

O Raciocínio Algébrico no Ensino Fundamental:

O debate a partir da visão de quatro estudos

The algebraic reasoning in elementary school:

The debate from the viewpoint of four studies

Sandra Magina

PhD. em Educação Matemática

Universidade Estadual de Santa Cruz – BA – Brasil
sandramagina@gmail.com

Caio Fabio dos Santos de Oliveira

Mestrando em Educação Matemática

Universidade Estadual de Santa Cruz – BA – Brasil
cfsoliveira@uesc.br

Vera Merlini

Dra. em Educação Matemática

Universidade Estadual de Santa Cruz – BA – Brasil
vera.merlini@gmail.com

Resumo

Este artigo tem por objetivo promover uma discussão sobre a introdução da álgebra nos anos iniciais, a partir da visão de estudantes e professores que atuam nesse nível de escolarização. Os conceitos aqui tratados são: sequência de padrão, interpretação de símbolos, equivalência em equação e relação funcional, cada um deles discutido a partir de situações-problema propostas tanto a estudantes, quanto a professoras dos anos iniciais. Os resultados parciais obtidos nas situações, em especial no que tange às estratégias utilizadas, enriquecem as discussões do artigo, as quais, sempre que possível, são comparadas com resultados de estudos correlatos. O artigo conclui que é possível introduzir conceitos algébricos já nos anos iniciais do Ensino Fundamental, a depender da forma como for trabalhado. Conclui ainda que a representação pictórica é uma ferramenta poderosa que precisa ser levada em consideração pelo professor quando da introdução desses conceitos. Por fim, o estudo faz uma ponderação que não basta propor a introdução de conceitos algébricos nos anos iniciais, tampouco mudar o currículo, é preciso principalmente preparar os professores, responsáveis por implantar efetivamente tal currículo, sobretudo dos anos iniciais.

Palavras-Chave: *Early Algebra*. Ensino Fundamental. Representação pictórica.

Abstract

This article aims to promote a discussion about the introduction of algebra in primary school years, taking into account both students and teachers' perspectives. The concepts discussed here are: sequence of patterns, interpretation of symbols, equivalence in equation and functional relation, each of them discussed from a problem proposed to the students, or to the primary school teachers. The partial results obtained in these situations, especially with regard to the strategies used, enrich the discussions of the article, which, whenever possible, are compared with results of related studies. The article concludes

that it is possible to introduce algebraic concepts already in the initial years schools, depending on how it is worked. It also concludes that pictorial representation is a powerful tool that needs to be taken into account by the teacher when introducing these concepts. Finally, the study makes a point that it is not enough to propose the introduction of algebraic concepts in the initial years, nor to change the curriculum, it is necessary to prepare teachers, responsible for effectively implementing such curriculum, especially the initial years

Keywords: *Early Algebra*. Elementary school level. Pictorial representation.

Introdução

A Álgebra ganhou especial atenção dos educadores brasileiros desde quando tal objeto matemático passou a figurar no documento recém publicado pelo Ministério da Educação, intitulado Base Nacional Curricular Comum – BNCC (BRASIL, 2017). A partir de então, a Álgebra é uma das unidades temáticas da área da Matemática proposta para ser trabalhada já no início da escolarização. Esse documento explica que a álgebra

[...] é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. [...] As ideias matemáticas fundamentais vinculadas a essa unidade são: equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade (BRASIL, 2017, p. 226).

Apesar da BNCC (BRASIL, 2017) trazer a inserção da Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental como uma de suas novidades, isso já é verdade para o currículo de vários países do mundo. De fato, desde a década de 80 do século passado que pesquisas têm se debruçado em investigar os processos de ensino e de aprendizagem da Álgebra nesse nível de escolarização (BOOTH, COOK, 1988; KIERAN, 1992; THOMPSON, 1995; POST; BEHR; LESH, 1995; SCHLIEMANN et al., 1998; BLANTON et al., 2007).

A partir deste século, estudos relacionados aos processos de ensino e de aprendizagem da Álgebra nos primeiros anos de escolarização aumentaram muito, trazendo informações valiosas acerca dos raciocínios algébricos desses estudantes. Destacamos alguns estudos realizados, como por exemplo Blanton et al. (2007), Yamanaka e Magina, (2008), Brizuela, Martinez e Cayton-Hodges (2013), Carraher e Schliemann (2016) que muito têm contribuído para o conhecimento sobre esse tema.

Tendo em mente todas as questões trazidas pelos estudos acima referidos, o objetivo desse artigo foi promover uma discussão sobre a introdução da Álgebra nos anos iniciais, a partir da visão de três estudos: (i) de estudantes que participaram de uma intervenção de ensino; (ii) de estudantes que responderam a um instrumento diagnóstico, e (iii) de professores pedagogos que atuam nesse nível de escolarização e que participaram de uma formação em

serviço. Os conceitos aqui tratados foram: relação funcional, sequência de padrões, equação e interpretação de símbolos, sendo que cada um deles foi discutido a partir de uma situação-problema proposta seja aos estudantes, seja às professoras dos anos iniciais.

A Álgebra nos anos iniciais ou, como tem sido chamada, a *EARLY ALGEBRA*

No que tange aos anos iniciais da escolarização, o ensino da Álgebra ganhou impulso a partir de 2006, quando a Academia Nacional de Ciências (NAS) dos Estados Unidos organizou uma conferência para pensar sobre a ciência e a tecnologia, de tal maneira que os Estados Unidos pudessem alcançar êxito no século XXI. Essa conferência contou com 50 participantes convidados especialistas em Matemática e Educação Matemática. Estes se distribuíram em cinco grupos de trabalho correspondentes a cinco níveis diferentes de instrução de álgebra, para refletir sobre o ensino e a aprendizagem da Álgebra. Ao final, cada grupo deveria apresentar um relatório propondo caminho para aquele ciclo específico. O grupo responsável pela reflexão do ensino e aprendizagem dos primeiros anos escolares foi denominado de *Early Algebra* e, assim, cunhou-se o termo *Early Algebra* (EA).

Uma das conclusões apresentada no relatório por esse grupo foi que não faz sentido pensar na EA como um conjunto separado de atividades que os professores ensinariam somente após as habilidades e os procedimentos aritméticos terem sido dominados. Os autores afirmam que é

Ao contrário, early algebra é uma maneira de pensar que dá significado, profundidade e coerência para a compreensão matemática das crianças, aprofundando os conceitos já ensinados, de modo que haja oportunidade de generalizar relacionamentos e propriedades na matemática (BLANTON et al., 2007, p. 7, tradução livre nossa).

Esse mesmo grupo fecha o relatório trazendo resultados de várias pesquisas que apontam que a abordagem procedimental que vinha se dando à aritmética, com foco na fluência calculatória, não tem apresentado sucesso no que se refere à aprendizagem dos estudantes (BEDNARZ; KIERAN; LEE, 1996; KAPUT, 1995). Assim, implantar a Álgebra a partir dos anos iniciais prepararia os estudantes a cultivar hábitos mentais que visam ao aprofundamento das estruturas subjacentes da Matemática (BLANTON et al., 2007).

