

# **O CONCEITO DE ÁREA DE FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS NO LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA DO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: um olhar sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático**

**Marilene Rosa Santos**

rosa.marilene@gmail.com

Universidade Federal Rural de Pernambuco - UFRPE

**Marcelo Câmara dos Santos**

marcelocamaraufpe@yahoo.com.br

Universidade Federal de Pernambuco - UFPE

## **Resumo**

Este trabalho tem por objetivo analisar as praxeologias matemática e didática existentes em um livro didático de matemática do 6º ano do ensino fundamental acerca do conceito de área de figuras geométricas planas. A fundamentação teórica está alicerçada no modelo de área como grandeza proposto nos trabalhos de Douady e Perrin-Glorian (1989), Bellemain e Lima (2002), Bellemain (2013) e na Teoria Antropológica do Didático desenvolvidas por Chevallard (1991, 1999) e seus colaboradores, que situa a atividade matemática dentro do conjunto de atividades humanas e das instituições sociais. A metodologia se baseia em uma abordagem qualitativa, que consistiu na análise documental do livro adotado em uma escola pública municipal da cidade do Paulista/PE. Os resultados indicam que, apesar do livro didático apresentar seis tipos de tarefas diferentes, a ênfase é no tipo de tarefa TD - determinar a medida da área de uma figura ou região. As técnicas utilizadas concentram-se basicamente em contagem e uso de fórmulas. O bloco tecnológico-teórico nem sempre é exposto e explicado de forma clara e a organização didática caracteriza-se como construtivista psicológica.

Palavras-chave: Praxeologia Matemática. Organização didática. Livro didático. Teoria Antropológica do Didático. Área de figuras planas.

## **Abstract**

This article aims to analyze the praxeologies mathematics and didactics in a math textbook of the sixth grade of elementary school about the concept of geometrical figures flat area. The theoretical foundation is based in the area model as proposed in the work of Douady and Perrin-Glorian (1989), Bellemain and Lima (2002), Bellemain (2013) and in the anthropological theory of the teaching materials developed by Chevallard (1991, 1999) and his employees, which places the mathematical activity within the set of human activities and social institutions. The methodology is based on a qualitative approach, which consisted in the documental analysis of the adopted book in a municipal public school in the city of Paulista/PE. The results indicate that, in spite of the textbook present six kinds of different tasks, the emphasis is on task type TD-determine the size of the area of a figure or region. The techniques used basically focus on counting and formulas usage. The technological-theoretical block is not always exposed and explained in a clear and the didactic organization is characterized as Psychological Constructivist.

Keywords: Mathematics Praxeology. Didactic organization. Textbook. Anthropological Theory of Didactic. Area of plane figures.

## INTRODUÇÃO

Embora, na matemática escolar, algumas vezes considere-se área como um conteúdo do campo da geometria, consideraremos aqui, em conformidade com os trabalhos de Douady e Perrin-Glorian (1989), Baltar (1996), Bellemain e Lima (2002), Anwandter-Cuellar (2012), Bellemain (2013), como componente do campo das grandezas geométricas.

O campo das grandezas geométricas, por sua vez, está inserido, de uma forma geral, no estudo das grandezas e medidas, o qual, nos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN, é considerado um “articulador entre diversos conteúdos matemáticos, por proporcionar um vasto campo de problemas que permitem consolidar e ampliar a noção de número e possibilitar a aplicação de noções geométricas” (BRASIL, 1998, p. 85). Dentro desse contexto, está inserido o conceito de área de figuras geométricas planas.

O conceito de área, em particular, tem um papel importante no currículo de Matemática da escola básica. Primeiro, pela aplicação no cotidiano e nas práticas profissionais, como, por exemplo, estimar a medida da área de um terreno, pintar uma parede, colocar cerâmica no piso etc. Segundo, por permitir a articulação com outros conceitos da Matemática, tais como fração, produtos notáveis etc. Também, por favorecer a conexão com outras disciplinas escolares tais como Geografia, Física, Química etc. Por isso, para que o conceito de área cumpra tais funções no currículo é necessária uma sólida construção conceitual.

No entanto, durante muito tempo, o ensino do conceito de área foi marcado por um foco muito forte no treino das conversões de unidades de medidas e na introdução de fórmulas sem que houvesse a atribuição do seu significado, tanto em livros didáticos como na prática docente. Por isto, o processo de ensino e de aprendizagem do conteúdo “área” é permeado por inúmeras dificuldades, como já constatado por diversas pesquisas (BALTAR, 1996; DUARTE, 2002; SANTOS, 2005; TELES, 2007, SANTOS, 2015).

Nesse sentido, o papel do conceito de área no currículo da escola básica e as dificuldades conceituais de aprendizagem, ainda frequentes, justificam o interesse de estudar esse tema.

Temos por pressuposto que o ensino do conceito de área vem sendo gradativamente modificado diante dos estudos evidenciados nas diversas pesquisas científicas e das orientações propostas nos diversos documentos oficiais (BRASIL, 1998; PERNAMBUCO, 2008, 2012, 2013, 2014), os quais sugerem atividades que envolvam tarefas de comparação, medidas, estimativas e produção. Sendo assim, nos questionamos: como são caracterizadas,

atualmente, as organizações matemática e didática do livro de matemática no 6º ano do ensino fundamental em relação ao conceito de área de figuras geométricas planas?

Nosso interesse em analisar o livro didático justifica-se pelo fato de entendermos que ele é um recurso de grande apoio nas aulas dos professores e, em alguns casos, o único material disponível na escola para trabalhar com os alunos; da mesma forma, por que o livro didático está estruturado com os saberes a serem ensinados aos estudantes e dialoga tanto com o professor quanto com o aluno.

Na busca de resposta à nossa indagação, utilizamos a Teoria Antropológica do Didático (TAD), que consideramos como sendo uma das linhas de pesquisa da Educação Matemática. Essa teoria foi proposta por Yves Chevallard na década de 90 e ampliou a estrutura conceitual já existente na Didática da Matemática, pois, a partir de então, o olhar passa, também, para a análise dos fenômenos didáticos que emergem em uma sala de aula.

Segundo Chevallard (1991, 1999), a Teoria Antropológica do Didático (TAD) estuda o homem diante do saber matemático e, mais particularmente, frente a situações matemáticas. Esse autor compreende um saber constituído pelas noções de *tipo de tarefa*, *técnica*, *tecnologia* e *teoria* e que o conjunto dessas noções organizadas, para um tipo de tarefa, forma uma *organização praxeológica*, a qual é uma ferramenta teórico-metodológica que permite modelar as práticas sociais em uma instituição. Essa organização pode ser de natureza matemática ou didática.

