

A visão de futuros professores acerca do desenvolvimento de uma atividade de ensino de geometria utilizando caleidoscópios

The view of future teachers about the development of a geometry teaching activity using kaleidoscopes

Taise Lima do Nascimento

Graduanda em Licenciatura em Matemática
Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS) – Bahia – Brasil
tainlima2@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-2376-3719>

Rosemeire de Fátima Batistela

Professora Adjunta do Departamento de Ciências Exatas
Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS) – Bahia – Brasil
rosebatistela@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0003-2779-7251>

Resumo

Este artigo apresenta uma análise dos relatos de futuros professores que cursaram a disciplina *Instrumentalização para o Ensino de Matemática V – Geometria* sobre uma experiência de ensino utilizando caleidoscópios de dois e três espelhos. O objetivo foi analisar a visão de futuros professores acerca da experiência de ensino com caleidoscópios. Esta experiência foi realizada durante duas aulas de 50 minutos em uma turma de 9º ano de uma escola pública da cidade de Feira de Santana/BA. Participaram todos os professorandos da disciplina que, em duplas, trabalharam com os alunos organizados em grupos utilizando caleidoscópios de 2 e 3 espelhos. Relatos dos futuros professores destacaram que ficaram encantados com a participação de todos os alunos na atividade; consideraram uma atividade muito interessante, a qual cativou tanto os futuros professores quanto aos alunos; e que, na experiência de ensino, desajustes foram percebidos e relatados, mas que estes geraram reflexões sobre as tarefas e algumas dificuldades manifestadas pelos alunos. Considerando esses relatos e compreendendo o professor como um profissional que tem por tarefa ensinar, e a formação como forma/ação, pode-se concluir que a experiência de ensino foi prazerosa para alunos e professorandos, mostrando que os caleidoscópios são recursos promissores no ensino dos conceitos de geometria, com fácil aderência e implementação em aulas futuras.

Palavras-Chave: ensino de geometria, formação de professores, caleidoscópios, pavimentações do plano, Fenomenologia.

Abstract

This article presents an analysis of the reports of future teachers who took the *Instrumentalization for the Teaching of Mathematics V - Geometry* course on a teaching experience using two and three mirror kaleidoscopes. The aim was to analyze the vision of future teachers about the teaching experience with kaleidoscopes. This experience was carried out during two 50-minute classes in a 9th grade class of a public school in the city of Feira de Santana/BA. All enrolled teachers participated who, in pairs, worked with students organized in groups using kaleidoscopes with 2 and 3 mirrors. Reports from future teachers highlighted that they were delighted with all the students' participation in the activity; considered it a very interesting activity, which captivated both future teachers and students, and that in the teaching experience, mismatches were perceived and reported, but that these generated reflections on the tasks and some difficulties manifested by the students. Considering these reports and understanding the teacher as a professional whose task is to teach, and training as a form/action, it can be concluded that the teaching experience was pleasurable for students and teachers, showing that kaleidoscopes are promising resources in teaching the concepts of geometry, with easy adherence and implementation in future classes. Thus, the teaching of teacher trainers will contribute to the form/action of future teachers with a humanistic view of mathematics present in the various spheres of society and in problem solving.

Keywords: geometry teaching, teacher training, kaleidoscopes, plan pavements, Phenomenology.

Introdução

Este artigo apresenta a análise realizada a respeito da visão dos futuros professores acerca de uma experiência de ensino com o desenvolvimento de uma tarefa investigativa elaborada pelas pesquisadoras, juntamente com os futuros professores, utilizando caleidoscópios para/na resolução da atividade. Em outras palavras, nossa atenção está direcionada aos relatos das percepções dos futuros professores na/para uma experiência de ensino com caleidoscópios, por meio de tarefas investigativas no colégio estadual José Ferreira Pinto, com alunos do 9º ano.

Os caleidoscópios são instrumentos construídos com espelhos e são recursos com potencialidade para se trabalhar diversos conceitos geométricos. Dentre os conceitos geométricos que podem ser abordados nos caleidoscópios existem as *pavimentações do plano*, definidas como o recobrimento do plano por polígonos, sem que ocorra lacunas ou sobreposições. Poucos são os livros didáticos que abordam esse conteúdo, mesmo sendo indicado nos Parâmetros Curriculares Nacionais, (PCN) e na Base Nacional Comum Curricular, (BNCC) que seja trabalhado o recobrimento de uma superfície através da composição e decomposição de figuras e da relação entre os ângulos do polígono.

Muitos estudantes de Licenciatura em Matemática só possuem contato com o ensino tradicional e, nesse processo de transformação inicial de ex-estudantes em futuros professores, percebemos uma oportunidade de pesquisar como os futuros professores, que cursaram a disciplina *Instrumentalização para o Ensino de Matemática V – Geometria*,

(INEM V) no semestre 2019.2, se expressariam sobre a realização de uma experiência de ensino investigativo, utilizando caleidoscópios com alunos do Ensino Fundamental II.

Os dados foram constituídos pela descrição fenomenológica dos relatos dos futuros professores sobre o que se mostrou importante para eles durante a realização da tarefa, que foi aplicada no dia 11 de março, turno vespertino, no Colégio Estadual Ferreira Pinto. A análise dos dados foi realizada qualitativamente seguindo os princípios fenomenológicos.

A respeito da apresentação nesse texto, na primeira sessão, apresentamos um referencial teórico sobre o uso de espelhos e caleidoscópios para o ensino de geometria com Batistela (2005) e mais especificamente o uso dos caleidoscópios de 2 e 3 espelhos, pois foram os utilizados pelos futuros professores no desenvolvimento das tarefas. Também apresentamos uma breve discussão sobre o ensino de pavimentações nos documentos nacionais para o Ensino Fundamental II. E, por fim, trazemos uma discussão apoiada em Skovsmose (2000) sobre cenários de investigação. Já na segunda sessão segue descrito os procedimentos da pesquisa, análise e discussão dos dados.

Essa pesquisa tem por objetivo analisar a visão dos futuros professores acerca de uma experiência de ensino com espelhos e caleidoscópios, assim como contribuir com a formação desses e de outros futuros professores de matemática, com a visão de uma matemática humanista presente nas diversas esferas da sociedade e na resolução de problemas.

