

## REFLEXÕES SOBRE O USO DE PLANILHAS ELETRÔNICAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA

**Andréa Paura Aieta**

Mestrado

FAETEC – RJ – Brasil

anpaura@gmail.com

**Marco Aurelio P. Cabral**

Doutorado

IM/UFRJ – RJ – Brasil

mapcabral@ufjf.br

**Claudia C. de Segadas -Vianna**

Doutorado

IM/UFRJ – RJ – Brasil

claudia@im.ufjf.br

### Resumo

O objetivo deste trabalho é apresentar contribuições que as ferramentas computacionais proporcionam à formação docente, partindo de uma reflexão sobre uma experiência com alunos de um curso de Licenciatura em Matemática. Propusemos situações-problema com o uso de planilhas eletrônicas e avaliamos, utilizando o modelo TPACK, quais os tipos de conhecimentos que foram agregados durante a implementação destas atividades e quais as barreiras interpostas pelo uso da tecnologia digital no ensino de matemática. Verificamos, entre outros aspectos, que o uso do computador em sala de aula não facilita necessariamente o trabalho do professor, pois exige um planejamento e preparo cuidadoso das atividades, além de atenção e reflexão durante a aplicação.

Palavras-chave: Tecnologia digital. Ensino. Planilhas. Conhecimentos docentes.

### Abstract

The aim of this work is to present some contributions that computational tools can provide to teacher's education. Based on an experience with a group of prospective teachers in mathematics, we proposed problems that could be solved using spreadsheets. Using the TPACK model, which types of knowledge were assimilated during the implementation of these activities and what barriers were interposed by the use of digital technology. We verified, among others aspects, that the use of computer tools in the classroom will not necessarily make the teacher's work easier since it will require a planning and a very careful preparation of activities, in addition to attention and reflection during its application.

Keywords: Digital technology. Education. Spreadsheets. Teachers knowledge.

## **INTRODUÇÃO**

Este trabalho faz parte de um projeto de pesquisa desenvolvido em um curso de Mestrado Acadêmico em Ensino da Matemática (PAURA, 2015). O estudo foi realizado a partir da aplicação de quatro atividades matemáticas em uma turma do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Rural do Rio de Janeiro. A análise dos encontros promovidos com os alunos gerou reflexões e avaliações sobre os conhecimentos agregados. Nesse artigo focamos em uma das quatro atividades deste estudo, a Atividade das Dobras, onde percebemos de forma mais clara a utilização desses conhecimentos.

Embora as Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) tenham sua importância reconhecida para o ensino-aprendizagem de conteúdos matemáticos, há falta de formação específica dos alunos para seu uso em sala de aula (HASPEKIAN, 2005; KOEHLER; MISHRA, 2009; NIESS et al., 2010; SUTHERLAND, 2009). Isto nos motivou a organizar um trabalho que refletisse sobre a capacitação de futuros docentes no uso de tecnologias computacionais. Fizemos este estudo tendo em mente que o ensino de matemática num contexto tecnológico requer do docente envolvido conhecimentos teóricos e práticos relacionados às potencialidades e limitações das diferentes ferramentas computacionais, além de formação específica sobre o uso da tecnologia. A base teórica principal foi o modelo TPACK, construído por Punya Mishra e Matthew J. Koehler, além de pesquisas mais específicas sobre o uso de planilhas eletrônicas no ensino. Detalharemos a seguir estes estudos.

## **REFERENCIAL TEÓRICO**

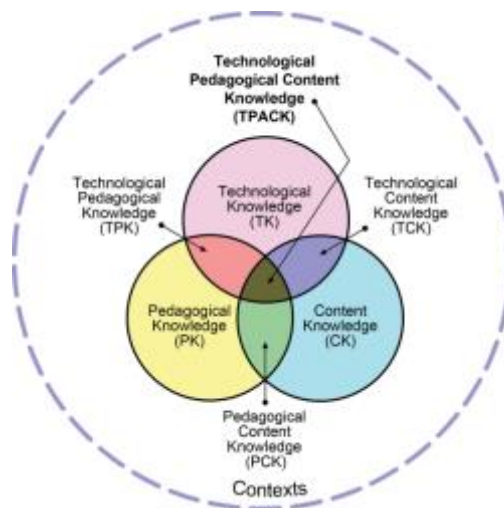
Publicações voltadas para o Ensino Fundamental e Médio, tais como PCNEM (BRASIL, 1999) e NCTM (2011), apresentam recomendações para promover a melhoria da qualidade do ensino de matemática, entre elas a incorporação das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) aos processos educativos. Os PCNEM (BRASIL, 1999) apontam que, se por um lado a tecnologia está inserida no dia a dia, com indivíduos com capacidade para usá-la, por outro lado essa mesma tecnologia pode ser um recurso pedagógico no processo ensino-aprendizagem de

matemática por possibilitar o surgimento e a renovação de saberes. No contexto dos EUA, os NCTM (2011) apontam que o uso estratégico de ferramentas tecnológicas pode apoiar a aprendizagem de procedimentos matemáticos, desenvolvendo a compreensão dos alunos, estimulando o seu interesse e aumentando a sua proficiência em matemática. Niess et al. (2010) afirmam que o uso de tecnologia gera mudanças na dinâmica da sala de aula, na relação professor-aluno e que precisa ser mediada por um professor preparado para provocar situações que favoreçam a aprendizagem dos alunos. Os professores devem buscar uma integração entre a dimensão tecnológica e a dimensão do conhecimento matemático, ou seja, devem dominar novas áreas de conhecimento inerentes aos atuais processos de integração das TDIC na sala de aula.

