ISSN 2177-9309

em teia
Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana

Universidade Federal de Pernambuco

Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica
EDUMATEC

"COMO FAÇO A CONTA?" – ESQUEMAS MENTAIS E REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES DAS OPERAÇÕES DO CAMPO ADITIVO

"HOW DO I CALCULATE IT?" - MENTAL MODELS AND WRITTEN REPRESENTATIONS OF ADDITION PROBLEMS

Teresa Cristina Etcheverria
Doutora em Educação Matemática
Universidade Federal de Sergipe – SE – Brasil
tetcheverria@gmail.com
http://orcid.org/0000-0002-7205-2593

Angélica da Fontoura Garcia Silva
Doutora em Educação Matemática
Universidade Anhanguera de São Paulo - UNIAN-SP – Brasil
angelicafontoura@gmail.com
http://orcid.org/0000-0002-2435-9240

Tânia Maria Mendonça Campos
Doutora em Matemática
Professora Emérita da Universidade Anhanguera de São Paulo - UNIAN-SP – Brasil
taniammcampos@hotmail.com
http://orcid.org/0000-0002-6018-7327

Resumo

Este artigo fomenta uma discussão sobre o ensino de diferentes esquemas de pensamento e de registros escritos relativos aos processos resolutivos das operações do campo aditivo. O aporte teórico engloba as ideias de Vergnaud sobre o campo conceitual aditivo e de Humphreys e Parker sobre a prática das conversas numéricas como auxiliares na criação de estratégias de resolução. Os dados foram coletados em uma atividade de ensino realizada com 35 estudantes concluintes do 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal do interior do Estado de Sergipe - Brasil. Os resultados da análise dos processos resolutivos das operações do campo aditivo apresentados pelos estudantes revelam que eles tiveram melhor desempenho nas situações menos complexas, e mais dificuldade em utilizar a estratégia que requeria decompor o subtraendo. Também sinalizaram que o ensino de diferentes formas de solução permite aos estudantes a criação ou adaptação de esquemas mentais que favorecem a compreensão dos procedimentos resolutivos.

Palavras-Chave: Campo Aditivo. Processos Resolutivos. Anos Iniciais.

Abstract

This article promotes a discussion on teaching different thought models and written records of processes for solving addition problems. The theoretical background involves the ideas of Vergnaud on the conceptual field of addition and those of Humphreys and Parker on the practice of number talks as a support for creating solution strategies. The data was collected in a teaching activity carried out with 35 students completing their 5th year of Basic Education in a municipal school in the countryside of the state of Sergipe (Brazil). The results of analyzing the students' solution processes for addition problems reveal that they performed better in less complex situations and had greater difficulties in using the strategy that requires decomposing the subtrahend. They also indicated that teaching different ways to solve problems enables students to create or adapt mental models that foster an understanding of the solution procedures.

Keywords: Addition. Solution Processes. Initial Years.

Do contexto do campo aditivo

O ensino do campo aditivo tem sido objeto de muitas pesquisas. Os resultados destas mostram que: (i) nos problemas simples, de relação entre o todo e suas partes, o índice de acertos é superior a 80%, contudo, nos problemas inversos dessa categoria, a relação de inversão entre adição e subtração é compreendida pela maioria dos alunos do quinto ano (NUNES et al., 2002); (ii) o avanço das competências dos estudantes varia de acordo com o tipo de problema e de contexto; por exemplo, são mais competentes na resolução de problemas com situações de transformação, nas quais o estado inicial e a transformação são conhecidos, ou nas situações de composição, quando as partes são reveladas, e têm menor habilidade para lidar com problemas que envolvem a comparação de quantidades dentro de contextos espaciais ou a transformação com referentes desconhecidos (MAGINA; CAMPOS, 2004); (iii) muitos alunos escrevem apenas o valor da resposta, poucos registram os passos seguidos no processo de solução, raros fazem uso do registro com desenhos, o que, segundo as autoras, pode ser sinal de que o professor não incentiva outras formas de registro além da representação do cálculo numérico (MAGINA et al., 2010).

Complementamos esses argumentos com os resultados da pesquisa de Etcheverria (2019). A autora investiga sobre o ensino do campo aditivo para estudantes do primeiro ao quinto ano de uma escola municipal do interior do estado de Sergipe. Seus achados sinalizam que o ensino das operações de adição e subtração costuma vincular-se a somente um tipo de representação: o algoritmo no formato da "conta armada".

Com o desejo de contribuir na superação das condições restritivas, relativas, principalmente às formas de documentar as resoluções utilizadas pelos estudantes, decidimos investigar sobre o ensino de diferentes esquemas de pensamento e de registros escritos relacionados aos processos resolutivos das operações do campo aditivo. Fizemos uma pesquisa com estudantes concluintes do quinto ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal do interior do estado de Sergipe. Elaboramos uma aula com o propósito de ensinar a esses estudantes dois processos operatórios resolutivos diferentes do algoritmo convencional. Para a coleta dos dados, compusemos um instrumento com seis problemas envolvendo as três categorias de base do campo aditivo, nosso objeto de estudo e discussão.

Da adição e da subtração – campo conceitual aditivo

Para Vergnaud (2009, p. 169), "as operações sobre os objetos consistem, em sua essência, em agrupar os objetos em uma mesma região do espaço para formar uma coleção, (...) em considerá-los mentalmente como parte de um mesmo conjunto". Por isso, para que se efetive o aprendizado das operações de adição e subtração, necessitamos de uma gama de situações que envolvam essas operações.

