

O ensino de funções de 1º grau com a utilização do GeoGebra na Educação (Matemática) do Campo: uma abordagem exploratório-investigativa

The teaching of linear functions using GeoGebra in Rural (Mathematics) Education: an exploratory-investigative approach

Luiz Henrique Ferreira Bispo

Universidade Federal do Triângulo Mineiro

luizhenriqueferreirabispo@gmail.com

 <https://orcid.org/0000-0002-0540-1407>

Daniel Fernando Bovolenta Ovigli

Universidade Federal do Triângulo Mineiro

daniel.ovigli@uftm.edu.br

 <https://orcid.org/0000-0002-4057-547X>

Resumo

O presente trabalho teve como objetivo investigar as potencialidades e limitações no uso do *software* Geogebra no ensino de funções afins de 1º grau, utilizando a abordagem exploratório-investigativa. Os participantes consistiram em uma turma de 1º ano do Ensino Médio de uma escola pública situada em município da região norte do Estado de Minas Gerais e que atende a diferentes comunidades, dentre elas populações de assentados e ribeirinhos, bem como residentes no perímetro urbano. Para a construção dos dados foram ministradas aulas sobre o referido conteúdo utilizando tecnologias digitais e, posteriormente, sistematização com exercícios que abordavam a temática. Os resultados foram interpretados à luz dos obstáculos epistemológicos no ensino de funções e da metodologia de análise de erros. Concluímos que a utilização de metodologias diferenciadas, que incluem o Geogebra, permite que seja despertado maior interesse dos estudantes pelos conteúdos, o que contribui para o entendimento e, conseqüentemente, potencializa o aprendizado.

Palavras-chave: Funções de 1º grau. Geogebra. Análise de erros. Educação do Campo.

Abstract

The present research aims to investigate the potentialities and limitations related to the use of software Geogebra in the teaching of linear functions in a class of 1st year of High School, in a public school located in Minas Gerais, using an exploratory-investigative approach. A research was carried out in a group constituted by students from different communities, including those from the countryside, also counting on the participation of students who live

in the urban perimeter. For data collection, classes were taught with the content of functions using digital technologies and systematizing with exercises about the theme. The results were interpreted in the light of the epistemological obstacles in the teaching learning of linear functions and the error analysis methodology. We conclude that the use of differentiated methodologies, such as the Geogebra, allow students to arouse greater interest in the content, contributing to the understanding and, consequently, improving learning.

Keywords: Linear functions. Geogebra. Error analysis. Rural Education.

Introdução

A educação é um dos fatores essenciais para o desenvolvimento econômico e social de um país, sendo garantida por lei, estabelecida na Constituição Federal de 1988. Configura-se como direito fundamental que auxilia não somente o desenvolvimento de um país, mas também de cada indivíduo ao propiciar a aquisição de saberes e o desenvolvimento sociocultural e político.

Vivemos em um cenário no qual a cada dia nos deparamos com o surgimento de tecnologias digitais (TD), as quais se colocam como formas de se atualizar estratégias de ensino, pautando-se na ideia de que atualmente o quadro, as paredes das salas de aula e o discurso do professor não são suficientes para motivar os estudantes.

Com base nesta premissa, excluir a tecnologia das práticas de ensino não é boa opção, tendo em vista que as TD fazem parte da vida das novas gerações e podem contribuir para o desenvolvimento do aprendizado. Diante desta tendência, os avanços tecnológicos surgem como aliados aos processos de ensino e aprendizagem. A respeito dessa questão, Vieira e Costa (2016, p. 1) afirmam que:

O potencial dos recursos tecnológicos digitais possibilita um envolvimento diferenciado com o saber, produzindo novas alternativas de construção do conhecimento e desenvolvimento do pensamento. Nesse contexto, a escola enfrenta um grande desafio e percebe a necessidade de repensar seus modelos de ensino e aprendizagem e, contudo, refletir suas práticas pedagógicas.