Espelhos e caleidoscópios no ensino de geometria

Os espelhos existem desde o fim do século XII e são produzidos em grande quantidade desde o fim do século XVII, segundo Barbosa e Murari (1998), e eles são fabricados por superfícies metálicas polidas, podendo ter superfícies planas ou curvadas e serem utilizados como recurso didático para o ensino de geometria. Neste artigo, trataremos apenas de espelhos planos, pois é o que usamos em nossa proposta de ensino. Os espelhos planos podem ser utilizados individualmente e de forma articulada. Quando articulados, e com determinadas angulações formadas entre os espelhos, chamamos de caleidoscópios.

Batistela (2005) produziu um kit formado por nove itens, espelhos e caleidoscópios, que têm como finalidade a visualização de objetos que possuem linhas de simetria. O kit contempla espelhos simples, espelhos articulados, caleidoscópios de 2, 3

e 4 espelhos e espelhos articulados especiais. O caleidoscópio de 2 espelhos é um instrumento que usa dois espelhos planos articulados na forma de um livro aberto, com as faces espelhadas para dentro. A autora argumenta que, neste caleidoscópio, podem ser abordados vários conceitos matemáticos, como a mudança dos ângulos entre os espelhos e o trabalho com a construção de bases caleidoscópicas. Entre esses conceitos está o de polígonos regulares e seus ângulos internos, foco do que foi trabalhado na atividade realizada com os alunos do 9º ano.

Polígonos é um dos objetos de conhecimento presentes na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), Brasil (2017). A BNCC vigora desde 2017 e trata-se de um documento normativo que define o conjunto de aprendizagens que todos os alunos devem desenvolver ao longo da Educação Básica. É estruturado nos seguintes tópicos: textos introdutórios, competências gerais e específicas, unidades temáticas, objetos de conhecimento e habilidades. Brasil (2017) aponta que, em relação a polígonos regulares, os alunos devem garantir a habilidade de identificar, reconhecer, nomear e classificá-lo em regular ou não regular, calcular os ângulos internos, estabelecer relações entre ângulos internos e externos e isso preferencialmente vinculado a mosaicos e ladrilhamentos.

Ladrilhamentos, tesselações planas ou pavimentações - nomenclatura que utilizaremos daqui em diante -, dizem do recobrimento do plano por figuras planas sem sobreposições ou lacunas entre elas. Batistela e Santos (2013) argumentam que o estudo envolve o trato com diversos conceitos geométricos, propriedades, e seu caráter artístico tem sido um estimulante da criatividade dos alunos. Segundo Murari (1999), as pavimentações podem ser visualizadas em caleidoscópios e recomenda o caleidoscópio modificado de 3 espelhos para uso educacional, pois, por meio dele é possível trabalhar a construção de padrões a serem visualizados, uma vez que as imagens a serem geradas podem ter seu visual previsto.

Os caleidoscópios modificados para trabalho em grupo podem ter três configurações de ângulos que determinam três nomes diferentes e refletem imagens diferentes, pois a reflexão obtida relaciona-se com os ângulos do triângulo que formam os caleidoscópios. A criação desses caleidoscópios, ver mais em Murari (1999), é inspirada nos caleidoscópios para entretenimento, aqueles que têm a forma cilíndrica e em uma das bases é possível girar e obter visual colorido e imprevisível. A estrutura de formação dos caleidoscópios modificados para trabalho em grupo é a mesma desses

caleidoscópios para entretenimento, mas o tamanho dos espelhos permite o trabalho de construção e visualização em geometria. Esta visualização acontece através das bases caleidoscópicas.

Santos (2006) argumenta que é possível visualizar oito tipos de pavimentações nos três caleidoscópios. No equilátero, as pavimentações (3,3,3,3,3,3), (6,6,6), (3,6,3,6), (3,4,6,4), (4,6,12) e (3,12,12); no retângulo, as pavimentações (4,4,4,4) e (4,8,8); e no escaleno, as mesmas visualizações do caleidoscópio equilátero. Murari (1999) utilizou estes caleidoscópios com estudantes e observou o despertar do interesse dos alunos, do envolvimento deles com as atividades e expressões artísticas.

Diante dessa percepção de Murari (1999), principalmente diante das observações e resultados de Santos (2006) a respeito da produtividade do trabalho com espelhos e caleidoscópios no ensino de geometria, e em conformidade com a BNCC, foi elaborada uma proposta de ensino investigativo que foi realizada por futuros professores em uma das aulas da disciplina INEM V e, com algumas modificações, foi posteriormente desenvolvida pelos futuros professores em uma turma de 9º ano de uma escola pública de Feira de Santana/BA. Para realização da tarefa investigativa são necessários os caleidoscópios de 2 e 3 espelhos, estes que foram construídos por uma das pesquisadoras seguindo as orientações de Batistela (2010).

Dos procedimentos da pesquisa

Na análise de dados, valemo-nos da pesquisa qualitativa com viés fenomenológico. Segundo Garnica (1997), uma pesquisa qualitativa deve ter seus dados puramente descritos e o observador - investigador - deve ter seu olhar voltado para os elementos significativos da pesquisa, sempre focado na qualidade e na preocupação maior com o processo do que o produto. É um tipo de pesquisa que admite diversos procedimentos de análise e é sustentado por diferentes concepções. A fenomenologia é uma escola filosófica fundada na Alemanha por Edmund Husserl (1859 – 1938). De acordo com Ales Bello (2006), a palavra fenomenologia é formada de duas partes “Fenômeno” que significa *aquilo que se mostra* e “logos” que significa *pensamento*. Assim, fenomenologia é tomada como reflexão sobre um fenômeno ou sobre aquilo que se mostra. Garnica (1997) argumenta que o pesquisador busca aprender sobre o fenômeno por meio do que outros sujeitos dizem dele e que os outros descrevem os fenômenos da forma como percebem.

A análise fenomenológica é realizada em dois momentos: um, em que as unidades de significado (u.s.) são articuladas (análise ideográfica); e outro, em que elas são reunidas e busca-se as convergências, de forma a transcender o aspecto individual de cada descrição (análise nomotética). A respeito desses momentos, Garnica (1997) argumenta que, na análise ideográfica, o pesquisador procura por unidades de significados, que são recortes julgados significativos pelo mesmo, a partir de várias leituras iluminadas pela pergunta diretriz, qual seja, *qual a visão dos futuros professores sobre uma experiência de ensino de geometria utilizando caleidoscópios de 2 e 3 espelhos com estudantes do 9º ano?*

A análise nomotética é feita com base nas análises das divergências e convergências expressas nas unidades de significados, sendo as mesmas agrupadas em categorias que surgem de acordo com a interpretação do pesquisador sobre o fenômeno para obter cada uma das convergências e divergências (GARNICA, 1997). É uma análise em que todos os passos são intencionais e o investigador precisa ficar atento, colocando sempre a interrogação em destaque, e deixando de lado as suas concepções teóricas prévias. Abaixo, trazemos em mais detalhes.

