

## **PROBABILIDADE NOS ANOS INICIAIS DA EDUCAÇÃO BÁSICA: contribuições de um programa de ensino**

**Tânia M. M. Campos**

Pós-doutora em Matemática e Educação Matemática - Brasil  
taniammcampos@hotmail.com

**José Ivanildo Felisberto de Carvalho<sup>1</sup>**

Mestre em Educação  
Universidade Federal de Pernambuco UFPE – PE - Brasil  
ivanfcar@hotmail.com

### **Resumo**

Este trabalho discute questões sobre o ensino de probabilidade nos anos iniciais da Educação Básica quando da realização de uma mesa redonda sobre Probabilidade no 1º Encontro de Estatística, Probabilidade e Combinatória nos Anos Iniciais – Encepai. Em um primeiro momento, discorremos sobre as diretrizes apontadas pela literatura atual com respeito ao ensino e à aprendizagem da probabilidade nesta etapa de escolaridade, incluindo observações do que propõe a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) atualmente em processo de implementação no Brasil. Seguidamente, apresentamos e discutimos cinco atividades que integram um programa de ensino sobre probabilidade e risco desenvolvido por Bryant e Nunes (2012). Considerando melhorar a formação de professores, é preciso ter em pauta propostas de inovação curriculares que envolvam o estudo das noções sobre probabilidade – desde as ideias sobre aleatoriedade, perpassando pelos conceitos de espaço amostral e quantificação de probabilidades, até a noção de risco. Esse rol de atividades coaduna em contribuir com abordagens significativas em sala de aula tendo em vista uma construção processual do conhecimento probabilístico nos anos iniciais da Educação Básica.

Palavras-chave: Probabilidade. Risco. Ensino e Aprendizagem de Probabilidade. Formação de Professores.

## **PROBABILIDAD EN EL PRIMEROS AÑOS DE EDUCACIÓN BÁSICA: contribuciones de un programa educativo**

### **Resumen**

En este trabajo se discute cuestiones sobre la enseñanza de probabilidad en los primeros años de la Educación Básica en ocasión de una mesa redonda sobre Probabilidad en el 1º *Encuentro sobre Estadística, Probabilidad e Combinatória nos Anos Iniciais* – Encepai. En un primer momento, escribimos sobre las directrices reportados en la literatura actual con respecto a la enseñanza y el aprendizaje de la probabilidad en esta etapa educativa, incluyendo observaciones propuestas por la Base Nacionales Común Curricular (BNCC) en curso de

<sup>1</sup> Atualmente doutorando bolsista do projeto 19378 OBEDUC/CAPES (Ministério da Educação Brasil).

proceso de ejecución en Brasil. A continuación, hemos presentado y discutido, cinco actividades que forman parte de un programa educativo sobre la probabilidad y el riesgo desarrollado por Bryant y Nunes (2012). En vista de mejorar la formación de los profesores es necesario tener propuestas para la innovación curricular que involucren el estudio de las nociones de probabilidad – desde las ideas sobre la aleatoriedad, pasando por los conceptos de espacio muestral y cuantificación de probabilidades, a la noción de riesgo. Esta lista de actividades se ajusta para contribuir con enfoques significativos en la clase con el fin de la construcción procesual del conocimiento probabilístico en los primeros años de educación básica.

Palabras clave: Probabilidad. Riesgo. Enseñanza y aprendizaje de probabilidad. Formación de Maestros.

## INTRODUÇÃO

É indiscutível que nos dias de hoje praticamente todas as pessoas precisam ter uma boa compreensão das leis da probabilidade. Situações de natureza aleatória estão presentes em inúmeros acontecimentos do nosso cotidiano. Empregamos diversas vezes nossa intuição ao fazermos avaliações e escolhas em situações de incerteza. No universo infantil também podemos encontrar muitas situações em que a aleatoriedade se faz presente, por exemplo, a brincadeira do par ou ímpar para se decidir de forma justa aquele que inicia um determinado jogo ou outra brincadeira.

As crianças não aprendem apenas na escola, a aprendizagem acontece também em seu entorno familiar e social. No contato com as situações do seu meio as crianças modificam gradualmente o seu raciocínio. Diversos autores, começando por Piaget e Inhelder (1951), estudaram o raciocínio probabilístico das crianças em diferentes idades, uma vez que esse raciocínio se faz presente no dia a dia das crianças. Fischbein (1975) recomenda o início do ensino de probabilidade quando a criança é pequena, ou seja, desde os anos iniciais da escolaridade. Fischbein (1975) afirma ainda que as crianças podem adquirir intuições corretas sobre a probabilidade com o ensino e que esperar pela fase de adolescência é tarde para educar a intuição em probabilidade.

No entanto, as situações envolvendo aleatoriedade por muito tempo não foram sistematizadas como um conhecimento matemático; essas situações eram atribuídas à vontade dos deuses, às questões sobrenaturais e, ainda, fortemente relacionadas aos jogos de sorteazar. Devido à sua natureza não determinística, o conceito de probabilidade dentro da matemática se dá de forma diferenciada, por exemplo, distintos conceitos matemáticos na gênese de sua construção foram sistematizados por meio de axiomas, teoremas, provas etc.