A Organização Matemática (OM) estuda a situação, por exemplo, que se observa em uma sala de aula, em relação ao objeto matemático (tipo de tarefa, técnica, tecnologia e teoria). A Organização Didática (OD), além de observar os objetos matemáticos, também observa a maneira como essa situação foi construída (momentos de estudos). Logo, nos apoiamos, também, nas ideias de Gascón (2003), que elaborou um “sistema de referência” que permite identificar as OD *possíveis* referentes ao desenvolvimento de atividades de Matemática.

Sendo assim, temos por objetivo analisar as praxeologias matemática e didática existentes em um livro didático de matemática do 6º ano do ensino fundamental acerca do conceito de área de figuras geométricas planas.

Portanto, apresentaremos, a seguir, o referencial teórico adotado, a metodologia e as análises dos nossos resultados. Por fim, nossas considerações finais e referências.

## REFERENCIAL TEÓRICO

É inegável a presença do conceito de área nas práticas sociais, seja para medir ou estimar a medida de terrenos, pisos, paredes, seja no cotidiano de algumas práticas profissionais, tais como pedreiros, agricultores, engenheiros, costureiras etc. Além de favorecer a articulação com outros blocos da matemática, como, por exemplo, a Geometria, também permite articular com outros conceitos matemáticos, tais como produtos notáveis, fração, volume etc.

Também, por meio do conceito de área, é possível vivenciar a interdisciplinaridade na escola, pois ele pode contribuir na compreensão de contextos ou problemas de outras áreas de conhecimento, como, por exemplo, no estudo de escalas, densidade demográfica em Geografia, pressão em Física, superfície de contato em Química, desmatamento em Biologia etc.

Devido à riqueza das suas conexões e à presença no cotidiano, poderíamos supor que o ensino do conceito de área ocorreria de modo simples e que resultaria em uma efetiva aprendizagem do estudante. Entretanto, investigações no domínio da Didática da Matemática revelam a existência de lacunas conceituais relativas ao processo de ensino e de aprendizagem dessa grandeza, o que tem motivado diversos pesquisadores nacionais e internacionais a pesquisar sobre o tema em tela.

Realizando uma revisão na literatura, percebemos que existem pesquisas envolvendo área de figuras planas com diversos objetivos e sob o olhar de diversas teorias, entre eles: a investigação das técnicas empregadas por estudantes na resolução de determinados tipos de tarefas (COBO; FORTUNY, 2000; DUARTE, 2002); pesquisas que realizaram intervenções didáticas ou propostas de ensino para formação de professores, tais como Moreira (2010) e Facco (2003); análise da abordagem do livro didático como, por exemplo, Carvalho (2012), Silva (2011), Santos e Bellemain (2007). Ainda, temos pesquisadores cujo interesse de estudo está associado a dois objetos de estudo, geralmente observando relações entre eles, como as pesquisas envolvendo a abordagem do livro didático e os conhecimentos mobilizados pelos alunos (TELES, 2007; SANTOS, 2005), assim como o distanciamento entre a abordagem do livro e a prática docente (SANTOS, 2015).

Apesar de nossa pesquisa não se voltar diretamente para o processo de aprendizagem, o nosso referencial teórico, que adota área como grandeza autônoma, partiu de uma pesquisa realizada na França pelas pesquisadoras Douady e Perrin-Glorian na década de 80 com estudantes no nível equivalente ao 2º ciclo do ensino fundamental brasileiro, e detectaram algumas dificuldades conceituais de aprendizagem em relação ao conceito de área, como, por

exemplo, a área está ligada à superfície e não se dissocia de outras características dessa superfície, ou seja, se duas superfícies distintas possuem a mesma área, para os alunos terão também o mesmo perímetro.

Nesse contexto, as autoras categorizaram as aprendizagens dos estudantes em relação ao conceito de área em concepções geométricas e concepções numéricas, afirmando que alguns alunos desenvolveram uma concepção geométrica ou uma concepção numérica, ou ambas, mas de forma isolada (DOUADY; PERRIN-GLORIAN, 1989).

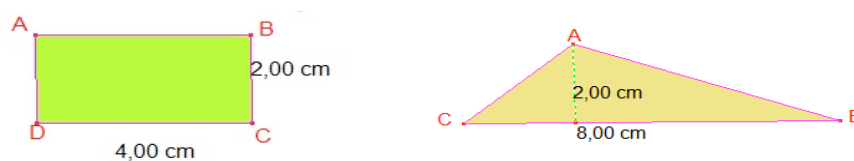
As concepções numéricas seriam aquelas, segundo as quais, só são considerados os aspectos pertinentes para o cálculo, enquanto que as concepções geométricas se caracterizam pela confusão entre área e superfície, perímetro e contorno.

Então, a partir da caracterização acima e da identificação de erros decorrentes dessas concepções, as autoras elaboraram e experimentaram uma engenharia didática, chegando à conclusão que a abordagem do conceito de área como grandeza autônoma favorece a construção das relações necessárias entre os aspectos geométricos e numéricos na resolução de tipos de tarefas que envolvem área de figuras geométricas planas. Além disso, elas partem da hipótese que associar precocemente uma superfície a um número contribui para o amálgama entre diversas grandezas.

Tomar a abordagem do conceito de área como grandeza corresponde a distinguir três quadros: geométrico, constituído por superfícies planas (quadrado, paralelogramo, triângulo, etc.); numérico, consistindo nas medidas das superfícies planas, que pertencem ao conjunto  $\mathbb{R}^+$  (5; 10; 8,5; 4,7 etc.) e o das grandezas, constituídas por classes de equivalência de superfícies de mesma medida. Expressões compostas de um número e de uma unidade de medida são uma maneira de designar área como grandeza ( $3\text{cm}^2$ ,  $10,5\text{m}^2$ ,  $100\text{mm}^2$ ).

Segundo essas autoras, é necessário que o aluno, antes de aprender a medir área, diferencie área e superfície, considerando que duas superfícies de formas diferentes podem ter uma mesma área. No exemplo a seguir, apresentamos duas superfícies diferentes, porém com a mesma medida de área. Para ficar mais claro para o leitor, nos apoiamos na equivalência numérica, como podemos perceber na figura a seguir.

Figura 01 – Modelo de superfícies diferentes que apresentam a mesma medida de área



Fonte: Santos (2015, p. 81).

Da mesma forma, elas afirmam que a construção do conceito de área deve distinguir área do número. Exemplo: dado um quadrado de lado medindo 1m teremos a medida da área igual a  $1\text{m}^2$ . Por outro lado, se a unidade de medida escolhida for o centímetro teremos o mesmo quadrado com lado medindo 100 cm e área medindo  $10.000\text{ cm}^2$ ; logo, mudaram as medidas, mas a área permanece inalterada. Além disso, é preciso abordar, ainda nesse período, as diferenças entre área e perímetro.

