Recebido: 06/08/2021 ■ Aprovado: 15/03/2022 ■ Publicado: 26/03/2022
eISSN 2179-426X
10.26843/rencima.v13n1a15
Revista de Ensino de Ciências e Matemática

A formação de conceitos matemáticos e robótica: uma possibilidade de ensino

Eliel Constantino da Silva[1]

Sueli Liberatti Javaroni[2]

Resumo: Neste artigo, apresentamos o processo de resolução de duas tarefas executadas por três estudantes do nono ano do Ensino Fundamental, voltadas para o estudo do resto da divisão euclidiana e congruência entre dois números (mod n), por meio do uso de kit de robótica Arduino Uno e da programação com o software Scratch for Arduino, realizadas no âmbito de uma pesquisa de mestrado já concluída. O foco deste artigo é o desenvolvimento conceitual desses estudantes, analisado à luz da teoria Histórico-Cultural. Com a discussão tecida acerca deles, concluímos que o uso da robótica e da programação aliada à atividade de conteúdo matemático possibilitou o estudo e formação desses conceitos, bem como do quociente e demais componentes do algoritmo da divisão euclidiana. O trabalho com robótica e programação possibilita que o estudante faça conexões mentais entre o conhecimento já adquirido e aquele que se está produzindo na utilização desses materiais.

Palavras-chave: Ensino Fundamental. Educação Matemática. Arduíno. Scratch for Arduino. Vygotsky.

The formation of mathematical concepts and robotics: a teaching possibility

Abstract: In this article, we present the process of solving two tasks by three students from the ninth year of elementary school, aimed at studying the rest of the Euclidean division and congruence between two numbers (mod n) using the Arduino Uno e robotics kit. programming with Scratch for Arduino software, carried out within the scope of a master's research already completed. The focus of this article is the conceptual development of these students, analyzed in light of Cultural-Historical Theory. With the discussion about them, we conclude that the use of robotics and programming combined with the mathematical content activity allowed the study and formation these concepts, as well as the quotient and other components of the algorithm of the Euclidean division. Working with robotics and programming possibility that the student has and make mental connections between the knowledge already acquired and that which is being produced in the use of these materials.

***Keywords**:* Elementary School. Mathematics Education. Arduino. Scratch for Arduino. Vygotsky.

La formación de conceptos matemáticos y robótica: una posibilidad de enseñanza

Resumen: En este artículo se presenta el proceso de resolución de dos tareas por parte de tres alumnos de noveno año de Educación Primaria, con el objetivo de estudiar el resto de la división euclidiana y la congruencia entre dos números (mod n)

[1] Mestre em Educação Matemática. Professor do Núcleo de Extensão, Pesquisa e Pós-Graduação do Centro Universitário UniAraguaia. Goiás, Brasil. ✉ elielconstantinosilva@gmail.com https://orcid.org/0000-0003-3555-791X.

[2] Doutora em Educação Matemática. Professora do Departamento de Matemática da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (UNESP), São Paulo, Brasil. ✉ sueli.javaroni@unesp.br http://orcid.org/0000-0002-1948-4346.

utilizando el kit de robótica Arduino Uno e. con el software Scratch para Arduino, llevado a cabo dentro del alcance de una investigación de maestría ya completada. El enfoque de este artículo es el desarrollo conceptual de estos estudiantes, analizado a la luz de la teoría histórico-cultural. Con la discusión sobre ellos, concluimos que el uso de la robótica y la programación combinada con la actividad de contenido matemático permitió el estudio y formación de estos conceptos, así como el cociente y otros componentes de lo algoritmo de la división euclidiana. Trabajar con robótica y programación permite al estudiante hacer conexiones mentales entre los conocimientos ya adquiridos y los que se están produciendo con el uso de estos materiales.

Palabras clave: Enseñanza Fundamental. Educación Matemática. Arduino. Scratch for Arduino. Vygotsky.

1 Introdução

Desde 2017, temos investigado acerca do desenvolvimento cognitivo de estudantes da Educação Básica ao realizarem atividades mediadas por kits de robótica e uso de softwares de programação. Temos realizado, também, ações de formação de professores de Matemática e de diferentes áreas do conhecimento, visando a integração desses recursos em suas práticas escolares, de modo a propiciar o desenvolvimento cognitivo de seus estudantes. Essas ações têm sido desenvolvidas em sala de aula junto com o professor em sua prática pedagógica e por meio de espaços de formação de professores em uma perspectiva interdisciplinar (SILVA, 2018; JAVARONI; SILVA, 2019; SILVA; ZAMPIERI; JAVARONI, 2019; GADANIDIS, *et. al.*, 2021).

Esse olhar para a prática do professor e o olhar para as ações desenvolvidas pelos estudantes se deve ao fato do professor, por meio de sua prática pedagógica, poder estimular seus estudantes por meio de um ensino epistemológico, a construírem-se e a reconstruírem-se de modo que eles tenham “um ensino produtivo e significativo cognitivamente, estabelecendo intrínseca relação com a solidariedade, a democracia e o desenvolvimento humano, enquanto ser social e histórico” (CARDOSO *et al.*, 2020, p. 684).

Neste artigo[3] apresentaremos o desenvolvimento cognitivo de três estudantes do nono ano do Ensino Fundamental, de uma escola pública paulista, localizada no município de Rio Claro/SP, ao realizarem atividades que possibilitaram o contato com o cenário defendido por Cardoso et. al. (2020). São atividades que exigiram dos

[3] Este artigo é recorte de uma dissertação de mestrado defendida no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, escrita pelo primeiro autor e orientada pela segunda autora.

REnCiMa, São Paulo, v. 13, n. 1, p. 1-24, jan./mar. 2022

estudantes o contato com um ambiente de programação e robótica, proporcionando-lhes o contato com “um ambiente caracterizado pela tecnologia e criatividade, estimulando o aprendizado de conceitos” (MORELATO *et al.*, 2010, p. 80). Nosso objetivo, neste artigo, é analisar a formação de conceitos matemáticos de estudantes ao trabalharem com a robótica e ambientes de programação em sala de aula.

A realização dessas atividades faz parte do cenário de investigação da pesquisa de mestrado de Silva (2018), que ocorreu com quatro turmas de estudantes do nono ano do Ensino Fundamental, totalizando 67 estudantes participantes da pesquisa, de uma escola pertencente ao Programa Ensino Integral, localizado no município de Rio Claro, interior do estado de São Paulo, onde, através do desenvolvimento de uma sequência de quatro planos de aula, pudemos observar as possibilidades do uso de ambientes de programação e robótica pelos estudantes para a formação de conceitos matemáticos.

O objetivo geral do desenvolvimento dessa sequência de quatro planos de aula foi realizar com os estudantes atividades que consistiam em resolução de problemas cujo contexto era parte da realidade dos estudantes e requeriam a aplicação de conceitos vinculados à divisão euclidiana, tendo o conceito resto como objeto principal do estudo. Para alcançarmos tal objetivo, utilizamos como recurso os kits de robótica Arduino Uno que foram programados por meio do software *Scratch for* Arduino. No entanto, além desse objetivo, a sequência também envolveu o estudo de congruência entre dois números inteiros (módulo n). Os quatro planos de aula foram planejados e desenvolvidos do seguinte modo:

O *Plano de Aula 1 — Ambientação com o software Scratch* foi desenvolvido com o objetivo de promover aos estudantes uma ambientação à linguagem de programação presente no software *Scratch*.

O *Plano de Aula 2 — Ambientação com o kit de robótica Arduino Uno e com a comunicação entre o kit de robótica e o software Scratch for Arduino* foi desenvolvido com o objetivo de promover aos estudantes uma ambientação ao software *Scratch* for Arduíno e aos kits de robótica Arduíno Uno.

O *Plano de Aula 3 — Significado do resto da divisão euclidiana* foi desenvolvido em sala de aula e teve como objetivo resolver uma tarefa de cunho matemático, utilizando robótica e programação, com o intuito de trabalhar o resto da divisão euclidiana, tendo como base um contexto do bairro onde a escola está localizada.

