

POSSIBILIDADES DE RECURSOS PARA O ENSINO DE PROBABILIDADE NOS ANOS INICIAIS

Carlos Eduardo Ferreira Monteiro

PhD in Education pela University of Warwick, Inglaterra
Universidade Federal de Pernambuco – Pernambuco – Brasil
carlos.monteiro@campus.ul.pt

Maria Niedja Pereira Martins

Doutoranda em Educação pela Universidade de Lisboa, Portugal
Instituto de Educação – Universidade de Lisboa – Lisboa – Portugal
marianiedjamartins@campus.ul.pt

Resumo

Diversos estudos e documentos têm enfatizado a relevância de conhecimentos sobre Estatística e Probabilidade para orientar ações cotidianas dos cidadãos na sociedade contemporânea, a qual demanda o uso frequente de dados, a sua manipulação e interpretação para a tomada de decisões. Um grande desafio para um ensino de Probabilidade que seja efetivo para os estudantes é a superação do uso de metodologias tradicionais que enfatizam procedimentos mecânicos e repetitivos. Assim, ao invés de um ensino associado apenas à resolução de cálculos vinculados a algoritmos, faz-se necessários a exploração de diferentes recursos que auxiliem na aprendizagem significativa de conceitos e processos associados à Probabilidade. Neste artigo são desenvolvidas algumas reflexões sobre a importância de uma concepção mais abrangente de recurso para o ensino de Probabilidade. Focalizamos dados de pesquisas que investigaram particularmente possibilidades de uso do software TinkerPlots como um recurso tecnológico educacional para ensinar conceitos probabilísticos. No âmbito da discussão destaca-se que um recurso muito importante para a superação de alguns dos desafios do ensino da Probabilidade nos Anos Iniciais é a pessoa do professor que precisa exercer seu protagonismo para o desenvolvimento da Educação Estatística com um todo.

Palavras-Chave: ensino e aprendizagem de probabilidade. Anos iniciais. Recursos para ensinar. Simuladores. Tinkerplots.

POSSIBILITIES OF RESOURCES TO TEACH PROBABILITY IN PRIMARY SCHOOL

Abstract

Several studies and documents have emphasized the importance of knowledge about statistics and probability to guide citizens' everyday actions in contemporary society, which demands the frequent use of data, its handling and interpretation for decision making. A major challenge in order to make affective the teaching of probability is to overcome the use of traditional methods that emphasize mechanical and repetitive procedures. Therefore, instead of teaching only associated with resolution of calculations related to algorithms, it is necessary the exploration of different resources that support the

meaningful learning of concepts and processes related to probability. In this article, we develop some reflections on the importance of a wider perspective about resource for teaching probability. We focus on data from studies that investigated particularly the usage of TinkerPlots as an educational technology resource to teach probability concepts. The discussion emphasises that a very important resource for overcoming some of the challenges to teach probability in the early years is the primary school teacher who need to be protagonist in the development of Statistics Education as a whole.

Keywords: teaching and learning probability. primary school. teaching resources. Simulators. TinkerPlots.

INTRODUÇÃO

O principal objetivo deste artigo é discutir aspectos que permeiam o ensino e a aprendizagem da Probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Na nossa argumentação introduzimos uma discussão sobre a necessidade de (re)conceituar o que seja um recurso pedagógico, destacando o uso de recursos para auxiliar o ensino de Probabilidade. No âmbito dessa problematização, enfatizamos o importante papel dos professores frente ao desafio de ensinar noções desse conhecimento.

Atualmente, as crianças e os adolescentes se deparam com uma grande quantidade de informações que exigem que estabeleçam relações sobre os dados a fim de anteciparem tendências e alcancem conclusões mais fundamentadas e seguras. As informações dispostas nos diferentes meios de comunicação podem ser vistas como elementos que carregam em si situações que representam fenômenos aleatórios ou não-aleatórios. Para Lopes (2012), o conhecimento sobre Probabilidade estaria auxiliando-nos a entender a ocorrência de acontecimentos que envolvem esses tipos de fenômenos a fim de agilizarmos a tomada de decisão e fazermos previsões.

Tornaram-se clássicos os estudos de Piaget e Inhelder (1951) a respeito do desenvolvimento da compreensão da probabilidade. Aqueles autores argumentam que, por exemplo, inicialmente as crianças não distinguem chances de não chances, mas ao longo de seu desenvolvimento e havendo-se possibilidade de aprendizagem tornam-se progressivamente mais conscientes sobre aquilo que sabem e podem prever, até que sejam completamente capazes de realizarem uma relação entre o certo e o provável. As crianças desenvolvem certas habilidades e intuições sobre situações que envolvam probabilidade antes mesmo da vida escolar. Neste sentido, atribuir-se-ia grande importância ao contexto familiar e social no qual estão inseridas essas crianças.

É possível dizer que a partir das experiências da criança e da interação com os objetos, o seu raciocínio se modifica pelas mudanças em suas estruturas mentais. Essas mudanças são

explicadas pelos estudos piagetianos a partir do processo de adaptação que inclui os processos de assimilação (pela utilização das estruturas mentais já desenvolvidas) e acomodação (pela modificação das estruturas mentais formando novos esquemas mentais). Assim, para adaptar-se ao mundo, a criança necessita enfrentar um *conflito cognitivo* que permite um desequilíbrio com os conhecimentos advindos de experiências anteriores.

Spinillo (1995) argumenta que talvez pela influência da teoria piagetiana, os estudos sobre as habilidades cognitivas de crianças tendem a enfatizar mais os limites do que as possibilidades do pensamento infantil sobre noções de probabilidade. A análise linear do desenvolvimento infantil, categorizado em estágios e subestágios bem definidos, criou uma perspectiva de desenvolvimento cognitivo demasiadamente lógico. Assim, apesar dos avanços do método clínico piagetiano em relação aos métodos experimentais de laboratório, não se pode desconsiderar que tal método se caracteriza pelo recurso a planos empíricos precisos, usando instruções rigorosas, observadores treinados e tarefas cuidadosamente selecionadas (CARVALHO; FERNANDES, 2005), o que poderia ter demarcado restritivamente as investigações do percurso de construção do conceito de probabilidade, desde a infância até a adolescência.