Entre as situações que englobam o campo aditivo, estão "a composição de duas medidas numa terceira; a transformação (quantificada) de uma medida inicial numa medida final; e a relação (quantificada) de comparação entre duas medidas" (VERGNAUD, 1996a, p. 172). Além das diferenças entre os tipos de situações, também se faz necessário olhar para o grau de complexidade presente nelas (MAGINA et al., 2008).

As situações de menor complexidade, identificadas como protótipos, apresentam esquemas de ação mais simples, e é a partir deles que a criança começa a compreender as operações de adição e subtração. A partir dessas situações simples, surgem os outros tipos de problemas, identificados por Magina et al. (2008) como extensões desses de menor dificuldade. São situações que não surgem espontaneamente; por isso, cabe ao professor trabalhá-las em sala de aula para que os estudantes se sintam desafiados a resolvê-las. No campo aditivo, elas se apresentam em quatro grupos — a saber, primeira, segunda, terceira e quarta extensão —, organizadas pelo nível de complexidade de cada uma, ou seja, mais fácil na primeira e mais difícil na quarta.

Pesquisas nos mostram, todavia, que, além de olhar somente para o nível de dificuldade presente na situação, o que pode dificultar a interpretação do problema, necessitamos olhar para os processos operatórios realizados pelos estudantes. É preciso não só prover dispositivos materiais que dão sentido aos processos operatórios, tais como o ábaco ou o material dourado, mas também possibilitar que desenvolvam esquemas de pensamento e se apropriem destes.

Vergnaud (1996a) entende esquema como uma função temporalizada com argumentos que geram uma sequência de ações relacionadas aos valores presentes nas situações e que visam a atingir determinado objetivo. Assim, percebe-se que os algoritmos são esquemas e as representações presentes neles mostram o caminho que a criança escolheu para alcançar o objetivo de resolver aquela operação. O autor ainda afirma: "é em termos de esquemas que devemos analisar a escolha das operações e dos dados adequados à resolução de um problema" (p. 162).

Vergnaud (1996b, p. 75) ressalta que, na França, o trabalho estava organizado de maneira que fosse favorecido "o desenvolvimento das competências individuais mesmo que isso custe um pouco mais caro, porque nos damos conta que a longo prazo isso é rentável e melhor". Para o autor, esse encaminhamento é favorável tanto para o trabalho realizado em uma fábrica quanto para o desenvolvido em uma escola. A afirmação do autor fortalece nossa concepção de que um trabalho mais diversificado, que permita o desenvolvimento de diferentes esquemas de pensamento, pode produzir um aprendizado mais efetivo dos processos operatórios.

Com esse intuito, apoiamo-nos nas ideias de Humphreys e Parker (2019) ao defenderem a prática das "conversas numéricas" para que estudantes dos anos iniciais resolvam cálculos criando estratégias próprias de resolução. As autoras propõem que a prática das conversas numéricas, momento em que os alunos resolvem mentalmente problemas de cálculos e expressam as estratégias que utilizaram para fazê-los, aconteça sistematicamente em todas as aulas.

Para elas, essa proposta ajuda os educandos a se tornarem pensadores confiantes, pois passam a acreditar em seu raciocínio matemático. Além disso, estimula o uso de estratégias pessoais que se diferenciam dos algoritmos tradicionais. Vemos consonância entre essas ideias e a afirmação de Vergnaud (1996a) de que o funcionamento cognitivo de um sujeito se assenta sobre um repertório de esquemas disponíveis, permitindo que sejam criados novos esquemas para a resolução daquela classe de situações, neste caso, novas estratégias para a resolução da adição e da subtração.

Humphreys e Parker (2019) indicam o ensino de 5 estratégias para a subtração: (i) arredondar o subtraendo até um múltiplo de 10 e ajustar; (ii) decompor o subtraendo; (iii) em vez disso, somar; (iv) obter a mesma diferença; e (v) separar por posição. Já para a adição, as estratégias são: arredondar e ajustar; tirar e dar; começar pela esquerda; decompor uma das parcelas; adicionar. Passamos a exemplificar cada uma dessas estratégias.

Quadro 1 - Exemplificação dos tipos de estratégia destacados por Humphreys e Parker (2019)

SUBTRAÇÃO de 52 – 25		
arredondar o subtraendo até um múltiplo de 10 e ajustar	decompor o subtraendo	em vez disso, somar
Arredonda 25 para 30 e faz: 52 – 30 = 22 22 + 5 = 27 (ajusta os 5 do arredondamento)	Temos que 25 = 20 + 5 e 5 = 2 + 3 52 – 20 = 32 32 – 2 = 30 30 – 3 = 27	25 + 5 = 30 30 + 22 = 52 5 + 22 = 27
obter a mesma diferença	separar por posição	
52 – 25 +5 +5 57 – 30 57 – 30 = 27	50 + 2 - 20 + 5 (50 – 20) + (2 – 5) = 30 + (- 3) = 30 - 3 = 27[1]	
ADIÇÃO de 46 + 17		
arredondar e ajustar	tirar e dar	começar pela esquerda
46 + 20 = 66 (arredonda 17 para 20) 66 – 3 = 63 (ajusta os 3 do arredondamento)	Tira 3 do 46 e coloca no 17 46 + 17 43 + 20 = 63	40 + 10 = 50 6 + 7 = 13 50 + 13 = 63
decompor uma das parcelas	Adicionar	
46 + 10 = 56 56 + 7 = 63	46 + 10 = 56 56 + 4 = 60 60 + 3 = 63	

Fonte: Elaborado pelas autoras.