Blanton et al. (2007) assinalam que a EA envolve: (1) generalização, ou identificação, expressando e justificando estruturas, propriedades e relações matemáticas e (2) raciocínio e ações baseadas em formas de generalizações. Ainda de acordo com os mesmos autores, o foco da pesquisa em EA pode ser delineado pelo (1) uso da aritmética como um domínio para

expressar e formalizar generalizações (aritmética generalizada) e pela (2) generalização de padrões numéricos ou geométricos para descrever relações funcionais (pensamento funcional).

Esses autores (BLANTON et al., 2007) ainda conjecturam que quando as crianças têm essas experiências de *Early Algebra* nos anos iniciais de escolaridade, de maneira sistemática, elas desenvolvem uma base matemática mais profunda do que aquelas que tiveram suas experiências focadas em especial nos procedimentos de cálculo. Para tais autores, a *Early Algebra* pode contribuir para amainar as dificuldades que estudantes apresentam ao trabalhar formalmente com a Álgebra.

Nessa direção, Schliemann et al. (2013) avaliam que algumas das dificuldades apresentadas pelos estudantes estão relacionadas ao sinal de igualdade, normalmente causada pela má interpretação do signo de igualdade; ao significado de letras (variáveis) ou, ainda, à operação com expressões algébricas. Essa avaliação feita foi fundamentada nos resultados da pesquisa dos autores ao realizar uma intervenção com 22 estudantes entre 8 e 11 anos de idade, inseridos nos 3º e 5º anos da escola básica. Na intervenção com os estudantes de 11 anos, os pesquisadores realizaram dez aulas de 90 minutos que incluíam discussões a partir de problemas que abordavam equações.

Os autores (SCHLIEMANN et al., 2013) apresentam como resultado um avanço significativo após a intervenção, uma vez que mais de dois terços dos estudantes de 11 anos puderam construir a equação que representava o problema apresentado. Além disso, eles identificaram que quase a metade dos estudantes resolveu a contento equações que incluíam uma variável em ambos os lados do sinal de igualdade. Em entrevista posterior à intervenção a porcentagem de alunos que encontraram a solução correta para a equação aumentou para 82%.

No que tange a generalização, padrão e representações, Merino, Cañadas e Molina (2013) realizaram uma pesquisa cujo objetivo foi investigar as estratégias e as representações que estudantes entre 10 e 11 anos usam quando abordam uma tarefa de generalização com base em um exemplo genérico. Para isso, em uma classe com 20 alunos, foi aplicado um teste diagnóstico contendo dez questões envolvendo a relação funcional entre duas variáveis.

De posse dos dados, Merino, Cañadas e Molina (2013) concluem que quando a quantidade de elementos era pequena a estratégia mais utilizada pelos estudantes foi o desenho e a contagem. Por outro lado, ao considerar a quantidade de elementos grande, os estudantes perceberam que se tornava exaustiva a ação de desenhar, lançaram mão do cálculo numérico e recorreram ao uso de diferentes padrões para chegar a uma generalização. Com esses resultados alcançados, os pesquisadores afirmam que a variedade de padrões que esses estudantes identificaram foi ampla, apesar de não estarem acostumados a esse tipo de tarefa.

A pesquisa de Canavarro (2007) refere-se ao domínio do pensamento algébrico e os dados que trouxemos são provenientes de episódios de sala de aula de professores do 1º e 2º ciclos que participaram de um Programa de Formação Contínua em Matemática sob a responsabilidade da Universidade de Évora. A pesquisadora discute seus estudos sob três aspectos: (i) em que consiste o pensamento algébrico; (ii) analisar em medida este conceito está presente nas orientações curriculares para o ensino da Matemática nos anos iniciais em Portugal; e (iii) identificar aspectos decisivos que possam contribuir para que se desenvolva o pensamento algébrico na sala de aula.

Esses episódios analisados tiveram como foco principal o desenvolvimento do pensamento algébrico de estudantes de sete ou oito anos de idade, que resolveram uma situação denominada por *Quantos telefonemas?*, como segue:

Cinco alunos ganharam um concurso. Quando souberam da notícia, telefonaram uns aos outros a felicitarem-se. Descobre quantas chamadas tiveram que fazer os cinco amigos para se felicitarem todos entre si... E se fossem seis amigos, quantas chamadas fariam? E se fossem sete amigos, quantas chamadas fariam? Consegues descobrir alguma regra para qualquer número de amigos? (CANAVARRO, 2007, p. 82).

Cabe salientar que a situação proposta foi resolvida pelos estudantes em grupo. Na análise, a autora inicia destacando que estes estudantes estavam de fato resolvendo um problema, na medida em que apresentavam estratégias criativas para encontrar a resposta para uma situação que não conheciam e que era complexa. Ao final, quando todos os grupos já haviam terminado, houve a socialização das estratégias utilizadas por eles. Trouxemos a resolução feita por um desses grupos:

Optou também por recorrer a cores diferentes para distinguir as chamadas realizadas. Em cada caso, desenhou os amigos alinhados, e ligou-os entre si com arcos de cores diferentes, respeitando sempre a mesma ordem [...]. Fez partir do primeiro menino (mais à esquerda) o maior número de arcos possíveis, representando todas as chamadas telefónicas em que esse menino participou; passou ao segundo menino e desenhou em cor diferente os arcos dirigidos aos meninos representados à sua direita, e assim sucessivamente. O registo do número de chamadas foi, em cada caso, feito também de forma sistemática, através da adição ordenada dos números de chamadas (correspondendo à contagem dos arcos). Ao apresentarem a sua resolução, explicaram: *Desenhámos os meninos. Desenhámos de cores diferentes as chamadas que cada um fez. Somámos as chamadas realizadas. E descobrimos uma regra... aumenta-se sempre o número de meninos menos um* (CANAVARRO, 2007, p. 84).

Ao final dessa explicação, oferecida pelo grupo, a professora propôs construir uma tabela, na qual se pudesse relacionar a quantidade de amigos e a quantidade de chamadas telefônicas. Iniciou com aquelas já calculadas (5, 6 e 7 meninos) e questionou para as

quantidades 8, 9 e 10 meninos. Com os dados dispostos na tabela, a professora deu continuidade à discussão e obteve que eles chegassem a uma conclusão de concordância coletiva, mas ainda pontual, ou seja, para 11 amigos. Ela insistiu e continua a discussão e os estudantes chegam a concluir que “Existe uma regra para descobrir o número de chamadas feitas por um qualquer número de alunos, basta para isso juntar todos os números partindo do número um até chegarmos ao número anterior ao número de alunos” (CANAVARRO, 2007, p. 86).

Apresentamos somente uma das produções escritas e conclusões enunciadas, contudo diante das estratégias de resolução de todos os grupos, a pesquisadora observou que os estudantes

Identificaram a estrutura matemática da situação em análise; Estabeleceram relações numéricas entre as duas variáveis em causa; Generalizaram uma regra para a determinação de qualquer termo da sequência, em linguagem natural, justificando-a. Expressaram a generalização de duas formas distintas, por recorrência e através do termo geral (CANAVARRO, 2007, p. 86).

Para Canavarro (2007), foram produções sofisticadas do ponto de vista do raciocínio matemático, que nem sempre se tem reconhecido como próprios de crianças dessa faixa etária. Essas observações revelam que é possível que estudantes muito jovens se envolvam em pensamento algébrico.