Os estudos piagetianos sobre o desenvolvimento do pensamento probabilístico foram muito importantes para que educadores estatísticos considerassem a complexidade do conceito de Probabilidade e o seu desenvolvimento em crianças e adolescentes. Todavia, conforme Carvalho e Fernandes (2005) defendem, é preciso considerar a perspectiva de outras teorias psicológicas acerca do desenvolvimento do pensamento probabilístico. Além disso, aqueles autores afirmam que é preciso analisar o papel da escola e dos professores em promover o desenvolvimento dos conceitos relacionados à Probabilidade, uma vez que aos alunos não seria útil apenas saber definições; importa mais lidar com os conceitos em situações concretas e em contextos variados.

O ENSINO DE PROBABILIDADE NOS ANOS INICIAIS

No Brasil, o ensino de Probabilidade nos Anos Iniciais foi indicado para ser introduzido com a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1997). Um dos argumentos para a inclusão deste conteúdo desde o início da trajetória escolar relaciona-se ao fato de que os conhecimentos sobre Probabilidade são cada vez mais

necessários nas sociedades contemporâneas. Todavia, existem alguns desafios a serem superados que merecem ser destacados na presente discussão.

Batanero (2005) esclarece que a Probabilidade tem diferentes significados e que esses devem ser ensinados progressivamente aos alunos de modo a não limitar o ensino a apenas uma perspectiva. Isso porque focalizar apenas um significado probabilístico poderá provocar ideias distorcidas aos estudantes em relação a todos os significados possíveis na Probabilidade. Assim, os enfoques probabilísticos (frequentista e clássico) devem ser foco de ensino a fim de promover aos alunos a oportunidade de desenvolverem intuições e diversas noções sobre esse conhecimento.

Coutinho (2001, 2002) compreende que para ser eficaz na aprendizagem de Probabilidade deve-se realizar a integração de diferentes enfoques probabilísticos, tais como o frequentista e o clássico, pois pode auxiliar os alunos a alcançarem uma compreensão mais abrangente dos conceitos dessa área, sendo necessárias modalidades de trabalhos tais como: experimentos aleatórios e determinísticos, espaços amostrais equiprováveis e não-equiprováveis, noção de acaso e tipos de evento.

Outro importante desafio é a mudança nas concepções do ensino de Probabilidade no âmbito do currículo de Matemática. De acordo com Campos e Novais (2010), é necessário romper com o determinismo que predomina nos currículos de Matemática, olhando para os elementos da aproximação, do aleatório e da estimativa, considerando que os conceitos podem ser extraídos de problemáticas diversas pertencentes ao contexto dos envolvidos. Tal preconização é feita por esses autores, pois durante muito tempo o ensino de Probabilidade esteve relacionado a uma abordagem baseada no uso de algoritmo e fórmulas, bem como basicamente direcionado aos anos finais da escolarização básica.

Ao contrário dessa perspectiva anterior, no que se refere ao ensino de Probabilidade para os primeiros anos do Ensino Fundamental, não se tem a pretensão de ensinar cálculos e fórmulas complexas aos estudantes desse nível de escolaridade. A esse respeito, os PCN esclarecem que para os alunos do primeiro ciclo do Ensino Fundamental estipula-se:

Desenvolver procedimentos de cálculo – mental, escrito, exato, aproximado – pela observação de regularidades e de propriedades das operações e pela antecipação e verificação de resultados [...] Utilizar instrumentos de medida, usuais ou não, estimar resultados e expressá-los por meio de representações não necessariamente convencionais (BRASIL, 1997, p. 47).

Nesse sentido, os PCN concordam que a necessidade da aprendizagem de Probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental assenta-se na compreensão de noções básicas dessa área, a saber, a aleatoriedade, o acaso e a incerteza. Essas ideias aparecem de maneira mais clara no documento ao se discutir os objetivos de aprendizagem e os conteúdos a serem ministrados para o 2º ciclo do Ensino Fundamental, as quais elencam, dentre outros aspectos, a necessidade de:

- Identificar características de acontecimentos previsíveis ou aleatórios a partir de situações-problema, utilizando recursos estatísticos e probabilísticos;
- Exploração da idéia de Probabilidade em situações-problema simples, identificando sucessos possíveis, sucessos seguros e as situações de “sorte”. Utilização de informações dadas para avaliar probabilidades. Identificação das possíveis maneiras de combinar elementos de uma coleção e de contabilizá-las usando estratégias pessoais (BRASIL, 1997, p. 90-91).

Assim, o professor dos anos iniciais do Ensino Fundamental precisa explorar em suas tarefas situações que levem o estudante a raciocinar de maneira probabilística. Sobre isso, Lopes (2012, p. 178) salienta que “o raciocínio probabilístico está atrelado ao raciocínio combinatório, ou seja, após a enumeração das possibilidades pode-se analisar a chance e fazer previsões”.

No Brasil a formação inicial e continuada de professores parece não favorecer o desenvolvimento de abordagens para o ensino de Probabilidade (OLIVEIRA; CAZORLA, 2008). Assim, se considerarmos as formações de professores dos anos iniciais, ficam evidenciadas discussões que favorecem compreender sobre as características do desenvolvimento cognitivo das crianças e dos adolescentes de uma maneira muito geral. Essa formação ainda não favorece a reflexão que contemple aspectos mais específicos do ensino de conteúdos de diversas áreas. Por exemplo, não se discute de maneira mais aprofundada como trabalhar os elementos e processos pedagógicos necessários ao desenvolvimento de um raciocínio probabilístico nos alunos.

Apesar do desenvolvimento de pesquisas que investiguem as possibilidades de ensino favoráveis ao desenvolvimento do raciocínio probabilístico, ainda não existem vias de comunicação eficientes entre os resultados de produções científicas que apresentem experiências exitosas na aprendizagem de probabilidade e os professores das redes de ensino básico. Esse desafio foi indicado por Cazorla, Kataoka e Silva (2010) ao salientarem sobre o problema enfrentado pelos grupos de investigação em Educação Estatística condizente com o

fato de que “a produção científica não alcança a escola básica, por vários fatores, e, por conseguinte, não é convertida em materiais para auxiliar o professor” (p. 39).

