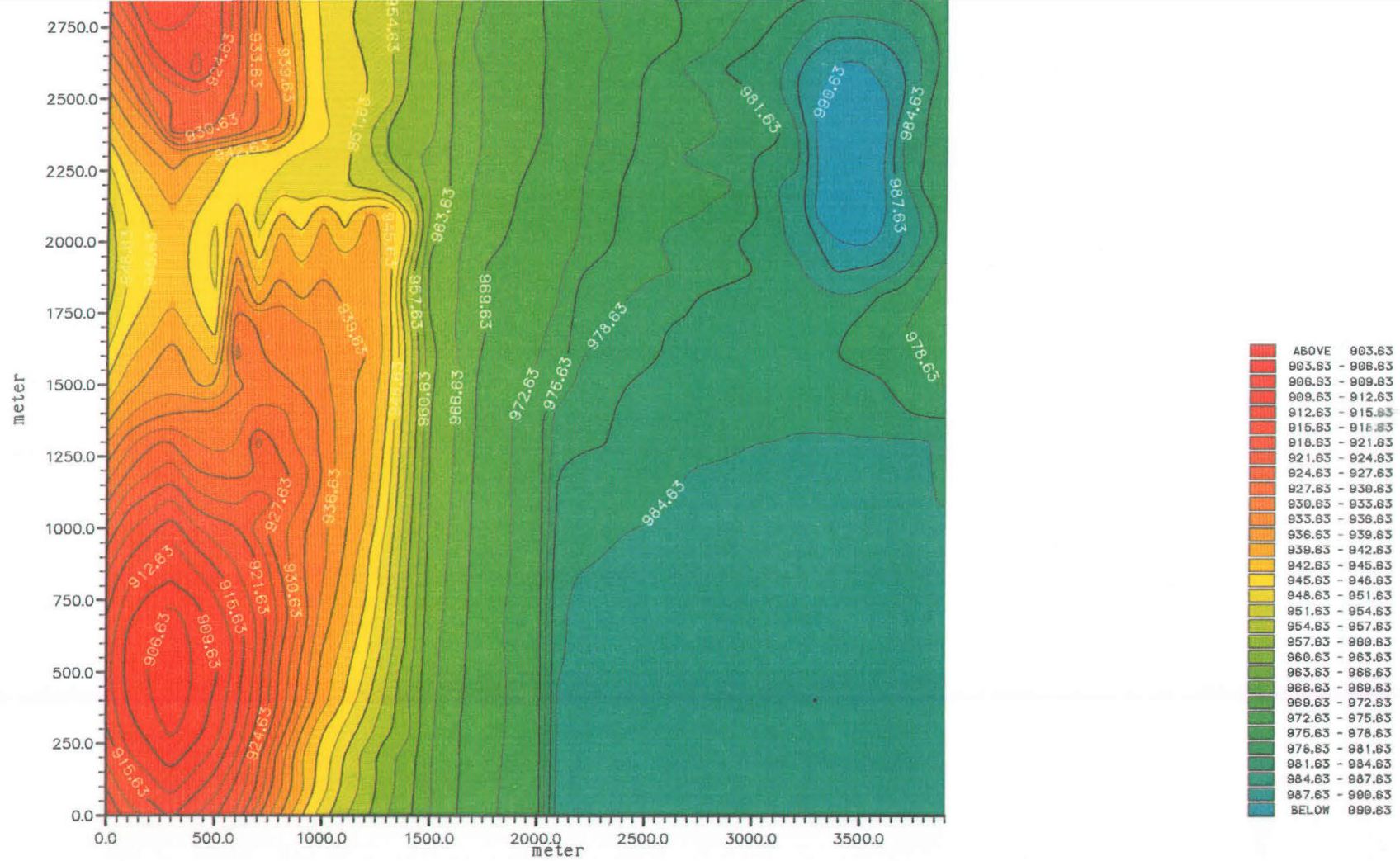


Fig 2-1: modello sintetico definito da una griglia regolare 40 x 30.

ORIGINAL STRUCTURAL MODEL REG. SPATIAL SAMPLING

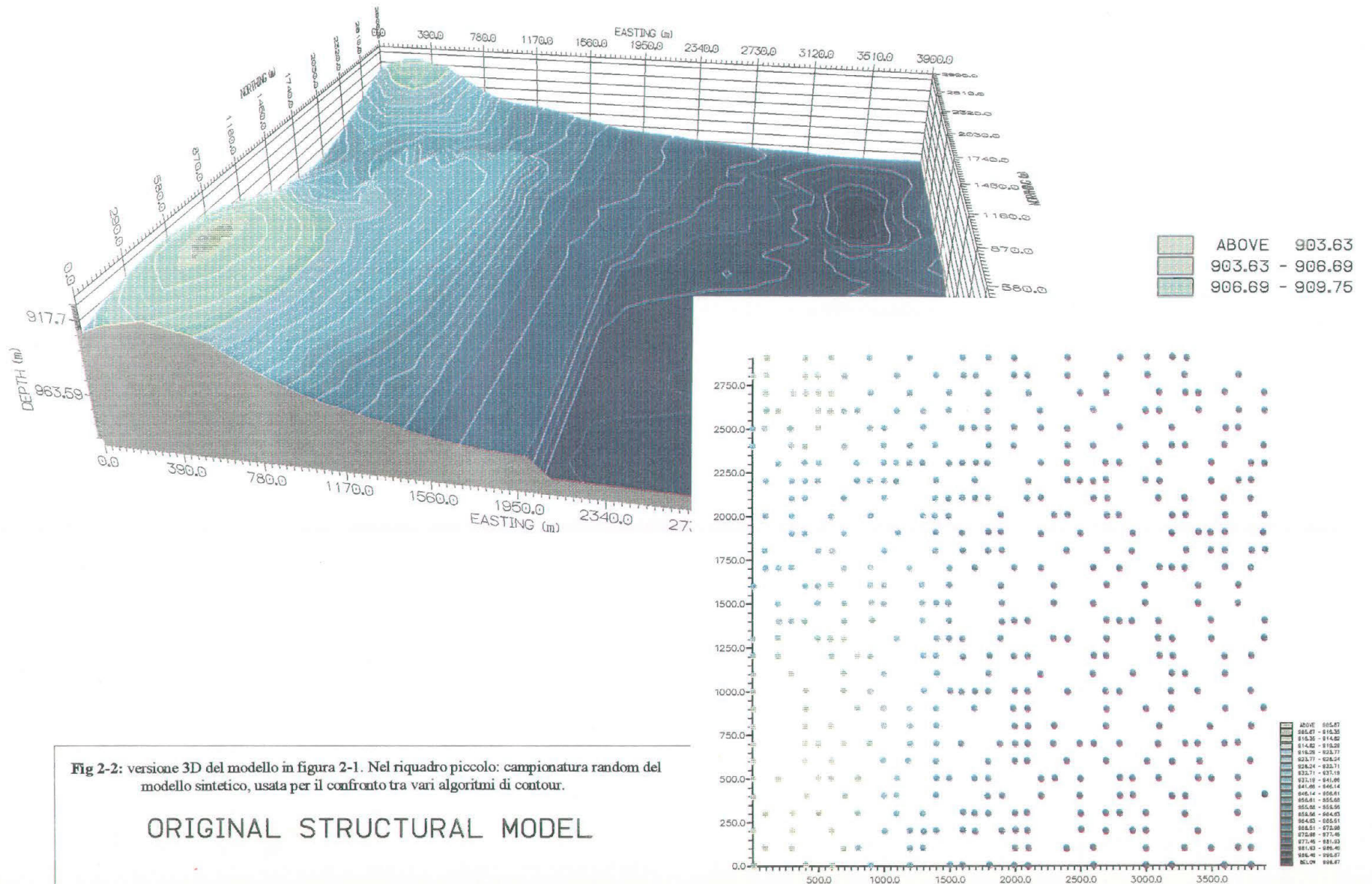


Fig 2-2: versione 3D del modello in figura 2-1. Nel riquadro piccolo: campionatura random del modello sintetico, usata per il confronto tra vari algoritmi di contour.

ORIGINAL STRUCTURAL MODEL



Quando questo lavoro è stato iniziato, si pensava innanzitutto di operare il *pre-contour* con un algoritmo interpolativo, che avesse i requisiti di fedeltà ai dati e di robustezza e quello che in letteratura prometteva meglio era senz'altro l'algoritmo di *kriging*. Questo però non risulta essere il più adatto, in quanto soddisfa bene i punti 1, 3 e 4, ma, considerando la doverosa applicazione del filtro, per eliminare gli artefatti, cade parzialmente in difetto anche nel punto 1. Inoltre da successive indagini (fig. 10-10c,d,e,f,g,h,i,l,m,n) e considerazioni teoriche che verranno discusse più avanti, sembra non soddisfare appieno, il punto 4. Questi due punti sono i più importanti.

Le figure seguenti, rappresentano i vari passaggi elaborativi dei campioni, per la realizzazione del *kriging*: la figura 2-3 rappresenta il *trend* ricavato con un piano di regressione, il quale serve a calcolare i residui (figura 2-4), togliendo dalla struttura iniziale le quote relative al piano; il riquadro espone il *semi-variogramma* della superficie residua, ottenuto lungo la direzione di massima anisotropia; che servirà a calcolare la superficie in figura 2-5, recuperando le quote del *trend* sottratto.

Il prodotto che si ricava, mette in evidenza il notevole gradino centrale, come si vede anche dal profilo, mentre si produce in maniera meno facile gli altri due. Questa mappa è ovviamente filtrata con un filtro laplaciano (1.70 - fig. 1-13b) in quanto la mappa originale presenta una buona risoluzione della prima faglia, ma anche diversi artefatti, che sono uno dei principali inconvenienti del *kriging*.

Le cose sono diverse se si usa un algoritmo che si basa **sulle distanze inverse medie pesate**, come il GINTPF dell'UNIRAS, che chiaramente, nella rappresentazione in figura 2-6, senza l'uso di nessun filtro, produce una superficie non contaminata da errori, che non smussa molto i gradini delle faglie parallele, anche se quella trasversale, essendo più piccola, risulta meno ricostruita.

Di buona qualità, come risoluzione nelle zone con rottura di pendenza, è l'algoritmo che usa una interpolazione con adattamento ai **minimi quadrati**, riportato in figura 2-7, che però ha comportato diverse prove per la scelta ottimale delle dimensioni del rettangolo di ricerca. Anche per questo *contour* non si è fatto ovviamente uso di nessun filtro.

Importante è notare gli artefatti in prossimità dei gradini, dovuti ad una selezione non ottimale dei punti di interpolazione e questo è un problema che si andrà ad indagare nel seguito del presente capitolo.

Infine la **doppia interpolazione lineare** è ideale per una rappresentazione finale di una mappa interpretata ma fallisce in questo caso, in quanto anche senza filtro liscia troppo tutta la superficie spianando quasi completamente le rotture di pendenza dei gradini (figura 2-8).

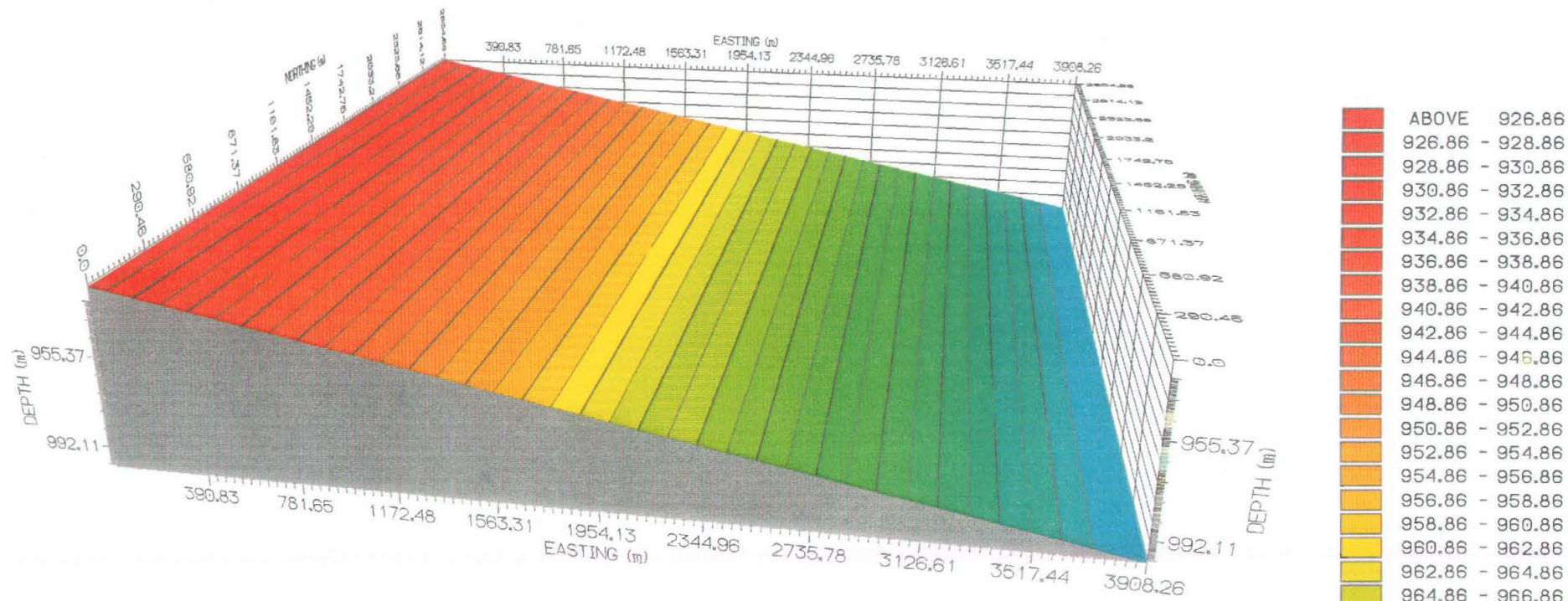


Fig 2-3: piano di regressione che rappresenta il trend del modello sintetico di figura 2-1.

UNTITLE FILE REG. SPATIAL SAMPLING

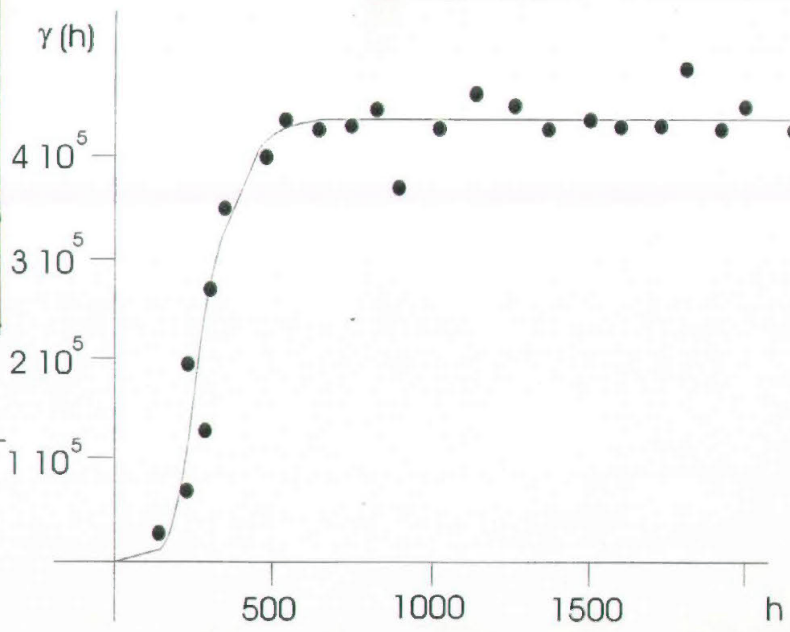
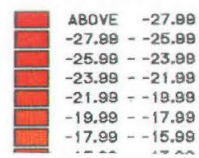
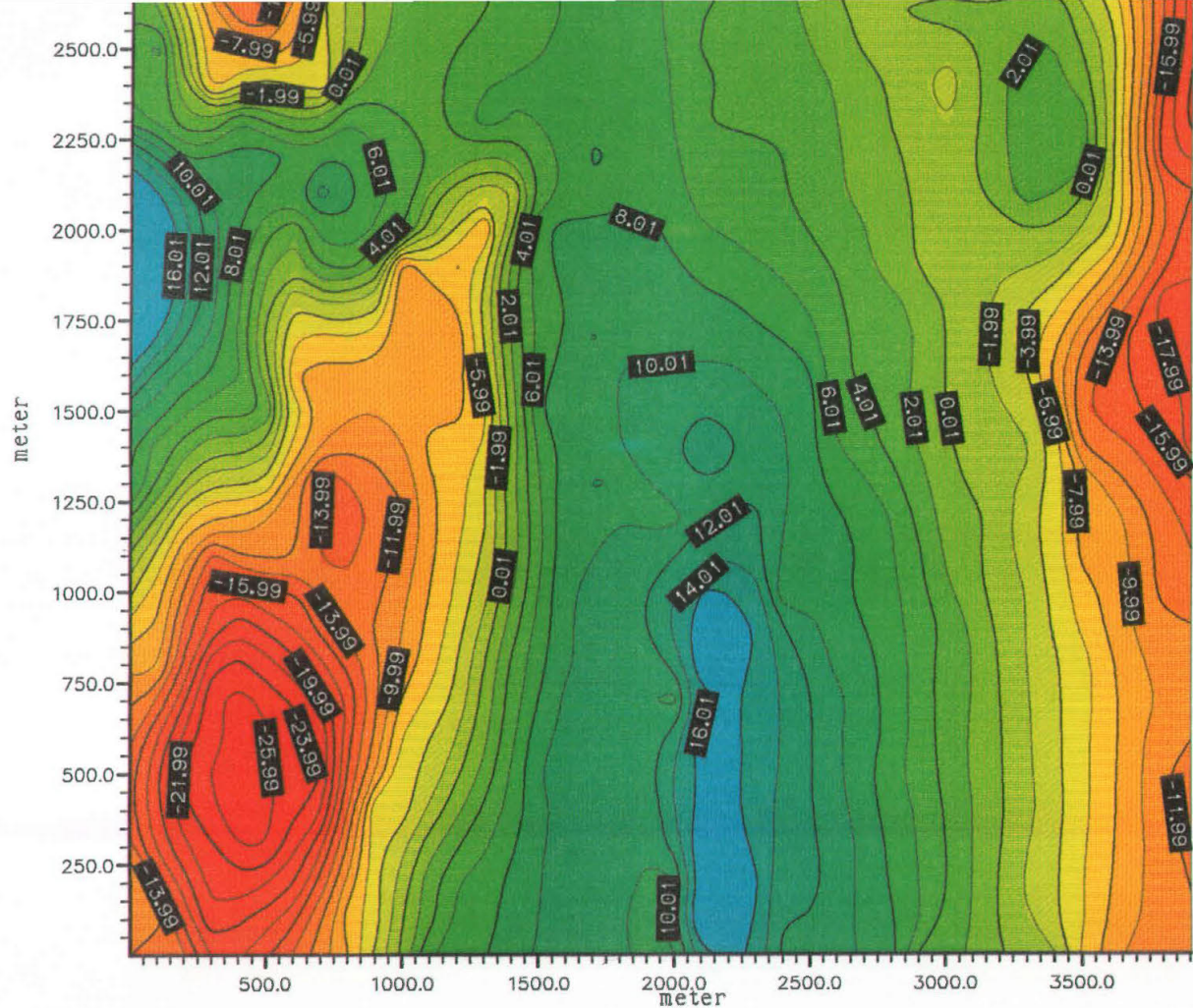


Fig 2-4: mappa dei residui, calcolati togliendo il piano in figura 2-3. Nel riquadro piccolo: semi-variogramma della struttura dati dei residui, con direzione 90° (parallela al gradino principale).

UNTITLE FILE REG. SPATIAL SAMPLING

$$\gamma(h) = 4.2 \cdot 10^5 \cdot (1. - \exp(-h/300)^2)$$

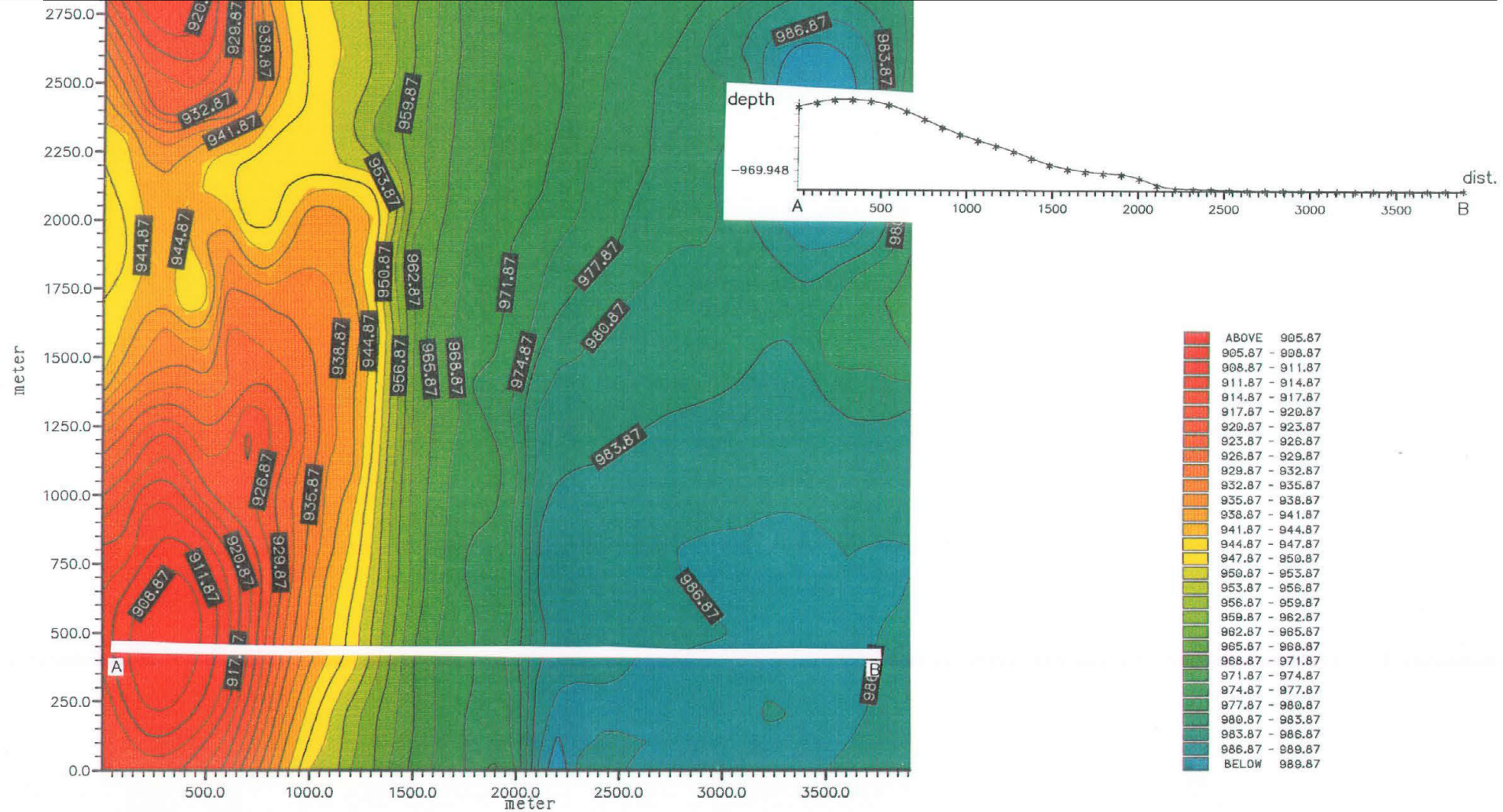


Fig. 2-5: mappa ottenuta sul data set sintetico coll'algoritmo kriging.

RANDOM 487 SAMPLES MODEL CONTOURED BY KRIGING

S.R. = 300.00 DIRECTION = 90.0 GAMMA FUNCT. = GAUSSIAN

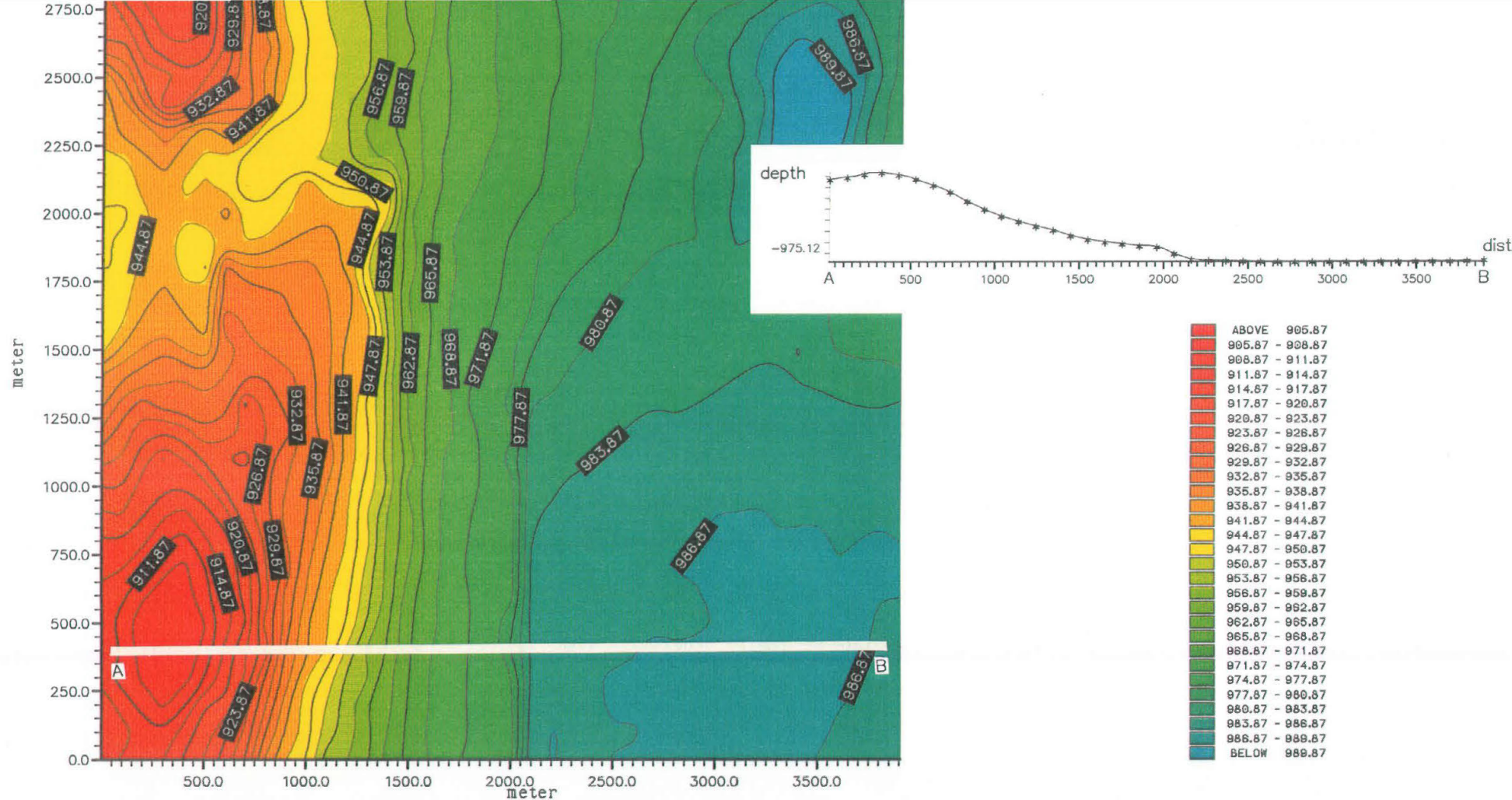


Fig. 2 - 6: mappa ottenuta sul data set sintetico coll'algoritmo che usa le distanze inverse medie pesate.

RANDOM 487 SAMPLES MODEL CONTOURED BY GINTPF

WITH METHOD OF DISTANCE WEIGHTED AVERAGE S.R. = 300.00

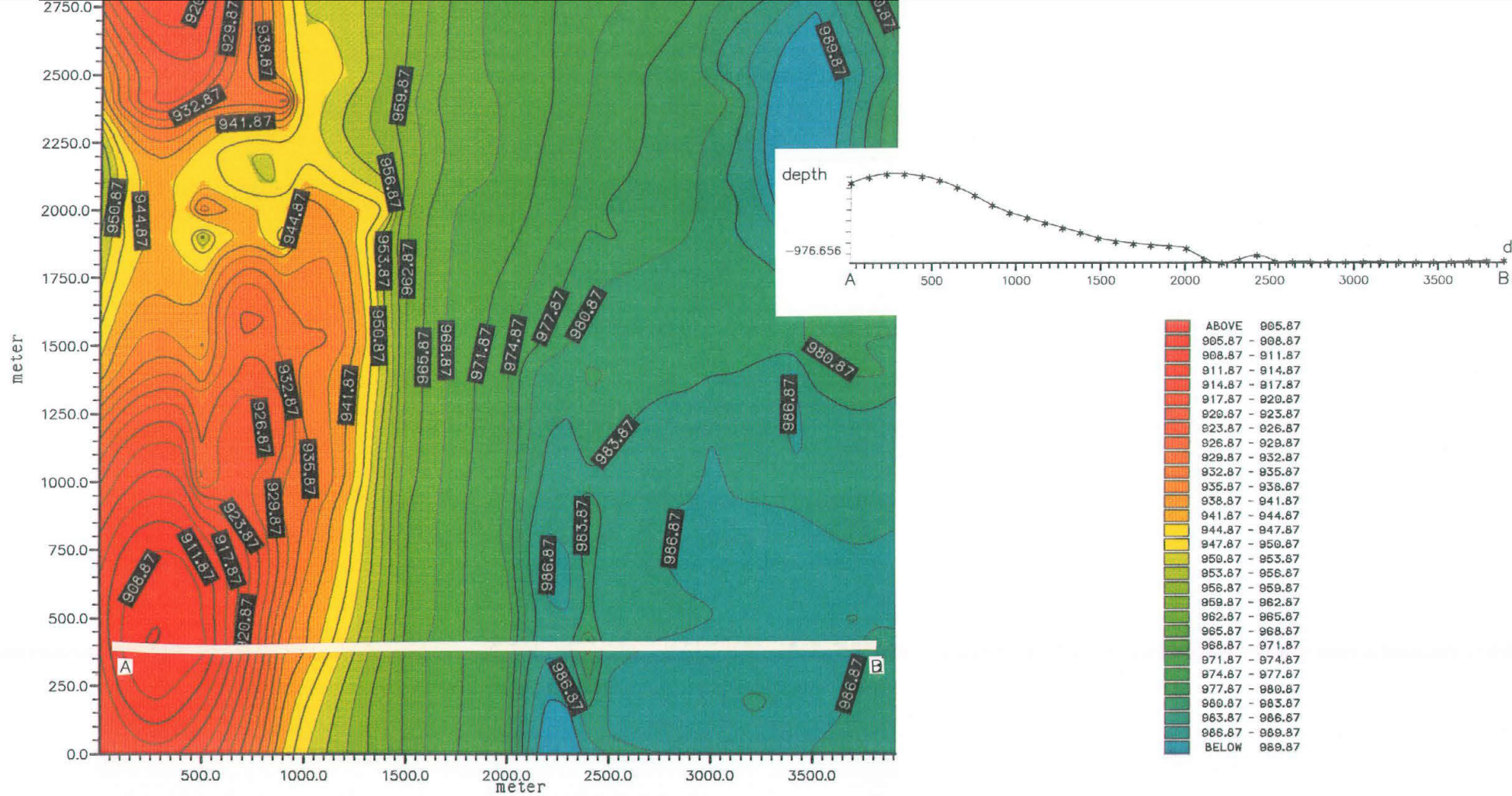
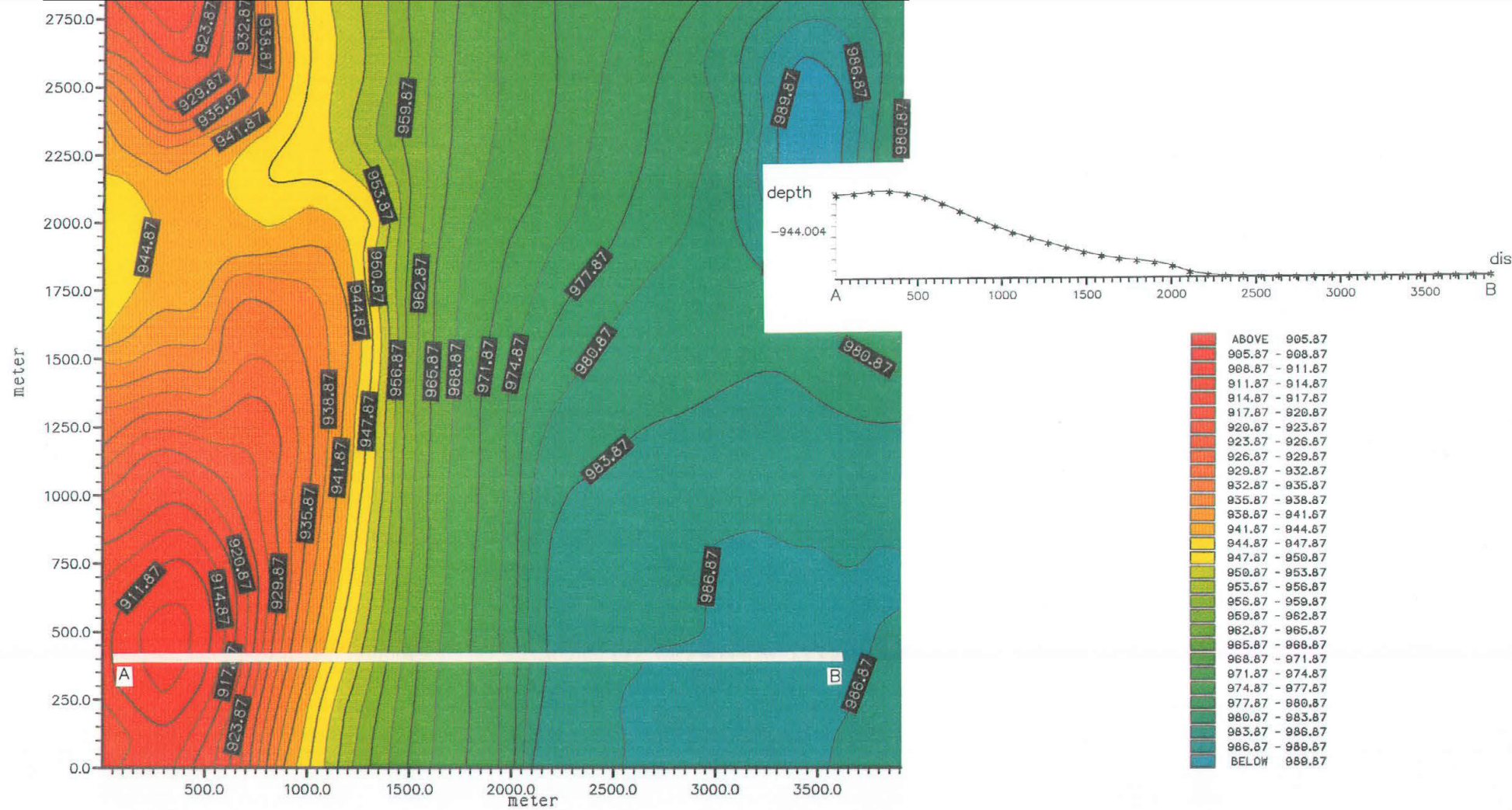


Fig. 2 - 7: mappa ottenuta sul data set sintetico coll'algorithmo che usa i minim quadrati.

RANDOM 487 SAMPLES MODEL CONTOURED BY GINTP3



**Fig. 2 - 8:** mappa ottenuta sul data set sintetico coll'algoritmo che usa la **doppia interpolazione lineare**.

RANDOM 487 SAMPLES MODEL CONTOURED BY GINTPF

WITH METHOD OF DOUBLE LINEAR INTERPOLATION S.R. = 300.00

Le mappe alle figure 2-9a e 2-9b, mettono a confronto gli scarti dei valori ai nodi, ottenuti rispettivamente col *kriging* e con le distanze inverse medie pesate, dai valori del modello di riferimento.

Si nota una netta differenza nella distribuzione degli scarti a favore del secondo algoritmo, il quale presenta minori differenze non solo come densità, ma anche come valori: un unico 'disturbo' puntuale nella zona del gradino principale alla quota  $X = 2000$  e dei disturbi, anche se di valore assoluto minore rispetto al *kriging*, nella zona del piccolo gradino perpendicolare alla prima e nelle zone dei pendii normali, in prossimità dei due alti strutturali.

La mappa relativa al *kriging*, oltre presentare valori più alti e maggiormente diffusi sulla superficie, denuncia un comportamento inappropriato lungo tutti i gradini, dovuto ad un lisciamento della struttura ed agli artefatti presenti soprattutto in alto a sinistra dell'immagine della figura 2-5.

La seguente tabella (2.1.1.) riporta inoltre i valori di *deviazione standard* relativi ai vari algoritmi analizzati, confrontati sempre col modello sintetico:

Algoritmo	$\sigma$
Distanze inverse medie pesate	1.45
Kriging	2.09
Doppia interpolazione lineare	1.69
Minimi quadrati	1.74

Tabella 2.1.1.: Valori deviazione standard vari algoritmi sperimentati sul data set di figura 2.1.

I risultati sono eloquenti in favore dell'algoritmo che usa le medie pesate, il quale conferma l'efficienza della semplicità, mentre anche un algoritmo di *best-fitting*, sembra dia buone garanzie, sia per i visibili risultati di risoluzione, sia per i principi matematici su cui si basa, che per il valore di *deviazione standard*. Però deve essere costruito in modo più accurato per quanto riguarda la selezione dei campioni.

Come è stato detto, in questa indagine è stato usato un insieme di campioni ben distribuito (2-2) su tutta l'area e con punti vicini alla posizione originale: il problema della scelta di un buon algoritmo di interpolazione non lisciante, nasce dal fatto che i punti di controllo possono essere meno di questi e mal distribuiti, come ad esempio per un *data set* sismico (fig. 1-6b). In successive indagini, condotte su altri *data set* con campionamento spaziale più irregolare di quello in figura 2.2, il *kriging* ha dato una risoluzione scadente anche del gradino principale (figg. 2-10a & b).

In supporto a questa analisi a favore dei due algoritmi scelti, esiste una nutrita bibliografia, (ad esempio Dubrule, 1984; Philip & Watson, 1985; Dubrule, 1986) a riguardo delle comparazioni tra vari algoritmi di *contour*.



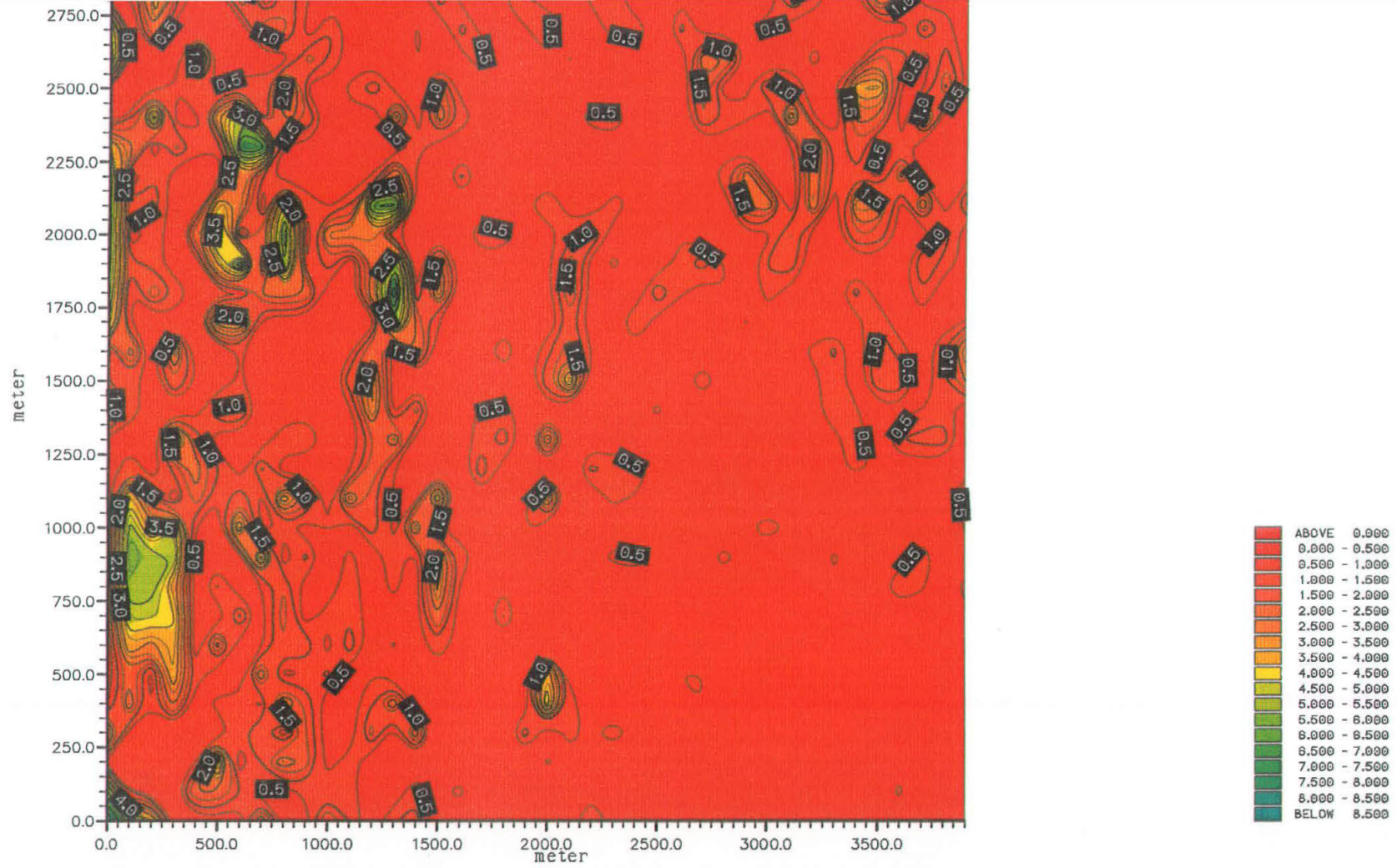


Fig 2 - 9a: mappa degli scarti dal modello sintetico del contour ottenuto con l'algoritmo delle distanze inverse medie pesate GINTPF dell'UNIRAS.

MAP OF DIFFERENCES OF ORIGINAL STRUCTURAL MODEL

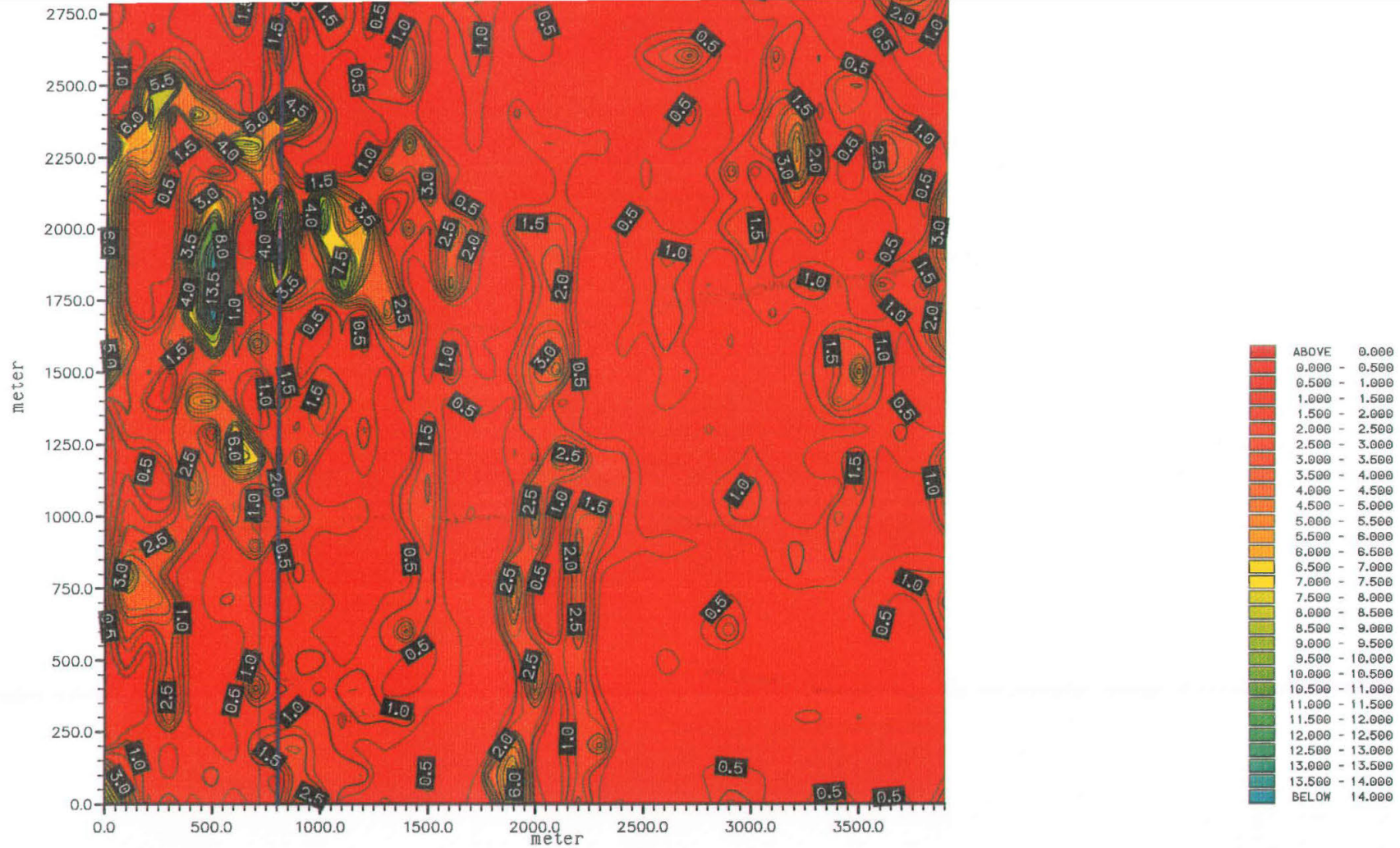


Fig 2 - 9b: mappa degli scarti dal modello sintetico del contour ottenuto con l'algoritmo KRIGING dell'UNIRAS.

MAP OF DIFFERENCES OF ORIGINAL STRUCTURAL MODEL

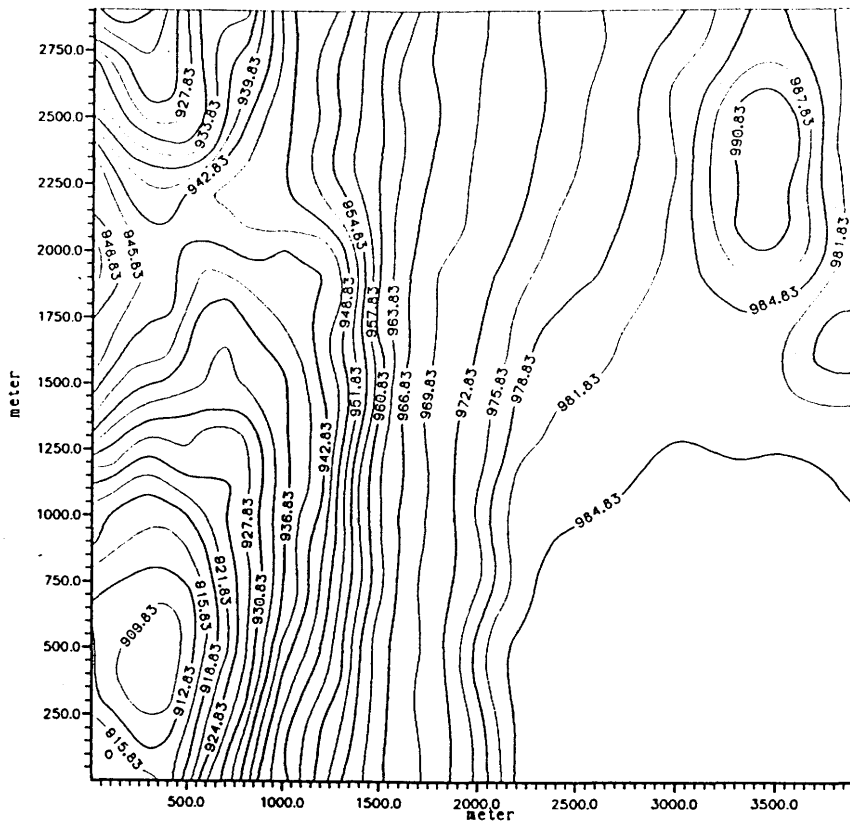


Fig. 2-10a: mappa di contour 2D ottenuta con l'algoritmo delle distanze inverse medie pesate, su un data set ricavato dal modello sintetico di fig. 2-1, campionato in modo molto irregolare.