Basta olharmos para um volume significativo de estudos e conceitos matemáticos desenvolvidos pela civilização grega e percebemos que não houve esforços em desenvolver uma teoria das probabilidades naquela época. O estudo da probabilidade se dá de forma tardia e com isso há um rebatimento, de forma negativa, no chão da escola concernente ao ensino e aprendizagem desse conhecimento.

Que apoio necessita o professor para incorporar em seu trabalho docente a probabilidade? Os professores devem compreender a importância deste conceito em face de outros eixos da matemática para desenvolver uma postura positiva perante o trabalho probabilístico na sala de aula. Para isto é preciso que haja uma maior dedicação nos processos de formação de professores para que se discutam estratégias de ensino significativas e eficazes envolvendo as noções que sustentam o conceito de probabilidade, tais como aleatoriedade e espaço amostral.

Este texto é fruto das discussões quando da realização da mesa redonda intitulada “Explorações de aspectos do ensino e aprendizagem de probabilidade nos anos iniciais” no 1º Encontro de Estatística, Probabilidade e Combinatória nos Anos Iniciais – 1º Encepai.

## **FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

Distintos currículos de Matemática para os anos iniciais da Educação Básica apontam para a importância do estudo de probabilidades (BRASIL, 1997; ESPANHA, 2006; NCTM, 2000). O currículo de matemática dos Estados Unidos (NCTM, 2000), por exemplo, propõe que as crianças aprendam probabilidade desde os anos iniciais da escolaridade. O NCTM para os graus 3-5 (idades 9 a 11 anos) no eixo Análise de dados e Probabilidade discorre que as crianças devem:

- Compreender e aplicar conceitos básicos de probabilidade:
  - Descrever sucessos como prováveis ou improváveis e discutir o grau de probabilidade usando palavras como certo, igualmente possível e impossível;
  - Predizer a probabilidade de resultados de experimentos simples e comprovar as predições;
  - Entender que se pode medir a probabilidade de um sucesso com um número entre 0 e 1.

Há tempos atrás o conceito de probabilidade estava direcionado para uma abordagem apenas na etapa de escolaridade do Ensino Médio, e na maioria dos casos, se abordava apenas

na 2ª série do Ensino Médio. E ainda, essa abordagem foi fortemente marcada por um ensino apenas procedimental com uso excessivo de fórmulas. Hoje, em vários currículos prescritos de estados e cidades brasileiras se indica um trabalho com a probabilidade desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Os referidos currículos coadunam das mesmas diretrizes em que se deve propiciar às crianças um contato com o conceito de probabilidade por meio de diferentes estratégias e abordagens significativas. Isso implica, como afirma Batanero (2015) ao discutir sobre o ensino e aprendizagem da probabilidade com crianças, que se deve:

- Proporcionar experiências com situações aleatórias;
- Ajudar as crianças a desenvolver uma linguagem para descrevê-las;
- Partir de suas intuições prévias (mesmo que errôneas) e ajudá-las a confrontar com os dados das experiências;
- Conectar a probabilidade com os outros temas matemáticos e outras disciplinas.

“Ou seja, leva-se em conta que aprender noções concernentes à probabilidade exige diversos aspectos cognitivos dos alunos e que estes podem ser desenvolvidos ao longo das séries” (PIETROPAOLO; CAMPOS; FELISBERTO DE CARVALHO; TEIXEIRA, 2013, p. 2). Um desses aspectos é considerar importante que os alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental possam construir uma percepção de que na Matemática há envolvimento de outros tipos de situações além dos fenômenos determinísticos, tais como as situações de caráter aleatório.

Os professores precisam ser preparados para um trabalho significativo nas salas de aula com a probabilidade. Campos e Pietropaolo (2013, p. 58) discorrem que,

Em relação ao Brasil, muitos docentes não estão sequer convencidos de que a probabilidade seja importante para ser desenvolvida no Ensino Médio; quanto ao Fundamental, têm uma posição ainda mais restritiva: consideram a inclusão desse tema totalmente inadequada e desnecessária.

Como aspectos imprescindíveis nos processos de ensino e aprendizagem da probabilidade, pontuamos que devemos desenvolver na sala de aula um rol de atividades que discutam desde as características entre fenômenos aleatórios e determinísticos, as diferenças entre eventos possíveis, impossíveis, prováveis e improváveis, diversas representações para a contagem de espaços amostrais simples, comparação de probabilidades e, ainda, a quantificação de probabilidades, particularmente por meio da abordagem frequentista.

Possibilitar às crianças situações em que elas possam investigar as frequências dos resultados de experimentos aleatórios permite que se explorem as chances desses resultados –

a probabilidade. Um exemplo bem comum é o trabalho de investigar as respostas obtidas no lançamento de um dado não viciado, o qual revelará uma frequência igual de obtenção de cada número. No entanto, vale ressaltar que a abordagem com o conceito de probabilidade deve ir além dos eventos equiprováveis; o professor nos anos iniciais não pode ficar restrito a propor apenas problemas de probabilidade simples onde as crianças indicam a probabilidade de um evento em um espaço amostral equiprovável, como por exemplo: qual a probabilidade de sair o número 3 quando se lança um dado?