Observamos que nas duas estratégias os esquemas de pensamento fazem uso do conceito de dezena. Na estratégia de *arredondar e ajustar*, as dezenas são completadas para facilitar o cálculo; na estratégia de *decompor o subtraendo*, uma quantidade é decomposta de maneira que as subtrações ocorram com as dezenas ou para chegar a elas. Alunos iniciantes nos processos operatórios podem se sair melhor em uma delas e passar a fazer uso somente dessa estratégia. Destacamos, contudo, que a ampliação das possibilidades de resolução promove a compreensão e a construção de argumentos matemáticos convincentes (HUMPHREYS; PARKER, 2019).

Ainda, vale ressaltar que tais procedimentos e estratégias utilizados no cálculo mental e no escrito podem ampliar a compreensão dos estudantes para outras formas de olhar para a decomposição dos números. Isso pode ser relevante, uma vez que os estudos de Galvez et al. (2011), ao analisarem estratégias aditivas de cálculo mental (adição e subtração) utilizadas por 4.027 estudantes da Educação Básica chilena, observam que 3.565 deles não sabiam descrever sua forma de pensar, o que pode requerer um ajuste na maneira de ensinar.

[1] Destacamos que apesar desse processo ter sido apresentado pelas autoras, entendemos que ele pode ser inadequado para estudantes dos primeiros anos do ensino fundamental, por envolver um número negativo.

Do ensino das estratégias resolutivas

Para a experiência de ensino, escolhemos alunos concluintes de uma turma do 5º ano por entendermos que esses discentes já apresentam certa maturidade operatória. Com o intuito de dar continuidade aos estudos realizados por Etcheverria (2019), optamos por uma escola do mesmo contexto educacional e contamos com a anuência da professora da turma, uma vez que estávamos no mês de conclusão do ano letivo. Compunham a turma 38 estudantes na faixa etária de 10 a 12 anos. No dia da realização dessa atividade de ensino, compareceram 35 educandos.

A atividade envolvendo a resolução de problemas com situações do campo aditivo foi composta por seis problemas que consideravam as três categorias de base propostas por Vergnaud, a saber: composição, transformação e comparação. E foram contemplados os diferentes graus de complexidade (ver Quadro 2).

Quadro 2 - Problemas propostos aos alunos concluintes do 5° ano

Categoria e extensão	Problema
Composição (protótipo)	P1. Maria foi à livraria e comprou 48 cadernos e 35 livros. Quantos materiais Maria comprou?
Comparação (2ª extensão)	P2. Tainá tem 23 balas e Renata tem 18 balas a mais que Tainá. Quantas balas tem Renata?
Transformação (4ª extensão)	P3. João tinha alguns parafusos no bolso. Perdeu 13 e ficou com 18 parafusos. Quantos parafusos João tinha antes?
Transformação (protótipo)	P4. Sara tinha 43 canetas e deu 17 a sua prima. Com quantas canetas Sara ficou?
Composição (1ª extensão)	P5. Joana comprou 87 doces, sendo brigadeiros e cajuzinhos. Sabendo que 49 são brigadeiros, quantos são cajuzinhos?
Comparação (3ª extensão)	P6. Mariana e Taís ganharam alguns reais de presente de aniversário. Mariana ganhou 33 reais e Taís ganhou 51 reais. Quem ganhou mais? Quantos reais a mais?

Fonte: Banco de dados das autoras.

Os problemas elaborados buscaram contemplar as três categorias e os diferentes níveis de complexidade presentes nas situações que elas envolvem. Como tivemos como foco apresentar aos estudantes pelo menos uma possibilidade de esquema mental para a resolução, diferente do algoritmo no formato convencional, propusemos, para a adição, a estratégia de *arredondar e ajustar* e, para a subtração, a de *decompor o subtraendo*. A escolha das estratégias se deu por eles se ampararem em esquemas mentais diferentes dos encontrados por Etcheverria (2019).

No início da aula, foram discutidas as duas estratégias resolutivas escolhidas. Embora Humphreys e Parker (2019) sugiram que os cálculos sejam resolvidos mentalmente, optamos por fazer o registro escrito, pois esse tipo de registro é o mais desenvolvido pelos professores.

Além disso, necessitávamos dele para analisar os esquemas utilizados pelos estudantes. Assim, em um tempo de 45 minutos, os alunos conheceram as duas estratégias e resolveram algumas situações-problema por meio desses procedimentos; nos outros 45 minutos, resolveram os seis problemas do instrumento.

No primeiro momento da aula, foi solicitado que os alunos solucionassem duas situações cuja solução envolvia uma adição. Dois foram ao quadro e as resolveram sem dificuldade por meio da "conta armada". Logo após, foi explicado como solucionar essas mesmas situações utilizando a estratégia de "arredondar e ajustar". Surgiram algumas dúvidas quanto à escolha do número a arredondar, mas, depois, a estratégia ficou clara para a maioria.

Em seguida, foram propostas duas situações cuja resolução envolvia uma subtração. Outros dois alunos foram ao quadro e resolveram-nas sem dificuldade por meio da *conta armada*. Como na estratégia anterior, após comentar as resoluções deles, foi discutido como resolver fazendo uso da estratégia de *decompor o subtraendo*. Foi apresentado aos estudantes como fazer a decomposição do subtraendo, escrevendo-o como a soma das unidades, das dezenas e das centenas — por exemplo, 34 = 30 + 4 — ou, ainda, como a decomposição de um número em outros dois — por exemplo, 5 = 3 + 2. Foi explicado que tal decomposição pode ser feita de acordo com a necessidade de cada operação. A compreensão dessa estratégia não foi imediata, pois os educandos não conseguiam identificar quais decomposições seriam necessárias para facilitar o processo resolutivo da subtração que realizavam.

