

ENSINO E APRENDIZAGEM DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS:

Um levantamento preliminar da produção científica

Eliane Alves de Oliveira

Doutoranda em Educação Matemática
Universidade do Estado do Pará
Centro Universitário do Estado do Pará
elianeoliveira@uepa.br

Sonia Barbosa Camargo Iglori

Doutora em Matemática
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
sigliori@pucsp.br

Resumo

Este artigo apresenta um levantamento bibliográfico de trabalhos realizados, no período de 2000 a 2011, acerca das pesquisas sobre ensino e aprendizagem de Equações Diferenciais. Esse levantamento inclui consultas ao banco de teses da CAPES, a doze sítios de Programas de Pós-Graduação, a três sítios franceses, a três revistas científicas brasileiras e a Anais de três eventos científicos. O objetivo do levantamento é avaliar o que pesquisas na área da Educação Matemática revelam sobre dificuldades de alunos na aprendizagem de Equações Diferenciais Ordinárias e o que elas apontam de possibilidades ou alternativas para esse ensino com vistas a amenizar tais dificuldades. A maioria das pesquisas consultadas sugere como possibilidade para o ensino de Equações Diferenciais o enfoque qualitativo do assunto, de forma contextualizada, a partir de situações-problema, e por meio da utilização de recursos computacionais.

Palavras-chave: Equações Diferenciais. Ensino de Matemática. Metodologias de Ensino. Abordagem Qualitativa. Estado da Arte.

TEACHING AND LEARNING DIFFERENTIAL EQUATIONS:

a preliminar survey of the scientific production

Abstract

This paper presents a bibliographical study of researches carried out from 2000 to 2011, on the teaching and learning of Differential Equations. In order to conduct this survey, we have used the database of CAPES, twelve Graduate Programs websites, three French websites, three Brazilian scientific journals and three scientific conference proceedings. The objective of the survey is to assess what the researches in the area of Mathematics Education reveal about students' difficulties in learning Ordinary Differential Equations as well as what their

suggestions are in order to minimize such difficulties. Most researches consulted suggest, as a possibility for the teaching of Differential Equations, the contextualized qualitative approach of the topic, through the use of problem situations, and computational resources.

Keywords: Differential Equations. Mathematics Teaching. Teaching Methodologies. Qualitative Approach. State of the Art.

Introdução

As Equações Diferenciais representam parte crucial do ensino de Cálculo. O seu estudo possibilita um instrumental matemático importante na resolução de problemas em diversas áreas do conhecimento, pois, como ressaltam Boyce e DiPrima (1999, prefácio),

A importância das equações diferenciais está no fato de que mesmo as equações mais simples correspondem a modelos físicos úteis, como por exemplo, o decaimento de substâncias radioativas, o comportamento de sistemas de massas e molas e o comportamento de circuitos elétricos.

Nossa experiência no ensino de Cálculo em Cursos de Engenharia e pesquisas na área de Educação Matemática revelam dificuldades no processo de aprendizagem dos alunos no estudo de Equações Diferenciais, tanto no uso de técnicas para resolução dessas equações, quanto na produção de significados e compreensão de conceitos. Essas dificuldades se evidenciam principalmente no momento em que são estudadas as aplicações em problemas contextualizados, envolvendo a Física, a Química, a Engenharia etc. Em muitas situações, os alunos dominam as técnicas de resolução, porém têm dificuldade em identificar como aplicar as Equações Diferenciais na resolução de problemas.

O levantamento bibliográfico, apresentado neste artigo, foi realizado com vistas a realizar pesquisa, no âmbito da Educação Matemática, sobre o ensino e aprendizagem de Equações Diferenciais Ordinárias. Tal pesquisa centra-se mais especialmente na análise das dificuldades apresentadas pelos alunos na aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral num curso de Engenharia, e tem por alvo apresentar possibilidades ou alternativas para esse ensino de modo a amenizar tais dificuldades.

Procedimento Metodológico

Este artigo apresenta um estudo bibliográfico do tipo estado da arte ou estado do conhecimento. De acordo com Ferreira (2002, p. 259), pesquisas desse tipo justificam-se pelo

desafio de conhecer o já construído e produzido para depois buscar o que ainda não foi feito, de dedicar cada vez mais atenção a um número considerável de pesquisas realizadas de difícil acesso, de dar conta de determinado saber que se avoluma cada vez mais rapidamente e de divulgá-lo para a sociedade [...].”

Neste estudo, procuramos inventariar, sistematizar e avaliar a produção científica que tem por temática de investigação as dificuldades dos alunos na aprendizagem de Equações Diferenciais, e o estudo de possibilidades de superar ou amenizar essas dificuldades por meio do ensino. Para nós, a pesquisa do tipo estado da arte é uma pesquisa que organiza resultados e aponta novas direções para futuras investigações.

Nossa pesquisa foi desenvolvida em dois momentos distintos, baseada nas indicações de Ferreira (2002, p. 265):

Um, primeiro, que é aquele em que [o pesquisador] interage com a produção acadêmica através da quantificação e de identificação de dados bibliográficos, com o objetivo de mapear essa produção num período delimitado, em anos, locais, áreas de produção.

A partir dessa primeira descrição foi possível apontar períodos que apresentam produções científicas referentes à temática de interesse, locais de produção e agentes nelas envolvidos.

No segundo momento, procuramos identificar tendências, ênfases, escolhas metodológicas e teóricas, aproximando ou diferenciando trabalhos entre si. No primeiro momento, perguntava-se “quando”, “onde”, “quem”; na segunda fase, as questões foram referentes a “o quê” e “o como” dos trabalhos (FERREIRA, 2002, p. 265).

O critério adotado para a seleção de pesquisas foi o título. Constam no nosso levantamento artigos, dissertações e teses cujos títulos expressam de forma explícita ou implícita o estudo do tema ensino e aprendizagem de Equações Diferenciais.

Decidimos delimitar o levantamento bibliográfico no período de 2000 a 2011. Escolhemos o início do período em razão da dificuldade em encontrar registros de pesquisas sobre o tema de interesse antes de 2000, de acordo com critério de busca que escolhemos. A escolha de 2011 como final do período de estudo deveu-se à razão de que nesse ano seria

elaborado o projeto de tese da primeira autora, e o levantamento bibliográfico apoiaria esse projeto.

Os dados foram coletados por meio de consultas ao banco de teses da CAPES, a doze sítios de Programas de Pós-Graduação, a três sítios franceses, a três revistas científicas brasileiras e a Anais de três eventos científicos. Houve ainda alguns casos em que os textos completos dos trabalhos foram coletados com os próprios autores via *e-mail*.

Os Programas de Pós-Graduação visitados foram: Programa de Educação em Ciências e Matemáticas da Universidade Federal do Pará (UFPA); Programa de Educação e Programa Multiunidades em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP); Programa de Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP) – Rio Claro; Programa de Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP); Programa de Educação e Programa de Ensino de Ciências e Matemática da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais (PUC Minas); Programa de Educação da Universidade de São Paulo (USP); Programa de Educação da Pontifícia Universidade Católica do Paraná (PUC-PR); Programa de Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina (UEL); Programa de Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP); Programa de Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). Foram consultados os sítios franceses: *EducMath* do Instituto Francês de Educação, *EduTice* (*Education et technologies de l'information et de la communication*) e *Tel* (*thèses-en-ligne*), bem como os sítios das revistas Educação Matemática Pesquisa, Bolema: Boletim de Educação Matemática e Zetetiké. Foram consultados também os Anais do Encontro Nacional de Engenharia de Produção (ENEGEP), referentes ao período delimitado de nosso estudo, os Anais do 1º e do 2º Encontro Nacional de Aprendizagem Significativa (ENAS) e os Anais do VI Encontro Internacional de Aprendizagem Significativa e 3º Encontro Nacional de Aprendizagem Significativa.

