

Articulações entre os significados denotativos e conotativos para o conceito de proporção: uma experiência com Modelagem Matemática nos anos iniciais

Letícia Fagundes Triguero¹

Lilian Akemi Kato²

Resumo: Esse trabalho tem como objetivo investigar sobre as possíveis articulações dos significados denotativos e conotativos para as noções envolvidas no conceito de proporção, que são manifestadas nas estratégias desenvolvidas por estudantes dos Anos Iniciais, quando desenvolvem atividades de Modelagem Matemática. Realizamos a pesquisa com alunos de 5^o ano de uma escola pública do município de Maringá – PR, e a produção dos dados ocorreu via *Google Meet*, por meio da gravação em áudio e vídeo das aulas e do registro escrito das crianças. Diante disso, elaboramos mapas conceituais os quais retratam as estratégias utilizadas durante a atividade de Modelagem Matemática desenvolvida, e que foram utilizados na análise. Considerando a predisposição dos alunos, motivada pela atividade de Modelagem Matemática, bem como o significado denotativo trabalhado, as ações e justificativas dos alunos para suas resoluções nos deram indícios de articulação dos significados denotativos e conotativos que resultam nos significados psicológicos envolvidos no conceito proporção.

Palavras-chave: Teoria da Aprendizagem Significativa. Educação Matemática. Diferenciação Progressiva. Reconciliação Integradora. Números Racionais.

Articulations between denotative and connotative meanings for the concept of proportion: an experience with Mathematical Modeling in the early years

Abstract: This paper aims to investigate the possible articulations of denotative and connotative meanings for the notions involved in the concept of proportion, which are manifested in the strategies developed by students of the Early Years, when developing Mathematical Modeling activities. We conducted the research with 5th grade students of a public school in the city of Maringá - PR, and the data production occurred via *Google Meet*, through audio and video recording of the classes and the children's written record. In view of this, we developed concept maps which depict the strategies used during the Mathematical Modeling activity developed, and which were used in the analysis. Considering the students' predisposition, motivated by the Mathematical Modeling activity, as well as the denotative meaning worked, the students' actions and justifications for their resolutions gave us indications of the articulation of denotative and connotative meanings that result in the psychological meanings involved in the concept proportion.

Keywords: Meaningful Learning Theory. Mathematics Education. Progressive Differentiation. Integrating Reconciliation. Rational Numbers.

¹ Doutoranda em Educação para a Ciência e a Matemática pela Universidade Estadual de Maringá (UEM). Professora da Secretaria Municipal de Educação de Maringá. Paraná, Brasil. ✉ triguerolf@gmail.com  <https://orcid.org/0000-0002-3609-9933>.

² Doutora em Matemática Aplicada. Professora do Departamento de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática da Universidade Estadual de Maringá (UEM). Paraná, Brasil. ✉ lilianakemikato@gmail.com  <https://orcid.org/0000-0001-8770-3873>.

Articulaciones entre significados denotativos y connotativos para el concepto de proporción: una experiencia con la Modelación Matemática en los primeros años

Resumen: Este trabajo pretende indagar sobre las posibles articulaciones de los significados denotativos y connotativos para las nociones involucradas en el concepto de proporción, que se manifiestan en las estrategias desarrolladas por los alumnos de los Años Iniciales, cuando desarrollan actividades de Modelización Matemática. Realizamos la investigación con alumnos de 5º grado de una escuela pública de la ciudad de Maringá - PR, y la producción de datos ocurrió vía Google Meet, a través de la grabación en audio y video de las clases y el registro escrito de los niños. Por lo tanto, elaboramos mapas conceptuales que retratan las estrategias utilizadas durante la actividad de Modelización Matemática desarrollada, que se utilizaron en el análisis. Considerando la predisposición de los alumnos, motivada por la actividad de Modelización Matemática, así como el significado denotativo trabajado, las acciones de los alumnos y las justificaciones de sus resoluciones nos dieron señales de articulación de los significados denotativos y connotativos que resultan en los significados psicológicos involucrados en la proporción del concepto.

Palabras clave: Teoría del Aprendizaje Significativo. Educación Matemática. Diferenciación Progresiva. Integración de la Reconciliación. Numeros Racionales.

1 Introdução

Os anos iniciais do Ensino Fundamental constituem uma etapa essencial para a formação das crianças, pois é nessa etapa de ensino que ocorre a sistematização das noções de números, formas e espaço, além das experiências desenvolvidas na Educação Infantil.

Nos anos iniciais, as habilidades matemáticas relativas ao cálculo que os alunos devem desenvolver não podem ser restritas ao uso de algoritmo e, portanto, é necessário acrescentar o cálculo mental, o uso de calculadora e estimativas para que o aluno decida quando é apropriado usar um ou outro procedimento de cálculo. De acordo com a BNCC (2018), “a aprendizagem em Matemática está intrinsecamente relacionada à compreensão, ou seja, à apreensão de significados dos objetos matemáticos, sem deixar de lado suas aplicações” (BRASIL, 2018, p. 276). No entanto, os significados desses objetos matemáticos³ “resultam das conexões que os alunos estabelecem entre eles e os demais componentes, entre eles e seu cotidiano e entre os diferentes temas matemáticos” (BRASIL, 2018, p. 276).

Nesse sentido, no âmbito da Educação Matemática, pesquisadores como Biembengut (2019), Tortola (2016), Zanella (2016) defendem a inserção da

³ Conceitos e procedimentos matemáticos relacionados às unidades temáticas: números, álgebra, geometria, Grandezas e medidas e Probabilidade e estatísticas.

Modelagem Matemática nos anos iniciais e têm se dedicado a contribuir com o cenário científico, bem como desenvolver atividades de Modelagem nessa etapa de ensino. Nessa perspectiva, busca-se facilitar a compreensão das crianças quanto aos conceitos matemáticos inerentes a um tema/assunto do seu cotidiano, indo ao encontro do que está sendo proposto pela BNCC.

Na mesma linha, pesquisas como as de Borssoi (2004), Fontanini (2007), Venâncio (2010) e Silva (2018) têm apontado a Modelagem Matemática, devido às suas características, como favorecedora da Aprendizagem Significativa. Desse modo, o que almejamos é uma aprendizagem matemática que tenha significado às crianças. “A aprendizagem significativa é aquela em que o significado do novo conhecimento é adquirido, atribuído, construído, por meio da interação com algum conhecimento prévio, especificamente relevante, existente na estrutura cognitiva do aprendiz” (MASSINI; MOREIRA, 2008, p. 15-16). Assim, consideramos oportunas as atividades de Modelagem Matemática em que o tema de investigação é do interesse dos alunos, a uma valorização dos conhecimentos prévios que dá sentido à sua realidade, o que auxilia na resolução da questão formulada.

Neste cenário, considerando as ponderações apontadas pela BNCC, a atuação da pesquisadora enquanto professora em oficinas pedagógicas de matemática nos anos iniciais, os conceitos propostos no programa curricular do 5º ano, a relevância da Modelagem Matemática para a compreensão de conceitos matemáticos e suas contribuições para a ocorrência da Aprendizagem Significativa, o presente estudo⁴ tem como objetivo investigar sobre as possíveis articulações dos significados denotativos e conotativos para as noções envolvidas no conceito de proporção, que são manifestadas nas estratégias desenvolvidas por estudantes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, quando desenvolvem atividades de Modelagem Matemática.

Para o cumprimento do programa curricular dessa série, não foi o foco dessa pesquisa trabalhar com o conceito formal de proporcionalidade dentro da Matemática, envolvendo as definições de grandezas proporcionais, mas desenvolver as noções relacionadas à comparação entre duas ou mais grandezas.

⁴ Este artigo é baseado na dissertação de mestrado a ser defendida no Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciência e Matemática da Universidade Estadual de Maringá, escrita pela primeira autora e orientada pelo segundo autor.

2 Concepção de modelagem matemática assumida

No contexto da Educação Matemática, muitos autores tais como Barbosa (2001), Bassanezi (2002), Almeida e Vertuan (2010), Caldeira (2009) e Biembengut (2019), propõem, nos seus estudos, diferentes concepções para a Modelagem Matemática nos diferentes níveis de ensino, em função de particularidades inerentes aos seus campos de investigação e à própria compreensão dos pesquisadores sobre Educação e Matemática.

Segundo Teodoro e Kato (2021), é necessário considerar as experiências que o professor traz consigo e as particularidades dos diferentes níveis de ensino, para que a Modelagem chegue à sala de aula. Nessa direção, pesquisadores como Gomes (2018) apontam a necessidade de formação continuada em Modelagem Matemática à professores dos anos iniciais, afim de garantir que essas práticas sejam aceitas e levadas para a sala de aula.