Do aprendizado do campo aditivo

A análise das produções escritas apresentadas como solução pelos estudantes foi realizada segundo Cury (2008), por considerarmos que elas nos proporcionam informações relevantes que podem contribuir na produção de ajustes no planejamento dos docentes. Assim, escolhemos classificá-las com estes critérios: correto, quando todas as informações ali registradas estão corretas; parcialmente correto, quando a operação escolhida está correta, mas foi resolvida com erro; incorreto, quando se optou pela operação errada; e em branco quando não fez nenhum registro.

Tabela 1 - Desempenho dos estudantes nos problemas

	P1		P2		P3		P4		P5		P6	
	Freq.	%	Freq.	%	Freq.	%	Freq.	%	Freq.	%	Freq.	%
Correto	35	100	33	94,3	21	60	32	91,4	12	34,3	11	31,4
P. Correto	-	-	-	-	5	14,3	-	-	10	28,6	5	14,3
Incorreto	-	-	2	5,7	4	11,4	2	5,7	11	31,4	15	42,9
Em Branco	-	-	-	-	5	14,3	1	2,9	2	5,7	4	11,4
Total	35	100	35	100	35	100	35	100	35	100	35	100

Fonte: Banco de dados das autoras.

Os dados da Tabela 1 mostram que o desempenho desses estudantes variou de 100%, no P1, categoria *composição (protótipo)*, a 31,4%, no P6, comparação (3ª extensão). Observamos que, nos dois problemas-protótipo, P1 e P4, o índice de desempenho esteve acima de 90%, o que já era esperado, levando em conta os resultados de Etcheverria (2019) ao testar estudantes do 5º ano desse mesmo município.

Por outro lado, na categoria *comparação*, os resultados não são semelhantes aos encontrados por essa autora. No problema de comparação de 2ª extensão (P2), Etcheverria (2019) constatou um desempenho de 65%, bem abaixo do evidenciado por estes estudantes, que foi de 94,3%. Na categoria *comparação de 3ª extensão* (P6), a pesquisadora encontrou um desempenho de 57,5%, acima do evidenciado por estes estudantes, que foi de 31,4%.

No P2, entendemos que houve um desempenho próximo de 95%, porque a expressão “a mais”, presente no enunciado, direciona para a operação de adição necessária para a solução. Resultados de pesquisas mostram que os estudantes costumam associar as palavras presentes no enunciado à escolha da estratégia de resolução do problema (CAMPOS; MAGINA; CAZORLA; SANTANA, 2007; MAGINA et al., 2010; SANTANA, 2010).

No P6, houve o menor índice de desempenho, 31,4%. Nesse problema, chamou-nos a atenção os estudantes não focarem em responder à primeira pergunta: “Quem ganhou mais?” Dos 11 que resolveram o cálculo corretamente, somente quatro responderam que Taís tinha ganhado mais, o que mostra que eles consideraram que somente era necessário responder à indagação “Quantos reais a mais?”. Da mesma forma que no P2, nesse problema, a expressão “a mais”, presente no segundo questionamento, também influenciou na escolha da estratégia de resolução dos estudantes, só que, neste caso, conduziu-os ao erro. Dos 15 estudantes que resolveram de forma incorreta essa situação, 12 calcularam corretamente a adição *51 + 33*, entretanto erraram a resposta do problema, pois precisavam subtrair 51 - 33.

P3 é o problema de maior complexidade dentre os que compõem o instrumento aplicado. Nele, está presente uma situação da categoria *transformação (4ª extensão)*. A dificuldade que ele apresenta está relacionada ao estado inicial não ser conhecido e ao uso do verbo "perdeu", presente no enunciado, que direciona os estudantes para a operação subtração. Observamos, contudo, que tanto os estudantes que resolveram corretamente quanto os que apresentaram uma solução parcialmente correta, entenderam que seria necessário fazer a adição de 13 + 18 para encontrar o resultado, o que totaliza 74,3%.

No P5, a situação presente no enunciado não é de grande complexidade, pois é uma situação de composição (1ª extensão), porém o índice de desempenho nele foi muito baixo, 34,3%. Por outro lado, observamos que 10 discentes (28,6%) conseguiram fazer uma escolha correta para a estratégia de solução, no entanto erraram ao realizar a subtração "87 - 49".

Ao olhar de maneira geral para os protocolos, percebemos que oito estudantes solucionaram corretamente os seis problemas. E constatamos que quatro resolveram de modo correto cinco situações.

Do aprendizado das estratégias resolutivas

A realização da atividade de ensino com os alunos, além de abordar as categorias do campo aditivo, buscou possibilitar a eles a experiência de operar utilizando processos operatórios diferentes do algoritmo convencional. Para Vergnaud (2000, p. 4), "o conhecimento é adaptação, isto é, adaptação ao novo. O progresso do conhecimento é impossível sem novas questões e sem uma certa desestabilização dos conhecimentos anteriores do aluno". Por isso, nesta análise, no primeiro momento, procuramos observar quantos alunos tinham se aventurado a abrir mão de um conhecimento já instituído, que os mantém na zona de conforto, para trilhar o novo que se apresentava.