A constituição dos dados foi realizada por meio da coleta de cinco relatos de experiência, sendo os relatos de 4 duplas e 1 trio (dupla 5), construídos pelos futuros professores que cursaram a disciplina *INEM V*, sobre uma experiência de ensino investigativo com o tema voltado para polígonos e pavimentações, utilizando caleidoscópios de 2 e 3 espelhos para a realização das atividades.

Nessa experiência de ensino, os futuros professores desenvolveram três fichas de atividades com os alunos do 9º ano. A primeira ficha de atividades tem como objetivo que os alunos consigam estabelecer uma relação entre ângulo do caleidoscópio e o número de imagens geradas nas reflexões. Para isso, são propostas quatro questões. A segunda ficha de atividades tem o objetivo de que os alunos realizem representações de uma pavimentação com polígonos recortados. Por fim, e não menos importante, a terceira ficha de atividades tem o objetivo de os alunos visualizarem as pavimentações no caleidoscópio modificado de 3 espelhos.¹

¹ As fichas de atividades 1, 2 e 3 estão disponíveis em:
https://drive.google.com/drive/folders/1OOhRqkLy-M3-czlq_HWcIZZe3yB9lgE4?usp=sharing

No *quadro 1* apresentamos o registro da análise ideográfica e nomotética. Na primeira coluna, estão apresentadas as unidades de significado (US) que foram extraídas dos relatos dos futuros professores, expressando o que se mostrou interessante para eles durante a realização da tarefa. Explicitamos o movimento que nos valem das US destacadas dos relatos por meio da análise ideográfica e buscamos agrupá-los em núcleos de ideias, que vem sendo construídos por meio da operação realizada de modo voluntário, que vigia por deixar os dados mostrarem-se, buscando ir além do que está ali expresso nos relatos das duplas. Na segunda coluna, trazemos nossa síntese dos núcleos de ideias que expressam, a nosso ver, os aspectos que aparecem nos relatos dos futuros professores e que dizem respeito à percepção deles sobre a experiência de ensino com caleidoscópios.

Movimento de análise dos dados

Quadro 1 – Análise de Dados

Unidades de significado destacadas dos relatos no movimento da análise ideográfica. Essas US estão agrupadas segundo nossa interpretação.	Síntese nossa sobre os núcleos de ideias.
<p>D1US1 - A atividade proposta era uma tarefa tratando de geometria plana com uso de caleidoscópio. DIUS9 – A atividade era dividida em 4 tarefas. D1US19 – A última questão da ficha 3 estava mal formulada. D1US20 – A tarefa está longa. D1US23 – Os ângulos usados nas atividades eram elementos repetitivos. D1US25 - A atividade ficou um pouco cansativo. D2US1 A atividade foi proposta para ser feita em duas aulas de 50 minutos, mas excedeu o tempo, pois os alunos decidiram terminá-la. D2US2 - A atividade foi composta de duas folhas com questões sobre ângulos, polígonos, polígonos regulares, pavimentação, pavimentações regulares e bases caleidoscópicas. D2US7 - Questões com conexão facilitaram a aplicação. D2US8 - Em algumas questões, a forma como estava redigida, complicou um pouco o entendimento do que se pretendia solicitar. D2US15 – A atividade 2 é considerada a mais interessante, pois incentiva os alunos a produção, o que geraria melhores interpretações e percepções. D3US11 - A atividade é muito interessante e com os ajustes se tornará mais atrativa para os alunos. D4US2 - A construção dessa atividade teve como base o uso do caleidoscópio. D4US3 - Essa atividade com o intuito de que, a partir do uso do caleidoscópio, os alunos conseguissem analisar e entender a relação dos ângulos com o aparelho e os objetos refletidos nele.</p>	<p>Da tarefa Proposta</p> <p>A atividade era composta de 4 tarefas que tratavam de geometria plana (com questões sobre ângulos, polígonos, polígonos regulares, pavimentação, pavimentações regulares e bases caleidoscópicas) e a resolução envolvia os caleidoscópios. Das 3 fichas, nos dedicamos a resolver duas delas com os estudantes, que foram as fichas 1 e 3. Havia questões repetitivas, havia muitas questões, mas entre elas algumas com conexão que foram interessantes, também algumas de difícil interpretação. O desenvolvimento ficou um pouco cansativo. Sendo a atividade 2, que não foi aplicada, a mais interessante por incentivar os alunos a produção. A atividade é interessante e com os ajustes</p>