Foi inventariado um total de dezesseis trabalhos, sendo cinco do “tipo” artigo (A), seis do “tipo” dissertação (D) e cinco do “tipo” tese (T). O Quadro 1 apresenta esses trabalhos em ordem cronológica por ano e em ordem alfabética dentro do ano, relacionados às respectivas fontes de consultas e classificados pelos “tipos” de trabalhos:

QUADRO 1: Lista dos trabalhos levantados

ANO	AUTOR(ES) E TÍTULO	FONTE	TIPO
2003	ARSLAN, Salahattin; LABORDE, Colette. <i>Un outil favorisant le jeu de cadres : Cabri. Une étude de cas dans l'apprentissage des Equations Différentielles</i>	<i>EduTice</i>	A
2004	BORSSOI, Adriana Helena. A aprendizagem significativa em atividades de modelagem matemática como estratégia de ensino	Coletada com a autora.	D
2004	BORSSOI, Adriana Helena; ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de. Modelagem matemática e aprendizagem significativa: uma proposta para o estudo de equações diferenciais ordinárias	Revista EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PESQUISA	A
2004	DAREZZO FILHO, Artur; ARENALES, Selma H. V.; SALVADOR, José Antonio. Mapas Conceituais e ferramentas computacionais: uma experiência no ensino de Equações Diferenciais	Coletado com o autor.	A
2005	ARSLAN, Salahattin. <i>L'Approche Qualitative Des Équations Différentielles en Classe de Terminale S : Est-elle viable ? Quels sont les enjeux et les conséquences?</i>	<i>EducMath</i>	T
2007	GALLEGOS, Ruth Rodriguez. <i>Les équations différentielles comme outil de modélisation mathématique en Classe de Physique et de Mathématiques au lycée : une étude de manuels et de processus de modélisation d'élèves en Terminale S</i>	<i>Tel</i>	T
2007	JAVARONI, Sueli Liberatti. Abordagem geométrica: possibilidades para o ensino e aprendizagem de introdução às equações diferenciais ordinárias	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP	T
2007	LAUDARES, João Bosco; MIRANDA, Dimas Felipe. Investigando a iniciação à modelagem matemática nas ciências com equações diferenciais	Revista EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PESQUISA	A
2008	ALVES, Murilo Barros. Equações Diferenciais Ordinárias em Cursos de Licenciatura de Matemática - Formulação, Resolução de Problemas e Introdução à Modelagem Matemática	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da PUC Minas	D
2008	ARAÚJO, Alyne Maria Rosa de. Modelagem Matemática nas aulas de Cálculo: uma estratégia que pode contribuir com aprendizagem dos alunos de engenharia	Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas da UFPA	D
2009	BRAGA, Roberta Modesto. Modelagem Matemática e tratamento do erro no processo de ensino-aprendizagem das equações diferenciais ordinárias	Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas da UFPA	D
2009	DULLIUS, Maria Madalena. <i>Enseñanza y aprendizaje en ecuaciones diferenciales con abordaje gráfico, numérico y analítico</i>	Coletada com a autora.	T
2010	FERREIRA, Vagner Donizeti Tavares. A Modelagem Matemática na introdução ao estudo de Equações Diferenciais em um curso de Engenharia	Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC-SP	D
2011	DULLIUS, Maria Madalena; ARAUJO, Ives Solano; VEIT, Eliane Angela. Ensino e Aprendizagem de Equações Diferenciais com Abordagem Gráfica, Numérica e Analítica: uma experiência em cursos de Engenharia	Revista BOLEMA	A
2011	FECCHIO, Roberto. A Modelagem Matemática e a Interdisciplinaridade na introdução do conceito de Equação Diferencial em cursos de Engenharia	Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC-SP	T
2011	SOUZA, Galvina Maria de. Uma estratégia metodológica para a introdução de um curso de equações diferenciais ordinárias	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da PUC Minas	D

FONTE: Autoras (2013)

Os dados

No que segue é apresentada uma breve descrição dos trabalhos encontrados, agrupados de acordo com o “tipo” de trabalho e em ordem cronológica por ano dentro do grupo, no que diz respeito a aspectos relacionados às questões de pesquisa, aos objetivos, aos referenciais teóricos, às metodologias, aos resultados e às considerações feitas pelos autores a partir dos resultados obtidos.

Artigos levantados:

Arslan e Laborde (2003), no artigo intitulado “*Un outil favorisant le jeu de cadres: Cabri. Une étude de cas dans l'apprentissage des Equations Différentielles*”, abordaram o estudo qualitativo de Equações Diferenciais em ambientes de Geometria Dinâmica, focalizando o *software* Cabri.

Nesse artigo foi enfatizada a necessidade da abordagem qualitativa no estudo de Equações Diferenciais. Foram apontados obstáculos que se opõem a essa abordagem e, com fundamentação em outros trabalhos, foram indicadas propostas usando ferramentas computacionais para ajudar a superar essas dificuldades.

Foi relatada uma investigação realizada com 40 estudantes *PLCI do Institut Universitaire de Formation des Maîtres (IUFM)*, na França, por meio da Engenharia Didática, que objetivou introduzir a análise qualitativa de Equações Diferenciais Ordinárias, de modo a explorar potencialidades do *software* Cabri no desenvolvimento de competências na interação entre quadros (algébrico, numérico e gráfico) exigida no estudo qualitativo.

Arslan e Laborde concluíram que o ambiente computacional disponibilizou recursos que permitiram a concepção de novas tarefas que favoreceram o “jogo de quadros”¹ na abordagem qualitativa das Equações Diferenciais e fizeram emergir novos raciocínios nos estudantes.

No artigo “Mapas Conceituais e ferramentas computacionais: uma experiência no ensino de Equações Diferenciais”, Darezzo Filho, Arenales e Salvador (2004) descreveram uma experiência de ensino de Equações Diferenciais Ordinárias, tópico abordado nas disciplinas de Cálculo Numérico e de Equações Diferenciais Aplicadas oferecidas pelo Departamento de Matemática da Universidade Federal de São Carlos (DM - UFSCar) para as turmas de Engenharia.

¹ “Jeu de cadres”. Jogo de Quadros é um conceito introduzido por Douady indicando a mudança de um determinado ramo da Matemática a outro. Exemplo: mudança do quadro algébrico para o quadro geométrico. Para essa pesquisadora a mudança de quadros é considerada necessária para a realização de uma atividade matemática. Conferir Recherches en Didactique des Mathématiques, vol. 7, nº 2.