Um dos estudos a respeito do conceito de área baseado nas ideias acima foi realizado por Baltar (1996), que por meio da Teoria dos Campos Conceituais classificou as situações que dão sentido ao conceito de área, como grandeza, em três classes, comparação, medida e produção de superfícies.

Para essa autora, as situações de comparação estão localizadas essencialmente no quadro das grandezas, pois ao compararmos duas superfícies é necessário decidirmos se elas pertencem ou não a uma mesma classe de equivalência. O quadro numérico é destaque nas situações de medida que têm por finalidade a passagem do quadro das grandezas para o quadro numérico. E, em relação às situações de produção de superfícies, apesar de a resposta esperada mobilizar o quadro geométrico, a intervenção dos outros quadros pode ser tão importante quanto ele.

Baseada na classificação de Baltar (1996) referente às situações que dão sentido ao conceito de área, no trabalho de Anwandter-Cuellar (2012), que estabeleceu gêneros de tarefas relativas às grandezas, e em Bellemain (2013), que construiu o “filtro da grandeza área”, ou seja, um instrumento teórico metodológico que norteia as análises do ensino da área de figuras planas, Santos (2015, p. 84) considerou os seguintes tipos de tarefa para a espécie da grandeza área:

- TC - Comparar medidas de áreas de figuras geométricas planas;
- TD - Determinar a medida da área de uma figura ou região;
- TT - Converter unidades de medida de área;
- TE - Estimar medidas de área de figuras planas;
- TO - Operar com medidas de áreas de figuras planas;
- TP - Produzir superfícies de área dada;
- TG - Determinar o valor de uma grandeza diferente da área, em problema cujo enunciado comporta dados relativos à área de figuras planas;
- TU - Estudar os efeitos de deformações e transformações geométricas e numéricas sobre a área de uma família de superfícies.

Para analisar o conceito de área em livros didáticos de matemática, adotamos a Teoria Antropológica do Didático (TAD) que situa a atividade matemática dentro do conjunto de atividades humanas e das instituições sociais. Essa teoria se interessa, também, pelas

condições sob as quais um determinado saber vive em uma instituição específica como, por exemplo, a sala de aula.

Dessa forma, Chevallard (1999) parte do pressuposto que toda atividade humana pode ser descrita por um modelo único, ou seja, uma organização praxeológica ou praxeologia. Então, comparar a área de duas figuras geométricas planas, digitar um texto, preparar o almoço ou construir um gráfico são exemplos de atividades humanas, tipos de tarefas que podem ser realizadas.

Assim, esse autor acrescenta aos conceitos primitivos já existentes na teoria as noções de tipos de tarefas (T), técnicas ( $\tau$ ), tecnologia ( $\theta$ ) e teoria ( $\Theta$ ). Logo, a organização praxeológica é constituída de quatro elementos articulados [T,  $\tau$ ,  $\theta$ ,  $\Theta$ ] que permitem modelar as práticas sociais em geral e, em especial, a atividade matemática.

De forma específica, vamos nos interessar pelas praxeologias relativas ao saber matemático. O estudo de um tema matemático pode ser realizado por meio da descrição e análise levando em consideração duas dimensões na prática do professor. A primeira é “a realidade matemática que pode ser construída em uma aula, onde o tema é estudado”, que será denominada de **organização ou praxeologia matemática** e “como se pode construir esta realidade matemática, ou seja, como ele pode realizar o estudo do tema”, também chamado de **organização ou praxeologia didática** (CHEVALLARD, 1999, p. 228).

A organização ou praxeologia matemática visa determinar a realidade matemática presente em termos de **tipos de tarefas** (T) a serem cumpridas por meio de **técnicas** ( $\tau$ ), justificadas por **tecnologias** ( $\theta$ ) que são validadas pela **teoria** ( $\Theta$ ), relativas a um objeto do saber, no nosso caso, área de figuras planas, em um livro didático do 6º ano do ensino fundamental.

Para Chevallard (1999), a noção conferida ao *tipo de tarefa* (T) reflete no sentido antropológico da teoria, supõe a existência de objetos bem precisos e inclui apenas as ações que são humanas, ou seja, que não são provenientes diretamente da natureza. Na maioria das vezes, a noção de tipo de tarefa está relacionada a um objetivo claro e exato, geralmente expresso inicialmente por meio de um verbo de ação mais o complemento da frase, como, por exemplo, comparar a área de duas figuras planas.

Para resolver os tipos de tarefas devemos realizar determinados procedimentos. Essa maneira ou ‘caminho’ de fazer determinada tarefa é designada por Chevallard (1999) como *técnica* ( $\tau$ ). Essas técnicas utilizadas para realizar um tipo de tarefa precisam ser justificadas dentro de um discurso lógico, claro e coerente, surgindo, então, a noção de *tecnologia* ( $\theta$ ), a qual Chevallard (1999, p. 223) define como “um discurso racional (logos) sobre a técnica”. O

último elemento da praxeologia é a teoria ( $\Theta$ ) que, em outras palavras, é a justificativa e o esclarecimento da tecnologia.

Já a organização didática está relacionada com a maneira pela qual a realidade matemática poderá ser estudada, isto é, enquanto a organização matemática visa, por exemplo, o estudo matemático do conceito de área de figuras planas desenvolvido em uma sala de aula, a organização didática refere-se ao modo de fazer esse estudo.

Segundo Farias (2008), as organizações didáticas estão relacionadas com as possibilidades de ação, ou seja, as diversas alternativas de organizar o processo de ensino e de aprendizagem da matemática em uma instituição concreta. Entendemos assim que elas não estão restritas ao trabalho do professor em sala de aula, mas também incluem o livro didático e todos os sujeitos que transformam o saber científico em saber ensinado.

Para isso, Chevallard (1999) estruturou em seis momentos: o *primeiro encontro* do aluno com a organização matemática; o da *exploração dos subtipos de tarefa e elaboração de técnicas*; o da *constituição do ambiente tecnológico e teórico*; o do *trabalho da técnica*; o da *institucionalização*; e o da *avaliação*. Esses momentos didáticos permitem evidenciar o desenvolvimento de uma organização didática, cujo objetivo é o ensino de determinado saber, no nosso caso, área de figuras geométricas planas.

Para ampliar a caracterização de uma organização didática, Gascón (2003), baseado nas ideias da TAD, elaborou um “sistema de referência” que identifica as OD possíveis ao se referir ao desenvolvimento de atividades de matemática. Esse autor estabelece três tipos de organização didática: Clássica, Empirista e Construtivista.