Alguns pesquisadores (SHULMAN, 1986, 1987; KOEHLER; MISHRA, 2009; NIESS et al., 2010) vêm estudando a base de conhecimento profissional para o ensino. Há estudos que procuram estabelecer relações entre os conhecimentos construídos ao longo da vida profissional e aqueles adquiridos em cursos de formação inicial ou programas de formação continuada. Shulman (1986, 1987) teve como objeto de investigação e discussão os tipos de conhecimentos profissionais básicos para o ensino. Dentre estes, o conhecimento pedagógico de conteúdo representa um novo tipo de conhecimento docente, que caminha na procura de estratégias para apresentar o conteúdo das disciplinas, na geração de representações ou transformações que facilitam a compreensão dos conteúdos pelos alunos. Segundo o autor, esse conhecimento será construído pelos docentes no processo de aprendizagem de sua prática docente. A efetiva integração das TDIC requer, além de novas estratégias de ensino, a percepção da tecnologia como um elemento complementar à construção de conhecimentos e à geração de novos saberes (MISHRA; KOEHLER, 2006). Algumas preocupações com a inserção da tecnologia no ensino têm sido analisadas de forma mais particular no que diz respeito às especificidades pedagógicas e dos conteúdos tratados. Mishra e Koehler (2008) abordam o Conhecimento do Conteúdo (CK), Conhecimento Pedagógico (PK) e Conhecimento Tecnológico (TK), considerando cada um dos componentes isoladamente, além da relação entre eles em pares e os três em conjunto. Estas interações são representadas como Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK), Conhecimento Tecnológico do Conteúdo (TCK), Conhecimento Tecnológico

Pedagógico (TPK) e Conhecimento Tecnológico, Pedagógico e do Conteúdo (TPACK). Apresentamos na Figura 1 abaixo o modelo TPACK.

**Figura 1:** O quadro TPACK e seus componentes de conhecimento.



Fonte: <http://tpack.org>

Além do conhecimento sobre o uso de tecnologias, tanto a do tipo padrão (livro, quadro branco) como as digitais (computador), os professores precisam compreender o impacto da tecnologia nas práticas docentes e nos conhecimentos de uma disciplina, o conhecimento tecnológico do conteúdo (TCK), e uma compreensão das mudanças que ocorrem no ensino-aprendizagem com o uso de determinadas tecnologias, o que envolve o conhecimento tecnológico pedagógico (TPK). Esse último é o conhecimento das disposições pedagógicas e das limitações da tecnologia. O TPACK, no centro do quadro apresentado, é considerado como a complexa interação das três formas primárias de conhecimento, indo além delas de forma isolada e enfatizando os novos tipos de conhecimento que se encontram nas intersecções entre eles. O TPACK é o pacote total requerido para integrar verdadeiramente tecnologia, pedagogia e conteúdo, fundamental na construção do currículo destinado a preparar os alunos para pensar e aprender com tecnologias digitais. Trata-se de uma estrutura que identifica o conhecimento que os docentes precisam para ensinar de forma eficaz com uso da tecnologia. O TPACK requer uma compreensão da representação de conceitos utilizando tecnologias; das técnicas pedagógicas que usam tecnologias para ensinar o conteúdo de forma construtiva; do conhecimento das dificuldades dos conceitos a serem abordados e como

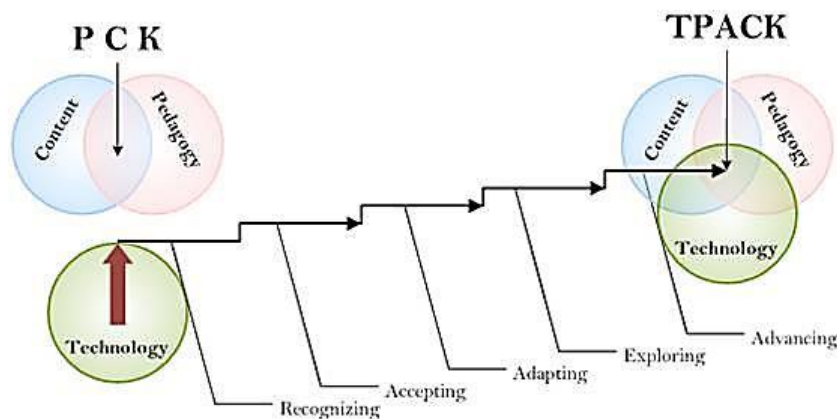
a tecnologia pode ajudar a corrigir alguns dos problemas que os alunos enfrentam; do conhecimento das teorias da epistemologia e do conhecimento prévio dos alunos; e do conhecimento de como as tecnologias podem ser usadas para re(construir) conhecimentos existentes, desenvolvendo novas epistemologias ou reforçar as já desenvolvidas (KOEHLER; MISHRA, 2009).

Niess et al. (2010) contribuem para o TPACK explorando o impacto de um curso oferecido a professores de Matemática sobre a integração de planilhas eletrônicas no ensino. Os autores apresentaram as suas interpretações em cinco níveis, a saber:

- No nível Reconhecimento, os professores são capazes de usar planilhas eletrônicas, mas não as integram no ensino-aprendizagem de matemática.
- No nível Aceitação, os professores podem aplicar atividades experimentadas por eles, mas não com o objetivo de ensinar matemática.
- No nível Adaptação, os professores se envolvem em atividades de ensino-aprendizagem de matemática com planilhas eletrônicas e se propõem a usar somente atividades com baixo nível cognitivo.
- No nível Exploração, os professores integram planilhas eletrônicas ao ensino-aprendizagem de matemática ativamente, reformulando ou desenvolvendo atividades que atendam ao currículo da disciplina; as planilhas eletrônicas são usadas como ferramentas para resolução de problemas.
- No nível Avançado, os professores são capazes de avaliar os resultados do seu envolvimento na integração das planilhas eletrônicas no ensino-aprendizagem de matemática e encorajam seus alunos a participarem de atividades exploratórias.