Nessa perspectiva, Yamanaka e Magina (2008) argumentam que a EA está baseada em problemas e pode desenvolver a competência estratégica e a capacidade de raciocínio adaptativo das crianças. Para esses pesquisadores, seu objetivo educacional é explorar situações que exerçam influência nos conhecimentos dos alunos sobre habilidades e procedimentos.

Contudo, no que tange ao Brasil, poucos estudos foram realizados sobre o raciocínio algébrico no âmbito dos anos iniciais do Ensino Fundamental, tais como Yamanaka e Magina (2008), Silva e Savioli (2012), Luna e Souza (2013) e Merlini, Magina, Pires e Teixeira (2016).

O estudo de Yamanaka e Magina (2008) foi de caráter bibliográfico e focou no surgimento e na proposta do que os especialistas passaram a chamar “early algebra”. Sobre essa visão, os autores se detêm em historiar a conferência “Algebra: Gateway to a Technological Future”, estabelecendo uma relação entre as ideias propostas pelo grupo que tratou desse tópico (EA) e a formação do professor dos anos iniciais. Os autores ainda discutem os conceitos elementares da álgebra (ou pré-álgebra, como chamam alguns), à luz da Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 1988, 1997, 1998). Nesse sentido, traçam um paralelo entre as ideias presentes na EA e na Teoria dos Campos Conceituais, principalmente no que tange aos conceitos e teoremas-em-ação e, também, aos invariantes operacionais que

podem ser detectados na Early Algebra, através das seguintes características: Identificar e simbolizar relações funcionais e desenvolvimento a partir da construção de argumentos empíricos e efetuar justificativas usando problemas contextualizados e um aprendizado para raciocinar com generalizações e construir argumentos gerais (YAMANAKA; MAGINA, 2008, pp. 13-14).

Para nós, a contribuição deste estudo foi o de apresentar, de maneira simples, objetiva e direta, essa nova visão de se pensar conceitos já trabalhados nos anos iniciais, agora sob o âmbito da álgebra. Além disso, também é de grande valia o paralelo que esses autores estabelecem entre a EA e a Teoria dos Campos Conceituais, permitindo entender uma por meio da outra.

No estudo de Luna e Souza (2013), há uma análise *do quê e como* o ensino da Álgebra poderia ser abordado nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Ao realizar uma análise dos documentos de referência para educadores no âmbito nacional e internacional (BRASIL, 1997; 1998a; 1998b; NATIONAL COUNCIL FO TEACHER OF MATHEMATICS, 2008), as autoras consideram que “induzem a uma compreensão da álgebra para além da manipulação de símbolos” (LUNA, SOUZA, 2013, p. 826). Além disso, elas realizaram uma pesquisa em anais dos Seminários Internacionais de Pesquisas em Educação Matemática (SIPEM), um evento científico da Educação Matemática; e, também consultaram livros que discutem sobre o ensino da Álgebra (LINS; GIMENEZ, 1997; COXFORD; SHULTE, 1995; SOCAS et al., 1996; SCHLIEMANN; CARRAHER e BRIZUELA, 2007 entre outros). As autoras concluem que

Como resultado da análise dos livros investigados, explicitamos a compreensão de que a aritmética é uma parte da álgebra, e que, para se desenvolver um trabalho com a aritmética algebricamente, é preciso desenvolver atividades com enfoques diversos (LUNA; SOUZA, 2013, p. 833).

Nesse sentido, compreendemos que este estudo evidenciou a preocupação dos documentos oficiais no desenvolvimento do raciocínio algébrico, desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. No que tange aos livros, as autoras sugerem a elaboração de atividades envolvendo diversas situações, nas quais se possa trabalhar com situações que envolvem a aritmética algebricamente, pois, em sua compreensão, esta é uma parte da álgebra (LUNA; SOUZA, 2013).

Há também o estudo de Teixeira (2016), o qual desenvolveu uma intervenção de ensino em uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental para explorar situações algébricas (multiplicativas e sequenciais). Em relação ao ensino do conceito de função polinomial de 1º grau, ele se apoia em situações referentes à proporção simples e ao da sequência de padrão, com representações icônica e numérica. Seus resultados indicaram um crescimento,

estatisticamente significativo, dos percentuais de sucesso dos estudantes participantes da pesquisa, ao serem comparados antes e depois da intervenção de ensino.

Como a pesquisa de Teixeira (2016) faz parte do conjunto de estudos que apresentaremos, como apoio empírico para a discussão sobre a introdução da álgebra nos anos iniciais, deixaremos para apresentá-la com mais detalhes na sessão a seguir.

Nossos estudos: uma breve descrição

Nesta seção descreveremos quatro dos nove estudos, concluídos ou em andamento, desenvolvidos no âmbito da *EA* no âmbito do RePARE¹. O estudo primeiro, servindo como os primeiros “tateamentos” sobre o tema, foi o de Teixeira (2016). Tratou-se de uma dissertação de mestrado, cujos principais resultados já foram apresentados na seção anterior, mas que voltarão a ser discutidos. A partir de reflexões acerca dessa pesquisa, três novos estudos de mestrado foram iniciados, dois deles com características de estudo diagnóstico com estudantes dos 3º e 5º anos (PORTO, 2018) e de 6º e 9º anos (JERÔNIMO, em fase de conclusão), e um terceiro estudo que focou a formação em serviço de professores dos anos iniciais (OLIVEIRA, em fase de conclusão). Os primeiros resultados desses estudos incentivaram o grupo a elaborar um projeto de pesquisa (MERLINI², 2017) e ainda dar início a outras três orientações dentro do tema.

Para efeito desse artigo, pretendemos discutir o raciocínio algébrico dos estudantes nos diversos anos do Ensino Fundamental, contrapondo com a visão conceitual espontânea³ do professor dos anos iniciais no que tange a alguns dos conceitos elementares da Álgebra. Os conceitos a que nos referimos são: símbolo, sequência de padrão, equação e relação funcional.

A seguir, apresentaremos, resumidamente, o objetivo e a população alvo de cada uma das quatro dissertações.

1. A introdução do raciocínio funcional no 5º ano do Ensino Fundamental: uma proposta de intervenção (TEIXEIRA, 2016) teve por objetivo investigar o raciocínio funcional introdutório dos estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental apoiado em uma intervenção de ensino pautada em situações multiplicativas e sequenciais, icônica e numérica.

¹ Grupo de Pesquisa no CNPq: RePARE em EdMat_Refletir, Planejar, Agir, Refletir em Educação Matemática.

² Projeto de Pesquisa: “A *Early Algebra* no Ensino Fundamental: mapeamento e diagnóstico”, financiado pela Universidade Estadual de Santa Cruz

³ A terminologia “espontânea” segue a mesma visão que é utilizada por Vigotsky (2001) no que tange ao conceito espontâneo. Esse autor esclarece que o conceito espontâneo é formado “no processo de experiência propriamente dita” (p. 252); o conceito espontâneo vem saturado de experiência pessoal da criança, em sua interação com o meio.

Se tratou de um estudo de viés quase-experimental, envolvendo um único grupo e contendo as fases: pré-teste, intervenção de ensino pautada em resoluções de problemas envolvendo multiplicação/divisão e sequências de padrão, pós-teste 1 (15 dias após a intervenção) e pós-teste 2 (66 dias após o pós-teste 1).