A primeira, OD clássica, integra o momento tecnológico-teórico ( $\theta$ ,  $\Theta$ ) e o trabalho da técnica ( $T$ ,  $\tau$ ), e se “caracteriza, entre outras coisas, pela banalização da atividade de resolução de problemas e por considerar que o ensino de matemática é um processo mecânico totalmente controlado pelo professor” (GASCÓN, 2003, p. 20). Logo, o estudante é considerado uma tábua rasa e para isso ele precisa resolver muitas tarefas para poder aprender o conceito.

A segunda, OD empirista - que combina os momentos exploratórios (Ex) e o trabalho da técnica ( $T$ ,  $\tau$ ) -, caracteriza-se pela importância dada à tarefa de resolver problemas dentro do processo didático e por “considerar que o aprender matemática (como aprender a nadar ou a tocar piano) é um processo indutivo baseado na imitação e na prática” (GASCÓN, 2003, p. 20). Aqui, o aluno é convidado a aprender matemática resolvendo problemas que não são triviais e que vão além do que simplesmente aplicar técnicas.



Já a terceira, OD construtivista – que integra os momentos tecnológico-teórico ( $\theta$ ,  $\Theta$ ) e o exploratório (Ex) -, distingue-se das outras por contextualizar as tarefas de resolução de problemas situando-os em uma atividade mais ampla, além de considerar que a aprendizagem é um processo ativo de construção de conhecimento. Aqui, Gascón (2003) separa em dois eixos, que são o construtivismo psicológico e o construtivismo matemático. O primeiro dá grande importância ao papel da resolução de problemas, embora seja como um simples meio para construir conhecimentos novos. No entanto ignora a função do trabalho da técnica na aprendizagem da matemática. O segundo baseia-se no próprio processo de modelização da matemática. Nessa organização didática, os problemas são contextualizados ao ponto de “identificar-se o objetivo da resolução de problemas como a obtenção do conhecimento sobre o sistema modelizado” (GASCÓN, 2003, p. 29).

Portanto, neste artigo tomamos como ponto de partida a análise das organizações matemática e didática em torno do conceito de áreas de figuras planas expressa em um livro didático de matemática do 6º ano do ensino fundamental, adotado no município do Paulista/PE – Brasil.

## **METODOLOGIA**

Este artigo apresenta uma metodologia de abordagem qualitativa, que consistiu na análise documental de um livro adotado em uma escola pública municipal da cidade do Paulista/PE.

O livro didático analisado foi adotado pela escola, sendo aprovado pelo PNLD 2014: MATEMÁTICA: Imenes e Lellis, cujos autores são Luiz Márcio Imenes e Marcelo Lellis, 6º ano do ensino fundamental, 2ª edição, 2012.

O livro do 6º ano do ensino fundamental possui 14 capítulos e o capítulo destinado ao conceito de área está na décima primeira posição, intitulado “ÁREAS E PERÍMETROS” que tem 14 páginas, e é subdividido em 3 itens: noção de área, área de retângulos e unidades de medida de área. Esses itens são as unidades fundamentais do capítulo. Em todos eles são trabalhadas as sessões: conversar para aprender, problemas e exercícios e problemas e exercícios para casa. No final do capítulo, o livro apresenta as seções: Para não esquecer e os Supertestes. Dessa forma, analisamos todo esse capítulo mais o manual do professor.

Como dito anteriormente, para a análise do livro tomamos dois focos: a organização didática e a organização matemática do conceito de área de figuras geométricas planas.

Os critérios de análise da organização didática basearam-se nos momentos de estudos descritos por Chevallard (1999). Dessa forma, tivemos:

Quadro 01: Categorias e critérios de análise da praxeologia didática do livro de matemática

Categorias (momentos)	Crítérios de análise
Primeiro encontro	Como inicia o assunto de área de figuras geométricas planas no livro?
Exploração do tipo de tarefa e de elaboração de uma técnica	Como o livro explora os tipos de tarefas? Como se dá a elaboração de técnicas?
Constituição do ambiente tecnológico – teórico	Como é realizada a construção de justificativas?
Trabalho da técnica	Quando acontece a construção do domínio da técnica? E da precisão da técnica? Há criação de novas técnicas?
Institucionalização	Como se concretiza a institucionalização (No início, meio e/ou no fim da abordagem do livro)?
Avaliação	Como acontece a avaliação: no início, meio e/ou no fim da abordagem do livro?

Fonte: Santos (2015, p. 100).

Já, para os critérios de análise da organização matemática, além de nos basearmos na praxeologia matemática (tarefa, técnica, tecnologia e teoria), também nos apoiamos no filtro da grandeza área, elaborado por Bellemain (2013) e adaptado por Santos (2015). No entanto, na análise dos resultados, essas categorias foram analisadas de maneira articulada dentro da própria organização matemática.

## ANÁLISE DOS RESULTADOS

Durante a análise do capítulo constatamos que existem no total 138 tarefas a serem respondidas pelos alunos. Nesse total estão incluídos todos os itens propostos. Por exemplo, uma determinada questão apresentava 3 itens (a, b, e c) e um dos itens apresentava duas perguntas, logo, consideramos como 4 atividades.

Algumas tarefas, 14 no total, são questionamentos, reflexões, tomada de opinião, que ajudam o professor a verificar os conhecimentos prévios dos alunos sobre determinadas situações, fortalecendo a prática docente, seja no trabalho com a contextualização, seja na interdisciplinaridade. Esse tipo de atividade é importante no processo de ensino e de aprendizagem, no entanto não consideramos como tipo de tarefa de natureza matemática,

como, por exemplo, “Na sua opinião, o que é ‘fazer uma generalização?’” (IMENES; LELLIS, 2012, p. 225).

Também detectamos 23 tarefas cujos enunciados são de natureza matemática, mas não dependem do conceito de área para serem resolvidas e por isso não categorizamos como tipo de tarefas envolvendo áreas de figuras geométricas planas, como, por exemplo, “O comprimento total do rodapé equivale ao comprimento de quantos ladrilhos?” (IMENES; LELLIS, 2012, p. 223).

Dessa forma, nossa análise foi baseada em 101 tarefas que categorizamos em seis tipos de tarefas, especificamente matemáticas, envolvendo o conceito de área, distribuídas ao longo do capítulo, conforme tabela a seguir:

Tabela 01- Distribuição dos tipos de tarefas referente à área de figuras planas no capítulo do livro didático analisado.

Tipos de tarefas	Percentual (%)
TD - Determinar a medida da área de uma figura ou região	60
TC - Comparar medidas de áreas de figuras geométricas planas	14
TE - Estimar medidas de área de uma figura plana	03
TT - Converter unidades de medida de área de figuras planas	06
TG - Determinar o valor de uma grandeza diferente da área em problema cujo enunciado comporta dados relativos à área de figuras planas	10
TO - Operar com medidas de áreas de figuras planas	07

Fonte: autoria própria.