Na escola, como afirmam Pietropaolo, Campos, Felisberto de Carvalho e Teixeira (2013), intuitivamente não é fácil, sobretudo para um estudante do Ensino Fundamental, aceitar, por exemplo, que após ter jogado oito vezes uma moeda honesta e ter obtido cara em todas as jogadas, a probabilidade de obter cara na 9ª jogada é exatamente a mesma de obter coroa. Para uma compreensão significativa de probabilidade pelos alunos fica evidente a necessidade de lançarmos mão de atividades que sejam análogas às situações que fazem parte do arcabouço de gênese conceitual de probabilidade e, ainda, situações em que as crianças possam realizar experimentações e confrontar os dados.

O caderno orientado ao estudo da Estatística e Probabilidade do Programa Nacional de Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) aponta aspectos que podem subsidiar o professor nas aulas dos primeiros anos do Ensino Fundamental. Entre esses aspectos se defende a discussão das noções de certeza, provável e impossível a partir de experimentos como jogos e brincadeiras, como par ou ímpar e zerinho ou um. Importante também desenvolver pouco a pouco com as crianças a ideia de mais ou menos chance, de espaço amostral, assim como de esquemas para o mapeamento das possibilidades (BRASIL, 2014).

Atualmente, no Brasil, está em discussão a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2016). A versão preliminar deste documento aponta para uma abordagem da probabilidade desde os anos iniciais do Ensino Fundamental acompanhando outros currículos internacionais e resultados de pesquisas que advogam sobre a necessidade de inclusão dessa temática. A seguir apresentamos os objetivos de aprendizagem (OA) nos cinco anos que compõem os anos iniciais do Ensino Fundamental.

- 1º ano – OA007: classificar eventos familiares envolvendo o acaso (exemplo: “acontecerá com certeza”, “talvez aconteça” ou “é impossível acontecer”).
- 2º ano – OA008: descrever resultados de eventos cotidianos, envolvendo o acaso, indicando-os como “prováveis”, pouco prováveis”, “improváveis”.

- 3º ano – OA009: identificar, em eventos familiares, envolvendo o acaso, a variação dos resultados possíveis (exemplo: reconhecer que há diferentes respostas para uma pergunta, que há diferentes resultados em sorteio).
- 4º ano – OA011: identificar dentre eventos cotidianos aqueles que têm maior chance de ocorrência.
- 5º ano – OA009: apresentar todos os possíveis resultados de um experimento aleatório (exemplo: sortear uma menina de um grupo de alunos), indicando se esses resultados são igualmente prováveis ou não (se a quantidade de meninas e meninos for igual, a chance de sortear uma menina será a mesma do que a de sortear um menino, mas se as quantidades forem diferentes, as chances não serão iguais).
- 5º ano – OA010: indicar a probabilidade de sucesso de um evento simples, por meio de uma razão, quando os resultados do experimento são equiprováveis, ou seja, quando todos os resultados possíveis têm a mesma chance de ocorrer.

Salientamos que os referidos objetivos de aprendizagem descritos anteriormente não limitam o que deve ser abordado em sala de aula e que, os professores podem ir além do previsto aqui, inclusive articulados com os objetivos propostos para a Estatística e a Combinatória.

Bryant e Nunes (2012) afirmam que há evidências consistentes que as crianças e muitos adultos também têm grandes dificuldades na aplicação de muitas regras básicas de chance e cometem muitas vezes erros graves ao tentar resolver alguns problemas de probabilidade aparentemente simples. Ainda é uma questão muito polêmica, mas os erros por si só são indiscutíveis e colocam uma grande questão educacional: existem maneiras de ensinar as crianças sobre as regras de probabilidade e como aplicá-las, que funcionem melhor do que os métodos de ensino atual? Estes erros são devido à má compreensão das leis do acaso ou por distrações decorrentes do contexto em que os problemas são dados? Considerando essas questões, os autores desenvolvem um programa de ensino constante no projeto “Children’s understanding of probability and risk”. Apresentamos algumas das atividades na próxima seção.

Um dos estudos que investigou o referido programa de ensino foi o desenvolvido por Tonouti (2013). A autora replicou as atividades durante um ano em turmas do 4º ano de uma escola estadual de São Paulo. Como resultado geral, o programa contribuiu para a aprendizagem dos conceitos de aleatoriedade, eventos previsíveis e imprevisíveis,

equiprobabilidade, espaço amostral, quantificação de probabilidade e correlação e, por conseguinte, favoreceu o desenvolvimento do letramento probabilístico dos alunos investigados.