2. **Early algebra: prelúdio da Álgebra por estudantes do 3º e 5º ano do Ensino Fundamental** (PORTO, 2018), cujo objetivo foi analisar as competências, os níveis do raciocínio e os esquemas que os estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental utilizam ao lidarem com situações-problema envolvendo a Álgebra Elementar. Trata-se de um estudo descritivo, em que foi aplicado um questionário contendo 10 questões, perfazendo um total de 14 itens a serem respondidos, para investigar os conceitos de sequência de padrão, de equivalência no âmbito da equação e de função (linear e afim).

3. **Early algebra: competências e estratégias dos estudantes do 6º e 9º anos do ensino fundamental ao lidarem com situações-problema envolvendo conceitos de álgebra elementar**, título provisório da dissertação de Jerônimo (Pesquisa em andamento), cujo objetivo é investigar as competências e estratégias dos estudantes do 6º e do 9º anos do Ensino Fundamental, quando são expostos a situações-problema envolvendo conceitos da Álgebra Elementar. Tal qual o estudo de Porto (2018), este também se trata de uma pesquisa diagnóstica, em que a pesquisadora também utilizou o mesmo instrumento construído e utilizado por Porto.

4. **Formação continuada de professores e a Early Algebra: uma intervenção híbrida**, título provisório da dissertação de Oliveira (Pesquisa em andamento), cujo objetivo é investigar a(s) possível(eis) implicação(ções) que um modelo de formação híbrida, pautado em situações-problema, pode trazer para a apropriação dos conceitos da *Early Algebra* por discentes de um curso de mestrado em Educação, denominados por professoras-cursistas. Trata-se de um estudo intervencionista, realizado hibridamente, ou seja, parte presencialmente e parte a distância.

A seção a seguir apresentará alguns resultados desses estudos acima referidos, a partir dos quais procederemos a uma análise com vista a nos munir de evidências que nos permitam levantar conjecturas acerca dos processos de ensino e de aprendizagem da Álgebra nesse nível de escolarização.

Apresentação e análise de alguns resultados dos nossos estudos

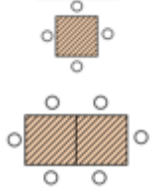
Nessa seção discutiremos quatro situações-problema, todas contendo ícones em seus enunciados, as quais foram trabalhadas no âmbito dos quatro estudos, a saber: Teixeira (2016); Porto (2018); Jerônimo (Pesquisa em andamento) e Oliveira (Pesquisa em andamento), já

apresentados anteriormente. Assim, iniciaremos por uma situação que envolve o conceito da relação funcional, aplicada no estudo de Teixeira (2016). Na sequência apresentaremos uma situação-problema envolvendo o conceito de sequência de padrão, a qual foi aplicada nos estudos de Porto (2018) e Jerônimo (Pesquisa em andamento). Apresentaremos ainda uma situação-problema focando o conceito de equação, igualmente utilizado pelos referidos estudos de Porto e Jerônimo. Por fim, abordaremos uma situação-problema com foco na noção de símbolos, presente no estudo de Oliveira (Pesquisa em andamento).

Situação-Problema envolvendo o Conceito de Relação Funcional

A situação-problema mostrada na Figura 1 teve por objetivo investigar se o estudante conseguiria compreender a sequência e informar corretamente o número máximo de pessoas que podem ocupar os espaços nas cinco mesas juntas (item (a)); investigar se o estudante compreendeu a sequência, mas, com um número maior de mesas, com o intuito de dificultar o estudante respondê-la iconicamente, desenhando as 16 mesas (item (b)); e, por fim, investigar se o estudante conseguirá generalizar a relação entre a quantidade de mesas e a quantidade de pessoas sentadas (item (c)).

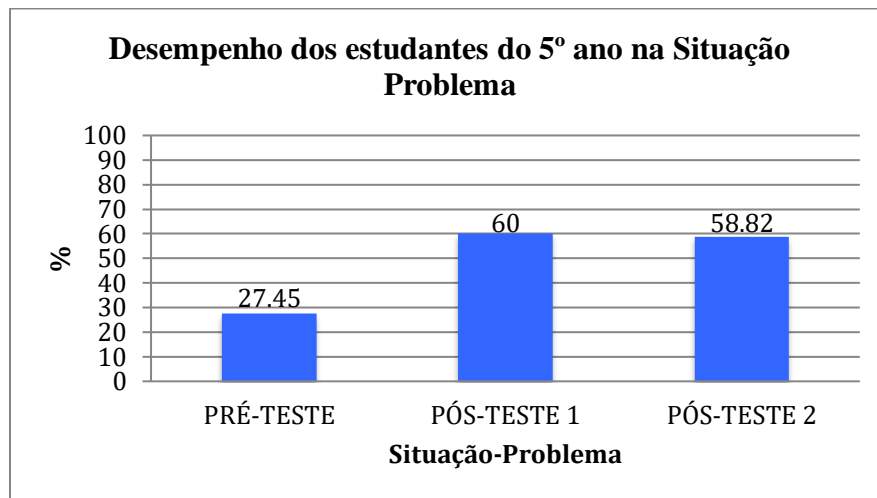
Figura 1: Situação-problema que envolve o conceito de relação funcional, com representação icônica.

<p>3. O desenho ao lado representa uma mesa do restaurante <i>Boa Comida</i> com 4 lugares.</p> <p>Chegaram no restaurante 6 pessoas para almoçar e o garçom colocou 2 mesas juntas. Veja o desenho ao lado.</p> <p>a) O restaurante <i>Boa Comida</i> deixa sempre juntas 5 mesas. Qual o número máximo de pessoas que podem ocupar essas mesas?</p> <p>b) Um dia pediram para que esse restaurante juntasse 16 mesas porque vinha um grupo muito grande de pessoas almoçar lá e todos os lugares dessas mesas foram ocupados.</p> <p>c) Existe um jeito de escrever matematicamente essa relação entre o número de mesas e o número de pessoas. Tente escrever, no espaço abaixo, como pode ser esse jeito.</p>	
---	---

Fonte: Teixeira (2016).

Para Teixeira (2016), os dois primeiros itens ((a) e (b)) possuem um grau de dificuldade mediano, uma vez que a quantidade de mesas não é diretamente proporcional à quantidade de pessoas. De contrapartida, o item (c) é mais complexo por exigir do estudante uma representação algébrica da função que pode modelar a situação. Para tanto, ele precisaria determinar os coeficientes angular e linear. Para iniciarmos a discussão, apresentamos primeiramente o desempenho dos alunos (Gráfico 1) dessa situação-problema no pré-teste, pós-teste 1 (realizado 15 dias após a intervenção) e pós-teste 2 (realizado 66 dias após a intervenção).