O *Plano de Aula 4 — Congruência entre dois números inteiros (módulo n)* foi desenvolvido em sala de aula e teve como objetivo promover aos estudantes um aprofundamento do conteúdo estudado no plano de aula 3, conduzindo-os a generalizarem o conceito de congruência entre dois números inteiros (módulo n). Dizemos que dois números inteiros *a* e *b* são *congruentes módulo n*, sendo *n* um número inteiro maior do que 1, se *a* e *b* possuírem mesmo resto quando divididos por *n*.

Neste artigo, apresentaremos e discutiremos algumas situações que ocorreram durante o desenvolvimento do plano de aula 3 e 4 e que tiveram a participação de três estudantes: Leandro, Leonardo e Davi, que trabalharam juntos na realização das tarefas. Os estudantes foram identificados respeitando a escolha dos responsáveis de cada um deles, que optaram entre utilizar nome fictício e utilizar o nome verdadeiro.

Leandro foi medalhista da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) em 2014, 2015 e 2017 e considera que conseguiu desenvolver alguns pontos das atividades dos planos de aula devido ao raciocínio adquirido no curso que ele realizou no Programa de Iniciação Científica Júnior (PIC) da OBMEP, como por exemplo, encontrar o padrão dos tempos para deduzir a congruência entre dois números e chegar à generalização. Leonardo foi medalhista da Olimpíada Brasileira de Astronomia (OBA) em 2015 e Davi foi medalhista da OBMEP em 2015, da OBA em 2016 e fez o curso do PIC em 2016. Assim como Leandro, o estudante Davi também considera que o curso do PIC lhe ensinou a resolver os problemas matemáticos que ele encontra em sala de aula ou nos livros, inclusive, na resolução das atividades pertencentes aos planos de aula da pesquisa que realizamos.

Davi, Leandro e Leonardo já conheciam o ambiente de programação do software *Scratch*. Leandro e Leonardo conheceram o software através da disciplina eletiva de um professor da escola que buscava ensinar lógica de programação aos estudantes por meio do software. Leandro aprendeu lógica de programação no *Scratch* com a criação de jogos e criou um clube juvenil sobre programação em *Scratch* para ensinar os colegas e demais estudantes da escola. Clube juvenil é a denominação dada aos encontros semanais ofertados por estudantes aos colegas da escola visando o ensino de algo relacionado à sua expertise.

Leonardo usava o *Scratch* para realizar alguns trabalhos da disciplina de Língua Portuguesa, além de ter um kit de robótica Arduino em casa e ser motivado

REnCiMa, São Paulo, v. 13, n. 1, p. 1-24, jan./mar. 2022

pelo pai a construir protótipos e programá-los. Davi, inspirado pela disciplina eletiva do professor, mencionada no parágrafo anterior, começou a estudar em casa sobre o software e a fazer programações.

Essa caracterização dos sujeitos far-se-á necessária para que possamos compreender o seu ambiente social e a sua historicidade, que se fizeram presentes nos diálogos durante a realização das atividades. As vivências de cada um dos estudantes os conduziram durante a interação com o ambiente de programação e o kit de robótica, bem como os guiaram nas discussões durante a atividade.

Na próxima seção deste artigo, apresentaremos o referencial teórico que nos guiou na análise da formação de conceitos desses estudantes. Posteriormente, apresentaremos a metodologia adotada na investigação para que, por fim, possamos apresentar uma discussão acerca da formação de conceitos dos três estudantes, o que ocorreu durante a realização de uma atividade com kit de robótica.

2 Formação de conceitos

Em nossas investigações, temos nos pautado nas concepções e premissas da teoria histórico-cultural acerca da formação de conceitos do indivíduo. O processo de formação de conceitos, segundo Vygotski (2014), é composto fundamentalmente por três fases. A primeira fase, que é frequente em indivíduos de pouca idade, é caracterizada por acúmulos desorganizados, baseados em ideias e percepções que, de algum modo, estão relacionados entre si em uma imagem para os indivíduos.

Essa primeira fase do processo de formação de conceitos da criança decompõe-se em três etapas. A primeira etapa é marcada por ser o período de ensaios e erros no pensamento infantil, no qual “a criança toma e agrupa as figuras ao acaso, testando-os sucessivamente e substituindo uns com os outros quando o experimentador descobre seus erros” (VYGOTSKI, 2014, p. 136). A segunda etapa é marcada pelo sincretismo gerado por aquilo que a criança percebe e organiza em seu campo visual, sendo guiada, ainda, “pelas conexões subjetivas criadas pela sua própria percepção” (VYGOTSKI, 2014, p. 137). A terceira etapa é marcada pela presença de uma base complexa que faz com que a criança forme a imagem sincrética segundo um único significado gerado previamente por ela com base em suas percepções, que ainda carecem de uma coerência interna.

A segunda fase do processo de formação de conceitos, nomeada de

REnCiMa, São Paulo, v. 13, n. 1, p. 1-24, jan./mar. 2022
REnCiMa
Revista de Ensino de Ciências e Matemática

pensamento em complexos, "tende à formação de conexões, o estabelecimento de relações entre diferentes impressões concretas, à união e generalização de objetos distintos, ao ordenamento e à sistematização da experiência da criança" (VYGOTSKI, 2014, p. 138). Nessa fase, a criança começa a desenvolver uma relação objetiva entre os elementos, mas que ainda não são os verdadeiros conceitos, por isso denominados complexos.

Essa segunda fase da formação de conceitos é composta por cinco tipos de complexos. O primeiro, nomeado de *associativo,* é o complexo formado por qualquer relação concreta que a criança estabelece entre elementos que podem não estar relacionados entre si. Dessa forma, "qualquer conexão associativa entre o núcleo e outro elemento do complexo é razão suficiente para que a criança o inclua no grupo e lhe designe um apelido familiar" (VYGOTSKI, 2014, p. 140). A criança que está desenvolvendo esse complexo, não consegue dizer o nome real de um objeto. Para ele, nomear um objeto significa dizer seu apelido, isto é, uma nomeação ou qualificação individualizada para si, que indica uma determinada característica do objeto.

O segundo tipo de complexo é nomeado de *coleções*. Nesta etapa, marcada pela experiência concreta visual e prática, a criança cria coleções de objetos concretos segundo um determinado atributo (leva-se em consideração a heterogeneidade dos objetos), que ao final, se complementam dentro do agrupamento que ele faz. A inclusão de objetos com o mesmo atributo é o que diferencia as coleções dos complexos associativos.

O terceiro é nomeado de *complexo em cadeia*. Nesta etapa ocorre a transmissão de significado entre elementos que já constituem o complexo, ou seja, não é a associação ou agrupamentos de novos elementos com base em uma característica comum. Não se agrupa novos elementos, mas, sim, estabelece-se uma relação entre elementos isolados, gerando uma fusão entre o complexo e os seus elementos, ou seja, os atributos passam por infinitas alterações.

Complexo difuso é o quarto tipo de complexo e refere-se à união de elementos concretos através de um atributo comum. É a constituição de grupo de objetos ou elementos por meio de conexões difusas e indeterminadas. "Os complexos que resultam desse tipo de pensamento são tão indefinidos que podem, na verdade, não ter limites" (VYGOTSKY, 2008, p. 81), pois novas conexões podem surgir ao passo

REnCiMa, São Paulo, v. 13, n. 1, p. 1-24, jan./mar. 2022

que novos objetos são agrupados e novos atributos vão se tornando perceptíveis à criança.

O quinto tipo de complexo é conhecido por *Pseudoconceito*. Ele recebe esse nome, pois refere-se à generalização formada na mente da criança, que, psicologicamente, ainda não é o conceito, é um complexo. Embora produzam resultados parecidos, o processo pelo qual são obtidas essas generalizações não é o mesmo processo pelo qual ocorre o pensamento conceitual. Esse estágio caracteriza a transição do pensamento por complexos e a fase seguinte: a verdadeira formação de conceitos.