Podemos entender melhor esse modelo da evolução dos conhecimentos TPACK na Figura 2 a seguir:

**Figura 2:** Descrição visual dos níveis de pensamento e compreensão identificada pelo TPACK.



Fonte: Niess et al. (2009, p. 10).

Tanto no Brasil como no mundo percebemos um aumento da quantidade de publicações sobre a integração de tecnologias no ensino de matemática, mas sem impacto evidente. Haspekian (2005) remete-nos a questões sobre o uso de planilhas eletrônicas no ensino de Matemática, como as características dos recursos existentes e as condições necessárias para o seu uso, com um olhar voltado para o desenvolvimento da prática docente quando envolvida na integração dessa tecnologia. Haspekian acredita que esses elementos contribuem para a concepção de experimentos exploratórios, com posterior análise dos seus resultados, para a construção de significados matemáticos em ambientes de planilhas e na compreensão das questões de integração tecnológica. A planilha eletrônica é uma ferramenta híbrida, que permite a transição entre a aritmética e a álgebra por desenvolver o simbolismo e a relação sintática e semântica na álgebra. Se antes era vista somente como uma ferramenta computacional para cálculos aritméticos, atualmente é reconhecida sua importância para estimular o pensamento matemático. Nesse sentido, o seu uso no ensino de álgebra pode ser mais enriquecedor do que uma prática com papel e lápis. A multiplicidade de representações disponíveis pode auxiliar os alunos na interação entre os dados, permitir que façam conjecturas e até mesmo ajudá-los a encontrar seus erros. Permite que busquem padrões, construam expressões algébricas e generalizem conceitos (BAKER; SUGDEN, 2003; HASPEKIAN, 2005; NIESS et al., 2010; SUTHERLAND, 2009). Possibilita ainda que os dados, as fórmulas

e os gráficos estejam disponíveis na tela ao mesmo tempo, além de dar aos estudantes a possibilidade de resolver problemas complexos e lidar com grandes quantidades de dados sem necessidade de programação (BAKER; SUGDEN, 2003).

Heid e Blume (2008) apresentam resultados importantes sobre o uso de planilhas eletrônicas no estudo de sequências numéricas. Segundo os autores, além da generalização de uma sequência na forma recursiva, as planilhas eletrônicas podem proporcionar o estudo das ligações entre as funções definidas explicitamente e os seus homólogos definidos recursivamente. Sob o aspecto das múltiplas representações, as planilhas eletrônicas oferecem a possibilidade do uso de diversos registros simbólicos. Apesar das vantagens significativas apresentadas, os autores mostram algumas restrições em seu uso. Um exemplo é no aprendizado de Álgebra, pois ao interagirem com uma planilha eletrônica no desenvolvimento de modelos e de resolução de problemas, os alunos são envolvidos no uso de uma linguagem algébrica que exige uma sintaxe rigorosa, habilidade essa requerida pela própria estrutura da ferramenta computacional. Entretanto, planilhas não permitem resolver equações algébricas e, nesse caso, um sistema algébrico computacional, ou até mesmo papel e lápis, podem ser mais apropriados (HASPEKIAN, 2005; SUTHERLAND, 2009).

Haspekian (2005) e Sutherland (2009) pontuam as dificuldades que professores de matemática possuem em utilizar o potencial das planilhas eletrônicas. Além das dificuldades técnicas, a construção de uma atividade matemática com uso de planilhas como ferramenta pedagógica é uma tarefa bastante complexa para o professor. Não basta organizar uma sequência de objetivos matemáticos, é necessário pensar nos impactos que as características técnicas e as funcionalidades da ferramenta vão ter sobre a aprendizagem dos conceitos matemáticos. Segundo Mishra e Khoeler (2006), tais obstáculos podem ser relacionados aos conhecimentos exigidos pelo professor para a integração da ferramenta, pois precisa aprender como usá-la no seu trabalho docente, sabendo explorar sua potencialidade para um ensino eficiente do conteúdo matemático. O professor que não conhece bem a ferramenta tecnológica (TK) pode não saber combinar seus conhecimentos prévios com o ensino-aprendizagem de matemática (TPK e TPACK). Faz-se necessário o desenvolvimento do conhecimento tecnológico, pedagógico e do conteúdo (TPACK) para sanar estas dificuldades.



## O ESTUDO

Participaram desta pesquisa alunos do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Rural do Rio de Janeiro. Selecionamos uma turma com 12 alunos da disciplina Núcleo de Estudos e Pesquisas em Matemática – Softwares Educacionais, do segundo período de 2014, que cursavam entre os 3º e 5º períodos. As aulas ocorreram uma vez por semana. A sala de aula estava provida com computadores com software computacional para planilhas eletrônicas, datashow, quadro branco, papel e lápis. O conteúdo matemático trabalhado foi o estudo de seqüências numéricas e funções em suas múltiplas representações utilizando programas geradores de gráficos e planilhas eletrônicas. Todas as atividades foram desenvolvidas com auxílio do software computacional livre Br Calc (planilha eletrônica) e as questões solicitaram conhecimentos matemáticos prévios dos alunos, fazendo-os refletirem sobre o ensino de conceitos matemáticos com uso do software como ferramenta pedagógica. Aplicamos questionários antes do início das atividades, ao final de cada encontro e ao final da pesquisa. O primeiro questionário recolheu dados sobre as concepções dos envolvidos acerca dos conhecimentos necessários para o uso de tecnologia para o ensino de matemática e suas experiências anteriores com a ferramenta. O segundo questionário colheu observações dos alunos para cada atividade desenvolvida, abordando conhecimentos matemáticos e pedagógicos relacionados àquela atividade, bem como as diferenças observadas nessa prática de ensino quando comparada com a prática com uso de papel e lápis. O último questionário buscou levantar as percepções dos alunos sobre o papel do professor na integração das planilhas eletrônicas no ensino de matemática e as vantagens dessa integração quando comparada com o ensino na sala de aula tradicional.