Desta maneira, quando professores são desafiados a ensinar um tópico que se mostra como novo, tal como os conteúdos curriculares de Probabilidade, eles vão buscar como principal apoio suas próprias experiências prévias com o assunto (quando as tem). Com relação a esse fenômeno, Kazima e Adler (2006) argumentam que, baseados em suas experiências com a Probabilidade, os professores tendem a criar expectativas semelhantes ao que seus alunos vão achar mais fácil, ou difícil de aprender, bem como as atividades pedagógicas poderiam surtir resultados melhores. Assim, o ensino de Probabilidade não se beneficia das discussões pedagógicas mais recentes, mas de experiências pessoais de cada docente.

Por outro lado, Santana (2011) afirma que professores possuem dúvidas e incompreensões a noções básicas de Probabilidade, além de não utilizarem a nomenclatura relativa a fenômeno aleatório, espaço amostral, acaso e evento. Assim, as dificuldades de se explorar a probabilidade em sala de aula decorrem da falta de uma construção conceitual dos professores sobre as noções probabilísticas. Santana também afirma que, em algumas vezes, os professores justificavam essa atitude pelo fato de que os livros didáticos não ofereciam subsídios para trabalhar Probabilidade.

No que se refere aos livros didáticos de Matemática para os anos iniciais, Santana e Borba (2010) concluíram que os títulos analisados não exploravam satisfatoriamente a noção de Probabilidade, pois o faziam de forma descontextualizada e fragmentada. Nas suas análises, as autoras identificaram que a Probabilidade era frequentemente introduzida em associação a outros conceitos, como frações, combinatória e porcentagem, mas sem a devida importância ao conceito de Probabilidade em si mesmo. Santana e Borba sugerem que os livros didáticos devam favorecer a construção do conceito de Probabilidade a partir da compreensão de três noções básicas: percepção do acaso; ideia de experiência aleatória; e noção de possibilidade. As autoras ainda argumentam que os livros didáticos deveriam apresentar situações-problema com variadas formas de representação: “incentivando as crianças a representarem seus dados de formas diversificadas – tais como desenhos, tabelas, gráficos e árvores de possibilidades, bem como o uso de manipulativos” (SANTANA; BORBA, 2010, p. 10).

ENSINAR PROBABILIDADE UTILIZANDO DIFERENTES RECURSOS

Adler (2000) argumenta que, em geral, quando se menciona o termo recurso no âmbito da Educação pensa-se imediatamente em recursos materiais. Assim, parece haver uma desconsideração de que os recursos humanos (ex. professor e alunos) e culturais (ex. linguagem e tempo) também desempenham papéis importantes nos processos de ensino e de aprendizagem. A autora discute a necessidade de reconceituar o termo recurso enfatizando a necessidade de compreendermos que qualquer prática social está vinculada ao acesso a determinados recursos, incluindo as práticas de ensino escolar. Adler afirma que é necessário conceber recurso (em inglês = resource) como um substantivo e como um verbo (em português poder-se-ia pensar no verbo recursar). Assim, os recursos também envolvem ações e processos que constituem e emergem no âmbito das práticas de ensino e aprendizagem de Matemática e Estatística.

Os conhecimentos construídos acerca de um objeto ou fenômeno mediante os diversos recursos de ensino estimulam os alunos a comparar, diferenciar, descrever, concluir dedutivamente, avaliar criticamente os resultados do pensamento próprio e do pensamento dos outros, conduzem ao reconhecimento do essencial e outras generalizações que representam verdadeiros trabalhos de abstração.

Por isso, é fundamental que professores saibam lidar com diferentes recursos para a aprendizagem dos seus alunos. Na perspectiva de Adler (2000), os professores, como os principais articuladores dos recursos no ensino, devem se apoiar em uma formação contínua que se preocupe em responder como, onde e quando utilizar recursos de aprendizagem.

Mesmo considerando essa possibilidade de ampliação do conceito de recurso, há de se reconhecer a importância dos recursos materiais. Estes estariam vinculados a uma série de elementos que serviriam para auxiliar o processo de ensino. Existem muitos recursos materiais que podem ser classificados e abordados de diversas maneiras, dependendo do contexto em que são utilizados. Por exemplo, Adler faz uma distinção entre tecnologias, objetos matemáticos escolares e objetos do cotidiano fora da escola.

No âmbito da aprendizagem da Probabilidade, os usos de objetos físicos como suporte serão muito importantes para que a criança consiga acompanhar o acontecimento de um fenômeno aleatório ou não-aleatório. Assim, atrelado à resolução de problemas, o professor

pode se munir de ferramentas e materiais para facilitar a aprendizagem de noções de Probabilidade na sala de aula.

Damas, Oliveira, Nunes e Silva (2010) afirmam que o uso de materiais manipuláveis insere as crianças em situações cada vez mais complexas envolvendo-as numa linguagem matemática e auxiliando-as a modificar determinados mecanismos a que poderão estar habituadas. Experiências como essas favorecem o despertar de interesse pela criança, o que contribui para que estas permaneçam ativas, questionadoras e imaginativas, conforme a sua própria natureza.

Assim, pode ser útil ao professor pensar em alternativas que retomem as origens da própria área de interesse. Lopes e Meirelles (2005) consideram que uma das origens da teoria da Probabilidade esteve vinculada principalmente à necessidade de avaliar os jogos de azar.

Os jogos são muito utilizados como um recurso pedagógico nos níveis elementares da escolarização e têm sido destacados nos documentos oficiais como uma maneira de aprender Matemática desde muito cedo. Os professores desses níveis também parecem ter familiaridade para tratar de jogos com seus alunos. Atrelar a curiosidade da criança a temas que os envolvam e à ludicidade presente no uso dos jogos pode ser uma maneira de alcançar um aprendizado mais significativo do aluno relativamente à Probabilidade.

A realização de jogos pode constituir-se em situações de resolução de problemas capazes de mobilizar a interdisciplinaridade e a ludicidade, favorecendo processos de significação para que as crianças possam compreender conceitos e noções estatísticas e matemáticas.

(...) o jogo propicia situações que, podendo ser comparadas a problemas, exigem soluções vivas, originais, rápidas. Nesse processo, o planejamento, a busca por melhores jogadas e a utilização de conhecimentos adquiridos anteriormente propiciam a aquisição de novas ideias, novos conhecimentos (...) (SMOLE, 1996, p. 138).