Em termos gerais, um complexo poderá gerar um conceito. Essa transição não é perceptível à criança, pois os pseudoconceitos coincidem com os conceitos do adulto, em termos de conteúdo, quando a comunicação entre a criança e o adulto é estabelecida através da linguagem, com operações mentais diferentes. “Assim, a criança começa a operar com conceitos, a praticar o pensamento conceitual antes de ter uma consciência clara da natureza dessas operações” (VYGOTSKY, 2008, p. 86).

Na terceira fase da formação de conceitos há a presença da abstração e da lógica. A abstração passa a ser o elemento chave desse processo, estabelecendo uma relação entre o indivíduo e o objeto, pois o essencial do conceito é internalizado e passa a ocorrer a compreensão de que ele faz parte de um sistema.

No estágio de desenvolvimento da abstração, ocorre, primeiramente, a formação dos *conceitos potenciais*, que são os resultados de uma abstração isolante de certos atributos comuns, que faz com que o agrupamento dos objetos não seja mais com base nas semelhanças mais fortes entre eles, mas, sim, com base em um único atributo, em uma essência. E, em seguida, ocorre a formação dos *verdadeiros conceitos*.

Portanto, a formação de conceitos acontece pela formação de complexos através de diferentes estágios e pela formação de conceitos potenciais, ambos dirigidos pela linguagem, seus significados, pelos signos e instrumentos

3 Metodologia

Os dados apresentados e discutidos nesse trabalho foram produzidos na modalidade qualitativa de pesquisa (GATTI; ANDRÉ, 2013), pois a ênfase esteve na compreensão do processo pelo qual os estudantes aprendem ao realizarem

REnCiMa, São Paulo, v. 13, n. 1, p. 1-24, jan./mar. 2022

Revista de Ensino de Ciências e Matemática

atividades matemáticas com kit de robótica e linguagem de programação. Recorremos a uma abordagem qualitativa de natureza interpretativa, uma vez que a questão proposta para ser pesquisada foi estabelecida de acordo com o fenômeno que se pretendia estudar no seu contexto natural e em toda a sua complexidade (BOGDAN; BIKLEN, 1999), permitindo a compreensão de como os sujeitos pensam e agem em um determinado contexto.

Sendo o significado dos fenômenos uma preocupação essencial na abordagem qualitativa (BORBA; ARAÚJO, 2012; GOLDENBERG, 2013; LINCOLN; GUBA, 1985; WELLER; PFAFF, 2013), a multiplicidade de procedimentos tornou-se relevante, pois permitiu que tivéssemos uma compreensão mais abrangente do fenômeno estudado (ARAÚJO; BORBA, 2012). Sendo assim, recorremos a diferentes procedimentos metodológicos para produção dos dados, como gravações de áudio e vídeo como instrumento de registro e observação dos encontros presenciais, caderno de campo, análise das produções dos estudantes e entrevista com os estudantes e com a professora responsável pelas turmas, com o objetivo de aprofundar o estudo de quando ocorre a formação de conceitos matemáticos dos sujeitos no contexto do fenômeno investigado.

Os encontros ocorreram de forma presencial nas aulas da componente curricular *Práticas de Matemática*, pertencente à grade de componentes regulares da instituição. Todos os estudantes das quatro turmas de nono ano do Ensino Fundamental regularmente matriculados na instituição participaram da pesquisa de campo, uma vez que as ações realizadas faziam parte de uma parceria estabelecida entre a instituição e a universidade para que kits de robótica Arduino Uno e *netbooks* presentes na escola pudessem ser utilizados nos processos de ensino-aprendizagem (SILVA, 2018).

Para o registro dos documentos produzidos pelos estudantes por meio do software *Scratch for* Arduino, utilizamos o software *FlashBack* Express 5[4], que permite o monitoramento das ações de quem está executando as tarefas no computador através da captação de tela, além de gravar o áudio e a imagem de quem está utilizando a máquina. Quanto aos recursos didáticos, utilizamos o kit de robótica Arduino Uno e o software *Scratch for* Arduino.

[4] Disponível em: https://www.flashbackrecorder.com/express/

REnCiMa, São Paulo, v. 13, n. 1, p. 1-24, jan./mar. 2022

Desse modo, os dados que discutiremos e apresentaremos, a seguir, foram articulados com as gravações, anotações dos estudantes e a entrevista. Para isso, apresentaremos alguns episódios que ocorreram durante o desenvolvimento dos planos de aula 3 e 4.

4 Desenvolvimento das tarefas

A tarefa que os estudantes tinham que desenvolver no plano de aula 3 teve por objetivo propiciar a discussão que buscava instigar nos estudantes a percepção do fato que o resto de uma divisão euclidiana de números naturais ou inteiros possuem diferentes significados, como por exemplo, prever o que aconteceria em um determinado momento futuro em um evento cíclico, bem como perceber o significado da sobra da operação de divisão euclidiana. Para alcançar esse objetivo, solicitamos que os estudantes construíssem o protótipo de um semáforo com o kit de robótica Arduino Uno o programassem com os LED conectados ao Breadboard, sendo alimentado pelo Arduino através do S4A. E ainda, foi proposto que o programassem de modo que o sinal vermelho permanecesse ligado por 5 segundos, o sinal verde permanecesse ligado por 4 segundos e o sinal amarelo permanecesse ligado por 3 segundos, nessa ordem.

Após terem finalizado a programação e com o intuito de introduzir os conceitos de periodicidade e eventos cíclicos, os estudantes foram questionados sobre quantos segundos o semáforo demoraria para voltar à posição inicial. Esse questionamento foi colocado para que eles começassem a analisar a programação e construção realizadas com o S4A e Arduino e compreendessem que período é o espaço de tempo em que um evento ocorre, ou seja, nesse problema o período é de 12 segundos (5 segundos + 4 segundos + 3 segundos). E ainda, o questionamento contribuiu para que compreendessem que evento cíclico é a ocorrência do mesmo evento regularmente, como o funcionamento do semáforo que, a cada 12 segundos, volta a repetir a sequência de cores e tempo.

Em seguida, foi dada a seguinte tarefa: *Um motorista saiu da frente da escola com seu carro no momento exato em que o semáforo da Avenida Ulysses Guimarães*[5] *começou a funcionar e chegou nesse semáforo x segundos após ele ter começado a funcionar. Quando o motorista chegou ao semáforo, qual sinal (vermelho, verde ou*

[5] A avenida Ulysses Guimarães é uma avenida conhecida pelos moradores do município de Rio Claro e localiza-se próxima à escola onde os estudantes estudavam.

REnCiMa, São Paulo, v. 13, n. 1, p. 1-24, jan./mar. 2022

amarelo) estava aparecendo?

Para cada dupla ou trio, o tempo x assumia um valor diferente. Para Leandro, Leonardo e Davi, x era correspondente a 5 minutos e 16 segundos. A programação que eles criaram para que o protótipo do semáforo funcionasse, pode ser observada na Figura 1.

Figura 1: Programação do semáforo feita pelos três estudantes no software S4A

Fonte: Dados de Pesquisa

Na Figura 1 podemos observar que os estudantes colocaram um bloco de controle para iniciar a execução do algoritmo criado e que os comandos para as luzes (LED) do semáforo acenderem foram inseridos dentro de um bloco de controle que repete sempre o que lá está, ou seja, para sempre as luzes do semáforo acenderiam e apagariam no tempo programado por eles.

Os blocos *digital on* e *digital off* são os responsáveis pelos LED acenderem e apagarem, respectivamente. A entrada digital 11 era correspondente ao LED vermelho, a entrada digital 13 era correspondente ao LED verde e a entrada digital 12 era correspondente ao LED amarelo. Assim, na programação dos três estudantes, a luz vermelha do semáforo acenderá no mesmo tempo em que a luz amarela apagará. A luz vermelha ficará acesa por 5 segundos e, após, a luz verde acenderá e a luz vermelha apagará. A luz verde ficará acesa por 4 segundos até a luz amarela ser acesa e ela ser apagada. A luz amarela ficará acesa por 3 segundos até ser apagada no momento em que a luz vermelha for acesa, e assim, sucessivamente.