<p>D4US11 - A escrita da atividade poderia ter ficado mais clara, sucinta e direta.</p> <p>D5US12- O questionário estava muito grande.</p> <p>D5US13 as linhas da atividade 3, terceira questão, são desnecessárias, eles ficaram pensando que tinham que responder alguma coisa.</p> <hr/> <p>D1US2 – Atividade aplicada em uma turma de 9ºano,</p> <p>D1US3 - Selecionando algumas tarefas.</p> <p>D1US4 e D3US1– Realizada no dia 11 de março no turno vespertino.</p> <p>D1US5, D3US2 e D4US1 – A escola da aplicação é denominada Escola Ferreira Pinto, localizada no conjunto Feira IV, bairro Campo Limpo, Feira de Santana.</p> <p>D1US6 – Grupos de 4 alunos.</p> <p>D1US7 – A turma tinha em média 29 alunos.</p> <p>D1US10 – A atividade foi conduzida com a explicação das questões, com eliminação das dúvidas e mediação do conhecimento investigativo.</p> <p>D1US13 – Condução da atividade de forma prazerosa e prática.</p> <p>D1US15 – Não realização da segunda tarefa.</p> <p>D1US27 – A importância de todos os alunos da disciplina na turma.</p> <p>D1US28 – A importância de várias pessoas na sala para auxiliar as duplas individualmente.</p> <p>D2US3 – Foi sugerido aos alunos que eles utilizassem os espelhos para resolução das questões.</p> <p>D2US6 – Revisão de alguns conteúdos necessários a resolução da tarefa.</p> <hr/> <p>D2US14 – A falta da realização da ficha de atividades 2, deixou um buraco na aplicação.</p> <p>D3US3- Essa atividade começou às 13:40h terminou às 15h e teve como objetivo aplicar uma atividade com a utilização de caleidoscópios.</p> <p>D3US4 - A turma foi dividida em grupos de três alunos, onde cada grupo era assessorado por dois estudantes da disciplina INEM V.</p> <p>D3US6 - Realização tranquila da atividade.</p> <p>D4US4 – Os licenciandos ensinaram aos alunos como manusear com os caleidoscópios.</p> <p>D4US5 – A recepção dos alunos contribuiu para o bom desenvolvimento da atividade.</p> <p>D4US8 – A aplicação da atividade foi uma experiência prazerosa.</p> <p>D5US2 – Os estudantes se dividiram em dupla e cada dupla ficou com um caleidoscópio.</p> <p>D5US3 - Dividimos a sala em trio e dois deles ficaram com o grupo de quatro.</p> <p>D5US5 – A proposta foi alcançada por cada trio ou grupo ficar com estudantes auxiliando em todo momento.</p>	<p>necessários será mais atrativa para os alunos.</p> <hr/> <p>Da aplicação da tarefa</p> <p>A atividade foi desenvolvida com alunos do 9º ano do turno vespertino das 13:40 às 15:00 realizada na escola Ferreira Pinto no dia 11 de março de 2020. Estavam presentes 29 alunos e resolvemos as atividades em grupos de 3 ou 4 alunos. Cada dupla de estudantes da disciplina <i>Instrumentalização para o Ensino de Matemática V</i> acompanhava um ou dois grupos de alunos. Os alunos foram bem receptivos que auxiliou no desenvolvimento da atividade foi conduzida de forma prática e poderosa com a explanação de como utilizar o caleidoscópio, explicação das questões, eliminação de dúvidas e recapitulação de alguns conteúdos necessários. A não realização da segunda tarefa implicou negativamente para a realização da terceira. O auxílio de um monitor para cada grupo permitiu que atingisse o objetivo final, pois amenizou as dificuldades tornando, assim, a atividade mais prazerosa. A atividade foi realizada com tranquilidade, prazer e reconhecimento de como é bom ser professor.</p> <hr/> <p>Da atitude dos alunos</p> <p>Os visuais refletidos nos espelhos eram novidade para os alunos e eles mostraram-se curiosos, atentos e interessados em</p>
---	---

<p>D5US6 - Desenvolvimento da atividade foi incrível na verdade foi inesquecível.</p> <p>D5US7 – Importância de um monitor para cada dupla, pois se fosse apenas uma ia ter dificuldades e não seria tão proveitoso.</p> <p>D5US14 – Sensação extraordinária de como é bom ser professor, através da fala de uma aluna.</p> <hr/> <p>D1US8 – Os alunos não conheciam o caleidoscópio e nunca teve com o objeto.</p> <p>D1US11 - Os alunos começaram a questionar e despertaram a curiosidade diante da atividade.</p> <p>D1US17 – Os alunos estavam cansados no final da atividade.</p> <p>D1US21 – Os alunos acharam um pouco monótona.</p> <p>D1US22 - Os alunos ficaram entusiasmados porque não conheciam o caleidoscópio e ao perceberam os visuais refletidos nos espelhos.</p> <p>D1US26 - Uma das coisas que nos encantou foi o envolvimento que os alunos tiveram e o prazer que aparentavam estar tendo em fazer aquelas atividades.</p> <p>D2US10 – Apesar das dificuldades encontradas os alunos se mostravam interessados e curiosos buscavam modos de chegar em respostas aos questionamentos.</p> <p>D2US17 - A atividade foi cativante tanto para nós professores quanto para os alunos.</p> <p>D3US5 - Todos os alunos se comprometeram com as etapas e metas da atividade.</p> <p>D4US6 – Os alunos se mostraram dispostos e entusiasmados para participar da investigação.</p> <p>D4US7 - Os alunos mostraram-se curiosos expondo as ideias e questionando os porquês dos visuais caleidoscópicos durante a realização da atividade.</p> <p>D4US10 – Os alunos sempre tiravam suas dúvidas perguntando aos futuros professores.</p> <p>D5US4 - Os alunos estavam surpresos com a proposta que nunca tinham experienciado espelhos e caleidoscópios nas aulas.</p> <hr/> <p>D1US12 - Tinham conceitos bem definidos mentalmente e seguros na interpretação das perguntas.</p> <p>D1US14 - Visualizaram no espelho o ângulo de 180 graus e chamaram de ângulo reto.</p> <p>D1US16 – A terceira tarefa, que precisava de um pouco mais de domínio dos alunos e um pouco mais de criatividade e imaginação para que eles conseguissem completar a tarefa.</p> <p>D1US18 – Na questão que solicitava apenas que visualizassem as pavimentações nos espelhos não entendiam o que era solicitado.</p> <p>D2US4 - Ao observar os grupos respondendo o questionário foi possível perceber que os alunos estavam entendendo as questões.</p>	<p>descobrir os porquês dos visuais, sentindo-se cansados no final.</p> <p>Eles solicitavam auxílio dos professores para encontrar as respostas das questões, mostravam-se entusiasmados e envolvidos com a atividade em geral.</p> <hr/> <p>Do conhecimento geométrico dos alunos</p> <p>Os alunos foram seguros na interpretação das questões e conheciam a nomenclatura e os conceitos da maioria dos objetos que foram tratados, embora não se lembrassem de alguns. Mostraram familiaridade com o transferidor.</p> <p>Eles questionaram que algumas questões da atividade pareciam perguntar a mesma coisa e com isso tiveram dificuldades de interpretação. Nas questões que solicitavam apenas que visualizassem as pavimentações nos espelhos não entendiam o que era solicitado. Conseguiram perceber a relação dos ângulos formados no interior dos caleidoscópios com o número de imagens geradas e que a soma dos ângulos dá 360. Também conseguiram perceber que quanto mais abre os espelhos o número de imagens diminui, e quando fecha aumenta. Discutindo entre eles e com os futuros professores entenderam o significado do termo “imagens geradas” e “imagem real” que aparecia nas questões, mas não estava explicado.</p>
---	--