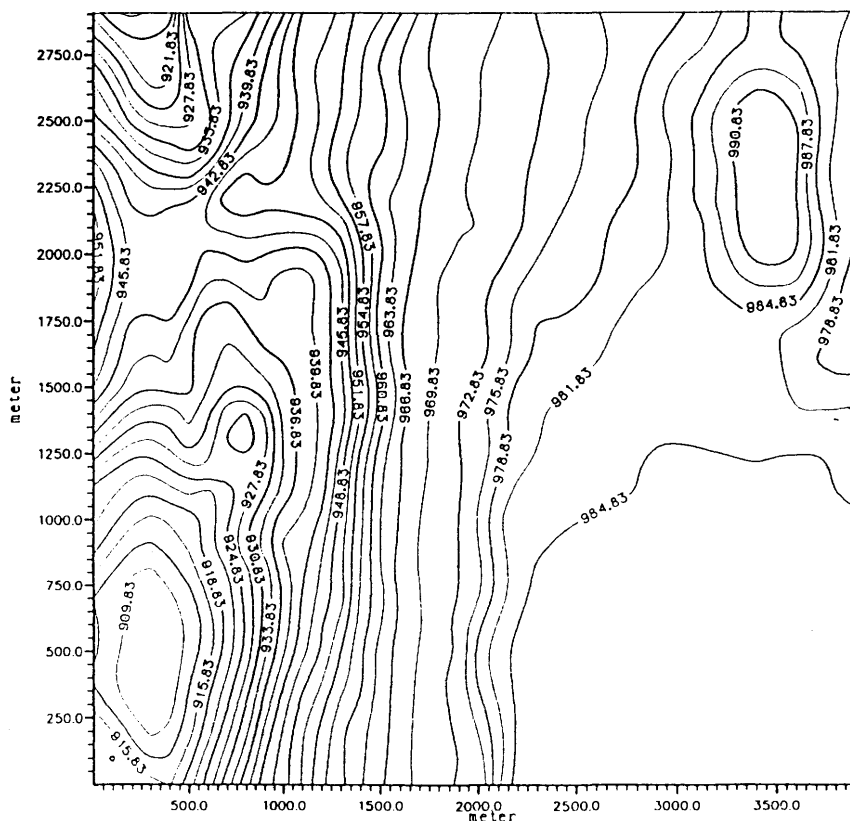


Fig. 2-10b: mappa di contour 2D ottenuta con l'algoritmo Kriging, su un data set ricavato dal modello sintetico di fig. 2-1, campionato in modo molto irregolare.

### 2.1.2. Teoria e stato dell'arte

La parte sperimentale, riguardo la risoluzione dei gradini presenti su una superficie strutturale, ha indicato che l'interpolazione con le distanze inverse medie pesate si comporta mediamente meglio, di ogni altro algoritmo di *contour*, su tutte le strutture di punti di controllo provate. E' quindi più robusto a prescindere dalla struttura dei dati.

In supporto a questa tesi è doveroso proporre una parte teorica sul confronto tra algoritmi, ricavata da alcuni scritti su questo argomento. Questi però non trattano il problema specifico della risoluzione delle faglie, in quanto, come già anticipato, è ancora un argomento poco studiato, per cui si è cercato in questo paragrafo di estendere tale teoria a questo problema.

Il primo articolo su cui si fa riferimento e sul quale si basa questa trattazione, è il lavoro di Dubrule (1984), sulla comparazione del *kriging* con le funzioni *splines*. L'autore basandosi sugli studi teorici di Matheron (1981) che hanno dimostrato che l'algoritmo basato sulle funzioni polinomiali a tratti corrisponde ad un Kriging con covarianza fissa, ha sperimentalmente cercato di mostrare la robustezza e la stima corretta di questo ultimo algoritmo.

Per confrontare matematicamente questi due algoritmi, bisogna innanzitutto riprendere la teoria relativa, riportata nel primo capitolo. Dalla formula 1.31, riguardo al *Kriging*, si ha che la  $R_{xx}$  equivale alla matrice di autocorrelazione tra i punti di controllo che Dubrule considera una matrice di covarianza. Con l'evoluzione di questo algoritmo, l'autocorrelazione è stata sostituita con il semi-variogramma ed inoltre è stato possibile operare il *contour* direttamente su dati che presentano anisotropie, aggiungendo  $m$   $\lambda_k$  **moltiplicatori di Lagrange**, associati con la minimizzazione, ottenendo la nuova forma

$$\begin{pmatrix} \gamma(x_1, x_1) & \gamma(x_2, x_1) & \dots & \dots & \gamma(x_n, x_1) & 1 \\ \gamma(x_1, x_2) & \gamma(x_2, x_2) & \dots & \dots & \gamma(x_n, x_2) & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 1 \\ \gamma(x_1, x_n) & \gamma(x_2, x_n) & \dots & \dots & \gamma(x_n, x_n) & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \hat{a}_{0,n} \\ \hat{a}_{1,n} \\ \vdots \\ \vdots \\ \hat{a}_{n,n} \\ \lambda_{k,m} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma(x_1, x_0) \\ \gamma(x_2, x_0) \\ \vdots \\ \vdots \\ \gamma(x_n, x_0) \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

Dubrule riassume la (2.1) in un sistema di  $n+m+1$  somme di funzioni

$$\begin{cases} \sum_i \hat{a}_{i,n} K(x_i - x_0) + \sum_{k=0}^m \lambda_k f_k(x_j) = K(x_j - x_0) & (\forall j \in \{1, \dots, n\}) \\ \sum_i \hat{a}_{i,n} f_k(x_i) = f_k(x) & (\forall k \in \{0, \dots, m\}) \end{cases} \quad (2.2)$$

proposto sempre da Matheron (1973), dove l'insieme dei coefficienti di *Kriging* dipendenti dalla matrice di covarianza, vengono raccolti in una unica funzione (di covarianza)  $K(h)$ ,

I coefficienti di *Kriging*, si trovano se l'equazione (2.1) (o il sistema 2.2), soddisfa due condizioni, di cui la prima è già stata vista nella 1.30 e nel caso del *contour* nella 1.34

$$\begin{cases} E[\hat{z}(x) - z(x)] = 0 \\ \text{Var}[\hat{z}(x) - z(x)] = \varepsilon^2 \end{cases} \quad (2.3)$$

con  $\varepsilon^2$  ovviamente minimo.

Per queste due condizioni questo algoritmo è considerato un ottimo stimatore corretto e robusto, tanto da meritare la sigla B.L.U.E. (*Best Linear Unbiased Estimator*).

Un ulteriore sviluppo porta la 2.2 alla forma più semplice (Matheron, 1971)

$$z^*(x) = \sum_{k=0}^m c_k f_k(x) + \sum_{i=1}^n b_i K(x_i - x) \quad (2.4a)$$

che nel caso monovariato è del tutto simile alla 1.40 nella definizione delle funzioni splines. I coefficienti del *Kriging* dipenderanno quindi dalle  $n$  funzioni  $K(x_i - x)$  ( $\forall i \in \{1, \dots, n\}$ ), che hanno il significato di disegnare le variazioni locali del data set dei punti di controllo, mentre le  $m+1$  funzioni di base  $f_k(x)$ , hanno lo scopo di risolvere il *trend* esistente.

I coefficienti  $b_i$  e  $c_k$  si determinano assegnando le condizioni

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n b_i f_k(x_i) = 0 \quad (\forall k \in \{0, \dots, m\}) \\ z^*(x_i) = z(x_i) \quad (\forall i \in \{1, \dots, n\}) \end{cases} \quad (2.4b)$$

che hanno sempre un significato di miglior stima.

Confrontando la 1.40 con la 2.4a, si può quindi dedurre che le *splines*, corrispondono ad operare il *Kriging*, con funzione di covarianza fissa su tutto il convesso. In quest'ultimo algoritmo la covarianza ovviamente varia, anche localmente da nodo a nodo. Per cui, mentre con le funzioni polinomiali a tratti si ottiene una mappa abbastanza regolare ed uniforme, con curve di livello regolari senza bruschi cambiamenti, che a volte degenerano in veri artefatti; con il *Kriging* si

possono produrre effetti locali indipendenti dalla tendenza generale e curve più ondegianti (*waves*).

E' interessante l'esperimento in 2 dimensioni proposto da Dubrule (1984) dove, definendo a priori la funzione di covarianza nella (2.4a), come una funzione lineare, quadratica o cubica, approssima con il *kriging* dieci punti di controllo, in un caso bidimensionale, allo stesso modo di funzioni *splines* dello stesso grado. L'eccezione è ottenuta nel caso lineare, dove una retta si adatta secondo i minimi quadrati, mentre assume il valore reale in corrispondenza dei punti di controllo (*Nugget effect*), creando una retta discontinua.

Prosegue poi con la sperimentazione su un *data set* reale di 82 punti di controllo, facendo l'analisi degli scarti su 30 punti utilizzati come *test* di verifica.

L'errore medio da ragione al *contour* a mezzo delle *splines*, ma quello quadratico medio all'altro algoritmo, dimostrando la validità di stima corretta del *Kriging*.

Philip e Watson (1985), criticano le considerazioni di Dubrule 1984) anche se reputano interessante il *data set* riportato sull'articolo, e le prove fatte su esso.

Essi innanzitutto sullo stesso insieme di dati provano numerosi algoritmi, controllando la differenza media sempre sui 30 punti di verifica, omettendo però 3 di questi, che secondo loro, essendo posti fuori del convesso, vengono calcolati per estrapolazione, una operazione dove le funzioni *splines*, si comportano meno bene che l'interpolazione.

In questo *test*, il minor valore di errore medio (0.03) è ottenuto con l'algoritmo che usa le distanze inverse medie pesate, con esponente  $p$  uguale a 2.4a, contro l'errore medio di 10.66 del *Kriging* e 6.59 dell'interpolazione di *contour* che fa uso delle *splines*.

Interessante è la loro dimostrazione sperimentale sulla buona risoluzione di dettagli strutturali, come ad esempio il duomo salino, presente nel *data set* di Dubrule, da parte del *Kriging*, solo dopo aver introdotto come punti da interpolare gli ulteriori 30 usati per il controllo. Altri algoritmi invece, tra cui le distanze inverse medie pesate, hanno modellato lo stesso duomo, in modo migliore del *Kriging* già con i soli 82 punti di interpolazione.

Ne consegue che la risoluzione dei dettagli da parte del *Kriging* è inversamente proporzionale alla densità di punti dei controllo ed alla loro disposizione casuale.

Tutte queste considerazioni indicano che localmente questo algoritmo può non essere accurato e quindi non molto robusto. Tale fatto è accettabile, non appena si ricorda che esso opera la miglior stima in virtù delle caratteristiche dei minimi

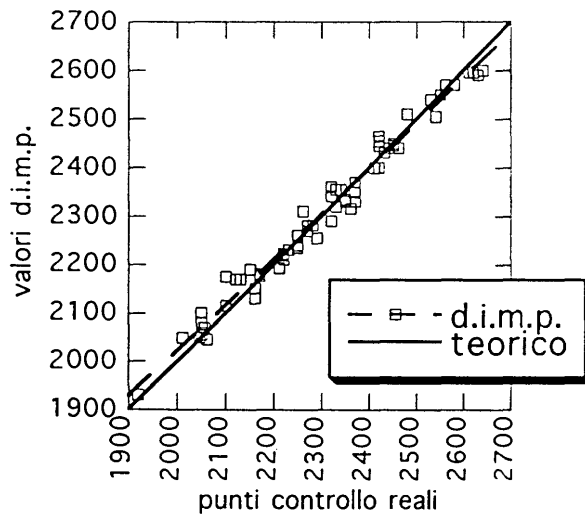


Fig. 2-10c: diagramma di dispersione dei valori ottenuti con l'algoritmo che usa le distanze inverse medie pesate, sui valori reali del data set di fig. 1-2 (Bolondi et al., 1976)

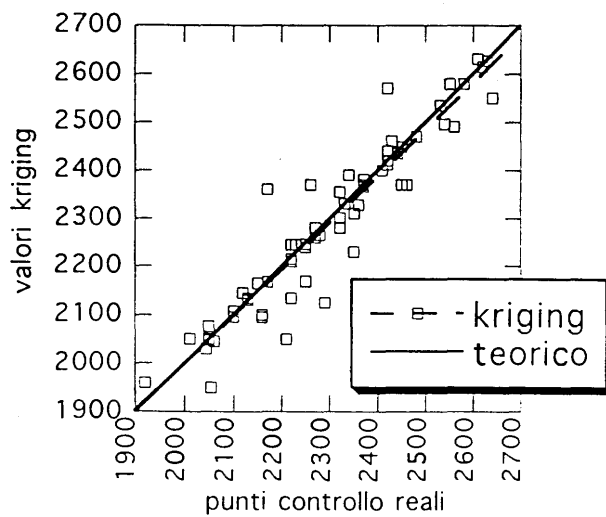
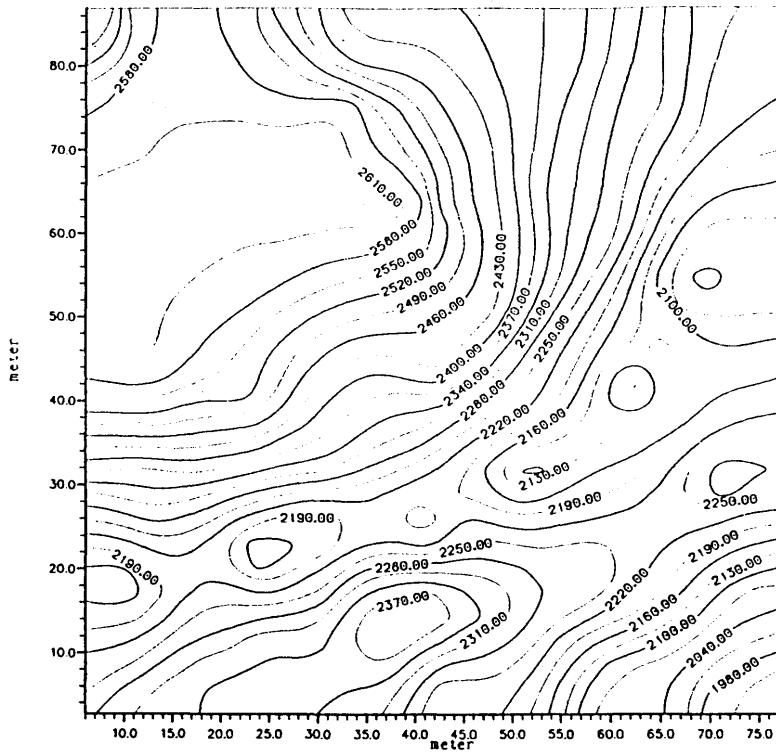
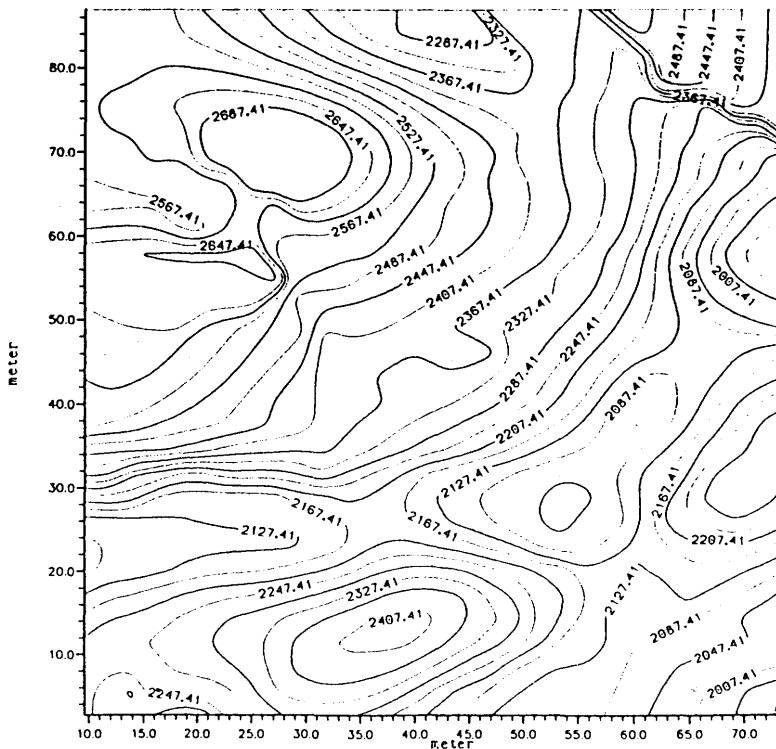


Fig. 2-10d: diagramma di dispersione dei valori ottenuti con l'algoritmo che usa il Kriging, sui valori reali del data set di fig. 1-2 (Bolondi et al., 1976)



WITH METHOD OF DISTANCE WEIGHTED AVERAGE S.R. = 14.00

Fig. 2-10e: mappa di contour 2D ottenuta con l'algoritmo che usa le distanze inverse medie pesate, sui valori reali del data set di fig. 1-2 (Bolondi et al., 1976)



S.R. = 13. DIRECTION = 10.0 GAMMA FUNCT. = GAUSSIAN

Fig. 2-10f: mappa di contour 2D ottenuta con l'algoritmo che usa il Kriging, sui valori reali del data set di fig. 1-2 (Bolondi et al., 1976)



quadrati, che rendono minimo l'errore quadratico medio di tutti gli scarti (1.30 e 1.34). Si rammenta che il *Kriging* è nato a scopi minerari, dove vista l'enorme quantità di minerale e le grandi aree di distribuzione, è necessaria una stima media non necessariamente molto accurata, senza necessità locali di stima.

Le figure 2-10c e 2-10d, mettono a confronto i diagrammi di dispersione dei valori ottenuti, sul *data set* di Bolondi et al. (1976) (figura 1-2), rispettivamente con l'algoritmo che usa le distanze inverse medie pesate ed il *Kriging*, di cui in figura 2-10f si vede nella mappa prodotta, che solo in questo caso evidenzia meglio la prima parte della faglia rispetto all'altro algoritmo in figura 2-10e.

Però i valori dell'algoritmo che usa le distanze inverse medie pesate, sono meno dispersi di quelli del *Kriging*, da cui si deduce che ha operato una stima migliore che nell'altro. Per contro la retta di regressione ottenuta sui valori del *Kriging*, è più simile alla retta teorica di isovalori (45°). Questa dimostra proprio come questo algoritmo lavora, cioè operando la miglior stima sulla totalità dei punti di controllo, in senso quindi generale, anche se localmente può produrre valori molti discosti dalla realtà.

Questo discorso sulla robustezza, può essere collegato al discorso sull'uso della regressione di rette in norma  $L_2$  che genericamente è il miglior stimatore, ma in casi eccezionali, in presenza di *outliers*, è preferibile usare la deviazione assoluta degli scarti (norma  $L_1$ ) che risulta essere meno influenzata dalla presenza di tali valori posti ai bordi della distribuzione probabilistica dei dati.

Le figure 2-10g e 2-10h rappresentano gli stessi diagrammi di dispersione ottenuti coi due algoritmi sul *data set* sintetico (figura 2-2). La dispersione da parte del *Kriging* è qui ridotta, causa la maggior regolarità dei punti, scostati poco e parallelamente agli assi della griglia. Per le rette di regressione, non si riesce a distinguere grandi differenze né tra gli stessi, né rispetto alla retta teorica.

Con leggere sfumature, sugli istogrammi degli scarti (fig. 2-10i e 2-10l) e degli errori quadratici rapportati alla deviazione standard (fig. 2-10m e 2-10n), si nota, nel caso del *Kriging*, una miglior somiglianza alla distribuzione normale, come anche frequenze più basse, negli errori più vicini allo zero, rispetto al caso dell'algoritmo che usa le distanze inverse medie pesate. Questi istogrammi confermano ancora le tesi già esposte sopra. Sono state fatte analoghe indagini su altri *data set* reali, con risultati simili a quello qui esposto.

Ritornando alla bibliografia, Dubrule (1986), in risposta a Philip e Watson (1985) insiste nel ritenere che il *Kriging*, per mezzo delle condizioni 2.3 e 2.4b, è costruito per stimare valori che saranno il più possibile vicino ai valori reali. E questo viene confermato dagli errori quadratici medi da lui ottenuti, mentre afferma che

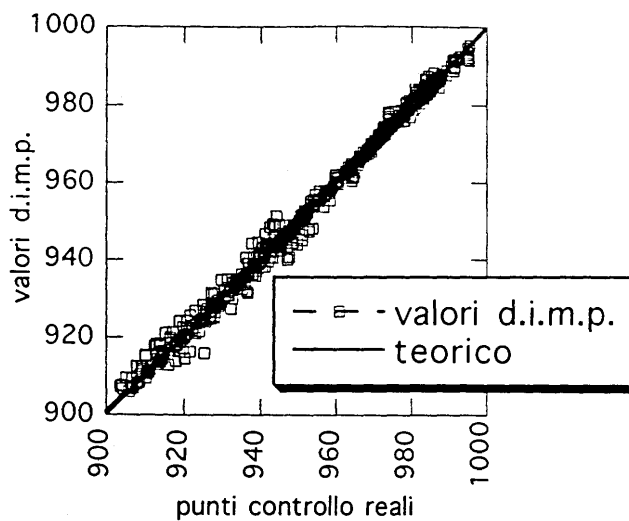


Fig. 2-10g: diagramma di dispersione dei valori ottenuti con l'algoritmo che usa le distanze inverse medie pesate, sui valori del data set sintetico di fig. 2-2.

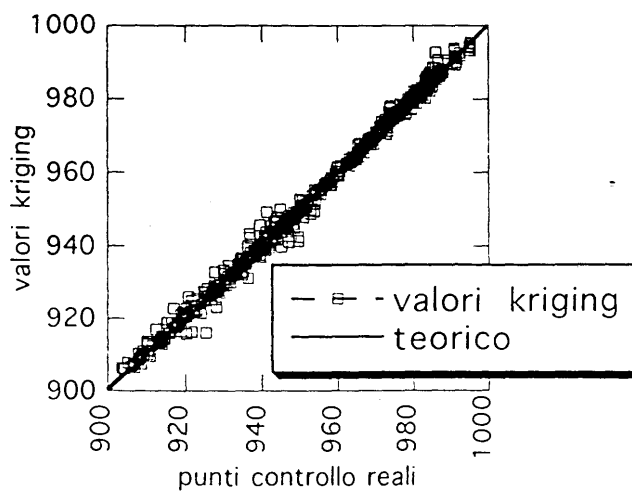


Fig. 2-10h: diagramma di dispersione dei valori ottenuti con l'algoritmo che usa il Kriging, sui valori del data set sintetico di fig. 2-2.

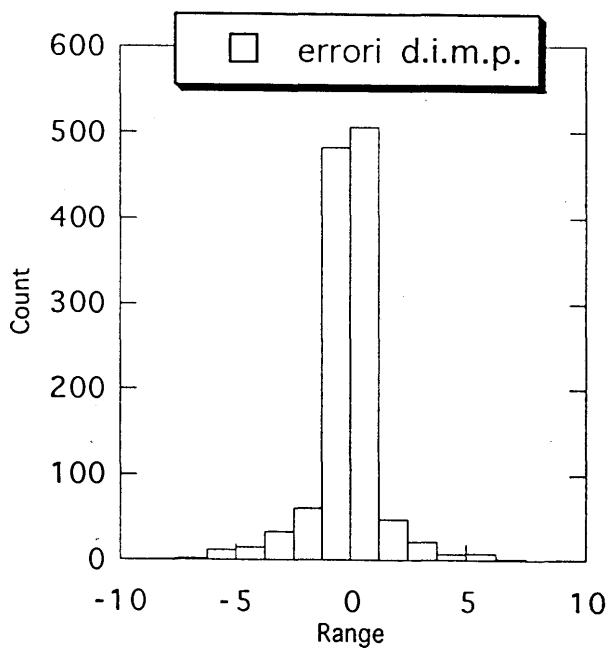


Fig. 2-10i: istogrammi degli errori prodotti con l'algoritmo che usa le distanze inverse medie pesate, sul data set sintetico (figure 2-2).

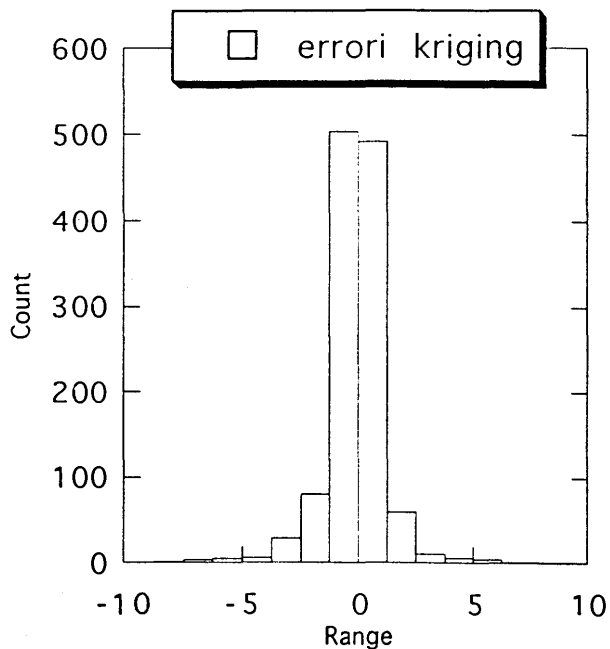


Fig. 2-0l: istogrammi degli errori prodotti con il Kriging, sul data set sintetico (figure 2-2).

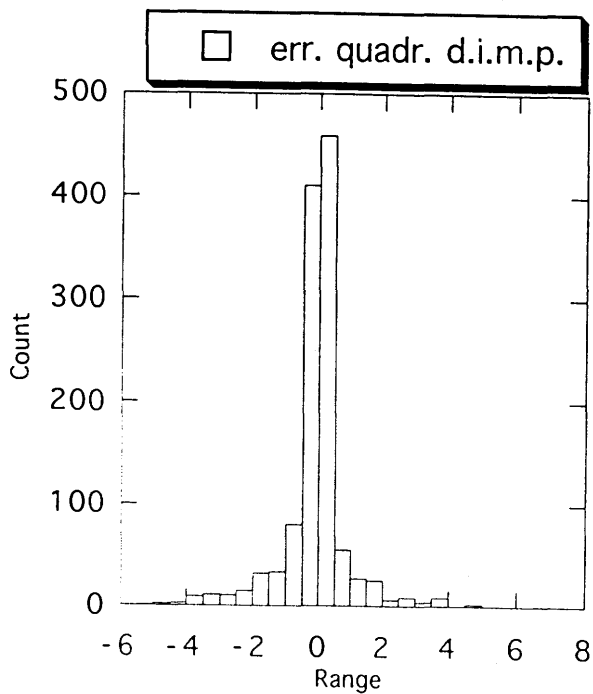


Fig. 2-10m: istogrammi degli errori quadratici rapportati alla deviazione standard, dei valori ottenuti con le distanze inverse medie pesate, sul data set sintetico (figure 2-2).

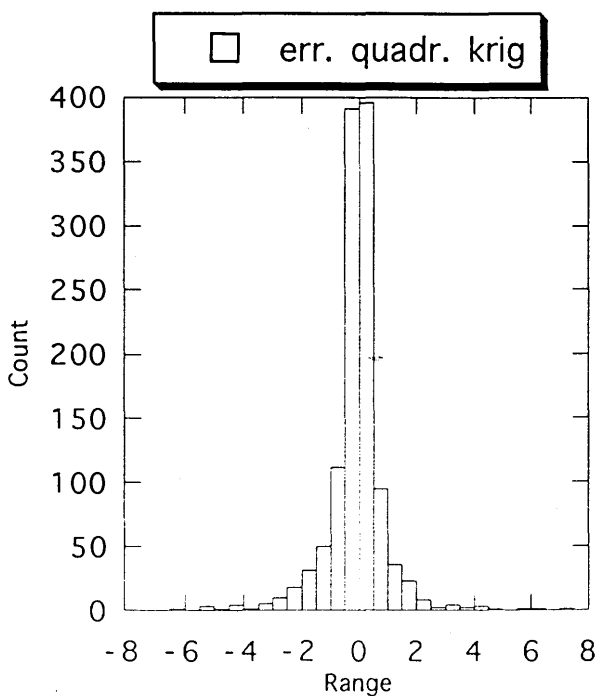


Fig. 2-10n: istogrammi degli errori quadratici rapportati alla deviazione standard, dei valori ottenuti col Kriging, sul data set sintetico (figura 2-2).

l'analisi dell'errore medio fornisce indicazioni solo se un interpolatore è mediamente sopra o sotto determinato. Ma l'analisi del singolo valore medio in entrambi i tipi di errore, fornisce solo una indicazione di massima, mentre l'analisi degli istogrammi fornisce più sicure indicazioni statistiche.

Ritornando alla forma 2.4a, è stato detto che la funzione di covarianza  $K(h)$ , serve per tenere conto delle variazioni locali dell'insieme di dati. Dubrule (1984) nel suo esperimento su un insieme monovariato di dieci campioni, assegna a questa funzione l'esponente, facendo assomigliare la 2.4a ad una *spline* di grado uguale all'esponente assegnato (1.40). Sul *data set* bivariato di *test* prova un'analisi automatica, dal quale ricava il grado del polinomio di derivata dei dati (*trend*) e la forma della funzione di covarianza globale con un metodo di regressione messo a punto da Matheron (1973)

$$K(h) = \text{Nugget effect} + \alpha_1|h| + \alpha_2|h|^3 + \alpha_3|h|^5 \quad (2.5).$$

Precisamente trova che il grado del polinomio di derivata è uguale a 2 e che la funzione di covarianza è di forma lineare:  $K(h) = -3.118 \cdot |h|$ .

Anche considerato che la covarianza varia localmente, si vede che per questo *data set*, è difficile che assuma una forma cubica, simulando una *splines*, funzione sicuramente adatta per strutture locali, come gradini. La forma lineare qui esposta, non metterà in luce queste strutture, ma medierà localmente lisciando la mappa o creando artefatti quando subentra il semplice *Nugget effect*.

McBratney et al. (I, 1981), mostrano teoricamente che il *Kriging* dipende essenzialmente da:

- a) La forma del semi-variogramma.
- b) La configurazione dei punti di controllo in relazione al nodo.
- c) Le distanze tra gli stessi.

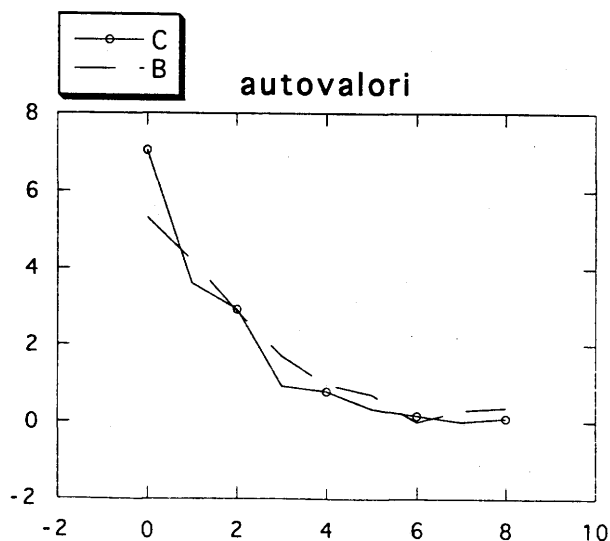
Non dipende però dagli stessi punti osservati. Per cui ne deducono che la miglior struttura di dati è quella regolare, tra cui la disposizione a triangoli equilateri dei punti attorno ogni nodo.

Disposizioni del genere, si sa, in genere non si trovano e quindi la distribuzione casuale è penalizzata nel calcolo. Inoltre le forme per il semi-variogramma che si usano in genere (1.20), sono lineari e quadratiche. McBratney et al. (II, 1981), in una delle loro numerose prove, hanno trovato una espressione cubica per il semi-variogramma, dichiarando loro stessi che è rara da ricavare da una struttura dati reale.

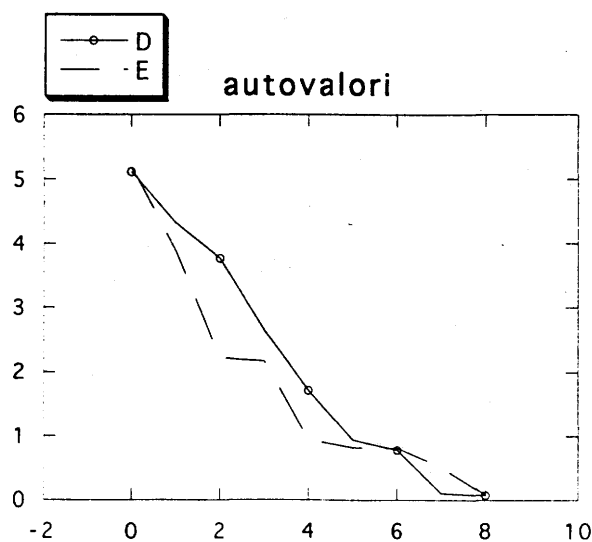
Il fatto che la funzione di covarianza  $K(h)$ , assumerà difficilmente una forma cubica, si può vedere anche in riferimento ai coefficienti  $b_i$  delle condizioni 2.4b.

Analizzando la matrice di autocorrelazione (1.31) o di covarianza (2.1), è banale verificare che in casi di punti di controllo disposti regolarmente o di valore simile tra loro, le righe saranno composte da coefficienti molto simili, che si discosteranno decrescendo dal valore della diagonale in modo lento, mentre man mano che aumenta l'entropia, i coefficienti diversi da quello sulla diagonale, diminuiranno verso lo zero in modo inversamente proporzionale al grado di casualità (proprietà dell'autocorrelazione). Questo significa che allontanandosi da una situazione regolare, la matrice approssima la matrice unitaria.

Lo stesso fatto si verifica anche per gli autovalori, che saranno simili tra loro per dati disposti regolarmente, mentre quanto più la situazione è *random*, tanto più gli autovalori diversi dal primo tenderanno sempre più rapidamente a zero. Le figure 2-10o e 2-10p, mettono a confronto gli autovalori delle matrici di covarianza, di punti di controllo disposti in modo regolare, con quelli di una situazione di punti casuali sicuramente più reale. Si vede chiaramente che più regolari sono i dati meno diversi tra loro sono gli autovalori, come per la matrice di covarianza di una funzione cubica (vedi per confronto i valori delle matrici di covarianza di una funzione cubica e di una funzione cubica, ricavata dalla regressione di dati *random*, nelle tabelle 2.1.2.a e 2.1.2.b). Quindi i pochi coefficienti  $b_i$  non nulli, che si ricavano dall'inversione dell'equazione (2.1), non saranno sufficienti a garantire il grado cubico alla funzione.



**Fig 2-10o:** diagramma autovalori matrice di covarianza, in una situazione di punti di controllo con variazione di quota minima.  
B = punti disposti su una griglia regolare;  
C = punti disposti in modo casuale.



**Fig 2-10p:** diagramma autovalori matrice di covarianza, in una situazione di punti di controllo con valori di quota molto variati.  
D = punti disposti su una griglia regolare;  
E = punti disposti in modo casuale.

$$\begin{pmatrix} 0.544 & -0.198 & 0.019 & 0.000 \\ -0.198 & 0.107 & -0.012 & 0.000 \\ 0.019 & -0.012 & 0.001 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \end{pmatrix}$$

Tab. 2.1.2a: matrice di covarianza di  $f(x) = x^3$ .

$$\begin{pmatrix} 4.195 & -1.512 & 0.153 & -0.004 \\ -1.512 & 0.601 & -0.064 & 0.002 \\ 0.153 & -0.064 & 0.007 & 0.000 \\ 0.004 & 0.002 & 0.000 & 0.000 \end{pmatrix}$$

Tab. 2.1.2b: matrice di covarianza di una regressione cubica di dati.

Questo indica che, oltre l'uso di raggi di ricerca limitati, nel *Kriging*, la funzione di covarianza  $K(h)$  automaticamente non assumerà una forma utile per la definizione ottimale di particolari locali della superficie.

Su tutti i *data set* fino a qui presi in considerazione, compreso quello di Dubrule, si è visto che l'algoritmo che ha dato mediamente i migliori risultati è quello sviluppato sulle distanze inverse medie pesate e quindi può essere considerato un interpolatore robusto. Si analizza questo algoritmo su altri importanti aspetti paragonando i risultati ad altri algoritmi da cui è escluso il *Kriging*.

Eckstein (1989) confronta un algoritmo che opera un *best-fitting* [l'algoritmo di Akima (1978)], usando le *splines*, con uno che interpola con le distanze inverse medie pesate; su due *data set*, uno di dati di potenziale gravitazionale ed uno di misure geoelettriche. In tutti i due casi è risultato migliore il secondo, a causa degli artefatti, già citati, prodotti col primo algoritmo dovuto ad una scelta dei tre punti di controllo in disposizione ottimale, per la costruzione dei triangoli della maglia, in quanto possono risultare allineati (fig. 1.8).

Per contro c'è l'articolo, anche già ripetutamente citato, di Braile (1978), il quale dal paragone dei quattro algoritmi proposti, tra cui quello delle distanze inverse medie pesate, rileva un *contour* migliore, con errori minori e minor velocità di calcolo, per il suo algoritmo che opera un'approssimazione ai minimi quadrati con semplici polinomi bivariati. Ma è già stato osservato che il *data set* di indagine, per quanto riguarda la distribuzione dei campioni, è in condizioni ottimali nei riguardi dell'interpolazione con i minimi quadrati o funzioni *splines*.

Si vuole ricordare infine che, l'ideale per scopi del *contour*, sarebbe la superficie minima, rappresentata dalla (1.69), di cui l'equazione di Laplace è una approssimazione. Nell'articolo di Bolondi et al. del 1976, è stata riportata una formula per avvicinarsi iterativamente ad una superficie armonica per punti sparsi (1.71), la quale anche se non completamente verificata, altro non è che una forma iterativa delle distanze inverse medie pesate, con esponente uguale a -2. L'approssimazione in oggetto è fatta nel considerare piccoli valori di gradiente e quindi nei casi qui proposti, le formule 1.69 e 1.71 cadono in difetto, ma per il momento, in bibliografia, queste sono quelle che più si avvicinano alla superficie minima rispetto ad ogni altro algoritmo qui proposto.

## 2.2. Metodi migliorativi mappa preliminare di *contour*

Scelta l'interpolazione appropriata, bisogna ora indagare come ottimizzare al meglio l'algoritmo di *contour* nelle caratteristiche 1 e 3 riportate a pagina 97, senza però andare a scapito delle altre due caratteristiche non meno importanti.

Queste ottimizzazioni sono necessarie per poter inserire vincoli geologici e per rendere l'algoritmo di *contour* il più sensibile possibile alle variazioni di pendenza in quanto, come ci si renderà conto dagli esempi, il compito della costruzione di un modello delle faglie può essere non affatto semplice, vista la scarsità di punti di faglia e di informazioni aggiuntive.

### 2.2.1. *Trends* ed anisotropie

Ecco finalmente la descrizione di uno dei passi più importanti di come si può condizionare il *contour* con vincoli geologici.

Una superficie geologica sub-superficiale è molto spesso interessata da fattori strutturali, tettonici, di sedimentazione e di erosione che determina una 'tendenza' dei punti di controllo a disporsi in maniere sistematiche introducendo l'*anisotropia* nella struttura dei dati.

Nel primo capitolo sono riportati i tre sistemi informatici esistenti per studiare queste tendenze. Per un loro inserimento nell'interpolazione è di riferimento l'articolo di Kushnir e Yarus (1992), i quali elencano le anisotropie esistenti nelle superfici geologiche, in sei forme fondamentali. Quello che più conta è che in una superficie strutturale può essere presente un *trend* regionale o più *trends*, o ancora meglio la presenza in un *trend* regionale di una variazione locale delle direzioni e pendenze. Basta ricordare come esempio un corpo sedimentario, come un delta fluviale, il quale ha una variazione dei vettori rappresentanti il *trend* dovuta alle diverse direzioni di trasporto e deposito di materiale delle correnti.

I due autori iniziano ricordando che oltre all'importanza del lato interpretativo, il mancato inserimento di algoritmi che tengano conto del *trend*, dove questo è esistente, genera artefatti nelle zone dove esso è presente, come *nasi*, strutture convergenti *come colli di bottiglia* e *occhi* di vario genere (nomi trovati dalla fantasia degli addetti al lavoro e già descritti nel primo capitolo).

Gli algoritmi di *gridding*, di concezione universale e non finalizzati a scopi geologici e geofisici, assumono che il grado di influenza dei campioni su un nodo diminuisce col crescere della distanza da esso, in modo uguale in tutte le direzioni, cioè che la zona si comporti in modo isotropo. Di conseguenza, come è stato descritto nell'introduzione agli algoritmi di *contour*, si assegna come intorno selettivo su ogni nodo, il *cerchio*.

## L'approccio RADM e LADM

In presenza di una anisotropia, gli specialisti del settore hanno introdotto il concetto delle linee di uguale influenza (LEI dall'inglese *Lines of Equal Influence*). Questo perché in presenza di un *trend*, l'influenza dei campioni dipende, oltre dalla distanza anche dall'angolo azimutale del campione rispetto il nodo.

Avendo, lungo la direzione parallela alla tendenza, la massima variazione di quota e la minima variazione lungo quella perpendicolare (massima anisotropia), le curve di uguale influenza vengono rappresentate da ellissi, questo si traduce col fatto che i punti posti lungo l'asse maggiore dell'ellisse, hanno uguale influenza di quelli posti sull'asse minore, ubicati sulla stessa.

Così per definire l'anisotropia ho bisogno di due parametri: 1) **l'angolo della direzione di massima anisotropia** (direzione dell'asse maggiore dell'ellisse): la *direzione*; 2) **la magnitudo dell'anisotropia** (il rapporto tra l'asse minore e maggiore dell'ellisse): il *ratio*.

Kushnir e Yarus a questo punto introducono la procedura di *contour* con anisotropia regionale chiamata RADM (*Regional Anisotropic Data Mapping*), che tiene conto del *trend* regionale della struttura.

Infatti il loro lavoro inizia con l'analisi delle direzioni del *trend* dei dati di una formazione sabbiosa, che presenta delle dune, con il calcolo del semi-variogramma lungo diverse direzioni, ricavando il valore del *range* minimo e quello di *range* massimo dal cui rapporto, si ottiene una quantificazione del *trend* stesso, cioè il *ratio* (2.1), (fig. 1-5, pag. 19).

Partendo dal presupposto basilare che gli algoritmi di *gridding* lavorano bene nel caso isotropo, viene creato uno spazio temporaneo, trasformando le coordinate dei punti di controllo e rendendoli isotropi all'interpolazione.

Questo avviene tramite una **rotazione** delle coordinate di un angolo pari alla direzione di massima anisotropia ed una traslazione lungo l'asse X dei campioni di un valore proporzionale all'anisotropia (*ratio*). Il tutto viene tradotto in una **trasformazione affine**

$$\begin{cases} x' = (x \cos \alpha + y \sin \alpha) / \text{ratio} \\ y' = -x \sin \alpha + y \cos \alpha \end{cases} \quad (2.6)$$

dove  $x$  e  $y$  sono le coordinate dei punti di controllo nello spazio originale,  $x'$  e  $y'$  sono le coordinate dei punti di controllo in quello trasformato e  $\alpha$  la direzione di massima anisotropia.

Ora si possono selezionare i punti con un cerchio di ricerca, operare l'interpolazione, per ogni nodo ed alla fine riportare i dati nelle coordinate originarie.



Se la struttura presenta più *trends* od una variazione nella direzione del *trend* imposto, occorre tenere conto dell'anisotropia su ogni nodo con la procedura locale: *Local Anisotropic Data Mapping*, il cui acronimo è LADM. Bisogna cioè trasformare **localmente** le coordinate dei punti di controllo selezionati per ogni nodo, dalla posizione idealizzata da una ellisse, a quella posta su un cerchio di raggio uguale al semiasse minore dell'ellisse.

I due ricercatori mostrano a riguardo solo una figura (fig.2-11a) che illustra il peso relativo alla distanza lungo i due semiassi su una direzione intermedia.

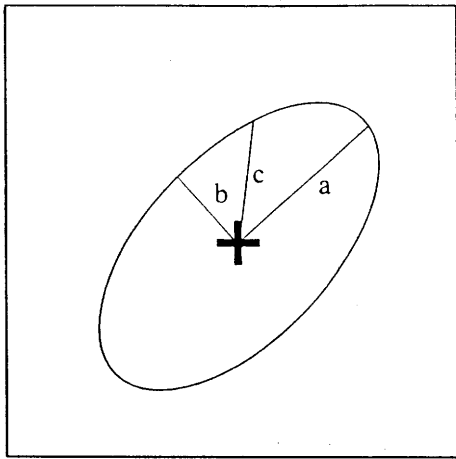


Fig. 2-11a: da Kushmir e Yarum, 1992. Le distanze dei punti a, b e c, posti sull'ellisse LEI, hanno la stessa influenza ai fini dell'interpretazione.

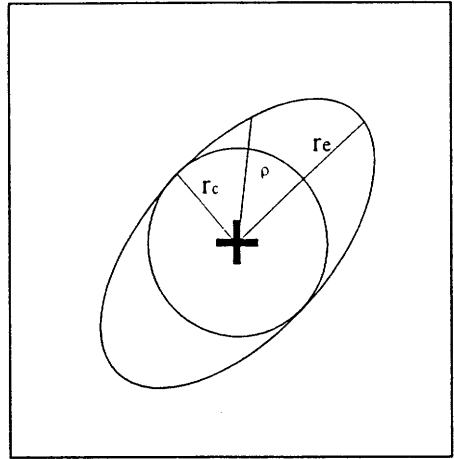


Fig. 2-11b: parametri dell'ellisse di ugual influenza per la trasformazione (2.7).

Per dare il giusto peso ad un punto lungo una direzione qualsiasi, in questo lavoro, si è pensato di usare un'altra trasformazione, la quale trasporta **radialmente** un punto dall'ellisse virtuale al cerchio di isotropia.

Dato il raggio polare  $\rho$  dell'ellisse sulla direzione dell'angolo  $\theta$  (anomalia), il raggio del cerchio di isotropia  $r_c$  e  $r_e$  il semiasse maggiore dell'ellisse (fig. 2-11b)

$$\rho^2 = \frac{r_e^2 \cdot r_c^2}{r_e^2 \sin^2 \theta + r_c^2 \cos^2 \theta}, \quad (2.7)$$

la distanza trasformata  $d_T$  è data dal rapporto

$$d_T = d \frac{r_c}{\rho}. \quad (2.8)$$

Questa trasformazione si pensa possa tenere conto dell'anisotropia in modo più corretto, senza influire in modo pesante lungo la direzione di massima

anisotropia, come la (2.6). Tale formula risulta utilizzabile sia nel caso regionale che in quello locale. Il valore dei due semiassi dell'ellisse, viene posto a discrezione dell'utente o viene calcolato automaticamente come hanno fatto Kushnir e Yarus.

Alla fine essi ricostruiscono la mappa tenendo conto di più *trends* esistenti, con un procedimento che può andare bene per la struttura dati esaminata, ma non nel caso generale. Infatti dividono la struttura in quattro quadranti e per ognuno di essi calcolano la direzione di massima anisotropia lungo la quale orientare le ellissi LEI e precisamente: il settore NE con una direzione N70°E, i settori NW e SE con una direzione N60°W, mentre il settore SW risulta isotropo (Fig. 1-5).

Il risultato mostrato in figura 2-12, risulta troppo localizzato, infatti gli autori mettono in evidenza le fasce anisotropiche della struttura.

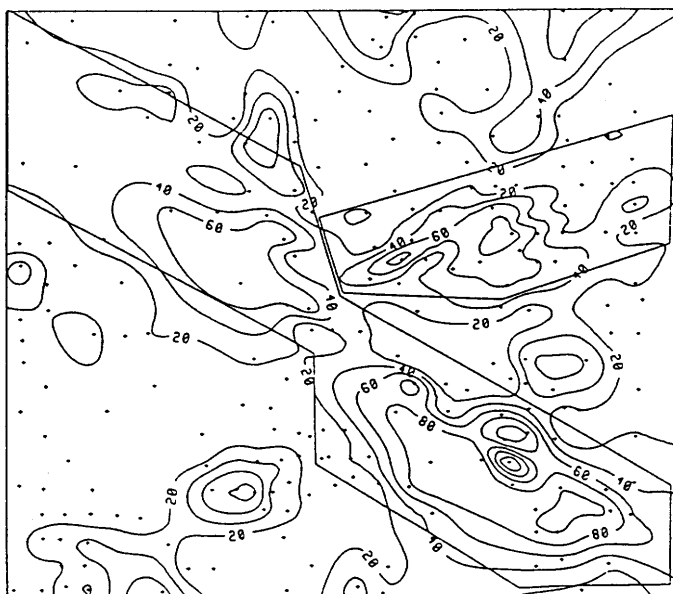


Fig. 2-12: da Kushnir e Yarus, 1992. Mappa di contour di una formazione sabbiosa i cui semi-variogrammi sono mostrati in fig. 1-5. Gli autori hanno diviso l'area in quattro quadranti, calcolando per ognuno il trend, evidenziato dai poligoni posti in figura.

Una superficie geologica, sicuramente non sarà, salvo poche eccezioni, così ben settorializzata e sebbene può succedere di avere delle variazioni nette delle direzioni del *trend*, specie in presenza di faglie cosa qui non contemplata, in genere queste saranno più graduali, con andamento fluidale. Ora questa non vuole essere una critica a questo articolo di pregio, ma mostrare fondamentalmente che, riguardo a queste problematiche si è ancora abbastanza indietro.

## Campo delle direzioni

Per ottenere un algoritmo veramente **locale**, si è provato un approccio che usa direttamente uno dei metodi di analisi dei *trends*, cioè le **superfici di regressione**. Prima però bisogna fare alcune considerazioni. Nel volume di Agterberg (1974), c'è un esempio sulla interpretazione geologica di una struttura nella formazione di *Bjorne*, nell'arcipelago Canadese Artico. Questa formazione di predominanza sabbiosa del primo Triassico, sedimentata al margine delle isole *Svedrup*, presenta lungo la parte nord ovest dell'isola di *Melville* un delta.

Agterberg ed altri ricercatori, identificando delle incisioni planari o a forma di cucchiaio, presenti sulla formazione, come prodotti delle paleocorrenti che interessavano la zona, hanno ricavato le direzioni di queste dall'azimuth dell'angolo di immersione (*dip*) delle prime e dall'asse di simmetria delle seconde.