Conforme Borba, Batista e Azevedo (2015), os jogos de Probabilidade podem ser uma boa oportunidade para as crianças pensarem de maneira informal em noções probabilísticas, e, particularmente no levantamento de espaços amostrais. Assim, o contexto de uso dos jogos parece propiciar um espaço infantil e natural às crianças, o que facilitaria a estas externalizarem suas ideias sobre o conceito a ser trabalhado.

Batista (2015) ao conduzir um experimento com crianças do 1º, 3º e 5º anos do Ensino Fundamental, utilizando jogos que abordavam aspectos da aleatoriedade, do espaço amostral e

de comparação de probabilidades, percebeu que o uso de jogos permitiu que as noções intuitivas das crianças aparecessem com naturalidade. Apesar disso, a autora considerou que sem a realização de uma intervenção planejada, a qual pode também incluir esse recurso, será muito difícil o desenvolvimento desses conceitos espontaneamente pela criança.

De maneira geral, atividades que envolvam situações problemas são mais interessantes ao desenvolvimento de noções de Probabilidade. Na perspectiva de Dias, Freitas e Victer (2015), o trabalho com a Probabilidade partindo de situações problemas associadas à interdisciplinaridade pode colaborar para a construção de conceitos, uma vez que um conceito só pode ser formado a partir de diversas situações e da realização de processos como: a elaboração de hipóteses e estratégias, a generalização, a abstração e as transferências desses conceitos a outros. Segundo aqueles autores, o desenvolvimento de conceitos probabilísticos poderá ser alcançado por meio de

Atividades interdisciplinares elaboradas a partir de temas geradores atuais e instigantes aos estudantes que possibilite-os envolver-se no estudo e na pesquisa. Abordagens assim podem promover processos de ensino e aprendizagem mais dinâmico, permitindo que espaços de troca para que o aluno construa o conhecimento, pesquise e dialogue a respeito dos conceitos envolvidos (DIAS; FREITAS; VICTER, 2015, p. 61).

Nesse contexto, para além do uso dos jogos, pode-se pensar na utilização de simuladores, tendo alguns investigadores discutido como tais ferramentas podem ser úteis à aprendizagem de noções e conceitos probabilísticos. Na seção seguinte passaremos a discutir mais especificamente o uso desse tipo de recurso para desenvolver noções de Probabilidade entre jovens estudantes.

O USO DE SIMULADORES PARA O ENSINO DE PROBABILIDADE

As Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) estão inseridas na sociedade de modo a produzirem mudanças perceptíveis na vida das pessoas. De acordo com Kenski (2007), as tecnologias modificam as qualificações profissionais, a maneira como as pessoas realizam atividades de seu cotidiano, incluindo suas ações de lazer, trabalho, busca por informação e comunicação.

Souza e Lopes (2011) consideram que os recursos tecnológicos podem ser úteis para a construção de novos conhecimentos em Estatística, Probabilidade e Estocástica no Ensino

Fundamental, contudo, tais atividades devem estar relacionadas a problemas práticos, sendo também necessária a intervenção constante do professor.

A rapidez das ferramentas tecnológicas pode ser aproveitada pelos professores nas mais variadas atividades que envolvam estatísticas e probabilidades. Sobre isso, Batanero (2005) salienta que simuladores podem ser um importante recurso para estudantes no início do Ensino Fundamental, pois oferecem a possibilidade de construir modelos e visualizar fenômenos aleatórios realizando previsões de longo prazo e interpretando a frequência dos fenômenos probabilísticos.

Um conjunto de pesquisadores compreende a simulação como um processo de resolução de problemas (BRYAN, 1986; MAXARA; BIEHLER, 2006). Mills (2002) esclarece que a simulação como método de ensino insere-se numa lógica construtivista na qual o aluno possui um papel ativo na construção de seus conhecimentos. Nesse contexto, a escolha da tecnologia necessita ser feita para promover uma verdadeira interação entre o aluno e a ferramenta, mantendo o foco no conceito a ser aprendido.

A fim de alcançar isso, é preciso avaliar e escolher uma ferramenta que permita uma fácil manipulação dos alunos, uma plataforma com boa base computacional e um retorno visual rápido das manipulações nela realizadas.

Konold (2007) defende que ao entendermos melhor as intuições dos alunos a respeito de probabilidades, podemos traçar um plano de ensino mais adequado às necessidades dos estudantes. Konold e Miller (2012) desenvolveram o *software TinkerPlots* que permite visualizar e simular dados. Tal *software* tem finalidade educativa e foi elaborado para estudantes entre os 10 e 14 anos de idade.

Na versão 2.0 do *TinkerPlots* foi disponibilizada uma ferramenta denominada de *Sampler*, a qual serve para o trabalho com Probabilidade e amostragem por meio da simulação de dados.

A ferramenta *Sampler* foi incluída no *TinkerPlots* após bons resultados encontrados na pesquisa de Kasak e Konold (2010) com estudantes do ensino secundário dos EUA. Tal pesquisa buscou investigar as ideias de estudantes sobre dados e chance a partir da utilização de uma base tecnológica.

A sequência realizada por esses investigadores considerou a simulação a partir de uma necessidade real para seu uso. Em uma das atividades propostas, os alunos participantes eram convidados em um trio a resolver o *Wink Problem*. Tratava-se de um jogo que envolvia inicialmente o sorteio de fichas inseridas num saco. Em algumas fichas havia o desenho de