Nessa pesquisa, considerando o objetivo do estudo, pautamo-nos na concepção de Biembengut (2019), que apresenta e propõe etapas condizentes para a Modelagem Matemática voltadas, mais especificamente, para os anos iniciais. Segundo a autora, “a essência da *modelação*⁵ é propiciar à criança fazer pesquisa ao mesmo tempo que aprende os conteúdos curriculares (e não curriculares) integralmente” (BIEMBENGUT, 2019, p. 47). Dessa forma, nos anos iniciais (1º ao 5º ano), o professor escolhe um *tema/assunto* que permita com que as crianças passem as etapas de pesquisa até encontrarem um modelo matemático que descreva a situação proposta e, ao mesmo tempo, aprendam um ou mais conceitos do programa curricular.

Biembengut (2019) apresenta três etapas de pesquisa, sendo a 1ª etapa: *percepção e apreensão*, que compreende o momento em que as crianças se envolvem com o tema o qual faz parte de seu meio, aguçando as percepções às coisas que elas ainda não tenham se apercebido, sendo um fator essencial para aguçar a motivação. A 2ª etapa: *compreensão e explicitação*, “suscita mais empenho do/a professor/a, consiste em propiciar às crianças entender o *tema/assunto*, inteirar-se dos dados e das informações disponíveis, aprender sobre os conteúdos do programa curricular em conformidade ao tema-guia e representar, por meio de

⁵ Segundo o entendimento de Biembengut (2019) a *Modelação* é Modelagem Matemática como metodologia de ensino para os anos iniciais do Ensino Fundamental.

imagens, símbolos e/ou expressões matemáticas, imagens os entes ou os artefatos que observam e pelos quais se interessam” (BIEMBENGUT, 2019, p. 53). Por fim, a 3ª etapa: *Significação e expressão*, consiste em aguçar o senso crítico das crianças para resolver questões e, em essência, levá-las a fazer uma representação, um modelo. Nesse processo, possibilita a criança “ir e vir” entre as etapas, pois essas não são lineares.

Além disso, Biembengut (2019) ressalta que aprendemos quando temos *necessidade* de saber. Se objetivamos que as crianças tenham interesse pelo que estamos ensinando, primeiro devemos saber a importância do conceito listado no programa curricular para a formação delas e, em segundo, saber conduzi-las à aprendizagem.

A *Modelação*, segundo Biembengut (2019, p. 46 – 47), “é um método para o ensino do conteúdo curricular a partir de um *tema/assunto* e, paralelamente, a orientação das crianças à pesquisa sobre algo a mais desse *tema* que lhes possa interessar”. Diante disso, planejamos uma atividade de *Modelação* com o *tema* animais de estimação que era do interesse dos nossos alunos e que envolvesse proporção, que era um conceito previsto no programa curricular do 5º ano, para o segundo trimestre do ano letivo de 2021. Se os alunos resolvessem a atividade usando outros caminhos sem utilizar proporção, poderíamos partir das suas resoluções para explicitar na socialização como poderiam resolver usando esse conceito.

3 O contexto da teoria da aprendizagem significativa na pesquisa

A aprendizagem é um processo contínuo *que* perdura por toda a nossa vida. Desse modo, a aprendizagem não se restringe apenas ao contexto escolar, mas em todos os ambientes nos quais estamos inseridos. Diante de todas as diferentes perspectivas que a aprendizagem pode ser analisada, tomamos como respaldo teórico a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel. Esse tipo de aprendizagem decorre da interação entre os novos significados com conceitos ou proposições já existentes na estrutura cognitiva do sujeito.

Quando não há essa interação, Ausubel (2003) denomina como aprendizagem mecânica, na qual as novas informações não possuem associações com os conceitos ou conhecimentos prévios relevantes. No entanto, uma aprendizagem mecânica pode

evoluir, posteriormente, para uma Aprendizagem Significativa, pois ambas fazem parte de um mesmo processo contínuo. Ou seja, se o aprendiz “memorizar” algum conceito, esse pode, de forma gradativa, a partir dos processos de generalizações, adquirir significados.

À medida em que ocorre a Aprendizagem Significativa, o aprendiz vai diferenciando e reconciliando significados, e assim vai alterando a configuração de sua estrutura cognitiva. Nessa dinâmica da estrutura cognitiva ocorrem, em simultâneo, dois processos indispensáveis, a saber: a diferenciação progressiva e a reconciliação integradora.

Segundo o entendimento de Massini e Moreira (2008), conforme aprendemos, nossos conhecimentos prévios vão se diferenciando progressivamente em termos de detalhes e especificidades, se tornando cada vez mais elaborados. Ao mesmo tempo, por meio da reconciliação integradora dos significados, vamos percebendo semelhanças, igualdades e relações entre os conhecimentos e conceitos. Por exemplo, a adição é a combinação de dois ou mais números, enquanto que a multiplicação é soma de parcelas iguais, são operações distintas. Na medida em que aprendemos, vamos percebendo algumas diferenças, semelhanças e relações, pois, dependendo do contexto, é mais prático e vantajoso usar a multiplicação em vez da adição. Assim, vamos diferenciando e reconciliando significados das duas operações.

Todavia, observar a ocorrência desses princípios não é tarefa fácil, por isso recorreremos aos mapas conceituais, criados por Novak, com inspiração ausubeliana, como instrumentos para nossas análises. Os Mapas Conceituais “são diagramas indicando relações entre conceitos, ou palavras que usamos para representar conceitos” (MOREIRA, 2011, p. 123). Os mapas são formas de organização dos conceitos de maneira hierárquica, em que no topo estão os conceitos mais gerais, decrescendo de acordo com o grau de generalidade até chegar na parte inferior do mapa, com os conceitos mais específicos e menos abrangentes.

A identificação da ocorrência desses princípios, por meio dos mapas conceituais, possibilita indícios de aprendizagem significativa para um determinado conceito. Segundo Ausubel (2003), o produto final da aprendizagem significativa são os significados psicológicos, logo a tendência é a perda das propriedades não idiossincráticas dos conceitos. De acordo com o entendimento de Silva (2018), esses significados psicológicos refletem as qualidades únicas das estruturas de

conhecimento do aprendiz e podem receber duas classificações: denotativo e conotativo.

De acordo com Ausubel, Novak e Hanesian (1980) os significados denotativos são significados aceitos em um determinado contexto social, ou seja, eles se encontram no nível de captação, são significados extensionais e objetivos. No entanto, no processo de aprendizagem, o significado passa por uma elaboração pessoal, por meio das experiências próprias de cada indivíduo, podendo se transformar em um significado conotativo. Assim, o significado psicológico é um fenômeno idiossincrático, ou seja, conotativo. “Contudo, a sua natureza idiossincrática não exclui a possibilidade de significados sociais ou partilhados” (AUSUBEL, 2003, p. 76). Desse modo, no ensino, o que almejamos é a articulação entre os significados denotativos e conotativos, que é o significado psicológico, produto final da Aprendizagem Significativa.

4 Direcionamentos metodológicos

Com vistas ao atendimento dos objetivos desse estudo, a pesquisa adotou procedimentos de cunho qualitativo os quais, de acordo com Godoy (1995), partem do interesse do pesquisador em “verificar como determinado fenômeno se manifesta nas atividades, procedimentos e interações diárias” (GODOY, 1995, p. 63). Desse modo, o pesquisador está preocupado com o processo e não com os resultados e produtos obtidos.

O local de investigação foi uma escola pública do município de Maringá – PR, em que a direção da escola e Secretaria Municipal de Educação do Município avaliaram e autorizaram o desenvolvimento da pesquisa. Escola na qual a pesquisadora atuava como Educadora Infantil com uma turma de 5º ano do Ensino Fundamental. No período matutino, os alunos estudam as componentes curriculares obrigatórias que correspondem ao ensino regular, e no vespertino são ofertadas oficinas pedagógicas que correspondem ao ensino integral.

A produção dos dados ocorreu na oficina pedagógica de Matemática em que a professora/pesquisadora⁶ atuava como professora regente do ensino integral. A turma era composta por 23 alunos, porém, nem todos os alunos tinham acesso à *internet* de qualidade, o que impossibilitava a participação, visto que a aula ocorreu no contexto

⁶ Primeira autora do trabalho, que atuava como professora e pesquisadora.

do ensino remoto, via *Google Meet*, no qual estavam presentes, nessa atividade, 12 alunos. Na pesquisa de mestrado desenvolvemos quatro atividades, realizadas no segundo trimestre de 2021, porém, neste artigo, focaremos em uma delas.

Esse aspecto corrobora com o trabalho de Ritter, Schmitz, Bulegon e Tolentino – Neto (2021), em que os autores apontam “as principais preocupações, os desafios e as percepções que os professores de Matemática de instituições públicas de educação básica têm em relação às aulas do ensino remoto que foi desenvolvido desde o início da pandemia da Covid -19” (RITTER; SCHMITZ; BULEGON e TOLENTINO-NETO, 2021, p. 16 - 17). Diante disso, afirma que o principal aspecto está relacionado em saber se os estudantes estão aprendendo, pois nem todos conseguem participar de forma integral das aulas remotas.