Entretanto, as TD disponíveis ainda trazem ao ambiente escolar um pouco de receio no que diz respeito a aspectos pedagógicos, formas de execução e possibilidades de utilização (GALVÃO, COSTA e PRADO, 2017). Constam educadores matemáticos que não se sentem confortáveis com a inserção destes recursos e com o fato de mergulharem em novos desafios. Por outro lado as escolas, quando possuem laboratório de informática, dificultam acesso e uso destes recursos. Diante deste cenário e, especificamente no que tange ao processo de ensino e aprendizagem em Matemática, é possível notar desinteresse por parte dos estudantes, situação vivenciada pelo primeiro autor deste trabalho por ocasião da realização de seu Estágio Curricular Supervisionado. Destaque-se que é comum esta área do conhecimento ser ensinada de forma descontextualizada e que desconsidera o conhecimento construído pelo estudante antes de sua inserção no cenário escolar, bem

como no mundo digital, situação também descrita pela literatura da área (DOMINGUES, STURION e CARVALHO, 2019; SILVA, 2011). Segundo Schneider (2004, p.1):

O processo de ensino e aprendizagem da Matemática deve ser bem trabalhado nas escolas, para que futuramente os alunos não apresentem dificuldades graves quanto à construção deficiente do pensamento lógico-abstrato. Atualmente o ensino da Matemática se apresenta descontextualizado, inflexível e imutável, sendo produto de mentes privilegiadas. O aluno é, muitas vezes, um mero expectador [sic] e não um sujeito partícipe, sendo a maior preocupação dos professores cumprir o programa. Os conteúdos e a metodologia não se articulam com os objetivos de um ensino que sirva à inserção social das crianças, ao desenvolvimento do seu potencial, de sua expressão e interação com o meio.

O processo de ensino e aprendizagem de Matemática em nossa sociedade têm gerado muitas discussões, levando-se em consideração a dificuldade de a escola promover o diálogo entre os conteúdos matemáticos e os jovens. Frente a esta realidade, o professor de Matemática necessita buscar a adoção de novas metodologias, como a utilização das TD, de modo que contribua para melhorar o processo de ensino e aprendizagem (GALVÃO, COSTA e PRADO, 2017; DOMINGUES, STURION e CARVALHO, 2019).

Assim esta pesquisa, recorte de um trabalho de conclusão de curso no âmbito de uma Licenciatura em Educação do Campo: área do conhecimento Matemática, teve como objetivo geral investigar a utilização do *software* Geogebra em uma turma de Ensino Médio composta prioritariamente por estudantes do campo, ao trabalhar o ensino de funções do 1º grau em uma abordagem exploratório-investigativa. Os objetivos específicos foram: (i) levantar o conhecimento apropriado pelos estudantes sobre o conteúdo de funções de primeiro grau e (ii) analisar suas interpretações a respeito de elementos característicos de uma função afim, a saber: raiz e coeficientes angular e linear.

Pressupostos teóricos: o ensino de funções no Ensino Médio

Segundo Götzinger (2010, p. 19) “O conceito função em matemática é amplo e pode ser representado de diferentes formas, seja por meio da representação algébrica, da representação tabular, da representação gráfica e até mesmo por meio da linguagem, falada ou escrita”. É, portanto, relevante que no ensino desse conteúdo se busquem maneiras de contextualizar as diferentes formas de representação que permitam ampliar os horizontes dos estudantes acerca desse conceito. De acordo com Borba e Penteado (2016, p. 19):

Usualmente, a ênfase para o ensino de funções se dá via álgebra. Assim, é comum encontrarmos em livros didáticos um grande destaque para a expressão analítica de uma função e quase nada para os aspectos gráficos e tabulares. É visível que muitos livros didáticos de matemática, voltados para o Ensino Médio, ainda privilegiam a representação algébrica e a abordagem da análise numérica para encontrar certos pontos de uma função, em detrimento de utilizar uma visão mais geral que pode ser fornecida pela análise gráfica.

Segundo as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006), o estudo

de Funções pode ser iniciado com uma exploração qualitativa das relações entre duas grandezas em diferentes situações: idade e altura; área do círculo e raio; tempo e distância percorrida; entre outras. Dessa forma é importante provocar os estudantes para que apresentem outras relações funcionais, sendo interessantes situações do próprio cotidiano, a fim também de promover a contextualização e a interdisciplinaridade. Ainda de acordo com o referido documento (BRASIL, 2006, p. 72):

É conveniente solicitar aos alunos que expressem em palavras uma função dada de forma algébrica, por exemplo, $f(x) = 2x + 3$, como a função que associa a um dado valor real o seu dobro, acrescido de três unidades; isso pode facilitar a identificação, por parte do aluno, da ideia de função em outras situações. É importante destacar o significado da representação gráfica das funções quando alteramos seus parâmetros, ou seja, identificar os movimentos realizados pelo gráfico de uma função quando alteramos seus coeficientes. É recomendável que o aluno seja apresentado a diferentes modelos, tomados em diferentes áreas do conhecimento (queda livre de um corpo, movimento uniforme e uniformemente acelerado, crescimento de uma colônia de bactérias, quantidade de medicamento na corrente sanguínea, rendimentos financeiros, consumo doméstico de energia elétrica, etc.).