Dada a tarefa ao trio de estudantes, não demorou muito para que Leonardo fizesse a relação do problema com o tempo total em que ocorre o funcionamento completo do semáforo: 12 segundos. Assim, o estudante calculou em um papel quanto

REnCiMa, São Paulo, v. 13, n. 1, p. 1-24, jan./mar. 2022

é 5 minutos e 16 segundos dividido por 12 e alterou a programação trocando o bloco de controle *sempre*, pelo bloco de controle *repita*, para inserir o valor encontrado no cálculo de divisão, entendendo que esse valor era a quantidade de vezes que o período 12 da programação se repetiria, baseando-se na programação para formular o algoritmo que estava fazendo no papel.

No entanto, Leandro percebeu que a programação não estava correta, pois não estava sendo executada no tempo dado. O estudante, então, percebeu que precisariam desenvolver um passo anterior, que era o de transformar 5 minutos e 16 segundos em 316 segundos, que é a unidade de medida utilizada na programação. Ele divide 316 segundos por 12 segundos e encontra o valor 26,33 e faz a interpretação desse valor no contexto da tarefa usando a programação realizada por eles, como pode ser observado no diálogo apresentado a seguir, em que os destaques são para chamar a atenção do leitor às falas correspondentes.

> *Leandro: Então vai dar 26 vezes. Esse ciclo aqui vai repetir 26 vezes e 0,33. É, vai parar no vermelho, Leonardo. [...] Veja! Cada minuto tem 60 segundos.*
> *Davi: correto!*
> <u>*Leandro: São 5 minutos [...] deu 26 vezes... calma... vai dar 26 vezes... então eu vou colocar repita 26 vezes e ele vai parar no ponto. Se colocar ele para repetir 26 vezes mais 1/3...*</u>
> <u>*Leonardo: Por que 1/3?*</u>
> <u>*Leandro: Porque o quociente será 26,33, ou seja, repetirá 26 vezes e terá ainda 0,33 que é 1/3.*</u>
> *Davi: Mano, para e pensa! 10 vezes isso aí dá quanto?*
> <u>*Leandro: Não, espera! 1/3 de 12 é 4, então, vai parar no vermelho.*</u>
> <u>*Davi: Certeza?*</u>
> <u>*Leandro: 1/3 de 12 é 4, não é?*</u>
> <u>*Davi: Sim*</u>
>
> <u>*Leandro: então vai parar no vermelho! Vou colocar aqui para você ver [ele altera o valor numérico do bloco repita para 26.33, como mostra a Figura 1]. Agora espera 5 minutos e 16 segundos para confirmar.*</u>
>
> (Diálogo entre Leandro, Davi e Leonardo, 2017).

Após essa discussão do trio de estudantes, eles elaboraram uma nova programação no software utilizando o bloco *repita* e com o comando de repetir 26,33 vezes o período 12, que pode ser observada na Figura 2.

No diálogo, apresenta-se o raciocínio utilizado por Leandro e seus colegas para resolver a tarefa atribuída a eles e, ao analisarmos o que eles explicitam em suas falas, podemos conjecturar a respeito da formação de conceitos do estudante. Além de reconhecer a utilização da divisão nesse contexto, Leandro soube utilizar os conceitos envolvidos na aplicação da divisão, manifestando a presença de um

REnCiMa, São Paulo, v. 13, n. 1, p. 1-24, jan./mar. 2022

conceito potencial referente à divisão euclidiana.

Figura 2: Imagem estática da interface do software com a programação dos estudantes

Fonte: Dados de Pesquisa

O conceito é uma abstração e os objetos passam a ser agrupados com base em um único atributo, sendo a abstração o elemento chave desse processo que poderá gerar a formação dos verdadeiros conceitos (VYGOTSKY, 2008).

> Os conceitos potenciais já desempenham um papel no pensamento por complexos, considerando-se que a abstração também ocorre na formação dos complexos. Os complexos associativos, por exemplo, pressupõem a "abstração" de um traço comum em diferentes unidades. Mas enquanto o pensamento por complexos predomina, o traço abstraído é instável, não ocupa uma posição privilegiada e facilmente cede o seu domínio temporário a outros traços. Nos conceitos potenciais propriamente ditos, um traço abstraído não se perde facilmente entre os outros traços. A totalidade concreta dos traços foi destruída pela sua abstração, criando-se a possibilidade de unificar os traços em uma base diferente. Somente o domínio da abstração, combinando com o pensamento por complexos em sua fase mais avançada, permite à criança progredir até a formação dos conceitos verdadeiros. Um conceito só aparece quando os traços abstraídos são sintetizados novamente, e a síntese abstrata daí resultante torna-se o principal instrumento do pensamento (VYGOTSKY, 2008, p. 97-98).

Os conceitos potenciais são os resultados de uma abstração isolante de certos atributos comuns, que faz com que o agrupamento dos objetos não seja mais com base nas semelhanças mais fortes entre eles, mas, sim, com base em um único atributo, em uma essência. Eles "podem ser formados tanto na esfera do pensamento perceptual como na esfera do pensamento prático, voltados para a ação – com base em impressões semelhantes, no primeiro caso, e em significados funcionais semelhantes, no segundo" (VYGOTSKY, 2008, p. 97).

Segundo Vygotsky (2008), esse processo de abstração que gerará o verdadeiro

REnCiMa, São Paulo, v. 13, n. 1, p. 1-24, jan./mar. 2022

conceito ocorrerá na adolescência. Em seu estudo experimental para estudar as operações efetuadas com os conceitos, por adolescentes, o autor encontrou uma discrepância entre a capacidade de formação de conceitos e a capacidade de definição de conceitos, desses adolescentes.

> O adolescente formará e utilizará um conceito com muita propriedade numa situação concreta, mas achará estranhamente difícil expressar esse conceito em palavras, e a definição verbal será, na maioria dos casos, muito mais limitada do que seria de esperar a partir do modo como utilizou o conceito (VYGOTSKY, 2008, p. 99).

Outro obstáculo enfrentado pelos adolescentes nessa fase da formação de conceitos é a aplicação do conceito que eles formaram através de uma situação específica, em um novo grupo de objetos cujos atributos sintetizados aparecem em configurações diferentes, pois estes não estarão mais vinculados à situação original.

Pela fala do estudante, é possível conjecturar que ele entendia o significado do quociente, pois ele mencionou com convicção que o número 26 representava o número de vezes que a programação de 12 segundos repetiria. Além disso, o estudante mostrou entender a estrutura de um número decimal, em que 26 é a parte inteira e 0,33 é a parte decimal do número 26,33, sendo 0,33 correspondente, aproximadamente, à fração 1/3, compreendendo que 26,33 equivale a 26 mais 0,33, ou seja, aproximadamente 26 mais 1/3.

E nesse momento, nos parece que Leandro mostrou compreender como interpretar uma fração em um contexto diferente do que ele estava habituado. Ele percebeu que 1/3 se referia a uma parcela do período de realização do ciclo completo do sistema de semáforo. Encontrou quanto valeria, em segundos, 1/3 de 12 segundos e acrescentou ao total de voltas completas que o evento cíclico daria. Essa aplicação e compreensão de Leandro sobre fração e números decimais, envolvem elementos que evidenciam a presença do verdadeiro conceito sobre esses conteúdos.

Na verdadeira formação de conceitos há a presença de generalizações, ou seja, o conceito desenvolvido indica que houve algo além da unificação de elementos em grupos característicos, além, é claro, de

> *abstrair, isolar* elementos, e examinar os elementos abstratos separadamente da totalidade da experiência concreta de que fazem parte. Na verdadeira formação de conceitos, é igualmente importante unir e separar: a síntese mesma é o excesso, a superprodução de conexões e a debilidade da abstração (VYGOTSKY, 2008, p. 95, grifo do autor).