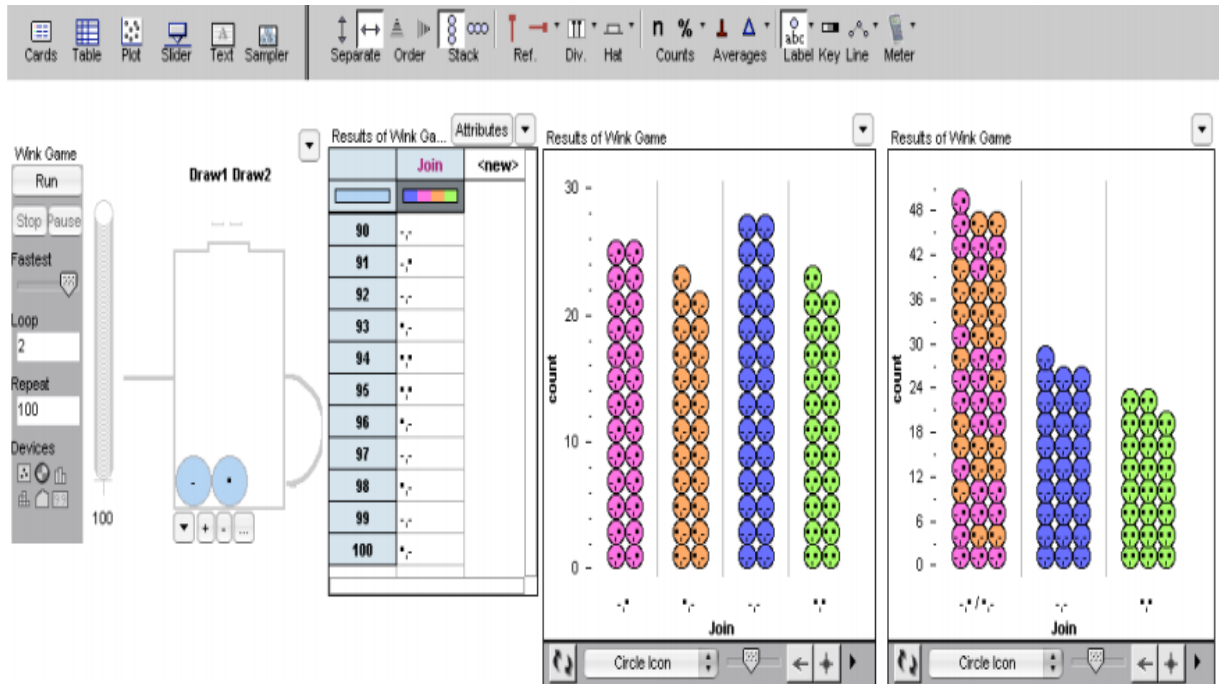
um ponto (•) e em outras um traço (-). Se no sorteio de duas fichas, ambas fossem pontos, o estudante *A* ganharia. Se em ambas as fichas estivessem desenhados traços, o estudante *B* ganharia. Se as duas fichas fossem diferentes (•, - ou - •), o estudante *C* ganharia o jogo. No contexto da atividade, os pesquisadores sugeriram que os alunos imaginassem os símbolos impressos nas fichas como olhos, que poderiam estar abertos ou fechados. Assim, dois olhos abertos (•, •) eram referidos como *Stare*, olhos fechados (-, -) como *Blink* e olhos diferentes (•, - ou - •) como *Wink*.

De acordo com Kasak e Konold (2010), antes de jogarem, muitos alunos acreditavam ser o *Wink Problem* um jogo justo, ou seja, os alunos geralmente apresentaram a intuição de que as chances dos três jogadores ganharem eram iguais. Essa crença pode estar amparada em um raciocínio baseado num viés de equiprobabilidade ou numa forma heurística de representatividade, ambos trazendo intuições errôneas sobre o jogo. O equívoco da equiprobabilidade refere-se à ideia de que os resultados de um experimento são igualmente prováveis. O equívoco da representatividade, por sua vez, refere-se à ideia de que a amostra terá a mesma distribuição de resultados da população.

Apenas após a realização de alguns sorteios e do registro de cada resultado, os estudantes puderam questionar suas intuições iniciais. Alguns estudantes indicaram por conta própria a necessidade de jogar mais vezes para tomar alguma decisão sobre o jogo ser ou não justo, o que indicou uma compreensão adequada da Lei dos Grandes Números.

Após isso, Kasak e Konold (2010) sugeriram aos alunos que jogassem mais 100 vezes a fim de tomarem uma decisão mais fundamentada. A necessidade de jogar uma grande quantidade de vezes inseriu a possibilidade da simulação e o uso do *TinkerPlots*. Assim, a partir do uso de um protótipo do *Sampler*, os participantes puderam construir um plano amostral do jogo (conforme Figura 2) e ao observar os dados retirados do simulador, verificar que, ao contrário do seu pensamento inicial, o jogo não era justo pois o elemento *Wink* representando os olhos diferentes (•, - ou - •) tinha cerca de duas vezes mais chances de aparecer comparado aos demais elementos.

Figura 1: Reprodução de telas do *TinkerPlots* apresentando um plano amostral do problema *Wink*.



Fonte: Kasak e Konold (2010).

Também se observou que as manipulações do protótipo auxiliaram os participantes a desenvolverem uma compreensão geral da Lei de Grandes Números, ficando evidente que a utilização do *software TinkerPlots* pôde auxiliar na realização de tarefas envolvendo o conceito de amostra e noções de Probabilidade, oferecendo boas possibilidades de manipulação de grandes quantidades de dados.

A atividade desenvolvida por Kasak e Konold (2010) apresenta alguns elementos importantes de serem destacados. Conforme alguns pesquisadores, estudantes muito jovens apresentam dificuldades em listar todas as possibilidades de um espaço amostral (BORBA; BATISTA; AZEVEDO, 2015; BRYANT; NUNES, 2012; PESSOA; BORBA, 2010). Assim, em atividades que envolvem a listagem de todas as combinações possíveis de um evento aleatório pode ser útil a utilização de outros tipos de recursos além do lápis e papel, como o uso de softwares e simuladores.

Mesmo entre adultos ou estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental, as atividades com probabilidade podem gerar algum tipo de dificuldade ou frequentemente estarem associadas a intuições equivocadas dos alunos. Os recursos tecnológicos que

permitem o uso da simulação também podem ser um elemento interessante para sondar quais ideias os estudantes trazem consigo a fim de que, progressivamente, tais intuições sejam confrontadas.

Com base nessas ideias, Souza (2015) desenvolveu um estudo cujo objetivo foi investigar os conhecimentos de estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental sobre Probabilidade com o uso da ferramenta *Sampler* do *TinkerPlots 2.0*. A partir de três sessões de pesquisa juntos aos estudantes, o autor buscou identificar os conhecimentos prévios dos alunos sobre Probabilidade; descrever os seus conhecimentos sobre Probabilidade a partir de experimento aleatório realizado com o simulador e no ambiente físico; e explorar a ferramenta *Sampler* para mobilizar os conhecimentos dos participantes a respeito de probabilidade.

A partir de um pré-teste foi possível identificar que estudantes apresentavam conceitos intuitivos e não-formais sobre probabilidade. O teste foi estruturado com questões presentes no estudo de Kasak e Konold (2010) envolvendo o *Wink Problem*, o qual foi apresentado anteriormente. Assim, utilizando a mesma sequência de questionamentos feitos na pesquisa com estudantes americanos, Souza (2015) levou os estudantes do 9º ano a registrarem por meio de gráficos o experimento com fichas e saco e, posteriormente, levou-os a confrontar suas intuições.