É previsto, então, que o ensino de funções permita aos estudantes o desenvolvimento da linguagem e do pensamento algébricos, indispensáveis para se expressar relações entre grandezas e modelar situações-problema. Desse modo torna-se possível o ensino de funções a partir de situações descritas algebricamente e geometricamente.

Os obstáculos epistemológicos no ensino de funções

Segundo Silva, Santos e Alves (2018, p. 107) “na educação os obstáculos epistemológicos (OE) são “obstáculos pedagógicos”, compreendidos como barreiras à apropriação do conhecimento científico; estes, por sua vez, são inerentes ao desenvolvimento cognitivo do aluno”. Nesse sentido tais obstáculos se constituem como limitações ao desenvolvimento do conhecimento científico atrelados ao surgimento de concepções prévias e do senso comum.

Ainda de acordo com Silva, Santos e Alves (2018, p. 107), “o conceito de obstáculos epistemológicos na Educação Matemática surge como um paralelo entre a construção do conhecimento pelo sujeito e a construção do conhecimento matemático”. Desse modo esses obstáculos são comuns no contexto de alguma cultura, não vindo somente a acontecer com número restrito de pessoas, mas se apresentam como uma limitação à construção de conhecimentos por um grande grupo.

Pires (2016, p. 3), fundamentado em Sierpinska (1992), identifica as origens desses obstáculos, apontados em três níveis que permitem distingui-los:

O primeiro refere-se às nossas atitudes, crenças, convicções e visão de mundo manifestadas na explicitação do conhecimento, podendo ser

disseminadas e absorvidas por outros indivíduos.

O segundo está relacionado às maneiras (inconsistentes) de pensar, interpretação de situações, coisas que são aprendidas por práticas e imitações no decorrer da socialização e educação.

O terceiro nível está ligado ao conhecimento teórico, cujo valor é julgado por critérios mais racionais, como aplicabilidade, consistência e os tipos de relações com sistemas de conhecimento qualificados como ciência.

Com relação ao estudo de funções e tendo em vista as dificuldades que muitos estudantes apresentam, Florindo, Batista e Azevedo (2016, p.3), também fundamentados em Sierpinska (1992), promoveram um estudo e identificaram 16 OE relacionados ao estudo de funções. A seguir estão listados os cinco OE utilizados pelos autores, por apresentarem relação com os resultados obtidos na pesquisa por eles realizada e que também forneceu subsídio à análise empreendida em nosso trabalho.

- I. Concentrar-se em como as coisas mudam, ignorando o que muda** – ao observar situações que envolvem mudanças, os estudantes não identificam o que está mudando ou quais os objetos estão envolvidos no processo. Tal fato caracteriza este OE, uma vez que o foco está no todo, o que impede o aluno de desenvolver uma análise da situação e identificar as variáveis envolvidas;
- II. Pensar em termos de equações e incógnitas a serem calculadas a partir dela** – os alunos trabalham com equações, antes de iniciar o estudo de funções. Nas equações, a principal distinção é entre a quantidade dada e a desconhecida. No entanto, ao iniciar o estudo de funções, é preciso fazer a distinção entre a quantidade constante e a variável, o que leva o aluno a este OE;
- III. A ordem das variáveis como irrelevante** – os papéis de “ x ” e “ y ” não são simétricos na definição de função. A não compreensão dessa afirmação causa o obstáculo citado, uma vez que, em funções, a distinção entre variável dependente e independente é fundamental;
- IV. Definição é uma descrição de um objeto conhecido pelo sentido ou por *insight*** – para o aluno a definição não determina o objeto, e sim, o objeto determina a definição. Ao observar casos particulares, o aluno os considera como casos gerais. Entender a distinção entre definições matemáticas e descrição de objetos particulares e compreender a síntese da concepção geral de função pode contribuir para superar esse obstáculo;
- V. O gráfico de uma função é um modelo geométrico da relação funcional.** Não precisa ser fiel, pode conter pontos (x, y) tais que a função não esteja definida em x – pensamento de que os modelos representativos não precisavam representar as relações muito fielmente. O caráter da análise se torna mais qualitativo do que quantitativo. Tal compreensão origina esse obstáculo.