Esse trabalho será focado em uma das atividades, a Atividade das Dobras, primeira atividade proposta nos encontros. Essa atividade foi retirada de Palis (1999), em um estudo que visava investigar o comportamento dos professores em um ambiente computacional exploratório. A atividade possui o seguinte enunciado:



### Quadro 1: Enunciado do problema das dobras

1. Situação problema: Número de dobras de uma folha de papel

Imagine que se possa dobrar ao meio uma folha de papel de 1 mm de espessura quantas vezes queira. Qual o número de dobras que é necessário fazer nesta folha para obter-se uma espessura de papel com 380.000 km, medida aproximada da distância da Terra à Lua?

SUGESTÃO: Procure resolver esse problema inicialmente sem utilizar a planilha eletrônica. Como poderíamos resolvê-lo? Se for preciso, você pode fazer uso da calculadora presente em seu computador. Para acessar a calculadora, faça a sequência de seleções:

*Iniciar, Programas, Acessórios, Calculadora. A seguir, na guia Exibir, selecione Científica.*

Essa atividade se divide em três etapas. A primeira etapa busca resolver o problema usando somente papel e lápis. Trata-se de um problema com enunciado verbal que exige a sua compreensão para uma modelagem adequada. O aluno deverá fazer uma transposição do registro verbal para o registro algébrico para buscar a solução do problema proposto. Esperamos também que perceba a incompatibilidade das unidades de medida usadas no problema. O objetivo é modelar o problema utilizando sequência numérica e perceber o seu crescimento exponencial. O desenvolvimento dessa etapa se dá por meio de uma inequação, visto que o número procurado não é um número inteiro, conforme vemos no Quadro 2.

### Quadro 2: Resolução no papel e lápis

Para calcularmos o número de dobras necessárias para atingir a distância pedida, como a folha possui 1 mm de espessura e queremos obter uma espessura de 380.000 km = 380.000.000.000 mm, podemos modelar o problema através da equação  $2^n = 380.000.000.000$ , onde  $n$  é o número de dobras correspondente para a distância dada.

Como 380.000.000.000 não pode ser escrito como potência de 2 por possuir  $10 = 2 \times 5$  como um dos fatores, devemos determinar o menor inteiro  $n$  que satisfaça a inequação  $2^n = 380.000.000.000$ .

Aplicando o logaritmo na base 2 dos dois lados, que por ser uma função crescente preserva a desigualdade, obtemos a inequação  $n > \log_2 380.000.000.000$ .

Pretendemos nesse momento que o aluno busque o menor inteiro  $n$  para o qual  $2^n = 380.000.000.000$ . Melhor ainda, que perceba a impossibilidade de 380.000.000.000

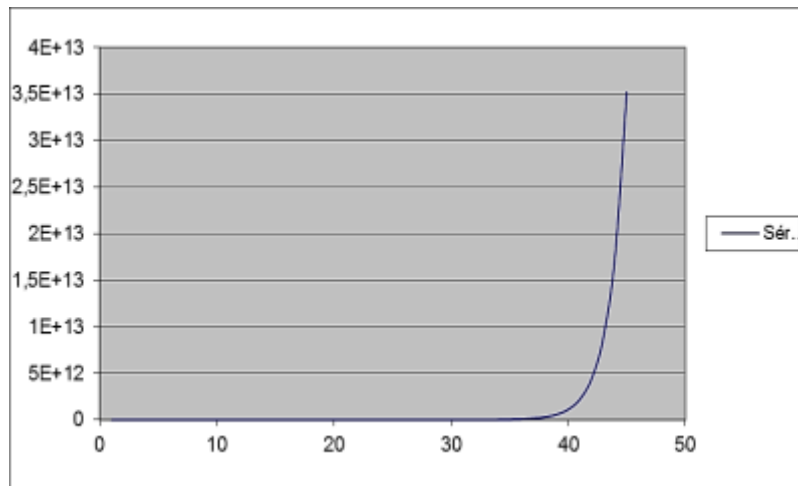
ser uma potência de 2 e, portanto, encontre o menor valor de  $n$  que satisfaça a inequação  $2^n > 380.000.000.000$ . Para tanto, recomendamos o uso da calculadora como recurso pedagógico para encontrar a solução da inequação. Essa ferramenta deve ser usada para calcular o logaritmo de 380.000.000.000 na base 2, uma interpretação do resultado obtido (um número não-inteiro) que fornece a solução do problema. Como a calculadora do computador só permite o cálculo de logaritmos de base 10, o aluno necessita mudar a base do logaritmo de 2 para 10. No Quadro 3 abaixo mostramos esse desenvolvimento.

Utilizando as propriedades da mudança de base do logaritmo, determinamos  $\log_2 380.000.000.000$  na calculadora utilizando o logaritmo na base 10 através da expressão  $\frac{\log 380.000.000.000}{\log 2}$ . A resposta apresentada pela calculadora será o número 38,4672084. Como a solução é o menor inteiro maior que 38,4672084, concluímos que  $n = 39$ .