Como a professora/pesquisadora conhecia a turma e os seus *temas/assuntos* de interesse, a atividade de Modelagem Matemática “Custo para manter animais de estimação” foi planejada levando em consideração que os alunos gostavam de falar de seus animais de estimação, e isso estimulou o tema educação financeira.

O encaminhamento desta atividade seguiu as orientações propostas por Biembengut (2019), em que visamos trabalhar com os conceitos matemáticos propostos no programa curricular do 5º ano, presentes em Maringá (2020), do segundo trimestre de 2021 (Operações com números naturais e racionais, medidas de massa, medidas de valor e medidas de tempo), período no qual os dados foram produzidos. Dessa forma, o intuito foi abordar uma situação que englobasse as operações com números naturais e decimais, de modo a trabalhar com grandezas e medidas e reforçar o estudo das noções de fração e porcentagem.

A atividade foi desenvolvida das 13h às 17h via *Google Meet*, e os alunos foram organizados em dois grupos. Às 13h, todos se reuniam para uma conversa inicial e para o convite à investigação. Às 13h30 o grupo 1, com o auxílio da professora/pesquisadora, desenvolvia a atividade, e às 14h45 o grupo 2 retornava para realizar a atividade. Por fim, às 16h, todos os alunos se conectavam para a socialização, ou seja, os grupos apresentavam suas estratégias matemáticas utilizadas e a professora/pesquisadora, com base nas discussões advindas dos grupos, fazia um fechamento recapitulando os principais aspectos, revisando os cálculos utilizados com foco nos conceitos matemáticos abordados e mostrando outras formas de pensar e resolver.

Para a realização dessa pesquisa, contamos com a aprovação do Comitê de Ética em pesquisa com seres humanos da Universidade Estadual de Maringá (UEM), parecer número 4.883.095. No decorrer deste trabalho, os alunos foram nomeados como A1, A2, A3, ..., A15, para preservar suas identidades.

Após a sua produção, os dados foram interpretados a partir de Mapas Conceituais elaborados pela pesquisadora através da transcrição dos áudios e registros dos materiais dos alunos. Com respaldo teórico da Teoria da Aprendizagem Significativa, os Mapas Conceituais das ações e conceitos mobilizados pelos alunos, durante a realização dessa atividade, com foco nas suas estratégias de resolução, possibilitaram nossa análise dos dados. Com o uso desse recurso, buscamos identificar indícios da ocorrência da diferenciação progressiva e da reconciliação integradora e, com base nesses processos, observamos a articulação dos significados denotativos e conotativos dos conceitos matemáticos.

5 Desenvolvimento da atividade de modelagem matemática

Iniciamos a aula conversando sobre Educação Financeira, aspectos estudados no interior do programa Aprender Valor⁷, que é uma iniciativa do Banco Central do Brasil, e que tem como objetivo estimular o desenvolvimento de competências e habilidades de Educação Financeira e Educação para o Consumo, em estudantes das escolas públicas brasileiras. Essas discussões tiveram como intuito aguçar as *percepções e apreensões* das crianças.

Em seguida, falamos sobre as despesas familiares, tais como moradia, saúde, alimentação e, além disso, chegamos à conclusão de que essas despesas são proporcionais à quantidade de membros de cada família. Ressaltamos sobre a composição familiar dos alunos e sobre os animais de estimação, se havia gastos e qual o valor desse gasto mensal. Nesse momento, os alunos começaram a falar sobre os seus *pets* e suas despesas.

Os alunos alegaram que os gastos dependiam do animal que cada um possuía, por exemplo, uma tartaruga não teria a mesma quantidade de gastos mensais que um cachorro ou um gato. Foram elencadas despesas com a alimentação, vacinas, caixa de areia, remédios, brinquedos, *pet shop*, entre outras.

Diante das discussões iniciais, foi questionado: Quanto custa para manter o(s)

⁷ Informações disponíveis no site: <https://aprendervalor.caeddigital.net/#!/programa>

seu(s) animal(is) de estimação? Qual a porcentagem desse gasto em relação à renda familiar? Para iniciar as investigações, os alunos foram divididos em dois grupos, grupo 1 composto por: A2, A3, A4, A8, A9 e A15, e o grupo 2 com os alunos: A5, A7, A10, A11, A12 e A13. De modo geral, os alunos A2 e A8 tinham uma tartaruga, A3, A4, A15 gatos, A7, A10, A11, A12, A13 cachorros, A9 calopsita e canários e a aluna A5 não possuía animal de estimação. Dessa forma, a professora/pesquisadora destacou que para desenvolver a atividade, poderíamos considerar os animais que temos e os que pretendemos ter futuramente.

No início da resolução da atividade, os alunos apontaram ser necessário escolher um *pet*, as suas despesas, os produtos que eles utilizam, o valor desses produtos e quantidade que dura cada um. Essas discussões iniciais foram de grande importância para a fase da *compreensão* e *explicitação*, pois auxiliaram na formulação dos modelos matemáticos adotados pelos alunos para a compreensão do problema. Nesse processo, alguns alunos calcularam apenas os custos para manter o animal de estimação durante um mês, o que corresponde à primeira pergunta, considerando os valores de acordo com suas pesquisas na *internet* e os valores apontados pelos pais/responsáveis, para descobrir o quanto gastavam com seus *pets*.

A aluna A11 considerou a adição dos gastos com ração, água, *pet shop* e brinquedo, totalizando R\$ 250,00 reais, A5 e A13 consideraram os gastos com *pet shop*, coleira, ração, brinquedo e água totalizando R\$ 286,00 reais. Segundo os alunos, a água considerada nos cálculos seria a quantidade que o animal bebe, e a quantidade usada para lavar as calçadas, local onde eles fazem suas necessidades. Sobre as coleiras, os alunos pesquisaram o valor na *internet* e consideraram que sua compra fosse realizada no mês em que estavam calculando os gastos. Esse processo de formulação e elaboração de um modelo matemático corresponde à fase da *significação* e *expressão*.

Para resolver a segunda questão, que envolvia a porcentagem desses gastos dentro da renda familiar, os alunos afirmaram que a professora do Ensino Regular no período matutino já teria trabalhado esse conceito com eles. Assim, a professora/pesquisadora fez alguns questionamentos sobre as *apreensões* dos alunos em relação ao assunto.

Professora: Por exemplo se a renda familiar mensal fosse 2 mil reais e o custo

com os *pets* fosse de 200 reais qual seria a porcentagem?

A7: Eu acho que é 10%

Professora: Por quê?

A7: Porque somando 10 de 200 reais dá 2,000 reais

Professora: Quanto que é 50% de 2 mil

A11: Mil reais

Professora: Por quê?

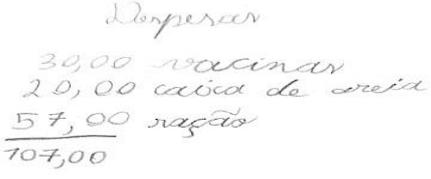
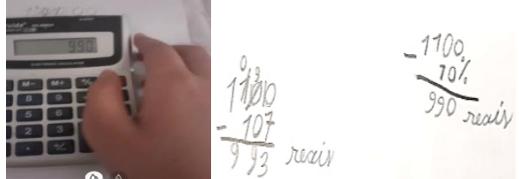
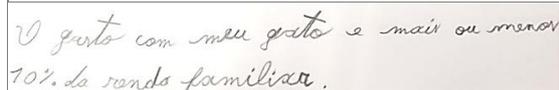
A5: Porque meio de 2 mil é mil reais

Professora: É a mesma coisa que pegar 2 mil e dividir por 2?

A5: Sim

Diante dessas discussões, nessa fase de *significação* e *expressão* surgiram 3 diferentes estratégias de resolução, denominadas de 1, 2 e 3. Os gastos mensais com o gato, usando a adição e subtração; os custos mensais com o gato, utilizando adição, subtração e divisão; e o cálculo dos gastos de um cachorro Golden Retriever, usando as quatro operações, respectivamente.

Quadro 1: Estratégia 1 expressa pela resolução entregue pelo aluno A4

Desenvolvimento da estratégia	Registro escrito e/ou explicação dos alunos
a) Primeiramente, a aluna considerou os gastos de sua gata.	
	É gasto R\$120,00 reais de vacina por ano, mas se for comprado, por exemplo, parcelado em 4 vezes daria R\$30,00 reais ao mês. Também gastamos R\$20,00 reais com a areia e um saco de ração de 3 kg que custa R\$57,00 reais por mês.
b) A aluna considerou a renda familiar e o valor do salário mínimo atual.	
	Se a renda familiar é R\$1.100,00 reais e os gastos com o <i>pet</i> R\$107,00 reais. Vai ser mais ou menos 10%.
c) Utilizou subtrações para resolver a situação proposta.	
	1100 – 107 temos R\$993,00 reais e quando eu fiz 1100 – 10% na calculadora deu R\$990,00 reais. Assim, a aluna percebeu que a diferença entre os resultados obtidos foi de R\$3,00 reais.
d) Concluiu que o gasto mensal com seu gato seria de aproximadamente 10%.	
	Logo, R\$107,00 reais equivalem, aproximadamente, a 10% da renda familiar.