Como podemos perceber na tabela anterior, o tipo de tarefa predominante relativo à área no capítulo do livro didático é “determinar a medida da área de uma figura ou região (TD)”. Temos tipos de tarefas com baixa frequência, em especial “estimar a medida de área de uma figura plana (TE)” e, também, constatamos a ausência de dois tipos de tarefas elencados no filtro da grandeza área (BELLEMAIN, 2013; SANTOS, 2015), que são produzir superfícies de área dada (TP) e estudar os efeitos de deformações e transformações geométricas e numéricas sobre a área de uma família de superfícies (TU), o que, a nosso ver, poderia ter ampliado ainda mais o conceito de área de figuras geométricas planas.

Existe uma ênfase considerável no aspecto numérico de área, inclusive em tarefas de comparação, o que fortalece a ideia de que é preciso efetivamente ladrilhar para poder

comparar áreas. Para Douady e Perrin-Glorian (1989), uma associação precoce da superfície a um número favorece o amálgama entre diferentes grandezas.

Os autores do livro escolhem iniciar o capítulo por uma situação contextualizada que envolvia a comparação de medidas de áreas e, em seguida, exploram o uso de fórmulas. Existe uma razão para esse fato, inclusive baseado em diversos documentos oficiais e pesquisas em Educação Matemática, em que a construção da noção de área deva anteceder o uso de fórmulas.

As técnicas utilizadas concentram-se basicamente em contagem e uso de fórmulas da área do quadrado e do retângulo que são elaboradas no decorrer do capítulo. A aplicação das fórmulas é explicitamente trabalhada, confiável, aceitável e evolui por meio de tipos de tarefas que requerem a ampliação da fórmula.

O bloco tecnológico-teórico nem sempre é exposto e explicado de forma clara. No entanto, parte de situações mais particulares para o geral, ou seja, inicia as justificativas pelas ideias mais simples das operações até institucionalizar as fórmulas de área do retângulo e do quadrado. Os argumentos utilizados na explicação são cientificamente válidos, isto é, estão corretos matematicamente e explorados durante todo o capítulo. Os enunciados das tarefas, na sua grande maioria, apresentam figuras, malhas, imagens, tabelas que podem colaborar para a construção dos conceitos trabalhados no capítulo, como, por exemplo, o conceito de área, a compreensão do uso de fórmulas da área do quadrado e do retângulo e as conversões de unidades de medida de área.

Em relação à organização didática, o primeiro encontro dos usuários do livro com o conceito de área inicia-se na seção Noção de área, com uma situação contextualizada, referente a aspecto da vida cotidiana, na qual o tipo de tarefa consiste em comparar a área de dois pátios ladrilhados. Esse momento é o re(encontro) dos alunos com o conceito, uma vez que, em anos anteriores, eles já tiveram a oportunidade de estudar esse assunto (BRASIL, 1998; PERNAMBUCO, 2012; PAULISTA, 2012). Esse momento tem um papel importante na aprendizagem dos estudantes, mas não determina todas as relações possíveis com o saber em jogo.

Antes de os alunos compararem as áreas dos pátios, é necessário inicialmente determinar a medida da área de uma figura ou região (TD); nesse caso, os autores conduzem os alunos a utilizarem a contagem como uma técnica ( $\tau_D$ ) para resolver esse subtipo de tarefa.

Também é ampliada a técnica ( $\tau_D$ ) para poder comparar as áreas, surgindo assim uma nova técnica ( $\tau_C$ ), como podemos observar no extrato abaixo:

Figura 02 – Extrato do livro analisado que representa o momento da elaboração das técnicas ( $\tau_D$  e  $\tau_C$ ).

Observando bem, você perceberá que as lajotas dos dois pátios têm o mesmo tamanho. Por isso, podemos comparar o tamanho dos pátios contando quantas lajotas há em cada um. Assim, se resolve o problema: o pátio que tem mais lajotas é o mais espaçoso, ou seja, é o que tem maior **área**. Considerando a lajota uma **unidade de medida**, a área de cada pátio é o número de lajotas contidas nele.

Fonte: Imenes e Lellis (2012, p. 219).

No extrato acima podemos perceber que o momento da elaboração da técnica ( $\tau_C$ ) - “podemos comparar o tamanho dos pátios contando quantas lajotas há em cada um” - coincide com o momento da constituição do ambiente tecnológico-teórico, ou seja, na medida em que elabora a técnica, o livro já justifica (“o pátio que tem mais lajotas é o mais espaçoso, ou seja, é o que tem maior área”) e institucionaliza a técnica ( $\tau_D$ ) “a área de cada pátio é o número de lajotas contidas nele”.

Os autores não definem oficialmente o que é área, mas deixam subentendida a ideia de que é o espaço ocupado, construindo assim a noção de área como grandeza. Por isso, verificamos no dicionário ilustrado, no final do livro, se havia a definição da palavra área e encontramos a seguinte afirmação “é a medida de uma superfície” (p. 277). Essa definição é contraditória com a ideia explorada inicialmente no capítulo, uma vez que considera a área um número e desconsidera a característica da superfície, ou seja, o tanto de espaço bidimensional que o objeto geométrico possui. Logo, o bloco tecnológico teórico é fortalecido pelo aspecto numérico de área.

Dando continuidade ao capítulo, na seção Área de retângulos, os autores apresentam o novo momento da constituição do ambiente tecnológico-teórico mostrando uma situação na qual a técnica de contar quadradinhos ( $\tau_D$ ) não é a mais apropriada para resolver a tarefa, como podemos observar na figura a seguir.

Figura 03 – Extrato do livro que apresenta o momento da constituição do ambiente tecnológico-teórico.

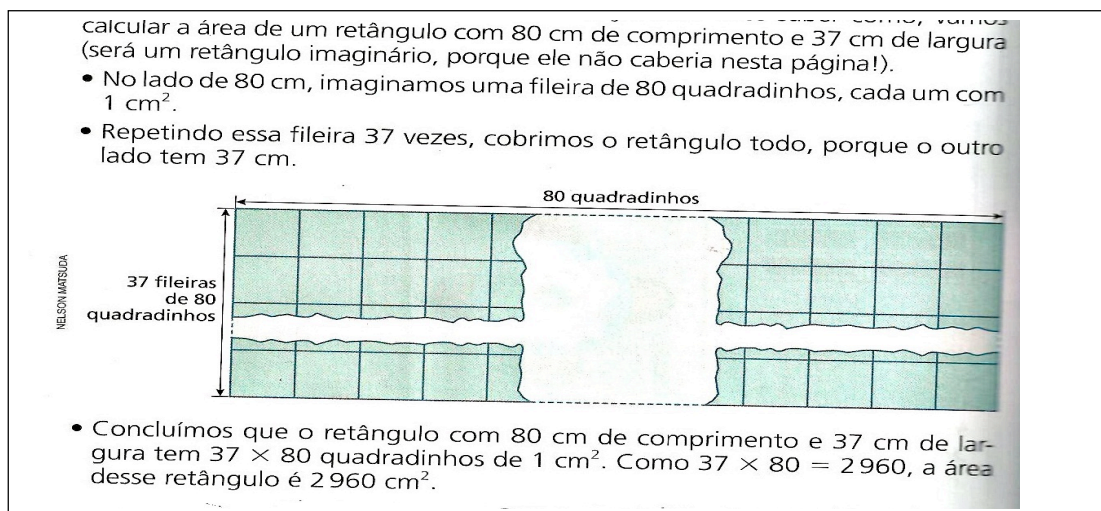


Fonte: Imenes e Lellis (2012, p. 223).