Os três estudantes resolveram a tarefa sem abordar o resto da divisão euclidiana por não se limitarem a trabalhar com números inteiros. Então, foi solicitado que eles calculassem a mesma divisão apenas com números inteiros e tentassem achar alguma relação com o resto da divisão e a cor do semáforo.

Não foi preciso muitos cálculos. Leandro mencionou que a parte decimal do quociente é o que gera o resto quando a divisão é apenas com números inteiros e, portanto, a relação do resto da divisão euclidiana com a cor do semáforo seria a mesma relação da parte decimal do quociente com a cor do semáforo. O estudante fez as contas rapidamente e mencionou que o resto seria 4, que é exatamente 1/3 de 12, como eles haviam calculado e que, portanto, essa é a relação. Nesse momento, com as falas de Leandro ficou evidente que o resto da divisão euclidiana pode ser um conceito potencial do estudante.

Davi ficou intrigado ao ver que, de fato, o cálculo da divisão e o conhecimento sobre o significado de cada elemento que a compõe pode ser determinante na resolução de situações do cotidiano e que a divisão não é simplesmente algo sem conexões que ele sempre fez. Ele percebeu que havia uma aplicabilidade prática da divisão entre números.

Em entrevista, Leandro mencionou que o raciocínio utilizado na programação o levou a compreender que se tratava de um problema de divisão, a visualizar cada componente da divisão e a realizar os diversos raciocínios que ele desenvolveu até obter a conclusão final do problema. Para o estudante, o protótipo ajudou a validar o raciocínio desenvolvido. Com ênfase, Leandro mencionou que pensar em algoritmo na resolução do problema, ao envolver a programação na resolução, e pensar em cada parte da programação de modo que ao executar, todas essas partes se conectassem, o estimulou e o deixou animado em querer resolver o problema e se aprofundar no cálculo da divisão para encontrar a solução, de modo a conectar a divisão com a programação.

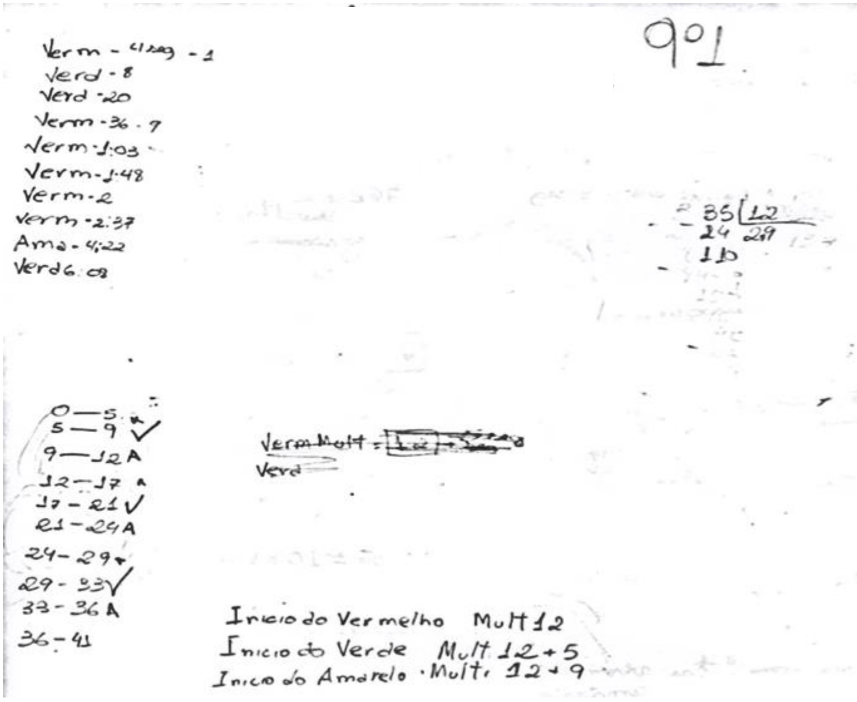
Em relação ao plano de aula 4, a tarefa que os estudantes tinham que desenvolver teve o objetivo de promover a percepção de quando dois números inteiros são congruentes, a partir do resto da divisão euclidiana deles por um mesmo número natural. Foi solicitado que os estudantes construíssem o mesmo protótipo do semáforo do plano de aula 3 e construíssem, novamente, o algoritmo da programação com as mesmas características, programassem o semáforo para que ele funcionasse e

REnCiMa, São Paulo, v. 13, n. 1, p. 1-24, jan./mar. 2022

parasse após 4 segundos, 8 segundos, 20 segundos, 36 segundos, 1 minuto e 3 segundos, 1 minuto e 48 segundos, 2 minutos, 2 minutos e 37 segundos, 4 minutos e 22 segundos e 6 minutos e 8 segundos, e observassem em quais cores o semáforo parou tentando estabelecer alguma relação entre as simulações efetuadas.

Como no plano de aula 3 eles estudaram o significado do resto de uma divisão euclidiana de números inteiros, esperava-se que eles procurassem usar o resto da divisão ao tentarem estabelecer a relação. Ao iniciar o desenvolvimento da tarefa, eles encontraram a cor do semáforo utilizando cálculo mental somando sucessivamente de 12 em 12. A Figura 3 mostra as anotações feitas pelo trio de estudantes.

Figura 3: Anotações de Leandro, Leonardo e Davi utilizando somas sucessivas.



Fonte: Dados da Pesquisa

Após terem realizado os cálculos apresentados na Figura 3, os estudantes começaram a pensar sobre a relação entre os cálculos e as simulações no ambiente de programação. Uma vez que o diálogo é importante para que possamos perceber e analisar o desenvolvimento cognitivo dos estudantes, apresentaremos, a seguir, o diálogo dos três estudantes no momento de busca pela relação entre os valores dados a eles.

Leandro: Olha! Do 0 ao 5 é vermelho na programação.
Davi: Certo!
Leandro: Do 5 ao 9 é verde e do 9 ao 12 é amarelo, certo? Aí vem do 12 ao 17, vermelho.
Davi: Isso, vermelho!

Leandro: Do 17 ao.. 17 mais 4, 21, e.. 21 ao 24...
[Leandro começa a executar a programação e a observar a sequência do semáforo ao mesmo tempo em que observa o cronômetro do celular]
Leandro: Davi! Davi! Pensa comigo! Olha isso que está acontecendo, o que você vê?
Davi: Do 0 ao 5 aumenta 5, do 5 ao 9 aumenta 4, do 9 ao 12 aumenta 3, do 12 ao... não dá errado.
Davi: Olha, dá para fazer uma relação entre eles, marca aqui do lado isso que estamos encontrando.
Leandro: Então agora vai! Do final para o começo desse são 7 segundos de intervalo, então são todos múltiplos de 7 mais 5... isso! Os vermelhos são todos múltiplos de 7 mais 5, deu para entender? Olha, 7 mais 5?
Davi: 12
Leandro: Isso! Entendeu?
[Eles ficam pensativos]
Leandro: Na verdade são todos múltiplos de 5 mais 7
Davi: É?
Leandro: Da na mesma... e agora, é múltiplo de 5 mais 7 ou é múltiplo de 7 mais 5? Porque se eu aumentar 5 vai para 17 e se eu aumentar 7 vai para 24.
Leonardo: Vocês estão errados! É um evento cíclico de período 12, lembram da aula passada? Então são todos múltiplos de 12. Na aula passada a gente fez a divisão em que todos tinham o mesmo divisor e lembram que nós aprendemos que o quociente é o valor que multiplicado por 12 dá o tempo do semáforo? Então, significa que todos os tempos serão múltiplos de 12!
Leandro: Ah, é verdade! Então aqui é tudo múltiplo de 12, aqui é tudo múltiplo de 12 mais 5 e aqui é múltiplo de 12 mais 9. Vou marcar aqui.
(Diálogo entre Leandro, Davi e Leonardo, 2017).