Ainda segundo Sierpinska (1992), citado em Florindo, Batista e Azevedo (2016, p.4), vale destacar que “(...) para superar um OE, é necessário tomar distância de certas convicções e raciocínios e observar as consequências destes, para que seja possível considerar outros pontos de vista” o que, em nosso olhar, pode ser realizado a partir do uso de TD como o Geogebra.

O Geogebra é um *software* gratuito utilizado para o ensino de matemática, criado por Marcus Hohenwarter nos anos de 2001 e 2002, como tese de doutorado da Universidade de Salzburg, Áustria. De acordo com Lopes Júnior (2013, p. 5-6) “O software é considerado

um dos programas mais completos para o ensino de matemática, reunindo geometria, álgebra, aritmética e cálculo, podendo ser utilizado em diversos níveis de ensino”. Possui uma janela gráfica que permite visualizar e fazer conexões entre a fórmula algébrica e sua respectiva representação geométrica, simultaneamente. Outra vantagem do Geogebra vem do fato de que, além de agilizar os processos de construção gráfica, ele também faz isso com precisão, difícil de se conseguir apenas com régua e compasso. Desse modo permite que o estudante construa os gráficos e explore suas características algébricas e geométricas, ao observar as particularidades e generalizações presentes nas construções.

Conceituando abordagem exploratório-investigativa

É comum observamos nas aulas de matemática uma singularidade na sistematização dos exercícios trabalhados. Com isso se constrói a ideia de que a aprendizagem desta área do conhecimento ocorre mediante a repetição de técnicas e outros procedimentos para a resolução de exercícios, resolvidos quase que exclusivamente pelo professor.

Perante a essa consideração, salienta-se a necessária desfragmentação dos conteúdos no sentido de tornar o processo de ensino mais plausível. Nessa perspectiva, a abordagem exploratório-investigativa em matemática surge como importante aliada, ao prover atividades que estimulam aspectos como argumentação, pesquisa e desenvolvimento de conjecturas (GALVÃO, COSTA e PRADO, 2017). O princípio da investigação parte do ato de inquirir, descobrir e desenvolver, em torno das próprias tarefas, características peculiares (DOMINGUES, STURION e CARVALHO, 2019).

Para Foss, Wichnoski e Bassoi (2018), fundamentados em Ponte, Brocardo e Oliveira (2003), há dois tipos de tarefas de Investigação Matemática: (i) as tarefas investigativas e (ii) as tarefas exploratórias. Segundo os autores, “as tarefas investigativas são abertas e com grau de dificuldade elevado, enquanto que uma tarefa exploratória possui menor grau de dificuldade e estrutura aberta” (p.148). Desse modo é possível inferir que as questões relativamente estruturadas são denominadas tarefas exploratórias, e as questões abertas, tarefas investigativas.

De acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2003) os limites que diferenciam uma exploração de uma investigação nem sempre são claros. A esse respeito afirmam que, ainda que as explorações tendam a ser mais livres e menos estruturadas, podendo ser desenvolvidas em tempo mais reduzido, as investigações demandam tempo maior, e podem se estender por todo um semestre letivo.

Com base nessa temática é possível considerar que abordagem exploratório-investigativa consiste em toda situação que pode contemplar tanto a exploração quanto a investigação e que depende, além da estrutura da tarefa, da postura investigativa do professor e do envolvimento dos estudantes. Com base nessas ideias, o primeiro passo para a investigação constitui-se na identificação do problema a ser resolvido e as explorações utilizadas para a produção dos significados dos conceitos matemáticos.

No cenário atual, os recursos tecnológicos digitais possibilitam um envolvimento

diferenciado com o saber, ao produzir novas alternativas de construção do conhecimento e de desenvolvimento do pensamento. Diante dessa perspectiva, tecnologias digitais como o Geogebra trouxeram novos recursos para as explorações de conceitos e situações matemáticas, favorecendo a temática das tarefas exploratório-investigativas.