## **DISCUSSÃO DE ATIVIDADES INTEGRANTES DO PROGRAMA DE ENSINO “CHILDREN’S UNDERSTANDING OF PROBABILITY AND RISK”**

Nunes, Bryant, Evans, Gottardis e Terlektsi (2012) desenvolveram um programa de ensino para ser aplicado nos anos iniciais da Educação Básica no contexto escolar da Inglaterra com o intuito de melhorar a compreensão dos estudantes sobre probabilidade e risco. No entanto, por meio do Observatório da Educação da Universidade Anhanguera de São Paulo (UNIAN), têm sido desenvolvidas investigações com o referido programa de ensino no contexto brasileiro. Destacamos algumas atividades deste programa que foram apresentadas e discutidas na mesa redonda intitulada “Explorações de aspectos do ensino e aprendizagem de probabilidade nos anos iniciais” durante o 1º Encontro de Combinatória, Estatística e Probabilidade dos Anos Iniciais - Encepai. Acreditamos na importância de discutir tais atividades para ajudar na reflexão de questões sobre o raciocínio probabilístico nos anos iniciais do Ensino Fundamental, porém clarificamos que o programa contém um número bem maior de atividades e jogos que não é possível expor nesse texto. As atividades e os jogos deste programa de ensino foram desenvolvidos considerando também o fato de utilizar o ambiente tecnológico articulado a materiais concretos para um melhor desempenho das crianças.

O programa de ensino propõe um estudo gradual que perpassa desde as ideias mais simples sobre aleatoriedade até a quantificação de probabilidades e o entendimento do risco (relações entre variáveis).

Figura 1: Etapas do programa de ensino sobre probabilidade e risco



No que concerne à primeira unidade de estudo, a aleatoriedade, Nunes *et al.* (2012) discorrem que nas situações de caráter probabilístico em que um conjunto de eventos possíveis pode acontecer, é presumível de se encontrar dificuldades em crianças e adultos com essas situações. Não sabemos, por exemplo, neste conjunto de eventos possíveis, quais deles vão acontecer ou em que ordem acontecem. Esta incerteza é devido à aleatoriedade, não sendo possível determinar a forma com que os eventos ocorrem numa sequência ou num arranjo espacial aleatório. Nesta unidade também se inclui a importância de distinguir os diferentes tipos de eventos aleatórios e a linguagem empregada (NCTM, 2000; BATANERO, 2015; BRASIL, 2016). Exemplificamos uma das atividades desta seção em que se apresenta às crianças uma sequência de pares de frases para que as mesmas possam se posicionar e discutir entre eventos improváveis e impossíveis, tais como:

1. Crescimento do adulto até voltar a ser criança.
1. Crescimento do cabelo até os dedos dos pés.
  
2. Ouvir um som antes de ser produzido.
2. Identificar a raça de um cão por seu latido.
  
3. Capturar uma sombra.
3. Capturar uma mosca com pauzinhos.
  
4. Viver por 120 anos.
4. Viver por 1000 anos.
  
5. Ler um livro sem abrir a capa.
5. Ler um livro de cabeça para baixo.

Discutir com as crianças as diferenças apresentadas por essas sentenças é uma forma de facilitar a compreensão sobre a classificação de eventos aleatórios; estão em consonância, por exemplo, com os objetivos de aprendizagem OA007 e OA008 propostos pela BNCC no Brasil, por um lado, por serem eventos familiares e, por outro, por se trabalhar por meio das sentenças situações em que “acontecerá com certeza”, “impossível de acontecer”, “improváveis” etc.

Na segunda unidade de estudo, temos o Espaço Amostral que envolve um raciocínio contra-intuitivo e combinatório. O conjunto de todos os eventos possíveis é definido como “espaço amostral” e tem um papel que não pode ser subestimado nos processos de ensino e

aprendizagem da probabilidade. Nunes *et al.* (2012) advogam que é preciso ser capaz de trabalhar com qualquer espaço amostral em qualquer tarefa para compreender e calcular as probabilidades de eventos específicos.

Segue um exemplo de uma atividade que possibilita raciocinar sobre o espaço amostral e que envolve um raciocínio contra-intuitivo; essa atividade ancora-se em um exemplo do clássico problema: “um saco contém uma ficha branca (B) e duas fichas vermelhas ( $V_a$ ,  $V_b$ ), e você pode retirar duas fichas ao acaso sem reposição. Você retirará duas fichas vermelhas ou uma vermelha e uma branca. Esses dois resultados são igualmente prováveis ou um é mais provável do que o outro?”. No espaço amostral, há duas vezes mais a combinação *branco-vermelho* que *vermelho-vermelho*, porque há quatro maneiras de produzir a combinação mista ( $B_{V_a}$ ,  $B_{V_b}$ ,  $V_a_B$ ,  $V_b_B$ ) e duas maneiras de produzir somente o *vermelho-vermelho* ( $V_a_{V_b}$ ,  $V_b_{V_a}$ ) (LECOUTRE, 1992).

A referida atividade apresenta questionamentos que envolvem o aspecto intuitivo: solicitar que se dê um palpite; como se pensa a maior chance; escrever as suposições etc. Não indica o uso direto de uma fórmula para calcular a probabilidade, inclusive fala-se em chance, em vez de probabilidade.

*Samantha pode pegar dois doces de um saco, sem olhar, e há três doces no saco. Há dois doces de sabor morango e um sabor groselha. Seu sabor favorito é morango. Ela pode pegar dois doces de morango ou ela pode pegar um de morango e um de groselha. Você pode, antes de tudo, dar seu palpite se ela tem uma melhor chance de conseguir dois doces de morango ou de obter uma mistura, ou se a chance de escolher dois doces de morango ou uma mistura é a mesma? Faça uma observação e escreva as suas suposições: como pensam que ela tem uma maior chance de escolher dois doces de morango? Como pensam que ela tem uma maior chance de escolher uma mistura? Como pensam que a chance de escolher dois de morango ou uma mistura é a mesma?*

Observamos que a atividade induz para se pensar em todas as possibilidades possíveis de escolha e escrever o raciocínio para justificar a resposta dada. Das seis combinações possíveis há quatro delas que envolvem uma mistura diferente dos sabores dos doces da mesma forma apresentada na versão de Lecoutre (1992). Isso comprova que a chance de se ter uma mistura é maior contrariando a intuição que pode conduzir ao erro de que o fato de haver mais doces sabores morango significaria uma chance maior de tirar dois doces de morango.