Fonte: Registro escrito dos alunos

Para compor a estratégia 2, foram selecionadas a resolução do aluno A7 (gastos com seus dois cachorros) e a da aluna A15 (gastos com sua gata). Quanto ao encaminhamento e a resolução, ambos os alunos seguiram os mesmos procedimentos, o que mudou foram os animais de estimação, o valor da renda familiar e os valores dos produtos considerados. Para expressar essa estratégia, pautamo-

nos na resolução da aluna A15.

Quadro 3: Estratégia 2 expressa pela resolução proposta e entregue pela aluna A15

Desenvolvimento da estratégia	Registro escrito e/ou explicação dos alunos
a) A aluna somou os gastos mensais para manter seu gato de estimação, concluindo que este gasto é de R\$65,00 reais por mês.	
$\begin{array}{r} 20,00 \text{ ração} \\ + 15,00 \text{ areia} \\ \hline 30,00 \text{ pet shop} \\ \hline 65,00 \end{array}$	A minha gata tem despesas com ração, areia e pet shop.
b) A aluna considerou que a renda familiar é de 4 mil reais e que esse valor corresponde a 100%. E foram realizadas sucessivas divisões como mostra as explicações da aluna na coluna ao lado.	
$\begin{array}{l} 4 \text{ mil} = 100\% \\ 2 \text{ mil} = 50\% \\ 1 \text{ mil} = 25\% \\ 400,00 = 10\% \\ 200,00 = 5\% \\ 100,00 = 2,5\% \\ \underline{60,00 = 1,5\%} \end{array}$	4 mil = 100% dividido por 2 encontramos 2 mil = 50%, dividindo por 2 temos 1 mil = 25%. Se 4 mil = 100% dividindo esse valor por 10 temos que 400 reais = 10%, dividindo por 2 temos 200 reais = 5% e dividindo por 2 temos 100 reais = 2,5%. Se 400 reais = 10% dividindo por 10 temos que 40 reais = 1%. Logo, 100,00 - 40,00 e 2,5% - 1% encontramos que 60 reais = 1,5%.
c) Por fim, concluiu que os gastos com seu pet corresponde a aproximadamente 1,6% da renda familiar mensal.	
<p><u>Então aproximadamente a minha gata gasta 1,6% do salário</u></p>	Então, aproximadamente, a minha gata gasta 1,6% do salário.

Fonte: Registro escrito dos alunos

Os alunos A2 e A8 são irmãos e tinham como animal de estimação uma tartaruga, porém, segundo eles, o pet quase não gerava despesas. Logo, esses alunos resolveram considerar um cachorro da raça Golden Retriever, animal de estimação que pretendiam ter futuramente e resolveram a atividade pesquisando sobre como manter um cachorro dessa raça.

Quadro 3: Estratégia 3 caracterizada pela resolução entregue pelos alunos A2 e A8

Desenvolvimento da estratégia	Registro escrito e/ou explicação dos alunos
a) Os alunos A2 e A8 consideraram o Cão Golden Retriever e pesquisaram informações sobre sua alimentação. Com base nessas informações, consideraram a média de ração que o cachorro comeria por dia.	
 <p>Cão Golden Retriever porte médio (de 10 a 20 kg)</p> <p>Alimentação: o indicado é oferecer entre 160g a 320g de ração por dia.</p> $\begin{array}{r} 320 \\ + 160 \\ \hline 480 \\ \hline 240 \end{array}$ <p>240g (em média) por dia</p>	Cão Golden Retriever porte médio (de 10 a 20 kg) Alimentação: o indicado é oferecer entre 160g a 320g de ração por dia.
b) Considerando a alimentação do cachorro ao dia, descobriram quanto de ração o cachorro comeria por mês. Chegando à conclusão de que um saco de ração de 15 kg daria para 2 meses. Logo, gastariam 67,5 reais por mês com a alimentação desse cachorro.	
$\begin{array}{r} 240 \\ \times 30 \text{ dias} \\ \hline 7200 \\ \hline 7200 \text{ g (por mês)} \end{array}$ <p>1 pacote de ração 15 kg = R\$135,00</p> $\begin{array}{r} 15,000 \text{ grammas} \\ \times 4,5 \\ \hline 67,5 \end{array}$ <p>Um pacote de ração daria para 2 meses</p>	Se o cachorro se alimenta em média 240g por dia, será necessário 7200g por mês. Como um saco de ração de 15kg custa R\$135,00 reais e daria para 2 meses, então gastaríamos R\$67,5 reais por mês com a alimentação.

$\begin{array}{r} 135 \cancel{12} \\ - 12 \\ \hline 275 \\ - 14 \\ \hline 261 \\ - 10 \\ \hline 151 \\ - 12 \\ \hline 39 \end{array}$ <p><u>675 reais por mês</u></p>															
<p>c) Os alunos pesquisaram que esse cachorro precisa tomar 4 tipos de vacinas ao ano, encontraram os valores na <i>internet</i> e calcularam a média desses valores. Por fim, somaram os valores das vacinas necessárias para 1 ano e dividiram por 12 meses para encontrar o valor gasto mensalmente.</p>															
<p>Vacinas: são 4 por ano V10: custa entre R\$ 60,00 e R\$ 90,00 cada dose Raiva canina: custa entre R\$ 30,00 e R\$ 50,00 cada dose Giardia (verme) custa R\$ 70,00 a dose Gripe canina custa em torno de R\$ 100,00 a dose</p> <p>V10 → $\frac{60}{12} = 5$ $\frac{90}{12} = 7,5$ Raiva Canina → $\frac{30}{12} = 2,5$ $\frac{50}{12} = 4,16$ Giardia → $\frac{70}{12} = 5,83$ Gripe → $\frac{100}{12} = 8,33$</p> <p>Soma: $5 + 7,5 + 2,5 + 4,16 + 5,83 + 8,33 = 32,75$ por mês</p>	<p>Vacinas: são 4 por ano V10: custa entre R\$ 60,00 e R\$ 90,00 cada dose Raiva canina: Custa entre R\$30,00 e R\$50,00 cada dose Giardia (verme) custa R\$70,00 a dose Gripe canina custa em torno de R\$100,00 a dose</p>														
<p>d) Calcularam o valor gasto com petiscos e brinquedos.</p> <p>Petiscos: 2 pacotes por mês = 15,90 cada Brinquedos: 1 por mês = 7,90 cada</p> <p>Soma: $15,90 + 7,90 = 23,80$</p>	<p>Petiscos: 2 pacotes por mês = R\$15,90 cada Brinquedos: 1 por mês = R\$7,90 cada.</p>														
<p>e) Calcularam o valor gasto com remédio contra pulgas e carrapatos.</p> <p>Remédio para controle de pulgas e carrapatos = 1 comprimido a cada 3 meses = 4 comprimidos por ano cartela com 4 comprimidos = R\$40,00</p> <p>$\frac{40}{12} = 3,33$ por mês</p>	<p>Remédio para controle de pulgas e carrapatos. 1 comprimido a cada 3 meses = 4 comprimidos por ano Cartela com 4 comprimidos = R\$ 40,00</p>														
<p>f) O pacote de banho é de 180,00 reais. Para economizar, consideraram um banho a cada 15 dias.</p> <p>Pacote de banho (4 banhos e 1 tosa higiênica) = 180,00 Banho a cada 15 dias = 2 banhos por mês</p> <p>$\frac{180}{6} = 30$ por mês</p>	<p>Pacote de banho (4 banhos e 1 tosa higiênica) = R\$180,00 Banho a cada 15 dias = 2 banhos por mês</p>														
<p>g) Os alunos somaram o total de todos os gastos com o pet, totalizando R\$ 224,25. E consideraram a renda familiar mensal de 6 mil reais.</p>															
<table border="1"> <thead> <tr> <th>Gasto mensal com o pet</th> <th>Valor mensal</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Alimentação</td> <td>167,50</td> </tr> <tr> <td>Vacinas</td> <td>32,75</td> </tr> <tr> <td>Petiscos e Brinquedos</td> <td>23,80</td> </tr> <tr> <td>Remédios (pulgas, carrapatos)</td> <td>33,00</td> </tr> <tr> <td>Pacote de Banho</td> <td>30,00</td> </tr> <tr> <td>Total</td> <td>224,25</td> </tr> </tbody> </table> <p>Renda familiar = R\$ 6000,00 (3,74% da renda familiar)</p>	Gasto mensal com o pet	Valor mensal	Alimentação	167,50	Vacinas	32,75	Petiscos e Brinquedos	23,80	Remédios (pulgas, carrapatos)	33,00	Pacote de Banho	30,00	Total	224,25	<p>Gasto mensal com o pet</p> <p>Alimentação Vacinas Petiscos e brinquedos Remédio (pulgas, carrapatos) Pacote de banho</p>
Gasto mensal com o pet	Valor mensal														
Alimentação	167,50														
Vacinas	32,75														
Petiscos e Brinquedos	23,80														
Remédios (pulgas, carrapatos)	33,00														
Pacote de Banho	30,00														
Total	224,25														
<p>h) Os alunos concluíram que gastariam 3,75% da renda familiar mensal para manter um cão Golden Retriever.</p>															
<p>Cálculos que fizemos para encontrar a porcentagem:</p> <p>$6000 = 100\%$ $1\% = \frac{6000}{100} = 60$ $0,5\% = \frac{60}{20} = 3$ $0,25\% = \frac{60}{240} = 2,5$</p> <p>Então:</p> <p>3% → 180,00 0,5% → 30,00 0,25% → 15,00 3,75% → 225,00</p>	<p>Os alunos A2 e A8 alegaram que encontraram o valor de R\$ 224,25 correspondente a 3,74% da renda familiar de 6 mil reais, com o auxílio do pai, usando a calculadora. Logo, eles desenvolveram os cálculos usando o algoritmo da divisão e da soma para validar os resultados obtidos.</p>														