<p>D2US5 - Os alunos não se lembravam de alguns conteúdos evocados na resolução das questões.</p> <p>D2US9 - Os alunos tiveram a impressão, especialmente na Atividade 1, que as questões estavam pedindo a mesma coisa de formas diferentes. Então, essa dificuldade de interpretação foi o que mais tomou o tempo destinado para a resolução.</p> <p>D2US11 - A questão 3 da Ficha de Atividade 3 foi a que os alunos mais tiveram dificuldade.</p> <p>D4US9 - Em alguns momentos, eles apresentaram dificuldade em interpretar as questões e entender o que estava pedindo.</p> <p>D5US9 – Apresentaram familiaridade com transferidor. Discutiram o significado do termo “imagens geradas” e “imagem real” que aparecia nas questões.</p> <p>D5US10 – Os alunos conseguiram perceber que quanto mais abrem os espelhos o número de imagens diminui, e quando fecha.</p> <p>D5US11 – Os alunos se esqueceram de nomes técnicos.</p> <hr/> <p>D1US24 – Mudança no valor dos ângulos a medida que as questões se alteram.</p> <p>D1US29 e D3US8 – Redução do número de questões.</p> <p>D1US30 – Aumento do número de aulas, para um único professor conseguir atingir o objetivo.</p> <p>D2US12 – Levar bases prontas para mostrar como seria encontrar as bases e a visualização delas através da pavimentação.</p> <p>D2US13 – Levar o material para realização da ficha 2.</p> <p>D2US16 – Melhorar a redação das questões da atividade 1.</p> <p>D3US7 – Revisão das questões.</p> <p>D3US9 – Confecção do material de apoio.</p> <p>D3US10 – Após a confecção da matéria deverá realizar a aplicação da tarefa entre os estudantes universitários para fazer os ajustes necessários.</p> <p>D4US58 – A escrita da atividade poderia ter ficado mais clara, sucinta e direta.</p> <p>D5US1 – Quando a professora nos comunicou que encontrou uma escola e que todos os seus alunos aplicariam no mesmo dia e na mesma hora. Achei que não ia dar certo, ficaria muita gente aplicando só em uma turma, poderia “virar uma bagunça” ou desencontro de informação.</p> <p>D5US8 - que é um instrumento pouco utilizado (verdade eu nem sabia que existia) e até eles entenderem o objetivo ia demorar um pouco.</p>	<p>Das questões das fichas de atividade</p> <p>Foram sugeridos para um melhor aproveitamento dos alunos: a mudança no valor dos ângulos, redução do número de questões, melhora da escrita, confecção do material de apoio.</p> <p>Já para a aplicação da atividade sugerem que devem realizar a atividade 2, e levar bases prontas para facilitar a visualização dos alunos</p> <hr/> <p>Da expectativa dos futuros professores quanto ao desenvolvimento da tarefa</p> <p>A comunicação do aviso por parte da professora de que todos os futuros professores iriam à escola e numa determinada sala de aula desenvolveriam a atividade com espelhos e caleidoscópios produziu uma expectativa de que seriam muitos futuros professores e haveria desencontro de informações pois o caleidoscópios é um instrumento novo que eles (futuros professores) recém tinham conhecido o que poderia/deveria ser lá na escola um fator de complicação no desenvolvimento das atividades com os alunos.</p>
---	---

Discussão

O imaginário revelado pelos futuros professores sobre o desenvolvimento da atividade na escola, conforme planejado entre a professora de INEM V e eles próprios, expõe uma ideia de que o plano de ida à escola em bando – à mesma sala, no mesmo dia

e horário – teria um destino fadado ao insucesso. Os dois fatores principais imaginados como possíveis problemas eram: 1) um desencontro de informações, já que haveria vários professores na mesma sala de aula; e, 2) o convencimento dos alunos a envolverem-se com a atividade.

Ao nosso ver, o primeiro fator pode ser alcançado, em duas perspectivas: a primeira expõe uma visão unidirecional de ensino em que um professor ensina vários alunos; e a segunda passa por intuírem que não haveria concordância entre todos os dizeres dos futuros professores e/ou atritos poderiam ser criados por respostas diferentes para a mesma questão. Esses atritos poderiam ser criados por perguntas feitas pelos alunos ou mesmo na exposição do conteúdo que viria a ter.

O segundo fator é aquele que se preocupa com o não conhecimento dos caleidoscópios pelos alunos e conseqüentemente a demora por conseguirem desenvolver as atividades com os estudantes já que para isso seria necessário explicar o objetivo da atividade. A esse respeito nos ocorre que estes futuros professores apresentaram nesse fator alguns receios, a insegurança do novo e o conhecimento de que seria necessária uma negociação entre eles e os alunos junto com os caleidoscópios e a proposta que tinham em mãos para o desenvolvimento da proposta. A preocupação com o tempo de execução também aparece nesse fator quando eles dizem “e até eles entenderem o objetivo ia demorar um pouco”. (D5US8)

A respeito da visão de escola apresentada no primeiro fator, parece ser aquela que habita o imaginário e a realidade de todos nós, inclusive de futuros professores que frequentam um curso de Licenciatura em Matemática – curso esse que possui disciplinas que tratam de ensinar os princípios da Educação Matemática. No curso de Licenciatura da UEFS, além dessas disciplinas existem as componentes curriculares chamadas INEM - Instrumentalização para o Ensino de Matemática - que percorrem todo o curso de Licenciatura em Matemática, desde o primeiro até o último semestre do curso. A componente INEM V, ofertada no 5º semestre tem como ementa *Geometria*, disciplina em que realizamos a experiência da criação e aplicação da proposta de ensino investigativo.

Essas atividades que realizamos na escola com os estudantes possuem versões anteriores que foram produzidas por nós e reformuladas conforme desenvolvemos com diferentes públicos. A atividade na versão 1 foi realizada num 7º ano e, também, em

INEM V com os futuros professores. O retorno dos dois públicos produziu mudanças na atividade que geraram a atividade na versão 2. A atividade na versão 1 tinha quatro fichas de atividades, sendo a primeira ficha com questões para cálculo do ângulo interno dos polígonos, através da soma dos ângulos internos do triângulo. A segunda ficha utiliza o caleidoscópio de dois espelhos, trabalhando a relação do ângulo dos espelhos com o número de lados do polígono. Por sua vez, a terceira ficha pede aos alunos que façam pavimentações com um tipo de polígonos regulares e sugerem algumas questões para pensar sobre pavimentações com polígonos regulares articulados e pavimentação no infinito. A quarta ficha da atividade é aquela que os alunos terão que construir uma base caleidoscópica para visualizarem a pavimentação nos espelhos.