Na unidade de quantificação de probabilidades, temos que geralmente calcular a probabilidade ou comparar a força de duas ou mais probabilidades constituindo-se na etapa final da solução de um problema. Estes cálculos são de naturezas proporcionais desde que cada probabilidade é em si uma proporção entre um resultado específico e o conjunto de resultados possíveis. Atividades de comparação da melhor chance de um sucesso em um

experimento aleatório podem ser trabalhadas com as crianças para desenvolver um melhor raciocínio probabilístico. Atividades para o trabalho com a probabilidade frequentista também são incluídas neste programa, tais como simulações com dados e moedas para verificação da estabilização das frequências.

Deste rol de atividades de Nunes *et al.* (2012) destacamos uma que envolve a comparação de probabilidades em que se apresenta uma estratégia para se trabalhar com essas situações. Ao jogar, as crianças necessitam fazer uma série de escolhas para obter uma maior pontuação. Para essas escolhas são apresentadas diversas telas no computador com diferentes quantidades para que as crianças possam verificar se fizeram ou não a escolha correta. Segue na figura 2 o enunciado do jogo e uma das telas.

Figura 2: Jogo Saco com blocos

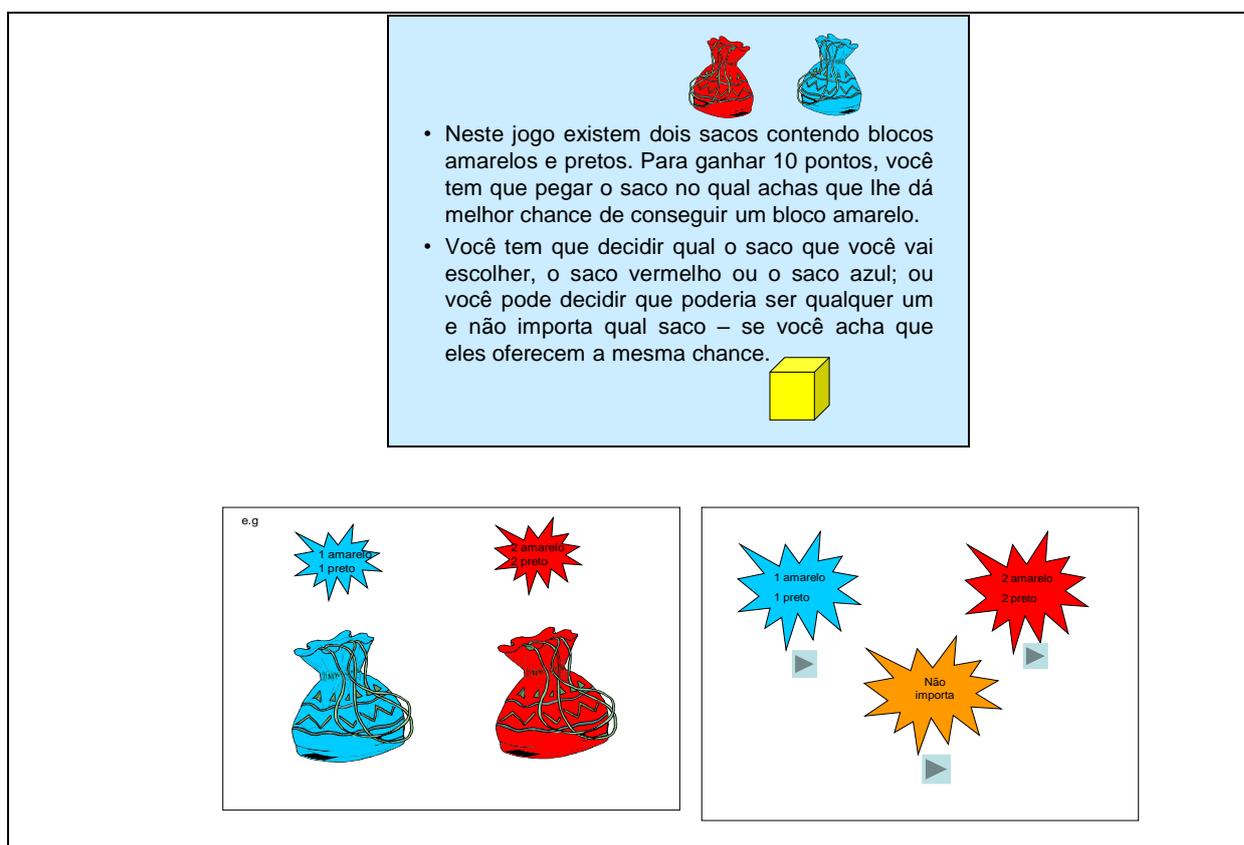


Figura 3: Tela de resposta do jogo Saco com blocos



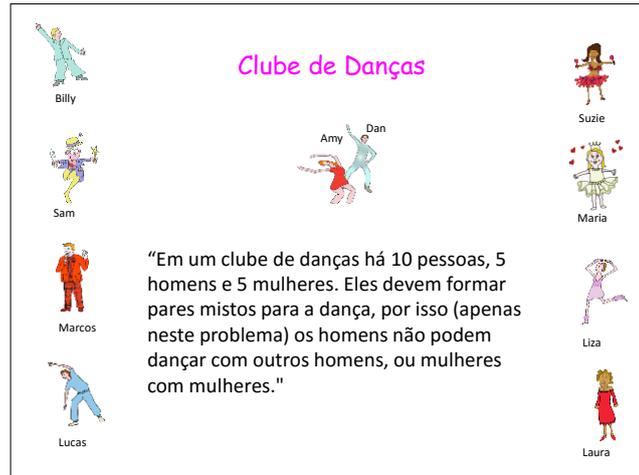
É possível clicar na tela para escolher o saco que se tem a melhor chance. Isso envolve a ideia de comparação de probabilidades. Caso erre, ainda é apresentada uma tela com a resposta correta e um diagrama com blocos amarelos e pretos para ajudar na compreensão das crianças sobre a resposta correta (Figura 3).

Segundo Fischbein e Grossman (1997), uma criança de 6 anos usualmente descreveria ser o saco vermelho mais fácil dado que este tem mais blocos amarelos, enquanto que uma de 11 anos usualmente diria “não importa” por compreender que ambos os sacos têm a mesma chance.

A próxima atividade que destacamos é denominada Clube de Danças. Essa atividade tem como objetivo possibilitar às crianças uma compreensão sobre agregar e eliminar casos para quantificar probabilidades de determinados eventos. É, também, uma das atividades que ajuda na compreensão do significado clássico de probabilidade representado por uma razão. Existem situações probabilísticas em que por meio de uma determinada ação (por exemplo, o sorteio em uma urna sem reposição) o espaço amostral se modifica com essa ação.

Os alunos podem ser organizados em duplas e se deve disponibilizar papel, canetas e as folhas personalizadas para registro da atividade (figuras 4 e 5).

Figura 4: folheto da atividade Clube de Danças



A atividade é composta por cinco itens que se encontram a seguir.

1. Você consegue verificar:

- i) O número de danças que serão executadas?
- ii) Quantas vezes cada pessoa dança?