Fonte: Registro escrito do A2 e A8

No fim da atividade, realizamos a socialização das estratégias realizadas, em

que os alunos explicaram como pensaram e o que fizeram para resolver a situação proposta, oferecendo parâmetros para a professora/pesquisadora identificar as estratégias dos alunos e, posteriormente, reproduzi-las nos mapas conceituais. Em seguida, a professora/pesquisadora fez um fechamento das discussões retomando brevemente os conceitos abordados na atividade: as quatro operações com números naturais e decimais, medidas de tempo, medidas de massa, medidas de valor e proporção.

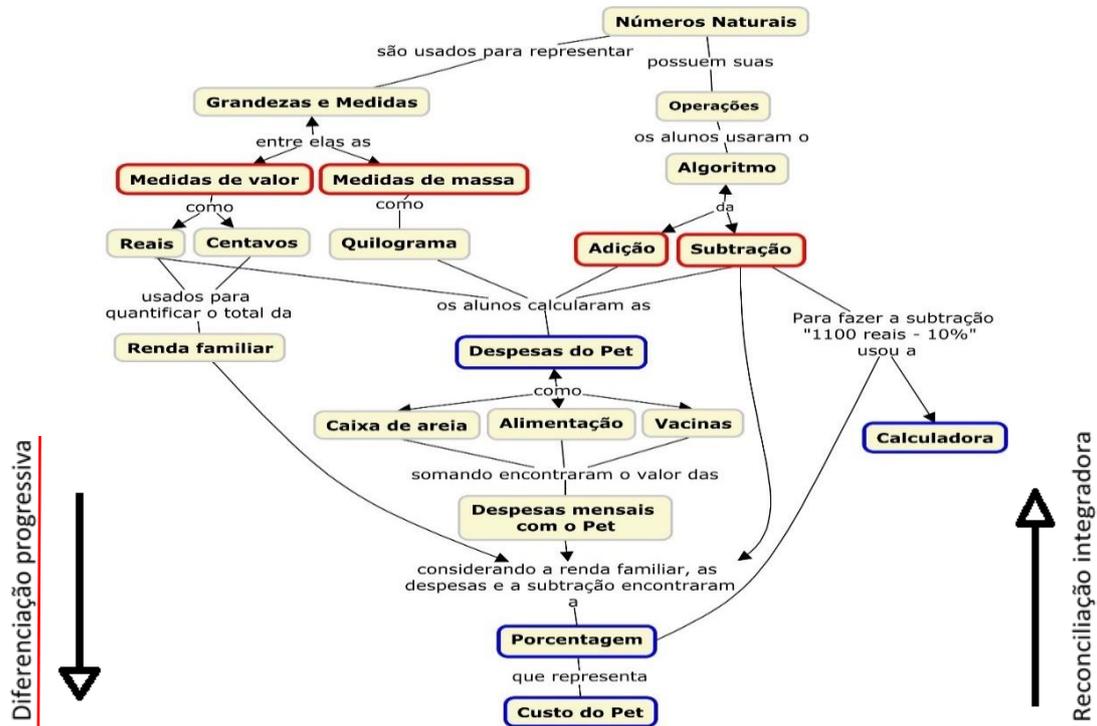
6 Discussões sobre a atividade desenvolvida com base na teoria da aprendizagem significativa

O ambiente oportunizado por essa atividade de Modelagem Matemática, com base em Biembengut (2019), no contexto do ensino remoto, possibilitou que as crianças interagissem umas com as outras, independentemente de seu repertório matemático. Todos os alunos tinham conhecimentos prévios, percepções e experiências com o tema/assunto da atividade, por esse motivo, queriam interagir e opinar. Nesse sentido, as discussões iniciais foram importantes para a fase da *percepção e apreensão*.

Porém, os alunos perceberam que alguns dados referentes aos custos para manter seus *pets* seriam necessários pesquisar com auxílio de algum familiar ou da *internet*, além disso, era preciso usar conceitos matemáticos para resolver a situação proposta, caracterizando a fase da *compreensão e explicitação*. Levando em consideração esses aspectos, as crianças resolveram de três formas diferentes, que se refere à fase de *significação e expressão*.

Para organizar os raciocínios envolvidos nesse desenvolvimento, elaboramos mapas conceituais que representassem as três estratégias utilizadas. Segundo Moreira (2011), existem várias formas de representar as hierarquias conceituais em um mapa conceitual. Na figura 2 representamos as ações e os conceitos envolvidos na estratégia 1.

Figura 2: Mapa conceitual das ações e conceitos mobilizados pelos alunos que utilizaram a estratégia 1



Fonte: Autoria própria (2021).

De acordo com o entendimento de Moreira (2011), os conceitos mais abrangentes estão na parte superior da hierarquia e os conceitos com, aproximadamente, o mesmo nível de generalidade aparecem na mesma posição vertical. Diante do mapa conceitual da figura 2, observamos indícios da ocorrência da diferenciação progressiva e reconciliação integradora.

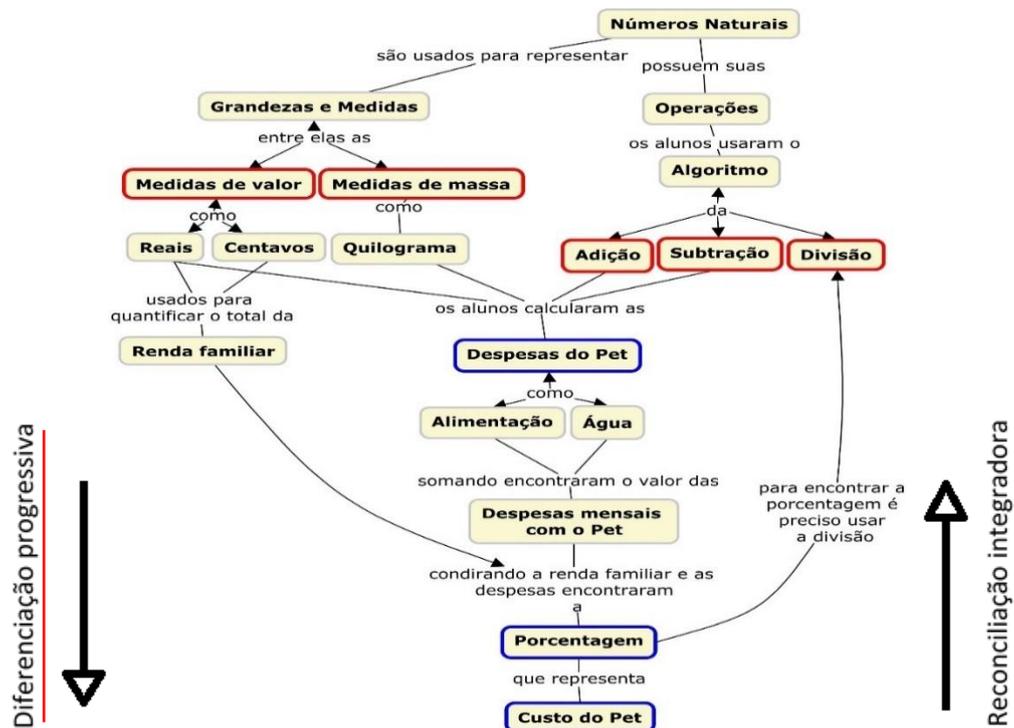
Quadro 4: Diferenciação progressiva e reconciliação integradora observadas na estratégia 1

Processos	Falas ou ações dos alunos durante a atividade	Indícios da ocorrência dos processos
<u>Diferenciação Progressiva</u>	Os alunos usaram a adição para encontrar o total de despesas com o gato	Diferenciação para o conceito de adição.
	Consideraram que a gata gasta 30 reais com vacina, 20 reais com caixa de areia e 57 reais com ração.	Diferenciação para o conceito de medidas de valor.
<u>Reconciliação Integradora</u>	Somando as despesas encontramos a quantidade total de gastos com o pet. Para resolver esses cálculos envolvendo porcentagem é possível usar a calculadora.	Reconciliação de significados entre as medidas de valor e a adição. A4 percebeu que o uso desse recurso poderia auxiliá-la a encontrar uma resposta para a situação proposta.
<u>Reconciliação e Diferenciação</u>	“1100 – 107 = 993” e “1100 – 10% = 990” então 107,00 vai ser maios ou menos 10% da renda familiar.	107 reais é diferente de 10%, porém, quando subtraímos ambos os valores do salário mínimo, encontramos resultados parecidos, logo, 107 reais são, aproximadamente, 10% de 1100.