Os autores relataram que nessas disciplinas as atividades são desenvolvidas com o uso de mapas conceituais integrado com a linguagem escrita, oral e computacional nas salas de aulas e no Laboratório REENGE - DM - UFSCar com os *softwares* apropriados. O ensino de Equações Diferenciais Ordinárias é abordado a partir da modelagem de problemas reais seguido da construção da teoria para a obtenção da solução analítica e numérica dos problemas de valor inicial ou de contorno gerados. Com o *software* Maple são reforçadas as técnicas de resolução analítica de Equações Diferenciais passo a passo, obtendo a visualização e simulações gráficas de soluções. Na obtenção da solução numérica de Equações Diferenciais Ordinárias são explorados métodos numéricos com os *softwares* Numérico, MatLab e Maple.

Os pesquisadores relataram que, ao término de cada tópico, é solicitado aos alunos que façam um mapa conceitual do que acabou de ser abordado, e que o mesmo seja refeito após realizarem as atividades de laboratório. Baseados numa teoria educacional construtivista elaborada pelos psicólogos educacionais Ausubel, Novak e Hanesian (1980 apud DAREZZO FILHO; ARENALES; SALVADOR, 2004, p. 2), em que está inserida a abordagem de mapas conceituais, os autores ressaltaram que o aperfeiçoamento do mapa conceitual é elaborado na medida em que o estudante vai adquirindo um aprendizado significativo do tópico abordado.

Os autores afirmaram que essas técnicas integradas estimulam a criatividade e o aprendizado significativo dos estudantes, gerando bons resultados, tanto na motivação quanto no aproveitamento global dos alunos.

Borssoi e Almeida publicaram um artigo, em 2004, intitulado “Modelagem Matemática e Aprendizagem Significativa: uma proposta para o estudo de Equações Diferenciais Ordinárias”, no qual é abordada a investigação de sua dissertação, que será explanada no grupo de trabalhos levantados do “tipo” dissertação.

Laudares e Miranda (2007), no artigo “Investigando a iniciação à Modelagem Matemática nas Ciências com Equações Diferenciais”, objetivaram apresentar resultados de investigação qualitativa da prática educativa do processo de ensino e aprendizagem da iniciação à modelagem nas ciências com Equações Diferenciais Ordinárias em cursos de Engenharia.

A questão da pesquisa se construiu pela análise da atuação dos estudantes na realização de três atividades investigativas de dois fenômenos físicos por meio da iniciação à modelagem com Equações Diferenciais.

O estudo foi desenvolvido com uma turma do curso de Engenharia de Controle e Automação da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais (PUC Minas), composta por 56 alunos.

Os autores relataram que a elaboração e a realização das atividades deram-se possibilitando aos estudantes realizar conjecturas e prospecções em busca da competência de modelar. Na etapa do trabalho dos estudantes, organizados em duplas, foi adotada a técnica de pesquisa de “observação”, com pequenas intervenções sem apresentar soluções. Já na etapa de “socialização”, na interação pesquisador e pesquisados, houve enriquecimento das conjecturas, hipóteses ou predições dos estudantes, os quais avaliaram como positivos os resultados corretos conseguidos, ainda que parciais.

Os autores destacaram que os estudantes ficaram muito motivados, uma vez que estes foram instigados a trabalhar os conceitos matemáticos relacionados às ciências, o que constitui uma prática constante nos cursos de Engenharia.

Laudares e Miranda indicaram que a iniciação à modelagem pode ser efetivada com sucesso com base na formulação de uma nova situação problema de fenômenos clássicos já modelados. Afirmaram também que o estudo de Equações Diferenciais poderá ser eficaz se explorado pelos três enfoques: da algoritmação (resolução das equações); da formulação e da resolução de problemas para a iniciação à modelagem.

No ano de 2011, Dullius publicou um artigo com Araújo e Veit, com título “Ensino e Aprendizagem de Equações Diferenciais com Abordagem Gráfica, Numérica e Analítica: uma experiência em cursos de Engenharia”, no qual é relatado um dos estudos que integra a sua tese, a qual será descrita no grupo de trabalhos levantados do “tipo” tese.

Dissertações levantadas:

Borssoi (2004), em sua dissertação de mestrado intitulada “A Aprendizagem Significativa em atividades de Modelagem Matemática como estratégia de ensino”, desenvolveu uma proposta de ensino fundamentada nos pressupostos teóricos da Modelagem Matemática, na perspectiva da Educação Matemática e na Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel.

O assunto proposto para estudo foi Equações Diferenciais Ordinárias, desenvolvido em uma turma regular de 39 alunos do segundo ano do curso de Bacharelado em Química da Universidade Estadual de Londrina, na disciplina de Cálculo e Geometria Analítica II.

A investigação objetivou observar, descrever, comparar e compreender se a aprendizagem dos estudantes em um ambiente de ensino com atividades de Modelagem

Matemática é significativa e em que aspecto o é. Teve como objetivos específicos: elaborar e aplicar uma proposta para o ensino de Equações Diferenciais Ordinárias para alunos do curso de Química, tomando a Modelagem Matemática como estratégia de ensino; observar, analisar e entender como os estudantes apreendem o conteúdo; analisar a contribuição da Modelagem Matemática como facilitadora da Aprendizagem Significativa.

A proposta de ensino compreendeu quatro atividades de modelagem desenvolvidas durante as aulas, e ainda um trabalho, em que os alunos distribuídos em grupos conduziram o desenvolvimento de uma Modelagem Matemática para resolver um problema por eles definido.

A pesquisa foi de cunho qualitativo e o levantamento de informações ocorreu por meio de instrumentos elaborados para esse fim, como fichas de levantamento, entrevista, mapas conceituais, trabalhos em grupos e outros.

Borssoi recomendou a utilização da Modelagem Matemática como alternativa viável e eficiente estratégia de ensino que vem a ser uma facilitadora da Aprendizagem Significativa, enfatizando que as atividades de ensino em ambiente de Modelagem permitem emergir uma grande quantidade de conceitos matemáticos e extras-matemáticos, que proporcionam interações favoráveis à aprendizagem.

Alves (2008) em sua dissertação de mestrado, com título “Equações Diferenciais Ordinárias em cursos de Licenciatura de Matemática - Formulação, Resolução de Problemas e Introdução à Modelagem Matemática”, objetivou a construção de uma proposta metodológica para o estudo das Equações Diferenciais que proporcionasse um maior entendimento dos conceitos de derivada e taxa de variação.

A questão de pesquisa foi elaborada como sendo: como a Equação Diferencial com a resolução de problemas e iniciação à modelagem em ciências complementa a aprendizagem da derivada, ressignificando-a como taxa de variação?

Teve como objetivo específico mostrar como o ensino das Equações Diferenciais Ordinárias pode complementar e ressignificar o entendimento do conceito de derivada com estudo de fenômenos das ciências, por meio de taxa de variação, para contribuição ao estudo do Cálculo Diferencial e Integral em cursos de Licenciatura em Matemática.

Foi adotada a pesquisa qualitativa empirista, tendo como sujeitos de estudo os alunos do curso de Licenciatura de Matemática da Universidade Estadual do Maranhão (UEMA), que cursaram a disciplina Equações Diferenciais no primeiro e no segundo semestre de 2007.

Foram propostas aos alunos três atividades investigativas que constaram de estudo de fenômenos das ciências a serem modelados nas etapas: elaboração do modelo matemático,

formulação e resolução de uma situação problema, enfatizando a interpretação gráfica da função matemática representativa do fenômeno. Tais atividades foram desenvolvidas em quatro fases, sendo que na quarta fase os alunos foram levados ao laboratório de informática onde realizaram as tarefas investigativas utilizando o *software* MAPLE.