Avendo 43 punti a disposizione (fig. 2-13a), si vede chiaramente che le direzioni cambiano spostandosi trasversalmente lungo la formazione a ventaglio. Il modello di variazione delle direzioni è caratterizzato da un *trend* lineare, rappresentato dal piano, nello spazio UV (sempre fig. 2-13a) ( $x$  in gradi), che rappresenta la variazione sistematica regionale a cambiamento costante

$$x = 292.133 + 27.859u + 19.932v. \quad (2.9)$$

In generale la direzione regionale della paleocorrente può quindi essere espressa da una funzione delle coordinate  $u$  e  $v$

$$x = F(u,v), \quad (2.10)$$

da cui, per ogni punto della mappa  $(u,v)$ ,  $x$  rappresenta la tangente alla curva della traiettoria della paleocorrente in quel tratto di delta, per cui

$$\frac{\partial v}{\partial u} = -\operatorname{tg} x = -\operatorname{tg} F(u,v). \quad (2.11)$$

La funzione  $F(u,v)$  è un polinomio in due dimensioni (2.9) di forma generale

$$x = F(u,v) = a_0 + a_1u + a_2v \quad (2.12)$$

che derivato rispetto  $u$

$$\frac{dx}{du} = a_1 + a_2 \frac{dv}{du} \quad (2.13)$$

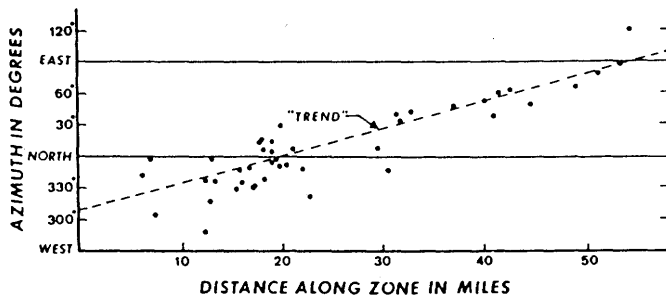


Fig 2-13a: da Agterberg, 1974. Tendenzaazimutale, rappresentata dalla retta, delle direzioni della paleocorrente, misurate sulla formazione dell'isola Melville nell'arcipelago delle Svedrup.

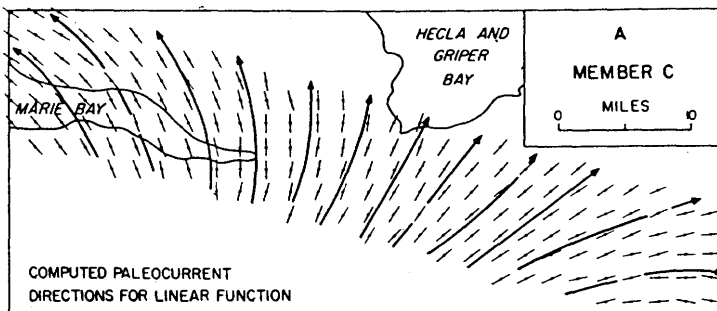


Fig 2-13b: da Agterberg, 1974. campo delle direzioni delle paleocorrenti della formazione a delta dell'isola Melville nell'arcipelago delle Svedrup (Canada).

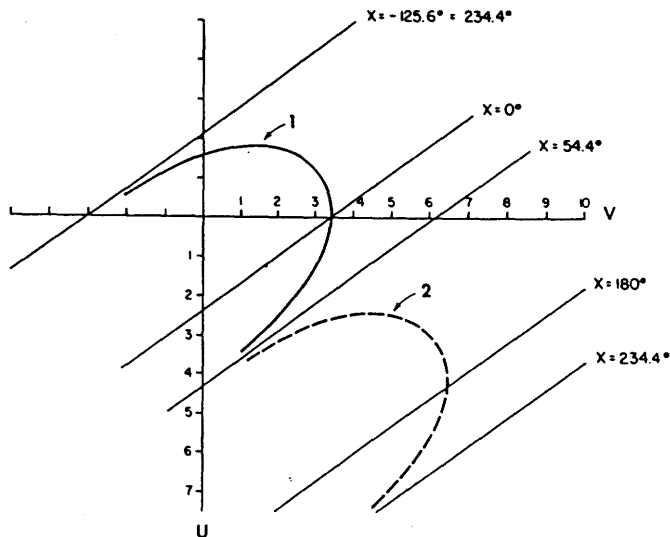


Fig 2-13c: da Agterberg, 1974. Soluzione grafica dell'equazione differenziale ordinaria (2.9)

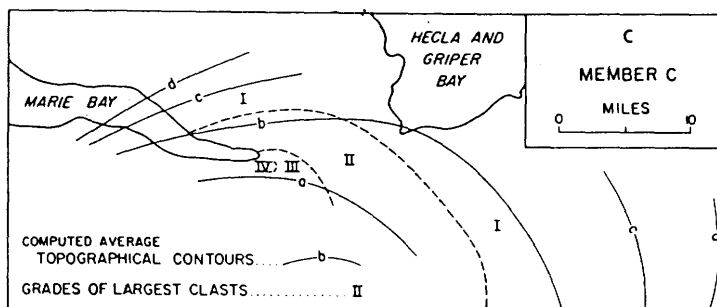


Fig 2-13d: da Agterberg, 1974. linee di livello topografico del delta della formazione a delta dell'isola Melville nell'arcipelago delle Svedrup (Canada).

porta nella parte destra la derivata (2.11), per cui completando la 2.13

$$\frac{dx}{du} = a_1 - a_2 \operatorname{tg} x, \quad (2.14)$$

si ottiene una equazione differenziale ordinaria del primo ordine, autonoma (in questo caso la variabile **tempo t**, della teoria generale delle equazioni differenziali, è la **dimensione u** del piano UV).

Ora senza ricercarne la soluzione, è importante notare che:

a) dalla teoria delle equazioni differenziali ordinarie, nel caso del primo ordine, la funzione al termine destro dell'equazione

$$\dot{x} = f(t, x) \quad (2.15)$$

graficamente rappresenta la tangente (identificabile con un vettore) alla curva soluzione in ogni punto (t,x) del piano su cui è definita la funzione. Così l'equazione determina un campo di direzioni sui punti di questo piano (fig. 2-13b);

b) Agterberg, nella sua interpretazione suppone e dimostra (vedasi fig. 2-13c) che i vettori tangenti, espressione della paleocorrente in ogni punto sono perpendicolari alle curve di livello della mappa topografica della formazione (fig. 2-13d). Basta poi ricordare la definizione di gradiente.

La descrizione di questo interessante studio prettamente geologico, dimostra non solo, l'utilità della matematica anche in queste problematiche di interpretazione, ma lo spunto per usare il concetto del campo delle direzioni, nello studio dei *trends*.

Se ora si pensa che un *trend* regionale, senza variazioni locali, è rappresentato da una unica direzione, perpendicolare a quella di massima anisotropia, che risulta essere la **giacitura di un piano di regressione**, della struttura dei dati (figura 2-4), un campo di direzioni più complesso può essere ricavato da una **superficie adattata** generata da uno spazio di funzioni di base, di grado maggiore di 1.

Infatti, visto il punto a) sopra esposto, le tangenti, sono ottenute ovviamente dalla derivata della funzione soluzione in ogni punto considerato, la quale in questo caso è la superficie geologica stessa. I punti considerati sono i nodi della griglia, la funzione della superficie non è conosciuta, ma quella di una superficie adattata, è sicuramente nota. Questa inoltre è decisamente più semplice e quindi più adatta allo scopo, per cui formalizzando: data la superficie  $z(x,y)$ , dal gradiente

$$\vec{V}_z(x, y) = \dot{y}(x) \quad (2.16a)$$

si ottengono i vettori del campo delle direzioni per ogni nodo  $(x, y)$ , tangenti alle curve soluzioni  $y(x)$ , le cui direzioni, di angolo  $\theta$ , si ricavano dalla pendenza

$$= \text{arctg}(\dot{y}(x)). \quad (2.16b)$$

Col punto b) si corregge poi per dare l'orientazione agli assi maggiori delle ellissi di uguale influenza. La derivata in ogni nodo si calcola con uno dei metodi numerici esposti più avanti (differenze finite (2.18) o derivazione numerica). Per il differente peso dei punti si usa poi la trasformazione (2.7).

Il fatto che la superficie di adattamento è più appropriata alla costruzione del campo delle direzioni da utilizzare per un algoritmo di *contour* locale, non è dovuto a motivi solo numerici, ma sicuramente le direzioni da dare alle ellissi devono seguire delle traiettorie fluide, senza direzioni troppo locali (con direzioni perpendicolari al *trend* dominante), dove le linee di *contour* dovrebbero convergere. Questo porta ad una esasperazione della struttura e alla creazione di artefatti.

Quindi è buona norma usare superfici con sistemi di funzioni di base di basso ordine, cosa che inoltre semplifica i noti problemi numerici.

In figura 2-14 è riportato il campo delle direzioni ricavato dalla superficie quadratica (1-2a) del *data set* riportato in figura 1-2b. La zona presenta un *thrust*, espresso dall'evidente cresta centrale.

Sul campo delle direzioni, in alto a sinistra le direzioni di massima anisotropia sono state tolte, con un valore di soglia, visto che la superficie a valle del sovrascorrimento è pressoché pianeggiante e quindi non presenta anisotropia.

La figura 2-15 mostra infine il *contour* della stessa struttura dati, con un algoritmo che usa sempre le distanze inverse medie pesate e che tiene conto delle anisotropie, pilotato dal campo delle direzioni modellato. Si nota chiaramente un ricupero delle pendenze nella zona del *thrust*.

Se la regressione non converge, quando si vuole adoperare un campo di direzioni più complesso, si può usare un procedimento di filtro passa basso su una superficie pre-mappata, togliendo buona parte delle alte frequenze spaziali. In figura 2-16a è riportata la superficie filtrata, ricavata da una mappatura con la doppia interpolazione lineare del *data set*, riportato, nel primo capitolo (fig. 1-2a), mentre in quella 2-16b è riportato il campo delle direzioni associato.

Oltre all'evidente recupero di pendenza, è importante notare che il sistema modella meglio la superficie, tenendo conto delle variazioni locali.

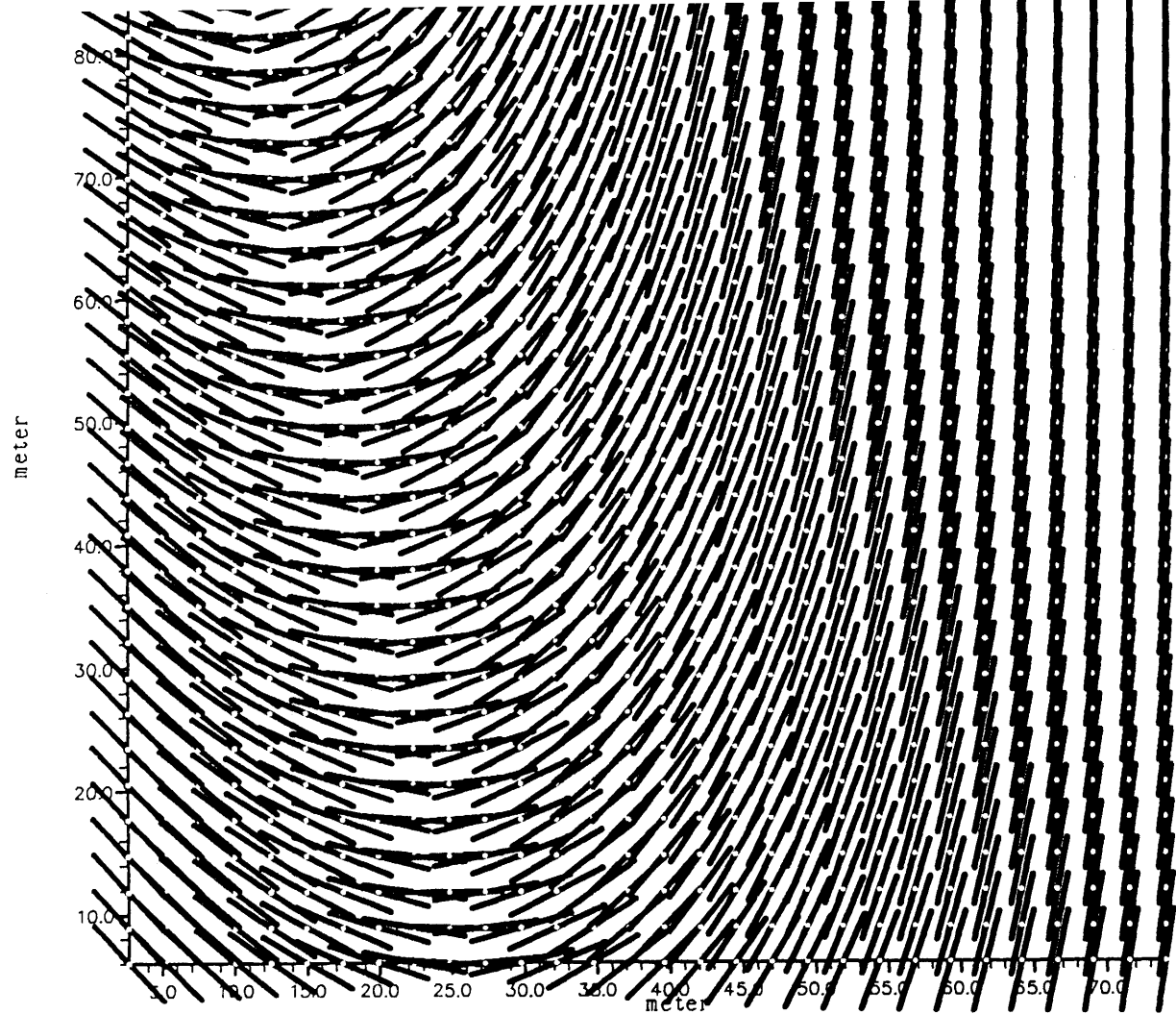


Fig 2-14: campo delle direzioni ottenuto dalla superficie quadratica di regressione 1-2a. La parte colorata in blu, rappresenta le direzioni del sovrascorrimento da evidenziare.

DIRECTIONS OF ANISOTROPY MAP OF UNTITLE FILE

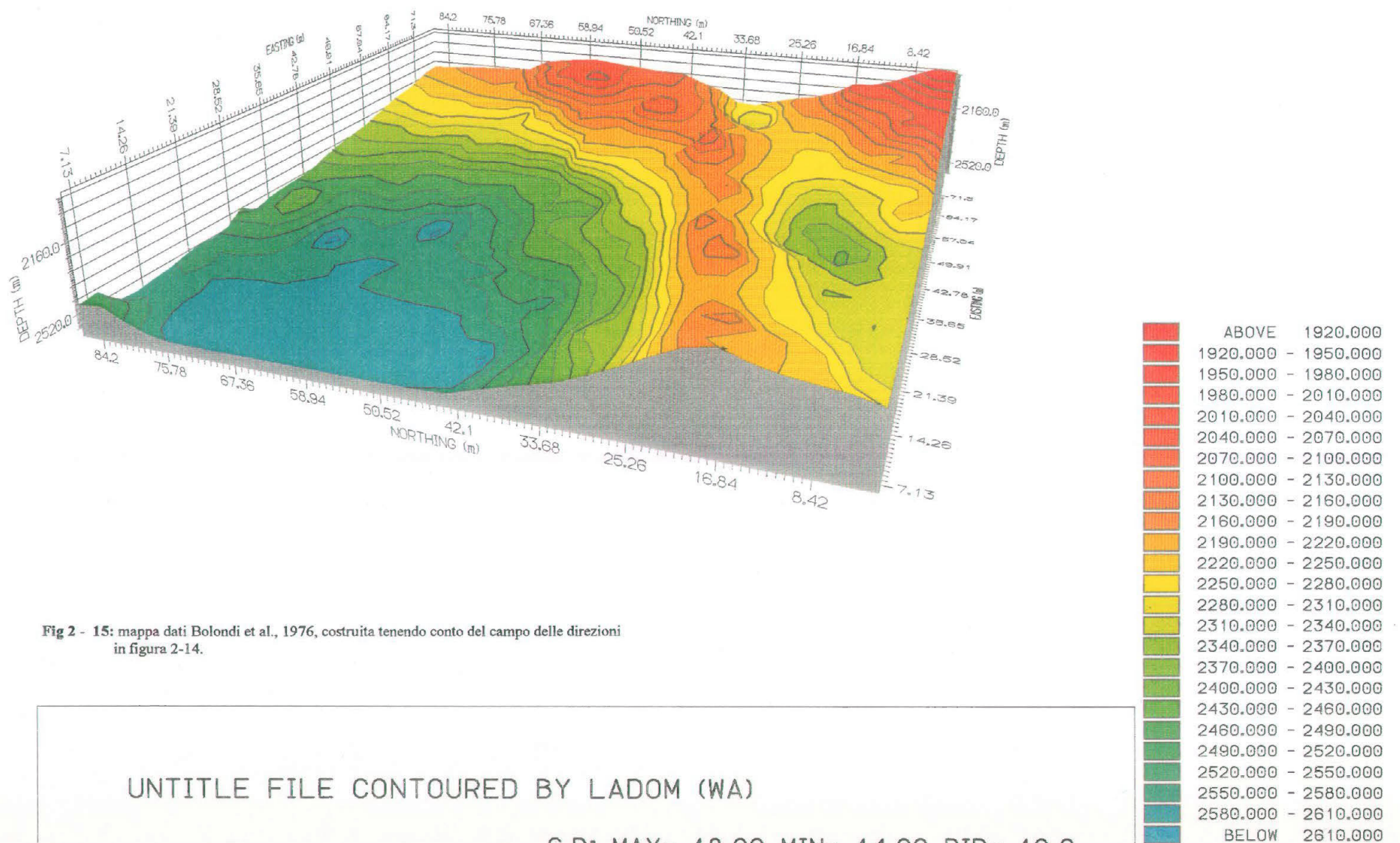


Fig 2 - 15: mappa dati Bolondi et al., 1976, costruita tenendo conto del campo delle direzioni in figura 2-14.

UNTITLE FILE CONTOURED BY LADOM (WA)

S.R: MAX= 18.00 MIN= 14.00 DIR= 10.0



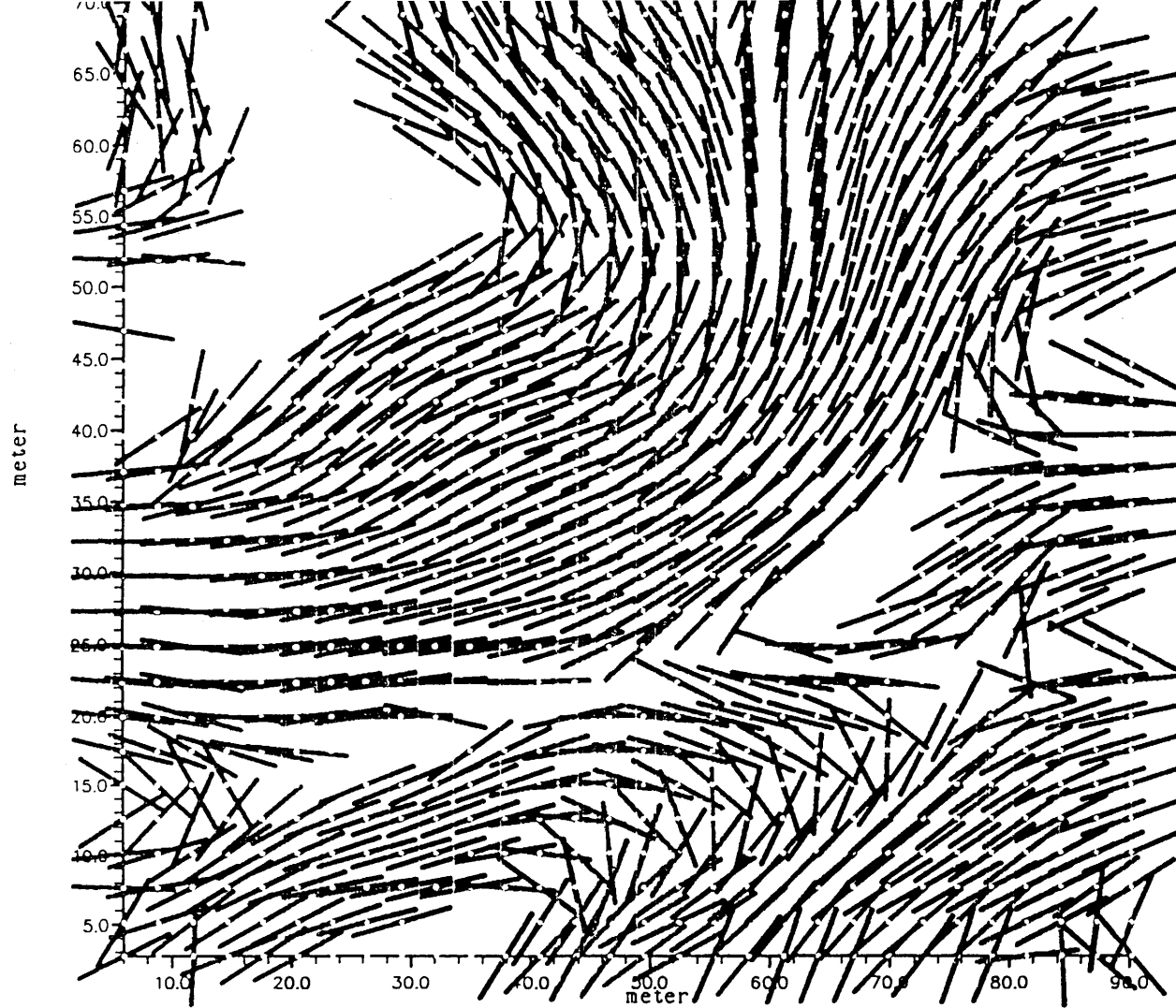


Fig 2-16a: campo delle direzioni complesso, ricavato da un filtraggio del data set mappato poi con l'algoritmo della doppia interpolazione lineare.

DIRECTIONS OF ANISOTROPY MAP OF UNTITLE FILE

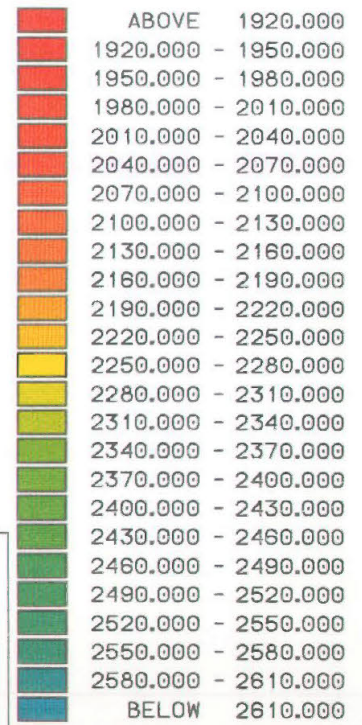
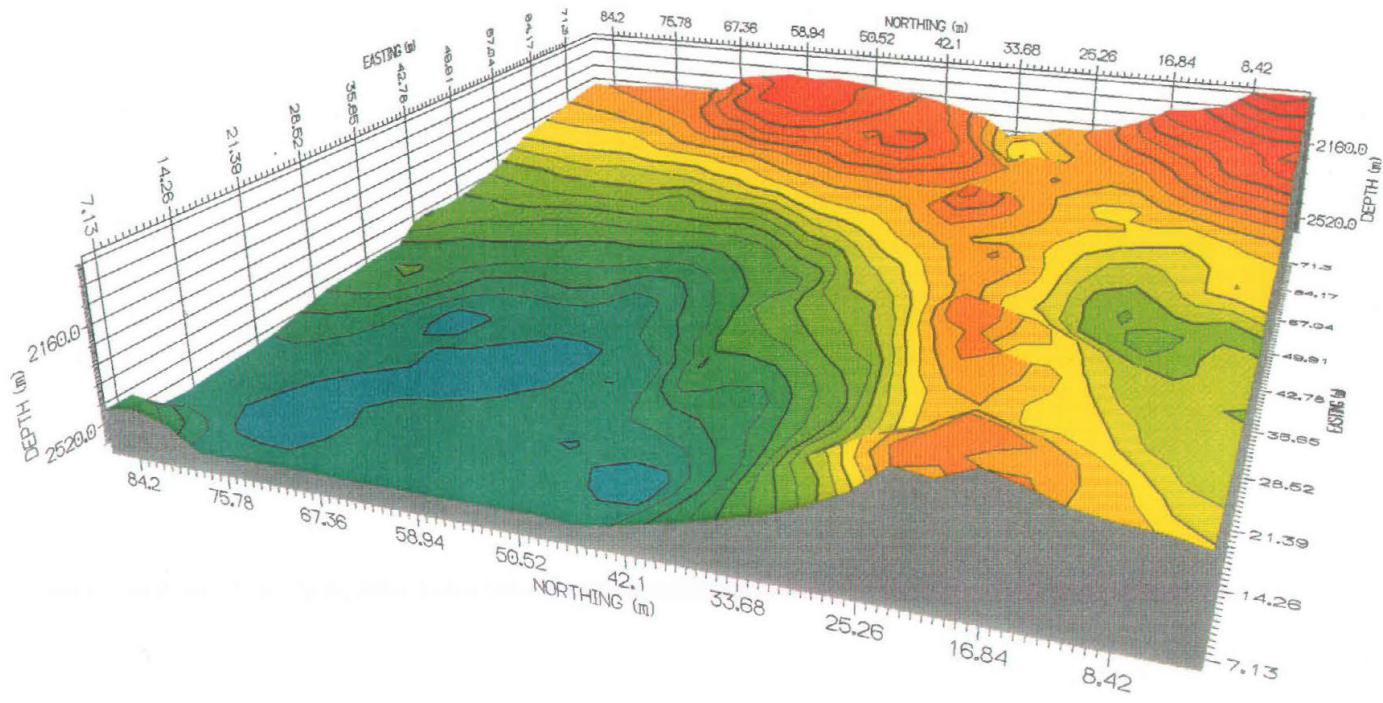


Fig 2-16b: risultato ottenuto col campo delle direzioni di figura 2-16a del data set 1-2b.

UNTITLE FILE CONTOURED BY LADOM (WA)

INTERP: ARMONIC FUNCTION

S.R: MAX= 18.00 MIN= 14.00 DIR= 10.0

### 2.2.2. Selezione dei punti di controllo (*outliers*)

Visto che tutti i procedimenti atti alla costruzione di una mappa di *contour*, perdono informazioni sulle pendenze, data la caratteristica comune di filtro passa basso, l'interpolazione della mappa di *pre-contour* deve limitare il più possibile queste perdite, in quanto dovrà essere molto sensibile alle variazioni di pendenza, perché anche il più piccolo gradino presente su questa mappa, può dare utili informazioni alla traccia di una faglia o di un sistema di faglie.

Il carattere locale modellato con il metodo descritto nel paragrafo precedente, permette, oltre alla caratterizzazione interpretativa della mappa, di poter recuperare in parte le pendenze. Si può ancora di più spingere questo recupero agendo sulla selezione dei punti di controllo per l'interpolazione.

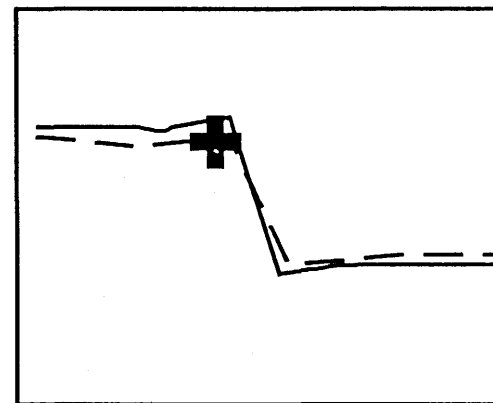
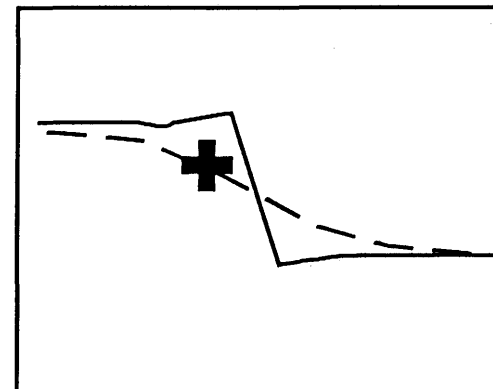
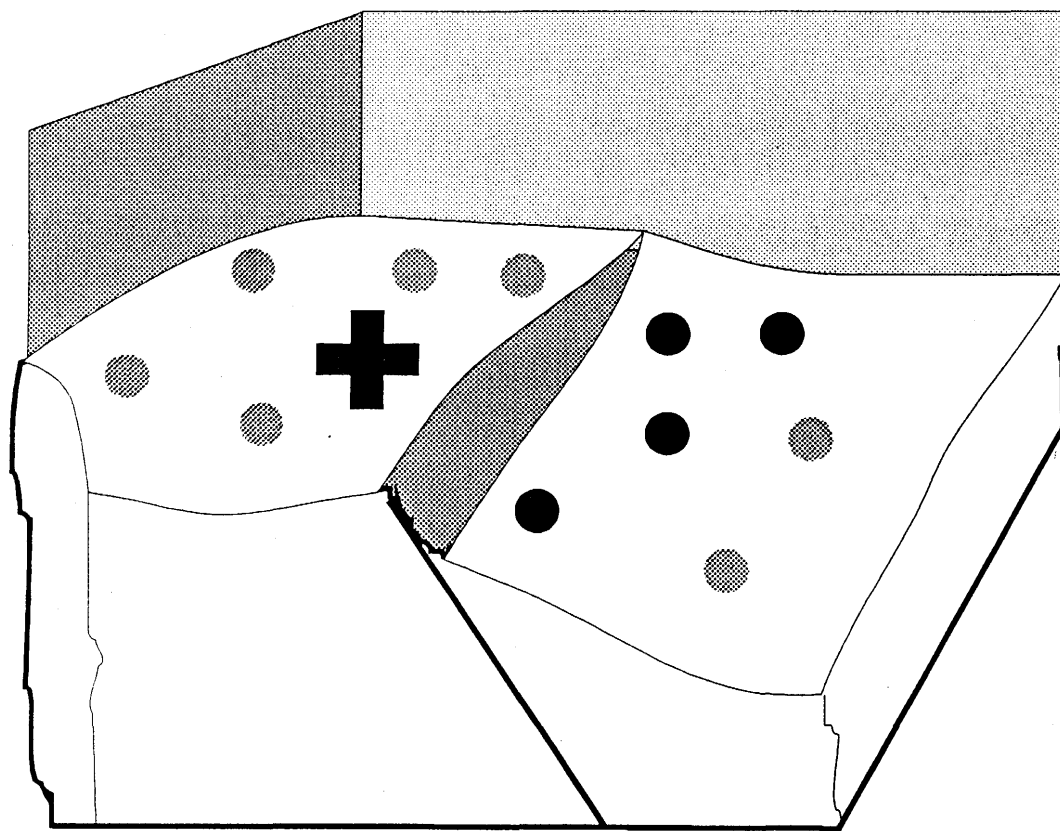
L'algoritmo delle distanze inverse medie pesate, comporta l'uso di differenti forme di distanza inversa e come riportato nel primo capitolo (1.24), un esponente  $p$  minore di  $-1$  per l'inversione della distanza euclidea, oltre a rendere continua la derivata prima della superficie, dà maggior influenza ai punti più vicini al nodo, come riportato nella sezione sulla teoria sulla comparazione degli algoritmi (2.1), rendendo meno influenti quelli più lontani che in genere sono diversi. Così in prossimità di un gradino, si potrà limitare l'influenza dei campioni posti nel blocco opposto il nodo, che comporta un ovvio smussamento del gradino stesso.

L'algoritmo che usa i minimi quadrati, sarà ovviamente più accurato, specie sulle rotture di pendenza, se usa polinomi di grado molto maggiore di uno.

Si è già capito che il problema è il calcolo del valore della superficie  $z=f(x,y)$  ad un nodo situato nei pressi di una faglia, il quale operato nel modo classico non risulta molto accurato.

La faglia ovviamente divide l'area in due blocchi, uno più alto ed uno più basso (fig. 2-17) e se si interpola su un nodo posto sul blocco superiore, usando tutti i punti di controllo selezionati, automaticamente, con quasi tutti gli algoritmi di interpolazione questo viene abbassato dall'influenza dei punti del blocco opposto.

Ottimale sarebbe l'uso di un *B-splines fitting* (figure 1-13), con un giusto numero di nodi per definire i tratti, visto che asseconda le pendenze, ma come riportato nel primo capitolo, le conoscenze attuali lo rendono molto difficile su campioni sparsi. Inoltre bisogna tenere conto che bisogna operare un *best-fitting* su ogni nodo della griglia, il quale può avere esigenze locali per l'assegnazione dei nodi di partizione dell'area di selezione, nella stessa definizione delle *B-splines*, oltre che dell'ordine della curva ed altri parametri che permettano la convergenza della soluzione.



**+** =nodo griglia

● = campioni

Fig 2 -17: rappresentazione schematica di una faglia, dal punto di vista dell'interpolazione ai nodi di una griglia, di punti di controllo, misurati sulla superficie.

Viene naturale pensare che la soluzione sia isolare i due blocchi, cioè considerare la faglia come un corpo opaco, usando solo i punti di controllo presenti sul blocco dove è ubicato il nodo. E' scientificamente riconosciuto che questo modo di agire non è del tutto corretto per una serie di motivi di carattere geologico e matematico (numerico e statistico).

### **Motivi geologici**

Le motivazioni geologiche sono da ricercarsi nel fatto che (Zoraster, 1992) i due blocchi, prima dell'azione della faglia erano in continuità e quindi da ognuno di essi si possono ricavare utili informazioni per l'interpolazione di un nodo del blocco limitrofo, soprattutto sulla tendenza ed anisotropia della struttura.

Questa influenza è presente soprattutto nelle parti meno disturbate delle faglia, cioè le zone più lontane da questa. Infatti nei pressi della faglia si possono avere deformazioni duttili (Barnett et al., 1987) degli strati, conseguenti alla dislocazione; ghiaioni o conoidi o altri corpi dovuti all'erosione, che alterano la topografia originaria.

Ecco che l'uso, nelle distanze inverse medie pesate, del semplice esponente negativo per la distanza minore di -1, può non essere un valido aiuto per migliorare l'interpolazione, da un punto di vista puramente geologico.

### **Motivi numerici**

Questi motivi sono già stati esposti nel primo capitolo sulla descrizione dei vari algoritmi interpolativi, sui loro problemi e anche sui disturbi che essi generano lavorando in condizioni non ottimali (artefatti). Il primo problema è il **numero deficitario** di punti di controllo, per cui si può avere una interpolazione non accurata, addirittura una non convergenza della soluzione, problema tipico negli algoritmi di adattamento di superfici. Il secondo è il **controllo dell'azimut**, problema di quasi tutti gli algoritmi, tra cui le distanze inverse medie pesate, i minimi quadrati (fig.1-6b e fig. 1-8) ed il *kriging*. Eliminando i punti del blocco limitrofo, automaticamente si limita l'interpolazione su un orizzonte dimezzato, a soli 180°.

La figura 2-7 dimostra questo problema per un algoritmo classico che usa i minimi quadrati, per l'interpolazione al nodo della griglia, dei punti selezionati tramite un rettangolo. Gli artefatti presenti sono dovuti ad una differente selezione per ogni nodo, rispetto a quelli limitrofi, tenendo conto di uno o più campioni del blocco opposto, rispetto altri che invece non ne considerano. Si formano quegli artefatti caratteristici detti *fried eggs*. Se si restringe il rettangolo di selezione, come in figura 2-18a, operando quindi un troncamento, l'evidente errore nella mappa così generata è inevitabile, mentre se si allarga troppo il rettangolo, per poter tenere conto

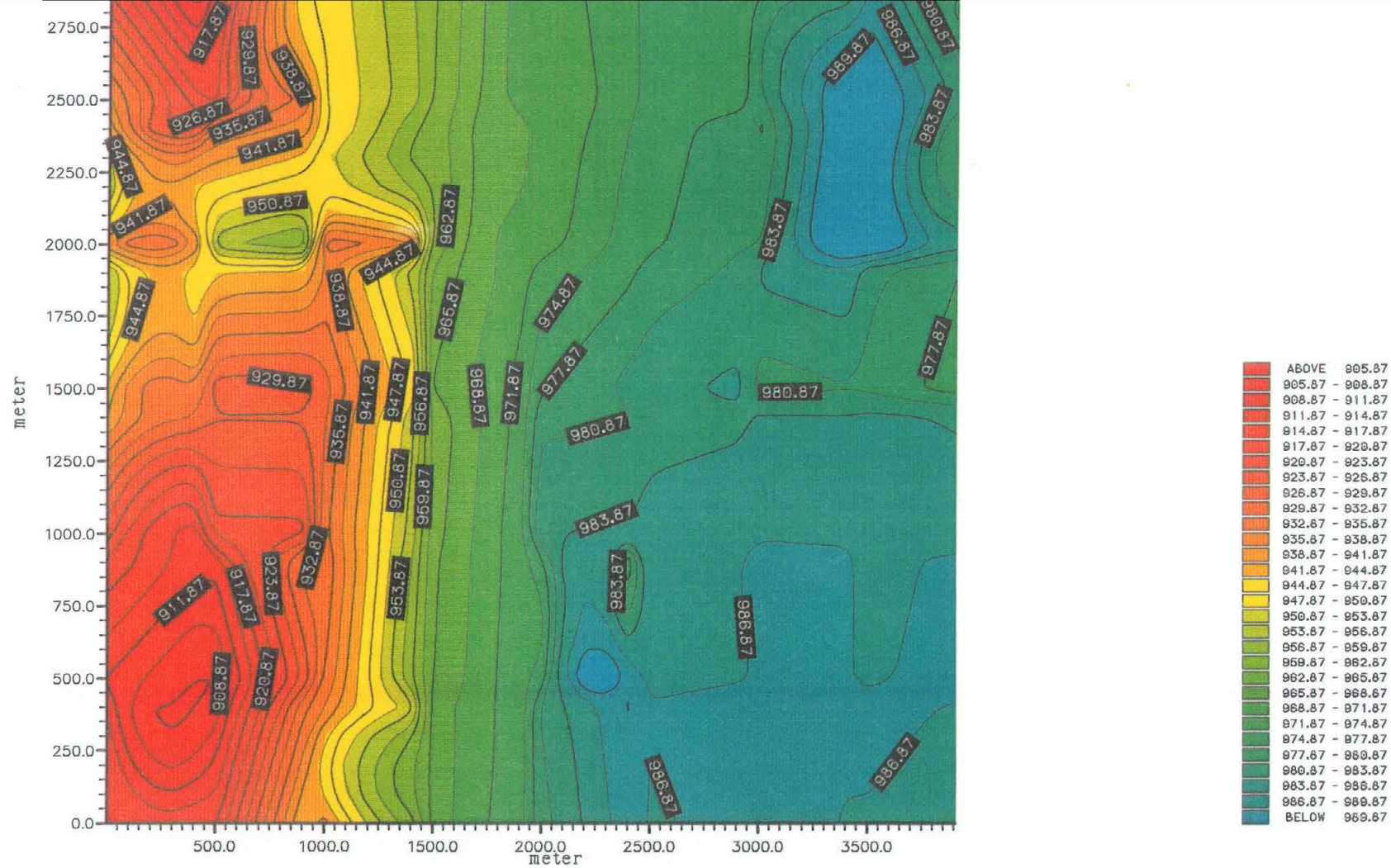
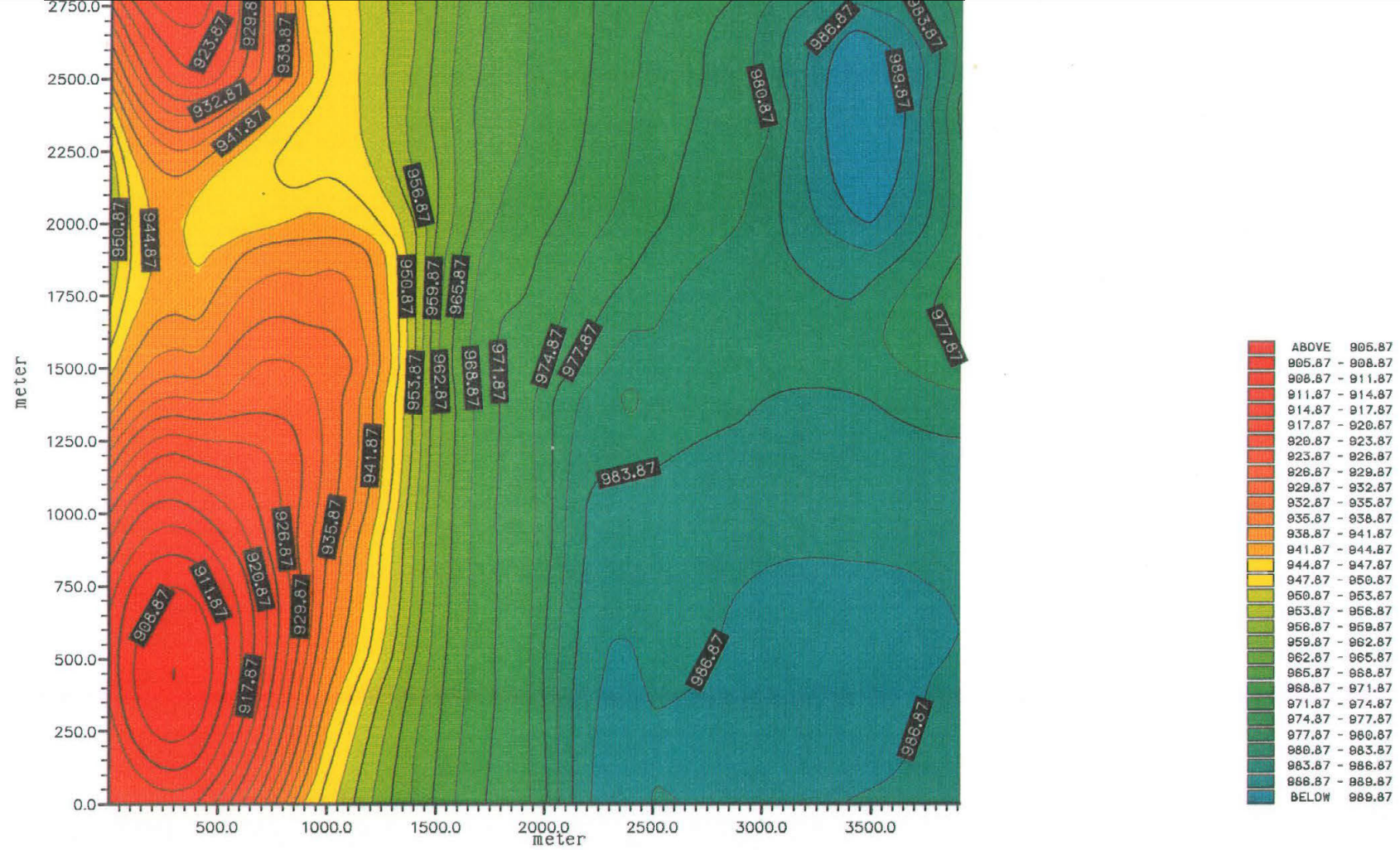


Fig 2-18a: mappa di contour del campionamento random del data set delle figura 2-2, col metodo dei minimi quadrati dell'UNIRAS con intorno di ricerca ridotto.

RANDOM 487 SAMPLES MODEL CONTOURED BY GINTP3



**Fig 2-18b:** mappa di contour del campionamento random del data set delle figura 2-2, col metodo dei minimi quadrati dell'UNIRAS con intorno di ricerca molto allargato.

RANDOM 487 SAMPLES MODEL CONTOURED BY GINTP3

del blocco opposto lungo i bordi delle faglie, conseguentemente si liscia troppo la superficie (figura 2-18b).

Altri problemi numerici sono collegati al concetto di distanza usata, in algoritmi che usano l'autocorrelazione come funzione della spaziatura dei punti di controllo, tipo il *kriging*. Questi problemi verranno analizzati tra poco, parlando della soluzione di Bolondi et al. (1976).

### **Motivi statistici**

Le considerazioni teoriche e filosofiche sullo studio degli errori nelle misure fisiche, o più in generale sul problema degli *outliers*, in questo genere di approccio sono valide e molto importanti.

Infatti il problema della discriminazione o meno dei campioni ubicati sul blocco opposto di quello dov'è posizionato il nodo è un problema statistico di *outliers*.

Nella teoria degli errori si asserisce che non bisogna mai scartare nessuna misura, nemmeno quelle che si discostano in modo marcato dalle altre. Gli statistici infatti hanno elaborato tutta una serie di tecniche che accomodano le misure, anziché rigettare quelle supposte errate (Barnett and Lewis, 1978).

I differenti approcci alla soluzione di questo problema, si riassumono in due schemi essenziali:

- differenti *tests* (di discordanza) che esaminano gli *outliers*;
- modelli probabilistici che spiegano la presenza di questi *outliers*.

Infatti se esistono tante formulazioni matematiche per controllare la validità di una misura, questa deve essere comunque verificato, in un contesto globale di tutte le osservazioni del campione. Esistono molti esempi di misure, in tutti i campi della scienza, dove alcune, molto deviate e discordanti, rientrano comunque nel modello probabilistico del campione statistico della popolazione analizzata.

Questi modelli e *tests*, per il controllo della discordanza, devono basarsi su due ipotesi: l'**ipotesi nulla** (*null hypothesis o working hypothesis*) e l'**ipotesi alternativa** (*alternative hypothesis*). La prima è l'uso di un modello probabilistico che spiega la generazione dei dati, senza considerare gli outliers; la seconda esprime il modo in cui il modello deve essere modificato per incorporare o spiegare parte o tutte le misure discordanti.

Si nota subito quindi la precisa volontà di non rigettare mai gli outliers, ma piuttosto di accomodare la distribuzione delle misure.



Simbolicamente si rappresenta l'ipotesi nulla  $H$ , che sorge dalle osservazioni che si distribuiscono secondo il non specificato modello probabilistico  $F$ , con la notazione

$$H : F, \quad (2.17a)$$

l'ipotesi alternativa  $\bar{H}$ , che contempla la distribuzione  $G$ , si esprime con

$$\bar{H} : G. \quad (2.17b)$$

Ci sono diversi tipi di alternative, ma quella in cui si riflette il problema della selezione corretta dei punti di controllo per l'interpolazione di *contour* è l'**alternativa mista** (*mixture alternative*). Infatti i punti di controllo del blocco opposto al nodo, non sono degli errori, ma piuttosto dei campioni estranei che appartengono ad un'altra popolazione e quindi ad un'altra distribuzione statistica. Questi possono comunque servire allo studio di questa nuova popolazione, o rientrare nell'altra come elementi marginali o di transizione, posti sulle code della distribuzione.

In questi termini l'alternativa all'ipotesi nulla  $H : F$  assume la forma

$$\bar{H} : (1 - \lambda)F + \lambda G, \text{ con } 0 \leq \lambda \leq 1 \quad (2.18)$$

La teoria dell'accomodamento del campione statistico ha prodotto un altro concetto, cioè quello, già introdotto, dello **stimatore robusto**. Questo concetto, nato negli anni cinquanta, ha condotto a tre diverse categorie di stimatori:

- 1) ***M-estimates***, che derivano dal principio di massima verosimiglianza;
- 2) ***L-estimates***, stimatori statistici di ordine lineare, utili alla stima del valore centrale, tipo la **mediana**, il *Tukey's trimean* o il *jackknifing*.
- 3) ***R-estimates***, basati sul *rank test*, come la misura di uguaglianza di due distribuzioni, *Wilcoxon test* o il test di *Kolmogorov-Smirnov*.

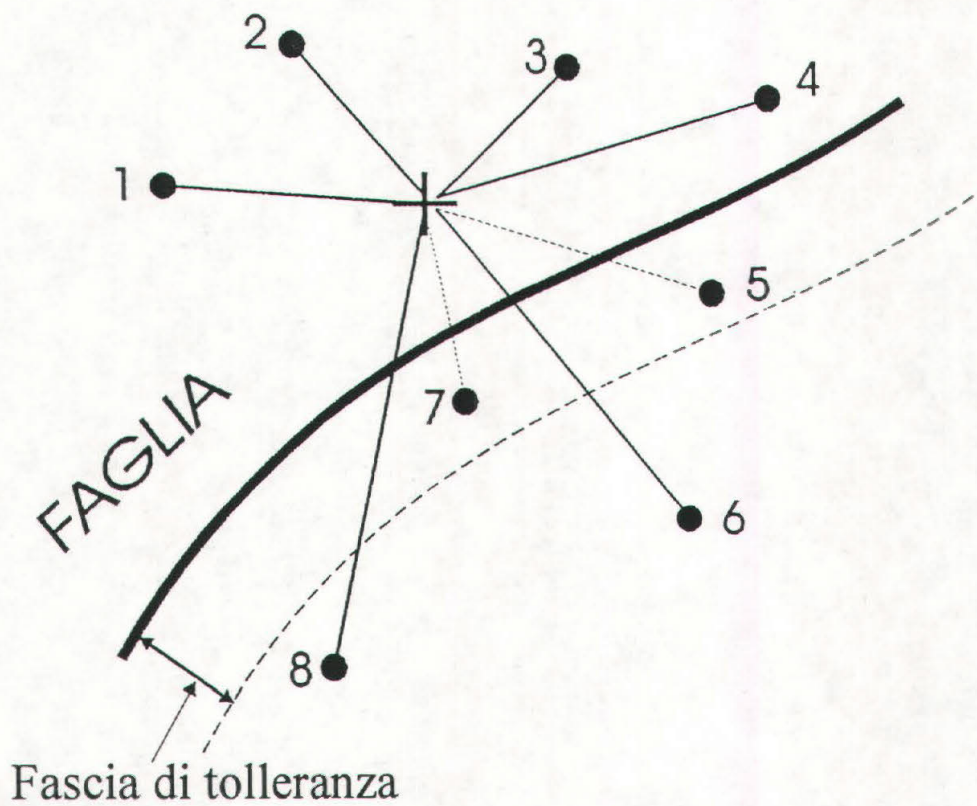


Fig 2 -19: soluzione adottata nel pacchetto CPS della RADIANT Inc. nel trattamento dei punti di controllo nei pressi di una faglia impostata a priori.