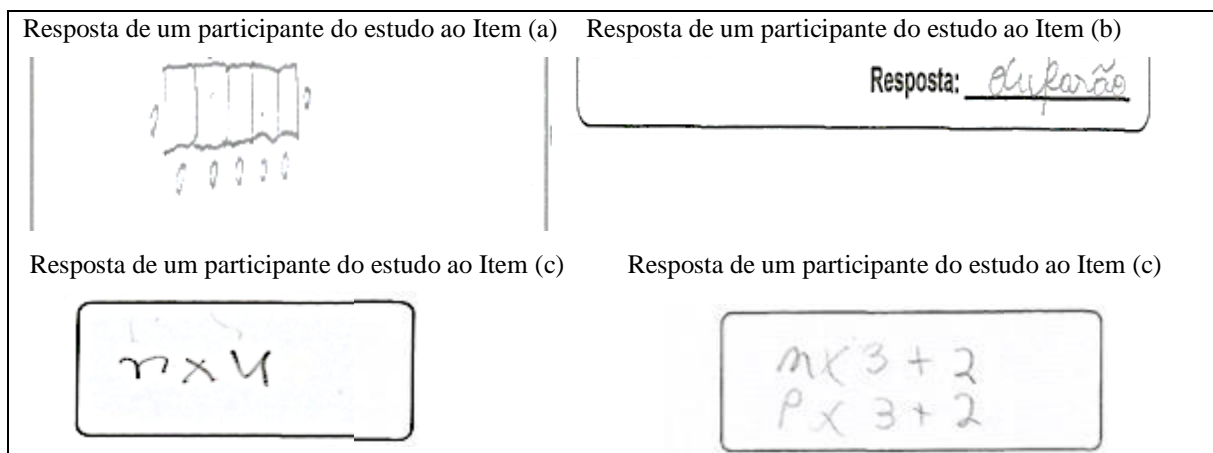
Gráfico 1: Desempenho dos estudantes do 5º ano acerca da situação problema 1 apresentada na Figura 1



Fonte: Teixeira (2016).

De acordo com os resultados, houve um crescimento, embora pequeno, do pré para o pós-teste 1, o qual se mantém quando da aplicação do pós-teste 2, que aconteceu 66 dias após o pós-teste 1. Tal resultado significa que: (1) esses estudantes já apresentavam algum recurso que parece ter favorecido a capacidade desses estudantes em lidarem com esse tipo de situação e (2) esse favorecimento foi sólido, pois os estudantes se saíram ainda um pouco melhor no pós-teste 2. Esses resultados, contudo, não nos deixam ver as estratégias utilizadas pelos estudantes. Por exemplo, nenhum aluno conseguiu acertar o item (c), seja antes ou depois da intervenção, mas o que eles fazem ao lidar com ela? Apresentamos na figura 2 as estratégias mais comuns utilizadas pelos estudantes nos três itens da questão.

Figura 2: Extrato de protocolo dos estudantes do estudo de Teixeira aos três itens da situação-problema apresentada na figura 1, após a intervenção de Ensino



Fonte: Teixeira (2016).

É possível notar que, tal como os estudantes do 6º ano do Estudo de Merino, Cañadas e Molina (2013) e Canavarro (2007), esses estudantes também lançaram mão da representação pictórica como principal ferramenta de apoio para responder com sucesso aos itens (a) e (b). Já no que tange à generalização (item c), o apelo claro é para o número e as letras. Notamos que apesar desses estudantes não terem atingido sucesso, mostram entender a ideia de variável. Assim, no primeiro exemplo de resposta ao item (c), o estudante relaciona uma mesa à possibilidade de quatro pessoas poderem sentar e, então, generaliza “ $n \times 4$ ”. Já no segundo exemplo, o estudante parece apresentar um raciocínio mais sofisticado, percebendo que, na relação entre o número de mesas e de pessoas, há sempre mais duas pessoas, que são as pessoas que sentarão nas cabeceiras da fila de mesas. Porém esses estudantes parecem deixar se impregnar pela percepção visual de que em cada ponta há 3 pessoas. Daí as várias respostas que o estudo de Teixeira (2016) identificou oferecendo “ $n \times 3 + 2$ ”, como apresentado no exemplo. Esse tipo de resposta também apareceu no estudo de Merino, Cañadas e Molina (2013).

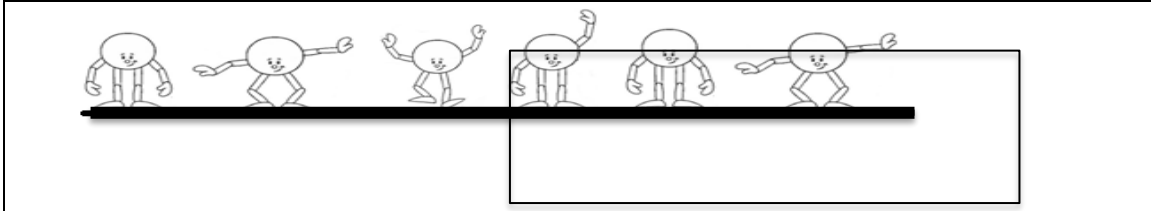
Situação-Problema envolvendo o Conceito de Sequência de Padrão

O instrumento diagnóstico, utilizado primeiramente no estudo de Porto (2018) e atualmente no de Jerônimo (mestrado em andamento), contém uma situação-problema classificada como de sequência de padrão repetitiva com representação icônica, que mostramos na Figura 3. Essa situação-problema exige do estudante o reconhecimento da regularidade de padrões, sendo que no item (a) é solicitado o reconhecimento de uma posição próxima do que já está posto na figura, portanto, um item simples, que pode ser respondido por meio de contagem. Já o item (b) exige um reconhecimento generativo.

Figura 3: Situação-problema que envolve o conceito de sequência repetitiva, com representação icônica.

3) CARLITOS É UM BONECO QUE ADORA FAZER EXERCÍCIO FÍSICO. ELE FLEXIONA AS PERNAS E MEXE OS BRAÇOS SEGUINDO UMA ORDEM NOS MOVIMENTOS. ELE PRETENDE CONTINUAR NESTA ATIVIDADE POR ALGUM TEMPO. VEJA A ORDEM DOS EXERCÍCIOS DO CARLITOS.

1ª posição 2ª posição 3ª posição 4ª posição 5ª posição 6ª posição



FAÇA O SEU DESENHO ABAIXO

a) Desenhe ao lado como ele estará na 9ª posição.
b) Desenhe ao lado como ele estará na 58ª posição.

Fonte: Porto (2018) e Jerônimo (em andamento).

Antes de iniciarmos a análise, é importante esclarecer que as pesquisadoras aceitaram como resposta correta para o item (a) tanto o desenho do bonequinho que está na 1ª posição, quanto o que está na 3ª posição. Isto porque o estudante poderia considerar que a sequência é formada por quatro posições e a partir de então tudo se repete ou, então, que a sequência do exercício físico envolvia seis. Da mesma forma, foi aceita como resposta certa do item (b) tanto o boneco que está na 2ª posição, quanto o da 4ª posição. Contudo, teria que haver coerência entre as duas respostas, ou seja, se no item (a) o estudante desenhasse o boneco que estaria na 9ª posição considerando uma sequência de quatro posições, então ele precisa seguir essa mesma sequência de quatro posições para a 58ª posição.

Apresentamos a seguir a Tabela 1 que mostra o desempenho dos estudantes dos 3º, 5º, 6º e 9º anos ao responderem os dois itens dessa questão.

Tabela 1: Resultado, em percentual, do acerto dos estudantes dos 3º, 5º, 6º e 9º anos nos dois itens da questão 3 – sequência icônica repetitiva.

Anos	Item (a)	Item (b)
3º ano N = 68	32	23
5º ano N = 80	33	26
6º ano N = 105	52	30
9º ano N = 161	55	32

Fonte: Dados dos estudos de Porto (2018) e Jerônimo (Pesquisa em andamento).