Durante o trabalho, o pesquisador organizou a turma do primeiro semestre em 15 duplas e a do segundo semestre em 13 duplas. A coleta de dados ocorreu por meio dos instrumentos de observação e anotação de momentos da aplicação das atividades.

Dentre suas observações, o autor destacou que a ferramenta computacional foi considerada como um facilitador do processo investigativo e ressaltou que as discussões e interações entre estudantes/professor-pesquisador favoreceram um melhor entendimento de conceitos envolvidos, possibilitando ao aluno fazer novas descobertas, especialmente na etapa de socialização dos resultados das atividades investigativas.

Alves concluiu que o processo de Modelagem Matemática por meio de atividades investigativas apresentou um resultado satisfatório na ressignificação do conceito de taxa de variação para o estudante de Cálculo e contribuiu na aprendizagem de Equações Diferenciais.

A dissertação de Araújo (2008), intitulada “Modelagem Matemática nas aulas de Cálculo: uma estratégia que pode contribuir com a aprendizagem dos alunos de Engenharia”, objetivou analisar os possíveis efeitos que o uso da Modelagem Matemática, como estratégia de ensino, provoca no processo de aprendizagem dos alunos da disciplina Cálculo III – EDO (Equações Diferenciais Ordinárias).

A pergunta norteadora da pesquisa foi: como a Modelagem Matemática pode contribuir no processo de aprendizagem dos alunos da disciplina Cálculo III – Equações Diferenciais Ordinárias (EDO) – em um curso de Engenharia da Computação?

A investigação foi de cunho qualitativo, realizada em uma turma de 20 alunos do 2º ano do curso de Engenharia da Computação, na Universidade Federal do Pará.

Os estudantes, organizados em grupos, desenvolveram quatro atividades de Modelagem que foram planejadas de acordo com Barbosa (2004 apud ARAÚJO, 2008, p. 4). Para a coleta dos dados foram utilizados instrumentos, tais como: observações, gravações em áudio, questionários semiestruturados e registros escritos dos alunos.

Os questionários semiestruturados foram aplicados como pré-atividade, com o objetivo de conhecer as inquietações dos alunos em relação ao ensino de Cálculo I e II, as dificuldades por eles encontradas e as expectativas com relação à disciplina de Cálculo III; e pós-atividade, com o objetivo de identificar o posicionamento dos alunos em relação ao

aprendizado, utilização do processo metodológico e à condução das atividades em sala de aula durante as aulas.

A autora destacou que a Modelagem Matemática possibilitou aos estudantes a interação com outras áreas do conhecimento, estimulando-os à realização de pesquisas. Concluiu que essa estratégia de ensino contribuiu com a aprendizagem dos alunos, proporcionando a eles o resgate de alguns conceitos estudados em outras disciplinas de Cálculo e despertando-os para aspectos reflexivos e críticos.

Braga (2009), em sua dissertação de mestrado, com título “Modelagem Matemática e tratamento do erro no processo de ensino-aprendizagem das Equações Diferenciais Ordinárias”, investigou como o ambiente gerado pela Modelagem Matemática favorece o tratamento do erro no processo de ensino e aprendizagem das Equações Diferenciais Ordinárias.

A pesquisa foi qualitativa, descritiva e interpretativa, desenvolvida com 38 alunos do curso de Licenciatura Plena em Matemática do Campus de São Miguel do Guamá da Universidade do Estado do Pará (UEPA), na disciplina Cálculo II. A coleta de dados contou com observações, fotografias, filmagens, registros escritos, relatório, dentre outros instrumentos.

Inicialmente foi realizado um teste de sondagem sobre as perspectivas dos alunos sobre Cálculo II, assim como os conhecimentos prévios. A investigação foi desenvolvida em duas fases. Foi adotado o *software* Modellus.

A primeira fase da coleta de dados, denominada de Exercícios de Modelagem Matemática, teve como objetivo inserir os alunos no contexto de trabalho com a Modelagem Matemática e tratar os possíveis erros apresentados no processo de Modelagem.

Na segunda fase, denominada Experimento e Modelagem Matemática, foi observado se os próprios alunos percebiam e tratavam seus erros no ambiente gerado pela Modelagem Matemática, para verificar se realmente o ambiente favorecia ou não o tratamento do erro.

Braga concluiu que o ambiente gerado pela Modelagem Matemática favoreceu o tratamento do erro matemático na medida em que os alunos foram motivados a refletir sobre suas próprias concepções a partir de situações de seus interesses.

Ferreira (2010) em sua dissertação de mestrado, com título “A Modelagem Matemática na introdução ao estudo de Equações Diferenciais em um curso de Engenharia”, objetou investigar como a utilização da Modelagem na introdução ao estudo de Equações Diferenciais em um curso de Engenharia pode contribuir para estimular a habilidade de relacionar a Matemática com fenômenos do mundo real, que envolvam variação, além de

tomar decisões a respeito de tais fenômenos, com base na interpretação das informações contidas na solução da equação correspondente.

A pesquisa almejou responder as questões seguintes:

1. A Modelagem Matemática é uma ferramenta que possibilita ao aluno de Engenharia relacionar uma Equação Diferencial com problemas ligados a fenômenos reais, a fim de entendê-los e tomar decisões sobre eles?
2. Que contribuições a Modelagem Matemática, como metodologia de ensino e aprendizagem de Equações Diferenciais, pode trazer para o estudante do curso de Engenharia?

O experimento foi desenvolvido em uma instituição particular de ensino superior localizada no município de São Paulo, e contou com a participação voluntária de 15 alunos dos cursos de Engenharia (de Produção, Mecânica, Elétrica e Mecatrônica).

Os participantes foram divididos em cinco grupos e realizaram seis atividades no laboratório de Física da instituição em que estudavam. As atividades foram elaboradas de acordo com os princípios da Modelagem Matemática e o estudo de modelos matemáticos, com base nos autores Bassanezi e Ferreira Jr. (1988 apud FERREIRA, 2010, p. 20), focando a introdução de Equações Diferenciais Lineares de variáveis separáveis.

Os dados foram coletados por meio das anotações dos alunos e das gravações das discussões feitas pelos integrantes dos grupos no decorrer dos quatro encontros desenvolvidos no projeto. A análise dos dados foi feita em dois momentos: no primeiro, nomeado como Análise das Atividades, o autor descreveu e analisou os protocolos resultantes das atividades, aliados às discussões realizadas no interior dos grupos e com a turma toda, com o intuito de analisar o desempenho de todos em cada atividade separadamente, e verificar se os objetivos específicos de cada uma foram obtidos. O segundo momento foi chamado de Análise do Desempenho de um Grupo, em que foi analisado o desempenho de um determinado grupo na realização de todas as atividades no decorrer da pesquisa.

O primeiro momento da análise dos dados possibilitou ao autor responder a questão 2 de pesquisa, afirmando que a modelagem propiciou aos estudantes a possibilidade de construir o seu próprio conhecimento e contribuiu para o entendimento de conceitos no estudo de Equações Diferenciais Lineares e a motivação dos alunos da área de Engenharia. O segundo momento da análise fez o autor responder positivamente a questão 1 de pesquisa.