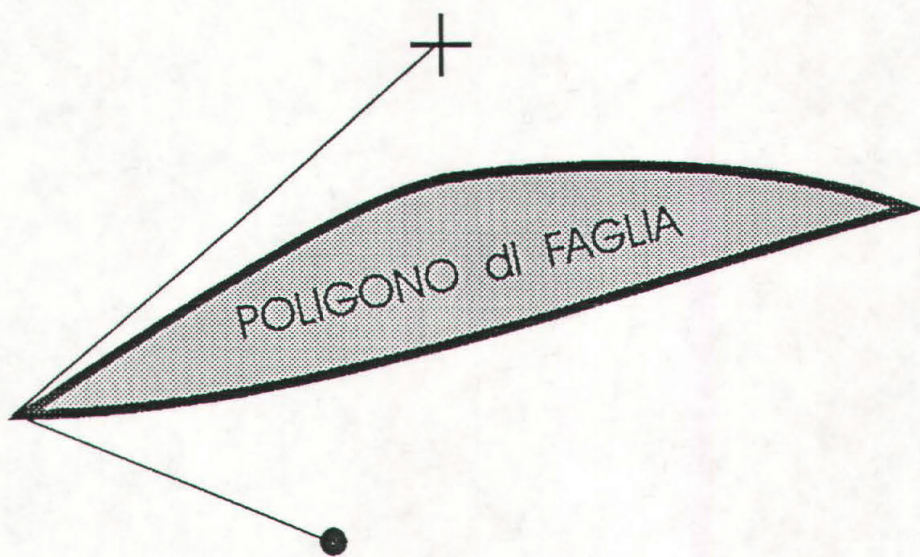


Fig 2 -20: soluzione adottata da Bolondi et al., 1976 nel trattamento dei punti di controllo nei pressi di una faglia impostata a priori.

## Soluzioni esistenti

Sull'articolo di Zoraster (1992), sono riportate delle soluzioni adottate in alcuni algoritmi sviluppati per il modellamento di una mappa con presentazione delle faglie. Quindi queste sono applicabili dopo la costruzione del modello delle faglie che invece è il primo obiettivo del metodo proposto a fare in questa tesi. Essi quindi hanno bisogno in ingresso delle coordinate bidimensionali dei punti digitalizzati dall'interpretazione manuale delle faglie ed i relativi parametri, come la dislocazione verticale (*throw*).

La RADIANT Inc. nel pacchetto CPS, ha adottato le **fasce di tolleranza** che bordano le linee di faglia (figura 2-19) nel blocco opposto al nodo, dentro le quali i punti di controllo vengono scartati sono mantenuti, ai fini interpolativi, quelli posti al di fuori e quindi più lontani e meno influenti.

Bolondi et al. (1976), hanno proposto una soluzione che comunque utilizza tutti i punti di controllo selezionati, ma che tiene conto dei punti del blocco opposto (figura 2-20), in maniera proporzionale alla distanza misurata sul percorso che passa al margine estremo del poligono della faglia.

Questo è in sintonia con la teoria degli *outliers*, ma è dovuto al fatto che usando per interpolazione l'autocovarianza come funzione della spaziatura dei dati, tutti i punti presi in causa devono essere comunque usati. Nel caso di un modello delle faglie fatto da poligoni convessi (fig.2-21a), si usa la distanza euclidea  $d_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$  per i punti di controllo all'interno del poligono contenente il nodo, mentre  $d_{ij} = \infty$ , per gli altri. Questo mantiene definita positiva la matrice di covarianza (1.31).

Ma si dimostra che per un modello più realistico, con una faglia con estremi terminanti nell'area indagata (fig. 2-21b), la caratteristica di positività della matrice viene meno, creando delle instabilità sul margine della faglia. Questo si risolve, per mezzo della suddetta distanza, per la quale gli autori riportano la prova che segue le proprietà della metrica.

Il programma ZYCOR della LANDMARK, invece modella le faglie, interpolando ai nodi, ignorando la loro presenza ed aggiustando poi sui punti digitalizzati di esse, con il parametro della dislocazione verticale, posto in *input* per ogni punto di faglia.

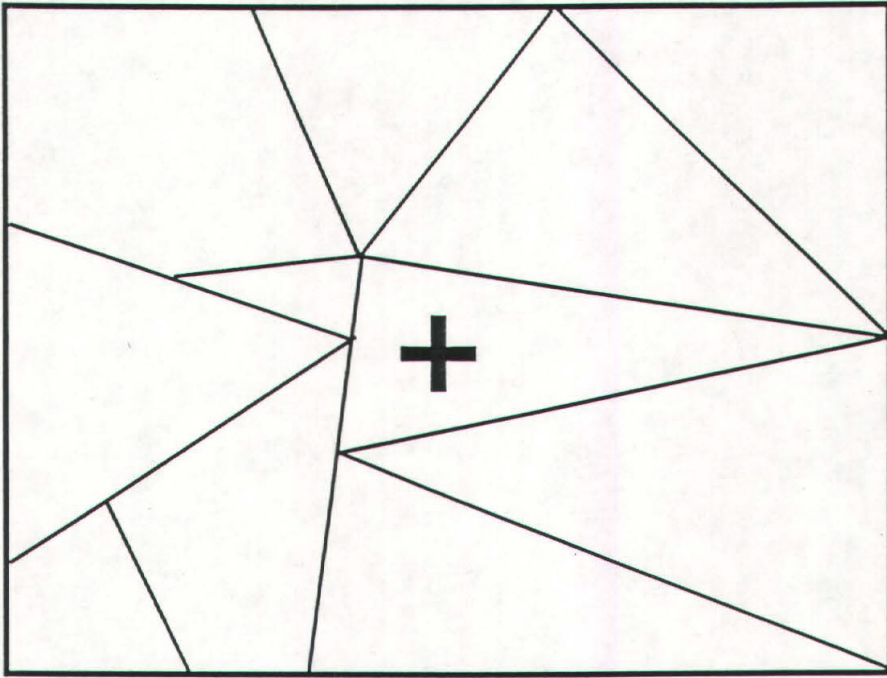


Fig 2 -21a: modello semplice delle faglie, fatto da poligoni convessi.

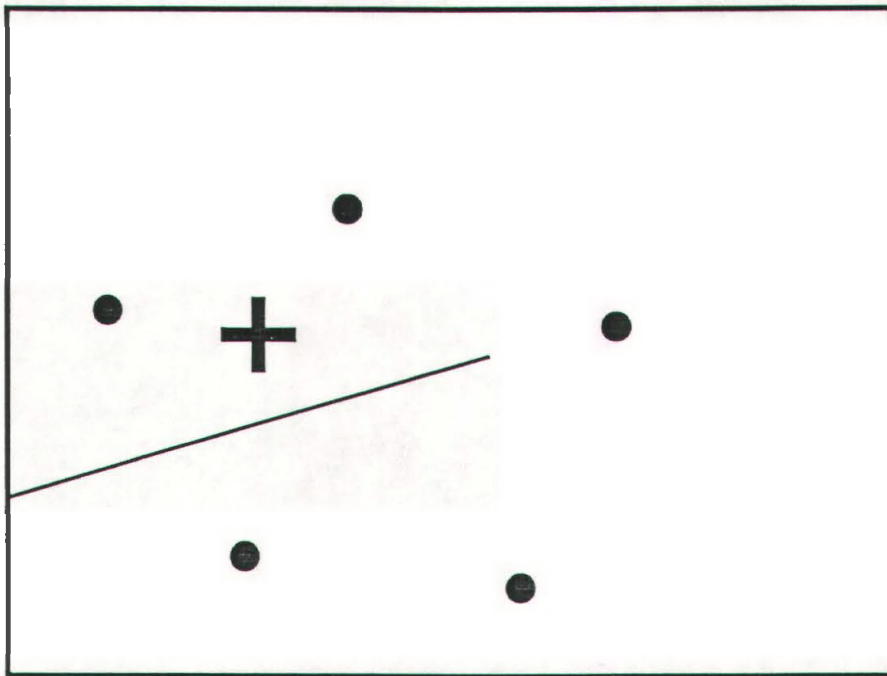


Fig 2 -21b: modello realistico di una faglia, terminante nell'area di studio.

### 2.2.3. Metodo proposto (selezione automatica, algoritmi RADOM e LADOM)

Viste le motivazioni geologiche e matematiche e considerato che nel problema attuale non si conosce nulla di preciso sulla posizione e dimensione delle faglie, bisogna che l'algoritmo di *contour* operi automaticamente la selezione dei punti di controllo utili ad una efficace interpolazione con *smooth* minimo della superficie. Bisogna cioè rendere l'algoritmo il più **robusto** possibile, in quanto in zone che non presentano gradini, deve comportarsi diversamente dalle zone in questione.

La prima osservazione da fare è che ovviamente i punti di controllo, selezionati per ogni nodo, si dispongono secondo una distribuzione statistica, che ai margini di un gradino sarà sicuramente **bimodale** (figura 2-22a). Negli altri casi sarà una distribuzione con un massimo e la presenza di code più o meno lunghe (fig. 2-22b).

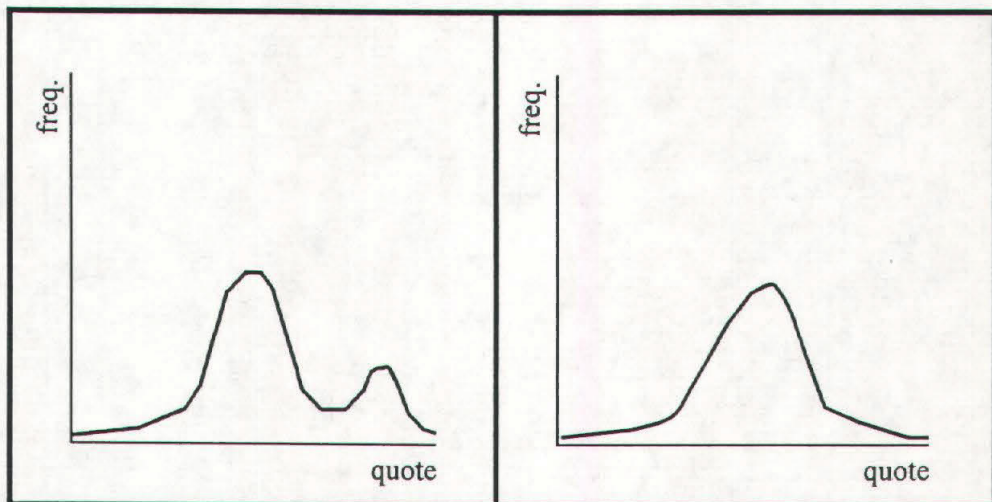


Fig. 2-22a: distribuzione bimodale delle quote, nell'intorno dei nodi di griglia, in regioniprossime a faglie.

Fig. 2-22b: tipica distribuzione delle quote, nell'intorno dei nodi di griglia, con presenza di code di outliers.

Per riconoscere automaticamente i punti di controllo di dubbia appartenenza, viene naturale usare un intorno del valore più frequente in modo da dividere i punti in due categorie, in virtù dell'ipotesi mista: quelli che sicuramente appartengono alla distribuzione adatta all'interpolazione e quelli che si sospetta appartengono o che sicuramente appartengono ad un'altra struttura.

Per la stima del valore centrale si usa uno stimatore lineare come la mediana, ( $z_{med}$ ) che in generale è più robusto di ogni altro stimatore del valore centrale. E' stata valutata anche l'ipotesi di una distribuzione bimodale, con due picchi quasi

uguali, in cui la mediana potrebbe anche non essere nei pressi del valore di desiderato e dove teoricamente potrebbe essere migliore una stima con una media pesata sulla distanza dei campioni dal nodo. In ogni caso, si è preferito usare la mediana, visti i migliori risultati ottenuti su numerose prove e *data set*.

Per l'ampiezza dell'intorno, bisogna usare un multiplo della deviazione della popolazione, che deve essere calcolata tramite uno stimatore diverso dalla deviazione standard campionaria, in quanto non è compatibile con la mediana. Per cui si usa la deviazione assoluta, che è anch'essa uno stimatore robusto (Press et al, 1987).

$$\sigma = \sum_{i=1}^n |z_{med} - z_i|. \quad (2.19)$$

A questo punto però bisogna fare delle considerazioni le quali dipendono dal fatto che non si può conoscere a priori, l'ampiezza dell'intorno di selezione utile ad una corretta selezione, su ogni nodo e che in primo luogo si indaga su un campione della popolazione dei punti della superficie circondanti il nodo.

Infatti si potrebbero togliere dei punti di controllo, ma tale fatto oltre ad essere inutile potrebbe essere dannoso, in quanto si potrebbero togliere delle informazioni utili specie in situazioni di un normale pendio che non presenta faglie. Inoltre si potrebbe troncata troppo la distribuzione statistica dei dati, che anche se discreta, non terminerà mai con frequenze molto alte. Infine si potrebbe tagliare troppo poco lasciando l'influenza di *outliers* che potrebbero generare l'inevitabile lisciatura del gradino.

Ecco quindi un motivo valido in più per parlare di accomodamento della distribuzione dei dati ed ipotesi mista, in quanto è più importante selezionare anche alcuni dei punti di controllo appartenenti al secondo picco, che operare un troncamento dei campioni posti fuori dell'intorno.

C'è un *test* di discordanza nato dal confronto di una misura, con il modello probabilistico degli errori, il quale è noto essere la distribuzione normale: **il criterio di Chauvenet** (Taylor, 1990, Barnet and Lewis, 1987). E' curioso notare che Chauvenet era un astronomo del diciannovesimo secolo, come Halley, che oltre interessarsi alla nota cometa, è stato uno dei primi ad occuparsi di *contour*. Si deve quindi un apporto, ai problemi geologici e geofisici qui trattati, da questa branca della scienza, in alcuni aspetti molto simile.

**Criterio di Chauvenet:** si supponga di fare  $n$  misure dello stesso fenomeno  $x$  ( $x_1, \dots, x_n$ ), da tutte le  $x_i$  misure, si calcola la media  $\bar{x}$  e la deviazione  $\sigma_x$ . Se una delle misure ( $x_{sus}$ ) differisce da  $\bar{x}$  tanto da essere sospettata come errore, allora in primo luogo si calcola

$$t_{sus} = \frac{x_{sus} - \bar{x}}{\sigma_x} \quad (2.20)$$

(il quale è già un *test* di discordanza, Barnett and Lewis, 1987) e risulta essere il numero di deviazioni di cui  $x_{sus}$  differisce da  $\bar{x}$ . Si calcola poi la probabilità  $p$  che una misura legittima differisca da  $\bar{x}$ ,  $t_{sus}$  volte la deviazione standard. Si moltiplica infine per  $n$  la probabilità per arrivare al modulus of carelessness  $m$

$$m = n \times p. \quad (2.21)$$

Questo modulo è il numero di misure che ci si attende siano errate almeno quanto  $x_{sus}$ . Se  $m$  è minore di  $1/2$ , allora  $x_{sus}$  deve essere rigettata, altrimenti appartiene alla distribuzione delle misure.

Questo è un primo approccio al problema che può essere usato, ma è troppo vincolato alla distribuzione normale ed in genere recupera le osservazioni poste vicino agli estremi dell'intorno.

E' stato quindi studiato un algoritmo che si ispira al confronto tra un modello di probabilità nota e la distribuzione integra dei punti di controllo selezionati (figura 2-23), calcolando su  $n$  intervalli, il numero di osservazioni che devono essere presenti  $E_k$ , a seconda della probabilità di ogni intervallo  $k$ . A questo punto si possono inserire alcuni dei punti di controllo selezionati, ma scartati nella prima fase (intorno del valore centrale) o eliminare quelli in sovrappiù, rispetto ad  $E_k$ . In questo modo si minimizza il  $\chi^2$ , indicando con  $O_k$  il numero delle osservazioni presenti nell'intervallo

$$\chi^2 = \sum_{k=1}^n \left( \frac{O_k - E_k}{E_k} \right)^2 \quad (2.22)$$

Si ottiene così un criterio di selezione statistico dei punti di controllo, dal quale si può ricavare una distribuzione di essi adatta alla interpolazione.

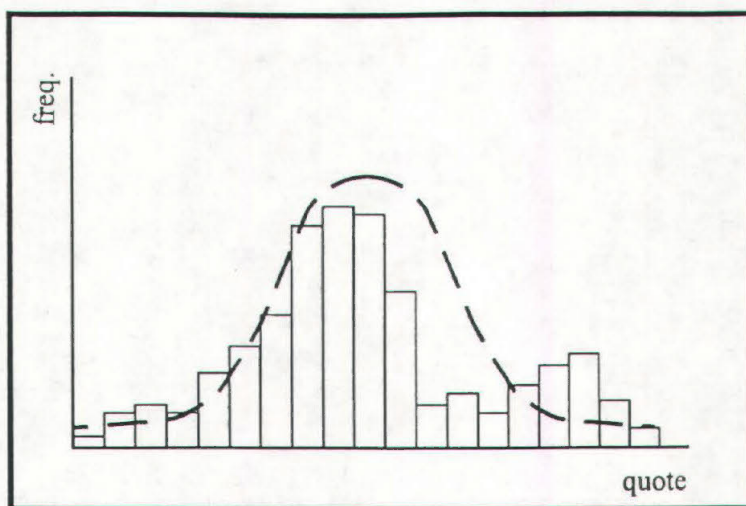


Fig. 2-23: schema della selezione statistica dei punti di controllo proposta. Una distribuzione discreta reale, viene confrontata e resa simile ad una di probabilità nota.

Le figure che seguono presentano un esempio sulla ricostruzione dei gradini rappresentanti le faglie del *data set* sintetico di figura 2-2, con un algoritmo di *contour* che tiene conto delle anisotropie e della selezione automatica dei dati e che usa le distanze inverse medie pesate come interpolazione. Tale algoritmo è chiamato nelle due varianti, regionale e locale: *RADOM* (*Regional Anisotropic Data Outliered Mapping*) o *LADOM* (*Local Anisotropic Data Outliered Mapping*). Per tutte le immagini si è introdotto un leggero *trend* sull'azimut  $90^\circ$  parallelo alla faglia principale.

La figura 2-24, espone la mappa senza operare nessuna selezione. L'algoritmo liscia i gradini in modo evidente e lungo questi, produce disturbi tipo *waves*.

La figura 2-25, mostra gli artefatti che si generano operando una selezione dei punti di controllo, come se la faglia fosse una barriera opaca (troncamento della distribuzione). L'immagine della faglia principale è decisamente compromessa e la insoddisfacente disposizione delle linee di livello si può interpretare anche come un isolamento dei nodi, dal punto di vista della interpolazione, che selezionano in modo indipendente i punti. Per cui taluni nodi usano anche alcuni punti del blocco opposto altri no, senza quindi un criterio collettivo, che tiene conto di tutti i nodi interessati dalla stessa struttura.

La figura 2-26 illustra la mappa ricavata dalla selezione accurata, tramite l'algoritmo statistico adottato, con utilizzo, della media pesata sulla distanza, per la misura del valore centrale dell'intorno.



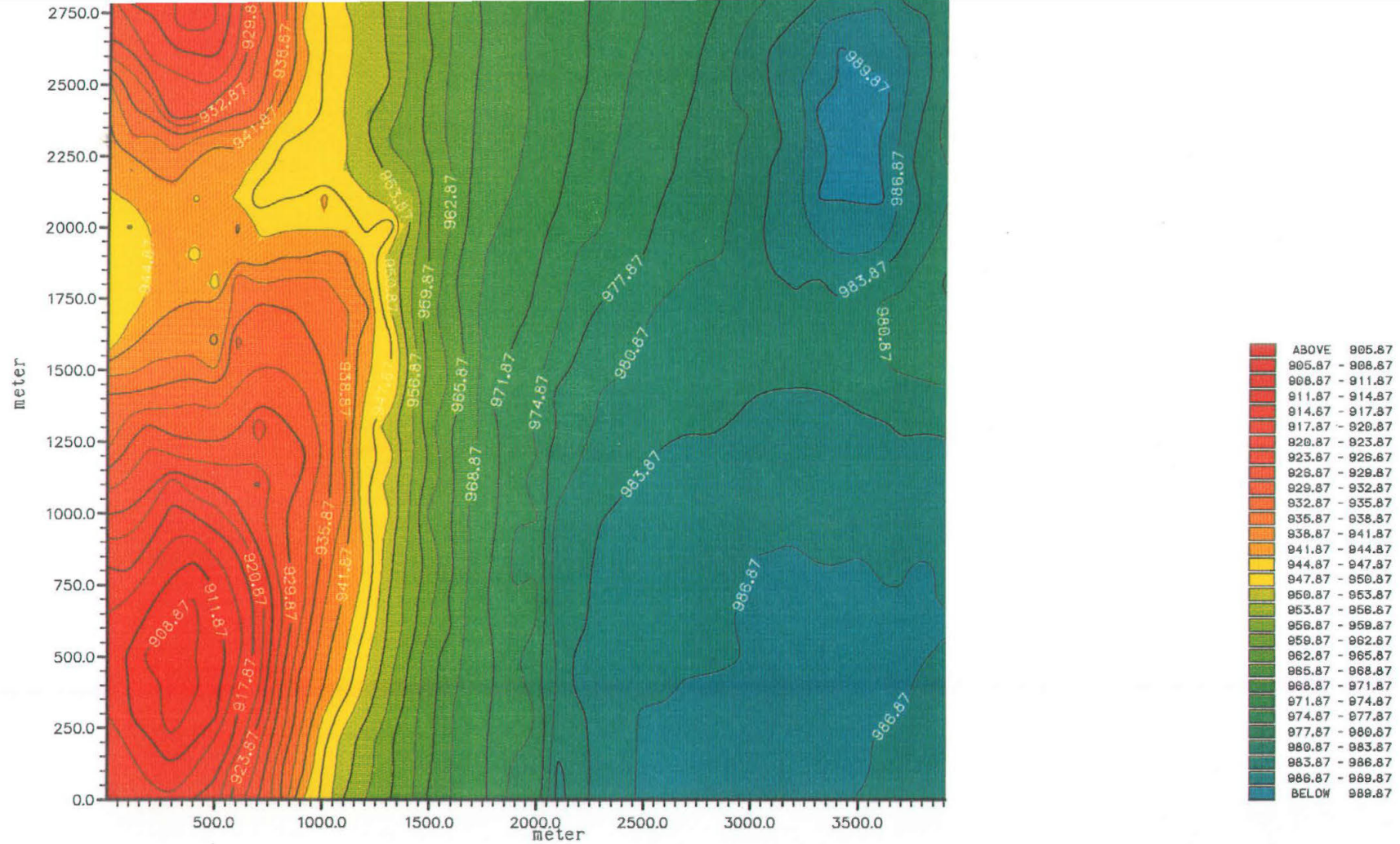
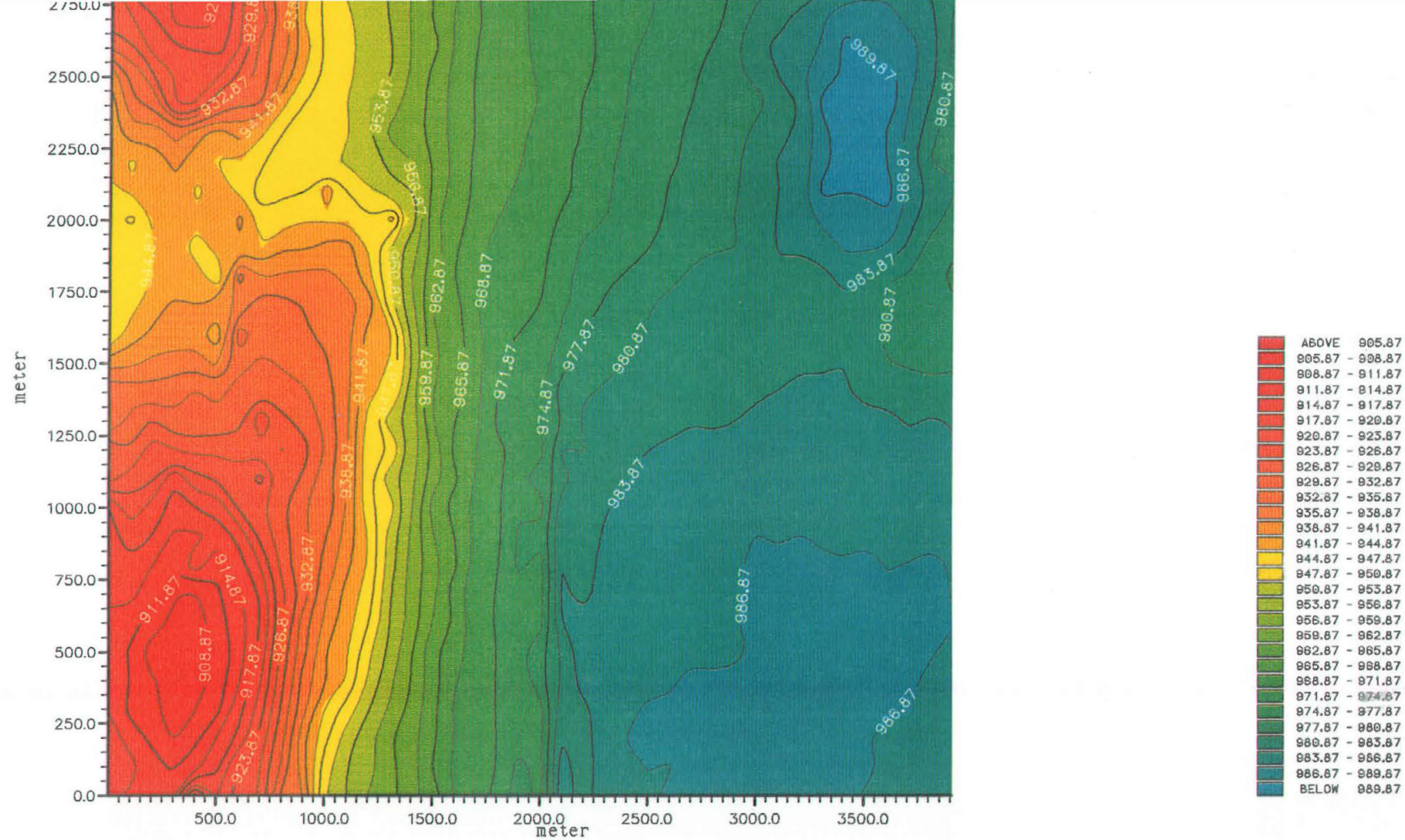


Fig. 2 - 24: mappa ottenuta sul data set sintetico, senza operare alcuna discriminazione dei punti selezionati con un cerchio di ricerca di raggio = 300 m.

RANDOM 487 SAMPLES MODEL CONTOURED BY RADOM (WA)

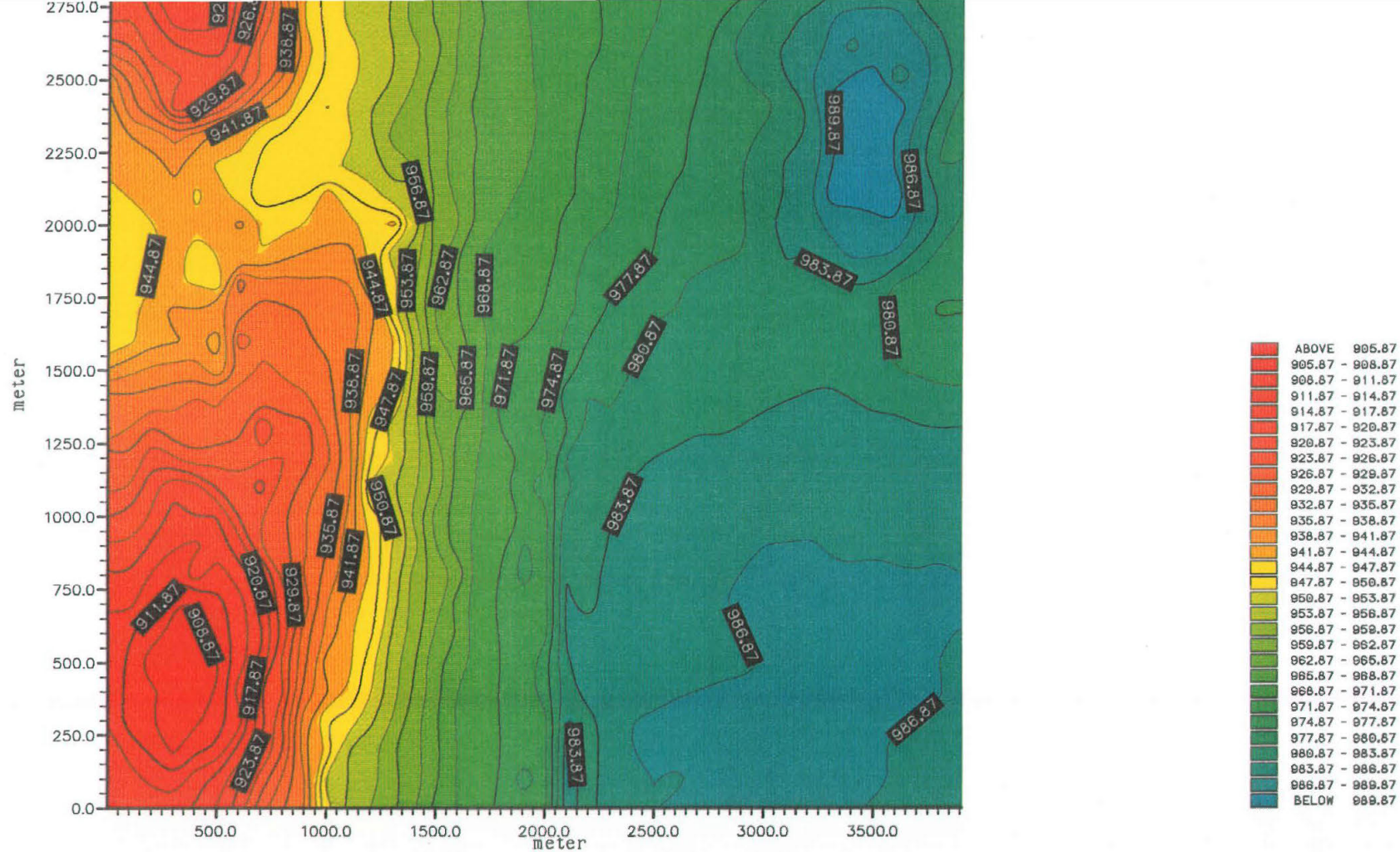
INTERP: DIST. WEIGHTED AVERAGE S.R: MAX= 300.00 MIN= 300.00 DIR= 0.0



**Fig. 2 - 25:** mappa ottenuta sul data set sintetico, operando il troncamento dei punti del blocco opposto al nodo, come se la faglia risulta essere un corpo opaco. Notare, la mal ricostruzione della faglia e la presenza di scomodi artefatti.

RANDOM 487 SAMPLES MODEL CONTOURED BY RADOM (WA)

INTERP: DIST. WEIGHTED AVERAGE S.R: MAX= 300.00 MIN= 300.00 DIR= 0.0



**Fig. 2 - 26:** mappa ottenuta sul data set sintetico, operando la discriminazione dei punti, con la tecnica proposta, ma usando come stimatori della distribuzione, la media e la deviazione standard. Notare, la mal ricostruzione della faglia e la presenza di scomodi artefatti.

RANDOM 487 SAMPLES MODEL CONTOURED BY RADOM (WA)

INTERP: DIST. WEIGHTED AVERAGE S.R: MAX= 300.00 MIN= 200.00 DIR= 90.0

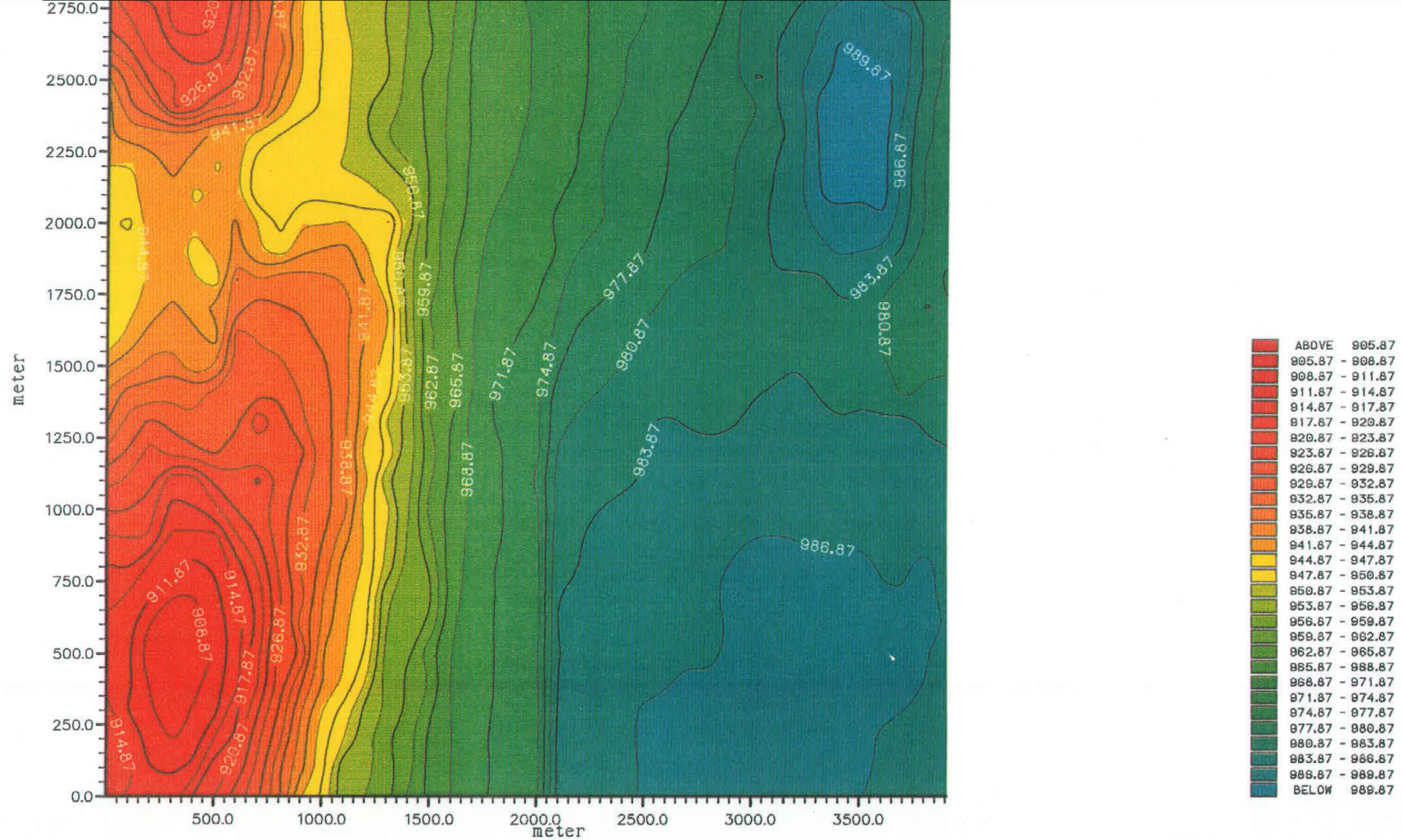


Fig. 2 - 27: mappa ottenuta sul data set sintetico, operando la corretta discriminazione dei punti, con la tecnica proposta. riferendosi al modello sintetico (figura 2-1), notare la buona ricostruzione della faglia centrale e di quella piccola in alto a sinistra.

RANDOM 487 SAMPLES MODEL CONTOURED BY RADOM (WA)

INTERP: DIST. WEIGHTED AVERAGE S.R: MAX= 300.00 MIN= 200.00 DIR= 90.0

L'immagine è buona, ma può succedere, anche su questo *data set* ben distribuito, che le linee di livello ondegghino, come visibile nel punto centrale della faglia, dove non si è ottenuto una misura corretta del valore centrale. La piccola faglia trasversale in alto a sinistra poi non risulta ben ricostruita.

Infine la figura 2-27, espone il *contour* prodotto dal RADOM, con stimatore robusto del valore centrale, della deviazione e selezione accurata dei punti di controllo, come proposto in questa tesi. La ricostruzione delle faglie è evidente anche di quella piccola perpendicolare al *trend*.

### **Metodo proposto (cerchio di ricerca variabile)**

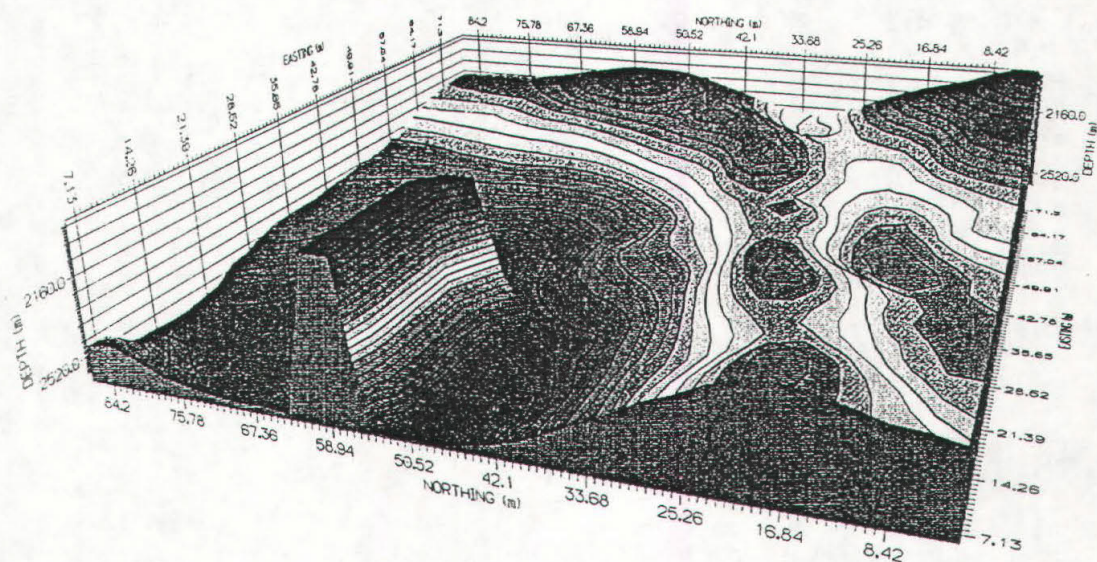
Ritornando al discorso del problema del *deficit* di punti della superficie da mappare e del controllo dell'azimut, può succedere che, usando un certo cerchio di ricerca, di raggio costante su tutti i nodi, questo non selezioni un numero sufficiente di campioni su alcuni nodi. Nel caso dei minimi quadrati ad esempio, vista la stima inattendibile per punti troppo vicini (figura 1-8) o l'artefatto che si genera da una nuvola di punti troppo vicini, posta lontano dal nodo (capitolo 1), è necessario trovare un punto di controllo posto nel quadrante opposto a questa nuvola. Nel primo capitolo, per quanto riguarda un deficit di campioni, sono state descritte altre soluzioni interpolative, selezionando 3 (1.27) o anche meno punti di controllo (1.28).

Quindi nulla vieta un '**allargamento automatico**' del cerchio di ricerca, in modo da trovare un numero sufficiente di misure, o quella mancante per una interpolazione attendibile.

La figura 2-28, mostra come l'algoritmo GINTPF dell'UNIRAS, esibisce un artefatto molto compromettente, per la bontà dell'immagine della superficie, in una zona povera di punti di controllo, usando un raggio non sufficientemente adeguato. La soluzione è ovviamente quella di allargare il raggio, ma questo comporta il lisciamento della superficie in zone con maggior densità di punti, ove è magari presente una faglia. Infatti aumentando il campione, la media pesata tende alla media globale.

La figura 2-30, mostra sullo stesso *data set*, l'uso dell'interpolazione, mediante adattamento con polinomi a tratti di terzo grado, senza una selezione accurata, ottenendo numerosi 'occhi' dovuti al discorso delle nuvole di punti mal disposte, mentre la figura 2-31, con l'uso del raggio di ricerca variabile, che opera la selezione accurata della distribuzione dei dati, ed un allargamento automatico in zone deficitarie di questi, migliora molto la mappa. In ogni modo alcuni artefatti sono rimasti e l'immagine in figura ha comportato l'uso di un filtro armonico, che comunque smussa ulteriormente. Una mappa migliore sarebbe stata ottenuta con le medie pesate sulla distanza inversa.

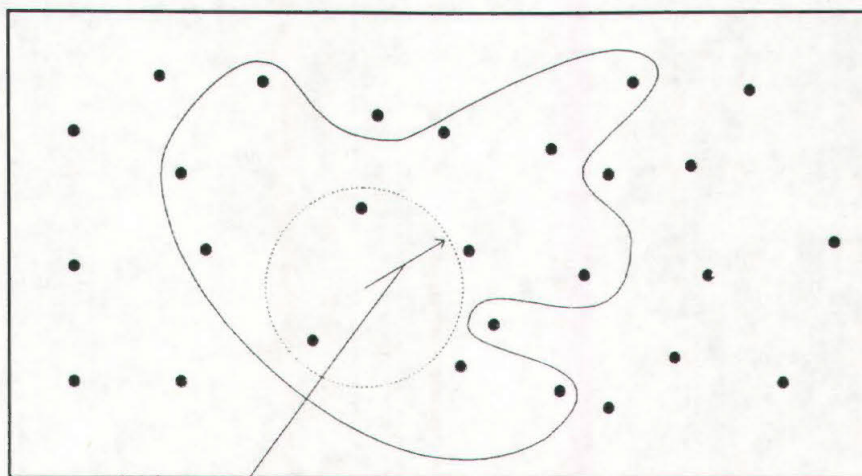
Agendo con la combinazione della selezione accurata, l'ulteriore allargamento del cerchio di ricerca e le ellissi di uguale influenza (LEI), si ottiene un nuovo concetto di intorno di selezione, che si può rappresentare con una figura non convessa, che si plasma sulla struttura dei dati, a seconda delle esigenze (figura 2-29) e che tiene conto di una diversa influenza sulla distanza dal nodo, a seconda dell'orientazione della direzione di massima anisotropia.



UNTITLE FILE CONTOURED BY GINTPF

WITH METHOD OF DISTANCE WEIGHTED AVERAGE S.R. = 12.00

Fig. 2-28: mappa di contour del data set di fig. 1-2b, ottenuta con l'algoritmo GINTPF dell'UNIRAS, con cerchio di ricerca non sufficiente per la zona a bassa densità di punti di controllo, come nella parte sinistra della figura. E' evidente l'artefatto generato.



RAGGIO RICERCA ASSEGNATO

Fig. 2-29: nuovo concetto di intorno di ricerca: il cerchio predefinito si allarga o si restringe e si adatta alla struttura dati dell'intorno, a seconda delle esigenze.

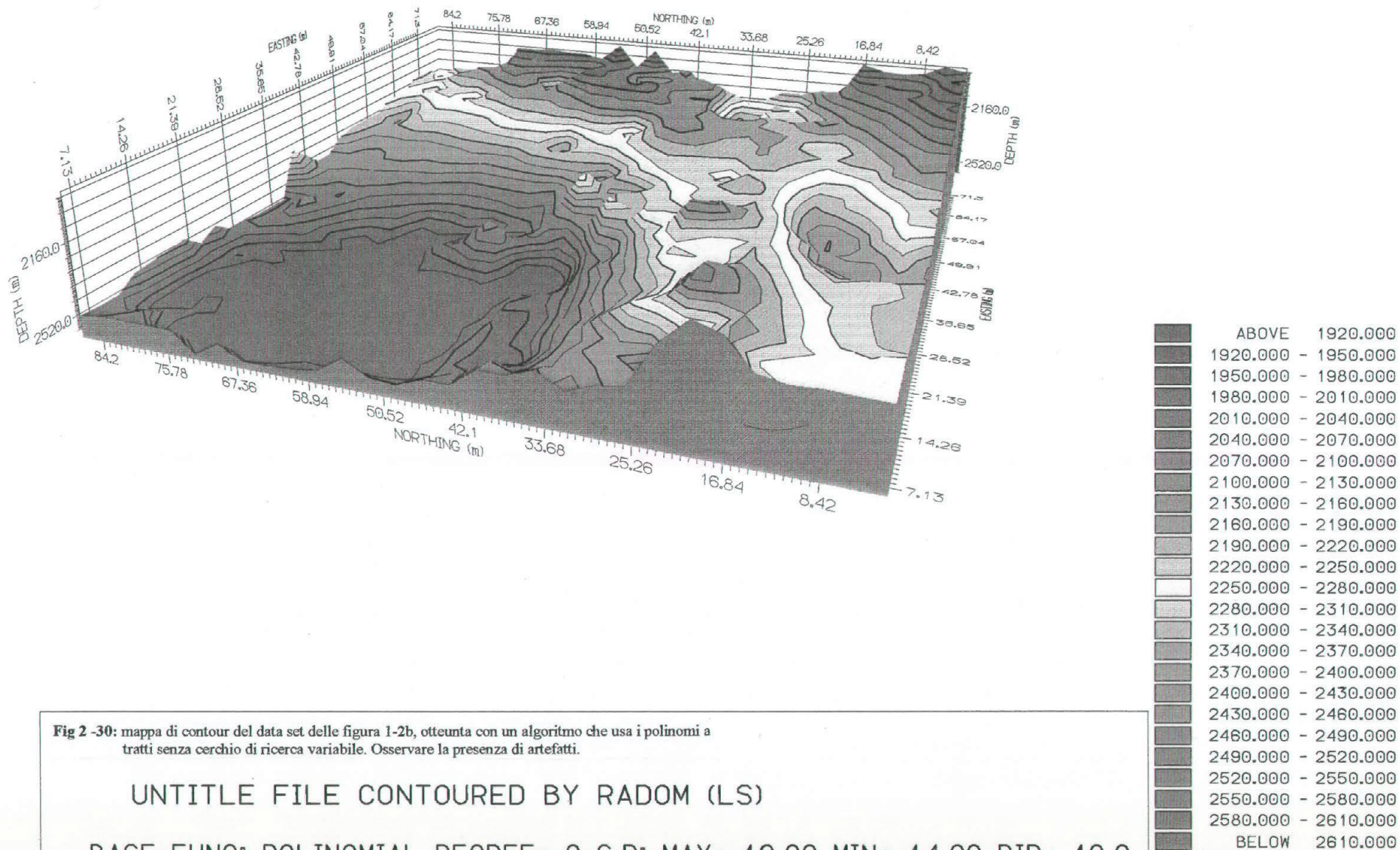


Fig 2 -30: mappa di contour del data set delle figura 1-2b, ottenuta con un algoritmo che usa i polinomi a tratti senza cerchio di ricerca variabile. Osservare la presenza di artefatti.

UNTITLED FILE CONTOURED BY RADOM (LS)

BASE FUNC: POLINOMIAL DEGREE= 2 S.R: MAX= 16.00 MIN= 14.00 DIR= 10.0

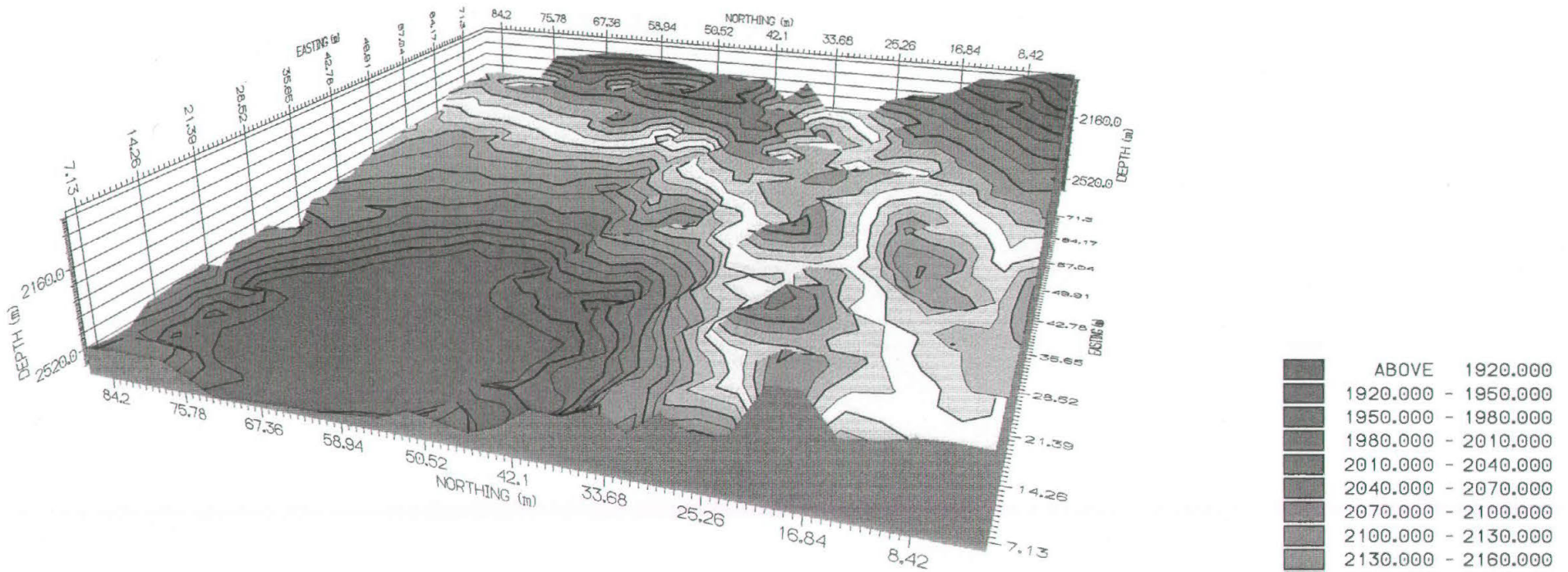


Fig 2 -31: mappa di contour del data set della figura 1-2b, ottenuta con un algoritmo che usa i polinomi a tratti con cerchio di ricerca variabile. Osservare la assenza di artefatti, sebbene il cerchio di ricerca iniziale sia stato definito più piccolo, ripstto al caso in figura 2-30.