Fonte: Autoria própria (2021).

Diante do exposto, foi possível observar que os alunos usaram de seu repertório matemático e os recursos disponíveis, nesse caso, a calculadora. Porém, tiveram outras formas de resolver essa atividade. Na figura 3, sintetizamos as ações realizadas pelos alunos A7 e A15 que corresponderam à estratégia 2.

Figura 3: Mapa conceitual das ações e conceitos mobilizados pelos alunos que realizaram a estratégia 2



Fonte: Autoria própria (2021).

Tal estratégia se aproxima da estratégia 1 no que se refere aos conceitos utilizados pelos alunos, porém, na estratégia 2, os alunos consideraram a renda familiar como 100% e foram dividindo esse valor até encontrar a porcentagem que correspondia às despesas mensais com os *Pets*. Outra diferença é no que diz respeito aos animais, já que os gastos variam de acordo com o animal de estimação e seu modo de criação. No quadro 5, destacamos alguns indícios da ocorrência da diferenciação progressiva e reconciliação integradora, observados na estratégia 2.

Quadro 5: Diferenciação progressiva e reconciliação integradora observados na estratégia 2

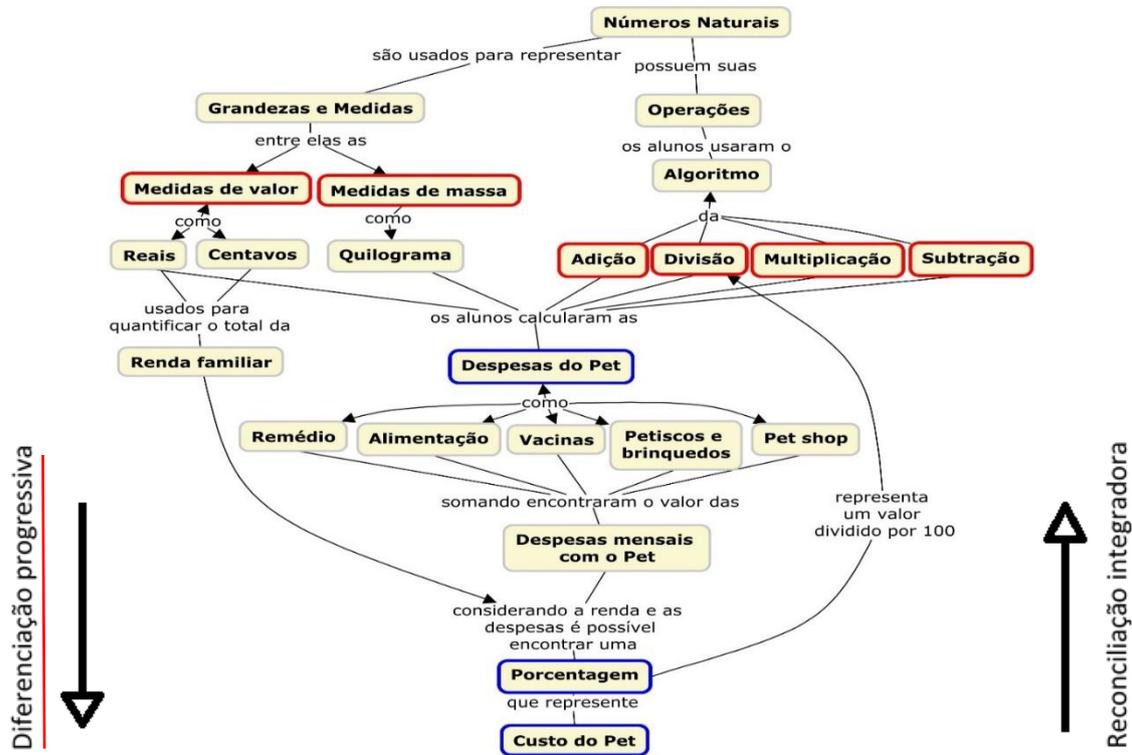
Processos	Falas ou ações dos alunos durante a atividade	Indícios da ocorrência dos processos
<u>Diferenciação Progressiva</u>	Os alunos usaram a adição para encontrar o total de despesas dos cachorros.	Diferenciação para o conceito de adição.
	A7 Considerou que seus cachorros gastam 20 reais com ração e 46 reais com água para beber e para tomar banho.	Diferenciação para o conceito de medidas de valor.

	A15 considerou que seu gato gasta 20 reais com ração 15 reais com areia e 30 reais com <i>pet shop</i> .	
<u>Reconciliação Integradora</u>	Somando as despesas encontramos a quantidade total de gastos com o <i>Pet</i> .	Reconciliação de significados entre as medidas de valor e a adição.
	$50\% = 1.000$ reais	Reconciliação de significados entre unidades de valor e porcentagem.
	Se 60 reais = 1,5% e o custo é 65 reais vai ser aproximadamente 1,6%.	Com base nos dados que possui a aluna faz uma estimativa da porcentagem final.
<u>Reconciliação e Diferenciação</u>	O aluno representou a porcentagem usando o gráfico de pizza e posteriormente foi realizando a divisão por 2 para encontrar outros valores como 50% e 25%.	Usou o gráfico para visualizar o uso da porcentagem.
	Quando questionado por que o aluno considerou 10% igual a 200 reais ele afirmou que somando 200 reais 10 vezes teríamos 2 mil reais.	Diferenciação e reconciliação de significados de medidas de valor, adição e porcentagem.
	Para encontrar o valor " $400,00 = 10\%$ " a aluna afirmou que podemos fazer $4.000 \div 10 = 400$ e $100\% \div 10 = 10\%$.	
	"4 mil = 100%" dividindo por 2 temos "2 mil = 50%" se dividir por 2 temos "1 mil = 25%"	
	100 reais = 2,5% como 40 reais = 1% então subtraindo temos que $60,00 = 1,5\%$.	Diferenciação e reconciliação dos significados de igualdade, porcentagem, divisão e subtração.

Fonte: Autoria própria (2021).

A estratégia 2 foi composta por duas resoluções entregues por alunos distintos. Enquanto um calculou as despesas de seus cachorros, a outra calculou as despesas com sua gata, porém, os conceitos e o desenvolvimento da atividade foram semelhantes. No que se refere à estratégia 3, o que a diferenciou das demais estratégias foi a forma como os alunos calcularam as despesas com alimentação, vacinas, remédios, *pet shop*, petiscos e brinquedos. Nessa direção, elencamos, no mapa conceitual da figura 4, as ações e os conceitos abordados no decorrer da estratégia 3.

Figura 4: Mapa conceitual das ações e conceitos mobilizados pelos alunos que realizaram a estratégia 3



Fonte: Autoria própria (2021).

Para desenvolver essa atividade, observamos que esses alunos pesquisaram várias informações na *internet*, além disso, por meio do registro escrito, percebemos que eles foram criteriosos no que diz respeito em como encontrar os valores gastos mensalmente. Diante disso, os alunos alinharam as informações encontradas com os conceitos matemáticos, e durante esse processo alguns indícios da ocorrência da diferenciação progressiva e reconciliação integradora puderam ser percebidos, como sintetizados do quadro 6.