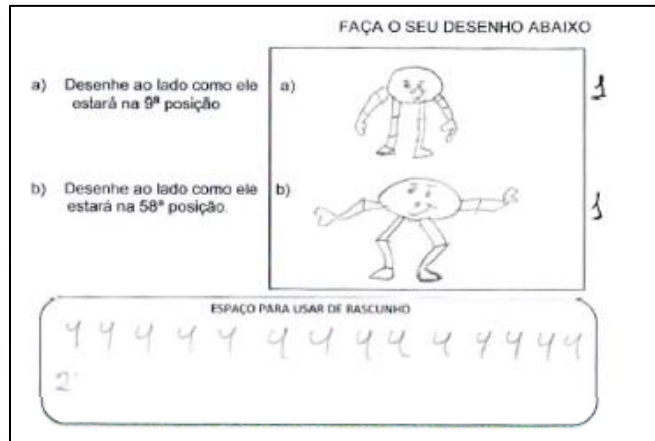
Esses resultados nos surpreende por vários motivos, sendo que o primeiro deles é que, no que tange ao item (a), praticamente não há diferença entre os desempenhos dos estudantes do 3º e do 5º ano nos dois itens. Da mesma forma, e mais impressionante, também não há diferença entre os comportamentos dos estudantes do 6º e do 9º ano, apesar de três anos escolares separarem um grupo do outro. Aplicamos o teste estatístico *t-student* para avaliar a diferença de 21 pontos percentuais entre os desempenhos dos dois grupos (grupo dos anos iniciais – 3º e 5º – versus grupo dos anos finais – 6º e 9º) e ela foi estatisticamente significativa ($t(414) = -2,985; p = 0,001$).

O segundo motivo, mais desolador que o primeiro, é que esses dois grupos têm comportamentos similares uns aos outros no item (b), item este que exige do estudante alguma generalização (ou muito esforço na contagem). Embora seja possível considerar como bom resultado a constatação de que mais que um pouco mais de 1/5 dos estudantes do 3º ano consegue lidar bem com uma certa generalização de padrão, o mesmo já não podemos afirmar para os estudantes do 9º ano, uma vez que menos de 1/3 deles têm sucesso nesse item da situação-problema.

Tal resultado é um forte indicador que o ensino formal da álgebra parece não caminhar em consonância com o desenvolvimento do raciocínio algébrico do estudante. Podemos inferir que o raciocínio algébrico do estudante está sendo pouco ou nada aproveitado, tampouco desenvolvido.

Essa inferência ganha força quando examinamos algumas estratégias interessantes e bem sucedidas de estudantes dos anos iniciais, aqueles que ainda não aprenderam álgebra formalmente. Este é o caso do exemplo apresentado na figura 4, que trata da resposta de um estudante do 5º ano, participante do estudo de Porto (2018), mostrado a seguir:

Figura 4: Extrato do protocolo de um estudante do 5º ano a uma situação-problema de sequência de padrões.



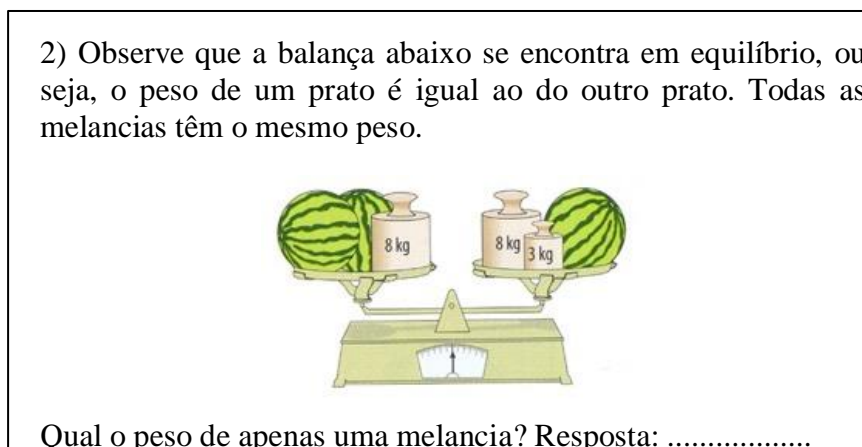
Fonte: Porto (2018, p. 125).

É possível identificar na resposta do estudante que o mesmo identificou que havia um padrão de exercício que se repetia a cada quatro movimentos e é isso que ele faz ao escrever 14 vezes o numeral 4 ($4 \times 14 = 56$) e depois acrescentou o numeral 2 para chegar no número 58 que era a posição solicitada do item (b) da situação. Como relatam Merino, Cañadas e Molina (2013), as situações icônicas auxiliam o estudante a encontrar a resposta correta.

Situação-Problema envolvendo o Conceito de Equação

Esse mesmo instrumento diagnóstico de Porto (2018) e Jerônimo (Pesquisa em andamento) traz situações-problema envolvendo o conceito de equação com representação icônica, que destacamos uma delas na Figura 5.

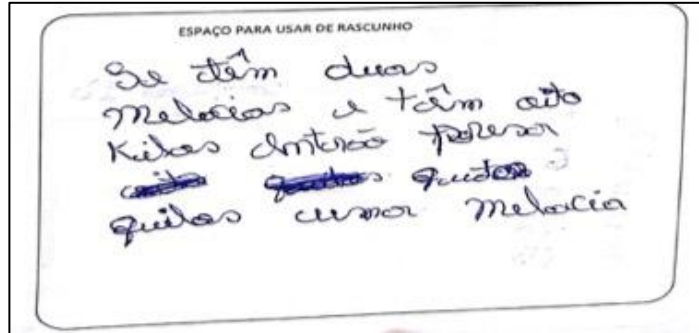
Figura 5: Situação-problema explorando o conceito de equação com representação icônica



Fonte: Porto (2018).

Na figura 6 a seguir, apresentamos uma resposta dada por um estudante do 6º ano, no âmbito do estudo de Jerônimo (Pesquisa em andamento).

Figura 6: Extrato do protocolo de um estudante do 6º ano em uma situação-problema que envolve o conceito de equação com representação icônica

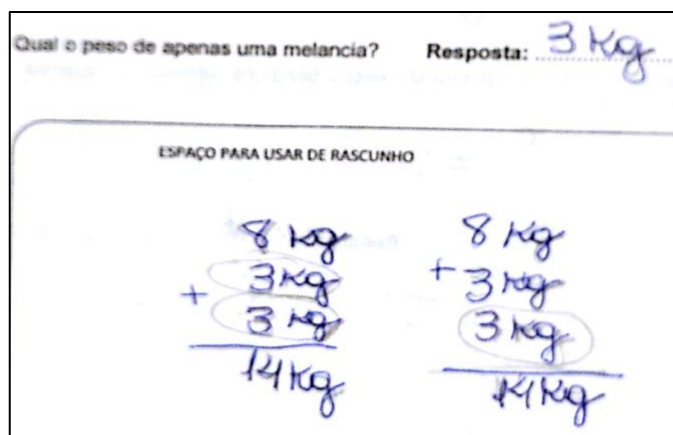


Fonte: Jeronimo (Pesquisa em andamento).