UNTITLE FILE CONTOURED BY RADOM (LS)

BASE FUNC: POLINOMIAL DEGREE= 2 S.R: MAX= 14.00 MIN= 12.00 DIR= 10.0



Le figure (2-32a) e (2-32b), mostrano gli istogrammi delle frequenze spaziali, dei dati da superfici strutturali: la 2-32a riporta i valori di profondità di un data set sismico, la 2-32b, le quote topografiche, raccolti nei due casi, con una selezione di *gridding* molto allargata, attorno ad un nodo. La 2-32a è ricavata da un *data set* reale (Mar Nero, Finetti et al., 1984) e l'altra da una pubblicazione di Wood (1994), su un lavoro di *contour* topografico accurato per l'uso del GIS. I due istogrammi sono simili e mostrano una predominante distribuzione **bimodale**.

Le figure (2-33a) e (2-33b), sono gli istogrammi per casi estremi come il *data set* sintetico, (figura 2-3), raccolti attorno ad un nodo, vicino alla faglia (2-33a) e su un pendio normale (2-33b). I punti sono ovviamente in numero inferiore e gli istogrammi sono piuttosto ridotti e con lacune nelle frequenze, ma riflettono le caratteristiche generali della distribuzione delle figure (2-32).

Ci sono comunque da fare delle precisazioni:

- 1) nel caso sismico, il *range* delle profondità va in genere da 0 alla profondità della Moho ed oltre;
- 2) nel caso topografico, il *range* in metri va +8848 a -11000 circa;
- 3) la probabilità di trovare i punti in blocco di faglia o nell'altro sarà quasi sempre diversa da 0.50.

Ne consegue, viste anche le osservazioni delle distribuzioni in casi reali, che queste sono asimmetriche. Comunque da numerose prove e calcolo dello *skew*, la asimmetria è risultata con valori molto bassi e molto variabili da caso e caso.

Non si è arrivati allo studio di una distribuzione appropriata, né tanto meno si è avuto l'interesse a fare tanto sforzo, per i seguente motivi considerati:

- il **teorema centrale del limite**;
- gli istogrammi nelle figure (2-32);
- il fatto che il *range* massimo [punti 1) e 2)] può essere considerato di estremi illimitati, rispetto quello ristretto dentro il quale variano i valori di un *data set* reale.

Per cui si può, con buona approssimazione usare per il confronto ed eliminazione del picco secondario, una distribuzione come quella di *Student*. Questa per un numero  $n$  limitato di punti di controllo (gradi di libertà  $n-1$ ), ha delle code leggermente più 'alte' di quella normale, potendo operare la selezione di almeno uno dei pochi punti presenti, mentre per  $n$  molto grande, come il *data set* usato nelle (2-32) approssima la distribuzione normale.

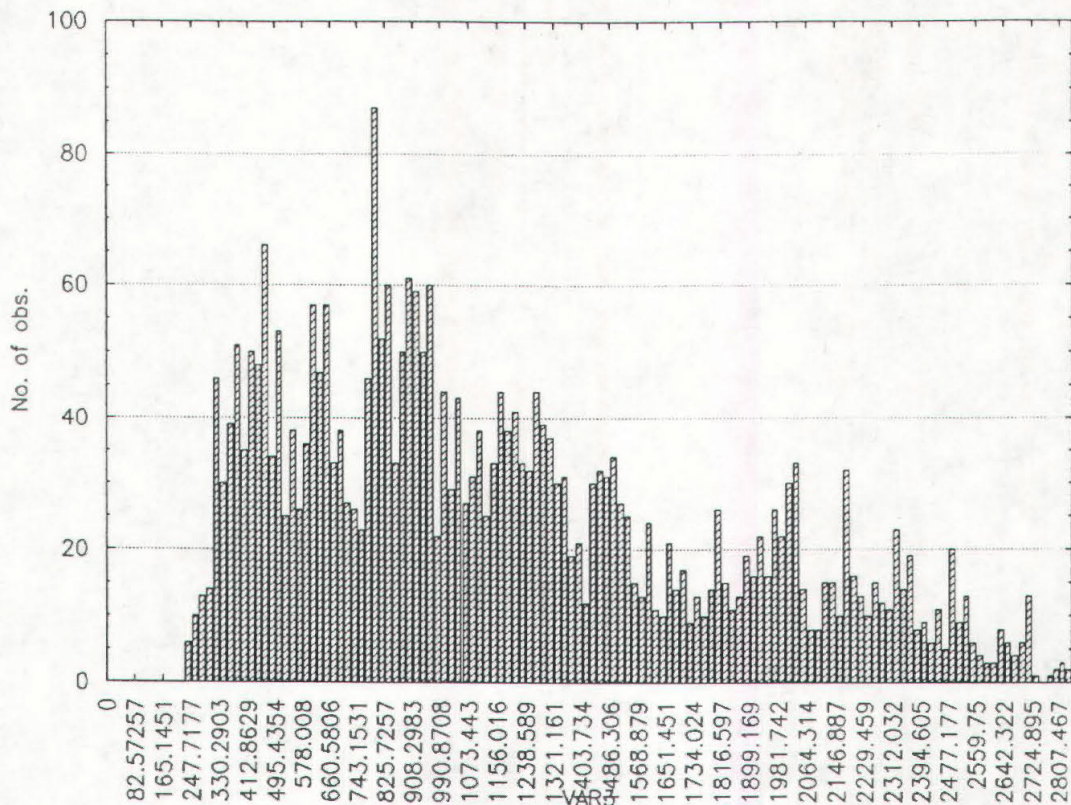


Fig 2 -32a: istogrammi dei valori di profondità, nell'intorno di un nodo griglia di un data set reale. Notare la distribuzione bimodale.

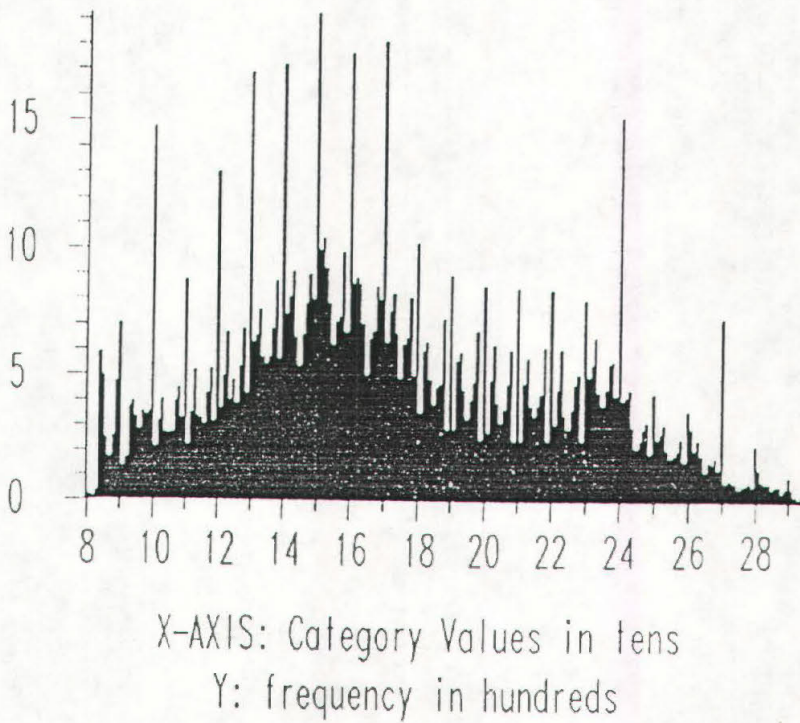


Fig 2 -32b: istogrammi dei valori di profondità, nell'intorno di un nodo griglia, ricavato da un data set topografico dall'articolo di Wood (1994). Notare la distribuzione bimodale.

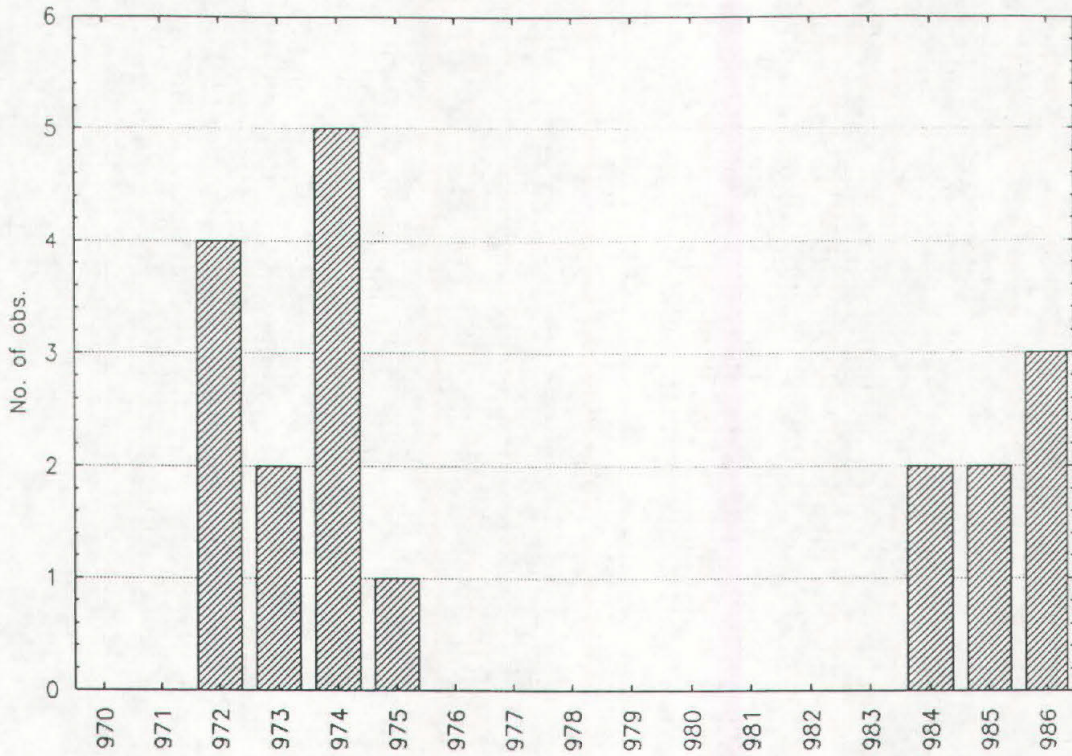


Fig 2 -33a: istogrammi dei vaolri di profondità, nell'intorno di un nodo griglia del data set sintetico, nei pressi di una faglia.

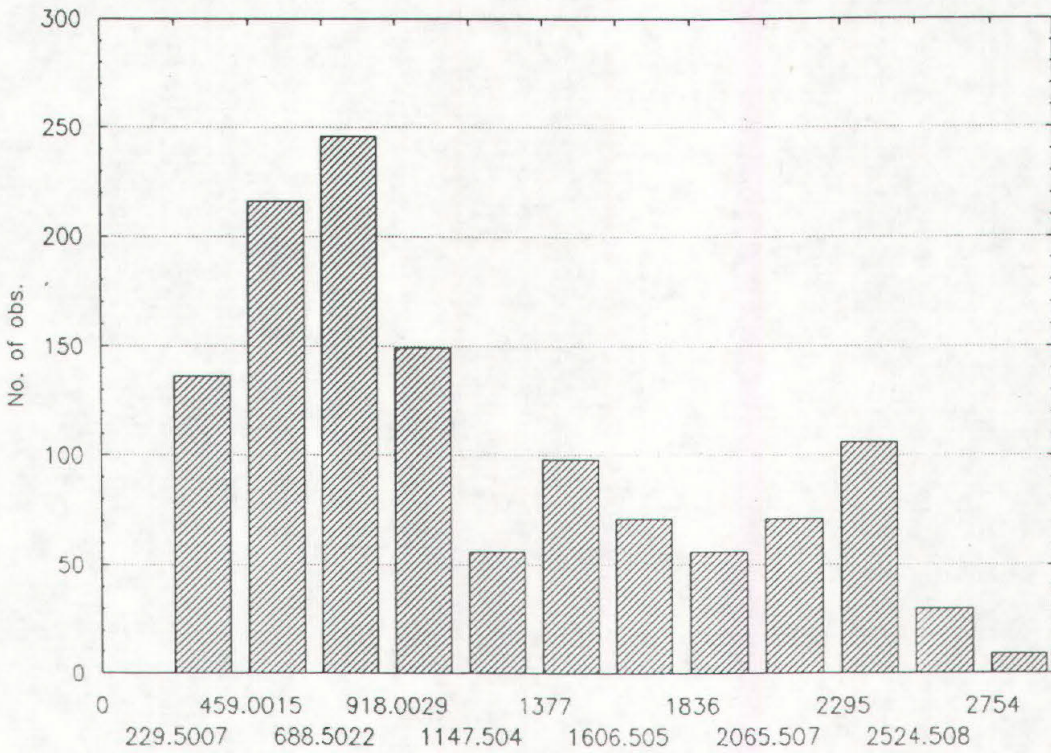


Fig 2 -33b: istogrammi dei vaolri di profondità, nell'intorno di un nodo griglia del data set sintetico su un pendio normale.

Concludendo, secondo molte pubblicazioni, il modo migliore per controllare la validità di un algoritmo di *contour*, è quello di confrontare i risultati con una mappa fatta manualmente. Le figure 2-34a e 2-34b, mostrano i risultati di un *contour* fatto a mano, su un semplice insieme di dati, di una zona del mar di Ross in Antartide (da un lavoro interno al gruppo E.G.G. dell'Istituto di Geodesia e Geofisica dell'Università di Trieste) e quelli ottenuti con un approccio tipo LADOM. I punti di controllo sono riportati assieme alle linee sismiche direttamente sulle mappe. Le figure si commentano da sole, le variazioni più significative si trovano lungo i bordi dell'area.

La superficie è formata da pochi punti di controllo e non presenta faglie, ma quello che interessa è che non ci siano notevoli discrepanze tra le due mappe.

Come prova finale si è voluto verificare l'uso della semplice mediana come interpolatore, visto che essa è assoggettata alla regola degli stimatori robusti e che il valore cercato starà sicuramente nei pressi della moda del picco principale della distribuzione. La figura (2-35) mostra il *contour* del *data set* sintetico (figura 2-2), il quale è di qualità inferiore, rispetto a quello ottenuto col RADOM in figura 2-27, specie lungo i pendii non interessati da faglie e presenta un ondeggiamento sistematico delle linee di livello. Questo perché la mediana è robusta in presenza di *outliers*, ma è meno flessibile dello stimatore proposto, in quanto si adatta a seconda delle esigenze del caso, risultando così più o meno robusto, inoltre non meno importante è il fatto che lo stimatore proposto, usando gli intorno di ricerca, non isola i nodi tra loro, come fa la mediana producendo così gli ondeggiamenti citati.

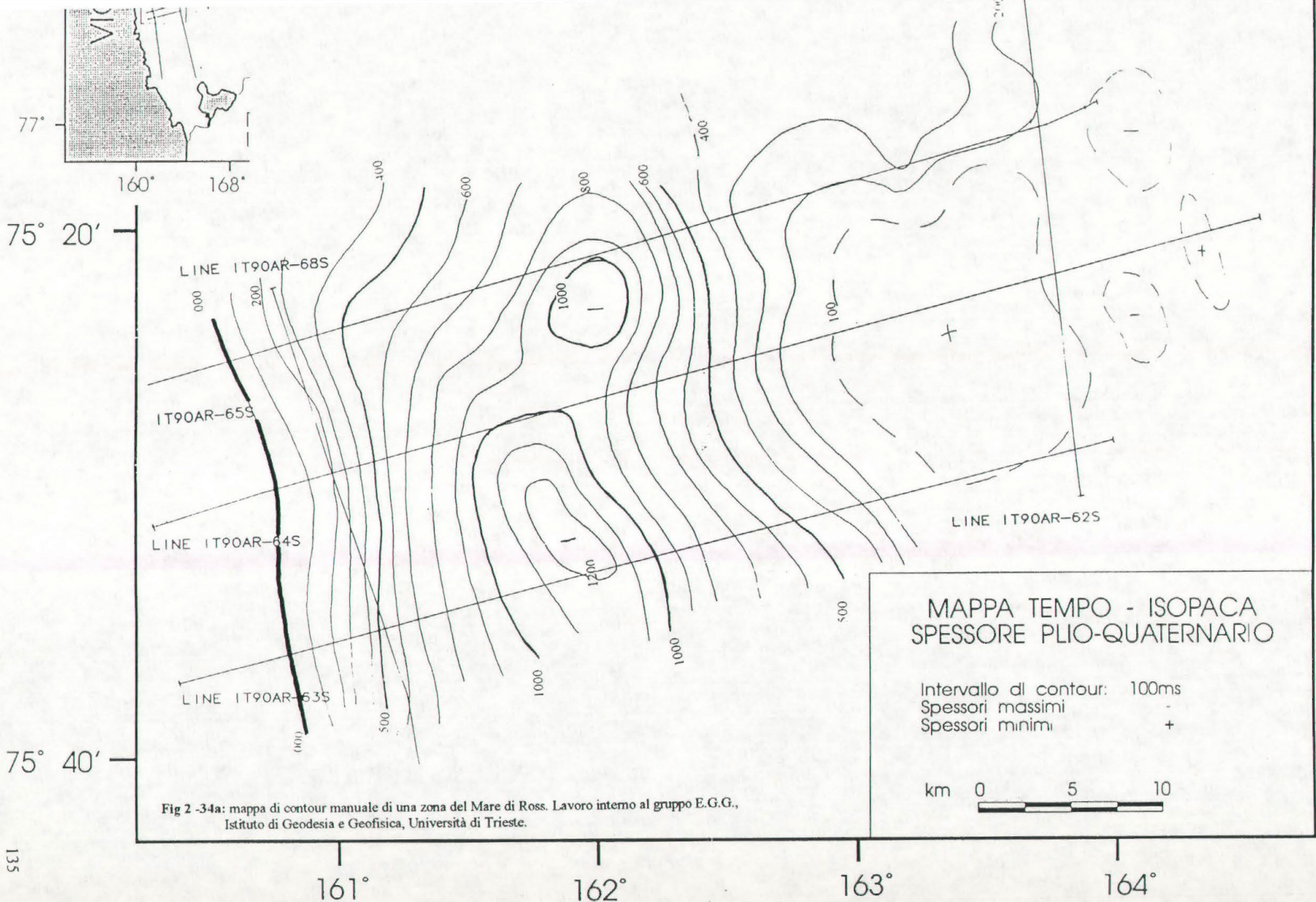


Fig 2 -34a: mappa di contour manuale di una zona del Mare di Ross. Lavoro interno al gruppo E.G.G., Istituto di Geodesia e Geofisica, Università di Trieste.

MAPPA TEMPO - ISOPACA  
SPESSORE PLIO-QUATERNARIO

Intervallo di contour: 100ms  
Spessori massimi -  
Spessori minimi +



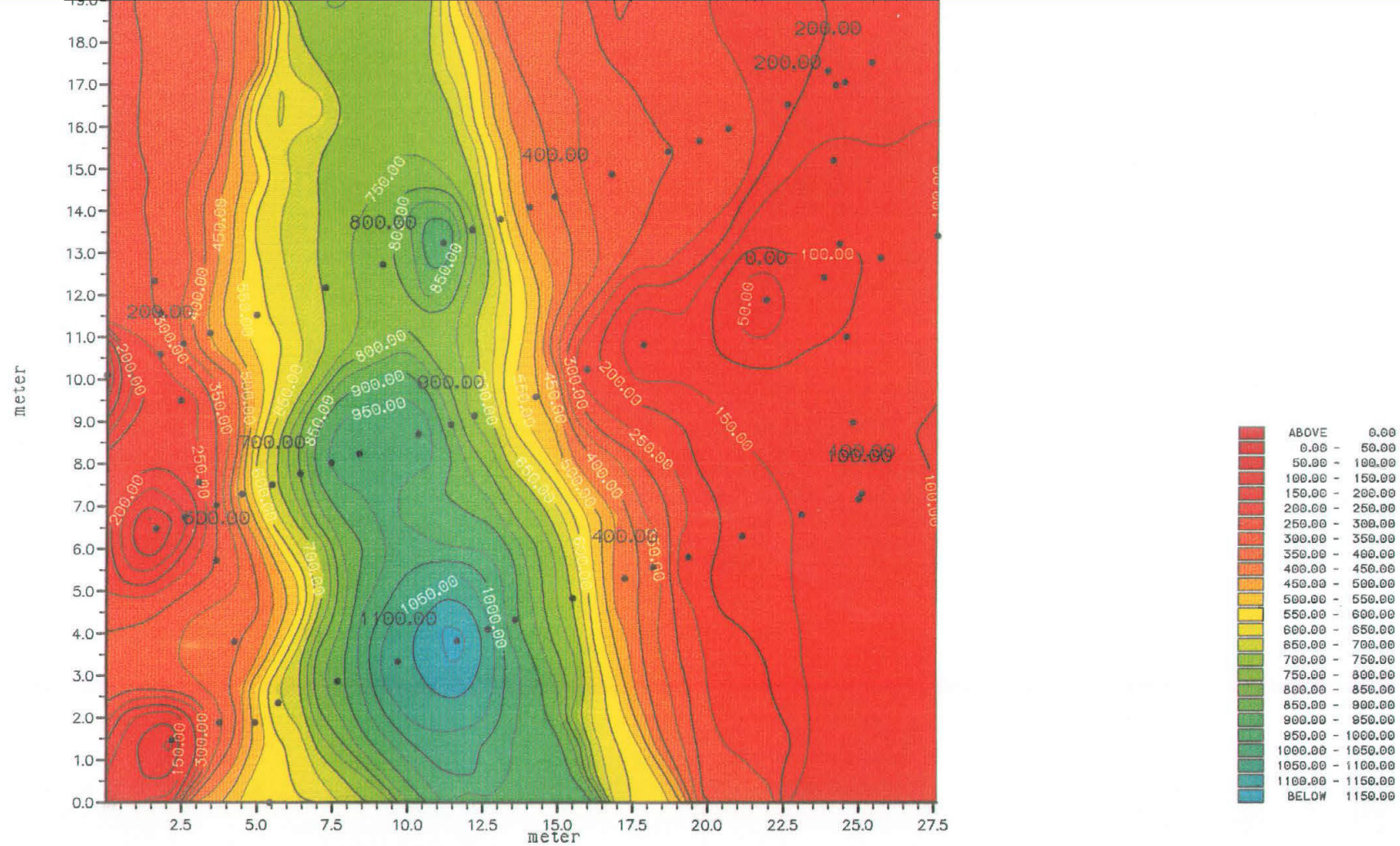


Fig 2 -34b: mappa di contour operata con LADOM di una zona del Mare di Ross. Lavoro interno al gruppo E.G.G., Istituto di Geodesia e Geofisica, Università di Trieste.

UNTITLE FILE CONTOURED BY LADOM (WA)

INTERP: ARMONIC FUNCTION

S.R: MAX= 9.00 MIN= 7.00 DIR= 100.0

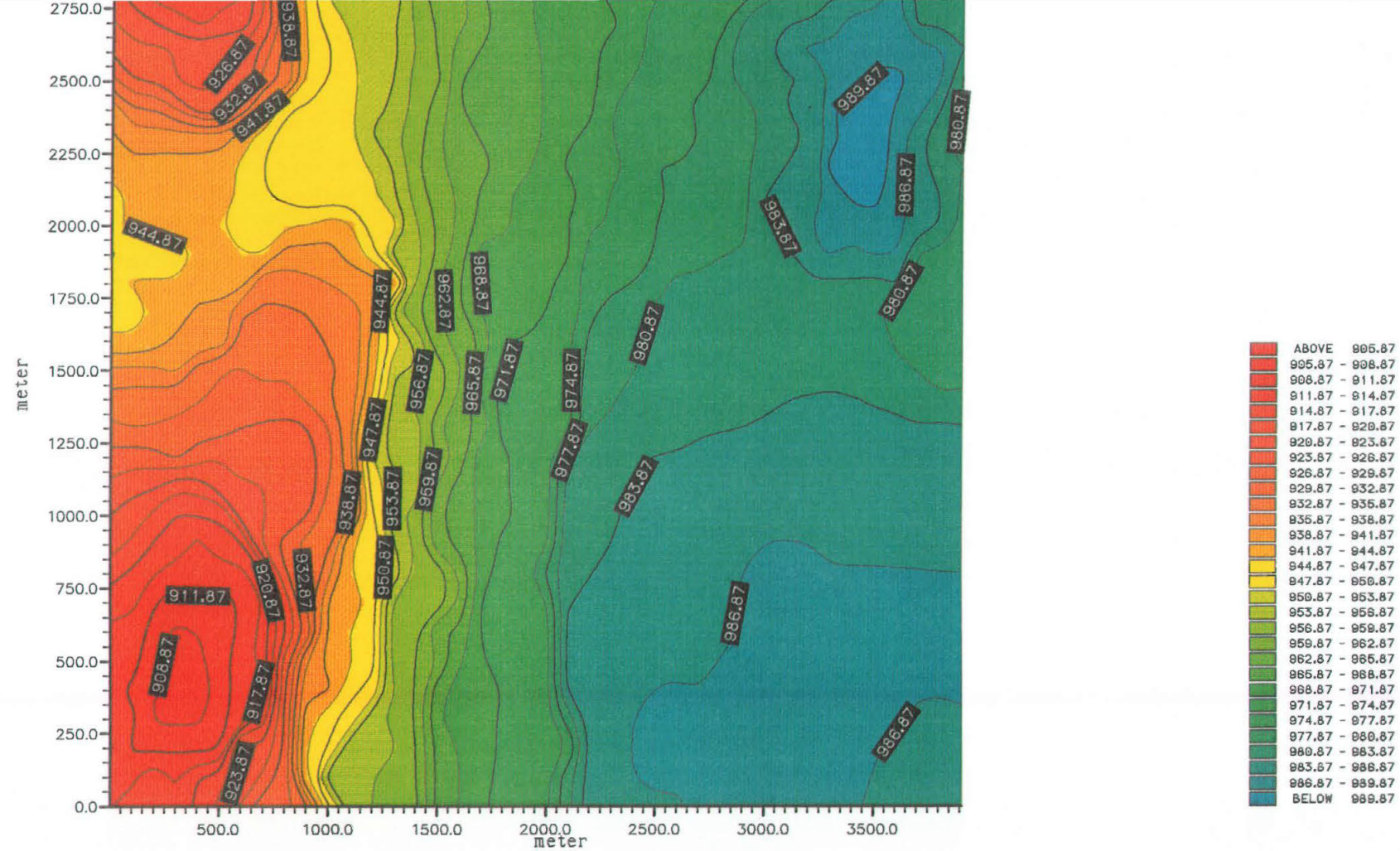


Fig 2 -35: mappa di contour del data set sintetico, ottenuta da un algoritmo che usa semplicemente la mediana. Notare la ricostruzione incorretta lungo i pendii normali, nella parte sinistra della mappa.

RANDOM 487 SAMPLES MODEL CONTOURED BY MEDIAN

## 2.3. Metodi per l'estrazione e correlazione dei punti di faglia

Una volta costruita la mappa preliminare di *contour*, che evidenzia le possibili posizioni e tracce delle faglie, bisogna trovare un modo automatico, per selezionare i punti di faglia disposti all'interno di questi possibili tracciati.

Questi punti sono presenti sulle linee sismiche 2D digitalizzate, e rappresentati sul *file* dati da un controllo (*flag*). Questi devono essere correlati tra loro, lungo le tracce fornite dalla mappa preliminare di *contour*, per la verifica finale che appartengano o no, alla stessa faglia.

Vengono quindi proposti due metodi originali: il primo usa semplicemente il gradiente della superficie, per l'estrazione dei punti di faglia, l'altro è ricavato dalle ricerche del gruppo inglese per l'analisi delle faglie (*Fault Analysis Group*).

### 2.3.1 Metodo di estrazione mediante il gradiente

Avendo prodotto una mappa di *contour* non *smooth*, nei riguardi dei gradini e delle massime pendenze, è logico aspettarsi che i punti delle faglie, presenti nel *data set*, si dispongano lungo gli allineamenti di questi. Entra nuovamente in gioco il gradiente della superficie, il quale ovviamente sarà massimo in queste zone di pendenza massima.

La figura 2-36, mostra la mappa del gradiente della superficie ricavata col RADOM dal *data set* sintetico (figura 2-27). Essa ancora non indica bene, quali sono le fasce ottimali lungo le quali si dispongono le faglie.

Si può migliorare l'immagine corredandola dei vettori gradiente, di modulo più rilevante, sui nodi della griglia e con la scelta di un opportuno **valore di soglia**, ottenendo delle fasce ristrette, lungo le quali si suppone siano disposte le faglie, con le quali visualizzare ed estrarre i punti di faglia del *data set*, che possono essere utilizzati per il procedimento (figura 2-37).

Con questa immagine, e con il *contour relativo*, si comincia ad avere una visione delle possibili tracce delle faglie, che però può essere ancora insufficiente, in quanto, per avere più punti di faglia possibili, presenti sul *data set*, bisogna estendere queste operazioni su tutti gli orizzonti interpretati.

Numericamente il calcolo del gradiente, può essere effettuato con due metodi:

- metodo delle differenze finite;
- metodo delle curve adattate o di derivazione numerica.



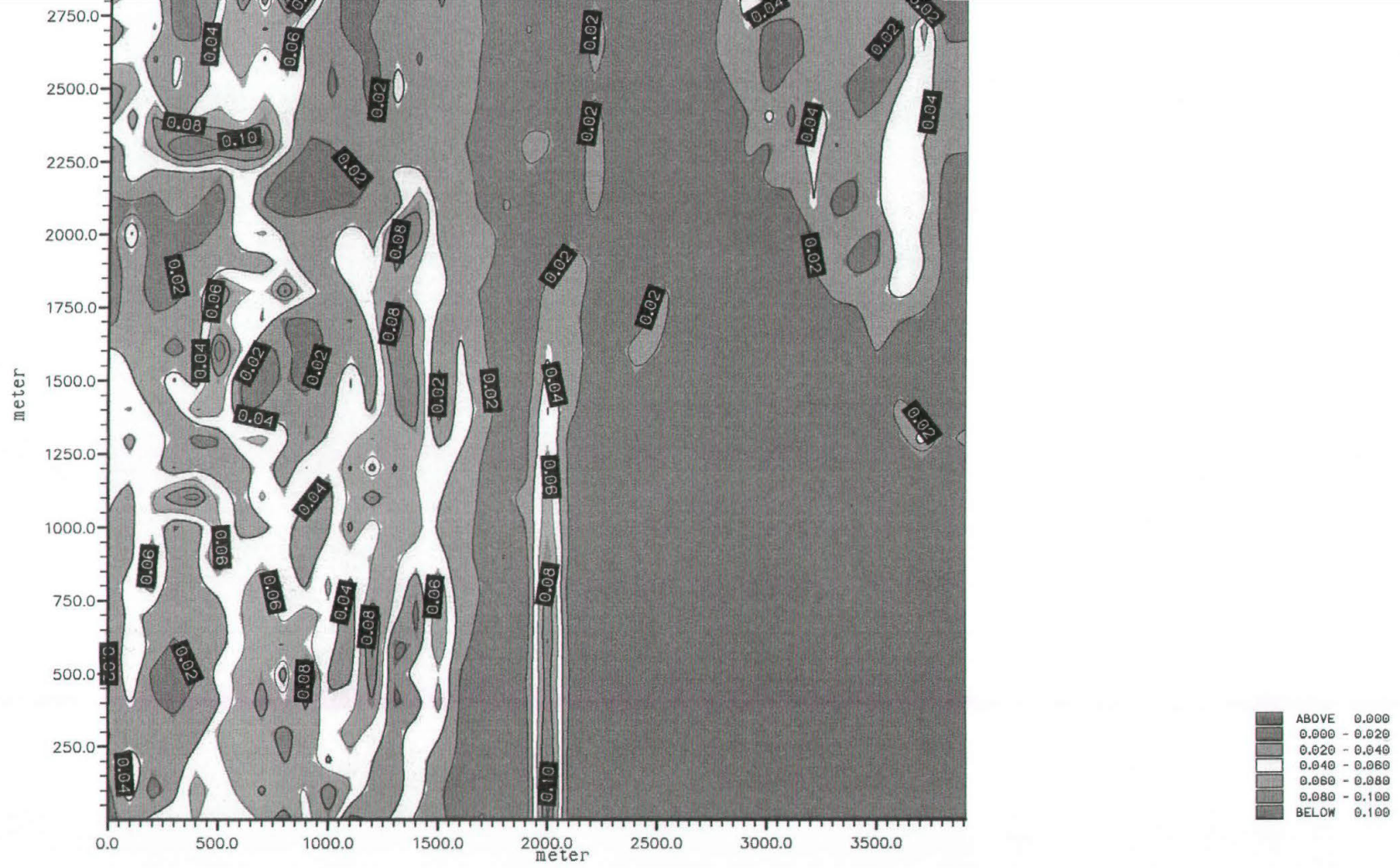


Fig 2 -36: mappa del gradiente del contour in figura 2-27.

GRADIENT MAP OF RANDOM 487 SAMPLES MODEL (RADOM (WA))

THRESHOLD = 9999.00

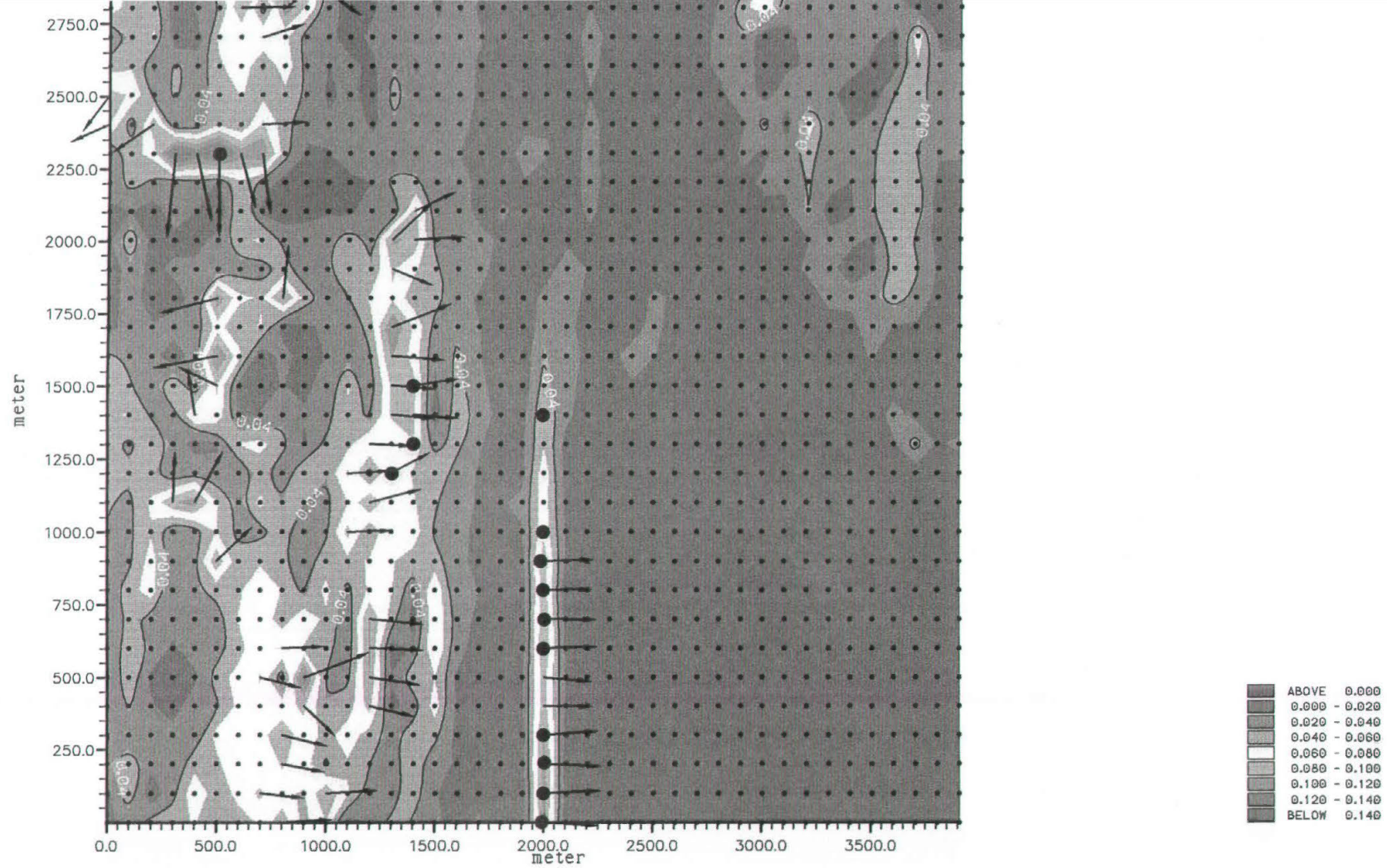


Fig 2 -37: mappa del gradiente del contour in figura 2-27, corredata con i vettori gradiente di modulo superiore al valore di soglia ed ai punti di faglia estratti (punti neri).

GRADIENT FLOW MAP OF UNTITLE FILE (RADOM (WA))

THRESHOLD = 0.04

### Metodo delle differenze finite

È il più classico dei metodi e si basa sul fatto che la derivata in un punto può essere calcolata solo con una approssimazione, dovuta al fatto che l'insieme dei numeri di macchina è discreto. Inoltre anche la superficie di *contour* è discretizzata, sui valori di griglia regolare, che ben si conosce.

Quindi il semplice uso del rapporto incrementale della componente della derivata, lungo una delle due variabili indipendenti (coordinate), tra nodo e nodo, può servire ad approssimare la derivata (**incrementi finiti**). Dato il valore della superficie  $z(x,y)$ , al nodo di coordinate  $x$   $y$ , le componenti del gradiente su ogni nodo, vengono calcolate con

$$\begin{aligned}g_x &= \frac{[z(x + h_x, y) - z(x, y)]}{h_x} \\g_y &= \frac{[z(x, y + h_y) - z(x, y)]}{h_y}\end{aligned}\tag{2.23}$$

dove  $h_x$  e  $h_y$ , sono gli intervalli tra nodi, rispettivamente lungo l'asse  $x$  e  $y$ .

Il modulo del gradiente è ovviamente dato dalla norma  $L_2$

$$\vec{\nabla}z(x,y) = \sqrt{(g_x^2 + g_y^2)}\tag{2.24}$$

mentre l'angolo  $\theta$  della direzione del gradiente con l'asse  $x$  dalla

$$\theta = \arctg\left(\frac{g_y}{g_x}\right).\tag{2.25}$$

Si identifica così il vettore gradiente su ogni nodo della griglia regolare.

### Metodo delle curve adattate o di derivazione numerica

Il metodo precedente è molto approssimato, per il fatto stesso che è calcolato ad intervalli discreti. In molti casi può però andar bene anche perché è molto veloce.

Un metodo più accurato è quello di calcolare **l'effettiva derivata direzionale**, lungo ognuna delle direzioni delle componenti, tramite la derivazione della equazione di una curva adattata, con **polinomi di terzo grado**, sul nodo su cui si opera il calcolo ed i quattro nodi, i due che precedono ed i due che seguono, posti sulla stessa fila.

Si ottengono così le due componenti  $g_x$  e  $g_y$  si orienta poi il vettore gradiente su ogni nodo della griglia regolare.

Questo è sicuramente un modo più accurato, anche perché come riportato nel primo capitolo, la rappresentazione finale della superficie di *contour*, viene fatta con le superfici a porzioni in forma parametrica (formule 1.47). Usando le funzioni **splines di terzo grado**, ogni curva adattata, rappresenta l'intersezione della superficie con un piano verticale, lungo ogni direzione considerata. Prove condotte su superfici di funzioni note, hanno dimostrato un recupero del 10% di errore relativo in più, rispetto al metodo precedente.

Le **splines** inoltre si prestano abbastanza bene per la soluzione di problemi della derivazione numerica, la quale comunque comporta sempre grossi problemi di soluzione. La derivazione è in genere uno dei punti cruciali del calcolo numerico.

### 2.3.2. Metodo di correlazione dei punti di faglia

La distribuzione dei rigetti sul piano di una faglia normale segue un andamento sistematico che viene influenzato dalla morfologia della faglia e dalle irregolarità presenti alla sua superficie. La sistematicità della distribuzione dei rigetti può essere verificata anche sull'insieme di un sistema di faglie normali attraverso il calcolo del rigetto cumulativo.

Queste proprietà dei sistemi di faglie normali sono state rilevate attraverso l'analisi delle misure effettuate direttamente su faglie in affioramento od in miniera e indirettamente su *data set* sismici 3D ad alta risoluzione (si vedano ad es. i lavori del Fault Analysis Group: Watterson, 1986; Barnett et al., 1987, Gibson et al., 1989; Walsh and Watterson, 1989; Walsh and Watterson, 1991).

Tre parametri rivestono fondamentale importanza nell'analisi delle faglie (Barnett et al., 1987):

- 1• Il **rigetto** (verticale, orizzontale, totale).
- 2• Il **gradiente** del rigetto.
- 3• Le **relazioni** tra rigetto e dimensioni della faglia.

L'analisi quantitativa di tali parametri fornisce elementi per la modellazione delle faglie e degli orizzonti fagliati.

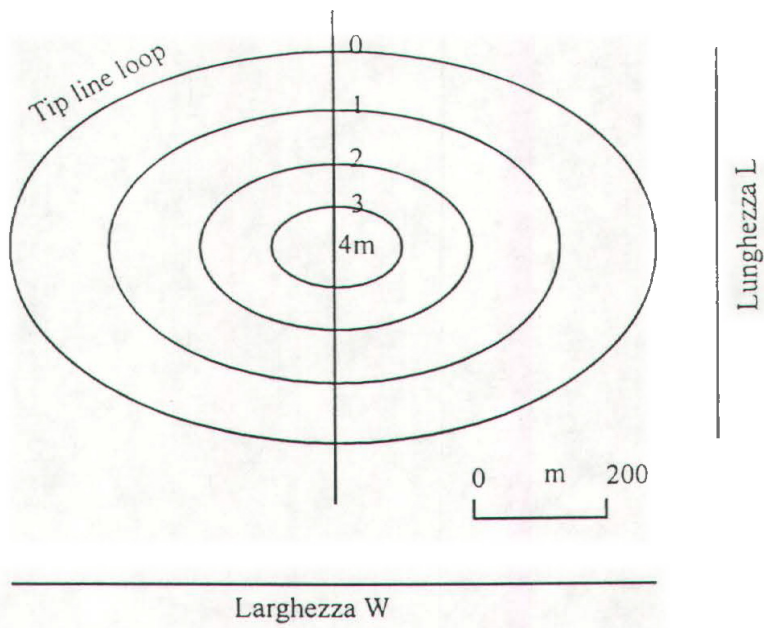


Fig 2 -38a: schema del diagramma della dislocazione dei punti proiettati su un piano e le relative dimensioni principali.

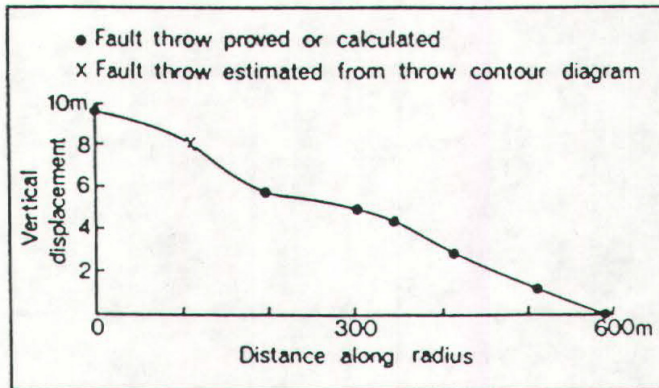


Fig 2 -38b: profilo della dislocazione lungo il raggio, dal centro delle ellissi, alla periferia.

### **Analisi dei rigetti: metodo della *strike-projection***

Proiettando i punti di misura del rigetto, su un piano di giacitura arbitraria ed associando ad ogni punto il modulo del vettore spostamento, si ottiene sistematicamente un *contour* abbastanza regolare (Watterson, 1986; Barnett et al., 1987). Tale regolarità è confermata dall'analisi di numerosi *data set*.

Le caratteristiche principali di tali **diagrammi** sono:

- ellitticità delle linee di livello, con asse maggiore parallelo alla direzione della faglia ed asse minore parallelo allo *slip*;
- variazione dei valori della dislocazione con massimo al centro del diagramma e valori nulli ai margini, dove la linea di dislocazione nulla viene chiamata *tip-line loop*.

In figura 2-38a (Barnett et al., 1987), è mostrato un diagramma semplificato e sintetico, con le dimensioni principali della faglia.

Il piano di proiezione, può essere posto verticale (XZ o YZ), per le faglie verticali o a pendenza elevata, orizzontale (XY) per le faglie listriche, o il piano di faglia stesso per faglie a pendenza generica.

I risultati reali sono eloquenti, riportati nelle figure 2-38c, per una faglia misurata in una miniera inglese, la 2-38d per una faglia intercettata da diverse linee sismiche registrate nel Mare del Nord. Gli autori ricordano che per un buon diagramma sono necessari come minimo 20 punti di misura ed almeno tre orizzonti interpretati dalle linee sismiche.

### **Analisi del gradiente del rigetto e delle sue relazioni con le dimensioni principali della faglia**

Il gradiente medio è dato dal rapporto tra il massimo valore di dislocazione e il raggio della faglia (D/R), Questo gradiente varia lungo l'asse maggiore dell'ellisse *tip line loop*; in figura 2-38c, è riportato il profilo della dislocazione verticale, calcolato lungo il raggio della faglia. Il gradiente è massimo a circa metà valore del raggio.

Watterson nell'articolo del 1986, espone i risultati delle misure di dislocazione in funzione della larghezza della faglia  $W$ , che sono le due grandezze che definiscono la deformazione media.

Il diagramma in figura 2-38e, dimostra, in scala bilogarithmica, questa dipendenza, su una serie di misure (65) di varie faglie normali, in cui  $F$ ,  $F'$  e  $F''$  sono le curve di crescita (*growth curves*), e le altre rette, rappresentano i valori delle

deformazioni  $e_s$ , per mantenere la compatibilità di dislocazione nelle rocce adiacenti il piano di faglia.

La prima considerazione da fare è relativa a queste deformazioni, che sono quindi direttamente proporzionali alla larghezza e quindi alla dislocazione.

L'altra deriva dal fatto, visibile dalla scala logaritmica usata nel grafico in figura 2-38e, che la relazione tra queste due importanti grandezze, non è lineare, ma è espressa dall'equazione (Watterson, 1986)

$$D = c \cdot W^2. \quad (2.2)$$

Il gradiente della dislocazione è proporzionale a quattro volte il raggio R (Barnett et al., 1987). Infatti dalla (2.26), sapendo che  $W=2R$

$$D \propto (2R)^2 \Rightarrow D/R \propto 4R. \quad (2.27)$$

Questa proporzionalità poi è meglio illustrata dalla relazione **col modulo di rigidità G**, da studi sismologici, in cui lo *stress drop*  $\Delta\sigma$  è dato da (Kanamori and Anderson, 1975)

$$\Delta\sigma = c \times G \times u / R \quad (2.28)$$

dove  $c$  = un fattore di forma e  $u$  = *slip* medio sulla superficie di faglia; per cui

$$G \propto 1/u \quad (2.29)$$

ma a causa della (2.26) e dal momento che  $u \propto W$  (Watterson, 1986)

$$D \propto 1/G^2 \quad (2.30)$$

da cui segue per R

$$D/R \propto 1/G^2. \quad (2.31)$$

Il fatto che il gradiente è in relazione con il modulo di rigidità è un importante risultato sia strutturale che applicativo.

Le deformazioni  $e_s$ , richieste per accomodare la dislocazione, sono meno di  $e_s = 0.1$  della deformazione totale, nel caso delle maggiori strutture (fig. 2-38e; Watterson, 1986). Queste sono troppo grandi per essere deformazioni elastiche e perciò rappresentano una deformazione duttile permanente.

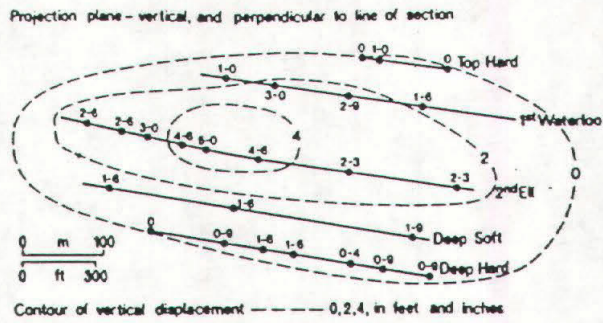


Fig 2 -38c: diagramma della dislocazione reale tratto da misure in una miniera di carbone dell'Inghilterra.

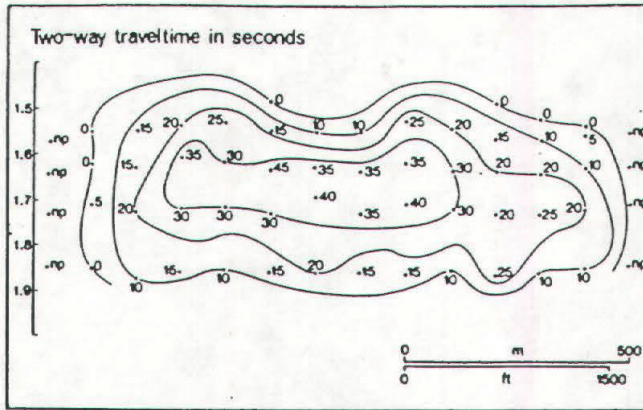


Fig 2 -38d: diagramma della dislocazione reale tratto da linee sismiche del Mare del Nord.