Ao observar o diálogo das crianças na figura acima, notamos que a técnica utilizada anteriormente para determinar e comparar áreas não é a mais apropriada para resolver a tarefa. É necessário agora criar novas técnicas a partir das técnicas já produzidas; sendo assim, os autores constroem justificativas afirmando que “obter a área de retângulos grandes, contando um a um os quadradinhos unitários é de fato trabalhoso. Mas, pensando um pouco, podemos calcular a área de qualquer retângulo sem tanto esforço” (IMENES; LELLIS, 2012, p. 224).

Nesse momento, os autores do livro, apoiados nas técnicas anteriormente estabelecidas, assim como no ambiente tecnológico-teórico constituído, determinam uma nova técnica, como podemos observar na figura a seguir.

Figura 4 – Extrato do livro analisado que apresenta a elaboração de uma nova técnica

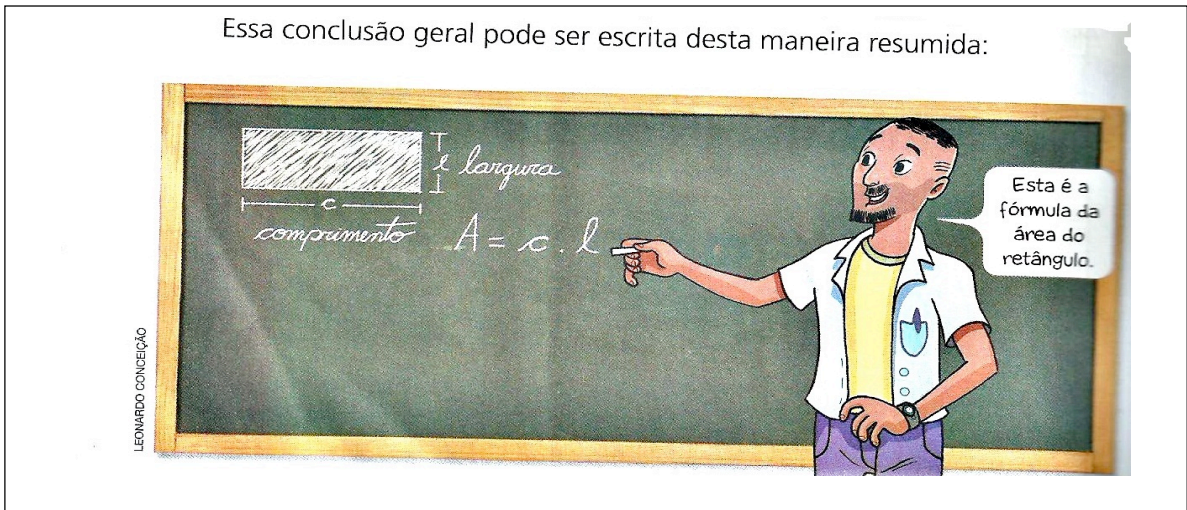


Fonte: Imenes e Lellis (2012, p. 224).



A nova técnica, como descrita acima, consiste em multiplicar a quantidade de quadradinhos de cada fileira pela quantidade de fileiras, ou seja, a contagem um a um não é, nesse momento, a técnica mais apropriada, mas foi a partir dela que se elaborou a generalização da fórmula, como podemos perceber na figura a seguir.

Figura 05 – Extrato do livro analisado que apresenta o momento da institucionalização da fórmula.



Fonte: Imenes e Lellis (2012, p. 224).

Para orientar os alunos na verificação da precisão e do domínio da técnica, os autores propõem a seguinte tarefa.

Figura 06 – Extrato do livro que apresenta o momento do trabalho da técnica.

**12.** Observe a figura:

NEISON MATSUDA

- Obtenha a área do retângulo vermelho contando quantos centímetros quadrados cabem nele.
- Calcule a área do mesmo retângulo usando a fórmula.
- Você acha que a fórmula  $A = c \cdot l$  serve para obter a área de retângulos mesmo quando a medida de um lado é um número fracionário?

Fonte: Imenes e Lellis (2012, p. 225).

Como podemos observar, a tarefa foi planejada para o aluno utilizar a técnica de contagem e a fórmula, ou seja, os alunos além de trabalharem o domínio das técnicas, precisam, também, analisar a sua precisão. No nosso olhar, aqui também se explora o momento da avaliação, uma vez que o professor poderá verificar o que foi efetivamente compreendido com a organização matemática estabelecida por ele. Nessa tarefa o comprimento de um dos lados do retângulo é fracionado, logo os estudantes deverão perceber que é possível calcular a medida da área de qualquer retângulo utilizando a fórmula.

Para ampliar o domínio da técnica surge uma nova tarefa, que é determinar a medida da área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos e/ou quadrados com comprimentos dos lados conhecidos. Aqui não basta apenas determinar a medida da área das figuras, mas é necessário, também, somar todas as medidas para obter a medida de área total, surgindo, assim, mais uma técnica.

Ainda, na ampliação do campo de aplicação e consolidação da técnica surgem outras tarefas, ou seja, “determinar a medida da área de um triângulo retângulo, dada as medidas dos comprimentos dos catetos” e “determinar a medida da área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos e triângulos, respectivamente”.

Portanto, o foco central dessa seção do capítulo do livro é nas tarefas “Determinar a medida da área de um retângulo e do quadrado, dada as medidas dos comprimentos dos lados”, para qual a técnica de aplicar fórmula é utilizada, e nos quais os elementos tecnológico-teóricos são justificados, expostos e explorados.

Dando continuidade ao capítulo, os autores apresentam a seção Unidades de medida de área, na qual expõem situações em que são utilizados o metro quadrado (sala de aula), o quilômetro quadrado (planta baixa de um bairro) e o milímetro quadrado (uma formiga carregando um microchip). Nesse momento, surge um novo tipo de tarefa, que é converter unidades de medida de área, que necessita de uma nova técnica. Sendo assim, os autores constroem o momento da constituição do ambiente tecnológico-teórico por meio de equivalência de áreas, como podemos observar na figura a seguir.