Quadro 6: Diferenciação progressiva e reconciliação integradora observados na estratégia 3

Processos	Falas ou ações dos alunos durante a atividade	Indícios da ocorrência dos processos
<u>Diferenciação Progressiva</u>	Os alunos usaram as quatro operações para encontrar o total de despesas dos cachorros.	Diferenciação para as quatro operações matemáticas.
	Os alunos usaram adição para somar o total de despesas com o cachorro.	Diferenciação para o conceito de medidas de valor.
	Exemplo: “285 ÷ 12 = 23,75”.	Diferenciação entre números naturais e decimais.
	1 pacote de ração de “15 kg = 15.000 g”.	Diferenciação para o conceito de medida de massa.
	1 comprimido a cada 3 meses = 4 comprimidos por ano.	Diferenciação para o conceito de medidas de tempo.
	Somando as despesas encontramos a	Reconciliação de significados entre as

<u>Reconciliação Integradora</u>	quantidade total de gastos com o <i>Pet</i> .	medidas de valor e a adição.
	Uso do algoritmo da divisão de números naturais cujo resultado decimal.	Reconciliação de significados entre números naturais e decimais pois se tratam de medidas de valor.
	Uso do algoritmo da Adição, multiplicação e divisão de números decimais.	Reconciliação de significados entre números decimais e as operações.
<u>Reconciliação e Diferenciação</u>	Os alunos fizeram o cálculo na calculadora e encontraram que os gastos mensais com o <i>Pet</i> de 224,25 correspondiam a 3,74% da renda familiar. Assim, realizaram os cálculos para ver se realmente era essa porcentagem encontrando que 225,00 correspondiam a 3,75%, logo os cálculos estão corretos.	Os alunos perceberam que o uso da calculadora auxiliaria no processo de resolução e ao final validaram realizando os cálculos.
	Se $6.000 = 100\%$ fazendo divisões encontramos outras porcentagens. Exemplo: $6000 \div 100 = 60$ e $100 \div 100 = 1$ temos que $60,00 = 1\%$.	Diferenciação e reconciliação dos significados de igualdade, porcentagem e divisão.
	Os alunos usaram média aritmética para calcular as despesas com a alimentação do cachorro usando a adição e divisão dos valores.	Isso mostra que os alunos a diferenciaram e reconciliaram significados das duas operações.
	"240 g x 30 dias = 72000g por mês".	Diferenciação e reconciliação de significados para medidas de massa e medidas de tempo.
	Uso do algoritmo usual da divisão. Divisão de números naturais cujo resultado é natural Divisão de números naturais cujo resultado é decimal Divisão de um número natural por dezenas	No algoritmo, usamos intrinsecamente a subtração e a multiplicação.
	$1\% \div 2 = 0,5\%$ e $1\% \div 4 = 0,25\%$	Diferenciação e reconciliação entre os significados de divisão e porcentagem.

Fonte: Autoria própria (2021).

Ao final da socialização, os alunos A2 e A8 disseram que com essa atividade eles tiveram a oportunidade de refletir, juntamente com seus familiares, sobre os gastos mensais de ter um cachorro da raça Golden Retriever. Corroborando com Biembengut (2019) ao afirmar que o interesse e a motivação são fatores importantes que impulsionam a pessoa a agir.

Quando essa atividade foi desenvolvida, via *Google Meet*, como destacamos anteriormente, a professora regente do ensino regular, semanas anteriores, havia trabalhado com os alunos, em sala de aula, o conceito de fração e porcentagem. Então, a professora/pesquisadora discutiu com ela sobre qual foi a forma utilizada para abordar esses conceitos em sala de aula. A professora, inicialmente, explorou as ideias relacionadas à fração, com o auxílio de imagens e exemplos reais presentes no cotidiano do aluno, como no caso das receitas. Além disso, foram abordadas as ideias

de números mistos e frações equivalentes, utilizando das comparações entre frações para então iniciar os estudos das operações com frações. Após resolver atividades e problemas de frações, foi introduzida a ideia de porcentagem relacionando-a com as frações, uma vez que esta surge das frações com denominadores iguais a 100. No quadro 7, sintetizamos as correspondências abordadas pela professora do ensino regular.

Quadro 7: correspondências entre porcentagens e frações

Porcentagem	100%	50%	25%	75%	20%	60%	1%	3%	7%	10%
Fração	$\frac{100}{100}$	$\frac{50}{100} = \frac{1}{2}$	$\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{3}{100}$	$\frac{7}{100}$	$\frac{1}{10}$

Fonte: Autoria própria (2022)

Além disso, foi utilizada a representação por meio de gráficos, figuras e números para facilitar a compreensão das porcentagens. Por fim, foram propostas atividades e problemas envolvendo fração e porcentagem. As autoras desse trabalho não participaram das aulas do ensino regular, porém, conversamos com a professora sobre suas ações referentes ao ensino desse conceito.

Desse modo, inferimos que a forma como os alunos desenvolveram a atividade está intrinsecamente ligada à maneira como a professora regente diz ter abordado tal conceito. Ou seja, os significados denotativos compartilhados pela professora foram primordiais para a resolução da atividade. Por exemplo, para descobrir 0,25% do gasto com o Pet, o aluno considerou a quantidade encontrada para 1% = 60 reais, calculou $60 / 4$ e encontrou que 0,25% corresponde a 15 reais, o qual foi uma das correspondências entre porcentagem e fração exposta, no quadro 7.

Observamos, nesse processo, diferentes resoluções e diferentes conhecimentos envolvidos. Porém, essa atividade teve como objetivo subsidiar os alunos na aprendizagem de frações e porcentagem. Logo, os alunos que ainda apresentaram dificuldades sobre porcentagem tiveram a oportunidade de rever aspectos sobre esse conceito e aplicá-lo em uma situação que está presente no seu dia a dia. Os conceitos utilizados nas estratégias foram sintetizados no quadro 8 a seguir.

Quadro 8: conceitos utilizados nas três estratégias mobilizadas durante a atividade

Atividade de Modelagem	Estratégias	Conceitos utilizados no desenvolvimento da estratégia	Grupo
Custos para manter um	Estratégia 1	Medidas de valor: reais. Medidas de tempo: mês e ano. Medidas de massa: quilogramas. Operações:	Grupo 1

animal de estimação		adição e subtração. Porcentagem.	
	Estratégia 2	Medidas de valor: reais. Medidas de tempo: mês. Operações: adição e divisão. Porcentagem.	Grupo 1 e 2
	Estratégia 3	Medidas de valor: reais e centavos. Medidas de tempo: dia, mês e ano. Medidas de massa: gramas e quilogramas. As quatro operações. Porcentagem.	Grupo 1

Fonte: Autoria própria (2022).

Nas três estratégias adotadas pelos alunos, foi possível observar indícios da ocorrência da diferenciação progressiva e da reconciliação integradora das quatro operações matemáticas, medidas de valor e porcentagem. Observamos que os significados desses conceitos têm caráter denotativos, pois estavam condizentes com o contexto da atividade e com o da Matemática. Esses significados denotativos foram trabalhados pela professora do ensino regular, conforme citado anteriormente, e nessa atividade, observando a diferenciação progressiva e a reconciliação integradora foi possível observar as elaborações pessoais de cada aluno no interior das estratégias adotadas.

Mediante ao exposto, trazemos alguns exemplos que clarificam a ocorrência das articulações entre os significados denotativos e conotativos dos conceitos destacados no quadro 8, escolhemos para cada conceito uma articulação entre os seus significados, e trazemos uma descrição da ocorrência dessa articulação no quadro 9.

Quadro 9: articulação dos significados denotativos e conotativos de conceitos matemáticos

Conceitos matemáticos	Significado denotativo	Significado conotativo
Adição	$67,50 + 23,75 + 39,70 + 3,30 + 90,00 = 224,25$. Para obter a soma, é preciso juntar duas ou mais parcelas.	Somando as despesas com alimentação, vacinas, petiscos, brinquedos, remédio e <i>pet shop</i> encontramos a quantidade total de gastos com o <i>Pet</i> .
Subtração	$1100 - 107 = 993$ $1100 - 10\% = 990$	$1100 - 107$ temos R\$993,00 reais, e quando eu fiz $1100 - 10\%$, na calculadora, deu R\$990,00 reais. Assim, a diferença entre os resultados obtidos foi de R\$3,00 reais.
Multiplicação	$240 \times 30 = 7200$	Se o cachorro se alimenta, em média, com 240g por dia, multiplicando por 30 dias encontramos quanto de ração é necessário por mês.
Divisão	$40 \div 12$ quociente 3,3 resto 4	Se uma cartela de remédio com 4 comprimidos custa R\$40,00 reais, é necessário dividir esse valor por 12 meses para encontrar quanto se gasta por mês, logo, esse cachorro gastaria R\$3,3 reais por mês.
Medidas de tempo	1 mês tem aproximadamente 30 dias 1 ano tem 12 meses	Se o cachorro precisa tomar 1 comprimido para pulgas e carrapatos a cada 3 meses, ele tomará 4 comprimidos por ano.
Medidas de Valor	$60 + 90 = 150 \div 2 = 75$ reais $30 + 50 = 80 \div 2 = 40$ reais $75 + 40 + 70 + 100 = 285 \div 12 = 23,75$ reais	Vacinas: são 4 por ano. V10: custa entre R\$60,00 e R\$90,00 cada dose. Raiva canina: Custa entre R\$30,00 e R\$50,00 cada dose. Giardina (verme) custa R\$70,00 a dose. Gripe canina custa em torno de R\$100,00 a dose. Encontramos a média dos valores, somamos os gastos e