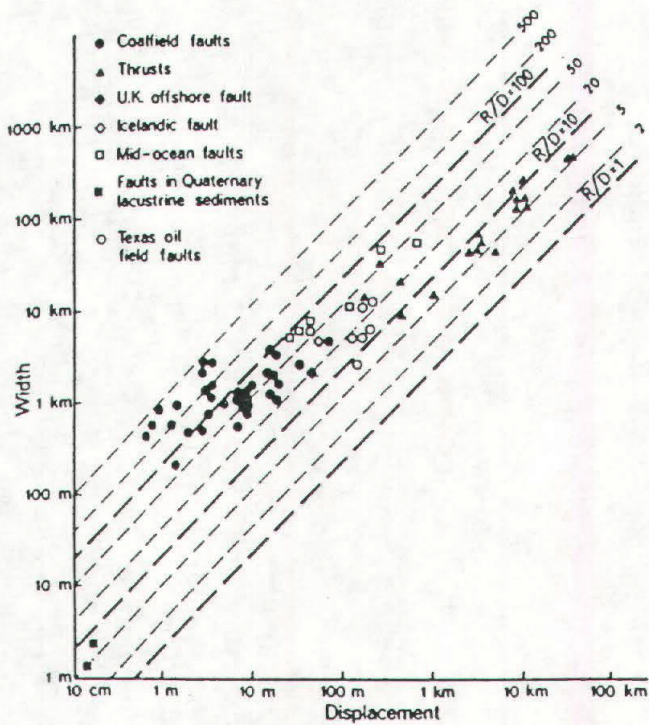


Fig 2 -38e: grafico relazione dislocazione, larghezza della faglia.



### Modellazione degli orizzonti in prossimità di faglie

La regione limitrofa al piano di faglia è coinvolta nella deformazione che accomoda la dislocazione. L'entità del decremento della dislocazione lungo la direzione perpendicolare al piano di una faglia normale è stata accuratamente quantificata (Barnett et al., 1987; Gibson et al., 1989 e Walsh and Watterson, 1989).

Il volume interessato dalla deformazione è limitato da una superficie ellissoidale (figura 2-39a), ma quello che più conta è l'assetto che assumono gli strati in risposta agli sforzi presenti. In figura 2-39b si vede che gli orizzonti nei pressi dei *footwalls*, subiscono un sollevamento e conseguente inarcamento, mentre vicino gli *hanging walls*, subiscono un piegamento verso il basso. Per i risultati ottenuti sul gradiente della dislocazione, l'entità della deformazione è più intensa al centro del piano e diminuisce gradatamente fino all'annullamento ai margini della faglia.

La deformazione continua è accompagnata da deformazioni discontinue, come faglie antitetiche o secondarie (*splays*) che mantengono la continuità della deformazione nel volume.

Una semplice formulazione per il profilo (*reverse drag*) della dislocazione, lungo la direzione normale al piano di faglia è data dalla

$$(1-y)^2 + (1-x)^2 = 1 \quad (2.32)$$

x = distanza normalizzata dalla faglia;

y = dislocazione normalizzata parallela alla faglia.

Questo è del tutto simile a quello lungo l'asse principale della *tip line loop* (figura 2-38b).

Mediante confronto tra misure geodetiche di grandi faglie attive, è stata definita una forma migliore per la descrizione del profilo (Gibson et al., 1989)

$$y = e^{-5.5x} - 0.004x. \quad (2.33)$$

Questi risultati, possono essere utilizzati per il modellamento strutturale delle faglie e soprattutto per la ricostruzione di queste in mancanza di dati. Una prima, ma già definita, descrizione del metodo è riportata sull'articolo di Barnett et al., (1987).

Dalle formule esposte riguardo il gradiente della dislocazione, si può ricavare: il modulo di rigidità ed i parametri cinematici della faglia, quindi solo da semplici misure delle dimensioni principali.

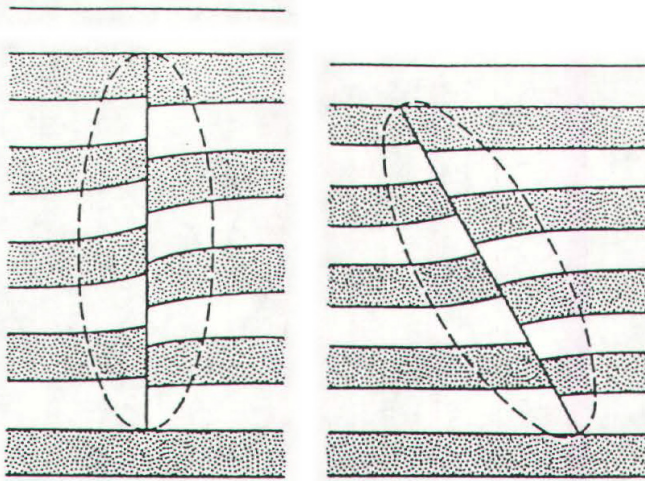


Fig 2 -39a: schema del volume di una formazione rocciosa, nei pressi di una faglia.

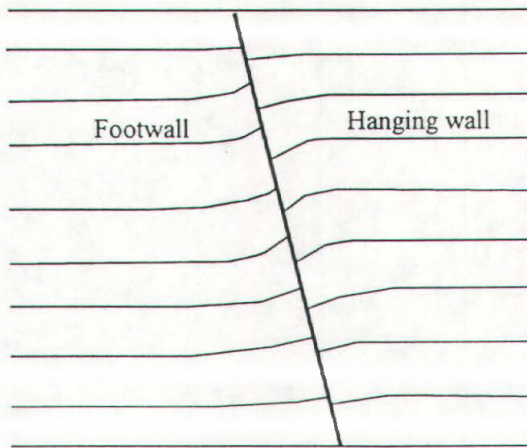


Fig 2 -39b: deformazioni degli strati nei pressi della faglia.

Esempi di *modeling* (Gibson et. al, 1989), mostrano una serie di mappe di *contour* su modelli di faglie normali sintetiche, che tengono conto delle reali deformazioni degli orizzonti (tra cui va ricordato anche il successivo piegamento a sinclinale vicino le *hanging walls*, dovuto alla sedimentazione, successiva, nel caso di faglie sinsedimentarie) relativamente all'assetto della superficie libera e del piano di faglia.

Inoltre la conoscenza dei diagrammi di *contour* della dislocazione, mediante proiezione, e le misure del suo gradiente sono particolarmente indicati nella interpretazione di linee sismiche, sia per il controllo della qualità dell'interpretazione che per estrapolazioni di tratti mancanti di faglie, in casi di insufficienza di dati, come per le linee sismiche.

Difatti, si è detto che il gradiente della dislocazione è legato alle massime dimensioni della faglia, mentre il diagramma, permette una visione completa del piano del movimento dislocativo, da cui si capisce facilmente, che avendo a disposizione parti di una faglia, si può arrivare alla ricostruzione grezza, almeno nelle dimensioni principali.

Le anomalie nel diagramma di *contour* poi, possono essere riconducibili ad una interpretazione non corretta, oppure discontinuità come troncamenti e lacune, possono essere dovute a deformazioni successive od erosioni del volume interessato dalla dislocazione. Chapman e Meneilly (1990), oltre a verificare l'origine di queste anomalie, hanno studiato anche, con questi diagrammi, la riattivazione di due faglie, una normale ed una inversa.

In una più recente pubblicazione Walsh and Watterson (1991), hanno dimostrato inoltre la validità del diagramma in questione, anche su sistemi di faglie normali prodotte dallo stesso evento deformativo, dotate cioè della stessa coerenza cinematica. Sono state già ricordate le faglie secondarie (*splays*) che accompagnano una faglia principale che accomodano la dislocazione; ebbene con questo metodo si può controllare la coerenza dell'intero sistema.

Tutto questo può servire a scopi interpretativi di vario genere, non esclusa una correlazione dei punti di faglia presenti su linee sismiche digitalizzate, per la ricostruzione del *pattern* delle faglie.

Nel presente lavoro di tesi è stato costruito un programma interattivo, in C++ e grafica di base delle *work stations* SUN, che opera questa correlazione, scegliendo la direzione e giacitura del piano di proiezione e la successiva combinazione dei punti appartenenti alla stessa faglia, o per lo meno allo stesso sistema, estratti dalle mappe di *pre-contour*, del relativo gradiente, come descritto in questo capitolo.

## 2.4. Riassunto e schema metodo elaborativo proposto

Si fornisce ora uno schema riassuntivo sulla preparazione della mappa di *pre-contour* e la successiva estrazione dei punti di faglia utili alla correlazione finale in gruppi di questi, come passi elaborativi della Ricostruzione del *Pattern* delle Faglie. In figura 2-40 è riportato lo schema a blocchi del metodo proposto (Pipan et al., 1995).

- 1) Innanzitutto è opportuno visualizzare i punti di controllo (tipo figura 2.-2, pag. 75), per avere la visione della struttura dei dati (figure 1-6) e poter fare le considerazioni geologiche a riguardo, sul tipo di interpolazione da usare, magari dividendo l'area a zone.
- 2) Operare una analisi dei *trends*, con uno dei metodi proposti, per confermare le notizie geologiche ricavate dalla previa interpretazione e da fonti bibliografiche che serviranno per poter condizionare il *gridding*, usando uno dei due algoritmi (RADOM o LADOM) proposti.
- 3) Valutare l'entità dell'anisotropia, in modo da assegnare i valori dei semi assi dell'ellissi di uguale influenza e nel caso del RADOM, l'orientazione dell'asse maggiore di queste. Il raggio del cerchio di ricerca viene fissato dal valore del semi asse maggiore.
- 4) Nel caso dell'algoritmo locale (LADOM), costruire una superficie di regressione apposita e il relativo campo delle direzioni, con uno dei due metodi proposti.
- 5) Definire il numero di nodi della griglia, per ogni dimensione e il numero di linee di livello, in relazione al grado di accuratezza desiderato e stando attenti ai limiti degli errori (artefatti) che gli algoritmi possono produrre.
- 6) Nel caso dell'uso dell'algoritmo interpolativo che usa le distanze inverse medie pesate, assegnare il valore dell'esponente  $p$  delle distanze; mentre per quello che usa i polinomi a tratti il grado massimo dei polinomi di base ed il numero dei nodi di partizione dell'intorno.
- 7) Costruire la mappa di *pre-contour* ed eventualmente con una seconda prova, usare un filtro per lisciare ed eliminare gli artefatti persistenti.

8) Calcolare la mappa del gradiente e successivamente ripetere l'operazione scegliendo un valore di soglia per le linee di livello ed un altro per filtrare i valori minori di questo, fissato come limite del rumore.

9) I punti di faglia del *data set* indagato, registrati automaticamente su un *file*, vengono letti dal programma di correlazione delle faglie, con il quale si ricostruiscono infine le tracce delle faglie da riportare sulla mappa di contour finale.

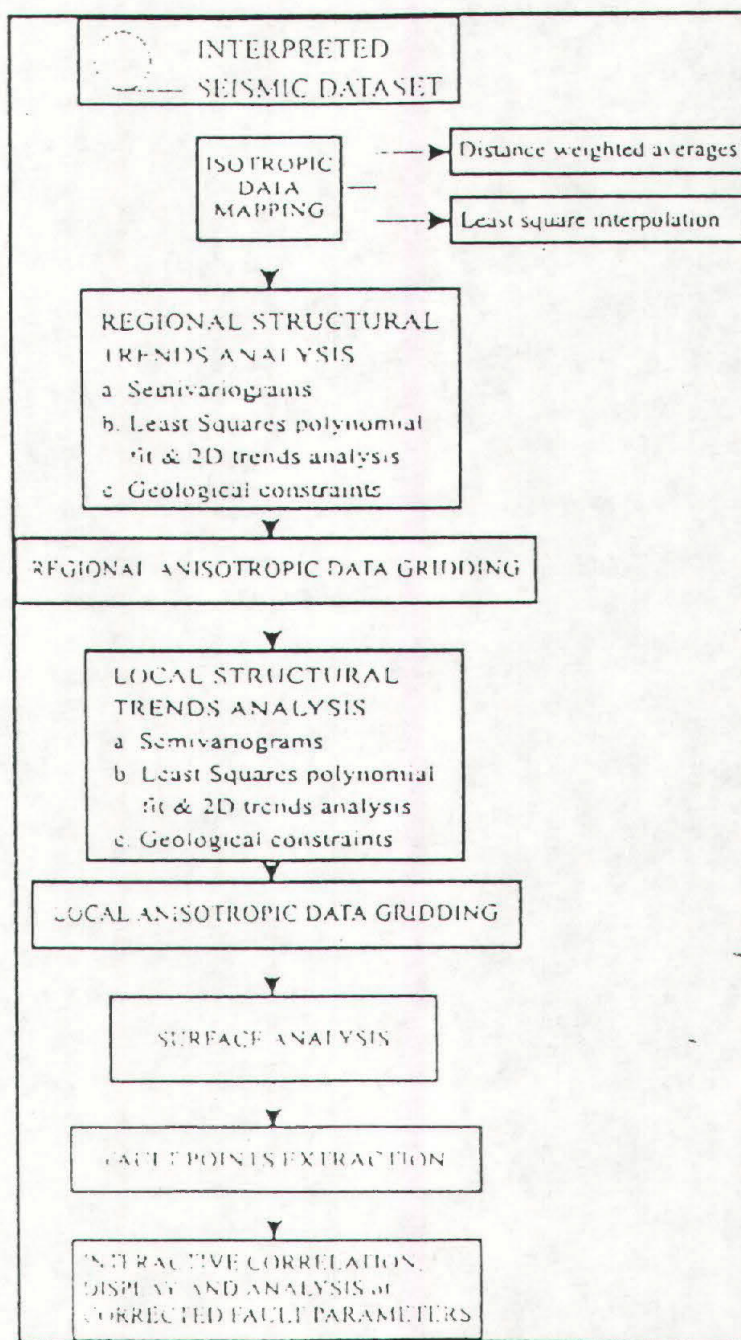


Fig 2 -40: schema a blocchi del metodo proposto per la ricostruzione del pattern delle faglie.

## CAPITOLO 3

### *Case History* su un *data set* del Mar Nero

Una volta che un nuovo metodo scientifico è stato ideato, verificato e realizzato numericamente mediante informatizzazione, è sempre buona norma controllarne la validità tramite una prima applicazione su un caso reale.

Per il problema della ricostruzione del *pattern* delle faglie, l'ideale è avere una adeguata maglia di linee sismiche, interpretate e digitalizzate, possibilmente intersecanti la maggior parte delle faglie esistenti nell'area, ognuna delle quali dovrebbe essere intercettata dal maggior numero di linee sismiche possibile.

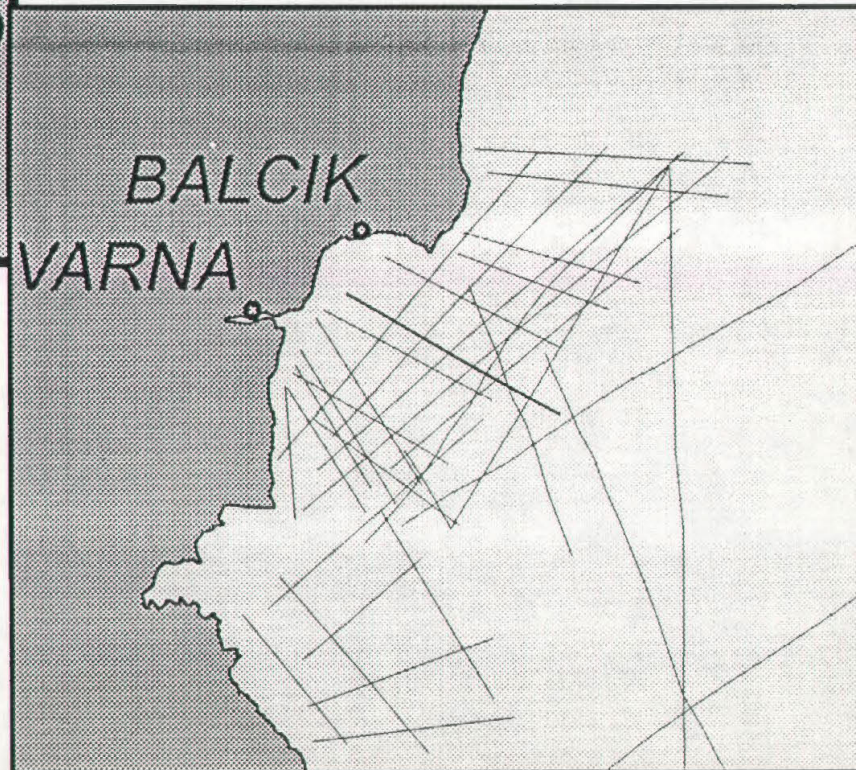
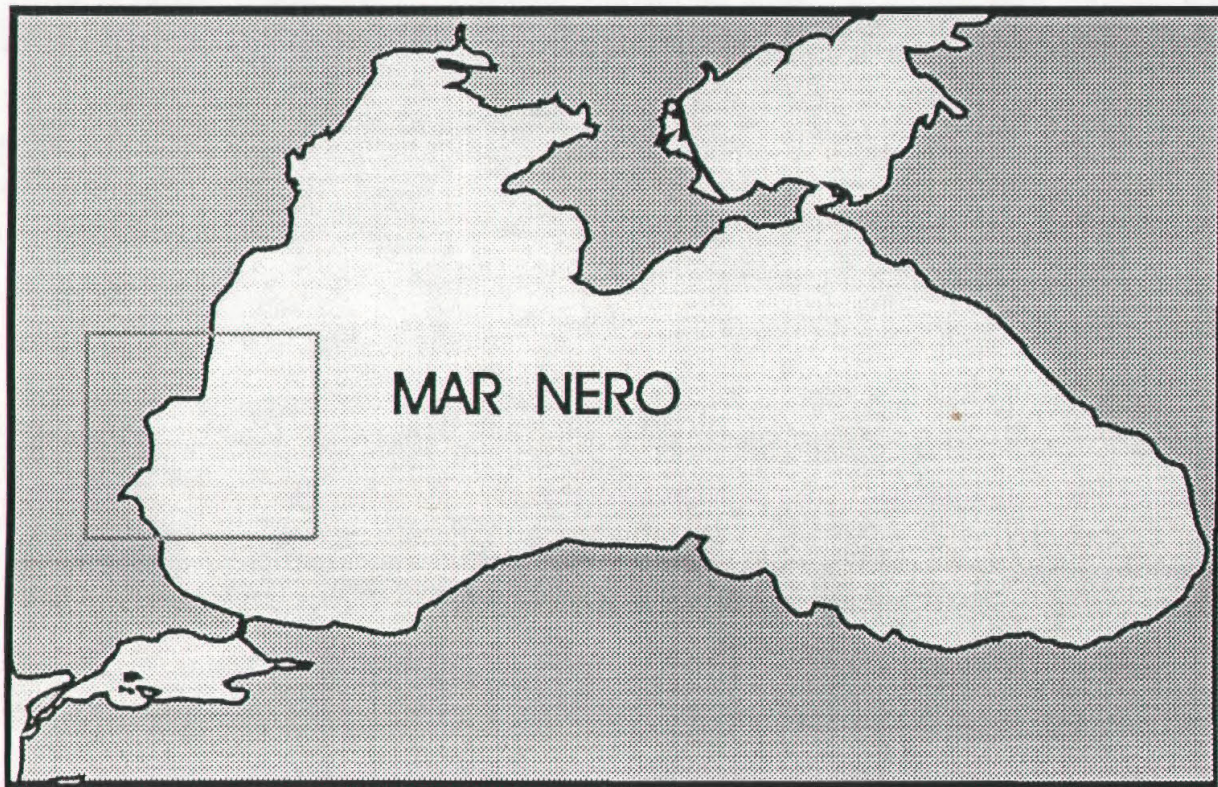
La disponibilità di un *data set* di linee sismiche sul margine occidentale del Mar Nero, ha costituito un'ottima base per questa verifica: infatti oltre ad intersecare tutte le più importanti faglie presenti si può notare che esse interessano diversi orizzonti e danno luogo ad una varietà di strutture. Questo *data set* è stato digitalizzato su *files* contenenti circa 40 linee sismiche processate ed interpretate.

Partendo dalla bibliografia dell'area si è arrivati alla realizzazione di una mappa 2D, riportante le faglie, che sono state investigate col metodo in questione. L'applicazione dei vari algoritmi di *contour*, ha fatto emergere numerosi problemi inerenti all'uso dell'informatica nella mappatura degli orizzonti sismo-stratigrafici interessati da fagliazione.

### 3.1. Dati geofisici utilizzati

Le linee sismiche a riflessione utilizzate in questo *test*, per la ricostruzione del *pattern* delle faglie, fanno parte di un set di dati che copre l'intera area del Mar Nero e che è stato acquisito durante diverse campagne geofisiche, operate da diverse istituzioni scientifiche europee: per l'Italia il CNR, per l'allora USSR l'Accademia delle Scienze ed il Comitato Geofisico Sovietico, per la Bulgaria il Comitato di Geologia; la cooperazione tra queste istituzioni ebbe inizio già nel 1972.

L'area del presente studio riguarda la parte occidentale del Mar Nero lungo tutta la costa Bulgara. Le linee sismiche sono in gran parte prodotte dal Comitato Geologico Bulgaro, dal CNR (sono state utilizzate parti delle BS-2, BS-9, BS-11, BS-12, BS-14 e tutta la BS-1) e dall'Accademia delle Scienze dell'USSR (dalla 1 alla 4); il tutto per un totale di circa 40 linee sismiche (figura 3-1).



*TEST DATASET: MAR NERO OCCIDENTALE*

*MAPPA LINEE SISMICHE*

Fig. 3-1: posizione della zona studiata e le relative linee sismiche.

## 3.2. Geologia e geofisica

### 3.2.1. Tettonica dell'area

Dal punto di vista tettonico il Mar Nero è molto eterogeneo; infatti è composto da strutture regionali aventi età crostale e natura geologica differenti. L'area è inoltre interessata da diversi sistemi montuosi fortemente piegati. Ad occidente il bacino è deformato dalla catena Balcanica e a sud dalla catena delle Pontidi ed a nord dalle montagne del Caucaso e della Crimea.

Sulla origine di questo bacino chiuso e strutturalmente complicato sono state formulate numerose ipotesi (Zonenshain e Le Pichon, 1986; Boccaletti et al., 1988, 1; Finetti et al., 1984). La vecchia scuola sovietica ipotizzava una oceanizzazione, dovuta a movimenti verticali ed a sostituzione di crosta continentale con crosta oceanica; altri autori sostengono che esso sia un residuo della *Paleo Tethys*. Altri ancora suppongono che l'apertura sia connessa alla subduzione verso nord di un braccio della Neo Tetide, dopo la chiusura di quella più antica. Molti autori sono concordi nel ritenere che questo sia avvenuto tra il Mesozoico ed il primo Terziario.

La zona studiata in questa tesi è marginalmente interessata dai Balcani, formati durante la fase Alpina a partire dal Cretacico fino all'Eocene medio. Durante quest'ultimo periodo si sono sviluppati dei grandi sovrascorrimenti che hanno portato la "Stara Planina" verso est (*Fore Balkan*), formando alla loro base una depressione importante chiamata: "*Kemchian foredeep*". Questa catena è limitata a NE da una piattaforma: la *Moesian Platform*.

In un altro lavoro, edito sullo stesso volume, Boccaletti et al. (1988, 2) riportano le direzioni dei principali lineamenti tettonici, ricavate da immagini da satellite. Nella zona interessata, questi lineamenti sono compresi tra 80° e 100°. Tali strutture sono legate alle fasi orogenetiche meso-Alpine.

### 3.2.2. Dati geologici

Fondamentalmente il Mar Nero può essere diviso in due grandi bacini (Finetti et al., 1988), **occidentale** ed **orientale**, separati da un *ridge* allungato dalla Crimea alle Pontidi in direzione NW-SE (*Mid-Black Sea Ridge*). In figura 3-2 è riportata una mappa delle principali aree geografiche che interessano questo bacino (Finetti et al., 1988). Quelle più importanti per il presente studio sono la *Moesian platform*, "*Kemchian foredeep*", le *Balkanidi*, la **scarpata Nord-Occidentale** e, marginalmente, il **Bacino Ovest** (Dachev et al., 1988).



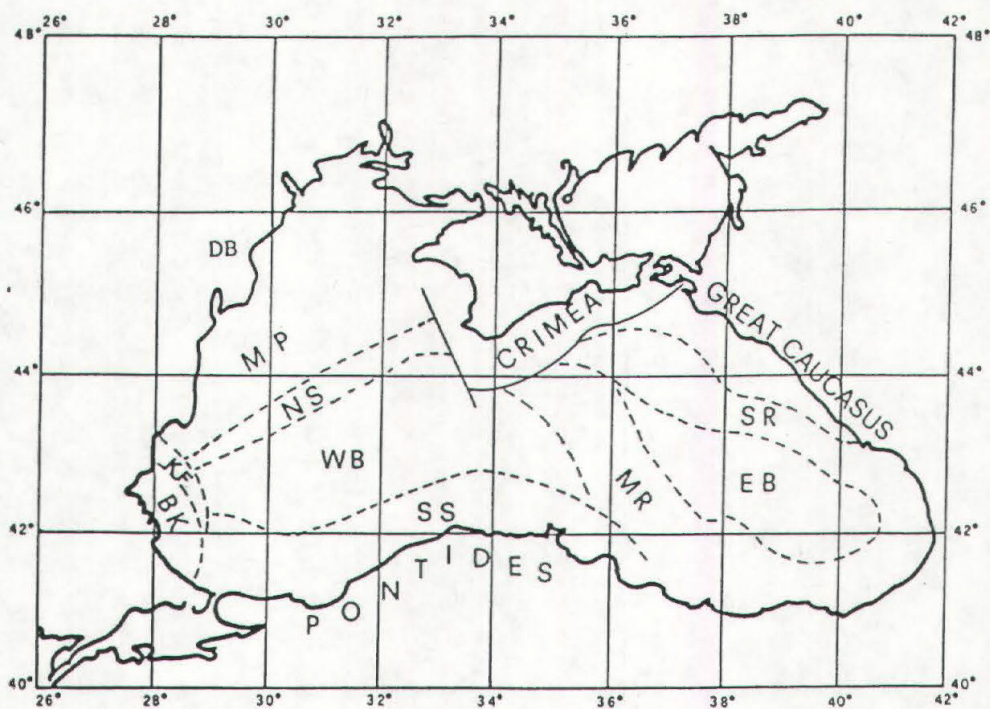


Fig. 3-2: mappa delle principali regioni del Mar Nero (Finetti et al., 1988).  
 MP=Moesian Platform; NS=Scarpata Nord Occidentale; KF=Kemchian Foredeep;  
 BK=Balkanides; WB=Bacino Ovest; SS=Scarpata Sud; MR=Mar Nero Median  
 Ridge; EB=East Basin; SR=Shatsky Ridge; DB=Dobrogea.

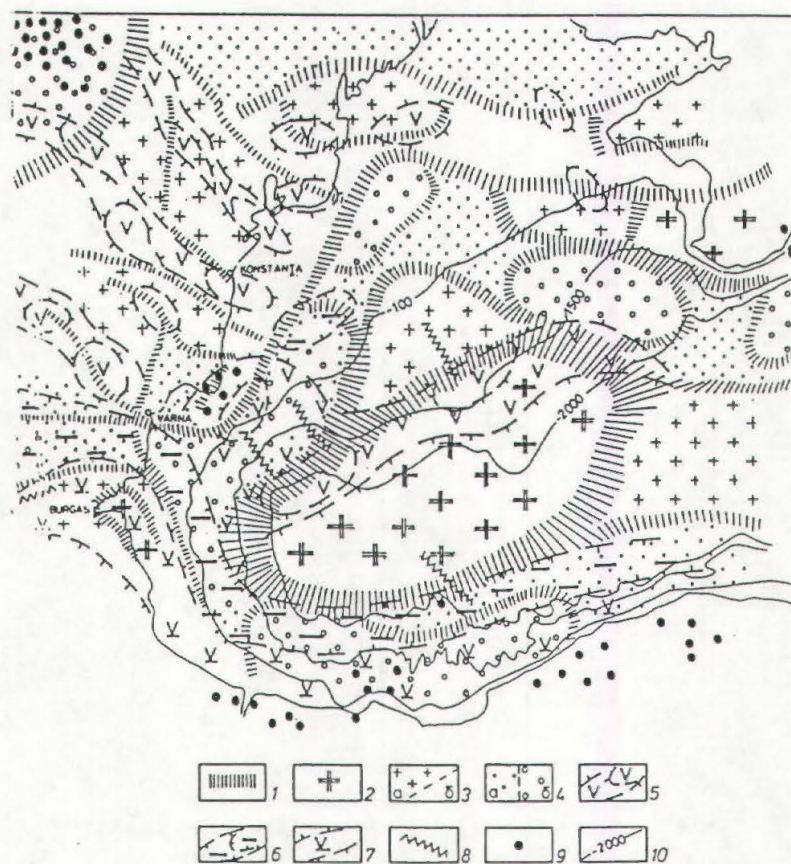


Fig. 3-3: schema misure geofisiche nella parte Nord Occidentale del Mar Nero (Dachev et al., 1988).  
 1-4) Campo di gravità: 1-gradini gravità; 2-massimo di gravità; 3-anomalia gravità= positiva a) debolmente positiva b); 4-anomalia gravità negativa intensa a) negativa; 5-7 campo magnetico: 5-positivo; 6-anomalia magnetica negativa, con contour di un minimo locale; 7) zona di minimo del flysch delle Srednogorie e W Pontides; 8) asse anomalia termica positiva; 9) epicentri di terremoti; 10) isobate in m.

**Moesian platform:** è formata dal basamento consolidato dei Balcani e da una coltre di sedimenti fanerozoici. Il basamento affiora nella parte centrale della regione *Dobrogea* ed è formato, nella parte inferiore, da rocce metamorfiche di medio grado (graniti, gneiss, quarziti, micascisti ed anfiboliti: Alto Ripheano, nella parte superiore dalla formazione degli *scisti grigi* (Vend-Cambrico). I sedimenti fanerozoici, che riguardano tutte le ere, sono costituiti prevalentemente da rocce di origine terrigena nella parte più antica, di rocce carbonatiche nella parte superiore. Nella zona più orientale della piattaforma, all'interno dei sedimenti sono anche presenti rocce effusive basiche e tufi, che si pensa legati ad episodi vulcanici di scarsa importanza, ma ripetutesi in più periodi (dal Permico al Carbonifero ed in tracce, presenti nell'Oligocene).

**Kemchian foredeep:** la *Moesian platform* è limitata a sud, da questa depressione, allungata in senso EW, generata da sovrascorrimenti che hanno portato una propaggine dei Balcani sulla piattaforma stessa, impilando una spessa coltre di sedimenti. Le rocce di natura sedimentaria cominciano dal Triassico Superiore con una sequenza di rocce carbonatiche, seguite da depositi terrigeni. I sedimenti del Giurassico e del Cretacico inferiore sono formati da calcari scistosi e marne. Dal Cretacico Superiore in poi, sono invece presenti formazioni arenacee, calcareniti e siltiti (Senoniano). La parte meridionale è interessata da *flysch* di spessore via via crescente verso l'approfondimento massimo del bacino. Le rocce Paleoceniche sono in predominanza marne e siltiti, con spessore crescente verso il bacino del Mar Nero. Dall'Eocene Medio Inferiore in poi si ha uniformità litologica con la *Moesian platform*, con arenarie e calcari, mentre nella parte meridionale del *Kemchian foredeep*, i calcari vengono sostituiti da conglomerati. Lo spessore della coltre è, anche in questo caso, crescente verso est.

**Balkanides:** di questa catena, la parte più interessante a questo studio è formata dal *Forebalkan* a nord e dalla *Stara Planina* più a sud. Il *Forebalkan* presenta formazioni carbonatiche ed evaporitiche del Triassico Medio-Superiore, mentre quelle Giurassiche sono tipiche di piattaforma continentale; nel Giurassico Superiore e Cretacico Inferiore si hanno formazioni *flyschoidi* di non grande spessore, trasgressive sopra quelle del Cretacico Superiore di natura sabbiosa e carbonatica. La parte più a est della *Stara Planina*, chiamata *Luda Kemchian*, presenta una struttura a sinclinale caratterizzata dal *flysch* il quale, lungo una stretta fascia (*Kote strip*) è del Triassico Superiore, mentre nel resto della zona appartiene al Cretacico Sup.-Paleocene. La presenza di tale formazione *flyshoide* è spiegata con la generazione di un alto nella *Stara Planina* dovuto alle prime fasi Alpine. Rocce vulcaniche mediamente acide sono state trovate nelle unità Cretaciche. Tra le rocce sedimentarie cenozoiche, la formazione più importanti da ricordare è la serie dei

carbonati Eocenici, posti nella parte sud-est della *Stara Planina*, sia per il loro grande spessore, che per il citato sovrascorrimento di questa porzione sulla *Moesian platform*.

**Srednogorie:** è una zona tettonica posta a sud delle *Balkanidi* generate durante il Cretacico Superiore su un basamento eterogeneo. Attraversa tutta la Bulgaria, partendo dalla zona di Burgas, per inoltrarsi nella ex-Yugoslavia. Si collega quindi ad un'altra struttura che si spinge fino in Romania e che girando, poi verso sud-est lungo il Mar Nero, si congiunge con la catena Pontica in Turchia. E' formata in larga parte da rocce magmatiche, effusive ed intrusive (basiche), del Cretacico Superiore, ma la tipica formazione delle *Srednogorie* è il *flysch*. Essa è considerata come il resto di un arco insulare a magmatismo basico andesitico. La successiva tettonizzazione della zona ha formato delle strutture come la sinclinale di Burgas e l'anticlinale di Strandja, con di direzione Est-Ovest (Boccaletti et al., 1988 2). Sopra queste formazioni sono presenti depositi molassici del Paleocene-Neogene.

### 3.2.3 Dati geofisici (Dachev et al., 1988 e Finetti et al., 1988)

Oltre le già citate campagne di sismica a riflessione, il Mar Nero è stato soggetto anche ad altre misure geofisiche, di cui i paesi dell'est vantano una grande tradizione.

Per quanto riguarda la zona studiata in questo capitolo, di grande interesse risulta il campo gravitazionale. Esso si comporta in modo molto variabile all'interno dell'arco, con minimi e massimi divisi da gradini pronunciati, che denunciano l'eterogeneità dei blocchi che compongono il basamento e le pronunciate discontinuità che li separano.

L'anomalia di *Bouguer* della *Moesian Platform*, si mantiene pressoché costante su modesti valori positivi, con solo piccole oscillazioni. Le anomalie sono principalmente allungate in direzione NW e sono delimitate da gradini.

Nel sud della piattaforma, dove questa è sepolta in profondità, la *Bouguer* decresce fino ad un minimo relativo posto in concomitanza della depressione di Varna. Ad est questo minimo confina con il massimo dello *shelf* Bulgaro.

Ma la anomalia più grande ed importante della zona è il massimo regionale di alta intensità che coincide con la zona abissale e che viene spiegato con l'assottigliamento del basamento ed il sollevamento del mantello superiore.

Le anomalie magnetiche della *Moesian platform* mostrano una alternanza di massimi e minimi, di non grande intensità con orientazione NW-SE, come per il campo gravitazionale. Una forte anomalia è presente in corrispondenza dell'alto della *Dobrogea* spiegata con la presenza delle rocce effusive basiche triassiche. Altre

anomalie simili si trovano a sud, in corrispondenza delle rocce ignee delle *Srednogorie*.

Lungo il margine del *Bulgarian shelf* e nella fascia della scarpata, le anomalie cambiano rapidamente direzione allungandosi verso sud o verso nord-est e si pensa siano collegate alla sostituzione della *Moesian platform* con un basamento Pre-Cenozoico di costituzione petrografica differente.

La presenza di solo deboli anomalie gravimetriche, leggermente negative, sono registrate nelle zone a *flysch*, della *Srednogorie* e del *Kemchian foredeep*.

Una sintesi di quanto detto è riportata nella figura 3-3 tratta dall'articolo di Dachev et al. (1988).

Grazie alla fitta rete di linee sismiche prodotte dalle Istituzioni Bulgare per il grande interesse petrolifero dell'area, la zona su cui costruire il modello delle faglie risulta più che sufficientemente indagata con disponibilità anche di alcuni pozzi che permettono la calibrazione delle formazioni Cenozoiche e Mesozoiche.

Gli autori bulgari riportano innanzitutto le velocità delle onde sismiche, che nel contesto di questo lavoro interessano marginalmente e gli spessori delle coltri sedimentarie poggianti sulla *Moesian platform*. In quest'area lo spessore dei sedimenti, assente, nell'alto della *Dobrogea Centrale*, aumenta fino a 4.5 km nella parte meridionale della stessa regione e nell'Arco Bulgaro settentrionale; nel blocco di Varna sono stati misurati spessori di 6-8 km.

La parte superiore del basamento presenta velocità superiori ai 6 km/sec per la presenza delle rocce effusive basiche. Il basamento fratturato in blocchi, che con movimenti differenziali l'uno rispetto all'altro, hanno creato una serie di alti e di depressioni attraverso un sistema di faglie distensive di direzione variabile da N-S a NW-SE, che intersecano le rocce del Paleozoico, Mesozoico e Cenozoico, di vario spessore.

Dalla interpretazione dell'insieme di linee sismiche di questa piattaforma, (Finetti et al., 1988) si deducono una non continuità dei sedimenti Cenozoici, di ridotto, nel NE e una apertura uniforme di sedimenti Mesozoici, interessati da faglie, verso sud.

La parte cenozoica compresa dal Paleocene al Pliocene manca su una vasta area della piattaforma che viene interpretata come una provincia stabile fino al primo Mesozoico, interessata solo marginalmente dall'attività di *rifting* del bacino. E' comunque evidente che la piattaforma aveva, nel passato, una estensione maggiore di quella odierna. Le figure 3-4a, b, c mostrano l'interpretazione lungo le linee BG-20, SU-3 e BS-11. Le faglie indicate possono essere considerate nella costruzione del *pattern* delle faglie.

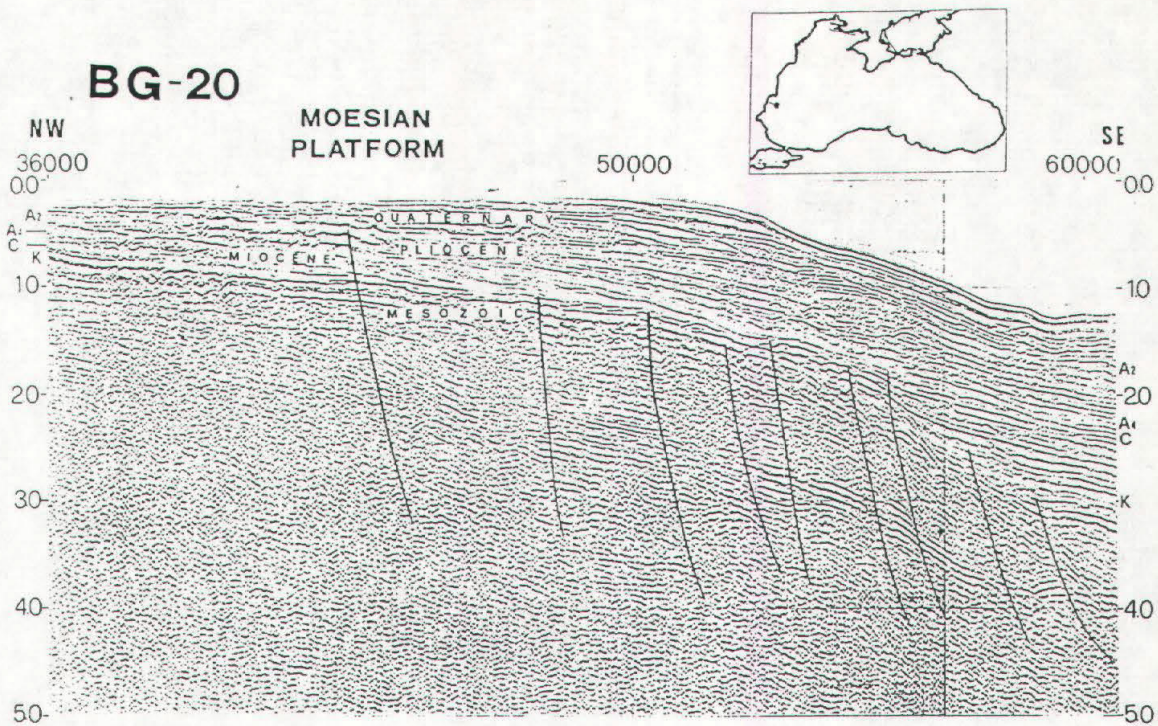


Fig. 3-4a - da (Finetti et al. 1984). Zona alta della Moesian platform, con scarpata verso il bacino Nord Ovest del Mar Nero.

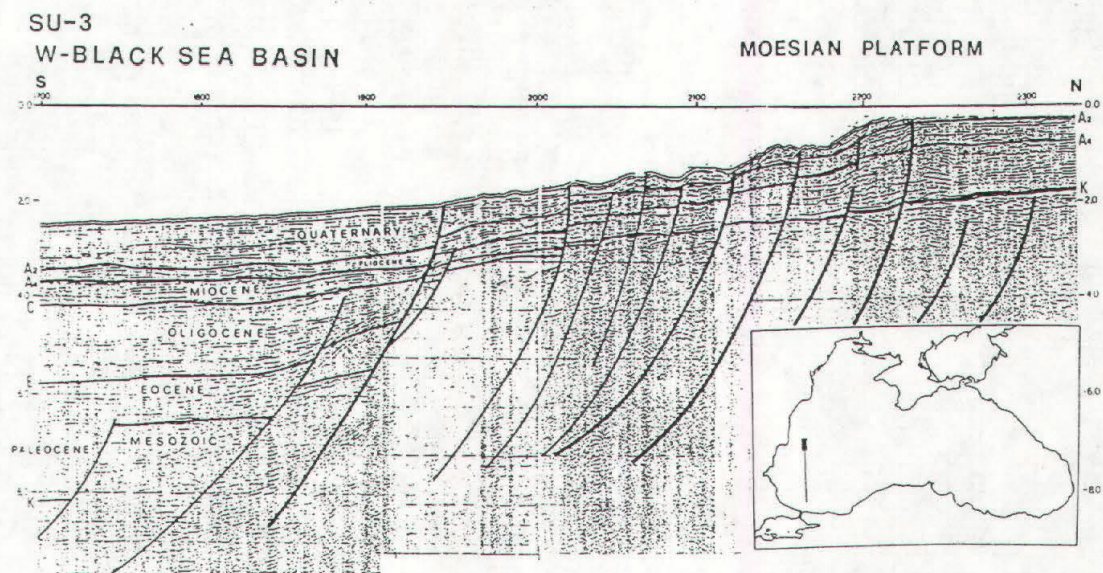


Fig. 3-4b - da (Finetti et al. 1984). Zona esterna della Moesian platform, con scarpata verso il bacino Nord Ovest del Mar Nero.

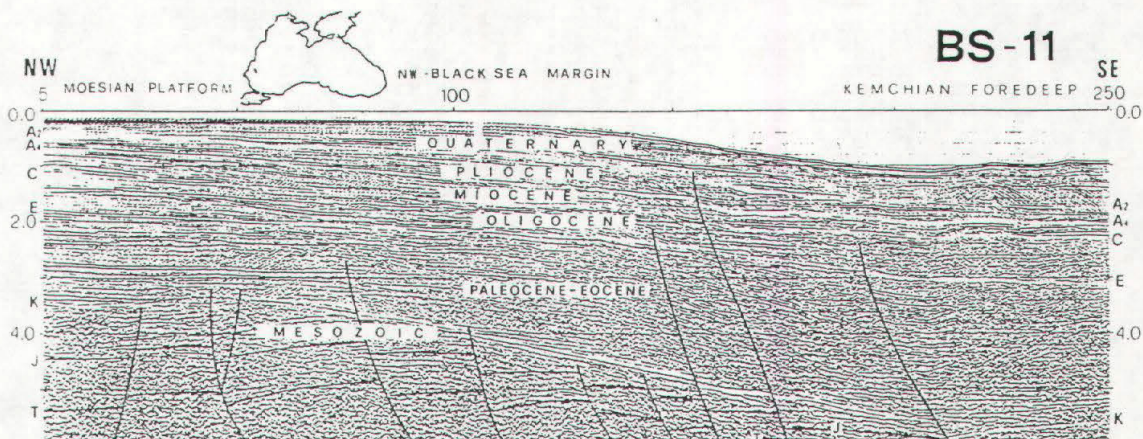


Fig. 3-4c - da (Finetti et al. 1984). Moesian platform, al largo di Varna, con scarpata verso la Kemchian Foredeep.

# BG-41

FRONT OF BALKANIDES

KEMCHIAN FOREDEEP

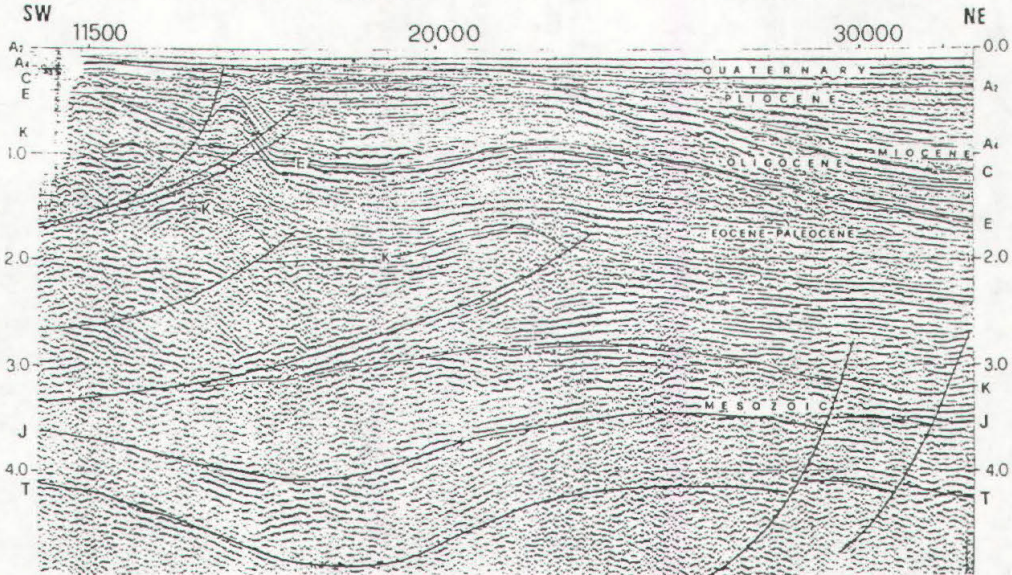


Fig. 3-5a - da (Finetti et al. 1984). Zona ovest sovrascorrimento Balkanides sulla Kemchian Foredeep.

# BS-12

FRONT OF BALKANIDES

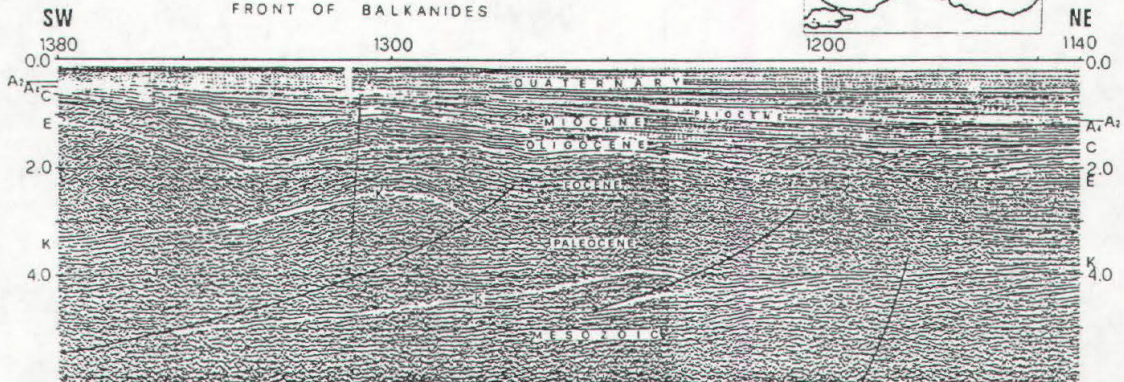


Fig. 3-5b - da (Finetti et al. 1984). Sovrascorrimento delle Balkanides.

# NW BS-14

BALKANIDES

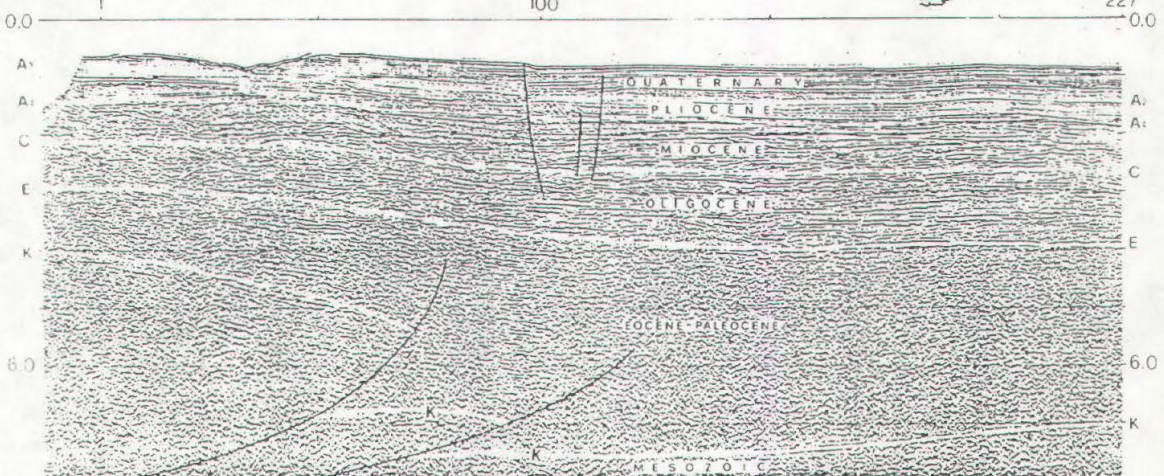


Fig. 3-5c - da (Finetti et al. 1984). Zona più orientale sovrascorrimento Balkanides.

I sedimenti del *Kemchian foredeep* raggiungono i 10-12 km di spessore e velocità comprese tra i 2 ed i 5 km/sec, confermando che si tratta dell'area di maggiore sedimentazione, con un massimo di spessore per i sedimenti Eocenici.

Questi risultati confermano il **carattere compressivo** ad iniziare dall'Eocene, con approfondimento di questa stretta fascia dovuto al sovrascorrimento della *Stara Planina*, posteriore all'attività geodinamica estensiva del Mesozoico Superiore pottrattasi fino alla fine del Cretacico (apertura Bacino Occidentale), confermata da un sistema di faglie normali visibili nelle figure 3-5a & b (linee sismiche BG-41 e BS-12).