Notemos que o estudante despreza a existência da necessidade de equilíbrio entre os dois pratos da balança, estabelecendo uma relação entre os elementos do prato da esquerda. De acordo com sua resposta, ele busca a relação entre as duas melancias e o objeto de oito quilos, entendendo que as duas melancias pesam juntas 8 kg e chega à conclusão que cada melancia pesa 4 quilos. Apesar desse estudante não ter conseguido lidar com a complexidade total da situação, é possível que ele tenha noção do conceito de equivalência, uma vez que igualou o peso de duas melancias a 8kg, respondendo que cada uma pesaria 4kg.

No extrato de protocolo de um outro estudante, mostrado na Figura 7, observamos um bem sucedido estabelecimento de relação entre os dois pratos, destacando numericamente os elementos tanto do prato da esquerda quanto do prato da direita.

Figura 7: Extrato de protocolo da resolução de um estudante do 5º ano em uma situação-problema que envolve o conceito de equação com representação icônica



Fonte: Porto (2018).

Notemos que na resolução de um estudante do 5º ano, mostrado na Figura 7, ele estabelece uma equivalência entre cada um dos elementos de um dos pratos da balança com os elementos do outro prato. Entendemos que a equivalência é um conceito central da equação e

esse estudante deixa claro que, de acordo com sua resolução, a incorporou. Esse resultado acena para uma possibilidade positiva de se trabalhar com a EA já nos anos iniciais, como muito bem mostraram os estudos de Schliemann et al. (2012, 2013) com estudantes de 3º e 5º anos.

Nas situações-problema desses estudos que acabamos de apresentar, percebemos que a representação icônica estava presente. Os resultados alcançados pelos pesquisadores põem luz na direção da grande importância que os enunciados de situações-problema acompanhadas da representação icônica têm, a qual facilita a compreensão e a elaboração de estratégias dos estudantes que levam ao sucesso.

Situação-Problema envolvendo o Conceito de Símbolo

Em seu estudo, Oliveira (Pesquisa em andamento) aplicou um instrumento diagnóstico, sendo que um de seus objetivos foi identificar o conhecimento que professoras-cursistas de um mestrado em Educação tinham sobre símbolos, tanto do ponto de vista matemático quanto não matemático. Oliveira apresentou uma situação-problema às discentes que foram convidadas a interpretar, por meio de comunicação de pequenas histórias, o que entendiam de um pequeno conjunto de símbolos. Cabe ressaltar que essa situação-problema foi adaptada de uma atividade divulgada no site *Early Algebra, Early Mathematics* do *Department of Education* da *Tufts University*⁴. A atividade se inicia com um exemplo, e a partir desse, as professoras-cursistas tiveram que completar as outras histórias.

Figura 8: Situação-problema que envolve o conceito de símbolo, com representações icônica e linguagem materna.

⁴ Disponível em: <<https://wikis.uit.tufts.edu/confluence/display/EarlyAlgebraResources/Symbols>> Acesso em: 19 maio 2018.

Símbolos	Uma possível interpretação
☂ 🐕 →	Ontem houve relâmpagos e trovões e meu cachorro ficou com medo e fugiu.
↑ ❤️ ↓ João Maria	
👂 🎵 ☹️	Eu ouço...
↓ b P Ana	
$8=3+5$	

Fonte: Adaptado da atividade de *Third Grade Lessons – Symbols*.

Oliveira (Pesquisa em andamento) identificou que as respostas das professoras-cursistas tinham uma semelhança entre si: enquanto nas três primeiras situações (não matemáticas), elas conseguiam elaborar histórias compatíveis com os símbolos, na interpretação do último conjunto de símbolos (uma equação muito simples), a maioria não conseguiu desenvolver um texto que interprete essa equivalência. Na Figura 9, apresentamos dois extratos de protocolos de duas professoras-cursistas.

Figura 9: Extratos dos protocolos de duas professoras-cursistas do último item da situação-problema

$8=3+5$	Ganhei oito biscoitos de minha filha.
Extrato do protocolo da professora-cursista P1	
$8=3+5$	Ganhei oito lápis, três sorcos, presente do João e cinco lembrança da Isaura.
Extrato de protocolo da professora-cursista P2	

Fonte: Carraher (2017) usado por Oliveira (Pesquisa em andamento).

Como fora citado anteriormente, a maioria das professoras-cursistas, todas com formação em Pedagogia, apresentou dificuldade na passagem de uma estrutura matemática (abstrata) para a linguagem materna (concreta). A professora-cursista P1, que tomamos como exemplo dessa maioria, cria uma história na qual existe apenas a representação do primeiro

membro da equação, ou seja, não consegue estabelecer relação entre os símbolos matemáticos e uma situação hipotética. Entretanto, embora poucos, tivemos casos como da professora-cursista P2 que conseguiu elaborar um texto que representa os elementos numéricos da equação. Esse resultado, então, mostra a necessidade de repensar a abordagem acerca dos símbolos utilizados na escrita matemática, no âmbito da formação de professores que ensinam Matemática.

Como sabemos, a proposta da BNCC (BRASIL, 2017) traz a inserção da Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental, então é preciso pensar na formação tanto dos futuros professores quanto daqueles que já estão atuando. Em outras palavras, a BNCC (BRASIL, 2017) insere o pensamento raciocínio algébrico, contudo para garantir que o mesmo seja implantado efetivamente, é preciso sobretudo preparar aqueles que serão responsáveis por essa implantação, os professores pedagogos.

Conclusão

O objetivo desse artigo foi promover uma discussão sobre a introdução da Álgebra nos anos iniciais, a partir da visão de três estudos: (i) de estudantes que participaram de uma intervenção de ensino; (ii) de estudantes que responderam a um instrumento diagnóstico e (iii) de professores pedagogos que atuam nesse nível de escolarização e que participaram de uma formação em serviço. Os conceitos aqui tratados foram: relação funcional, sequência de padrões, equação e interpretação de símbolos, sendo que cada um deles foi discutido a partir de uma situação-problema proposta seja aos estudantes, seja às professoras dos anos iniciais.

As análises dos resultados apresentadas nos permitem fazer algumas considerações. A primeira delas que destacamos é que os estudantes, desde muitos jovens, já são capazes de resolver situações-problema envolvendo conceitos elementares de álgebra, em especial aquelas cujo enunciado esteja apoiado na representação icônica. Esse fato é relevante e nos leva a concluir que tal representação é uma ferramenta poderosa na qual o professor poderia explorar ao abordar conceitos de álgebra, principalmente na introdução de seu ensino formal.

Outra consideração que apontamos é que embora o ensino da álgebra formal aconteça, em geral, no 7º ano do Ensino Fundamental, não houve diferença significativa entre o desempenho alcançado por estudantes do 6º ano, que é suposto que eles ainda não tiveram acesso a esse ensino, e os do 9º ano, sendo que nesse nível escolar necessariamente eles já tenham tido contato formal com conceitos algébricos. Agregado a isso, apontamos que a diferença entre o desempenho dos estudantes dos anos iniciais e dos anos finais foi significativa, mas não satisfatória para os mais velhos, pois o percentual de acerto desse nível escolar

permaneceu na casa dos 50%. É possível concluir que os professores especialistas não estão valorizando e aproveitando o conhecimento que os estudantes já trazem para que a partir dele os estudantes possam dar sentido aos procedimentos, à manipulação dos elementos algébricos.