Dos 35 alunos, percebemos que 16 (45,7%) usaram as novas estratégias para solucionar os seis problemas; três utilizaram-nas para solucionar cinco problemas; cinco empregaram-nas para solucionar quatro problemas; sete aplicaram-nas para solucionar três problemas; três fizeram uso delas para solucionar dois problemas; e um empregou para solucionar somente um problema. Apesar de não termos a maioria dos estudantes resolvendo os seis problemas com as estratégias diferenciadas, consideramos positivo que todos solucionaram pelo menos um problema com uma estratégia diferente do algoritmo convencional, porque "é muito importante dispor de várias maneiras de resolver o mesmo problema" (VERGNAUD, 1996b, p. 73).

Vergnaud (1996a) considera que a análise das resoluções dos estudantes revela as condutas por eles tomadas, os esquemas mentais que utilizaram. Assim, apresentamos, na Tabela 2, as estratégias de resolução empregadas por esses estudantes. Destacamos que, quando olhamos para o esquema de resolução presente no registro escrito feito por eles, não levamos em conta se a resposta do problema estava correta ou incorreta; apenas focamos em identificar o procedimento que ele escolheu para resolver aquela situação-problema.

Tabela 2 - Estratégias de resolução presentes nos registros dos estudantes

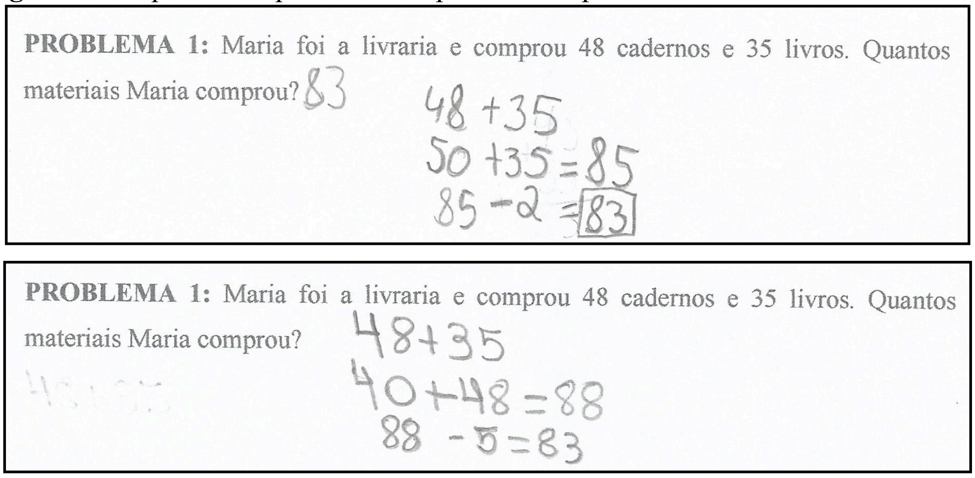
Estratégias / Problemas	Arredondar e ajustar	Decompor o subtraendo	Algoritmo convencional	Somente registro do resultado (sem evidências dos cálculos realizados), Solução em branco ou Cálculos aleatórios
P1	32	-	3	-
P2	33	-	2	-
P3	16	2	10	7
P4	1	31	1	2
P5	9	8	11	7
P6	13	5	5	12

Fonte: Banco de dados das autoras.

Ao olhar para essa Tabela, é necessário lembrar que foi ensinado aos estudantes usar a estratégia de “arredondar e ajustar” para adicionar e a estratégia de “decompor o subtraendo” para subtrair, conforme sugerido por Humphreys e Parker (2019). Podemos considerar que P1, P2 e P3 são resolvidos, frequentemente, por uma adição, e que P4, P5 e P6 são solucionados, seguidamente, por uma subtração. Logo, se fossem seguidas as orientações, nos três primeiros problemas, seria usada a estratégia de “arredondar e ajustar”, o que aconteceu no P1 e no P2, e, em menor número, no P3; e nos três últimos, seria feita a “decomposição do subtraendo”, o que somente ocorreu na resolução do P4, confirmando a dificuldade inicial que tiveram na apresentação desse esquema.

Ao observarmos os dados da Tabela 2, percebemos que no P1 e no P2 foi seguida tal orientação, e quase a totalidade dos estudantes utilizou a estratégia “arredondar e ajustar”, como ilustrado na Figura 1.

Figura 1 - Esquemas de pensamento apresentados pelos estudantes A30 e A18 no P1


PROBLEMA 1: Maria foi a livraria e comprou 48 cadernos e 35 livros. Quantos materiais Maria comprou? 83

48 + 35
50 + 35 = 85
85 − 2 = 83

PROBLEMA 1: Maria foi a livraria e comprou 48 cadernos e 35 livros. Quantos materiais Maria comprou?

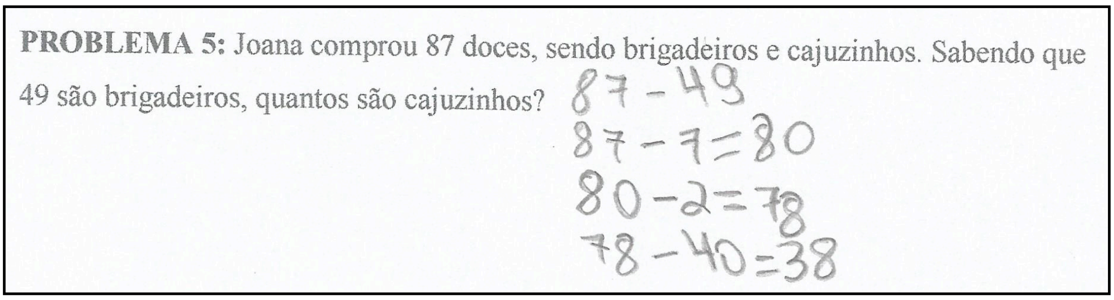
48 + 35
40 + 48 = 88
88 − 5 = 83

Fonte: Banco de dados das autoras.