Per l'interpretazione delle linee sismiche, sono stati identificati e definiti degli orizzonti, che rappresentano i più importanti processi evolutivi geodinamici del bacino del Mar Nero. Gli orizzonti sono contrassegnati da delle sigle, adottate anche in questo lavoro e riportate nella seguente tabella, con la relativa locazione cronologica. Quelli segnati in grassetto sono gli orizzonti su cui è stata fatta l'indagine delle faglie per il *test* del metodo esposto in questa tesi.

Orizzonte A <sub>1</sub>	Base Alto Quaternario
Orizzonte A <sub>2</sub>	Base Quaternario
Orizzonte A <sub>3</sub>	Top Basso Pliocene
Orizzonte A <sub>4</sub>	Base Plio- Quaternario
<b>Orizzonte C</b>	Top Oligocene o base Miocene
<b>Orizzonte E</b>	Top Eocene o base Oligocene
<b>Orizzonte K</b>	Top Mesozoico, <i>top</i> carbonati
Orizzonte J	Top Giurassico
Orizzonte T	Top Triassico
Orizzonte Z	Basamento acustico

L'orizzonte K è il più importante, innanzitutto perché è presente ovunque, pur assumendo differente significato a seconda della zona: nella *Moesian platform* corrisponde alla fine del Cretacico, come per il *Kemchian foredeep* e le *Balkanidi*, mentre per la parte sud-est delle *Balkanidi*, corrisponde al *top* dei carbonati Eocenici. Dove i sedimenti Mesozoici mancano del tutto o parzialmente, come nella regione della *Dobrogea*, esso corrisponde al generico basamento cristallino pre Cenozoico, di periodo variabile tra il Paleozoico ed il Mesozoico. Infine nel Bacino Ovest del Mar Nero profondo, questo orizzonte viene associato al basamento acustico, che geologicamente corrisponde al fondale basaltico.

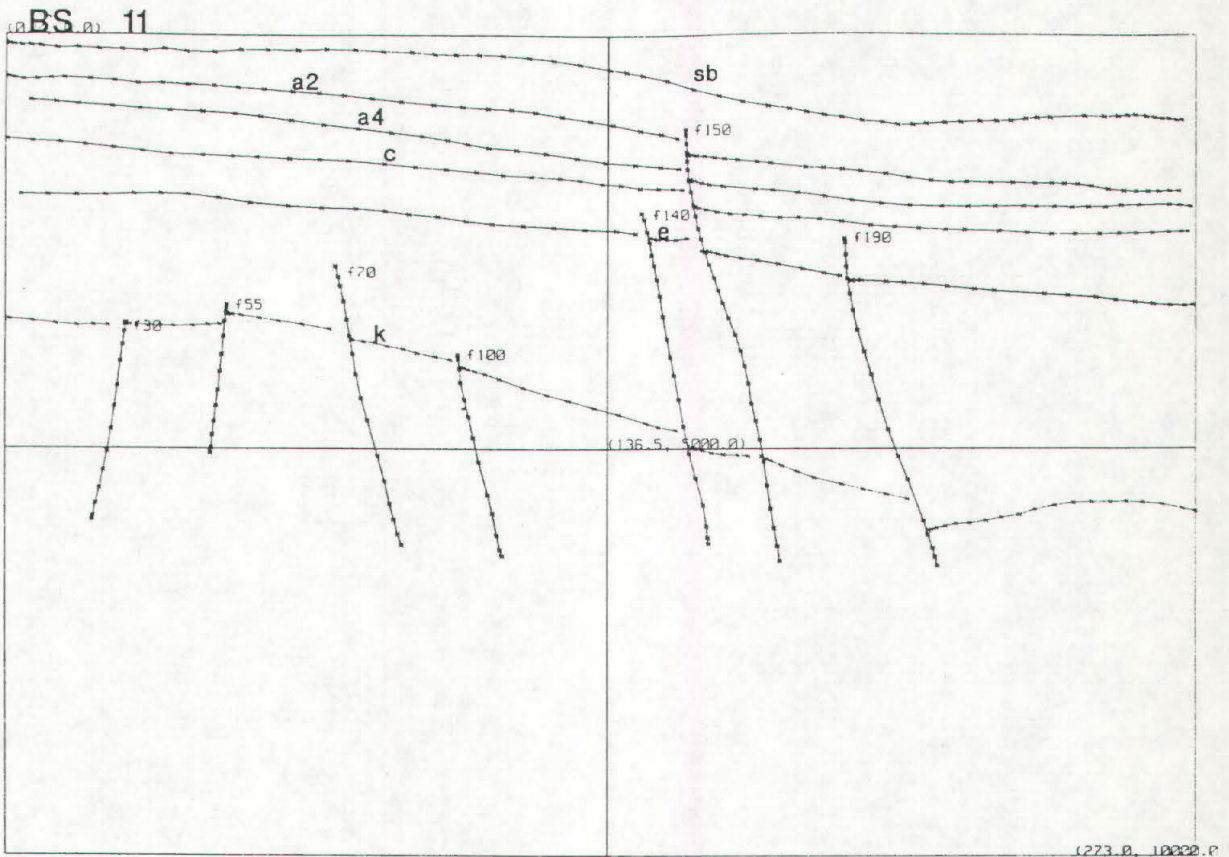


Fig. 3-5d: rappresentazione digitale della sezione sismica BS-11 (Finetti et al., 1988), corrispondente alla fig. 3-4c. Scarpata e piattaforma Moesica.

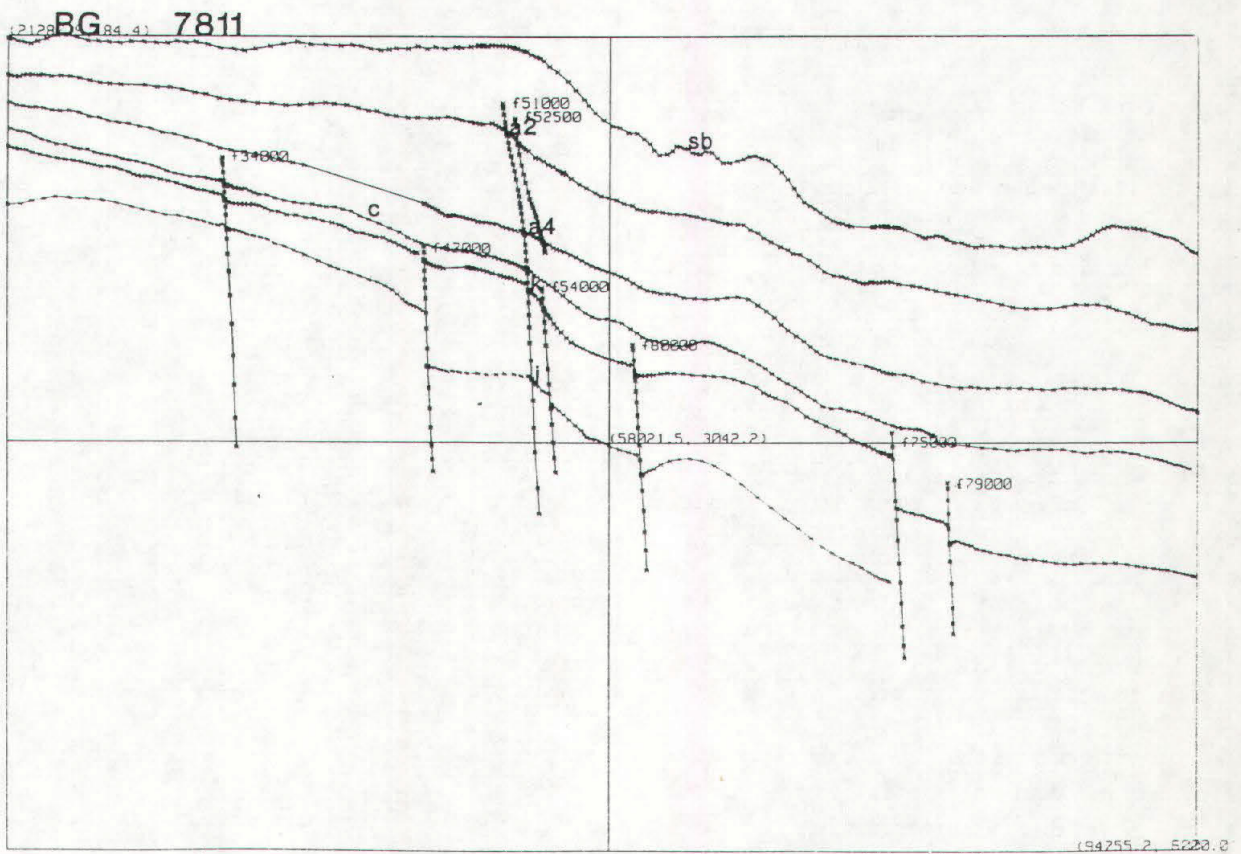


Fig. 3-5e: rappresentazione digitale della sezione sismica BG-7811 (Finetti et al., 1988). Scarpata e piattaforma Moesica.



BS (a) 12

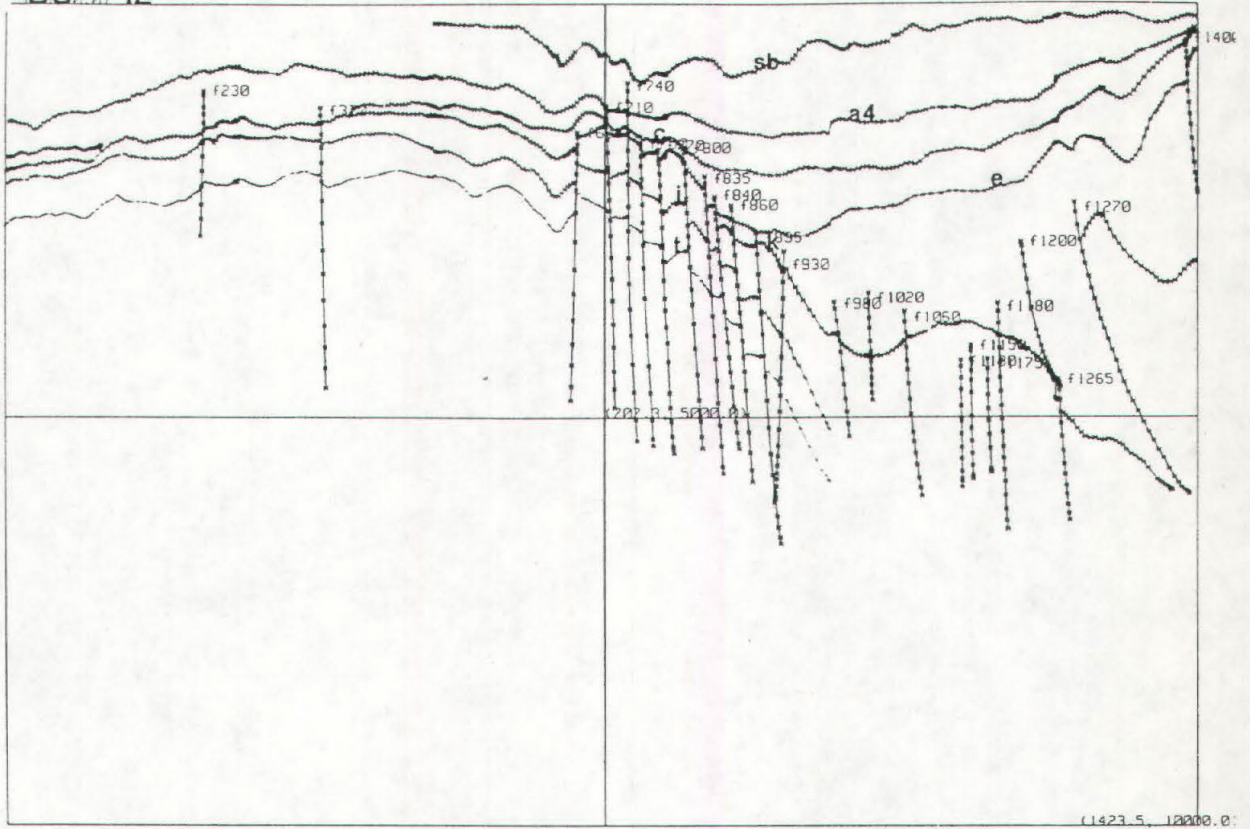


Fig. 3-5f: rappresentazione digitale della sezione sismica BS-12 (Finetti et al., 1988), corrispondente alla fig. 3-5b. Fronte dei Balcani.

BS (a) 14

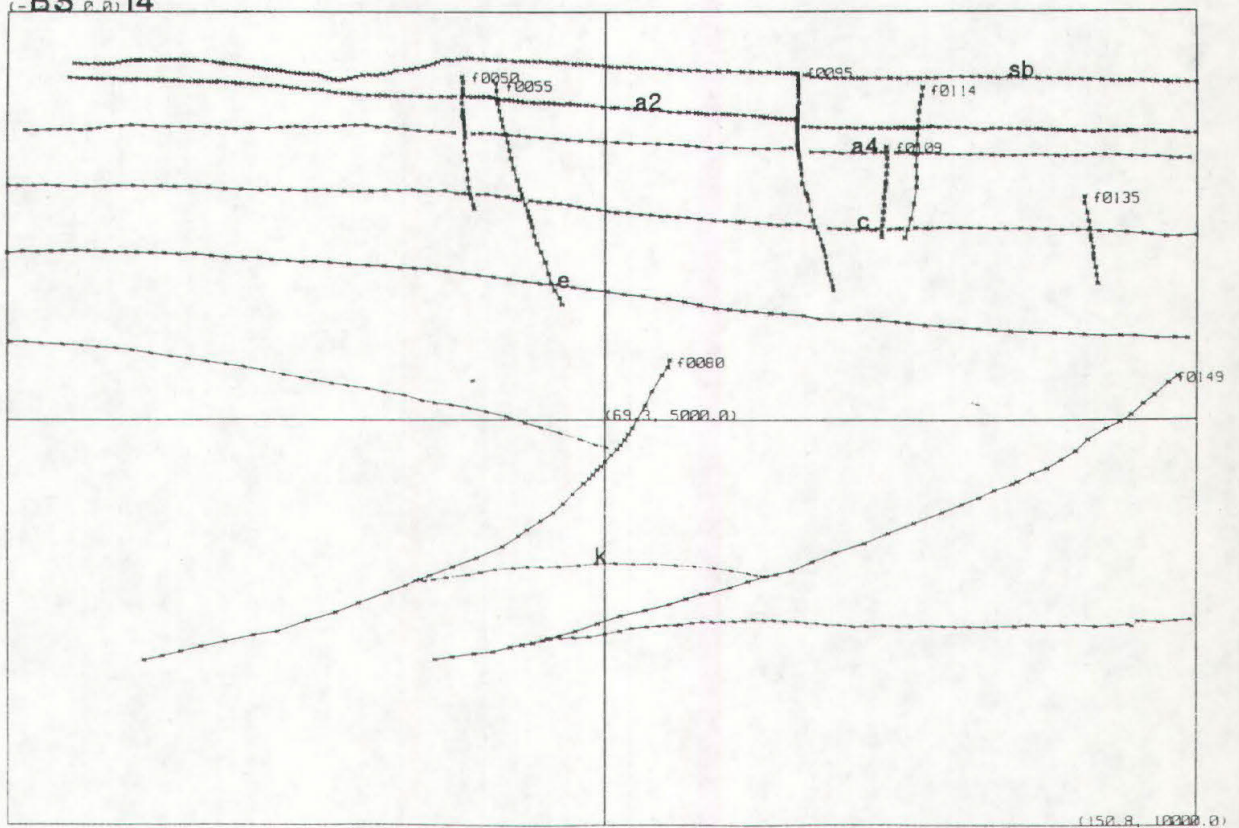


Fig. 3-5g: rappresentazione digitale della sezione sismica BS-14 (Finetti et al., 1988), corrispondente alla fig. 3-5c. Zona più orientale fronte dei Balcani.

### 3.3. Data set (reinterpretazione e digitalizzazione)

Per poter ottenere una mappa di *contour* mediante sistemi informatici, dalle linee sismiche dell'area descritta, sono stati creati dei *files*, uno per ogni orizzonte, digitalizzando le relative linee sismiche interpretate.

Tale operazione, che ha costituito la base di questo lavoro di tesi, ha richiesto, oltre l'ovvio uso di un tavolo di digitalizzazione (*Summagraph Microgrid II*); lo sviluppo di un programma apposito che potesse registrare i dati secondo un formato speciale ASCII compatibile col formato LANDMARK (Finetti et al., 1984; Pipan et al. 1994 e Pipan et al. 1995), creato appositamente dal gruppo EGG, dell'istituto di Geodesia e Geofisica dell'Università di Trieste; si è inoltre attuato il *reprocessing* di alcune linee, visto l'inconveniente della presenza di numerose multiple, alla fine si sono reinterpretate con dettaglio gli orizzonti in alcune zone particolarmente critiche, soprattutto lungo i margini delle faglie.

Tale reinterpretazione è stata condotta per due scopi principali: il primo per aggiornare il *data set* alla luce di nuove conoscenze della zona e delle nuove tecnologie esistenti, il secondo, più diretto allo scopo proposto, analizzare le giaciture che assumono gli orizzonti nei pressi delle *footwalls* e delle *hanging walls* (capitolo 2) e per controllare i rigetti delle faglie: contemporaneamente infatti sono stati condotti da parte del gruppo EGG, oltre a tale lavoro di tesi, numerosi studi di analisi delle faglie.

Le figure 3-5d, e, f & g, mostrano l'immagine di alcune delle linee sismiche digitalizzate e riportate nelle figure 3-4 a, b, c e 3-5 a, b, c, riguardanti le zone interessate dalla reinterpretazione citata. Queste zone sono ovviamente quelle più interessate dalle faglie, ossia la scarpata della piattaforma Moesica (figg. 3-5d, & e.), di cui è riportata la BS 11 (la cui corrispondente è in Fig. 3-4c); il *Kemchian Foreedeeep* (figg. 3-5f & g), di cui sono riportate le BS 12 (corrispondente alla Fig. 3-5b) e BS-14 (corrispondente alla Fig. 3-5c).

Il formato proposto contiene una *header* che riporta registrati i dati generali del *data set*; i dati veri e propri sono invece registrati sulle righe successive che contengono: le coordinate di ogni punto di controllo in coordinate chilometriche o geodetiche, entrambe riferite al meridiano di *Greenwich* ed all'equatore; il nome della linea sismica; il nome dell'orizzonte interpretato. Le faglie sono contrassegnate da un loro nome, che può differire nelle diverse linee sismiche ed i dati sono riportati alla fine, mentre i rispettivi punti di intersezione con le linee stesse, sono contrassegnati da un codice, riportato sulla sequenza numerica dell'orizzonte stesso. Un altro codice particolare indica l'inizio e la fine di un orizzonte appartenente ad una linea sismica e l'intercetta di una faglia con lo stesso orizzonte.

### 3.4. Case History

Dopo l'analisi di tutte queste informazioni bibliografiche, si possono intraprendere le operazioni che porteranno alla costruzione delle mappe di *pre-contour* dei vari orizzonti. In questo lavoro ci si è limitati ai tre orizzonti: C, E e K.

Innanzitutto è stata costruita la mappa dei punti di controllo, per la verifica della struttura dei dati. In figura 3-6 è riportata la mappa dei punti di controllo della base del Miocene (C), con la scala dei colori in funzione della profondità. Oltre notare la tipica struttura dati delle linee sismiche, si può notare la concentrazione delle linee sulla piattaforma continentale e lungo la scarpata, l'ubicazione di qualche linea sismica sulla zona abissale (settore est) mentre una quasi assenza di linee sismiche nella parte sud sud-est.

Vista questa forte eterogeneità della densità dei punti di controllo, che potrebbe generare artefatti lungo il piede della scarpata, a bassa densità di punti, è stato scelto come algoritmo interpolativo quello delle distanze inverse medie pesate, con l'uso dell'approssimazione di un piano nelle zone a bassa densità (presenza quasi nulla di dati).

La verifica del *trend* è inutile, in quanto la posizione della piattaforma e della scarpata continentale rispetto il bacino abissale è conosciuta. Una tendenza negativa verso sud-est, porta l'alto del settore sinistro, con un massimo di pendenza al centro, verso la zona bassa a destra. Per definire il *trend* regionale variabile nell'interpolazione LADOM, è stata definita una superficie quadratica.

Le figure 3-7, 3-8 e 3-9 mostrano le mappe 3D, ottenute rispettivamente per i tre orizzonti C, E e K. Innanzitutto si notano chiaramente le strutture già descritte: a destra la *Moesian platform*, in parte non interessata da sedimenti Eocenici (manca nell'orizzonte E), marginalmente il bacino profondo del Mar Nero e dietro questo, nelle figure relative agli orizzonti K e C, la profonda depressione del *Kemchian Foredeep*. Per la base dell'Oligocene (E), essendo ridotta la mappa di una porzione orientale, questa depressione è rappresentata dalla grande fossa centrale leggermente spostata a destra. Quindi la scarpata e la piattaforma site dietro ed a sinistra di tale depressione, altro non sono che la rappresentazione del *thrust* della *Stara Planina*.

Le figure relative agli orizzonti C e K presentano sistematicamente una struttura negativa allungata da nord nord-est verso sud, marginale al bacino più profondo, che lo divide dal *Kemchian Foredeep*. Inizialmente era stata interpretata come un artefatto, ma dopo numerosi tentativi, adottando anche un filtro laplaciano ed un paragone con le mappe ottenute col corrispondente algoritmo dell'UNIRAS, si è in parte confermata la presenza di un prolungamento della piattaforma Moesica a dividere le due depressioni.

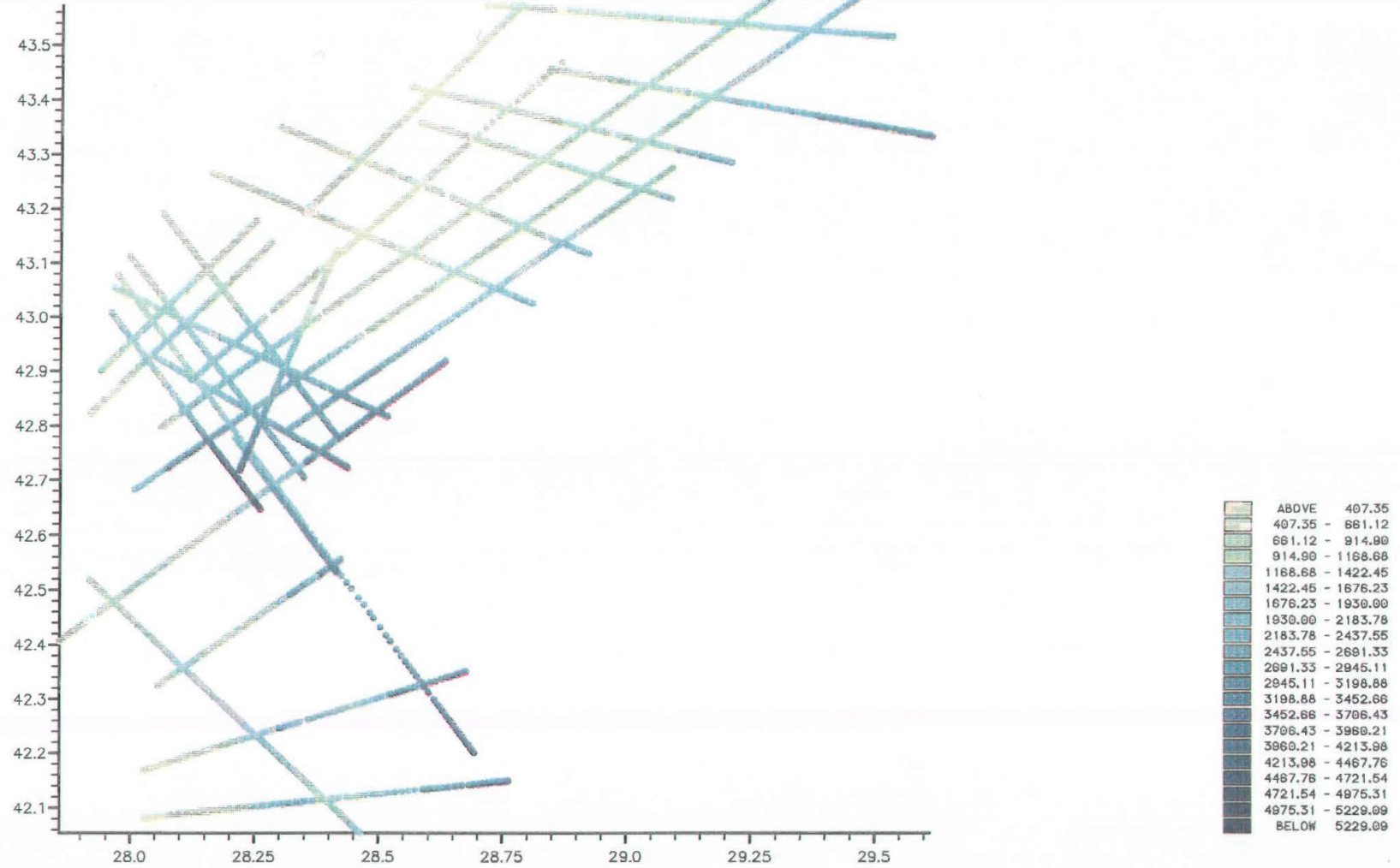


Fig 3 -6: distribuzione dei punti di controllo della base del Miocene del data set del mar Nero.

UNTITLE FILE

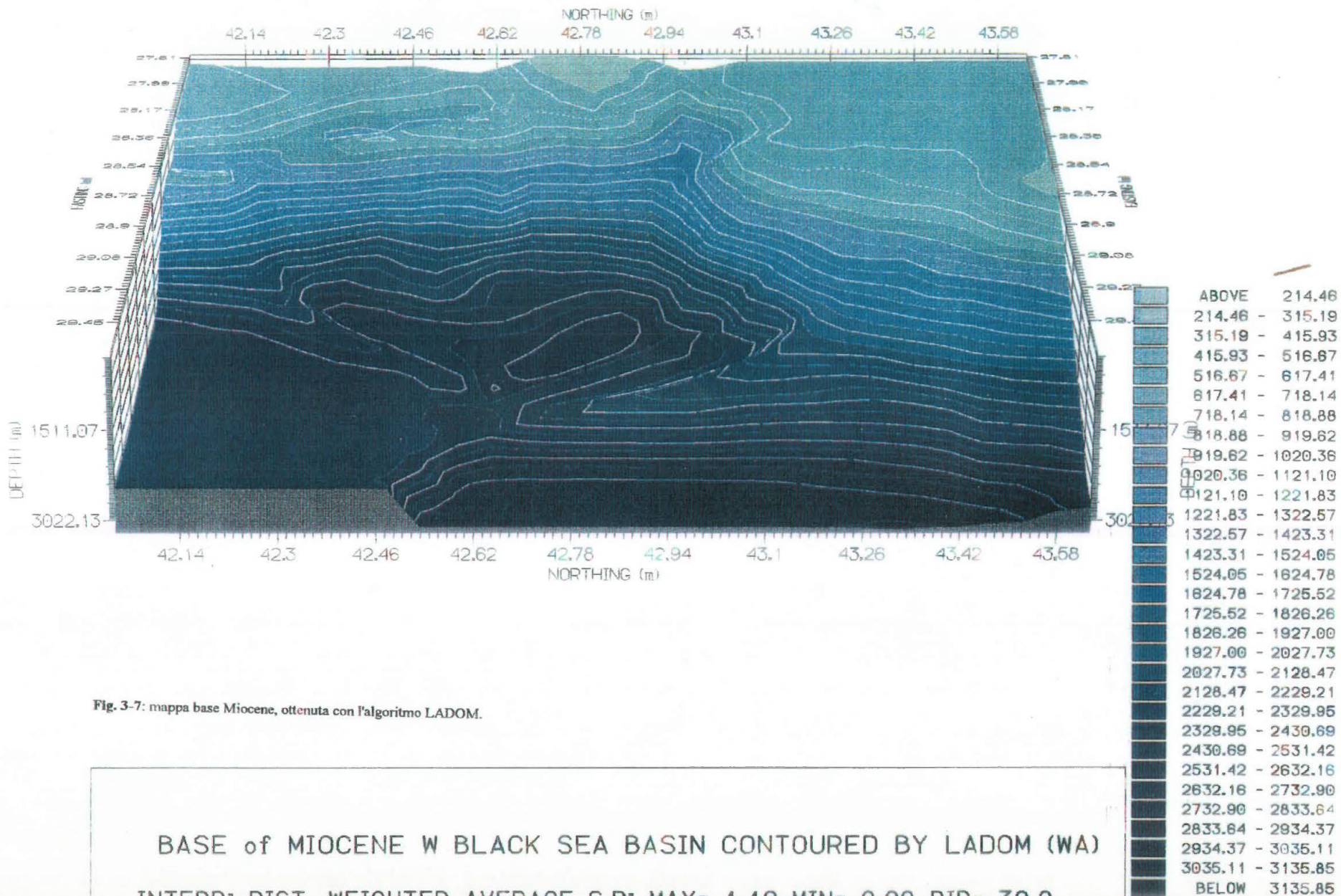


Fig. 3-7: mappa base Miocene, ottenuta con l'algoritmo LADOM.

BASE of MIOCENE W BLACK SEA BASIN CONTOURED BY LADOM (WA)  
 INTERP: DIST. WEIGHTED AVERAGE S.R: MAX= 1.10 MIN= 0.90 DIR= 30.0

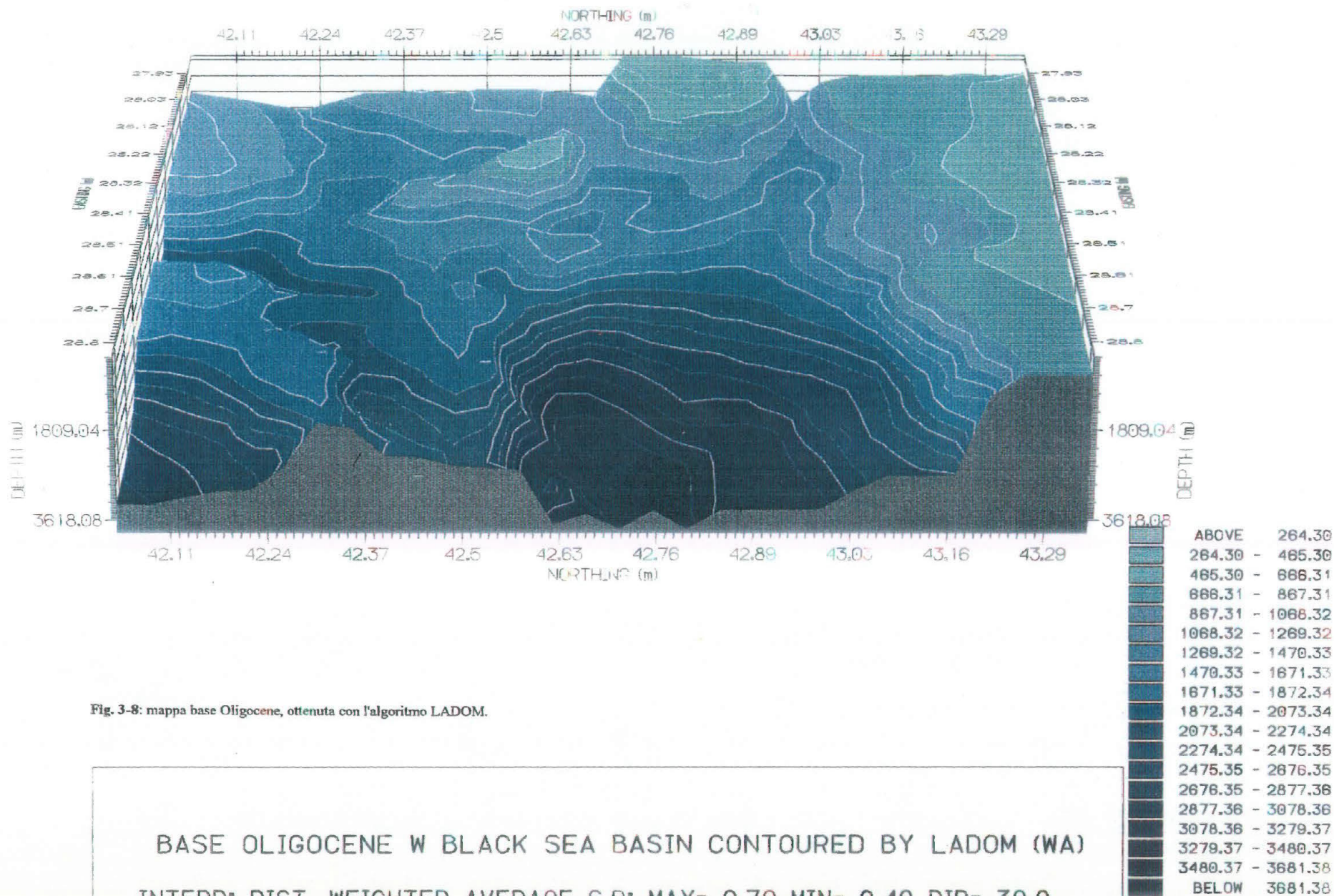


Fig. 3-8: mappa base Oligocene, ottenuta con l'algoritmo LADOM.

BASE OLIGOCENE W BLACK SEA BASIN CONTOURED BY LADOM (WA)  
 INTERP: DIST. WEIGHTED AVERAGE S.R: MAX= 0.70 MIN= 0.40 DIR= 30.0

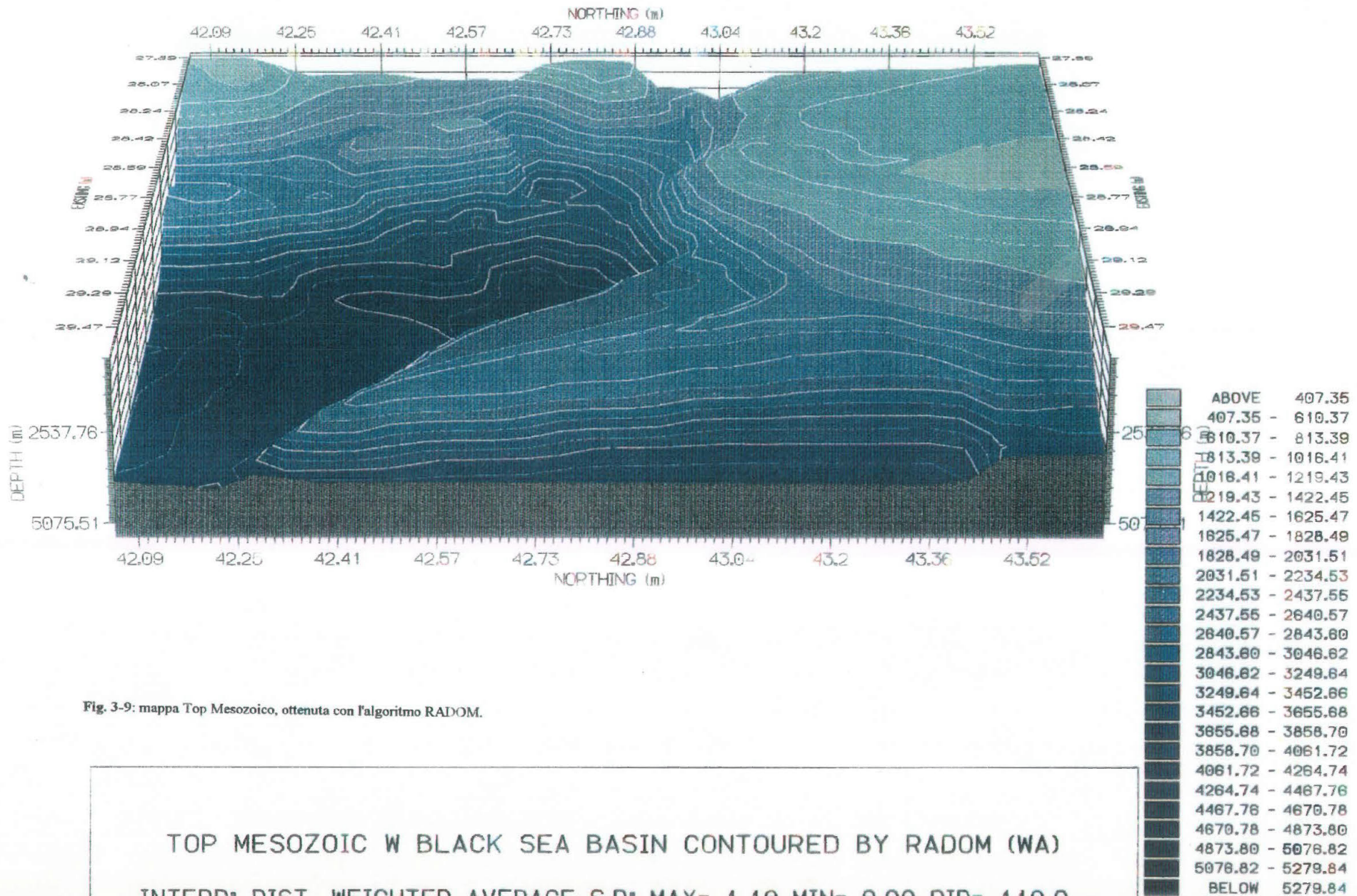


Fig. 3-9: mappa Top Mesozoico, ottenuta con l'algoritmo RADOM.

TOP MESOZOIC W BLACK SEA BASIN CONTOURED BY RADOM (WA)

INTERP: DIST. WEIGHTED AVERAGE S.R: MAX= 1.10 MIN= 0.90 DIR= 110.0

Infatti le figure 3-10 e 3-11 rappresentano gli orizzonti C e K modellati con l'algoritmo dell'UNIRAS, i quali esibiscono una scarpata terminante a conoide, con un accenno di allungamento, che rendono però le due depressioni quasi unite.

Le mappe dei gradienti (figure 3-12 per C, 3-13 per E, 3-14 per K) mostrano una zona di massimo ad est della struttura allungata, un'altra fascia di massimo, che corre da SW a NE (parte alta) lungo la scarpata del *Kemchian Foredeep*, una fascia in senso NNW-SSE che conferma la presenza di sovrascorrimenti della *Stara Planina* sulla piattaforma e delle propaggini allungate verso NE, in basso nelle figure 3-12 e 3-14).

I punti di faglia dell'allungamento della *Moesian platform* fanno sicuramente parte di un sistema complesso di faglie distensive e la loro correlazione, mediante il metodo della proiezione delle dislocazioni su un piano verticale, hanno confermato la loro mutua relazione sul diagramma di *contour*, lungo una direzione NNE-SSW (figura 3-15a & b). Queste faglie potrebbero corrispondere a quelle mostrate nella figura 3-4a. Secondo il diagramma della dislocazione, le faglie possono sicuramente essere ulteriormente estese verso sud di un tratto uguale a quello già evidenziato.

Per l'analisi del piano di *thrust*, si è usato un piano molto inclinato (fig. 3-16a & b), dal quale si ottiene una buona correlazione, specie per l'orizzonte K di cui le figure 3-5a e 3-5b potrebbero mostrare la forte dislocazione a mezzo di faglie compressive con piccola inclinazione. Analoghi risultati sono stati ottenuti per i punti posti sull'allungamento verso NE, nella parte bassa delle mappe esposte che, come faglie, potrebbero corrispondere a quelle delle figure 3-5c (linea sismica BS-14).

Anche per il sistema di faglie normali che dalla scarpata del blocco di Varna, va verso la depressione di *Kemchian*, con direzione NE (poste sul massimo centrale delle mappe di gradiente), sono stati ottenuti dei buoni diagrammi di dislocazione.

Due semplici mappe finali di interpretazione delle faglie e degli orizzonti C e K, sono mostrate nelle figure 3-17 e 3-18, col sistema di visualizzazione delle faglie dell'UNIRAS e con l'algoritmo LADOM. I commenti sulla interpretazione sono già stati fatti, si può solo aggiungere che la semplificata rappresentazione delle faglie nel *contour* UNIRAS porta alla necessità di un metodo appropriato a tale problema.

Comunque le mappe, soprattutto quelle 3D, mostrano che il metodo fornisce una buona descrizione delle strutture presenti, soprattutto mettendo in evidenza la depressione del *Kemchian Foredeep*, zona interessante sia per la geodinamica che per l'esplorazione di idrocarburi.

Si possono infine fare delle considerazioni specifiche sul *contour*. Innanzitutto possiamo dire che l'utilizzo del LADOM permette l'eliminazione degli artefatti, visibili nelle mappe fatte coll'algoritmo dell'UNIRAS (figure 3-10 e 3-11 in posizione centrale).



Relativamente alle zone a bassa densità di punti, come l'algoritmo LADOM, modella l'andamento strutturale praticamente appiattendolo come allo stesso modo opererebbe l'interprete facendo un *contour* manuale. Come si può vedere il sistema UNIRAS ha invece riportato delle linee di livello piuttosto movimentate, cercando di modellare delle strutture con un dettaglio maggiore delle informazioni disponibili.

Un'osservazione di natura puramente informatica è stata dettata, cercando di ottimizzare gli algoritmi RADOM e LADOM; che sono più lenti degli algoritmi dell'UNIRAS: ci si è accorti che la minor velocità non dipende solo dalla mole di calcoli e controlli automatici o dalla più lunga sperimentazione ed ottimizzazione da parte dell'UNIRAS, ma anche da una 'astuzia informatica' in quanto questi algoritmi selezionano un numero limitato di punti di controllo (una percentuale minore di 100 rispetto al numero totale), a prescindere dal raggio del cerchio di ricerca. Ciò non rende affidabile il metodo per scopi geologici in quanto, selezionando un numero limitato di punti, può essere assunta una direzione di *trend* preferenziale che non è quella reale della struttura. Questo comporta, oltre ad un errore, anche una mancanza di flessibilità dell'algoritmo.

Si ricava quindi che gli innumerevoli algoritmi che esistono in commercio, se pur validi, possono risultare inadatti per affrontare alcuni problemi dove, oltre l'informatico, necessita una figura con la conoscenza specifica di problematiche inerenti all'uso di tali algoritmi.

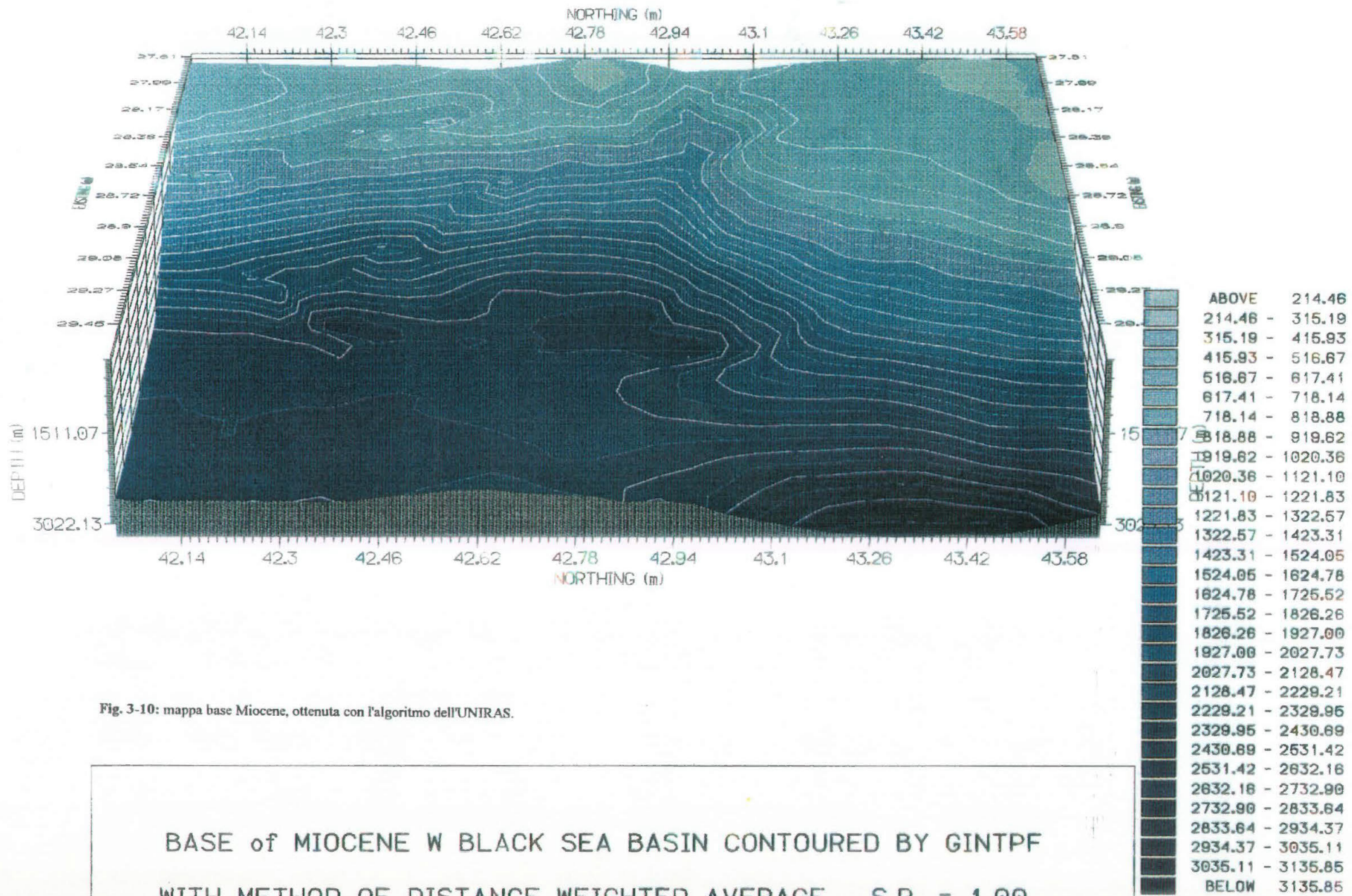


Fig. 3-10: mappa base Miocene, ottenuta con l'algoritmo dell'UNIRAS.

BASE of MIOCENE W BLACK SEA BASIN CONTOURED BY GINTPF  
 WITH METHOD OF DISTANCE WEIGHTED AVERAGE S.R. = 1.00

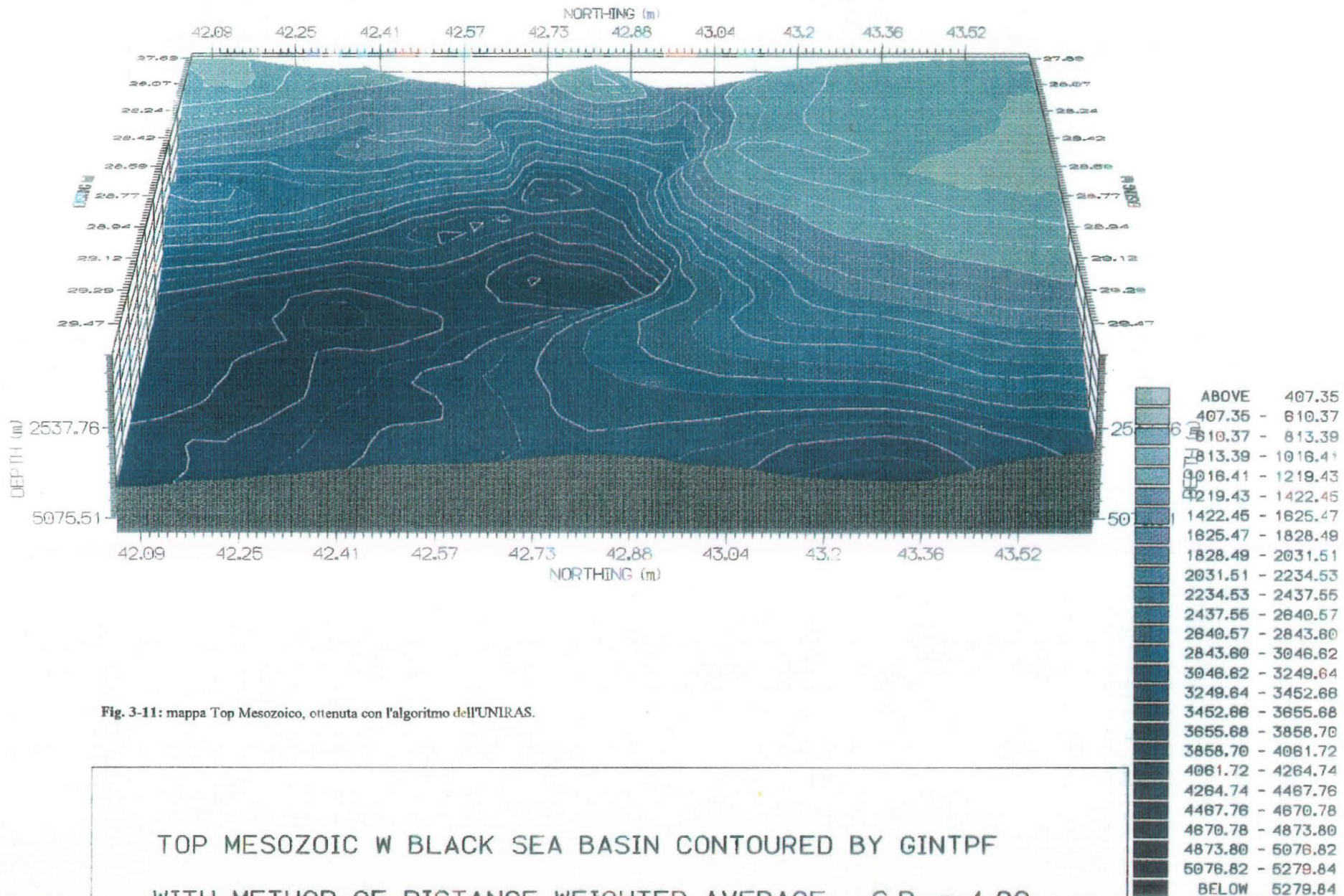


Fig. 3-11: mappa Top Mesozoico, ottenuta con l'algoritmo dell'UNIRAS.