Souza (2011), em sua dissertação de mestrado intitulada “Uma estratégia metodológica para a introdução de um curso de Equações Diferenciais Ordinárias”, teve como proposta de trabalho investigar o ensino das Equações Diferenciais Ordinárias. O objetivo foi

verificar como o resgate dos conceitos fundamentais de Cálculo I, desde elementos funcionais até conceitos referentes às derivadas e integrais, taxas e o estudo da Modelagem Matemática aplicada a problemas classicamente enunciados, como parte introdutória de um curso de Equações Diferenciais Ordinárias, pode contribuir para o ensino e aprendizagem dessas equações e suas aplicações.

A questão principal de pesquisa foi: que contribuições e desafios podem ser encontrados ou identificados ao se iniciar o estudo das Equações Diferenciais Ordinárias com foco em elementos funcionais, taxas e modelagem algébrica de problemas?

A investigação se apoiou nas ideias de Bassanezi (2006 apud SOUZA, 2011, p. 35), em Modelagem Matemática, nas contribuições de Zabala (1998 apud SOUZA, 2011, p. 20) em relação à elaboração de atividades sequenciais e de Ponte (2003; 2005 apud SOUZA, 2011, p. 20) em relação às estratégias de ensino, nos princípios e nas tendências do ensino de Cálculo, em particular das Equações Diferenciais Ordinárias, discutidos a partir de livros didáticos.

Foi elaborada, aplicada e analisada uma sequência de atividades propostas para um curso introdutório de Equações Diferenciais Ordinárias.

Uma primeira versão dessas atividades foi revisada por três professores e, em seguida, foi aplicada a uma turma de dependência em Cálculo IV - Equações Diferenciais - com 15 alunos, que cursavam Engenharia Química, de Produção, de Telecomunicações, de Controle e Automação e da Computação em uma faculdade do norte de Minas.

Para realização das atividades, os alunos se organizaram livremente em seis duplas e um grupo de três alunos. Algumas atividades foram desenvolvidas no laboratório de Informática da mesma instituição, com a utilização do software GeoGebra4.

A pesquisa foi caracterizada como qualitativa e os instrumentos de coleta de dados foram os seguintes: a observação participante, os registros escritos contendo o desenvolvimento das atividades, as respostas e os comentários dos alunos às questões propostas na sequência, além de anotações feitas pela pesquisadora durante a aplicação das atividades.

A autora observou que os resultados obtidos evidenciaram que é possível elaborar e realizar estratégias e situações que possam vir a minimizar as dificuldades apresentadas pelos alunos no estudo das Equações Diferenciais Ordinárias.

A sequência de atividades construída, após revisada pela autora e seu orientador, constituiu-se em uma proposta metodológica focada para um curso inicial de Equações Diferenciais Ordinárias.

Teses levantadas:

Arslan (2005) em sua tese de doutorado, intitulada “*L’Approche Qualitative Des Équations Différentielles en Classe de Terminale S : Est-elle viable ? Quels sont les enjeux et les conséquences?* ”, objetivou investigar as possibilidades de desenvolver uma abordagem qualitativa de Equações Diferenciais no ensino secundário na França, no qual já eram feitas abordagens algébrica e numérica dessas equações.

Baseada em resultados de pesquisas desenvolvidas no nível universitário acerca da abordagem qualitativa de Equações Diferenciais, Arslan lançou a hipótese de ser viável essa abordagem no nível secundário de ensino e de que a introdução às Equações Diferenciais poderia ser feita pela abordagem qualitativa antes de ser ensinada a resolução algébrica.

O experimento foi realizado com uma turma do *Terminale S* (equivalente à 3ª série do Ensino Médio - modalidade científico) do liceu Pablo Neruda, em Saint Martin d’Hères, na França. Arslan ressaltou que a turma era composta por alunos não repetentes e repetentes, e que isso forneceu a oportunidade de observar a viabilidade da abordagem qualitativa para estudantes que não conheciam a resolução algébrica (ou seja, estudantes não repetentes) e, por outro lado, permitiu medir, por meio dos repetentes, o impacto do conhecimento de resolução algébrica diante da abordagem qualitativa.

Arslan utilizou a noção de Registro de Representação Semiótica introduzida por Duval, o modelo cKç introduzido por Balacheff e a metodologia Engenharia Didática segundo Artigue (1989 apud ARSLAN, 2005, p. 9).

Também analisou currículos oficiais e livros didáticos do Nível Médio. Essa análise visou, além de confirmar a predominância da abordagem algébrica no referido nível, acompanhar a evolução do ensino de Equações Diferenciais.

Dentre suas observações, Arslan destacou que o sucesso dos alunos dependentes, os quais recorriam às estratégias “algébricas”, foi menor que dos outros alunos que preferiram usar estratégias do estudo qualitativo.

Arslan concluiu que os resultados obtidos validaram sua hipótese.

A tese de doutorado de Javaroni (2007), com título “Abordagem geométrica: possibilidades para o ensino e aprendizagem de introdução às Equações Diferenciais Ordinárias”, teve por objetivo analisar as possibilidades de ensino e aprendizagem de introdução às Equações Diferenciais Ordinárias a partir da abordagem qualitativa de alguns modelos matemáticos, auxiliada pelas Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC).

A pesquisa foi conduzida pela pergunta diretriz: quais as possibilidades de ensino e aprendizagem de introdução às Equações Diferenciais Ordinárias através da análise

qualitativa dos modelos matemáticos, com o auxílio de Tecnologia de Informação e Comunicação?

Os dados foram coletados em um Curso de Extensão Universitária, intitulado “Modelagem e Métodos Computacionais em Equações Diferenciais Ordinárias”, com duração de 36 horas, oferecido aos alunos do Curso de Matemática do Instituto de Geociências e Ciências Exatas (IGCE) da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP).

A autora realizou, em 2005, um estudo piloto com alunos do curso de Ecologia, na disciplina Cálculo II, disciplina na qual é estudado, dentre outros conteúdos, introdução às Equações Diferenciais Ordinárias, com o objetivo de verificar se as atividades propostas estavam encaminhadas de tal forma a suscitar discussões nos grupos de alunos. Após esse piloto, essas atividades foram reelaboradas para fazerem parte das atividades que foram desenvolvidas pelos alunos participantes da pesquisa.

A coleta de dados ocorreu por meio dos registros elaborados pelo *software* Camtasia, filmagens e notas de campo. Os alunos organizados em três duplas e um trio desenvolveram atividades que envolveram aplicação do conceito “Modelagem Matemática e Aplicação”, trazido em Applications (2002 apud JAVARONI, 2007, p. 30). Para a exploração das atividades foram utilizados os *softwares* Winplot, Maple, um *applet* e a planilha de cálculo Excel, além de caderno para anotações.

No início do Curso de Extensão Universitária foram aplicados dois questionários aos alunos. O primeiro deles teve por intuito delinear o perfil dos participantes. Já o segundo questionário foi elaborado com perguntas teóricas do conteúdo específico de Equações Diferenciais e este mesmo questionário foi aplicado novamente no final do curso, com o objetivo de buscar evidências ou indícios da atuação dos resultados do curso na formação desses alunos.