O professor solicita às crianças que circulem ou marquem em seus diagramas os dançarinos eliminados ou escolhidos para as seguintes perguntas (podem utilizar canetas de cores diferentes).

- iii) Qual é a probabilidade de que uma dança seja dançada por casais cujos nomes começam ambos com a mesma letra?
- iv) Qual é a probabilidade de que uma dança seja dançada por um casal que ambos estejam vestidos de vermelho?

Para descobrir quantas músicas seriam necessárias para que cada casal dançasse uma música e quantas vezes cada pessoa dançaria pode ser utilizado o diagrama da árvore de possibilidades para facilitar na resolução. O uso da árvore também dará subsídios para responder o item iii que pergunta sobre a probabilidade de termos danças com casais com ambos os nomes iniciados com a mesma letra e o item iv que solicita a probabilidade das danças com casais em que ambos estejam vestidos de vermelho.

Dando continuidade, o professor coloca os pares com os nomes dos dançarinos no saco e começa a realizar os sorteios. O questionamento é:

- v) Qual é a probabilidade de se retirar o primeiro par de dançarinos com Billy no par?

O professor retira um par de dançarinos do saco e anota o par. Em seguida, continua com os sorteios; dependendo dos pares de dançarinos sorteados, as crianças devem perceber a mudança de probabilidade com a redução do espaço amostral.

Figura 5: folheto para resposta da atividade Clube de Danças

 **Clube de Danças** 

1. Você consegue verificar o número de danças que serão executadas?
2. Quantas vezes cada pessoa dança?
3. Qual a probabilidade de que uma dança seja dançada por casais cujos nomes começam pela mesma letra?
4. Qual a probabilidade de que uma dança seja dançada por um casal que ambos estejam vestidos de vermelho?
5. Qual a probabilidade de se sortear o primeiro par de dançarinos com Billy no par?
 

<input type="checkbox"/>	1ª seleção
<input type="checkbox"/>	2ª seleção
<input type="checkbox"/>	3ª seleção
<input type="checkbox"/>	4ª seleção
<input type="checkbox"/>	5ª seleção

Figura 6: Pares para sorteio da atividade Clube de Danças

Billy e Amy	Sam e Amy	Marcos e Amy	Lucas e Amy	Dan e Amy
Billy e Suzie	Sam e Suzie	Marcos e Suzie	Lucas e Suzie	Dan e Suzie
Billy e Maria	Sam e Maria	Marcos e Maria	Lucas e Maria	Dan e Maria
Billy e Liza	Sam e Liza	Marcos e Liza	Lucas e Liza	Dan e Liza
Billy e Laura	Sam e Laura	Marcos e Laura	Lucas e Laura	Dan e Laura

Tomemos um exemplo para o item 5: para a primeira seleção, a chance de termos Billy no par será 5 em 25 ou probabilidade igual  $5/25$ . Supomos que tenha sido sorteado o par “Billy e Maria”, assim para o próximo sorteio a chance será de 4 em 24: probabilidade  $4/24$ ; mas se o par sorteado for “Sam e Amy” a chance será de 5 em 24: probabilidade  $5/24$ . Como podemos perceber, a probabilidade será modificada a cada sorteio, pois não há reposição dos pares, e ainda, será modificada também caso em um dos sorteios seja retirado o par com Billy ou não.