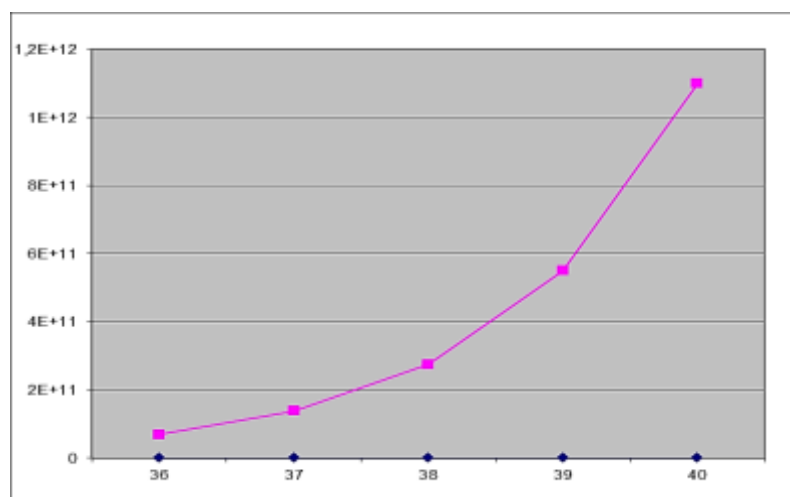
### Quadro 3: Solução na calculadora

Na segunda etapa, com uso da planilha eletrônica como recurso pedagógico, desejamos que sejam implementadas as tabelas que possibilitam a interpretação da solução do problema. Esperamos que o aluno visualize os primeiros 45 termos da sequência  $a_n = 2^n$  e, interpretando a tabela obtida, perceba que a distância dada, 380.000 km (ou 380.000.000.000 mm), está entre os valores que constam nas linhas 38 e 39 da tabela e conclua que a solução é o maior inteiro entre estes dois números, ou seja, 39. Esta solução deve ser comparada com a encontrada na etapa anterior. A seguir o mesmo problema é modelado utilizando a sequência numérica na forma recursiva. Esta sequência deve ser implementada numa nova coluna da tabela, já desenvolvida na etapa anterior. Pretendemos que o aluno perceba que os 45 termos apresentados na nova coluna são os mesmos que os apresentados anteriormente.

A terceira e última etapa permite explorar uma representação gráfica para os termos da sequência numérica implementada anteriormente. Através da interpretação do comportamento da curva desenhada, nesse caso uma curva exponencial, deve-se visualizar a resposta encontrada anteriormente para o número de dobras. O gerador gráfico apresentará o gráfico da Figura 3.

**Figura 3 - Problema das Dobras: Gráfico**

Esse é um momento apropriado para falarmos sobre o uso de uma janela gráfica mais adequada para a visualização deste gráfico. Para a compreensão da janela gráfica apresentada pela ferramenta é importante o conhecimento matemático da curva exponencial. Na Figura 4 representamos a solução do problema numa janela gráfica que permite uma melhor observação do que está ocorrendo.

**Figura 4 - Problema das Dobras: Gráfico em nova janela gráfica**

Para melhor familiarização com a ferramenta, disponibilizamos um roteiro na atividade. Esse roteiro auxilia na implementação da tabela com as colunas que apresentam o número de dobras ( $n$ ) e a altura do papel correspondente ( $a_n$ ) na planilha eletrônica para a construção dos primeiros 45 termos da sequência ( $a_n$ ). Auxilia também na construção dos mesmos termos, porém na forma recorrente:  $a_1=2$  e  $a_{n+1} = 2 a_n$ . Por fim, auxilia na construção do gráfico dos pares  $(n, 2^n)$ , para  $1 < n < 45$ , para visualização da sequência.

## DESENVOLVIMENTO DA ATIVIDADE E ANÁLISE

Na primeira etapa da atividade percebemos diferentes estratégias dos alunos para encontrar a solução do problema das dobras. Usaram a relação do termo geral de uma P.G. ou os elementos da sequência  $(2^1, 2^2, \dots)$  calculados um a um até encontrar a distância pedida, ou ainda multiplicaram por dois, sucessivamente, até encontrar o resultado. Os conhecimentos do conteúdo (CK) utilizados nessa etapa foram transformação da medida de comprimento (mm em km), sequência numérica, inequação e função logarítmica. Após desenvolver a equação exponencial, um aluno entendeu que a solução do problema estava no intervalo  $18 < n < 19$ , mas não soube interpretar a resposta a partir do que observara no seu desenvolvimento. Outro aluno apresentou dificuldades ao prosseguir com o uso da calculadora: como a mesma não calculava logaritmo na base 2, teria que fazer a conversão para a base 10. Isto revelou a necessidade do conhecimento tecnológico do conteúdo (TCK) para superar a limitação da ferramenta. Alguns alunos tiveram dificuldade em perceber que a solução da inequação  $2^n > 380.000.000.000$  é  $n > \log_2 380.000.000.000$  e em fazer a conversão da unidade de medida (mm em km), o que sugere a reconstrução do conhecimento do conteúdo (CK).

Na segunda etapa, levando em conta a familiaridade de cada aluno com a ferramenta, nenhum deles teve dificuldade para criar uma tabela com valores para o número de dobras e a distância correspondente. Para a interpretação dos números apresentados pela planilha foi preciso esclarecê-los que os números correspondentes à altura do papel foram representados em notação científica, por exemplo,  $2,74878E+11$  representando 274.877.906.944. Foi necessário um conhecimento tecnológico do

conteúdo (TCK) para que tal interpretação pudesse ser feita com êxito. Ainda nessa etapa foi implementada uma nova coluna na tabela implementada, porém agora com a sequência na forma recorrente. Após a implementação das duas colunas das sequências, os alunos verificaram que os primeiros 45 termos eram iguais. Todos afirmaram que as duas sequências eram as mesmas, mas foi preciso explicar que conjectura deveria ser provada utilizando, por exemplo, indução. Os conhecimentos envolvidos são outros quando comparados aos que foram identificados na etapa anterior, pois a mesma sequência numérica agora é implementada na planilha eletrônica. Embora seja exigido o mesmo conhecimento do conteúdo (CK), é necessário um conhecimento tecnológico (TK) para implementar a tabela solicitada na atividade, com uso de fórmulas adequadas para gerar os dados pedidos, formatar as células e visualizar os números.