Durante as simulações, o pesquisador estimulou os participantes a pensarem sobre a probabilidade teórica e a compararem os gráficos gerados para representar os resultados da simulação e aquele gerado a partir da experimentação no ambiente físico. De acordo com o autor, a simulação de experimentos por meio do *Sampler* pode ter contribuído para a reflexão melhor sobre a relação entre probabilidade teórica e probabilidade advinda da experimentação; e que embora os estudantes não apresentassem conhecimentos formalizados sobre probabilidade, eles foram capazes de aprofundar suas ideias iniciais sobre aspectos fundamentais desse conceito tais como espaço amostral e a relação entre probabilidade teórica e frequencial.

Outro aspecto interessante elencado no estudo de Souza (2015) é que os alunos escolheram o dispositivo *Spinner* presente no simulador para realizar o experimento das fichas no *TinkerPlots*. O *Spinner* permite a visualização da aleatoriedade a partir de um modelo de área com um ponteiro giratório. Outros dispositivos poderiam ser escolhidos pelos participantes, tal como o dispositivo *Mixer* que permite a visualização da aleatoriedade a partir de um modelo de bolas saltando em torno de um suposto saco e liberando o resultado para fora do saco. Conforme o autor, é possível que as considerações dos estudantes sobre

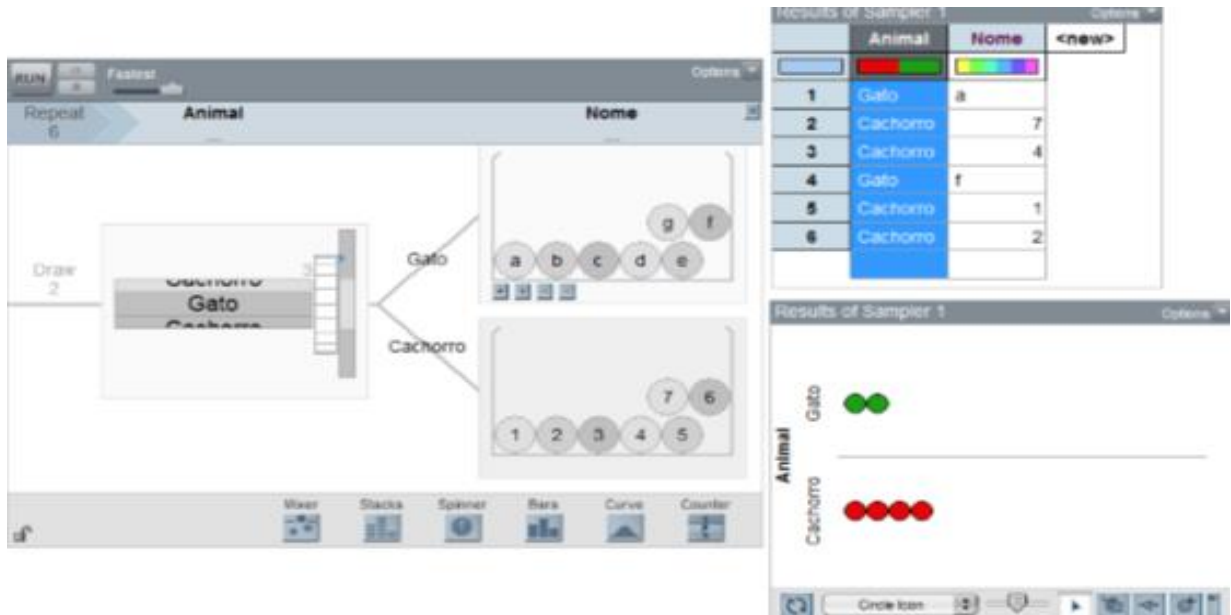
aleatoriedade tenham sido influenciadas pelo primeiro modelo de simulação, o que sugere que novos estudos poderiam ser feitos para explorar as diferenças nas ideias sobre aleatoriedade a partir das diferentes visualizações de simulação presentes no *Sampler*.

Com a preocupação de trazer a discussão sobre o uso de simuladores aos professores da rede básica de ensino, Martins (2014) desenvolveu um estudo com quatro professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental de uma escola situada na Região Metropolitana do Recife, cujo objetivo foi investigar os entendimentos de professores sobre amostragem ao utilizar a ferramenta *Sampler* do *software TinkerPlots*. Especificamente, a investigadora tratou de identificar como professores refletiam sobre aspectos referentes ao tamanho, à representatividade e ao tipo de amostra ao utilizarem o *software TinkerPlots*.

A primeira etapa da pesquisa incluiu uma sessão de familiarização com o *software*. Nessa etapa foi possível apresentar como alterar a chance de um elemento ser selecionado para compor uma amostra utilizando o *Sampler* e, de modo geral, percebeu-se que as professoras participantes conseguiram manusear as ferramentas do *software TinkerPlots* sem grandes dificuldades.

Uma imagem que reflete o momento de familiarização da ferramenta *Sampler* pelas professoras do estudo de Martins (2014) pode ser visualizada na Figura 2. Essa situação ocorreu a partir de um contexto envolvendo amostras fictícias de gatos e cachorros. Nessa etapa da investigação, foram apresentadas as funções da ferramenta por meio da exemplificação da extração de casos, bem como foram testadas as hipóteses das professoras sobre como extrair e construir casos com o simulador.

Figura 2 - Reprodução da tela do *TinkerPlots* com a ferramenta *Sampler* acionada para a construção de amostras aleatórias proporcionais com professoras do estudo de Martins (2014).



Fonte: Martins (2014).

Assim, na Figura 2 é possível perceber que as professoras puderam visualizar a formação dos casos em uma amostra, identificá-los em uma tabela simples e analisar sua tendência por meio de *Plots* que formavam, para esse momento, gráficos de pontos.

O desenvolvimento de atividades sobre amostragem exige a utilização de várias ideias relacionadas. Ben-Zvi, Makar, Bakker e Aridor (2011) reconhecem como fundamentais no aprendizado sobre amostra conceitos como intervalo e distribuição, inferência, probabilidade, aleatoriedade e interpretação de gráficos. Na etapa de manipulação das amostras, foi possível perceber um bom desempenho das professoras que conseguiram selecionar amostras aleatórias e proporcionais e analisar a variação dos casos que compunham cada amostra pela observação dos gráficos gerados no *TinkerPlots*.