A realização da atividade com os futuros professores teve dois momentos, um em que, em dupla, eles desenvolveram as atividades propostas nas fichas e um segundo momento em que fomos conversando sobre o desenvolvimento de cada questão e de cada ficha em que iam acontecendo as sugestões de modificações. A primeira preocupação que surgiu dessa conversa foi o tempo em que a atividade ia levar para ser resolvida pelos estudantes do Ensino Fundamental. É preciso lembrar que todos eram cientes que em dupla realizariam aquela atividade em alguma escola a ser escolhida por eles. Naquele momento, essa era a orientação que depois se transformou. Assim juntos, professora, pesquisadora e futuros professores decidimos por mudanças resultando assim numa ficha de atividade na versão 2 com 3 fichas de atividade.

O desenvolvimento da atividade na escola perpassou pela resolução das fichas 1 e 3 da atividade na versão 2, pois, por motivos de insuficiência de material manipulativo, tomou-se lá na escola a decisão de trabalhar somente com a primeira e a terceira fichas. Ao nosso ver, a atividade da ficha 2 era a mais prática de ser desenvolvida com os alunos, e permitia a eles que realizassem a pavimentação de forma prática utilizando colagens. Como afirma uma das duplas, “A não resolução da ficha de Atividade 2 deixou um buraco enorme, consideramos que esta seja a mais interessante, pois incentivar os alunos a produção, o que geraria melhores interpretações e percepções” (D2US14 e D2US15). E essa afirmação de outra dupla “levar o material para fazermos a ficha de Atividade 2, pois não foi feita e acreditamos que daria mais segurança na realização da ficha de Atividade 3.” (D2US13)

É de extrema importância que o professor reconheça que o material manipulativo pode ser usado como auxiliador da aprendizagem. Rodrigues e Gazire (2012) argumentam que os professores terem conhecimento do material que utilizarão é mais importante que ele ter um bom material didático, pois, muitas vezes, acreditam que o material é a solução para os problemas da sala de aula e não realizam as reflexões necessárias sobre o conhecimento matemático envolvido. Ou seja, para que ocorra a aprendizagem do aluno com a mediação dos materiais manipuláveis é necessário que o professor tenha planejamento para conhecer e preparar o material necessário a todos os alunos, com a finalidade do material ser explorado de forma eficiente, adequando às necessidades da turma. De acordo com o relatado por uma dupla, percebe-se que não houve uma preparação dos futuros professores para a experiência de ensino e, por consequência da falta de material, foi realizada apenas as fichas de atividade 1 e 3 na versão 2, entendido pelas pesquisadoras como um pulo nas tarefas, pois a atividade 2 planejava permitir ao aluno ter o primeiro contato com as pavimentações e, assim, perceberem o caráter de previsibilidade das imagens que podem ser geradas dependendo do ângulo aberto entre os espelhos e, por meio disso, poderiam entender melhor a visualização que ocorre nos espelhos quando se coloca uma base caleidoscópica em seu interior.

O desenvolvimento da ficha de atividade na versão 2 na escola, tendo desenvolvido com os estudantes do nono ano as fichas 1 e 3, conforme já explicitado, os licenciandos sugeriram outros ajustes, quais sejam: reduzir o número de questões, mudar o valor dos ângulos, melhorar na escrita e realizar a confecção de bases para apresentar os alunos e facilitar na construção de suas próprias bases. Essas sugestões ocorreram na vivência da atividade com os alunos e foram expressas como observações pelos futuros professores como forma de aproveitamento do tempo, pois entenderam durante a prática que a atividade estava grande para as duas aulas em que foram trabalhadas e apresentava algumas questões repetitivas com pouca variação dos ângulos tratados. Em relação a argumentação dos licenciandos, foram realizadas algumas modificações que julgamos produtivas e elas já foram incorporadas na ficha de atividade versão 3.

A proposta elaborada pelas pesquisadoras juntamente com os futuros professores é de cunho investigativo, puramente matemático, com o auxílio dos caleidoscópios de 2 e 3 espelhos. Um material feito de espelhos utilizado para o ensino de geometria,

extremamente rico em termos de quantidade de conteúdos que podem ser abordados com esse material, entre eles, ângulos nos polígonos, polígonos regulares, e pavimentações, que foram os conteúdos utilizados nas tarefas propostas. É perceptível que os caleidoscópios são um material encantador, de fácil acesso, por ser confeccionados de espelhos e desconhecido dos professores e alunos. Como afirma os futuros professores: “que é um instrumento pouco utilizado “verdade eu nem sabia que existia” (D5US8), “Eles ficaram surpresos já que era uma coisa nova, uma coisa que eles nem imaginavam” (D5US4).

Notou-se que o caleidoscópio é um material manipulável não familiar também para os futuros professores, porém, ele pode ser utilizado nas aulas de matemática e contribuir para a aprendizagem, principalmente de assuntos geométricos nos quais os objetos geométricos têm linhas de simetria e podem ter suas representações visualizadas nas reflexões dos espelhos. Santos (2006) afirma que o uso dos caleidoscópios contribui para a aprendizagem de geometria uma vez que podem estimular os alunos a fazerem a exploração e formular conjecturas. Porém, seu uso precisa do planejamento e preparo do professor para conduzir as investigações, pois podem surgir perguntas dos alunos, que acarretam mudanças na condução da atividade. Ou seja, trabalhar com materiais manipuláveis ou outros recursos que rompem com a estrutura de uma sala de aula tradicional é desafiador para o professor, pois exige postura de enfrentamento de situações e perguntas que não estão mapeadas no roteiro do professor.