		dividimos por 12 meses e encontramos que será gasto R\$23,75 reais por mês com vacinas.
Medidas de massa	$240\text{g} \times 30 \text{ dias} = 7200 \text{ g}$ (por mês), $15 \text{ kg} = 15000\text{g}$ $15000 \text{ g} \div 7200 = 2 \text{ meses}$ $135 \div 2 = 67,5 \text{ reais por mês}$	Se o cachorro se alimenta, em média, com 240g por dia, será necessário 7200 g por mês. Como um saco de ração de 15 kg = 15000 g custa R\$135,00 reais e daria para 2 meses, então gastaríamos R\$67,5 reais por mês.
Porcentagem	$200 \times 10 = 2000$	Se o gasto com o <i>pet</i> é de R\$200,00 e a renda familiar é R\$2.000,00 então R\$200,00 é 10% da renda familiar.
Média aritmética	$"320 + 160 = 480$ $480 \div 2 = 240"$ É a soma de todos os valores e a divisão do valor encontrado pelo número de dados nesse conjunto.	O indicado é oferecer entre 160g a 320g de ração por dia, então, calculamos qual era a média que poderíamos ofertar de ração por dia. Somamos os dois valores e dividimos por 2, encontrando 240g por dia.

Fonte: Autoria própria (2022).

As justificativas dos alunos durante o desenvolvimento da atividade mostram indícios de uma elaboração pessoal, examinando o tema/assunto e suas experiências particulares, considerando os significados denotativos dos conceitos matemáticos utilizados. De acordo com Moreira (1999), o produto da Aprendizagem Significativa é a aquisição de significados, ou seja, a compreensão legítima de significados claros, precisos, diferenciados e transferíveis.

Diante da observação da ocorrência da diferenciação progressiva e da reconciliação integradora, por meio dos mapas conceituais, podemos identificar possíveis sinais de avanço no contínuo Aprendizagem Mecânica x Aprendizagem Significativa, que podem ser observados, de forma sintetizada, no quadro 9. O significado lógico (denotativo) subsidiou o avanço para a elaboração de um significado psicológico (articulação do denotativo com o conotativo) dos conceitos matemáticos, como apontado por Ausubel, Novak e Hanesian (1980). No entanto, o professor tem um papel primordial na articulação de significados denotativos e conotativos, pois é ele quem faz a mediação entre o conhecimento científico dos conceitos matemáticos e o contexto da atividade, permitindo que as atividades sejam direcionadas para que os alunos utilizem os conceitos posteriormente.

7 Considerações finais

O presente estudo teve como objetivo investigar as possíveis articulações dos significados denotativos e conotativos do conceito de proporção que são manifestadas nas estratégias desenvolvidas por meio de atividades de Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Diante de todas as limitações impostas pela COVID-19 e, pelo ensino remoto, propiciar um ambiente com a Modelagem

Matemática, nesse contexto, foi uma oportunidade para os alunos revisarem e aperfeiçoarem seus conhecimentos prévios com relação ao conceito de proporção.

Assim, pode-se afirmar que a Modelagem Matemática condiz com os pressupostos e objetivos do ensino integral, em que preza por atividades práticas, atividades diferenciadas, trazendo a vivência dos alunos para dentro da sala de aula. Nesse contexto, durante as etapas propostas por Biembengut (2019), conseguimos observar o interesse e o comprometimento das crianças em buscar estratégias para elaborar um modelo matemático que representasse a situação. Os alunos interagiram com os conceitos, ao evidenciar suas propriedades observados por meio da diferenciação progressiva e a reconciliação integradora nos mapas conceituais.

No ensino, enquanto professores buscamos compartilhar os significados denotativos a respeito do conceito abordado, assim, nesse cenário isso foi feito pela professora regente do ensino regular a respeito de frações e porcentagem. A partir do trabalho realizado por ela, a professora/pesquisadora buscou, por meio da Modelagem Matemática, proporcionar aos mesmos alunos condições para a atribuição de significados conotativos, idiossincráticos.

Considerando a Modelagem Matemática, a pré-disposição dos alunos e as propriedades conceituais (significado denotativo) de proporção, na busca de responder ao problema proposto, por meio de suas ações e justificativas observamos indícios do significado psicológico de proporção (articulação dos significados denotativos e conotativos).

Referências

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. Perspectiva educacional e perspectiva cognitivista para a Modelagem Matemática: um estudo mediado por representações semióticas. **Revista de Modelagem na Educação Matemática**, Blumenau, v.1, n.1, p. 28-42. 2010.

AUSUBEL, David Paul. **Aquisição e retenção do conhecimento**: uma perspectiva cognitiva. Tradução Lígia Teopisto. Lisboa: Plátano, 2003.

AUSUBEL, David Paul; NOVAK, Joseph Donald; HANESIAN, Helen. **Psicologia educacional**. 2 ed. Tradução Eva Nick. Rio de Janeiro: Melhoramentos. 1980.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. **Anais da Reunião Anual da Anped**, 24. Rio Janeiro. CD-ROM. 2001.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**:

uma nova estratégia. São Paulo: Contexto. 2002.

BIEMBENGUT, Maria Sallet. **Modelagem Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental**: ciências e Matemática. São Paulo: Contexto, 2019.

BORSSOI, Adriana Helena. **A Aprendizagem Significativa em Atividades de Modelagem Matemática como estratégia de ensino**. 2004. 256f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas. Universidade Estadual de Londrina. Londrina.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/SEB, 2018.

CALDEIRA, Ademir Donizeti. Modelagem Matemática: um outro olhar. **Alexandria**: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, UFSC. Florianópolis – SC, v.2, n.2, p.33-54. 2009.

FONTANINI, Maria Lucia de Carvalho. **Modelagem Matemática x aprendizagem significativa**: uma investigação usando mapas conceituais. 2007. 130f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas. Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

GODOY, Arilda Schmidt. Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades. **RAE - Revista de Administração de Empresas**, São Paulo, v. 35, n. 2, p. 57-63, 1995.

GOMES, Joice Caroline Sander Pierobon. **Práticas de professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental em atividades de Modelagem Matemática**. 2018. 205f. Dissertação – (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Centro de Ciências Exatas. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Londrina.

MARINGÁ. Secretaria Municipal de Educação. **Currículo da educação infantil e anos iniciais do ensino fundamental**. Maringá, PR, 2020. Disponível em: <http://www2.maringa.pr.gov.br/cdn-imprensa/curriculo-maringa-final-20200922-online.pdf>. Acesso em: 01 agosto 2021.

MASINI, Elcie Fortes Salzano; MOREIRA, Marcos Antônio. **Aprendizagem Significativa**. Condições para a ocorrência e lacunas que levam ao comprometimento. São Paulo: Vetor. 2008.

MOREIRA, Marcos Antônio. **Teorias cognitivas da aprendizagem**. São Paulo: EPU, 1999.

MOREIRA, Marcos Antônio. **Aprendizagem significativa**: a teoria e textos complementares. São Paulo: Livraria de física, 2011.

RITTER, Denise; SCHMITZ, Gabriela Luisa; BULEGON, Ana Marli; TOLENTINO-NETO, Luiz Caldeira Brant de. Percepções de professores de Matemática sobre as aulas remotas: uma análise à luz da teoria fundamentada nos dados. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 12, n. 3, p. 1-19, abr.-jun., 2021.

SILVA, Cintia. **Aprendizagem Significativa em atividades de Modelagem Matemática**. 2018. 148 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação

Matemática) – Centro de Ciências Exatas. Universidade Estadual de Londrina. Londrina.

TORTOLA, Emerson. **Configurações de modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2016. 305f. Tese (Doutorado em ensino de ciências e educação matemática) – Centro de Ciências Exatas. Universidade Estadual de Londrina. Londrina.

VENÂNCIO, Silas. **Aprendizagem Significativa de Função do 1º Grau: uma investigação por meio da Modelagem Matemática e dos Mapas Conceituais**. 2010. 174f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Centro de Ciências Exatas. Universidade Estadual de Maringá. Maringá.

ZANELLA, Marli Schmitt. **Tarefas de modelagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: um estudo com alunos alemães e brasileiros**. 2016. 275f. Tese (Doutorado em Educação para a ciência e a matemática) – Centro de Ciências Exatas. Universidade Estadual de Maringá. Maringá.

TEODORO, Flavia Pollyany; KATO, Lilian Akemi. A recontextualização pedagógica operada em uma prática de Modelagem Matemática nos Anos Iniciais. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 12, n.2, p. 1-27, nov./jan.,2021.