Notamos que o estudante A30 escolheu arredondar o 48 aumentando 2 para chegar ao 50. Assim, a adição tornou-se mais simples, porque deixou de envolver troca de unidades por dezena. Depois, a quantidade 2, acrescentada para arredondar, teve de ser retirada para se ajustar às quantidades. O estudante A18 utilizou essa mesma estratégia de resolução, contudo escolheu ajustar o 35 aumentando 5 para chegar ao 40.

A resolução do P5 requeria uma subtração, o que levaria para a estratégia de “decompor o subtraendo”. Contudo, os resultados da Tabela 2 mostram-nos que 31,4% fizeram uso do algoritmo convencional, 25,7% da estratégia de “arredondar e ajustar” e somente 23% dos estudantes trabalharam com a decomposição do subtraendo, conforme ilustrado na resolução do A18.

Figura 2 - Esquema de pensamento apresentado pelo estudante A18 no P5


PROBLEMA 5: Joana comprou 87 doces, sendo brigadeiros e cajuzinhos. Sabendo que 49 são brigadeiros, quantos são cajuzinhos?

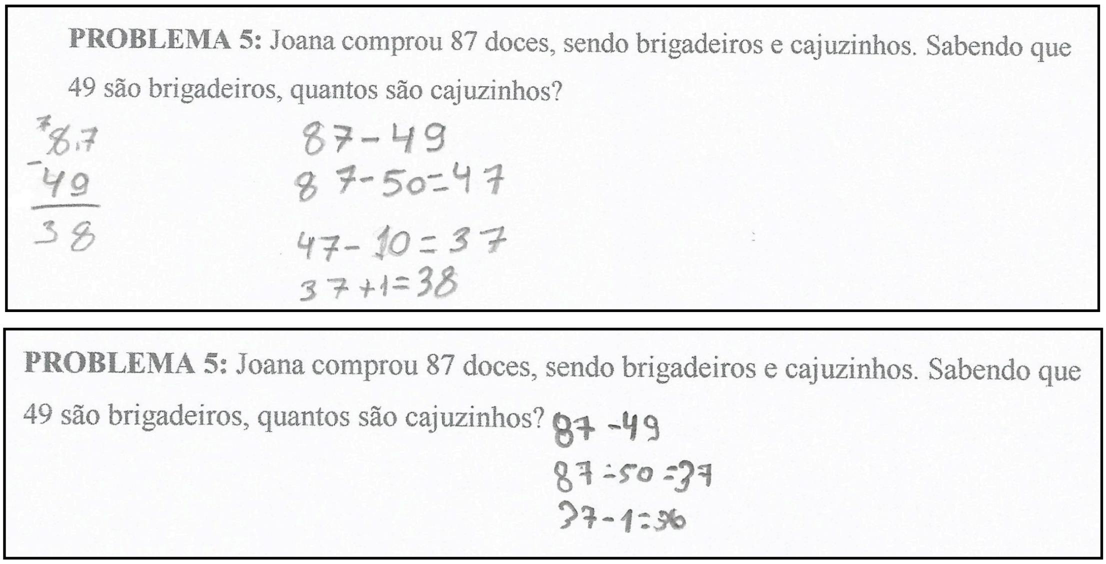
87 − 49
87 − 7 = 80
80 − 2 = 78
78 − 40 = 38

Fonte: Banco de dados das autoras.

Ao analisar a Figura 2, percebemos que A18 escolheu decompor o 49, observando quais quantidades facilitavam a subtração no 87, mas também o que precisava para chegar ao 40. Por isso, começou subtraindo o 7, depois o 2 e, em seguida, o 40. É importante salientar que outros estudantes inverteram essa ordem e subtraíram primeiro o 40, depois o 7 e, por último, o 2. Estimular os discentes a notarem essas possibilidades oportuniza que percebam a comutatividade e a associatividade presente na composição das quantidades.

Os estudantes A2 e A12 escolheram *arredondar e ajustar* para resolver essa subtração, porém cometeram pequenos erros no caminho. A Figura 3 mostra que, provavelmente, o estudante A2 fez primeiro o algoritmo convencional (que está correto) e depois utilizou a nova estratégia aprendida. Errou ao calcular a diferença entre 87 e 50, o que o levou a fazer um ajuste incorreto ao subtrair 10 do 47 para encontrar o 37. O estudante A12 utilizou o mesmo esquema de pensamento do estudante A2, porém ele acertou o cálculo 87 - 50, mas errou, pois subtraiu o 1 do 37, em vez de adicionar.

Figura 3 - Esquemas de pensamento apresentados pelos estudantes A2 e A12 no P5


PROBLEMA 5: Joana comprou 87 doces, sendo brigadeiros e cajuzinhos. Sabendo que 49 são brigadeiros, quantos são cajuzinhos?

87 - 49 = 38

87 - 49
87 - 50 = 47
47 - 10 = 37
37 + 1 = 38

PROBLEMA 5: Joana comprou 87 doces, sendo brigadeiros e cajuzinhos. Sabendo que 49 são brigadeiros, quantos são cajuzinhos?