Javaroni conclui que a interação entre os estudantes e os *softwares* utilizados proporcionou novas possibilidades para a abordagem qualitativa dos modelos estudados, sugerindo a necessidade de repensar o ensino das Equações Diferenciais Ordinárias de forma a enfatizar o aspecto geométrico de modelos matemáticos além do aspecto algébrico.

Gallegos (2007), em sua tese de doutorado com o título “*Les équations différentielles comme outil de modélisation mathématique en Classe de Physique et de Mathématiques au lycée: une étude de manuels et de processus de modélisation d’élèves en Terminale S*”, abordou o ensino e a aprendizagem da modelagem como objeto de ensino no Nível Médio no sistema escolar francês.

A tese apresentou dois objetivos principais:

1. O primeiro consistiu em estudar de que forma a modelagem vista como abordagem de ensino é empregada no sistema escolar francês;
2. O segundo consistiu em investigar os processos cognitivos dos alunos quando estão diante de tarefas de modelagem, de forma a identificar as suas dificuldades ao resolver um problema particular.

Visando o primeiro objetivo, Gallegos investigou o tipo de atividades e os problemas propostos na disciplina de Matemática, em uma classe de *Terminale S*, para introduzir a noção de Equações Diferenciais como ferramenta de modelagem. As análises foram baseadas na Teoria Antropológica do Didático (TAD) de Chevallard e, em particular, na noção de praxeologia.

Após obter os resultados da análise praxeológica de três livros didáticos de Matemática, Gallegos decidiu expandir o seu campo de estudo à disciplina de Física e reformulou suas questões de pesquisa. Relatou que a expansão do domínio de investigação ocorreu devido à observação de que a abordagem de modelagem na disciplina de Matemática era muito reduzida em relação à abordagem tomada como referência na pesquisa, baseada em Borromeo (2006 apud GALLEGOS, 2007, p. 44), a partir de uma perspectiva cognitiva.

Gallegos, então, realizou uma análise dos currículos oficiais e de três livros didáticos de Física de uma classe de *Terminale S*, tendo como objeto de estudo o processo de modelagem pelos alunos na disciplina de Física, nessa classe, de certos fenômenos físicos com a ajuda de ferramentas matemáticas. Em particular, a modelagem de fenômenos em circuitos elétricos com o auxílio da ferramenta matemática Equações Diferenciais.

Para abordar o segundo objetivo, foi realizada uma experimentação que consistiu no desenvolvimento de tarefas relacionadas à modelagem do funcionamento de um desfibrilador cardíaco por meio de Equações Diferenciais, visando analisar a forma como os alunos agem quando são confrontados com uma situação não habitual, com base nas ideias de Borromeo sobre a Modelagem Matemática.

As observações ocorreram em turmas de Física e de Matemática de classes de *Terminale S* dos liceus Pablo Neruda, International e La Saulaie, na região de Grenoble, na França.

No total, 25 alunos participaram da situação experimental que ocorreu no período de março a abril de 2005. Gallegos contou com o apoio de professores responsáveis pelas disciplinas nas classes e os dados foram coletados por meio de produções escritas e gravações de áudio das trocas verbais entre duplas, ou trios, de alunos.

Dentre suas conclusões, Gallegos ressaltou que a análise da transposição da abordagem de modelagem para classe de Matemática mostrou que essa abordagem se reduz a tarefas somente de domínio matemático. Observou, por exemplo, que os tipos de tarefas existentes na classe de Matemática pouco exigiam dos alunos na etapa da construção do modelo matemático e que por vezes o trabalho do aluno era limitado à etapa de resolução de Equações Diferenciais.

Observou também que, contrariando as ambições declaradas nos currículos oficiais sobre a interação Física-Matemática, os alunos têm dificuldade de usar as técnicas aprendidas na disciplina de Matemática quando colocados em prática na situação experimental na disciplina de Física, mesmo eles estando em frente ao mesmo objeto do saber: a abordagem de modelagem. Essa constatação sugere que o contrato didático ligado à modelagem em classe de Matemática é diferente daquele praticado em classe de Física.

Com relação às Equações Diferenciais como uma ferramenta de modelagem na experimentação, Gallegos observou que esse conceito matemático em classe de *Terminal S* está relacionado às dificuldades dos estudantes em conceber o que é uma Equação Diferencial. Evidenciou dificuldades para o estabelecimento de uma condição inicial relacionada com a Equação Diferencial, e também para compreender que as soluções de uma Equação Diferencial são funções, e não constantes.

Dullius (2009) em sua tese de doutorado, intitulada “*Enseñanza y aprendizaje en ecuaciones diferenciales con abordaje gráfico, numérico y analítico*”, propôs e investigou uma abordagem diferenciada de ensino para tratar o conteúdo de Equações Diferenciais, baseada na solução de situações problema e no uso de recursos computacionais.

Teve como objetivos a identificação das principais dificuldades dos alunos na aprendizagem das Equações Diferenciais; a elaboração de uma proposta pedagógica que potencialmente os auxiliasse na superação dessas dificuldades e que os ajude a perceber a importância desse conteúdo para a sua formação; o estudo das potencialidades do uso de recursos computacionais no processo de ensino e aprendizagem das Equações Diferenciais nesse contexto; o estudo da contribuição da interação entre professor-aluno-material didático, de modo que proporcione condições favoráveis para uma aprendizagem significativa desse conteúdo.

A autora realizou inicialmente um estudo preliminar para identificar as dificuldades dos alunos na aprendizagem das Equações Diferenciais. Para tal, realizou uma entrevista semiestruturada com quatro professores experientes no ensino de Equações Diferenciais e acompanhou uma turma com 34 alunos do curso de Licenciatura em Ciências Exatas do

Centro Universitário UNIVATES em Lajeado – RS, durante o desenvolvimento da disciplina Equações Diferenciais, ministrada pela autora, fez anotações em diário de campo e aplicou aos alunos um questionário no final do semestre.

A autora apontou dificuldades relacionadas aos conteúdos de matemática básica, dificuldades com a interpretação de conceitos, principalmente no que se refere à derivada. Indicou que os alunos associam uma Equação Diferencial Ordinária a um processo puramente analítico, sentem dificuldades para pensar simultaneamente de modo algébrico e gráfico, não demonstram interesse pelo conteúdo.

A prática pedagógica da investigação ocorreu com a realização de três estudos, aplicados em semestres diferentes, com alunos dos cursos de Química Industrial e Engenharias (de Computação, de Produção, de Automação e Controle, e Ambiental) da UNIVATES – RS, na disciplina Cálculo III, em que é abordado, dentre outros, conteúdos de Equações Diferenciais Ordinárias.

O material instrucional foi elaborado com base na Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel. A metodologia empregada na prática pedagógica teve como suporte a Teoria Sociointeracionista de Vygotsky. Os dados foram coletados por meio de questionário, entrevista semiestruturada, guias de atividades, diários de campo, dentre outros instrumentos.

Dullius ressaltou que a realização dos três estudos constituiu-se em um processo de melhoramento das práticas pedagógicas adotadas, dos materiais elaborados e dos instrumentos de coleta de dados.

A autora afirmou que a abordagem adotada mostrou resultados positivos em relação à participação e à interação dos alunos entre si, com a professora, com o assunto ensinado e os recursos computacionais, concluindo que a abordagem proposta, executada e avaliada se mostrou um meio viável para conduzir os alunos a uma Aprendizagem Significativa.