Ao analisar o diálogo dos estudantes, podemos identificar como se deu o processo inicial do desenvolvimento cognitivo deles na busca por uma relação entre os tempos e as cores do semáforo. É possível observar a importância de poderem visualizar a programação e as conjecturas que eles formaram. Notamos, também, que ao fazer conexão com a tarefa da aula anterior, Leonardo estava aplicando nessa nova tarefa, os conceitos em formação na aula passada.

Depois que encontraram essa relação mencionada por Leonardo e Leandro nas duas últimas falas em destaque, os estudantes começaram a validar com os minutos e segundos dados para eles e perceberam que a relação seria: LED vermelho: múltiplo de 12 mais o intervalo [1, 5]; verde: múltiplo de 12 mais o intervalo [6, 9]; amarelo: múltiplo de 12 mais o intervalo [10, 12].

Nesse diálogo, os estudantes estavam buscando encontrar uma relação entre as cores e os tempos em minutos e segundos e não relacionaram, inicialmente, com o algoritmo euclidiano da divisão realizada na aula anterior. Isso revela que a utilização da divisão na mesma tarefa da aula anterior não foi tão significativa ao processo de aprender, pois mesmo diante de uma tarefa parecida porém com valores diferentes, eles não perceberam que a resolução seria a mesma. Até para encontrar as cores

REnCiMa, São Paulo, v. 13, n. 1, p. 1-24, jan./mar. 2022

Revista de Ensino de Ciências e Matemática

eles não utilizaram o algoritmo euclidiano da divisão e sim somas sucessivas, enfatizando que se trata de um conceito potencial.

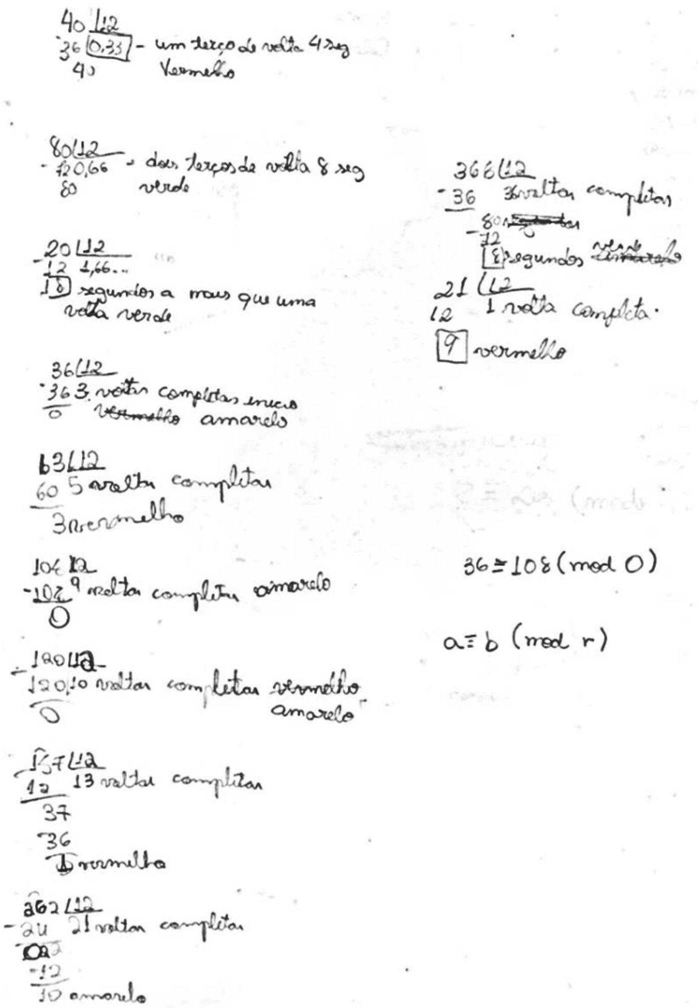
Leonardo esteve quieto até o momento em que ele lembra os colegas sobre a aula anterior. O estudante disse em entrevista que desde o início pensou na divisão, pois se o resto é que determina, no caso do semáforo, o tempo em que estará finalizada a chegada até o local após a última volta possível do semáforo, bastava dividir por 12, que era o período em que se dava a volta completa do semáforo e, em seguida, verificar o valor do resto mediante a cor da programação. O estudante mencionou que, como Leandro e Davi eram medalhistas da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas, ele deixou os amigos desenvolverem suas resoluções, pois podiam aparecer várias resoluções diferentes para a mesma situação.

Leandro e Davi disseram não terem pensado no algoritmo da divisão. Desde o início, Leandro pensou em encontrar as cores do semáforo para cada tempo e, como era de 12 em 12 segundos, ele foi somando, mas nem pensou que poderia ter dividido. Davi comentou que seguiu o amigo Leandro em seu raciocínio e confessou que, no momento, nem pensou que a divisão poderia ajudá-los. O que ele queria era encontrar a relação entre os números antes que todos os outros grupos da turma.

No entanto, no momento da realização da tarefa, ao ouvirem a explicação de duas estudantes, que compunha outro trio, sobre como elas encontraram a relação dos números através da divisão, Leandro e Davi resolveram usar a divisão e lembraram da aula anterior. Leonardo, por sua vez, ressaltou aos amigos que era isso que ele estava querendo que eles entendessem quando falou sobre a divisão e o período 12. Isto é, a riqueza de promover uma tarefa que estimula o desenvolvimento cognitivo dos estudantes é essa troca de conhecimento e saberes entre eles, que geram desenvolvimento e aprendizagem.

Eles, então, calcularam a divisão de todos os tempos dados, por 12, e encontraram o quociente e o resto, como se pode observar na Figura 4. Nas 3 primeiras contas utilizando o algoritmo de Euclides, os estudantes resolveram como Leandro calculou no plano de aula 3, utilizando números decimais e interpretando a parte decimal como fração.

Figura 4: Anotações de Leandro, Leonardo e Davi ao utilizarem divisão euclidiana para determinar a relação dos tempos com a cor do semáforo



Fonte: Dados da Pesquisa

Quando Leonardo mencionou que não precisava transformar em decimal, pois o que faria eles encontrarem a cor do semáforo seria o resto, Leandro e Davi passaram a trabalhar com quocientes inteiros e interpretaram o quociente e o resto da divisão. Ao procurarem a relação entre os números, perceberam que, se o resto estivesse entre 1 e 5, a cor sempre seria vermelho; se o resto estivesse entre 6 e 9, a cor seria sempre verde; e se o resto estivesse entre 10 e 12, a cor sempre seria amarelo.

Leandro apontou que, então, a relação só acontece porque o divisor é o mesmo, pois se o divisor não fosse o mesmo, não poderiam falar que havia relação entre eles, já que o tempo do evento cíclico não seria o mesmo. Para evidenciar essa consideração e reforçar esse momento de sistematização dos estudantes, apresentaremos a sequência de diálogos que eles teceram com o pesquisador, primeiro autor deste artigo, destacando algumas falas para chamar a atenção do leitor.

REnCiMa, São Paulo, v. 13, n. 1, p. 1-24, jan./mar. 2022

Será possível observar que, após Leandro desenvolver a generalização do conteúdo de congruência entre dois números (mod n), ele aplicou o conceito em uma situação diferente da situação apresentada na tarefa.