Uma das formas de rompimento desta estrutura presente na sala de aula é o cenário investigativo, que é marcado por um ambiente que favorece a investigação, convidando os alunos a formular questões e procurar e explicações “O trio com o qual trabalhamos era composto por três garotos, muito ativos e participativos, que se mostraram curiosos e críticos durante todo o desenvolvimento da atividade” (D4US7). Quando o professor assume a responsabilidade de propor um cenário investigativo para seus alunos está fazendo um movimento da zona de conforto para uma zona de risco, Skovsmose (2000) argumenta que a zona de conforto está associada ao paradigma do exercício e ao ensino através da transmissão do conhecimento, também à segurança e previsibilidade, e que a zona de risco é marcada pela imprevisibilidade. A missão do professor no cenário investigativo é tornar o ambiente propício para que todos os envolvidos sejam capazes de opinar dentro da nova estrutura da sala de aula.

Retomando a respeito da discussão sobre a atividade na escola, esta experiência de ensino colocou os futuros professores numa zona de risco, por eles estarem realizando uma experiência que contrapôs ao costume de haver um professor e vários alunos na sala de aula - estavam todos os futuros professores em uma mesma sala de aula – e, também, iriam desenvolver com os estudantes um trabalho que utilizava os caleidoscópios, os quais eles conheceram na disciplina de INEM V. A expectativa de que a atividade poderia ser levada ao insucesso criou receio, mas eles resistiram ao medo e enfrentaram a sala de aula desconhecida e a atividade investigativa com caleidoscópios. Como podemos perceber no relato de uma dupla: “Quando a professora Rose nos comunicou que encontrou uma escola e que todos os seus alunos aplicariam no mesmo dia e na mesma hora. Achei que não ia dar cedo, ficaria muita gente aplicando só em uma turma, poderia “virar uma bagunça” ou desencontro de informação.” (D5US1). “Nossa proposta foi alcançada já que o grupo tinha pelo menos um de nós exclusivo para eles” (D5US5), “fosse o trio apresentar em uma escola não seria tão proveitoso e teria de inúmeras dificuldades” (D5US9).

Com esses relatos percebemos que, no decorrer da atividade a dupla foi entendendo que não estava tendo o insucesso previsto no início, mas que uma dupla só teria inúmeras dificuldades na condução da sala de aula e não seria muito proveitoso, pois os alunos necessitaram o tempo todo do auxílio dos futuros professores “pois os alunos precisaram rigorosamente do nosso apoio o tempo todo então acreditamos que uma pessoa só, não conseguiria aplicar uma atividade dessa competência” (D1US28).

Este auxílio oferecido pelos futuros professores pode ter como causa o interesse despertado pelos alunos por estarem experimentando uma nova tarefa, utilizando também um material manipulável desconhecido. “A princípio eles estavam entusiasmados por não conhecerem o caleidoscópio e perceberem aquela beleza refletida nos espelhos” (D1US22). A respeito disso, Gouvea (2005) argumenta que os caleidoscópios contribuem na aprendizagem dos alunos, pois através de seus visuais magníficos despertam no aluno o interesse em participar da atividade. Uma das duplas relatou assim: “Uma das coisas que nos encantou foi o prazer que os alunos tiveram em participar e eles fizeram a atividade prazerosamente se envolvendo durante o decorrer da aula” (D1US26). Outros relatos dos futuros professores apontam que ficaram encantados com a participação dos alunos na atividade.

Na experiência de ensino realizada pelos futuros professores também houve alguns desajustes que foram percebidos e relatados. Skovsmose (2000) aponta a necessidade de reflexão, afirmando que as reflexões podem ser tanto gerais quanto específicas a respeito das ações, do conhecimento e da prática, inclusive os procedimentos mecanizados, pois todas as práticas com base na Matemática devem-se ocorrer reflexões. Os desajustes provocaram reflexões sobre as tarefas e de algumas dificuldades manifestadas pelos alunos que se relacionavam à interpretação dos textos, esquecimento das nomenclaturas matemáticas e de alguns conteúdos necessários a resolução das tarefas. Afirmaram: “A dificuldade do grupo na participação desse momento foi perante ao ângulo raso, ou seja, eles conseguiram observar no objeto que seria 180 graus, porém definiram como ângulo reto”, (D1US14), “Eles também esqueceram os nomes “técnicos” exemplo da bissetriz” (D5US11), “não lembravam de alguns conteúdos, o que demandou um pouco mais de tempo e esforço para que pudessem achar a solução das questões.” (D2US5). “Em alguns momentos, eles apresentaram dificuldade em interpretar as questões e entender o que estava pedindo” (D4US9).

Os futuros professores perceberam que os alunos tinham conceitos geométricos bem definidos, veja o seguinte trecho, “portanto, tinham conceitos bem definidos mentalmente e seguros na interpretação das perguntas e assim das respostas” (D1US14), sendo que em relação aos conceitos matemáticos aconteceu um simples esquecimento, que pode ter como causa, a volta recentemente das férias, já que as atividades foram desenvolvidas no início do ano letivo. Outra discussão interessante que ocorreu na atividade estava relacionada à palavra *gerada* presente na atividade 1. “Na primeira alternativa eles não tiveram problema já sabia utilizar o transferidor para responder só que depois tiveram uma discussão entre eles, pela palavra gerada, pois, gerava 5 imagens e uma que era a real, totalizando 6, ou seja, a discussão era super válida, já que a pergunta quantos foram geradas e não gerada com a real” (D5US9).

Mesmo com esquecimentos e algumas dificuldades de interpretação, os alunos mantiveram-se envolvidos na atividade até o fim da aula, passando o tempo destinado à aula que foi de duas aulas de 50 minutos cada. Os seguintes trechos dos relatos evidenciam a afirmação nossa: “No mais, tivemos a impressão de que, apesar das dificuldades tanto no conteúdo quanto na interpretação, os alunos tinham a curiosidade de onde se pretendia chegar e buscavam vários caminhos, faziam vários caminhos até

chegar em uma solução.” (D2US10) e “atividade foi proposta para ser feita em duas aulas de 50 minutos, mas excedeu o tempo, pois os alunos decidiram terminá-la.” (D2US1).

Considerando o relato dos futuros professores, e mais especificamente o de uma dupla quando afirma “é uma atividade muito interessante, e que cativa tanto os professores quanto aos alunos e quanto professores e futuros professores ganhamos muito com a sua aplicação” (D2US17), entendemos que a experiência de ensino teve o resultado positivo e contribuiu para a formação dos professores.