Consta na tese de Dullius uma revisão bibliográfica de trabalhos relacionados ao ensino e à aprendizagem do conteúdo de Equações Diferenciais e, também, de artigos relacionados com as concepções dos professores que ensinam esse conteúdo.

Cita dois trabalhos de Moreno e Azcárate (1997, 2003 apud DULLIUS, 2009, p. 17) que investigaram as concepções dos professores de Matemática sobre o ensino de Equações Diferenciais. Dullius relatou que, no artigo publicado em 1997, os autores detectaram dificuldades relativas a “o que e como ensinar esse conteúdo?” e destacaram a existência de três estilos de ensino diferentes adotados por boa parte dos professores: (i) o estilo tradicional focado em técnicas analíticas de resolução de Equações Diferenciais com uma abordagem

mais estrutural do conteúdo; (ii) o estilo avançado que considera as Equações Diferenciais como um instrumento para abordar modelos matemáticos e resolver problemas, abordando simultaneamente representações gráficas, numéricas e simbólicas e (iii) o estilo transitório, no qual o professor entra em conflito entre o “que faz” e o “que se poderia fazer”.

Com relação ao artigo publicado em 2003, Dullius expôs que os autores apresentaram uma reflexão sobre o ensino das Equações Diferenciais em faculdades de ciências experimentais e um estudo das concepções e crenças de professores universitários de Matemática sobre as Equações Diferenciais, seu ensino e aprendizagem. Os autores apontaram muitos motivos que levam o professor a atuar de uma determinada maneira e não de outra, como sua formação profissional, sua concepção de ensino, seu interesse e dedicação, entre tantos outros. Os autores verificaram ainda a persistência de métodos de ensino tradicional frente a alternativas mais inovadoras no contexto de ensino das Equações Diferenciais.

Dentre os estudos que se referem ao ensino e à aprendizagem de Equações Diferenciais, destacou duas pesquisas de Habre (2000, 2003 apud DULLIUS, 2009, p. 21). Dullius relatou que o primeiro trabalho investigou se os estudantes consideravam o campo de direções como um meio para resolver Equações Diferenciais Ordinárias de primeira ordem, investigando também as habilidades dos estudantes em converter informações simbólicas em gráficas e vice-versa. O estudo constatou uma rejeição pelo enfoque geométrico por parte dos alunos e também mostrou que os estudantes encontraram dificuldades para pensar simultaneamente de modos diferentes (algébrico e gráfico). Na segunda pesquisa, Dullius relatou que o autor investigou a aceitação dos estudantes em resolver Equações Diferenciais geometricamente, e os resultados mostraram que inicialmente os estudantes apresentaram resistência em aceitar a abordagem geométrica, mas ao longo do curso muitos estudantes aceitaram e apreciaram sua utilidade.

Com relação às dificuldades de aprendizagem de Equações Diferenciais e a compreensão de ideias centrais da Matemática, citou os trabalhos de Rasmussen (2001 apud DULLIUS, 2009, p. 28), que investigou as dificuldades de aprendizagem dos estudantes em abordar equilibradamente métodos analíticos, gráficos e numéricos para a análise de Equações Diferenciais; e de Stephan e Rasmussen (2002 apud DULLIUS, 2009, p. 30), focado na abordagem de funções-solução. Citou também Borsoi e Almeida (2004), que referenciamos em “Artigos levantados”.

Relacionados às dificuldades dos estudantes na interpretação dos termos de Equações Diferenciais Ordinárias de primeira ordem num contexto de modelagem e também na

compreensão das unidades dos termos dessas equações por parte de estudantes de Engenharia, citou, respectivamente, os trabalhos de Rowland e Jovanoski (2004 apud DULLIUS, 2009, p. 32) e de Rowland (2006 apud DULLIUS, 2009, p. 35).

Fecchio (2011), em sua tese de doutorado intitulada “A Modelagem Matemática e a Interdisciplinaridade na introdução do conceito de Equação Diferencial em cursos de Engenharia”, objetivou investigar a utilização da Modelagem Matemática segundo Bassanezi aliada à Interdisciplinaridade e à Teoria das Situações Didáticas de Brousseau, como recursos facilitadores na introdução do conceito de Equação Diferencial para os alunos do ciclo básico da Engenharia.

A pesquisa foi norteada pela seguinte questão: atividades interdisciplinares que utilizam a Modelagem Matemática propiciam a aprendizagem de Equações Diferenciais?

A investigação foi caracterizada como qualitativa, do tipo pesquisa-ação, realizada com 12 alunos do 2º ano de um curso de Engenharia de um Centro Universitário da região do grande ABC, no Estado de São Paulo, na disciplina Cálculo Diferencial e Integral II.

O autor relatou que inicialmente foram selecionadas três atividades interdisciplinares que utilizaram a Modelagem Matemática como recurso didático, as quais foram desenvolvidas por duplas de alunos em sala de aula e nos laboratórios de Química e Informática. Cada atividade foi realizada em quinze etapas, divididas em quatro ciclos, nomeados conforme as fases da Modelagem: Experimentação, Abstração, Resolução e Validação. Foram utilizados os *softwares* EXCEL e Scientific Workplace.

Na tese, o autor optou pela apresentação de uma das atividades selecionadas, a qual visou instigar os alunos a obter um modelo matemático envolvendo uma Equação Diferencial Ordinária. Foi considerado que o desafio proposto no objetivo dessa atividade exigiu do professor-orientador a construção de condições para que, em uma situação a-didática, as duplas pudessem expressar matematicamente um fenômeno real governado por uma lei empírica. A proposta das duas atividades, cuja análise não foi objeto da pesquisa, consta nos anexos da tese.

Os dados foram coletados por meio de relatórios de atividades, resolução de exercícios, apresentação escrita das conclusões dos grupos, apresentação oral dos questionamentos e prova individual.

A análise dos dados obtidos na experimentação possibilitou ao autor afirmar que a Modelagem Matemática e a Interdisciplinaridade, conduzidas conforme indicado em sua tese, apresentaram novas possibilidades de exploração do conteúdo Equações Diferenciais,

permitindo aos alunos aplicarem seus conhecimentos em novas situações, contribuindo para o entendimento e a motivação dos estudantes da área de Engenharia.

Considerações Finais

Este artigo objetivou avaliar o que pesquisas na área da Educação Matemática revelam sobre dificuldades de alunos na aprendizagem de Equações Diferenciais Ordinárias e o que elas apontam de possibilidades ou alternativas para esse ensino com vistas a amenizar tais dificuldades.

A partir desse objetivo central, caracterizou-se um conjunto de dezesseis pesquisas, sendo três francesas, referentes à temática de interesse, levantadas no período de 2000 a 2011, identificando locais de produção, agentes nelas envolvidos, assim como ênfases, escolhas metodológicas e teóricas.

De modo geral, as pesquisas levantadas ressaltaram que o ensino das Equações Diferenciais vem acontecendo de modo a concentrar uma maior atenção nas soluções analíticas a partir de manipulações algébricas de resolução e, nesse processo, relataram dificuldades de aprendizagem dos alunos referentes à matemática básica, à aplicação dos conceitos de derivada e integral e à interpretação de taxas de variação instantânea.