A terceira etapa envolveu a construção do gráfico correspondente aos dados da tabela gerada na planilha eletrônica. Os alunos entenderam a intenção de gerar um gráfico para outra representação dos dados obtidos, enriquecendo os conhecimentos matemáticos abordados na atividade. Foi apreendido um conhecimento tecnológico pedagógico (TPK) por promover enriquecimento no processo de ensino-aprendizagem. Vale lembrar aqui que as diversas representações oferecidas numa planilha eletrônica são uma das vantagens oferecidas pela ferramenta num contexto algébrico (HASPEKIAN, 2005; HEID; BLUME, 2008).

Os alunos conseguiram realizar tal construção sem maiores problemas, mas alguns não ficaram satisfeitos com a visualização gráfica apresentada pela ferramenta. Após refazer as etapas para a construção do gráfico, achando que havia errado em algum passo, um deles afirmou haver algum erro na planilha eletrônica, pois esperava encontrar um gráfico diferente do apresentado pela ferramenta. Buscava encontrar uma curva exponencial na forma como usualmente é desenhada com papel e lápis. Notamos a existência de lacunas no conhecimento do conteúdo (CK) para o reconhecimento da curva exponencial e no conhecimento tecnológico (TK) para manipular a ferramenta a fim de implementar o desenho gráfico adequado. Outro aluno achou que o gráfico estava errado por estar “deitado” sobre o eixo  $x$  (ver Figura 3), com nenhuma espessura na vizinhança do número de dobras procurado. O conflito aqui foi entre o conhecimento matemático que eles detinham sobre o comportamento da curva exponencial e a curva desenhada pela ferramenta que “tocava” o eixo  $x$ . Nesse momento foi oportuno discutir

sobre a importância da escolha da janela gráfica utilizada pela ferramenta e como ela interfere na interpretação do gráfico visualizado. Foi necessário adequar a janela gráfica para melhorar a visualização dos dados apresentados no gráfico (ver Figura 4). Esta situação exemplifica uma combinação de conhecimentos, sendo difícil separá-los entre si pela complexidade na identificação dos seus elementos. A ideia de usar desenho gráfico para interpretar os dados apresentados através de uma determinada janela gráfica exige do futuro docente o conhecimento tecnológico do conteúdo (TCK). Para entender o comportamento da curva criada para a visualização do desenho gráfico, usa-se o conhecimento do conteúdo (CK). Uma vez entendida a limitação do software na apresentação do esboço do gráfico numa janela gráfica adequada, se faz necessário buscar uma melhor interpretação para os dados apresentados no gráfico gerado, ou seja, uma nova janela gráfica para melhor visualização dos dados. Nesse caso, acreditamos ter sido desenvolvido o conhecimento tecnológico, pedagógico e do conteúdo (TPACK).

Discutimos sobre a escala dos eixos do plano cartesiano, pois normalmente usamos a mesma escala nos dois eixos quando desenhamos gráficos com papel e lápis. A ferramenta pode fazer uso de escalas diferentes para os eixos de acordo com os dados a serem visualizados, sendo esta a origem deste conflito. A ordem de grandeza dos dados e a quantidade de pares ordenados podem interferir na forma como o gráfico será desenhado na ferramenta. A escala do gráfico na Figura 3 não permite observar os detalhes para  $n$  próximo de 39, em claro contraste com o mesmo gráfico, em outra escala, na Figura 4.

A atividade trazia as instruções para a implementação dessas tabelas, não exigindo dos alunos a implementação das fórmulas para gerar os dados. O planejamento detalhado da atividade com o uso da tecnologia, que inclui instruções sobre o uso da ferramenta, a tomada de decisões durante as aulas e o replanejamento de futuras aulas, necessita de um conhecimento pedagógico (PK) específico. Para lidar com situações desconhecidas e inesperadas inerentes ao uso do computador, que ocorreram durante a aula, foi necessário um conhecimento tecnológico (TK) da ferramenta utilizada, como descrito por Mishra e Koeler (2008). Em resumo, é necessário que os futuros docentes tenham um Conhecimento Tecnológico do Conteúdo (TCK).

No que se refere às dificuldades inerentes ao contexto tecnológico durante os encontros, apuramos no questionário inicial que somente um aluno não tinha qualquer familiaridade com planilhas eletrônicas. No entanto, as instruções do material impresso facilitaram este processo, sendo possível observar a participação plena de todo o grupo no desenvolvimento da atividade. Não basta saber manipular planilhas eletrônicas para melhor explorar as suas funcionalidades, é necessário perceber as vantagens do seu uso no ensino de matemática. Além do conhecimento tecnológico (TK) ligado ao saber usar a ferramenta tecnológica, houve a necessidade de um conhecimento tecnológico pedagógico (TPK), de forma a adequar as disposições pedagógicas a partir das limitações e vantagens da ferramenta (MISHRA; KOELER, 2008). Por outro lado, houve também uma preocupação sobre a apropriação dos recursos tecnológicos por parte dos alunos. Foi importante o conhecimento do que sabiam a respeito das funcionalidades de uma planilha eletrônica, conhecimento tecnológico (TK), já que pouca ou nenhuma experiência com a ferramenta poderia prejudicar a participação na atividade proposta. Novamente observamos o desenvolvimento do conhecimento pedagógico (PK) nesse processo de ensino-aprendizagem (MISHRA; KOELER, 2008).

Apontamentos realizados durante as atividades indicam que a ferramenta computacional facilitou o trabalho com os cálculos e suas potencialidades e reduziu o tempo gasto para a execução das tarefas. Os alunos relataram nos questionários que as atividades podem ser resolvidas com o recurso papel e lápis, mas com a desvantagem de necessitarem de um tempo maior para seu desenvolvimento. Com relação ao tempo gasto, a ferramenta diminui o tempo para cálculos, desenho de tabelas e gráficos, permitindo o aumento do tempo voltado para a compreensão do conteúdo abordado.