As participantes do estudo de Martins (2014) demonstraram entender que o procedimento de amostragem interfere na representatividade de uma amostra. Três das quatro participantes conseguiram projetar com o auxílio do *Sampler* uma amostragem estratificada proporcional a partir da observação das características de uma população fictícia e pelo teste com amostras aleatórias simples. A possibilidade de selecionar amostras e analisá-las a partir de gráficos, observando estatísticas com os recursos do *TinkerPlots*, pareceu contribuir para que as professoras avançassem em suas compreensões sobre amostragem.

Apesar dos bons resultados encontrados no estudo de Martins (2014), foi possível perceber que a utilização de simuladores por meio de TIC ainda é uma realidade distante nos níveis mais elementares do Ensino Fundamental, uma vez que a formação desses professores não contempla, em sua grande maioria, discussões sobre a aprendizagem de Probabilidade em

ambientes computacionais. Assim “é preciso repensar situações que permitam saber como os professores e alunos poderiam se beneficiar de uma formação que considere a utilização de ambientes computacionais” (MARTINS, 2014, p. 147).

Além disso, incluir na formação inicial momentos exploratórios de diferentes abordagens probabilísticas usando simuladores com situações que apresentem espaços não equiprováveis, bem como fazer uso da Probabilidade Geométrica e Condicional poderiam ampliar o repertório do professor no que tange aos diferentes tipos de problemas que devem ser explorados com os alunos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste artigo destacamos que o desenvolvimento de noções probabilísticas está presente no cotidiano das crianças antes mesmo de sua introdução em uma rotina escolar. Contudo, o fato das crianças apresentarem certas intuições probabilísticas no âmbito de suas práticas extraescolares não exime a necessidade destas noções serem desenvolvidas ao longo da escolaridade. Na verdade, as ações educativas são importantes de serem iniciadas desde os primeiros anos do Ensino Fundamental a fim de que as intuições iniciais das crianças possam ser questionadas e elas tenham oportunidades para modificar seus pensamentos sobre situações probabilísticas.

Entretanto, parece que para ocorrer o desenvolvimento dessas noções nos Anos Iniciais, os professores precisam se valer de uma prática que rompa com a visão determinista da Matemática. Essa mudança pressupõe pensar e realizar novas abordagens de ensino que permitam ao aluno refletir sobre os problemas que lhe são apresentados e elaborar hipóteses para resolvê-los.

O uso das TIC como recurso pode ser um caminho interessante para auxiliar o professor a desenvolver novas abordagens para o ensino de Probabilidade. Em específico, o uso de simuladores pode ser utilizado de maneira a unir diferentes perspectivas para o ensino dessa área, tais como a interdisciplinaridade, a presença de situações-problemas e os jogos.

No âmbito dos estudos sobre a ferramenta *Sampler* do *TinkerPlots*, salientamos que outros tipos de probabilidades (além da frequentista), tais como a Probabilidade Geométrica e

a Probabilidade Condicional, precisam ser mais investigados em novas pesquisas com professores e alunos a fim de trazer reflexões em torno da aprendizagem desses elementos a partir do uso de um recurso tecnológico.

Contudo, a partir das pesquisas que utilizaram o recurso *Sampler* discutidas neste artigo, percebe-se que o uso de simuladores pode complementar situações que visem à construção de ideias probabilísticas que utilizem lápis e papel, bem como experimentos físicos. As possibilidades presentes nesse recurso em específico parecem apontar para uma variedade de explorações e atividades relativas à probabilidade e outros conceitos interligados que ainda precisam ser mais amplamente explorados em novas pesquisas.

No que se refere às lacunas na formação de professores em Probabilidade destacamos a necessidade de fomentar maneiras de trabalho cooperativo entre diversos agentes para a melhoria do ensino de Probabilidade: professores, investigadores em Educação Matemática e em Educação Estatística, matemáticos e estatísticos, visando à melhoria no ensino da Estatística e Probabilidade.

REFERÊNCIAS

ADLER, J. Conceptualising resources as a theme for teacher Education. **Journal for Mathematics Teacher Education**, Dordrecht, v. 3, n. 3, p. 205-24, 2000.

BATANERO, C. Significados de La Probabilidad en la Educación Secundaria. **RELIME: Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, Ciudad do México, v. 8, n. 3, p. 247-263, 2005.

BATISTA, R. C. **É a moeda que diz, não é a gente que quer não**: conhecimentos probabilísticos de crianças em situações de jogos. 2015. 142 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2015.

BEN-ZVI, D.; MAKAR, K.; BAKKER, A.; ARIDOR, K. Children's emergent inferential reasoning about samples in an inquiry-based environment. In: CONGRESS OF THE EUROPEAN SOCIETY FOR RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION, 17., 2011, Rzeszów: Poland. **Proceedings...** Rzeszów, 2011. p. 745-754.

BORBA, R.; BATISTA, R.; AZEVEDO, J. Levantando Possibilidades para o Desenvolvimento dos Raciocínios Probabilístico e Combinatório de Crianças em Anos Iniciais de Escolarização. In: BORBA, R.; GUIMARÃES, G. (Org.). **Pesquisa e Atividades para o aprendizado matemático na Educação Infantil e nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**. Brasília: SBEM, 2015.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática** / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRYAN, B. Using simulation to model real world problems. INTERNATIONAL ASSOCIATION OF STATISTICAL EDUCATION (IASE). ICOTS, 2., 1986. Victoria: Canadá. **Anais...** Victoria: International Statistical Institute, 1986. p. 86-90. Disponível em: <<http://iase-web.org./documents/papers/icots2/Bryan.pdf>> Acesso em: 12 fev. 2016.

BRYANT, P.; NUNES, T. **Children's Understanding of Probability: a literature review**. London: Nuffield Foundation, 2012. Disponível em: <http://www.nuffieldfoundation.org/sites/default/files/files/Nuffield_CuP_FULL_REPORTv_FINAL.pdf>. Acesso em: 11 fev. 2016.