Considerações Finais

A pergunta diretriz que nos direcionou e a qual buscamos responder foi: Qual a visão dos futuros professores sobre uma experiência de ensino de geometria utilizando caleidoscópios de 2 e 3 espelhos com estudantes do 9º ano? Considerando o ponto de vista apresentado pelos futuros professores que vivenciaram essa atividade, entendemos que a experiência vivenciada por todos foi nova, esta que envolveu os caleidoscópios, a atividade investigativa realizada na escola, a sala de aula habitada simultaneamente por todos os futuros professores trabalhando com alunos organizados em grupos. Dessa forma, frente às novas experiências, mostrou-se para nós, por meio dos relatos das duplas e do trio, vestígios de inseguranças principalmente em relação a haver vários professores numa mesma sala de aula. Após a experiência vivenciada, sentimentos de prazer por terem conseguido realizar a proposta de modo atrativo para os alunos do 9º ano foram manifestadas, expressaram a percepção de que o espaço de sala de aula pode ser coabitado com mais de dois professores e, que mesmo assim, pode transcorrer sem dificuldades de comunicação e sem confronto de informações.

As novas experiências vividas pelos futuros professores possibilitaram uma nova visão, ainda que diante de uma imprevisibilidade do que poderia acontecer na sala de aula com os alunos do 9º ano, os estudantes ficaram encantados com os visuais que obtinham nos espelhos – seja pelo desvendamento do porquê daquelas obtenções de imagens diferentes, seja demonstrando curiosidade e envolvimento com as atividades dos caleidoscópios -, de todo modo, refletem a visão positiva dos futuros professores e dos alunos do 9º ano sobre a tarefa proposta.

Outro ponto importante que marcou os futuros professores na experiência de ensino foi que, embora os alunos do 9º ano apresentassem dificuldades de interpretação de textos e dos esquecimentos das nomenclaturas matemáticas, os alunos apresentavam

domínio dos conceitos geométricos solicitados nessa atividade, indicando que há o ensino da geometria e que estes aprenderam geometria.

Diante desse contexto, e considerando que a geometria ensinada na maioria das escolas é ministrada por um professor na sala de aula e ainda, com professores formados em um programa tradicional, os quais dificilmente estarão preparados para enfrentar os desafios das modernas práticas curriculares, como a inovação no ensino da geometria, havendo grandes chances de reproduzir para seus alunos o ensino que recebeu (D'AMBRÓSIO, 1993). Apesar da insegurança relatada e do receio de experimentar uma nova abordagem, os futuros professores enfrentaram o desafio e tiveram sucesso na realização da atividade proposta. Para além do que se manifestou nos relatos, eles mostraram-se preocupados com a aprendizagem dos alunos e com a qualidade dessa atividade, expressando reflexões sobre a prática do professor, corrigindo os detalhes e buscando melhorar as imprecisões dessas tarefas que provocaram ruídos ou dificuldades de comunicação.

Nosso entendimento é que a insegurança que antecedia a realização da atividade, mostrou-se um desafio e foi possível de ser enfrentada devido às experiências anteriores dos professorandos com o ambiente escolar, com o conhecimento sobre metodologias de ensino e discussões sobre materiais curriculares que perpassam o curso de licenciatura em matemática.

Desta forma compreendemos que as experiências vivenciadas pelos professorandos no curso, sejam advindas das disciplinas pedagógicas, de estágio ou das específicas, todas elas, agregam aos saberes para o ensino de matemática, aqueles que um professor de matemática precisa para ensinar matemática e que são distintos do conhecimento do conteúdo matemático. Consideramos importante que sejam cultivadas, na formação de professores, formas alternativas de ensino que possam apresentar contribuições para que o futuro professor altere a visão de que a matemática é uma disciplina pronta e acabada, que mostre que os conceitos matemáticos foram desenvolvidos através da resolução de problemas da sua realidade ou da própria Matemática, fortalecendo uma visão humanística desta ciência.

Referências

ALES BELLO, A. **Introdução a Fenomenologia**. Bauru: EDUSC, 2006.

BARBOSA, R. M.; MURARI, C. Aprendendo construir novos mosaicos, agora em caleidoscópios com quatro espelhos. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, n. 4, p. 57-66, 1998.

BATISTELA, R. F. **Um kit de espelhos planos para o ensino de Geometria**, 2005. 134 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2005.

_____. Um kit de espelhos para o ensino de geometria: a construção dos instrumentos. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2010, Salvador. **Anais ...** Salvador: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010, p. 1-10.

BICUDO, M. A. V. (org.). **Formação de professores? Da incerteza à compreensão**. Bauru, SP: EDUSC, 2003.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: Ministério da Educação, 2017.

_____. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: Ministério da Educação/ Secretaria de Educação Fundamental, 1998

D'AMBROSIO, B. S. Formação de Professores de Matemática para o século XXI: o grande desafio. **Pro-Posições**. v. 4, n. 1, p. 35-41, mar 1993.

FIORENTINI, D. A formação matemática e didático-pedagógica nas disciplinas da licenciatura em matemática. **Revista de Educação PUC Campinas**, Campinas, n.18, p. 107-115, junho 2005.

GARNICA, A. V. M. Algumas notas sobre a pesquisa qualitativa e fenomenologia. **Interface — Comunicação, Saúde, Educação**, Botucatu, v.1, n.1, 1997.

GOUVEA, R. F. **Um estudo de fractais geométricos através de caleidoscópios e softwares de geometria dinâmica**. 2005. 259 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2005.

MURARI, C. **Ensino-Aprendizagem de Geometria nas 7ª e 8ª séries, via caleidoscópios**. 1999. Tese (Doutorado) - vol. I e II, UNESP/IGCE, Rio Claro, 1999.

RODRIGUES, F. C.; GAZIRE, E. S. Reflexões sobre uso de material didático manipulável no ensino de matemática: da ação experimental à reflexão. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 7, n. 2, p.187-196, 2012.

SANTOS, M. R. **Pavimentações do plano**: um estudo com professores de matemática e arte. 2006. 177 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2005.

SANTOS, M. R.; BATISTELA, R. F. O uso dos caleidoscópios em cursos de licenciatura em matemática: possibilidades investigativas. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2013, Curitiba. **Anais...**, Curitiba: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, p. 1-12, 2013.

SKOVSMOSE, O. Cenários de investigação. **Bolema – Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v.13 n.14, p. 66-91, 2000.

Recebido em 11 de novembro de 2020.

Aprovado em 12 de setembro de 2021.