Nos questionários os alunos apontaram que o professor deve promover um olhar diferenciado para o conteúdo matemático abordado e explorar outras abordagens do mesmo. Segundo eles, o recurso tecnológico estimula o desenvolvimento de raciocínio e enriquece o conhecimento do conteúdo (CK) através dos exemplos e das aplicações que podem ser explorados. Tal apontamento pode estar relacionado ao fato de vislumbrarem a multiplicidade de representações que a planilha eletrônica permite que, segundo Haspekian (2005), pode ser mais enriquecedora que numa prática com papel e lápis. Com relação à compreensão conceitual da matemática, os alunos acreditam que pode ser melhorada com o uso da planilha eletrônica.



Em relação ao uso da planilha eletrônica como ferramenta pedagógica, os alunos apontaram nos questionários que a mesma propicia uma melhor interação dos alunos e mais dinamismo durante o desenvolvimento das atividades. Tal afirmação corrobora o que sugerem Niess et al. (2010) em relação à mudança na dinâmica em sala de aula. Também apontaram que as atividades propostas devem estimular a investigação e o surgimento de indagações que possam favorecer o aprendizado, em consonância com o estudo de Heid e Blume (2008). Os alunos acreditam na incorporação de planilhas eletrônicas no ensino de matemática. Apontaram que as atividades propostas durante a pesquisa propiciaram: a compreensão da proposta de trabalho e do conteúdo matemático relacionado; a percepção da potencialidade da ferramenta, que permite a manipulação fácil de tabelas e gráficos e possibilita a contextualização dos conceitos matemáticos.

Ainda que acreditem na integração da planilha eletrônica nas aulas de matemática, os alunos levantaram alguns desafios para o professor já percebidos nos referenciais teóricos aqui estudados: estrutura da escola com pessoal de apoio técnico e laboratório e informática (NCTM, 2011); conhecimento sobre a ferramenta a ser utilizada (HASPEKIAN, 2005; MISHRA; KOELER, 2008; NIESS et al., 2010; SUTHERLAND, 2009); adequação do uso da tecnologia ao currículo e ao cronograma escolar (MISHRA; KOELER, 2008); conhecimento dos alunos sobre o uso da ferramenta.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

As atividades aplicadas durante esta pesquisa propiciaram aos licenciandos em Matemática conhecer mais sobre o uso da tecnologia computacional como ferramenta de ensino de matemática. Através da opinião destes alunos sobre os novos desafios suscitados pelas situações-problema envolvendo planilhas eletrônicas, tivemos a oportunidade de realizar reflexões e propostas de intervenção sobre o uso da tecnologia computacional como ferramenta pedagógica no ensino de matemática.

Os conhecimentos prévios necessários para uma prática com uso de tecnologia vão além do conhecimento do conteúdo (CK), pedagógico (PK) e tecnológico (TK). De forma isolada, esses três conhecimentos não garantem o uso efetivo da tecnologia no ensino. Para essa efetiva integração é preciso ter o TPACK. Entretanto esse

conhecimento só pode ser adquirido a partir de experiências anteriores, sendo construído na prática a partir da experiência de situações inerentes ao ambiente tecnológico. Devemos buscar um currículo que prepare os alunos para o ensino de matemática com tecnologia computacional, como defendem Mishra e Koehler (2008).

Esta pesquisa nos propiciou refletir sobre as dificuldades e os sucessos dos alunos nas atividades propostas frente aos conceitos matemáticos abordados e ao recurso tecnológico utilizado, comparando o que foi planejado para cada encontro com o que, de fato, ocorreu. Embora tenhamos planejado uma sequência de atividades e o modo como seriam implementadas, havia um entendimento que a dinâmica dos encontros ensinaria, como de fato observamos, modificações no planejamento, discussões inesperadas, mudanças de percepções e descobertas. O ambiente dos encontros proporcionou uma relação professor-aluno diferente da percebida numa sala de aula convencional, pois foi construída através de estímulos dados aos alunos para a realização das tarefas por meios próprios, pelo ensejo de buscar soluções para os problemas propostos, pelo encorajamento de cooperação entre eles, além do contato aberto e direto com o professor quando necessitavam. O ambiente permitia que apresentassem suas dúvidas, fragilidades, angústias ou deficiências de conhecimentos. Durante os encontros, todas as discussões contribuíram para a construção ou reconstrução dos conhecimentos docentes necessários para os alunos sobre essa prática pedagógica emergente.

Alguns aspectos pedagógicos foram fundamentais no âmbito desta pesquisa para um efetivo uso do computador em sala de aula.

- Devemos planejar atividades matemáticas que possuam questões que gerem conflitos no aluno durante o desenvolvimento da mesma para estimular o aprendizado através de generalizações e conjecturas (HASPEKIAN, 2005; HEID; BLUME, 2008).
- Ao contrário do que se pode pensar, o uso de computador em sala de aula não vai necessariamente facilitar o trabalho do professor, pois exigirá um planejamento e preparo cuidadoso das atividades e muita atenção e reflexão durante a aplicação.
- O professor deverá explorar conceitos matemáticos que aproveitem as vantagens oferecidas pela ferramenta computacional escolhida e estar preparado para

resolver questões inesperadas que podem surgir durante o desenvolvimento da atividade (NIESS et al., 2010).