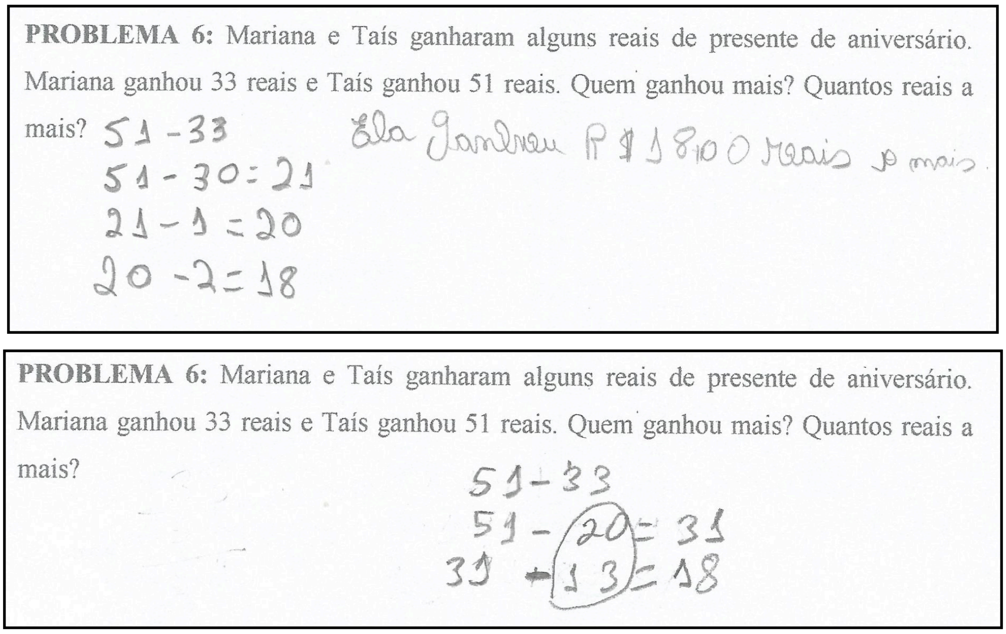
87 - 49
87 - 50 = 37
37 - 1 = 36

Fonte: Banco de dados das autoras.

As diferentes abordagens apresentadas pelos estudantes, mesmo revelando hesitações e erros, mostram que suas condutas são estruturadas por esquemas (VERGNAUD, 1996a). Os registros de A2 e A12 sinalizam que eles reconhecem as invariantes presentes no esquema que utilizaram — arredondar o subtraendo para a dezena superior mais próxima e ajustar o resultado de acordo com o que foi acrescentado. A12, entretanto, não conseguiu perceber que, como houve um acréscimo de uma unidade no 49, ele retirou do 87 um a mais do que deveria e, por isso, teria de adicionar 1 ao 37, em vez de subtrair.

Para resolver o P6, os estudantes necessitavam realizar o cálculo *51 - 33*. Ao fazerem uso da estratégia *decompor o subtraendo*, verificamos que A1 decompôs o 33 em 30 + 1 + 2 e A12 em 20 + 13.

Figura 4 - Esquemas de pensamento apresentados pelos estudantes A1, A12 no P6


PROBLEMA 6: Mariana e Taís ganharam alguns reais de presente de aniversário. Mariana ganhou 33 reais e Taís ganhou 51 reais. Quem ganhou mais? Quantos reais a mais?

51 - 33
51 - 30 = 21
21 - 1 = 20
20 - 2 = 18

Ela ganhou R$ 18,00 reais a mais.

PROBLEMA 6: Mariana e Taís ganharam alguns reais de presente de aniversário. Mariana ganhou 33 reais e Taís ganhou 51 reais. Quem ganhou mais? Quantos reais a mais?

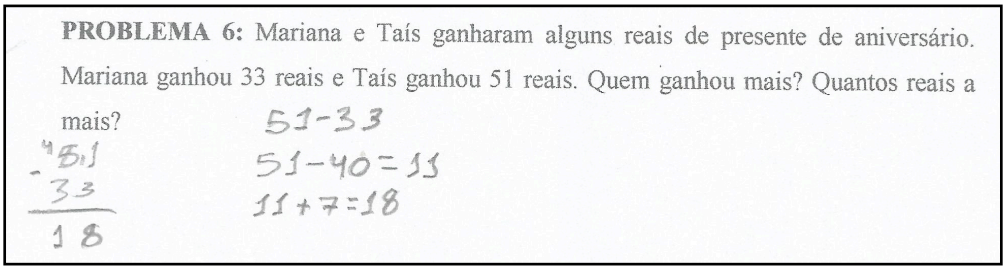
51 - 33
51 - 20 = 31
31 - 13 = 18

Fonte: Banco de dados das autoras.

A escolha de A1 permitiu que ele trilhasse o caminho mais simples, evitando as trocas entre as ordens. Todavia, A12 simplificou para o primeiro cálculo, mas depois teve de realizar a troca de dezena por unidades para subtrair as unidades.

Chamou nossa atenção a escolha realizada por A2. Ele optou por usar a estratégia de *arredondar e ajustar* na subtração.

Figura 5 - Esquema de pensamento apresentado pelo estudante A2 no P6


PROBLEMA 6: Mariana e Taís ganharam alguns reais de presente de aniversário. Mariana ganhou 33 reais e Taís ganhou 51 reais. Quem ganhou mais? Quantos reais a mais?

51 - 33
51 - 40 = 11
11 + 7 = 18

^{4}51
\- 33
18

Fonte: Banco de dados das autoras.

Os registros mostram que A2 acrescentou 7 no subtraendo para arredondar o 33 para 40, operando 51 - 40. Depois, como ele tinha aumentado a quantidade a ser retirada, ou seja, havia retirado uma quantidade maior do que era solicitado, ele precisava aumentar o 7 para ajustar o resultado da subtração. Observamos que A2 também realizou a operação no algoritmo convencional, provavelmente para conferir o resultado da operação.