> *Eliel: Qual é a relação que você vê? Por exemplo, vamos ver só os que deram verde? [Leandro observa os cálculos que eles fizeram]. Qual a relação que você vê só entre os que deram verde?*
> *Leandro: Todos pararam em 8 segundos.*
> <u>*Eliel: Então, olhando para seus cálculos, eu posso falar que o 8 é igual ao 20?*</u>
> <u>*Leandro: Não sei se seria igual, pois 8 não é a mesma coisa que 20. Mas há uma relação entre eles, pois ao dividir ambos por 12 o resto é o mesmo, mas não acho que posso falar que eles são iguais. Não é possível que o 8 seja igual ao 20, não faz sentido... mas eles se relacionam por causa do 12 e do resto 8, só não sei como formalizar isso.*</u>

Na fala de Leandro, podemos observar que o estudante identificou que há uma relação entre os números 12 e 20 e que essa relação se deu por causa do resto 8. Pela necessidade do estudante em formalizar essa relação, o pesquisador os questionou quanto a possibilidade de poderem afirmar que 8 é côngruo a 20, introduzindo o termo côngruo, como segue no diálogo, a seguir:

> <u>*Eliel: Mas, por que eu posso falar que o 8 é côngruo a 20? O que eles têm em comum?*</u>
> <u>*Leandro: Quando eu divido por 12 sobra 8*</u>
> *Eliel: Me dê mais um exemplo de congruência.*
> *Leandro: É... vou pegar o vermelho, pois tem bastante... tem vermelho que sobra 4 e tem vermelho que sobra 0.*
> <u>*Eliel: Olha, aqui sobrou 4 [apontando para o cálculo de 4 segundos] e aqui sobrou 0 [apontando para o cálculo de 36 segundos], eu posso falar, então, que 4 é côngruo à 36?*</u>
> <u>*Leandro: Não, porque tem que sobrar o mesmo resto.*</u>

No diálogo apresentado, podemos conjecturar que Leandro esteja no estágio dos conceitos potenciais quanto à congruência entre dois números, pois podemos observar que o estudante realizou a abstração do atributo comum do conceito, fazendo as demais considerações com base nesse atributo. No entanto, o pesquisador identificou um erro na fala do estudante referente à relação da sobra 0 corresponder a cor vermelho do semáforo e questionou o estudante com o intuito de promover uma reflexão sobre o resto 0, como pode ser observado no diálogo a seguir.

> *Eliel: [...] agora, antes de você me dar o exemplo de congruência, me responda: o 0 é vermelho?*
> *Leandro: Ele é, pois é o início.*
> *Eliel: Mas sua programação começa com 1 ou 0? Olha aqui [apontando para o cálculo de 108 segundos]. O 9 representa o que?*
> *Leandro: 9 voltas completas.*
> *Eliel: E o resto?*

Leandro: Que ele não vai usar nenhum segundo da próxima volta, ele chegou junto com o término do semáforo.
Eliel: E vai terminar, então, com qual cor?
Leandro: amarelo. [fica em silêncio]. Ah, entendi, se ele vai terminar, ele vai chegar no amarelo, não quer dizer que ele vai chegar quando está mudando para o vermelho. Para ser vermelho ele voltaria para o número 1 da décima volta.

Em seguida, o pesquisador solicitou ao estudante que falasse um exemplo de congruência, ainda no mesmo contexto, como podemos observar no diálogo a seguir.

Eliel: Voltando a congruência, me dê um exemplo.
Leandro: 36 é côngruo à 108, pois quando você divide por 12 sobra 0.
Eliel: E como é que você escreveria a congruência deles?
Leandro: 36 côngruo 108, vou usar o símbolo que você ensinou, pois é como se fosse dizer que eles são iguais, mas eles não são iguais, são côngruos, que é o termo matemático que você me ensinou. Ah, espera, já ouvi esse termo. Davi, a professora já nos disse sobre congruência, não foi?
Davi: Sim, em Geometria.
Leandro: Isso, agora faz sentido. Do mesmo jeito que lá não podemos falar que são iguais, aqui também não podemos, por isso uso congruência. Ah, agora ficou fácil, Eliel. Existe uma congruência em 36 e 108, pois eles possuem características iguais, que são o resto 0 ao dividi-los por 12. Como eu posso representar isso aqui na folha após o 108 de modo que entendam que essa semelhança entre eles só existe por causa do resto?
Eliel: nós usamos o "mod".
Leandro: Então, vou colocar assim [escreve (mod 0) na folha]. Está certo? Dá para entender que são côngruos porque tem resto 0?
Eliel: Sim, é isso aí!

Em seguida, o pesquisador perguntou se o estudante conseguiria generalizar essa relação para todos os números. À priori, o estudante não entendeu o que seria generalizar a relação, mas no diálogo, a seguir, podemos observar que o estudante desenvolveu essa generalização com a mediação do pesquisador.

Apesar de, na formação do verdadeiro conceito, ocorrer a presença de generalizações, não podemos afirmar que esse diálogo caracteriza esse momento do desenvolvimento conceitual, uma vez que esse estágio da formação de conceitos exige um grau de abstração no qual o indivíduo toma consciência da sua própria atividade mental, internalizando a sua essência, desenvolvendo o unir (coexistência de generalizações) e o separar (diferenciação), que segundo Vygotsky (2008), são igualmente importantes na verdadeira formação de conceitos.

Eliel: Você conseguiria generalizar essa relação para todos os números?
Leandro: Como assim?
Eliel: Como é que eu poderia dizer que um número qualquer é côngruo a outro número qualquer?
Leandro: Primeiro você teria que ver se ambos estão divididos pelo mesmo número, nesse caso, foi o 12.

Eliel: Ok, mas a congruência é em função do resto ou do múltiplo?
Leandro: do resto!
Eliel: então como é que você escreveria de forma genérica?
Leandro: Ah, tá! Então, eu chamaria esses números de letras, pois é assim que expressamos números quando não sabemos seus valores, iguais as variáveis que criamos no jogo lá no laboratório com você [se referindo à tarefa do plano de aula 1]
Eliel: Ok
Leandro: Então, seria a côngruo à b módulo r que eu vou falar que é o resto, pois o resto também será uma variável, pois dependendo do valor de a e b será o valor do resto, certo?
Eliel: Você conseguiria, então, dizer para mim, em suas palavras, qual seria a definição de congruência?
Leandro: Seria quando um número, ele é dividido por um mesmo número que um outro, ou melhor falando, quando os dois números são divididos pelo mesmo número e eles dão o mesmo resto.

Para finalizar esse momento de sistematização, o pesquisador solicitou a Leandro que falasse um exemplo de congruência em um outro contexto. A seguir, apresentamos esse diálogo, na íntegra:

Eliel: Como eu poderia aplicar isso em outra situação?
Leandro: Deixa eu pensar... primeiro tem que ter um evento cíclico... ah, as parcelas do financiamento do carro do meu pai.
Eliel: Como assim?
Leandro: Minha mãe e meu pai financiaram um carro para cada um, só que o do meu pai é em 84 vezes e o da minha mãe, por causa de uma promoção, foi em 70 vezes, é... meses, 84 e 70 meses.
Eliel: E onde está a congruência?
Leandro: Vamos supor que você me pergunta em qual mês eles vão terminar de pagar o carro... ou melhor, você me pergunta se eles vão terminar de pagar no mesmo mês.
Eliel: Sim
Leandro: Então, se eles forem côngruos eles terminarão no mesmo mês, senão, não terminarão.
Eliel: E como é que você saberá disso?
Leandro: Poxa, Eliel, isso é simples. Divide 84 e 70 por 12 que é a quantidade de meses no ano e você vai ver se são côngruos pelo resto.
Eliel: Faz aí para eu ver.
Leandro: 84 por 12... 5 dá 60, 72, 84, dá resto 0. Ah, eles não vão ser côngruos, pois 70 não é múltiplo de 12, vai dar resto... 10... legal, eles não são côngruos, não tem congruência.
Eliel: Seu pai vai terminar primeiro ou depois que sua mãe?
Leandro: Depois, não, antes... calma, tenho que ver o quociente, não é? Ele é quem determina quantas voltas dá, nesse caso quantos anos passarão pagando. O do meu pai deu quociente 7 e o da minha mãe deu quociente 5. Nossa! Por mais que o resto dele tenha sido 0, o dela que é 10 fará ela pagar primeiro. Na verdade, não é isso, Eliel, é que ela pagará em 5 anos e 10 meses e ele pagará em 8 anos completos.
Eliel: E qual mês será o fim do pagamento da sua mãe e do seu pai?
Leandro: Mês?
Eliel: É, mês!
Leandro: Vishi! Calma aí... o 10 da minha mãe não é outubro... se eles começaram a pagar em setembro, o 10 será outubro, novembro, dezembro, janeiro, fevereiro, março, abril, maio, junho, julho, será julho!
Eliel: Isso aí!
Leandro: Ah, legal, então, para eu usar o resto eu preciso determinar o início, onde é

REnCiMa, São Paulo, v. 13, n. 1, p. 1-24, jan./mar. 2022

o ponto 1. Legal! Gostei, Eliel.