Essa atividade do Clube de Danças se constitui em um rico espaço para compreender sobre a quantificação de probabilidades e, por meio dela, dentro dessa proposta, é possível dar significado ao termo “probabilidade” como o número que mede a chance de algo acontecer e,

como já destacamos anteriormente, compreender o significado clássico de probabilidade representado por uma razão. Este é um cálculo de probabilidade simples, tal como descrito no OA010 da BNCC apresentado em nossa fundamentação teórica. Todavia, do exemplo anterior, neste momento, torna-se mais interessante discutir com as crianças a distinção entre se ter a chance de 5 em 25 e a chance de 4 em 25, comparando também com o que significa a chance de 5 em 24 do que apresentar as probabilidades por meio das frações.

Por último, temos a unidade de estudo para a compreensão do risco, outro aspecto importante no pensamento probabilístico e que, conforme Nunes *et al.* (2012), depende do raciocínio correlacional, ou seja, as relações entre variáveis. Propõe-se um conjunto de atividades para compreender as probabilidades e a proporcionalidade em tabelas de dupla entrada e as relações que podem ser obtidas a partir delas. Corroborando as ideias desses pesquisadores, as tabelas revelam mais claramente a ligação entre o raciocínio correlacional e probabilístico. Raciocínio correlacional é usado também com variáveis contínuas, embora a maioria dos estudos se concentre nas tabelas de dupla entrada. Segue exemplo de uma das atividades trabalhadas com as crianças neste tópico.

Você acha que comer cereais de aveia no café da manhã tem alguma ligação com os níveis de colesterol? Faça uma previsão!

Em seguida as crianças recebem em um folheto as tabelas com os dados para pensarem sobre as relações (figuras 7 e 8). Para cada pergunta, o primeiro folheto de relações eles se comparam na horizontal, para o segundo folheto eles se comparam na vertical.

Figura 7: Folheto para comparar relação (horizontal)

	Comer cereal de aveia no café da manhã	Não comer cereal de aveia no café da manhã
Nível alto de colesterol	16	32
Nível de colesterol normal	48	8

1. O que a proporção entre comer cereal de aveia e altos níveis de colesterol para não comer cereal de aveia e os níveis de colesterol alto sugere?

.....

.....

2. O que a proporção entre comer cereal de aveia e níveis normais de Colesterol para não comer cereal de aveia e níveis normais Colesterol sugere?

Figura 8: Folheto para comparar relações (vertical)

	Comer cereal de aveia no café da manhã	Não comer cereal de aveia no café da manhã
Nível alto de colesterol	16	32
Nível de colesterol normal	48	8

1. O que a proporção entre comer cereal de aveia e o nível de colesterol alto para comer cereal de aveia e o nível de colesterol normal sugere? .....

2. O que a proporção entre não comer cereal de aveia e o nível de colesterol alto para não comer cereal de aveia e o nível de colesterol normal sugere? .....

Uma vez que trabalharam todas as razões, as crianças precisam tentar interpretar o que isso significa com o intuito de verificar se as duas variáveis estão relacionadas. Eles terão quatro razões para comparar e interpretar e ver se há alguma coisa para dar suporte a uma relação, ou se há alguma coisa para refutar essa relação. No caso deste exemplo, as crianças devem encontrar uma correlação positiva entre o consumo de cereais de aveia e com níveis normais de colesterol quando eles compararam as razões.

Mesmo quando as informações são apresentadas nas tabelas, algumas crianças olham apenas para uma célula, julgando como relevante para confirmar a relação entre as duas variáveis; nesses casos não se está considerando a frequência dessa célula em relação ao total e isso pode conduzir a um erro com respeito à associação das variáveis. Problemas apresentados sob a forma de relação (por exemplo, 1:3) muitas vezes são mais fáceis para as crianças (NUNES; BRYANT, 1996) que os mesmos problemas apresentados como proporções de 1 (por exemplo, 0,25) ou frações (por exemplo, 1/4). Gigerenzer (2002) pesquisou sobre como as pessoas entendem o risco, quando a informação é apresentada a eles em frequências (ou seja, relações) ou probabilidades (usando porcentagens ou frações) em tabelas de dupla entrada. Seus resultados confirmam que até mesmo profissionais como médicos interpretam informações sobre riscos melhor se a eles é apresentado como relações ao invés de proporções.

**CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Em relação ao desenvolvimento do raciocínio probabilístico apresentamos aqui cinco atividades do programa de ensino desenvolvido por Bryant e Nunes (2012) para contribuir

com uma construção processual do conhecimento probabilístico nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Destacamos algumas conclusões do referido programa de ensino relatados por Bryant e Nunes (2012), a saber:

- A compreensão das crianças e o interesse na justiça parecem um bom começo para trabalhar o seu aprendizado sobre aleatoriedade;
- A importância do espaço amostral tem sido subestimada em atividades de investigações existentes. Pensamos que se pode ensinar sobre espaço amostral com a ajuda de diagramas e material concreto;
- As crianças são mais bem-sucedidas em resolver problemas proporcionais usando relações do que usando frações. Isto nos dá uma vantagem importante sobre como ensiná-los para quantificar e comparar as probabilidades;
- A nossa ideia central é que podemos ensinar esses três elementos separadamente, mas de uma maneira cumulativa e processual.

No currículo brasileiro, a abordagem do conceito de risco (correlações entre variáveis) não está prevista para esta etapa de escolaridade, contudo, visando um processo de inovação curricular, atividades envolvendo essas noções podem fazer parte das estratégias do professor com vistas a uma melhor construção do raciocínio probabilístico nos anos iniciais da Educação Básica.

Como apontado pela literatura e por muitos currículos prescritos de matemática, o estudo da aleatoriedade deve ser iniciado com as crianças nos anos iniciais da sua escolaridade. Para isto, devemos ter em nosso arcabouço de estratégias para a abordagem do conceito de probabilidade nos anos iniciais uma série de atividades, jogos e sequências didáticas para ajudar as crianças na compreensão das situações em que a aleatoriedade se faz presente. Ir além de atividades que trabalhem apenas com a equiprobabilidade. Inclusive os objetivos de aprendizagem propostos na BNCC apontam para esse fato. Por outro lado, discussões envolvendo diferentes estratégias de abordagem do conceito de probabilidade devem fazer parte dos processos de formação inicial e continuada dos professores.

## REFERÊNCIAS

BATANERO, C. **Retos en la investigación sobre didáctica de la probabilidad**. Slides de conferência - Relme 29. [CD-ROOM]. Panamá: Ciudad de Panamá, 2015.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular Proposta Preliminar**. Brasília, 2016. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/documentos/bncc-2versao.revista.pdf>>. Acesso em: 20 maio 2016.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Educação Estatística**. Ministério da Educação. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Brasília: MEC, SEB, 2014.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática/Secretaria de Educação Fundamental**. Brasília, 1997.

BRYANT, P.; NUNES, T. **Children's Understanding of Probability**: a literature review. 2012. Disponível em: <[www.nuffieldfoundation.org](http://www.nuffieldfoundation.org)>. Acesso em: 10 jan. 2016.

CAMPOS, T. M. M.; PIETROPAOLO, R. C. Um estudo sobre os conhecimentos necessários ao professor para ensinar noções concernentes à probabilidade nos anos iniciais. In: BORBA, Rute; MONTEIRO, Carlos (Organizadores).. **Processos de ensino e aprendizagem em educação matemática**, 1. Recife: UFPE, 2013, p. 55-61.

ESPAÑA. Ministério da Educação. **Real Decreto 1513/2006**, de 7 de Diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de La educación primaria. 2006. Disponível em: [www.mec.es/files/rd-primaria-y-anexos.pdf](http://www.mec.es/files/rd-primaria-y-anexos.pdf) Acesso em: 25 jan. 2015.

FISCHBEIN, E. **The intuitive sources of probabilistic thinking in children**. Dordrecht, The Netherlands: Reidel, 1975.

FISCHBAIN, E.; GROOSMAN, A. Schemata and Intuition in combinatorial reasoning. **Educational Studies in Mathematics**, Springer Netherlands, v. 34, n.1, pp. 27-47, 1997.

GIGERENZER, G. **Calculated risks**: How to know when numbers deceive you. New York: Simon & Schuster, 2002.

LECOUTRE, M. Cognitive models and problem spaces in "purely random" situations. **Educational Studies in Mathematics**, Springer Netherlands, v. 23, n. 6, p. 557-568, 1992.

NCTM. **Principles and standards for school mathematics**. Reston, Virginia. 2000. Disponível em: <http://standards.nctm.org>. Acesso em: 10 dez. 2015.

NUNES, T.; BRYANT, P.; EVANS, D.; GOTTARDIS, L.; TERLEKTSI, M. **Teaching primary school children about probability. Teacher handbook**. Departamento de Educação, Universidade de Oxford. [CD-ROM]. 2012.

NUNES, T; BRYANT, P. **Children Doing Mathematics**. Oxford: Blackwell Publishers. 1996.

PIAGET, J; INHELDER, B. **A origem da ideia do acaso na criança.** Trad. de Ana Maria Coelho. Rio de Janeiro: Record, 1951.

PIETROPAOLO, R. C.; CAMPOS, T. M. M.; FELISBERTO DE CARVALHO, J. I.; TEIXEIRA, P. Um estudo sobre os conhecimentos necessários ao professor para ensinar noções concernentes à probabilidade nos anos iniciais. **Anais do IV Seminário do Observatório da Educação da CAPES.** Brasil, 2013.

TONOUTI, R. R. **Avaliação de um programa de ensino para a aprendizagem de Probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental.** 134f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2013.