- O desenvolvimento da Atividade das Dobras permitiu a construção de uma ponte entre a aritmética e a álgebra através da interação entre os dados apresentados pela planilha eletrônica. Segundo Baker e Sugden (2003), a construção de expressões algébricas, a generalização de conceitos e a justificativa de conjecturas permitem essa ligação. Durante a implementação da atividade surgiram ideias informais que necessitavam ser formalizadas. Exploramos com os alunos as ligações entre uma função definida explicitamente, o seu homólogo definido recursivamente e suas múltiplas representações. Os alunos puderam fazer conjecturas e até mesmo encontrar e corrigir seus erros. O conceito matemático de sequências numéricas, por exemplo, favorece a construção de registros simbólicos. Heid e Blume (2008) reforçam essa ideia ao reconhecerem a importância da multiplicidade de representação das sequências permitida numa ferramenta computacional.
- As instalações da sala de aula são imprescindíveis para atingir o objetivo do trabalho com computadores. A organização destes no laboratório, bem como a disponibilização de datashow e quadro branco devem compor um ambiente propício para discussões e para a mediação do professor no desenvolvimento das atividades propostas.

A planilha eletrônica favorece o ensino-aprendizagem pelo enriquecimento dos conceitos matemáticos abordados quando comparada com a abordagem com papel e lápis. Dentre as vantagens apontadas por Haspekian (2005), em nossa experiência observamos que a planilha permitiu rapidamente a visualização dos elementos das tabelas e representações gráficas associadas. O desenvolvimento da atividade promoveu nos alunos o envolvimento de diferentes conhecimentos durante todas as etapas. Foram aprimorados e/ou desenvolvidos conhecimentos docentes relacionados ao desenvolvimento das atividades, à relação professor-aluno e à apropriação dos recursos tecnológicos usados no trabalho. Os conceitos matemáticos abordados e os procedimentos utilizados para o seu ensino, as possíveis resoluções e as justificativas para cada atividade e o comportamento dos alunos como aprendizes permitiram que

fossem desenvolvidos os conhecimento do conteúdo (CK), conhecimento tecnológico (TK), conhecimento pedagógico (PK) e suas inter-relações.

Por todas estas observações, o desenvolvimento da Atividade da Dobra possibilitou a observação do desenvolvimento do conhecimento tecnológico, pedagógico e do conteúdo (TPACK) em todos os sujeitos da pesquisa. Cabe observar que não foi fácil estabelecer as fronteiras entre os conhecimentos envolvidos durante os encontros, dada a dificuldade em categorizar se este ou aquele conhecimento estava sendo usado em determinada etapa.

Ainda sobre o modelo TPACK, não era esperado reconhecer nos alunos o nível mais elevado para a integração de planilhas eletrônicas em sala de aula, o Avançado, conforme denominação de Niess et al. (2010). Seria necessária uma avaliação dos resultados alcançados e das vantagens do uso da planilha eletrônica para construir conceitos matemáticos e incorporar a ferramenta na avaliação da aprendizagem do conteúdo. Acreditamos, porém, que as ações percebidas durante os encontros estimularam a construção e a retomada de conhecimentos docentes inerentes ao uso da tecnologia computacional no ensino de matemática, vislumbrando aspectos e modos de organização que interferem numa prática pedagógica.

## REFERÊNCIAS

BAKER, J.; SUGDEN, S. J. Spreadsheets in Education - The First 25 Years. **Spreadsheets in Education** (eJSiE), Austrália, v. 1, Issue 1, Article 2, 2003.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio**. Brasília: MEC/Semtec, 1999. 4v.

HASPEKIAN, M. An "Instrumental approach" to study the integration of a computer tool into Mathematics teaching: The case of spreadsheets. **International Journal of Computers for Mathematical Learning**, Japão, v. 10, p. 33, 2005.

HEID, M. K.; BLUME, G. W. Algebra and function development. In: HEID, M. K.; BLUME, G. W. (Eds.). **Research on technology and the teaching and learning of mathematics: Research syntheses**. Vol. 1. Charlotte, NC: Information Age, p. 55-108, 2008.

KOEHLER, M. J.; MISHRA, P. What is technological pedagogical content knowledge? **Contemporary Issues in Technology and Teacher Education**, Charlottesville, v. 9, n. 1, p. 60-70, 2009.

MISHRA, P.; KOEHLER, M. J. Technological pedagogical content knowledge: A new framework for teacher knowledge. **Teachers College Record**, Columbia, v. 108, n. 6, p. 1017-1054, 2006.

\_\_\_\_\_; \_\_\_\_\_. Introducing technological pedagogical content knowledge. In: **annual meeting of the American Educational Research Association**. Washington, p. 1-16, 2008.

NCTM – National Council of Teachers of Mathematics - **Technology in Teaching and Learning Mathematics: A Position Statement of the National Council of Teachers of Mathematics**, 2011. Disponível em: <<http://www.nctm.org/Standards-and-Positions/Position-Statements/Technology-in-Teaching-and-Learning-Mathematics/>>. Acesso em: 05 jun. 2015.

NISS, M. L.; RONA, R. N.; SHAFER, K. G.; DRISKELL, S. O.; HARPER S. R.; JOHNSTON, C.; BROWNING, C.; ÖZGÜN-KOCA, S. A.; KERSAINT, G. Mathematics teacher TPACK standards and development model. **Contemporary Issues in Technology and Teacher Education**, Charlottesville, v. 9, n. 1, p. 4-24, 2009.

NISS, M. L.; VAN ZEE, E. H.; WILES, H. G. Knowledge Growth in Teaching Mathematics/Science with Spreadsheets: Moving PCK to TPACK through Online Professional Development. **Journal of Digital Learning in Teacher Education**, London, vol. 27, n. 2, 2010.

PALIS, G. L. R. Let's ask "Why?" After "What If?". **Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching**, Waynesville, n. 18, p. 415-437, 1999.

PAURA, A. A. **Um Olhar Didático sobre a Integração de Planilhas Eletrônicas no Ensino de Matemática** - Contribuições para a Formação Docente. 2015. 126p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2015.

SHULMAN, L. S. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, EUA, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

\_\_\_\_\_. Knowledge and teaching: foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**, Harvard, v. 57, n. 1, p. 1-22, 1987.

SUTHERLAND, R. **Ensino eficaz de matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2009.