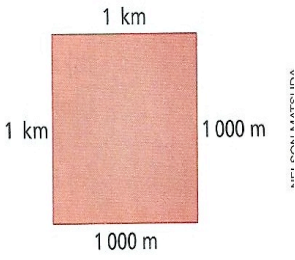
Figura 07 – Extrato do livro que apresenta a elaboração de uma nova técnica

Para saber quantos metros quadrados há em  $1 \text{ km}^2$ , imagine um quadrado com 1 km de lado. Também podemos dizer que esse quadrado tem 1000 m de lado, porque 1 km tem 1000 m.

Agora, vamos calcular a área deste quadrado:

- área em quilômetro quadrado:  
 $1 \text{ km} \cdot 1 \text{ km} = 1 \text{ km}^2$
- área em metro quadrado:  
 $1000 \text{ m} \cdot 1000 \text{ m} = 1000000 \text{ m}^2$

Concluimos que  $1 \text{ km}^2 = 1000000 \text{ m}^2$ .



O diagrama mostra um quadrado laranja com os seguintes rótulos: o lado superior é rotulado '1 km', o lado inferior é rotulado '1000 m', o lado esquerdo é rotulado '1 km' e o lado direito é rotulado '1000 m'. À direita do quadrado, há uma pequena verticalização com o texto 'LIVRO: IMENES E LELLIS'.

Fonte: Imenes e Lellis (2012, p. 229).

A técnica ( $\tau$ ) escolhida e elaborada pelos autores coloca em evidência a equivalência de áreas, partindo do princípio da proporcionalidade de grandezas diretamente proporcionais, ou seja, a variação de uma provoca a variação da outra numa mesma razão. Vale salientar que essa técnica dará sustentação para a resolução de todas as tarefas que envolvem transformação de unidades de medida de área.

Também nessa seção estão concentrados outros tipos de tarefas, como, por exemplo, TG (Determinar o valor de uma grandeza diferente da área, em problema cujo enunciado comporta dados relativos à área de figuras planas), TO (Operar com medidas de áreas de figuras planas) e TE (Estimar medida de área de uma figura plana), nas quais a ênfase está concentrada nas técnicas ( $\tau_{D2}$ ) e ( $\tau_{D3}$ ), que correspondem à aplicação das fórmulas da área do retângulo ou do quadrado. Portanto, TG, TO e TE cumprem o papel da ampliação do campo de aplicação das referidas técnicas.

De forma geral, o momento de institucionalização, além de acontecer no momento da constituição do ambiente tecnológico-teórico, também está sistematizado em uma seção, no final do capítulo, intitulada “Para não esquecer”, na qual os autores fazem uma espécie de revisão dos assuntos trabalhados, subdivididos em perímetro e área, unidades de medida para perímetro e área e a fórmula da área de um retângulo. Concordamos com Chevallard (1999) quando argumenta que esse momento é importante na organização didática, uma vez que oficializa o que de fato será necessário na organização matemática.

Em relação à avaliação, os autores afirmam, no Guia de Recursos Didáticos, que o livro contribui para esse processo nas seções “Conversando sobre o texto e Ação” e nas aulas de resolução de problemas. Também permitem que o professor possa criar outras

oportunidades para avaliar seus alunos e que os dados obtidos, ao invés de serem transformados em nota, poderão “auxiliar em julgamentos e interpretações que ajudem a traçar rumos e a melhorar a aprendizagem” (IMENES; LELLIS, 2012, p. 21 - GUIA DE RECURSOS DIDÁTICOS).

Nesse mesmo *Guia de Recursos Didáticos*, em relação ao conceito de área de figuras planas, os autores sugerem que seja realizada “uma prova escrita individual, com problemas e exercícios similares aos números 5, 9, 10, 15, 22 e 26” (2012, p. 58). Ao observar no capítulo a que tipo de tarefa esses números se referem, percebemos que quatro delas são de determinação da medida de área de figuras ou região (TD), uma de comparação de medidas de áreas de figuras planas (TC) e uma de operar com medidas de áreas de figuras planas (TO). Percebemos também que as técnicas que poderão ser utilizadas pelos alunos para resolver as tarefas são contagens, decomposição e aplicação de fórmulas, ou seja, nessa avaliação da aprendizagem não será possível avaliar os demais tipos de tarefas trabalhadas no livro como, por exemplo, estimar medida de área de uma figura plana.

Durante a análise dos tipos de tarefas, por diversas vezes, fizemos inferências sobre as técnicas a serem utilizadas para resolver determinada tarefa, ou seja, o trabalho da técnica fica reservado ao segundo plano. No entanto, há uma ênfase nos momentos exploratórios da atividade matemática e no momento tecnológico-teórico. Por tudo isso, caracterizamos a organização didática como construtivista psicológica (GASCÓN, 2003), pois entendemos que os autores compreendem que ensinar matemática é possibilitar aos estudantes a construção do conhecimento, no nosso caso, área de figuras planas, por meio da resolução de diversos tipos de tarefas problematizadoras.

Portanto, de forma geral, foi possível constatar a ausência de dois tipos de tarefas elencados no filtro da grandeza área (SANTOS, 2015), que são produzir superfícies de área dada (TP) e estudar os efeitos de deformações e transformações geométricas e numéricas sobre a área de uma família de superfícies (TU), o que comprova que há uma redução dos tipos de tarefas academicamente estudadas e aquelas que serão frutos de estudos em uma turma do 6º ano do ensino fundamental. Logo, o saber em jogo não chegará à sala de aula da mesma forma que foi produzido pelos pesquisadores na academia. Entendemos que pesquisas não são recomendações curriculares. No entanto, apesar de termos feito um recorte estudando o livro didático do 6º ano, nada impedia que situações, por exemplo, de produção fossem abordadas no sentido de fazer os estudantes compreenderem que perímetro e área são independentes, como orientam os documentos oficiais.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Mediante o nosso objetivo, que era analisar as praxeologias matemática e didática existentes em um livro didático de matemática do 6º ano do ensino fundamental acerca do conceito de área de figuras geométricas planas, percebemos que, apesar do livro explorar seis tipos de tarefas diferentes e 19 subtipos, a ênfase é no tipo de tarefa TD - determinar a medida da área de uma figura ou região, o que valoriza o aspecto numérico do conceito de área. Esse fato, de acordo com a nossa fundamentação teórica, poderá contribuir para a associação da superfície a um número, favorecendo a confusão entre área e perímetro.

Do ponto de vista do conceito de área, mesmo estes autores dando ênfase ao aspecto numérico, existem características elogiáveis na abordagem. Primeiro, a situação inicial parte de uma tarefa contextualizada, referente a aspecto da vida cotidiana. Segundo, porque esse tipo de tarefa é de comparação, embora seja numérica e, por fim, a técnica utilizada não parte de usos de fórmulas, nem utiliza unidades convencionais. Logo, rompe com um ensino do conceito de área que foi marcado durante muito tempo por uma ênfase exagerada no uso de fórmulas e também nas unidades e conversões entre unidades de área.