Ressaltam, ainda, que o próprio enfoque que vem sendo dado ao conteúdo não propicia a compreensão do mesmo, o que pode acarretar aos alunos dificuldade em conceber o que é uma Equação Diferencial e, por conseguinte, em sua aplicação em problemas contextualizados que exijam interpretação. Alguns trabalhos expressam a dificuldade que os estudantes têm para pensar simultaneamente de modo algébrico e gráfico.

Para amenizar essas dificuldades, a maioria dos autores consultados apontou como possibilidade para o ensino de Equações Diferenciais o enfoque qualitativo do assunto, de forma contextualizada, a partir de situações-problema e favorecendo o equilíbrio entre a abordagem analítica, numérica e gráfica, por meio da utilização de recursos computacionais que auxiliem e agilizem o processo. Mas reforçam o cuidado com a escolha do programa computacional para o ensino do conteúdo, de modo a evitar que a atenção dos alunos se concentre em aprender a sintaxe do *software*, em vez de aprender o conteúdo matemático.

Cabe ressaltar que a Modelagem Matemática, associada a ferramentas computacionais, foi a abordagem de ensino desenvolvida em grande parte das investigações, apresentando resultados positivos aos investigadores.

Os pesquisadores consideraram importante trabalhar situações problema em contextos de interesse do aluno, principalmente, associados à futura área de atuação, uma vez que, dessa

forma, os alunos apresentaram um bom retorno à pesquisa e sentiram-se mais motivados ao estudo.

Foi enfatizada a importância dos professores buscarem usar, de forma equilibrada e simultaneamente, métodos analíticos, gráficos e numéricos no estudo das Equações Diferenciais, sugerindo a inclusão de mais perguntas qualitativas e conceituais na abordagem desse conteúdo de modo a favorecer a compreensão dos conceitos.

Referências

ALVES, M. B. **Equações diferenciais ordinárias em cursos de Licenciatura de Matemática**: formulação, resolução de problemas e introdução à modelagem matemática. 2008. 83f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) — Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais. Belo Horizonte, 2008. Disponível em: http://www.sistemas.pucminas.br/BDP/SilverStream/Pages/pg_ConItem.html.

ARAÚJO, A. M. R. de. **Modelagem matemática nas aulas de cálculo**: uma estratégia que pode contribuir com a aprendizagem dos alunos de engenharia. 2008. 94f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) – Universidade Federal do Pará, Belém, 2008. Disponível em: http://ufpa.br/ppgecm/media/Dissertacoes_Alyne%20Maria%20Rosa%20de%20Araujo.pdf. Acesso em: 16 jun. 2011.

ARSLAN, S. **L'Approche Qualitative Des Équations Différentielles en Classe de Terminale S**: Est-elle viable? Quels sont les enjeux et les conséquences? 2005. 288f. Ecole doctorale des Mathématiques, Sciences et Technologies de l'Information et Informatique, Université Joseph Fourier, Grenoble, France. Disponível em <http://tel.archives-ouvertes.fr/docs/00/04/81/81/PDF/tel-00009594.pdf>. Acesso em 03 de abril de 2012.

ARSLAN, S.; LABORDE, C. Un outil favorisant le jeu de cadres: Cabri. Une étude de cas dans l'apprentissage des Equations Différentielles. **Actes du Colloque Européen ITEM**, 2003, Reims France. Disponível em <http://edutice.archives-ouvertes.fr/docs/00/05/41/73/PDF/co26th1.pdf>. Acesso em 03 de abril de 2012.

BORSSOI, A. H. **A aprendizagem significativa em atividades de modelagem matemática como estratégia de ensino**. 2004. 140f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2004.

BORSSOI, A. H.; ALMEIDA, L. M. W. de. Modelagem matemática e aprendizagem significativa: uma proposta para o estudo de equações diferenciais ordinárias. **Educação Matemática Pesquisa**. São Paulo, v. 6, n. 2, p. 91-122, 2004.

BOYCE, W. E.; DIPRIMA, R. C. **Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno**. Tradução de Horacio Macedo. 6. ed. rev. Rio de Janeiro: LTC, 1999.

BRAGA, R. M. **Modelagem matemática e tratamento do erro no processo de ensino-aprendizagem das equações diferenciais ordinárias**. 2009. 180f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) – Universidade Federal do Pará, Belém, 2009. Disponível em : http://ufpa.br/ppgecm/media/dissertacao_roberta_modesto_braga.pdf. Acesso em: 16 jun. 2011.

DAREZZO FILHO, A.; ARENALES, S. H. V.; SALVADOR, J. A. Mapas Conceituais e ferramentas computacionais: uma experiência no ensino de Equações Diferenciais. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO DE ENGENHARIA, 32, 2004, **Anais...** Brasília.

DULLIUS, M. M. **Enseñanza y aprendizaje en ecuaciones diferenciales con abordaje gráfico, numérico y analítico**. 2009, 502f. Programa Internacional de Doctorado Enseñanza de las Ciencias – Universidade de Burgos, Burgos, 2009.

DULLIUS, M. M.; ARAÚJO, I. S.; VEIT, E. A. Ensino e Aprendizagem de equações Diferenciais com Abordagem Gráfica, Numérica e Analítica: uma experiência em cursos de Engenharia. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 24, n. 38, p. 17 a 42, Abr, 2011.

FECCHIO, R. **A modelagem matemática e interdisciplinaridade na introdução do conceito de equação diferencial em cursos de engenharia**. 2011. 208f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2011. Disponível em http://www.pucsp.br/pos/edmat/do/tese/roberto_fecchio.pdf. Acesso em: 05 jan. 2012.

FERREIRA, N. S. de A. As pesquisas denominadas “estado da arte”. **Educação & Sociedade**, Campinas, ano XXIII, no. 79, p. 257-272, 2002.

FERREIRA, V. D. T. **A modelagem matemática na introdução ao estudo de equações diferenciais em um curso de engenharia**. 2010. 111f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010. Disponível em http://www.pucsp.br/pos/edmat/mp/dissertacao/vagner_donizeti_ferreira.pdf. Acesso em: 27 jun. 2012.

GALLEGOS, R. R. **Les équations différentielles comme outil de modélisation mathématique en Classe de Physique et de Mathématiques au lycée: une étude de manuels et de processus de modélisation d'élèves en Terminale S**. 2007. 500f. Ecole doctorale des Mathématiques, Sciences et Technologies de l'Information et Informatique, Université Joseph Fourier, Grenoble, France. Disponível em <http://tel.archives-ouvertes.fr/docs/00/29/22/86/PDF/TheseRuthRdz.pdf> Acesso em: 20 out. 2011.

JAVARONI, S. L. **Abordagem geométrica: possibilidades para o ensino e aprendizagem de Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias**. 2007. 231f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2007. Disponível em http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/teses/javaroni_tese.pdf. Acesso em: 12 ago. 2011.

LAUDARES, J. B.; MIRANDA, D. F. Investigando a iniciação à modelagem matemática nas ciências com equações diferenciais. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 9, n.1, p. 103-120, 2007.

SOUZA, G. M. de. **Uma estratégia metodológica para a introdução de um curso de equações diferenciais ordinárias**. 2011. 141f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de Minas, Belo Horizonte, 2011. Disponível em http://www.sistemas.pucminas.br/BDP/SilverStream/Pages/pg_ConstItem.html. Acesso em: 27 jun. 2012. Acesso em: 5 jul. 2012.