Das considerações

A experiência de ensino de diferentes esquemas de pensamento e de registros escritos, relativos aos processos resolutivos das operações do campo aditivo para estudantes concluintes do quinto ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal do interior do estado de Sergipe, mostrou-nos que: (i) em relação ao aprendizado dos conceitos do campo aditivo, os resultados são semelhantes aos dos outros pesquisadores, pois os educandos apresentam melhor desempenho nas situações menos complexas e costumam associar as palavras presentes no enunciado à escolha da estratégia de resolução do problema; (ii) os discentes apropriaram-se com maior domínio da estratégia de *arredondar e ajustar* e tiveram mais dificuldade no esquema de *decompor o subtraendo*; (iii) o ensino de diferentes procedimentos resolutivos permite aos estudantes a criação ou a adaptação de esquemas mentais que favorecem a compreensão dos processos resolutivos.

Neste texto, não temos a pretensão de apresentar uma solução milagrosa para os problemas relacionados ao ensino das operações do campo aditivo. Mas entendemos que os resultados aqui em discussão podem indicar aos professores, ou futuros professores, que ensinam Matemática a necessidade de apresentar aos discentes novos processos operatórios, diferentes do algoritmo no formato tradicional.

Sabemos que os alunos precisam vivenciar situações-problema com diferentes graus de complexidade e, também, necessitam apropriar-se de estratégias diferenciadas de cálculo, o que não seria possível em uma atividade de 45 minutos, como aconteceu nessa experiência de ensino. Nesta pesquisa, todavia, encontramos indícios de que os estudantes aceitaram o desafio e procuraram incorporar as estratégias de cálculo apresentadas às situações propostas. Esse contexto nos impulsiona a considerar a necessidade de que outros estudos sobre a temática sejam realizados, especialmente longitudinais, para analisar o avanço e a desenvoltura dos alunos, tanto na utilização e na criação de estratégias resolutivas quanto no desempenho nas diferentes situações aditivas.

Referências

CAMPOS, T. M. M.; MAGINA, S. M. P.; CAZORLA, I. M.; SANTANA, E. R. dos S. As estruturas aditivas nas séries iniciais do Ensino Fundamental: um estudo diagnóstico em contextos diferentes. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, México, v. 10, p. 219-239, 2007.

CURY, H. N. **Análise de erros**: o que podemos aprender com as respostas dos alunos. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

ETCHEVERRIA, T. C. **O ensino de conceitos aditivos**: trajetórias e possibilidades. Curitiba: Appris, 2019.

GALVEZ, G.; COSMELLI, D.; CUBILLOS, L.; LEGER, P.; MENA, A.; TANTER, E.; FLORES, X.; LUCI, F.; MONTOYA, S.; SOTO-ANDRADE, J. Estrategias cognitivas para el cálculo mental. **Relime**, México, v. 14, n. 1, p. 9-40, marzo 2011. Disponível em: http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362011000100002&lng=es&nrm=iso Acesso em: 14 set. 2020.

HUMPHREYS, C.; PARKER, R. **Conversas numéricas**: estratégias de cálculo mental para uma compreensão profunda da matemática. Trad. Sandra Maria Mallmann da Rosa. Porto Alegre: Penso, 2019.

MAGINA, S.; CAMPOS, T. M. M. As estratégias dos alunos na resolução de problemas aditivos: um estudo diagnóstico. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 6, n. 1, p. 53-71, 2004.

MAGINA, S.; CAMPOS, T. M. M.; NUNES, T.; GITIRANA, V. **Repensando adição e subtração**: contribuições da Teoria dos Campos Conceituais. 3. ed. São Paulo: Proem, 2008.

MAGINA, S. M. P.; SANTANA, E. R. dos S.; CAZORLA, I. M.; CAMPOS, T. M. M. As estratégias de resolução de problemas das estruturas aditivas nas quatro primeiras séries do Ensino Fundamental. **Zetetiké**, Campinas, v. 18, n. 34, p. 15-49, jul./dez. 2010.

NUNES, T.; CAMPOS, T. M. M.; MAGINA, S.; BRYANT, P. **Introdução à Educação Matemática**: números e operações numéricas. 2. ed. São Paulo: Proem, 2002.

SANTANA, E. R. S. **Estruturas aditivas**: o suporte didático influencia a aprendizagem do estudante? 2010. 344 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010.

VERGNAUD, G. A teoria dos campos conceituais. *In:* BRUN, Jean (org.). **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996a. p. 155-191.

VERGNAUD, G. A formação de competências profissionais. **Revista do GEEMPA**, Porto Alegre, n. 4, p. 63-76, jul. 1996b.

VERGNAUD, G. Quelles contribuitions attendre de l'epistemologie, de la psychologie et de la psychanalise? Tradução Camila Rassi. Revisão Luca Rischbieter, Maria Lucia F. Moro e Maria Tereza C. Soares. Colloque Le rapport avec le savoir. Sfax. 2000. Disponível em: https://vergnaudbrasil.com/wp-content/uploads/2020/09/2.2.-QUE-CONTRIBUIC%CC%A7O%CC%83ES-ESPERAR-DA-EPISTEMOLOGIA-DA-PSICOLOGIA-E-DA-PSICANA%CC%81LISE.pdfb Acesso em: 14 set. 2020.

VERGNAUD, G. **A criança, a Matemática e a realidade**: problemas do ensino da Matemática na escola elementar. Trad. Maria Lúcia Faria Moro. Curitiba: Ed. da UFPR, 2009.

Recebido em 3 de maio de 2021
Aprovado em 5 de junho de 2021