Ao analisar essa conversa dos estudantes com o pesquisador é possível perceber o desenvolvimento do pensamento de Leandro no processo de formação do conceito de congruência e ele aplicando esse conceito e o de resto em outras situações. Destacamos que Leandro conseguiu generalizar o conceito de congruência, mas isso não significa que tenha ocorrido a verdadeira formação do conceito, podendo ser apenas um complexo caracterizado como um Pseudoconceito.

Um Pseudoconceito é um complexo, ou seja, não é formado no campo do pensamento lógico abstrato, portanto, caracteriza-se por ser o agrupamento concreto de objetos que são ligados factualmente por meio da fala, que

> com seus significados estáveis e permanentes, indica o caminho que as generalizações infantis seguirão. No entanto, constrangido como se encontra, o pensamento da criança prossegue por esse caminho predeterminado, de maneira peculiar ao seu nível de desenvolvimento intelectual. O adulto não pode transmitir à criança o seu modo de pensar. Ele apenas lhe apresenta o significado acabado de uma palavra, ao redor da qual a criança forma um complexo – com todas as peculiaridades estruturais, funcionais e genéticas do pensamento por complexos, mesmo que o produto de seu pensamento seja de fato idêntico, em seu conteúdo, a uma generalização que poderia ter-se formado através do pensamento conceitual (VYGOTSKY, 2008, p. 84-85).

Uma vez que os pseudoconceitos coincidem com os conceitos do adulto, em termos de conteúdo, por meio da fala, não podemos afirmar que Leandro estava no estágio de formação de conceitos potenciais ou verdadeiro conceito. Em entrevista, o estudante mencionou que não foi difícil realizar a sistematização apresentada no diálogo anterior e que ter realizado todo o processo de raciocinar com a programação o ajudou a generalizar.

Porém, vale ressaltar que Leandro foi participante do Programa de Iniciação Científica Júnior (PIC) da Olimpíada Brasileira de Matemática da Escolas Públicas (OBMEP) que trabalha com generalizações com os estudantes do curso, o que pode ter contribuído nesse processo.

5 Considerações finais

Apresentamos o desenvolvimento cognitivo de três estudantes do nono ano do Ensino Fundamental de uma escola pública localizada no município de Rio Claro/SP, durante a resolução de duas tarefas que tinham por objetivo envolver o resto da divisão euclidiana e congruência entre dois números (mod n) através do uso de kit de robótica Arduino Uno e programação por meio do software *Scratch for* Arduino. Analisamos esse desenvolvimento à luz da formação de conceitos de Vygotsky (2014).

Ao analisar os diálogos dos estudantes, podemos observar que a compreensão do algoritmo no ambiente de programação os ajudou no desenvolvimento das tarefas e no estudo dos conceitos envolvidos na divisão de números inteiros. Cabe ressaltar ainda que, os estudantes Leandro, Leonardo e Davi pertenciam a um grupo de estudantes da rede pública paulista que são medalhistas da OBMEP e, portanto tiveram oportunidades de participação em ações que incentivam o desenvolvimento do raciocínio matemático. No entanto, observamos que aulas com robótica e programação podem ser aliados aos processos de ensino-aprendizagem da Matemática na Educação Básica com estudantes que não tiveram as mesmas oportunidades dos estudantes mencionados neste artigo, trazendo oportunidades de novas abordagens para o ensino de Matemática, como apresentamos em Silva (2018).

Observamos que o uso da robótica e da programação, aliada à atividade de conteúdo matemático, possibilitou o estudo do significado do resto da divisão euclidiana, bem como o significado do quociente e demais componentes do algoritmo da divisão euclidiana. O trabalho com robótica e programação exige do estudante um papel ativo no processo de aprendizagem de modo que ele mobilize outros conhecimentos que possui e faça conexões mentais entre o conhecimento já adquirido e aquele que se está produzindo na utilização desse material.

Referências

ARAÚJO, Jussara de Loiola; BORBA, Marcelo de Carvalho. Construindo pesquisas coletivamente em educação matemática. In: BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJJO, Jussara de Loiola. (Org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2012. p. 25-45.

BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari. **Investigação qualitativa em Educação:** uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1999.

BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola (Org.). **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2012.

CARDOSO, Meiri das Graças; LANÇA, Juliana Fernandes; SANADA, Viviane Roberta da Silva; ARAÚJO, Valdeci da Silva. Robótica Educacional enquanto recurso pedagógico: prática e teoria no processo de ensino-aprendizagem. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 11, n. 6, p. 682-697, outubro, 2020.

GADANIDIS, George; JAVARONI, Sueli Liberatti; SANTOS, Silvana Cláudia dos; SILVA, Eliel Constantino da. Computing in Mathematics Education: Past, Present, and Future. In: DANESI, Marcel. (Ed.). **Handbook of Cognitive Mathematics**. Cham: Springer, 2021, p. 1-35.

GATTI, Bernardete; ANDRÉ, Marli. A relevância dos métodos de pesquisa qualitativa em educação no Brasil. In: WELLER, Wivian; PFAFF, Nicolle. (Org.). **Metodologias de pesquisa qualitativa em educação**: teoria e prática. Petrópolis: Vozes, 2013, p. 29-38.

GOLDENBERG, Mirian. **A arte de pesquisar**: como fazer pesquisa qualitativa em ciências sociais. 13. ed. Rio de Janeiro: Record, 2013.

JAVARONI, Sueli Liberatti; SILVA, Eliel Constantino da. Pensamento computacional nos anos finais do ensino fundamental. In: ROSSI, Marco Antonio; SERRANO, Eliane Patricia Grandini. (Org.). **Educação e Sociedade**. Bauru: Canal 6 Editora, 2019, p. 147-167.

LINCOLN, Yvonna; GUBA, Egon. Postpositivism and the naturalist paradigm. In: LINCOLN, Yvonna; GUBA, Egon. **Naturalistic inquiry**. Londres: Sage Publications, 1985, p. 14-46.

MORELATO, Leandro de Almeida; NASCIMENTO, Ramiz Augusto de Oliveira; D'ABREU, João Vilhete Viegas; BORGES, Marcos Augusto Francisco. Avaliando diferentes possibilidades de uso da robótica na educação. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 1, n. 2, p. 80-96, julho, 2010.

SILVA, Eliel Constantino da. **Pensamento Computacional e a formação de conceitos matemáticos nos anos finais do ensino fundamental**: uma possibilidade com kits de robótica. 2018. 264f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho". Rio Claro.

SILVA, Eliel Constantino da; ZAMPIERI, Maria Teresa; JAVARONI, Sueli Liberatti. Pensamento computacional e programação: impactos na formação de professores e contribuições para práticas pedagógicas interdisciplinares. In MARTINS, Amilton Rodrigo de Quadros; ELOY, Adelmo Antonio da Silva. A. (Org.). **Educação Integral por meio do pensamento computacional**. Curitiba: Appris, 2019, p. 206 – 231.

VYGOTSKY, Lev Semenovich. **A formação social da mente**: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. 7. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2008.

VYGOTSKY, Lev Semenovich. **Obras Escogidas**: Tomo II. Madrid: Machado Nuevo Aprendizaje, 2014.

WELLER, Wivian; PFAFF, Nicolle. **Metodologias de pesquisa qualitativa em educação**: teoria e prática. Petrópolis: Vozes, 2013.