Com os resultados obtidos é possível afirmar que é viável introduzir conceitos algébricos já nos anos iniciais do Ensino Fundamental, a depender da forma como forem trabalhados. Concluimos ainda que a representação pictórica é uma ferramenta poderosa que precisa ser levada em consideração pelo professor quando da introdução desses conceitos. Por fim, esses resultados apontam que não basta propor a introdução de conceitos algébricos nos anos iniciais, tampouco mudar o currículo; é preciso principalmente preparar os professores, responsáveis por implantar efetivamente tal currículo, sobretudo dos anos iniciais.

Referências

- BEDNARZ, N.; KIERAN, C.; LEE, L. **Approaches to Algebra**: Perspectives for research and teaching. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1996.
- BLANTON, M. et al. Early Algebra. In: VICTOR, J. K. (Ed.). **Algebra**: Gateway to a Technological Future. Columbia/USA: The Mathematical Association of America, 2007, p. 7-14.
- BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais (1a a 4a série)**: matemática/Secretaria de Educação Fundamental – Brasília: MEC/SEF, 1997.
- BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **Referencial curricular nacional para a educação infantil**. Brasília: MEC/SEF, 1998a.
- BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática/Secretaria de Educação Fundamental** – Brasília: MEC/SEF, 1998b.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/a-base>>. Acesso em: 05 maio 2018.
- BOOTH, L. R.; COOK, J. Children's difficulties in beginning algebra. In: COXFORD, A. F. (ed.). **The ideas of algebra, K-12** (1988 NCTM Yearbook). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 1988. pp. 20-32.
- BRIZUELA, B.; MARTINEZ, M.; CAYTON-HODGES, G. The Impact of Early Algebra from a longitudinal intervention. **REDIMAT Journal of Research in Mathematics Education**. v. 2, n. 2, pp. 209-241, 2013.

- CARRAHER, D. W, **Symbols**. 2017. Disponível em: <<https://wikis.uit.tufts.edu/confluence/display/EarlyAlgebraResources/Symbols>>. Acesso em: 10 jun. 2017.
- CARRAHER, D.W.; SCHLIEMANN, A. D. Powerful Ideas in Elementary School Mathematics. **Handbook of International Research in Mathematics Education**. New York: Routledge, 2016.
- CANAVARRO, A.P. O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. **Quadrante**, v. 1, XVI, n. 2, pp. 81-118, 2007.
- COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (Org). **As ideias da álgebra**. São Paulo: Atual, 1995.
- JERÔNIMO, A.C. Competências e Estratégias Dos Estudantes do 6º E 9º anos do Ensino Fundamental ao Lidarem com Situações - Problema Envolvendo Conceitos de Álgebra Elementar. **Dissertação em andamento** (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus.
- KAPUT, J. A research base for algebra reform: does one exist. In: D. Owens, M. Reed, & G. M. Millsaps (Eds.). **Proceedings of the 17th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education** (Vol. 1, pp. 71–94). Columbus, OH: The ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education, 1995.
- KIERAN, C. The learning and teaching of school algebra. In: GROUWS, D. (ed.). **Handbook of research on mathematics teaching and learning**. NY: MacMillan, 1992. pp. 390–419.
- LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas, SP: Papirus, 1997.
- LUNA, A.; SOUZA, C. Discussões sobre o ensino de álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Educação Matemática Pesquisa**. São Paulo, v. 15, n. 4, 2013.
- MERINO, E.; CAÑADAS, M. C.; MOLINA, M. Uso de representaciones y patrones por alumnos de quinto de educación primaria en una tarea de generalización. Edma 0-6: **Educación Matemática en la Infancia**, v. 2, n. 1, pp. 24-40, 2013.
- MERLINI, V.; MAGINA, S.; PIRES, R.; TEIXEIRA, C. Algebraic reasoning before learning algebra in school. In: **13th International Congress on Mathematical Education ICME-13**. Hamburgo, 2016.
- NATIONAL COUNCIL FO TEACHER OF MATHEMATICS/NCTM. **Princípios e Normas para a Matemática Escolar**. Trabalho original publicado em 2000. Tradução da Associação de Professores de Matemática (APM). Lisboa: Associação de Professores de Matemática e Instituto de Inovação Educacional, 2007.

OLIVEIRA, C.F. Formação Continuada de Professores e a Early Algebra: uma intervenção híbrida. **Dissertação em andamento** (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus.

PORTO, R. **Early Algebra: prelúdio da álgebra por estudantes do 3o e 5o anos do Ensino Fundamental**. 2018. 181p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2018.

POST, T. R.; BEHR, M. J.; LESH, R. A proporcionalidade e o desenvolvimento de noções pré-álgebra. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (Org.). **As idéias da álgebra** (Hygino H. Domingues, trad.). São Paulo: Atual, 1995. pp. 89-103.

SCHLIEMANN, A.; CARRAHER, D.W.; BRIZUELA, B.; PENDEXTER, W. **Solving algebra problems before algebra instruction**. Second Early Algebra Meeting. University of Massachusetts at Dartmouth/Tufts University, 1998.

SCHLIEMANN, A. D.; CARRAHER, D. W.; BRIZUELA, B. M. **Bringing Out the Algebraic Character of Arithmetic: From Children's Ideas to Classroom Practice**. 1a ed. USA: Lawrence Erlbaum Associates, 2007.

SCHLIEMANN, A. D.; CARRAHER, D. W.; BRIZUELA, B.; DARRELL E. Algebra in elementary school. **RDM**, pp. 107-122, 2012.

SCHLIEMANN, A.; CARRAHER, D.W.; GOODROW, A.; CADDLE, M.; PORTER, M. Equations in elementary school. In: LINDMEIER, A. M.; HEINZE, A. (Eds.). **Proceedings of the 37th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**, v. 4, pp. 161-168. Kiel, Germany: PME, 2013.

SILVA, D.; SAVIOLI, A. Caracterizações do pensamento algébrico em tarefas realizadas por estudantes do ensino fundamental I. **Revista Eletrônica de Educação**, São Carlos. v. 6, n. 1, pp. 206-222, 2012.

SOCAS, M.M.; CARNACHO, M.; PALAREA, M.; HERNÁNDEZ, J. **Iniciación al álgebra**. 1a ed. Madrid: Editorial Síntesis, 1996.

TEIXEIRA, C. **A introdução do raciocínio funcional no 5o ano do Ensino Fundamental: uma proposta de intervenção**. 2016. 149 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2016.

THOMPSON, F. M. O ensino de álgebra para a criança mais nova. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (Org.). **As idéias da álgebra** (Hygino H. Domingues, trad.). São Paulo: Atual, 1995. pp. 79-103.

VERGNAUD, G. **Multiplicative Structures**. Paris: Greco Didactique, 1988.

_____. The nature of mathematical concepts. In: NUNES, T.; BRYANT, P. (Ed.). **Learning and Teaching Mathematics**. Londres: Psychology Press, 1997.

_____. A Comprehensive Theory of Representation for Mathematics Education. **Journal of Mathematical Behavior**, v. 2, n. 17, p. 167–181, 1998.

VIGOTSKI, L. **A Construção do Pensamento e da Linguagem** (Paulo Bezerra, trad.). São Paulo: Martins Fontes, 2001.

YAMANAKA, O.; MAGINA, S. Um estudo da “Early Algebra” sob a luz da Teoria dos Campos Conceituais de Gerard Vergnaud. In: ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (EPEM), 2008, Bauru. São Paulo. **Anais... SBEM/SBEM-SP**, 2008.