Metodologia

Utilizamos a abordagem qualitativa, em sentido de buscar compreender, descrever e explicar os acontecimentos do processo de pesquisa a partir de conceitos e ideias. Segundo Yin (2016, p. 4), “a pesquisa qualitativa procura coletar, integrar dados de diversas fontes de evidência como parte de qualquer estudo. Nesse sentido essa complexidade do ambiente de campo e a diversidade dos participantes justificam o uso de entrevistas e observações”.

Partindo dessa premissa, a pesquisa contemplou inicialmente uma intervenção a partir de sequência didática que teve como objetivo analisar os potenciais do uso do *software* Geogebra para o ensino de funções em uma turma de Ensino Médio na Educação do Campo. A respeito dessa questão, ainda que em estudo não relacionado a turmas da educação do campo, Farias (2013, p.19) mostrou que “o uso do Geogebra apresentou grandes contribuições como recurso didático e auxiliou no processo de compreensão da análise do comportamento do gráfico da função afim”.

Contexto da pesquisa

A pesquisa foi desenvolvida em uma escola estadual situada em município da região norte do estado de Minas Gerais. Trata-se da única instituição escolar da cidade e que oferta o Ensino Fundamental II e o Ensino Médio, tendo grande importância para as comunidades locais. A escola atende a estudantes da cidade e do campo, estes últimos perfazendo 40% de seu público-alvo, atendido no período vespertino, no qual é disponibilizado o transporte escolar. A instituição apresenta infraestrutura que inclui laboratório de informática e sala de vídeo.

Ainda que atenda a estudantes oriundos do campo, não existem adequações do Projeto Político Pedagógico (PPP) que contemplem as especificidades deste público e que caracterizem a unidade como Escola do Campo. Assim, tendo em vista essas considerações, a pesquisa abordou participantes de diferentes contextos e realidades socioculturais, pois engloba estudantes das áreas urbana e rural, dentre eles ribeirinhos, que vivem às margens do Rio São Francisco, e assentados.

Frente a esse contexto coube a nós, enquanto futuros educadores do campo, levar essas discussões para dentro dessas escolas e, por meio do diálogo, buscar meios de sistematizar os princípios da Educação do Campo nestas instituições, a partir de processos educativos escolares e comunitários. Vale ressaltar que grande parte do corpo docente que atua nessas escolas desconhece a Educação do Campo, conforme conversas informais que realizamos. Dessa forma o ensino nestas unidades acaba por pautar-se na mesma dinâmica daquela que se processa em um centro urbano.

A pedagogia da Educação do Campo nesses municípios poderia ocasionar mudanças significativas no contexto social da região, uma vez que possibilitaria a formação de pessoas críticas e atualizadas quanto a seu meio social, principalmente diante dos aspectos políticos, muito presentes nos pequenos municípios.

Para a construção dos dados foram efetuados os seguintes procedimentos metodológicos:

- Questionário intitulado “Conhecendo os participantes”;
- Elaboração de uma sequência didática que utilizou *gifs* e slides animados integrados ao ensino de funções de 1º grau, com o título “Trabalhando funções afins com o Geogebra”;
- Desenvolvimento da sequência em cinco aulas;
- Construção dos gráficos das funções no Geogebra.

O questionário “Conhecendo os participantes” foi elaborado com o objetivo de conhecer a realidade dos estudantes e sua relação com as TD. A sequência didática “Trabalhando funções afins com o Geogebra” trouxe exercícios que abordam a temática do campo no sentido de introduzir o conteúdo de funções, seguidos de exercícios para serem realizados com o auxílio do *software* de modo a analisar as interações dos estudantes com tal recurso.

A elaboração da sequência foi pautada no estudo de materiais que abordam a utilização do Geogebra no conteúdo de funções. Para tanto foram levantados artigos, *sites*, livros didáticos e uma dissertação como suportes teóricos e metodológicos na elaboração das atividades. As principais fontes consultadas foram a dissertação de Scano (2012), artigos da Revista do Instituto Geogebra Internacional de São Paulo (IGISP) e o livro didático “Matemática: contexto e aplicações”, de Dante (2013), da Editora Ática.

As atividades foram desenvolvidas nos dias 26, 29 e 30 de abril de 2019, em um total de 5 (cinco) aulas. Vale ressaltar que dias antes do início das atividades foram explicados e entregues aos estudantes os Termos de Consentimento Livres e Esclarecidos (TCLE) para que os responsáveis pelos jovens os assinassem e garantissem a participação do grupo na intervenção que gerou a pesquisa.