As técnicas utilizadas concentram-se basicamente em contagem e uso de fórmulas da área do quadrado e do retângulo que são elaboradas no decorrer do capítulo. A aplicação das fórmulas é explicitamente trabalhada, confiável, aceitável e evolui por meio de tipos de tarefas que requerem a ampliação da técnica. Do mesmo modo, o bloco tecnológico-teórico é exposto e explicado de forma clara, ou seja, inicia as justificativas pelas ideias mais simples das operações até institucionalizar as fórmulas de área do retângulo e do quadrado.

Eles não definem, oficialmente, o que é área, mas deixam subentendido a ideia de que é o espaço ocupado, tentando construir assim a noção de área como grandeza, defendida nesse artigo. No entanto, ainda existe uma presença muito forte de tarefas que envolvem medidas, levando a uma concepção de área como número.

Portanto, sugerimos aos usuários do livro didático, principalmente o professor de matemática, que explore nas suas aulas relativas ao conceito de área tipos de tarefas que não foram contempladas durante a abordagem do capítulo analisado, ou seja, “produzir superfícies de área dada (TP)” e “estudar os efeitos de deformações e transformações geométricas e numéricas sobre a área de uma família de superfícies (TU)”, que a nosso ver, tornará mais significativo o conceito estudado. Também, que sejam valorizadas tarefas que envolvam comparação e estimativas, sem, necessariamente, o uso de medidas, como, por exemplo: determinar entre dois Estados brasileiros qual têm a maior área territorial sem apresentar

dados numéricos, ou ainda, estimar qual a medida da área da sala de aula sem que sejam dadas as dimensões da sala. Esse tipo de tarefa contribui para a construção do conceito de área como grandeza autônoma.

## REFERÊNCIAS

- ANWANDTER-CUELLAR, N. **Place et rôle des grandeurs dans la construction des domaines mathématiques numérique, fonctionnel et géométrique et de leurs interrelations dans l'enseignement au collège en France**. 2012. Tese (Doutorado HPDS – Histoire, Philosophie et Didactique des Sciences) - Université Montpellier 2, Montpellier, 2012.
- BALTAR, P. M. **Enseignement et apprentissage de la notion d'Ari de surface planes: une étude de l'acquisition des relations entre les longueurs et les aires au colite**. 1996. Tese (Doutorado em Didática da Matemática) - Université Joseph Fourier, Grenoble, 1996.
- BELLEMAIN, P. M. B. Análise comparativa da relação institucional às grandezas geométricas no ensino fundamental, no Brasil e na França. **Relatório das atividades desenvolvida no âmbito do projeto de estágio pós-doutoral no exterior financiado pelo CNPq**. Recife, 2013. 95p.
- BELLEMAIN, P.; LIMA, P. **Um estudo da noção de grandeza e implicações no Ensino Fundamental**. Ed. Geral: John A. Fossa. Natal: SBHMat, 2002.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- CARVALHO, D. G. **Uma análise da abordagem da área de figuras planas no guia de estudo do Projovem urbano sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático**. 2012. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, UFPE. Recife, 2012.
- CHEVALLARD, Y. Concepts fondamentaux de la didactique: perspective apportées par une approche anthropologique. **Recherches en Didactique de Mathématiques**, Grenoble, vol. 12, p. 73-112, 1991.
- \_\_\_\_\_. L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v.19. n. 2, p. 221-265, 1999.
- COBO, P.; FORTUNY, J. M. Social interactions and cognitive effects in contexts of area comparison problem solving. **Educational Studies in Mathematics**. v. 42, n. 02, 2000.
- DOUADY, R.; PERRIN- GLORIAN, M. J. Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. **Educational Studies in Mathematics**, vol. 20, n. 4, p. 387-424, 1989.

- DUARTE, J. H. **Análise de situações didáticas para construção do conceito de área como grandeza no Ensino Fundamental**. 2002. 213 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2002.
- FACCO, S. R. **Conceito de Área: uma proposta de ensino aprendizagem**. 2003. 150 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003.
- FARIAS, K. S. C. S. **A representação do espaço nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2008. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de pós-graduação em Educação, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2008.
- GASCÓN, J. La Necesidad de utilizar modelos en didáctica de las matemáticas. **Revista Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 5, n. 2, p. 11-37, 2003.
- IMENES, L. M.; LELLIS, M. **Matemática: Imenes e Lellis**. 2. ed. São Paulo: Moderna, 2012. (6º ano do Ensino Fundamental).
- MOREIRA, M. D. D. **Revisitando Euclides para o ensino de áreas: uma proposta para as licenciaturas**. 2010. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, UFRJ/IM. Rio de Janeiro, 2010.
- PAULISTA. Secretaria de Educação. **Base Curricular da Rede Municipal de Ensino de Paulista**. Paulista, PE, 2012.
- PERNAMBUCO. Secretaria de Educação. **Base Curricular Comum para as Redes Públicas de Ensino de Pernambuco: matemática**. Recife, 2008.
- \_\_\_\_\_. Secretaria de Educação. **Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco: Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio**. Recife, 2012.
- \_\_\_\_\_. Secretaria de Educação. **Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco: Parâmetros na sala de aula – Matemática Ensino Fundamental e Médio**. Recife, 2013.
- \_\_\_\_\_. Secretaria de Educação. **Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco: Parâmetros de formação docente. Matemática**. Recife, 2014.
- SANTOS, M. R. **Resolução de problemas envolvendo área de paralelogramo: um estudo sob a ótica do contrato didático e das variáveis didáticas**. 2005. 178 f. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2005.
- SANTOS, M. R. **A Transposição Didática do conceito de área de figuras geométricas planas no 6º ano do ensino fundamental: um olhar sob a ótica da Teoria Antropológica do**

Didático. 2015. 281 f. Tese (Doutorado em Ensino das Ciências e Matemática) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2015.

SANTOS, M. R.; BELLEMAIN, P. B. M. A área do paralelogramo no livro didático de matemática. **Educação Matemática em Revista**. SBEM. Recife, Ano 13, n. 23, 2007.

SILVA, J. V. G. **Análise da Abordagem de Comprimento, Perímetro e Área em Livros Didáticos de Matemática do 6º Ano do Ensino Fundamental sob Ótica da Teoria Antropológica do Didático**. 2011. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2011.

TELES, R. A. M. **A Influência de Imbricações entre Campos Conceituais na Matemática Escolar**: um estudo sobre fórmulas de área de figuras geométricas planas. 2007. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-graduação em Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2007.