CAMPOS, S. G. V. B.; NOVAIS, E. S. Jogos e brincadeiras para ensinar e aprender Probabilidade e Estatística nas séries iniciais do Ensino Fundamental. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, CULTURA E DIVERSIDADE, 10., 2010, Salvador: BA. **Anais...** Salvador, 2010. p. 1-9.

CARVALHO, C.; FERNANDES, J. A. Revisitando o conceito de Probabilidade com um olhar da Psicologia. **Quadrante**, Lisboa, v. 14, n. 2, p. 71-88, 2005.

CAZORLA, I.; KATAOKA, V. Y.; SILVA, C. B. Trajetórias e perspectivas da educação estatística no Brasil: um olhar a partir do GT 12. In: LOPES, C. E.; COUTINHO, C. Q. S.; ALMOULOU, S. A. (Org.). **Estudos e reflexões em Educação Estatística**. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2010. p. 19-44.

COUTINHO, C. Q. S. **Introduction aux situations aléatoires dès le Collège: de la modélisation à la simulation d'expériences de Bernoulli dans l'environnement informatique Cabri-géomètre II**. Grenoble, 2001. 338 p. Tese (Doutorado em Didática da Matemática) -- Université Joseph Fourier, Grenoble I, 2001.

COUTINHO, C. Q. S. Probabilidade geométrica: um contexto para a modelização e a simulação de situações aleatórias com Cabri. In: REUNIÃO ANUAL DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA EM EDUCAÇÃO - ANPED, 25., 2002, Caxambu. **Anais eletrônicos...** Caxambu: Anped, 2002. Disponível em: <<http://www.anped.org.br/reunioes/25/tp251.htm#gt19>>. Acesso em: 29 jun. 2009.

DAMAS, E.; OLIVEIRA V.; NUNES, R.; SILVA, L. **Alicerces da Matemática**. Guia prático para professores e educadores. Porto: Areal Editores, 2010.

DIAS, R. A.; FREITAS, A. V.; VICTER, E. F. Noções de Probabilidade na Educação Básica: atividades interdisciplinares. **Areté**, Manaus, v. 8, n. 16, p. 61-75, 2015.

KAZAK, S.; KONOLD, C. Development of ideas in data and chance through the use of tools provided by computer-based technology. In: INTERNATIONAL ASSOCIATION OF STATISTICAL EDUCATION (IASE). ICOTS, 8., 2010, Slovenia, **Anais**

eletrônicos...Slovenia: International Statistical Institute, 2010. Disponível em:
<http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/icots8/ICOTS8_8D2_KAZAK.pdf>.
Acesso em: 9 fev. 2016.

KAZIMA, M.; ADLER, J. Mathematical knowledge for teaching: adding to the description through a study of probability in practice. **Pythagoras**, Durbanville, n. 63, v. 46, p. 46-59, 2006.

KENSKI, V. M. **Educação e Tecnologias: o novo ritmo da informação**. Campinas, SP: Papirus, 2007.

KONOLD, C. Designing a data tool for learners. In: LOVETT, M.; SHAH, P. (Ed.). **Thinking with data**. New York: Taylor & Francis, 2007. p. 267-291.

KONOLD, C.; MILLER, C. **TinkerPlots: Dynamic data exploration**. TinkerPlots Help Version 2.0, Emeryville, CA: Key Curriculum Press, 2012. Disponível em:
<http://www.srri.umass.edu/sites/srri/files/tinkerplots2help/index.html?device_options.htm>.
Acesso em: 18 fev. 2016.

LOPES, C. A Educação Estocástica na Infância. **Revista Eletrônica de Educação**, Lisboa, v. 6, p. 160-174, 2012.

LOPES, C. E.; MEIRELLES, E. Estocástica nas séries iniciais. In: ENCONTRO REGIONAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA, 18., 2005, Campinas, **Anais...** Campinas: Lem/Imecc/Unicamp. 2005. p. 1-8. Disponível em:
<http://www.ime.unicamp.br/erpm2005/anais/m_cur/mc02_b.pdf>. Acesso em: 19 fev. 2016.

MARTINS, M. N. P. **Professores compreendendo noções de amostragem com o software TinkerPlots 2.0**. 2014. 155 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2014.

MAXARA, C.; BIEHLER, R. Students' simulation and modelling competence after a computer-intensive elementary course in statistics and probability. In: INTERNATIONAL ASSOCIATION OF STATISTICAL EDUCATION (IASE). ICOTS, 7., 2006. Bahia - Brasil, **Anais eletrônicos...** Bahia: International Statistical Institute, 2006. Disponível em:
<http://iase-web.org/documents/papers/icots7/7C1_MAXA.pdf>. Acesso em: 9 fev. 2016.

MILLS, J. Using Computer Simulation Methods to Teach Statistics: a review of the literature. **Journal of Statistics Education**, Alexandria, v. 10, n. 1, 2002.

OLIVEIRA, S.; CAZORLA, I. Ensinando probabilidades no Ensino Fundamental. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, v. 24, n. 13, p. 3-6, 2008.

PESSOA, C; BORBA, R. O Desenvolvimento do raciocínio combinatório na escolarização básica. **Em Teia - Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, Recife, v. 1, n. 1, 2010.

PIAGET, J.; INHELDER, B. **A origem da ideia do acaso na criança**. Rio de Janeiro: Record, 1951.

SANTANA, M. R. M. **O acaso, o provável, o determinístico**: um estudo sobre concepções e práticas de professores do Ensino Fundamental. 2011. 96f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco, 2011.

SANTANA, M. R. M.; BORBA, R. Como a probabilidade tem sido abordada nos livros didáticos de Matemática de anos iniciais de escolarização. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador: **Anais...**Salvador: ENEM, 2010. p. 1-11.

SMOLE, K. C. S. **A Matemática na Educação Infantil**. A teoria das inteligências múltiplas na prática escolar. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

SOUZA, G. O. **Explorações de estudantes do 9º ano sobre o conceito de probabilidade com o software TinkerPlots 2.0**. 2015. 151 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2015.

SOUZA, L. O.; LOPES, C. E. O Uso de Simuladores e a Tecnologia no Ensino da Estocástica. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, SP, v. 24, n. 40, p. 659-677, 2011.

SPINILLO, A. G. Noções iniciais das crianças sobre probabilidade. **Temas em Psicologia**. Ribeirão Preto, n. 1, p. 47-68, 1995.