No 1º encontro, ocorrido em 26 de abril, em uma aula de 50 minutos, foi explicado o motivo da intervenção, seguido da aplicação do questionário “Conhecendo os Participantes”, o qual incluiu dados como idade, local de residência e sua relação com o uso de TD.

No 2º encontro, realizado em 29 de abril, com duração de duas aulas de 50 minutos cada uma, foi realizada inicialmente uma revisão e recapitulação a respeito das principais características de uma função de 1º grau, com o uso de slides com *gifs* animados e vídeos para a sistematização do conteúdo. Na aula seguinte foi iniciado o trabalho com a sequência didática que emprega o Geogebra, com a inclusão da 1ª parte das atividades, itens 1 ao 3, os quais abordam elementos do conteúdo de função afim do 1º grau.

No 3º e último encontro, realizado em 30 de abril, também com duração de duas

aulas de 50 minutos cada uma, demos continuidade ao desenvolvimento das atividades da sequência didática prosseguindo dos itens 4 ao 9, com observações e análises quanto à plotagem dos gráficos com o uso do *software*. Nesse encontro foram trabalhadas questões referentes aos parâmetros da função, tais como raízes, coeficientes e os casos de particularidades.

Finalizando as atividades, o item 9 permitiu aos estudantes descrever suas percepções sobre as atividades desenvolvidas, ao possibilitar a exposição de seus pontos de vista e considerações, sobretudo a respeito da visualização da construção dos gráficos no Geogebra e o ensino de função de 1º grau.

Conhecendo os participantes

A partir da análise realizada com fundamento nas respostas ao questionário “Conhecendo os Participantes” foi possível traçar um perfil sucinto dos estudantes, expresso no Quadro 1. É importante ressaltar que praticamente todos os participantes têm vínculo com o campo, considerando que mesmo aqueles que não residem em área rural possuem familiares que vivem nas comunidades do campo e auxiliam, por exemplo, no trabalho de pessoas próximas e que lá residem.

Quadro 1: Perfil da turma

Perfil dos estudantes pesquisados		
Número de Participantes		15
Faixa etária		15 a 17
Sexo	Masculino	9
	Feminino	6
Local onde mora	Campo	7
	Cidade	8
Trabalha		5
Possui computador ou aparelho celular		15
Possui acesso à internet		15
Finalidade do uso do computador ou aparelho celular	Pesquisa Escolar	9
	Diversão	14
	Trabalho	1
Possui rede social		14
Possui e-mail		8

Fonte: Dados da Pesquisa (2019)

Todos os estudantes possuem acesso à internet com o uso do aparelho celular. Dessa forma fazem uso deste recurso para diversão, na maioria das vezes, sobretudo com redes sociais e jogos e, usualmente, como suporte para o desenvolvimento de trabalhos escolares. Apenas um estudante entre os 15 afirmou não possuir rede social. Há também um estudante que trabalha com internet, sendo este o responsável por entregar boletos mensais de operadoras deste serviço aos usuários na cidade. Para a análise dos dados os

estudantes foram codificados da seguinte maneira: E1, E2, ..., E15.

Resultados e Discussões: análise da sequência didática

Nesse tópico apresentamos as atividades da sequência didática intitulada *Trabalhando funções com o Geogebra*, desenvolvida pelos estudantes, seguida da análise de resoluções em cada atividade. Os erros foram descritos, classificados e analisados com base na metodologia de Análise de Erros.

A análise de erros se baseia na análise de conteúdo e pode ser utilizada como subsídio para a avaliação, análise no decorrer de uma investigação e nos planejamentos de estratégias de ensino. Dentre os documentos que podem ser tratados por meio desse método podemos destacar testes, questionários e experiências. Cury, Bisognin e Bisognin (2009) afirmam que a análise de erros se fundamenta nos estudos de Laurence Bardin, e se divide em três etapas: (i) pré-análise, (ii) exploração do material e (iii) tratamento dos resultados.

Os problemas identificados foram organizados e classificados em conformidade com a metodologia da Análise de Erros apresentada por Cury, Bisognin e Bisognin (2009) segundo três categorias: I. *Sem resolução* – qualquer questão ou item sem resposta; II. *Resolução incompleta* – resolução de apenas uma parte da questão ou item, sendo esta considerada correta; III. *Erro de conceito* – questão ou item que apresenta erro devido ao não entendimento do(s) conceito(s) necessário(s).