TOP MESOZOIC W BLACK SEA BASIN CONTOURED BY GINTPF  
 WITH METHOD OF DISTANCE WEIGHTED AVERAGE S.R. = 1.00

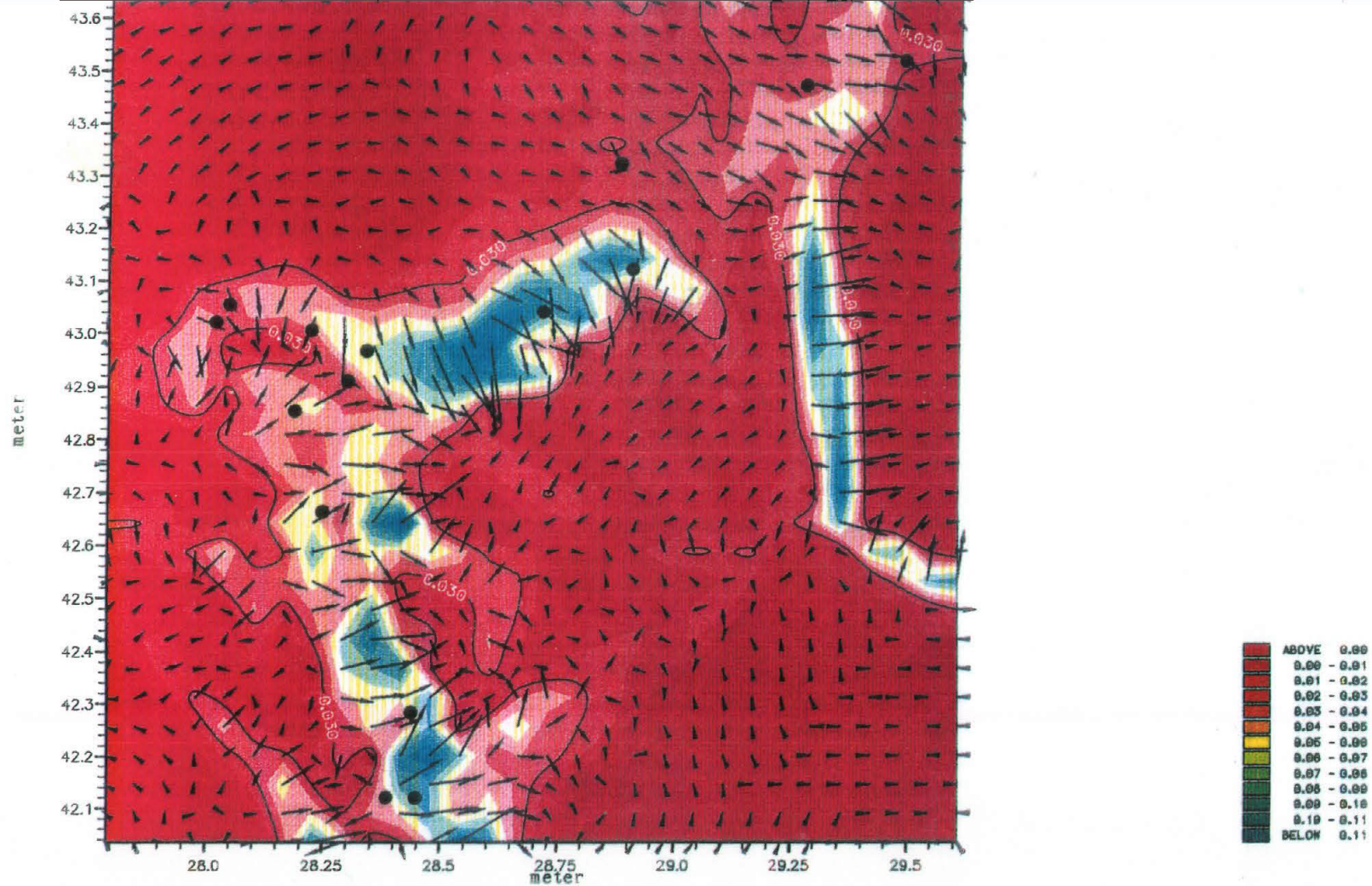


Fig 3-12: mappa gradiente superficie base Miocene, ottenuta con l'algoritmo LADOM.

GRADIENT FLOW MAP OF BASE of MIOCENE W BLACK SEA BASIN

THRESHOLD = 0.03

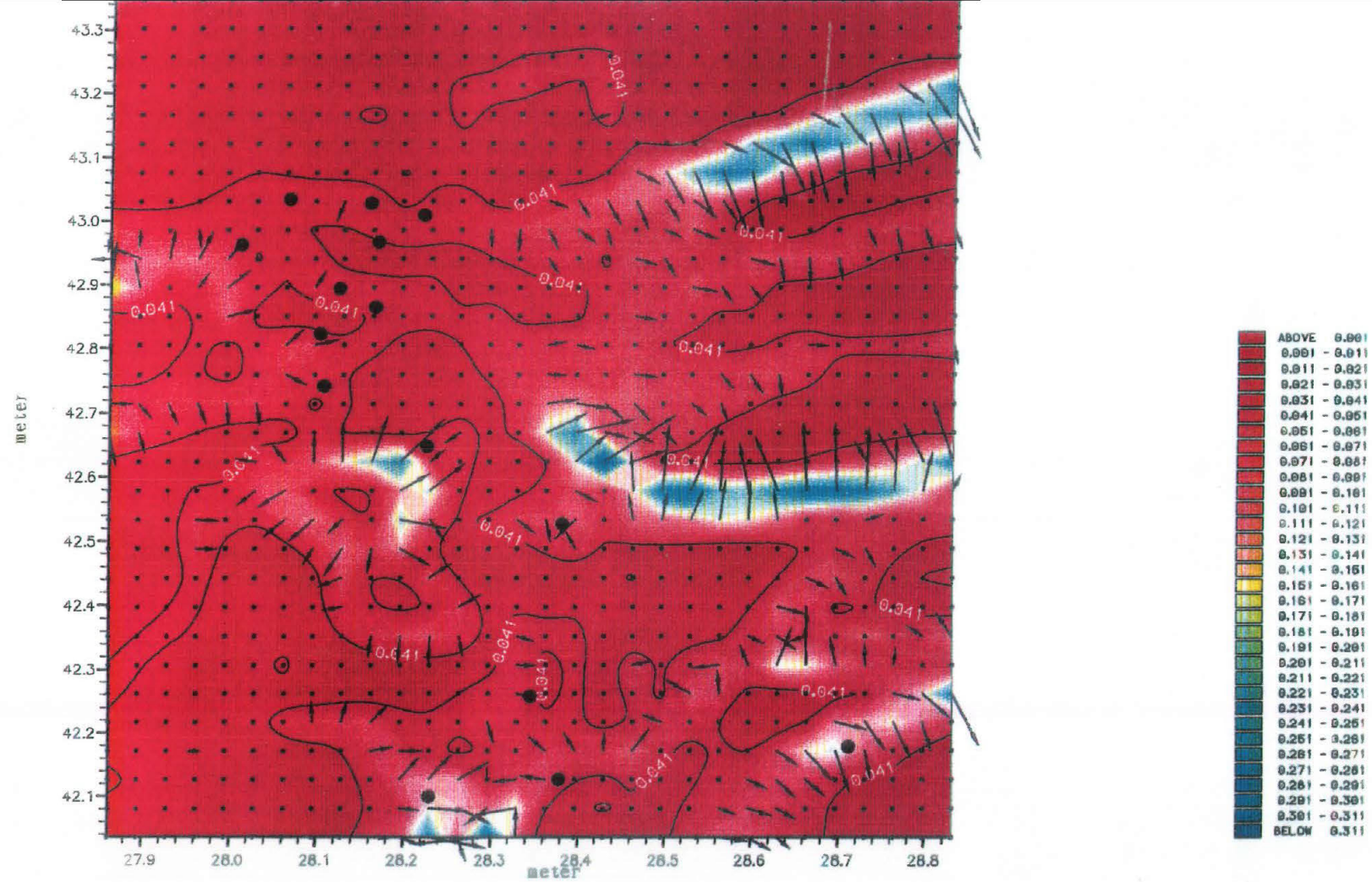


Fig 3-13: mappa gradiente superficie base Oligocene, ottenuta con l'algoritmo LADOM.

GRADIENT FLOW MAP OF BASE OLIGOCENE W BLACK SEA BASIN

THRESHOLD = 0.04

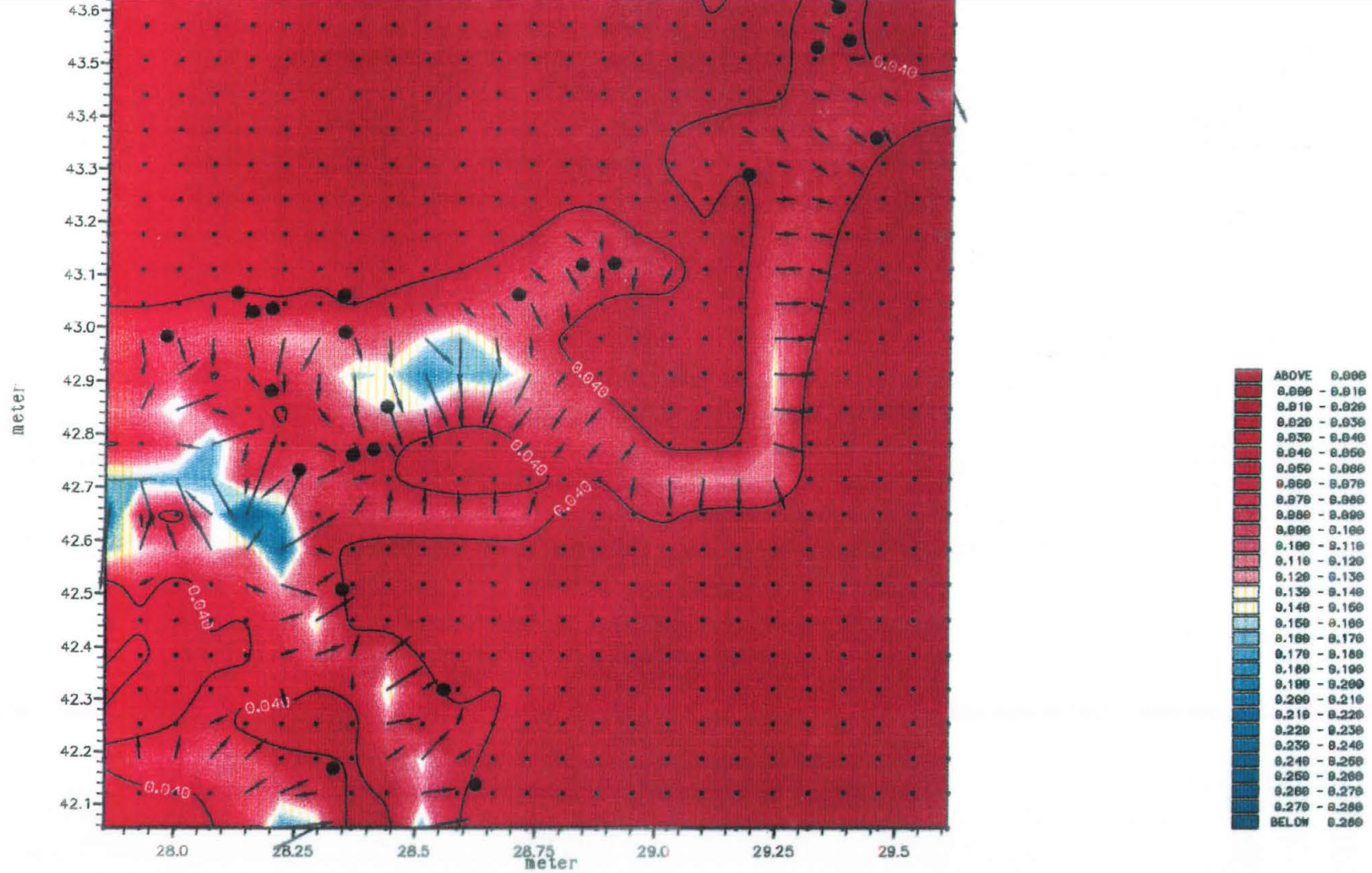


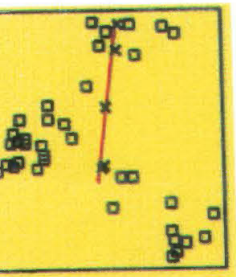
Fig 3-14: mappa gradiente superficie Top Mesozoico, ottenuta con l'algoritmo RADOM.

GRADIENT FLOW MAP OF TOP MESOZOIC W BLACK SEA BASIN

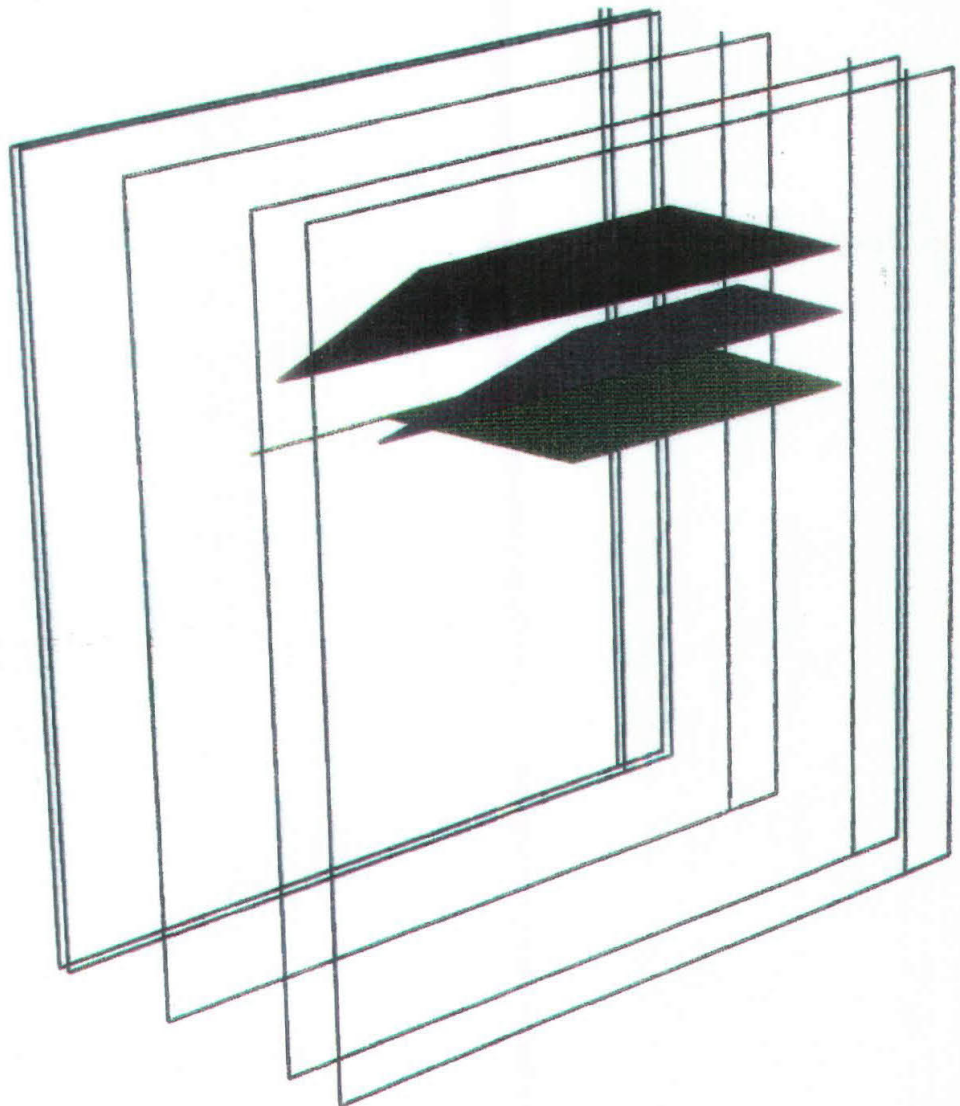
THRESHOLD = 0.04

Fig. 3-15a: proiezione punti su un piano verticale e diagrammi dislocazione per i 3 orizzonti.

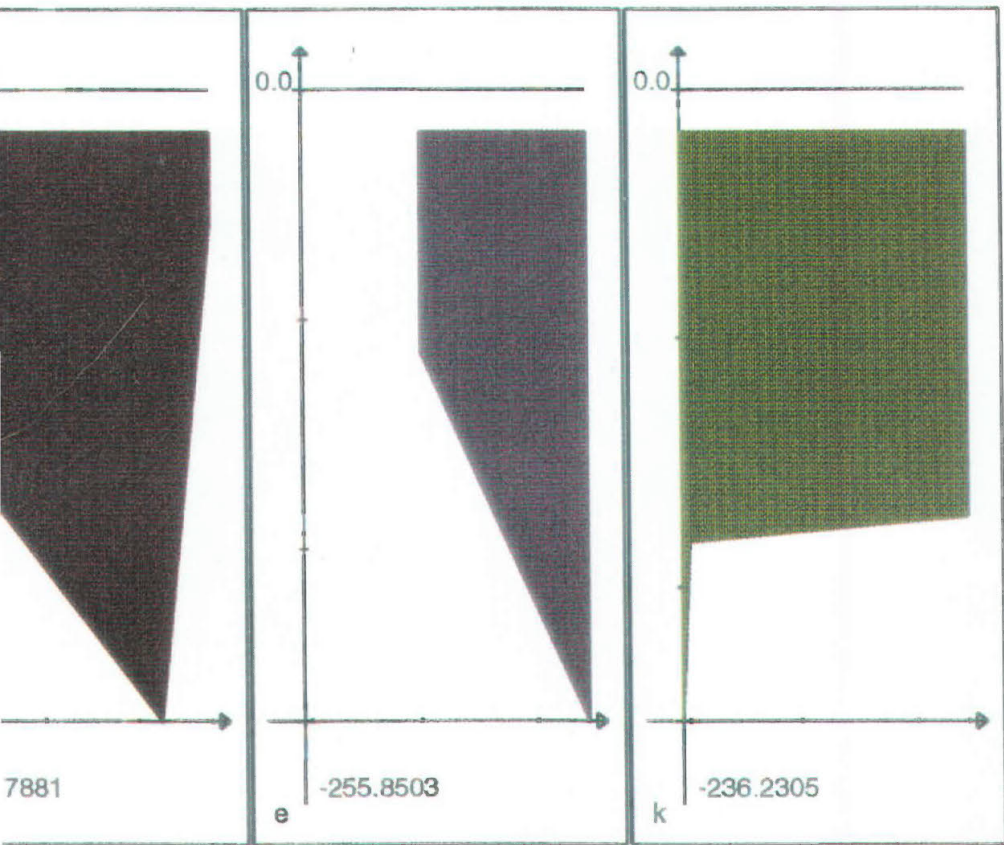
Parameter: Heave



BG79135  
67000  
BG7744  
77000  
BG79119  
647000  
BG79122  
669000  
BG7769  
661000



eter: **Heave**  
 ntal axis: distance along fault plane  
 l axis: parameter (milliseconds)  
 ce between start/end point: **104.837 Km**



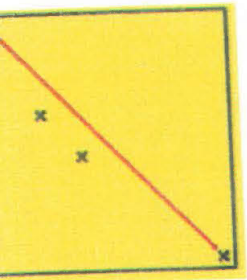
- 22 f69000
  - 2. BG79119 f47000
  - 3. BG79135 f67000
  - 4. BG7744 f77000
- 9 f61000

Fig 3 -15b: diagrammi dislocazioni dei punti di figura 3-15a.

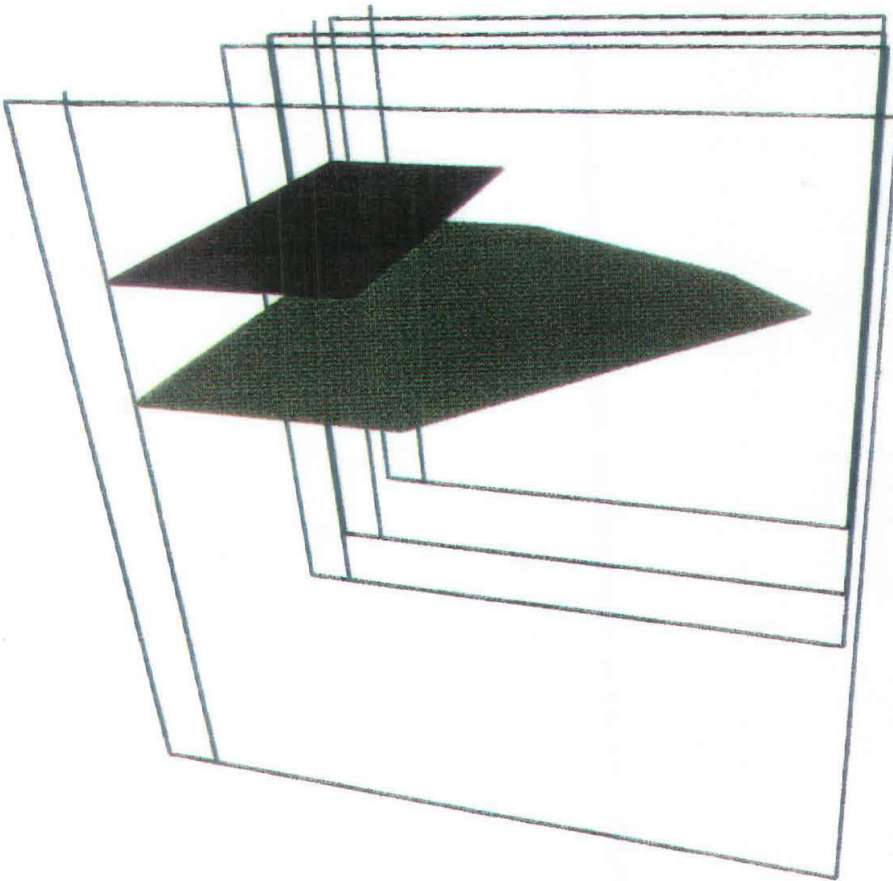


Fig 3 -16a: proiezione punti su un piano molto inclinato e diagrammi dislocazioni per i 3 orizzonti.

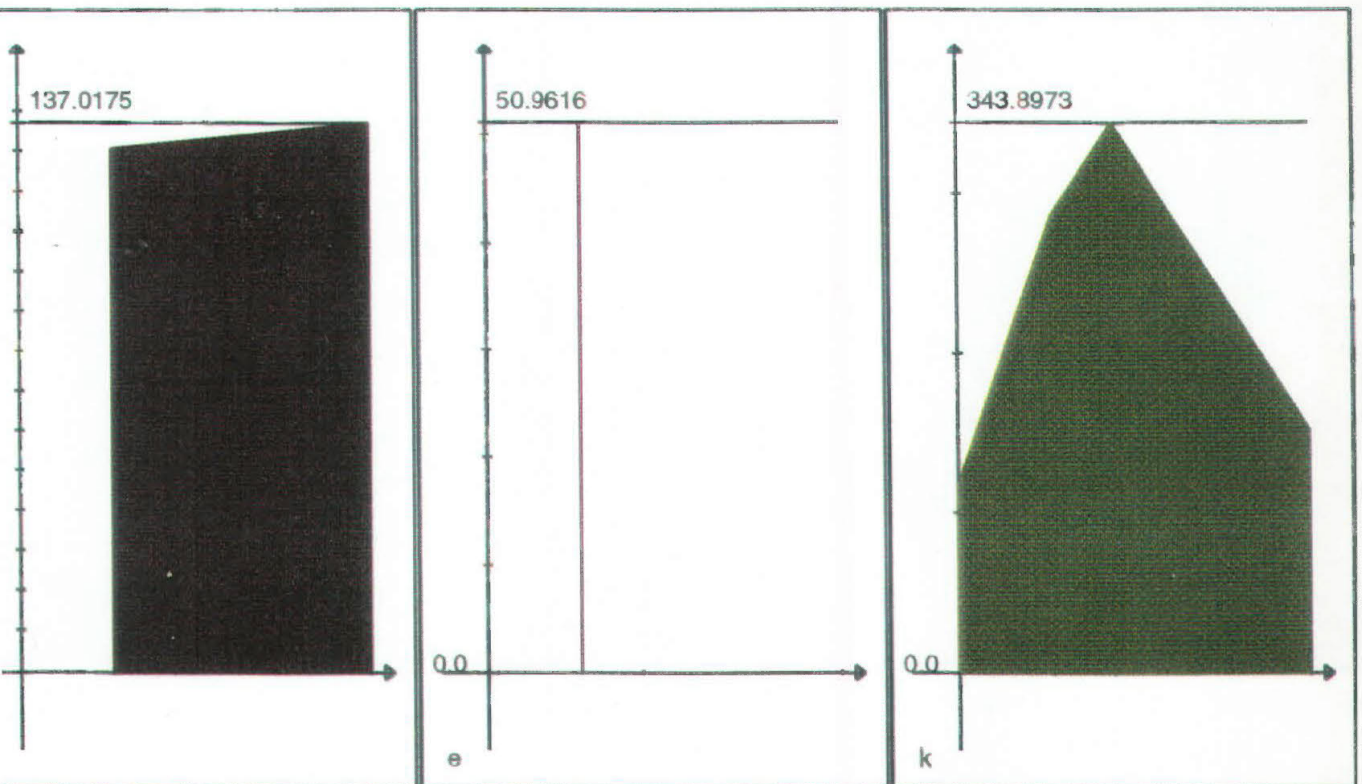
Parameter: Slip



BG7744  
f91000  
BG7739  
f52000  
BG7995  
f37000  
BG7849  
f6000



Parameter: **Slip**  
Horizontal axis: distance along fault plane  
Vertical axis: parameter (milliseconds)  
Distance between start/end point: **66.592 Km**



3G7744 f91000

2. BG7739 f52000

3. BG7995 f37000

3G7849 f6000

Fig 3 -16b: diagrammi dislocazioni dei punti di figura 3-16a.

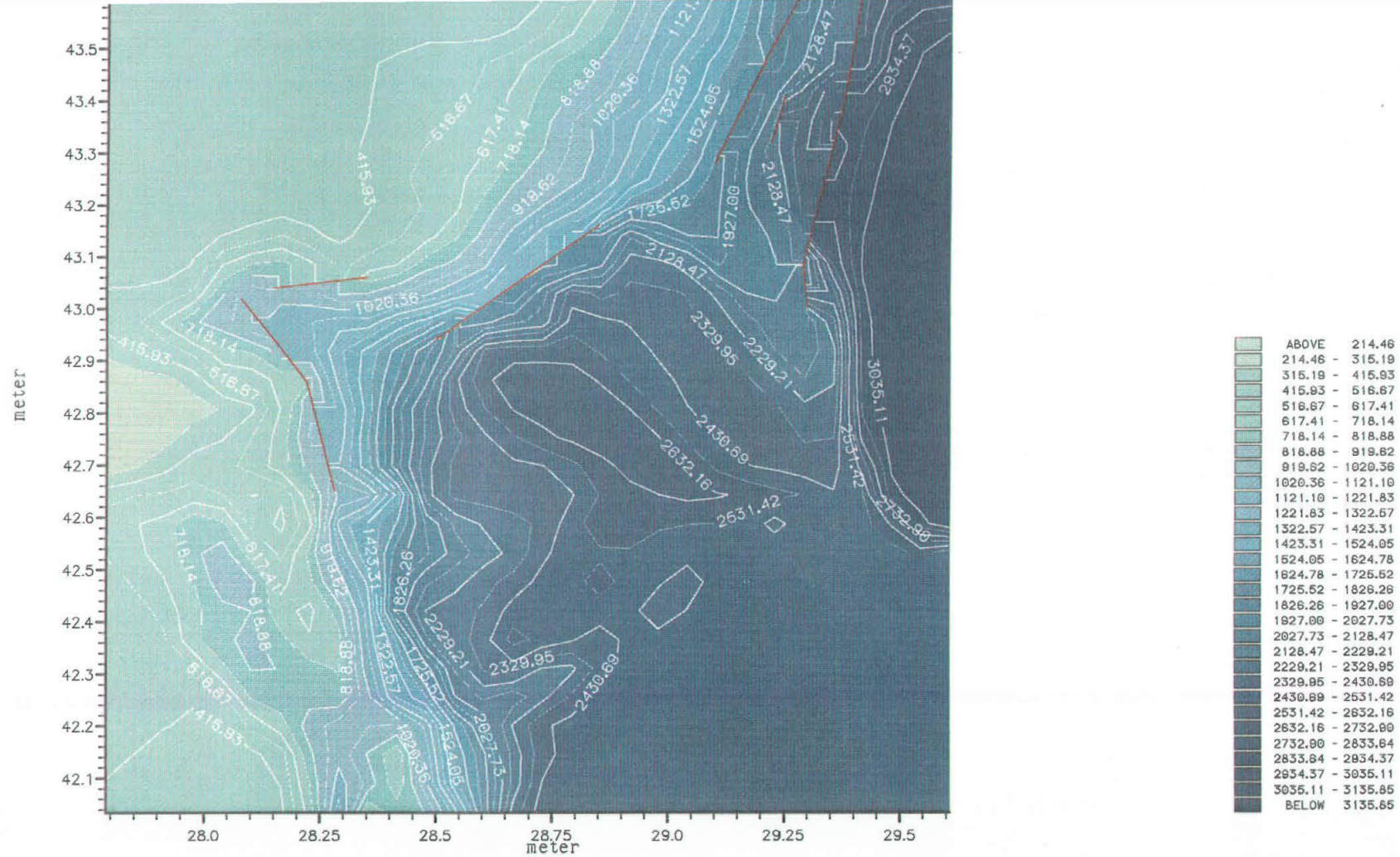


Fig. 3-17: mappa superficie base Miocene interpretata.

UNTITLE FILE CONTOURED BY RADOM (WA)

INTERP: DIST. WEIGHTED AVERAGE S.R: MAX= 1.10 MIN= 0.90 DIR= 20.0

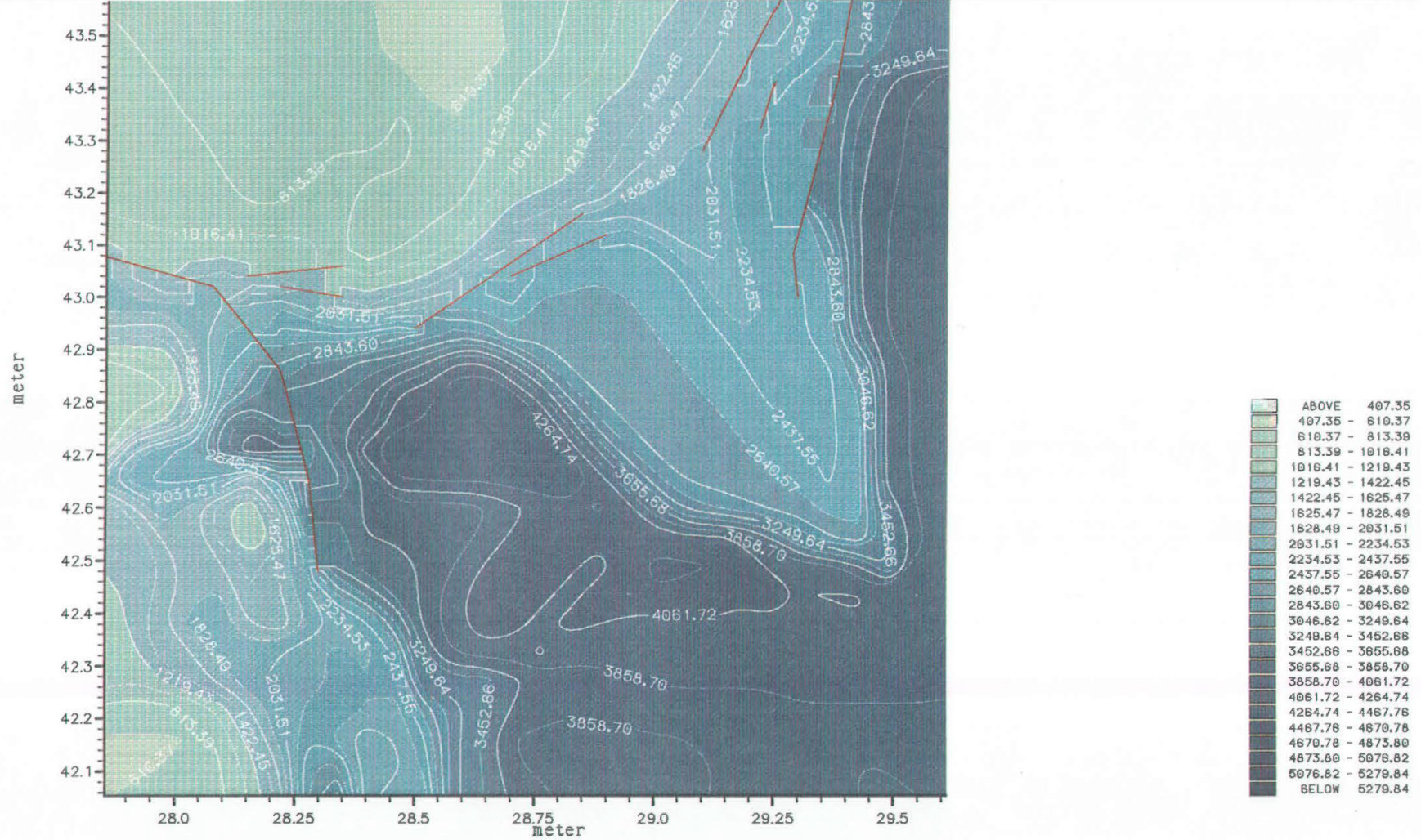


Fig. 3-18: mappa superficie top Mesozoico

UNTITLE FILE CONTOURED BY RADOM (WA)

INTERP: DIST. WEIGHTED AVERAGE S.R: MAX= 1.00 MIN= 1.00 DIR= 0.0

## Conclusioni

In questa tesi viene presentato un metodo originale per la ricostruzione di superfici geologiche con faglie a partire da *data set* sismici a riflessione 2D. Il metodo è basato sull'applicazione di algoritmi innovativi di *gridding* alla distribuzione iniziale dei punti di profondità con campionamento spaziale irregolare. Tali algoritmi preservano le rapide variazioni di pendenza locali attraverso un calcolo degli allineamenti preferenziali (*trend*) di origine geologica e la selezione vincolata da criteri geostatistici dei punti di controllo per il *gridding*.

Il risultato è un *pre-contour* dei dati che presenta il massimo grado di risoluzione strutturale compatibile con il campionamento spaziale adottato e consente localmente estrapolazioni corrette oltre i limiti imposti da tale campionamento.

Le superfici così ottenute possono essere analizzate e filtrate per isolare le rotture di pendenza potenzialmente legate alla presenza di faglie. Gli algoritmi proposti effettuano l'analisi della superficie e l'estrazione dei punti di faglia situati nelle zone di massima probabilità. La correlazione dei punti, la verifica del risultato viene effettuata con criteri quantitativi basati sulla sistematicità della distribuzione degli spostamenti sul piano di faglia (vedasi Watterson, 1986; Barnett et al., 1987; Gibson et al., 1989 e Walsh and Watterson, 1989).

A questo scopo sono stati ideati e realizzati degli algoritmi per l'analisi interattiva 2D e 3D. L'intera procedura è stata sperimentata con successo su *data set* sintetici e reali. In particolare, i risultati ottenuti su un *data set* del margine occidentale del Mar Nero indicano che il metodo è robusto, analiticamente e computazionalmente efficiente, consente un controllo quantitativo nelle varie fasi della ricostruzione della sub-superficie ed una rapida verifica delle differenti soluzioni interpretative. Gli algoritmi di *gridding* progettati ed implementati nell'ambito della presente tesi (RADOM e LADOM) forniscono inoltre uno strumento avanzato nella fase iniziale di *pre-contouring* e soprattutto, per la ricostruzione finale delle superfici con faglie.

I metodi proposti, per la mappa di *pre-contour*, mostrano come può intervenire l'interprete applicando il suo pensiero nell'interpolazione sui punti della griglia, rendendo così il metodo più flessibile e adatto alle esigenze geologiche.

In particolar modo, il metodo di selezione dei punti di controllo per l'interpolazione, oltre a non permettere il lisciamento dei gradini di faglia, fornisce una prova statistica del trattamento errato delle faglie come 'opachi', cioè la eliminazione, dall'interpolazione di un nodo, dei punti posti nel blocco diviso dalla faglia.

L'adattamento del metodo del diagramma di dislocazione delle faglie (vedasi Watterson, 1986; Barnett et al., 1987; Gibson et al., 1989; Walsh and Watterson, 1989 e Walsh and Watterson, 1991)., si è dimostrato uno strumento valido per la ricostruzione della traccia delle faglie, mediante correlazione di un insieme di punti selezionato col metodo proposto.

La *Case History* sui dati del Mar Nero, offre la verifica del livello di accuratezza richiesto per il *contour* nella ricostruzione delle rotture di pendenza. Lavorando il più delle volte, in condizioni deficitarie di punti di faglia nei riguardi del metodo di correlazione è necessario utilizzare anche la più piccola variazione del gradiente.

Il metodo ha consentito una valida ricostruzione delle zone di interesse geologico e geodinamico del margine occidentale di questo mare e ha permesso un confronto costruttivo con algoritmi commerciali, non sempre adatti alle esigenze specifiche del caso geofisico e geologico.

Il metodo può essere infine utilizzato per la ricostruzione finale delle aree prossime alla faglia. Per il modellamento di questa, infatti si propone l'uso locale di griglie irregolari che tenendo fissi i punti di faglia permettono l'adattamento di una superficie che con buona approssimazione può essere considerata minima, usando le funzioni *splines*, ampiamente descritte ed utilizzate nell'ambito di questo lavoro.



## BIBLIOGRAFIA

Akima H., 1978. A method of bivariate interpolation and smooth surface fitting for irregularly distributed data points. *ACM Trans. Mathematical software*, v.4, no.2, pp.148-159.

Agterberg F. P., 1974. *Developments in Geomathematics 1*. Elsevier scientific publishing company, vol. 1, pp. 54-61, 241-361.

Argawal R. G. and Kanasewich E. R., 1974. Automatic trend analysis and interpretation of potential field data. *Geophysics* vol. 36 no. 2 (April 1974) pp. 339-348.

Badley M. E., 1985. *Practical seismic interpretation*. International Human Resources Development Corporation, Boston, pp. 211-234.

Banks R., 1991. Contouring algorithms. *Geobyte* October 1991, pp. 15-23.

Barnett Jim A. M., Mortimer J., Rippon J. H., Walsh J. J. and Watterson J., 1987. Displacement geometry in the volume containing a single normal fault. *The American Association of Petroleum Bulletin*, v. 71, no. 8 (August 1987), pp.925-937.

Barnett and Lewis, 1978. *Outliers in statistical data*. Wiley series in probability and mathematical statistics-applied.

Bhattacharyya B. K., 1969. Bicubic spline interpolation as a method for treatment of potential field data. *Geophysics* vol. 34 n. 3 (June 1969), pp. 402-423.

Boccaletti M., Dainelli P., Manetti P. and M. R. Mannori, 1988 1. Tectonic framework of the circum - Black Sea Region. *Bollettino di Geofisica Teorica ed Applicata*, vol.XXX, n.117-118 - March June 1988, pp.5-8.

Boccaletti M., Cassinis R., Dainelli P., Marino C. M., Tibaldi A. and Zanchi A, 1988 2. Landsat features in the Black Sea area: their tectonic significance. *Bollettino di Geofisica Teorica ed Applicata*, vol.XXX, n.117-118 - March June 1988, pp. 17-37.



Bolondi G., Rocca F. and Zanoletti S., 1976. Automatic contouring of faulted subsurfaces. *Geophysics* vol. 41 n. 6 (December 1976), pp. 1377-1393.

Braile L. W., 1978. Comparison of four random to grid methods. *Computer & Geosciences* vol. 4, pp. 341-349.

Briggs I. C., 1974. Machine contouring using minimum curvature. . *Geophysics* vol. 39 n. 1 (February 1974), pp. 39-48.

Bolondi G., Rocca F. and Zanoletti S., 1977. Methods for contouring irregularly spaced data. *Geophysical Prospecting* n. 25 , pp. 96-119.

Carr J. R., 1990: UVKRIG: a fortran-77 program for Universal Kriging. *Computer & Geosciences* vol. 16 no. 2, pp. 211-236.

Chapman T. J. and A. W. Meneilly, 1990. Fault displacement analysis in seismic exploration. *First Break* vol.8, no.1 January 1990/1.

Chiaruttini C., Galuppo P., Pipan M., Roberto V., 1989. Fault pattern analysis and automatic contouring: prototipo di un sistema esperto per la ricostruzione del pattern areale delle faglie ed il contouring automatico. *Atti 9° convegno G.N.G.T.S.*, vol. 1, pp. 703-706

Coons S. A., 1967. Surfaces for computer-aided design of space forms. M.I.T. Proj. MAC, MAC-TR-41, June 1967 (Anche come AD 663 504).

Dachev C., Stanev V. and Bokov P., 1988. Structure of the Bulgarian Black Sea area. *Bulletin di Geofisica Teorica ed Applicata*, vol.XXX, n.117-118 - March June 1988, pp.79-107.

Davis M. W. D. and David M., 1980. Generating Bicubic spline coefficients on a large regular grid. *Computer & Geosciences* vol. 6, pp. 1-6.

Dubrulle O., 1984. Comparing Splines and Kriging. *Computer & Geosciences* vol. 10, no. 2-3, pp. 327-338.

Dubrulle O., 1986. Reply: Comparing splines and Kriging. *Computer & Geosciences* vol. 12, no. 5, p. 729.

Eckstein B. A., 1989. Evaluation of spline and weighted average interpolation algorithms. *Computer & Geosciences* vol. 15 no. 1, pp. 79-94.

Finetti I., Bricchi G, Del Ben A., Pipan M., Xuan z., 1988. Geophysical study of the Black sea. *Bollettino di Geofisica Teorica ed Applicata*, vol.XXX, n.117-118 - March June 1988., pp.197-324.

Golub G. H. and Reinsch C., 1970. Singular Value Decomposition and Least Squares Solutions: Handbook for Automatic Computation, II Linear Algebra. Eds. J. Wilkinson and C. Reinsch, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York.

Hamilton D. E. and Henize S. K., 1992. Computer mapping of pinnacle reefs, evaporites and carbonates: northern trend, Michigan basin. Computer modeling of geologic surfaces and volumes, AAPG Computer applications in geology, no. 1, ed. Hamilton D.E. and Jones T.A. pp. 47-60.

Hämmerlin G. and Hoffmann K., 1991,. Numerical mathematics. Springer-Verlag, pp. 110-165.

Hansen R. O., 1993. Interpretive gridding by anisotropic kriging. *Geophysics* vol. 58 n.10 (October 1993), pp. 1491-1497.

Hessing R. C., Lee H. K., Pierce A. and Powers E. N., 1972. Automatic contouring using Bicubic functions. *Geophysics*, vol. 37, n. 4 (august 1972), pp. 669-674.

Kanamori H. and Anderson D. L., 1975. Theoretical basis of some empirical relations in seismology. *Bulletin of the Seismological Society of America*, v.65, pp. 1073-1095.

Inoue H., 1986. A least squares smooth fitting for irregularly spaced data: Finite-element approach using the cubic B-spline basis. *Geophysics*, vol. 5, n. 11 (November 1986), pp. 2051-2066.

Jones T. A. and Hamilton D. E., 1992. A Philosophy of contour mapping with the computer. Computer modeling of geologic surfaces and volumes, AAPG Computer applications in geology, no. 1, ed. Hamilton D.E. and Jones T.A. pp. 1-7.

Krajewski S. A. and Gibbs B. L., 1994. Computer contouring generates artifacts. Geobyte April 1994, pp. 15-19.

Kushnir G. e Yarus J. M., 1992. Modeling anisotropy in computer mapping of geologic data. Computer modeling of geologic surfaces and volumes, AAPG Computer applications in geology, no. 1, ed. Hamilton D.E. and Jones T.A. pp.75-91.

Fontanella F., Pasquali A., 1982. CALCOLO NUMERICO Metodi ed algoritmi vol. 2. Pitagora Editrice Bologna, pp. 1-126.

Gibson J. R., J. J: Walsh and J. Watterson, 1989. Modeling of bed contours and cross-sections adjacent to planar normal faults. Journal of Structural Geology, Vol.11, no.3, pp.317-328.

Matheron G., 1963. Principles of geostatistics. Economic Geology, v.58, pp. 1246-1266.

Matheron G., 1965. Las variables regionalisees et leur estimation. Massons Paris, pp. 306.

Matheron G., 1971. The theory of regionalized variables and its applications: les Cahiers du Centre de Morphologie Mathematique de Fontainebleau, Ecole des Mines de Paris, 211 pp.

Matheron G., 1973. The intrinsic random functions and their applications: Advances in Appl. Probability, Dec. 1973, no. 5, pp.439-468.

Matheron G., 1981. Splines and Kriging: their formal equivalence. Down to Earth Statistics: Solutions looking for geological problems. Syracuse University, geology contribution 8, pp. 77-95.

Mc Bratney A. B., Webster R. and Burgess T. M., 1981. The design of optimal sampling schemes for local estimation and mapping of regionalized variables-I and II. *Computer & Geosciences* vol. 7, No. 4, pp. 331-334 (I); 335-365 (II).

Morrison J. L., 1971. Method-produced error in isarithmic mapping. *Sm. Congress on Surveying and Mapping, Tech. Mon. CA* pp. 5-76.

Michelini A., 1992. Uso di curve parametriche in tomografia sismica. *Atti dell'11° convegno G.N.G.T.S.*, vol. 1, pp. 173-177.

Michelini A. and McEvelly T. V., 1991. Seismological studies at Parkfield I. simultaneous inversion for velocity structure and hypocenters using cubic b-splines parametrization. *Bulletin of Seismological Society of America*, vol. 81, no. 2, pp. 524-552, April 1991.

Milne W. E., 1953. *Numerical solutions of differential equations*. New York . John Wiley & sons inc. London Chapman & Hall, limited.

Morgan F., 1988. *Geometric measure theory*. Academic Press inc.

Olea R. A., 1992. KRIGING. Understanding allays intimidation. *Geobyte* October 1992, pp. 12-17

Pelto C. R., Elkins T. A. and Boyd H. A., 1968. Automatic contouring of irregularly spaced data. *Geophysics* vol. 33 n. 3 (June 1968), pp. 424-430.

Philip G. M. and Watson D. F., 1985. Letter to the editor. Comment on "Comparing splines and kriging", (Dubrule O., 1984. *Computer & Geosciences* vol. 10, no. 2-3, pp. 327-338). *Computer & Geosciences* vol. 12, no. 2, pp. 243-245.

Pipan M., Finetti I., Galuppo P., Pettenati F., Del Ben A. and Fu Ping, 1994. Fault pattern analysis and automatic reconstruction - A case study from the western Black Sea. 6th Meeting European Association of Petroleum Geoscientists & Engineers; *Extended Abstracts Book*, Paper P561.

Pipan M., Del Ben A., Finetti I., Pettenati F., 1995. Computer Aided Fault Pattern Reconstruction: application of the methodology to the analysis of 2D seismic data. *Atti 13 Convegno Nazionale GNGTS*, pp.753-762.

Press W. H., Flannery B. P., Teukolsky S. A. and Vetterling W. T., 1987. *Numerical Recipes. The art of scientific computing*. Cambridge university press, pp. 19-64, 335-380, 498-520.

Rogers D. F. and Adams J. A., 1990. *Mathematical Elements for Computer Graphics* II edition. Mc Graw Hill, pp. 247-350; 379-460.

Shoenberg I. J., 1946. Contributions to the problem of approximation of equidistant data by Analytic Functions. *Q. Applied Mathematics* vol. 4, pp. 45-99, 112-141.

Smith W. H. F. and Wessel P., 1990. Gridding with continuous curvature splines in tension.. *Geophysics* vol. 55 n. 3 (march 1990), pp. 293-305.

Srivastava G. S. and Merriam D. F., 1980; Use of the power spectrum in characterizing structural surfaces. *Computer & Geosciences* vol. 6 pp. 87-94.

Stoer, 1971. *Introduzione al calcolo numerico*.

Taylor J. R., 1990. *Introduzione all'analisi degli errori. Lo studio delle incertezze nelle misure fisiche*. Zannichelli.

Tucker P. M., 1988. Seismic contouring: A unique skill. *Geophysics* vol. 53 no. 6 (June 1988), pp. 741-749.

Walsh J. J. and Watterson J., 1989. Displacement gradients on fault surfaces. *Journal of Structural Geology*, Vol.11, No.3, pp.307-316.

Walsh J. J. and Watterson J., 1991. Geometric and kinematic coherence and scale effects in normal fault. A. M. Yielding, G & Freeman B. (eds), 1991. *The Geometry of Normal Faults*. Geological Society Special Publication No.56, pp.193-203.

Watterson J., 1986. Fault Dimensions, Displacements and Growth. *Pageoph.*, Vol.124, nos. ½ (1986), pp.365-372.

Wonnacott T. H. and Wonnacott R. J., 1987. *Introduzione alla statistica*. Scienze sociali, Franco Angeli.

Wood J., 1994. Visualizing contour interpolation accuracy in digital elevation models. *Visualization in Geographical Information Systems*. Edited by Hearnshaw H. M. & Unwin D. J. WILEY publishers.

Wren A. E., 1975. Contouring and the contour map: a new perspective. *Geophysical Prospecting* n. 23 , pp. 1-17.

Zonenshain L. P. and Le Pichon X., 1986. Deep Basins of the Black Sea and Caspian Sea as remnants of Mesozoic back-arc basins. *Tectonophysics*, 123, pp.181-211.

Zoraster S., 1992. Fault Representation in automated modeling of geologic structures and geologic units. *Computer modeling of geologic surfaces and volumes*, AAPG Computer applications in geology, no. 1, ed. Hamilton D.E. and Jones T.A. pp.123-139.