Para as respectivas análises foram consideradas as questões 5, 6, 7 e 8 da sequência didática, dadas as limitações quanto ao número de páginas do presente artigo. Inicialmente, no desenvolvimento da sequência, trabalhamos com atividades que dialogam com o contexto do campo, evidenciando elementos do meio rural para introduzir o conteúdo de função afim do 1º grau, com o objetivo de facilitar a abstração por parte dos estudantes.

Em um segundo momento foram trabalhadas atividades envolvendo os principais tópicos do conteúdo de funções afins de 1º grau tendo como recurso didático a utilização do Geogebra. Seguindo essa dinâmica, tínhamos em mente analisar as percepções dos estudantes a respeito dos elementos característicos da função afim de 1º grau frente à visualização das construções dos gráficos no *software*. O Quadro 2 apresenta o panorama de desempenho dos 15 estudantes nas atividades analisadas.

Quadro 2: Número de acertos por Atividade

Ativ. 5	Nº de Acertos	Ativ. 6	Nº de Acertos	Ativ. 7	Nº de Acertos	Ativ. 8	Nº de Acertos
5.A	15	6.A	5	7.1	15	8.A	15
5.B	15	6.B	5	7.2	15	8.B	15
5.C	14	6.C	5	7.3	15	8.C	15
5.D	12	6.D	5	-	-	8.D	15

5.E	15	6.E	5	-	-	8.1	15
------------	----	------------	---	---	---	------------	----

Fonte: Dados da Pesquisa (2019)

Na Atividade 5 foram abordados tópicos referentes à construção do gráfico da função afim de 1º grau com a utilização do Geogebra. Diante dessa premissa tínhamos como objetivo que os participantes fizessem suas observações quanto à inclinação das retas, desse modo classificando-as como crescentes, decrescentes ou constantes. A Figura 1 apresenta o enunciado da atividade descrita.

Figura 1 - Atividade 5

5. Uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, chama-se função polinomial do 1º grau, ou função afim, quando existem dois números reais a e b tal que $f(x) = ax + b$, para todo $x \in \mathbb{R}$. Através da plotagem do gráfico no GeoGebra, observe os coeficientes e classifique as funções abaixo como crescente, decrescente ou constante. (Digitar as funções no campo de entrada do GeoGebra)

a) $f(x) = -3x + 5$ _____

b) $g(x) = 6x - 3$ _____

c) $h(x) = -2x + 1$ _____

d) $i(x) = -2$ _____

e) $j(x) = x + 2$ _____

Fonte: Acervo da Pesquisa (2019)

Nessa atividade esperávamos que os participantes notassem que a função afim de 1º grau, caracterizada pela expressão: $f(x) = ax + b$, é classificada de acordo com o valor do coeficiente a . Desse modo, a partir da plotagem dos gráficos no *software*, podiam observar de forma sistematizada que: quando $a > 0$ a função é crescente, quando $a < 0$ a função é decrescente, e quando $a = 0$ a função é constante. Assim, com o auxílio do Geogebra e considerando tais observações, os estudantes chegariam às soluções para os itens “a”, “b”, “c”, “d” e “e”. O Quadro 3 apresenta o número de respostas por categoria na Atividade 5.

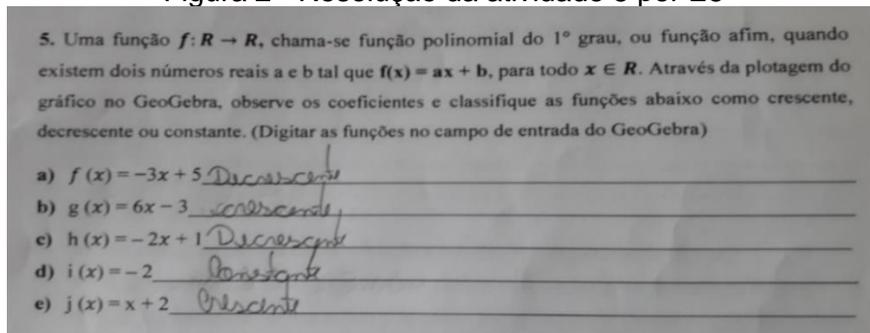
Quadro 3: Número de respostas por categoria na Atividade 5

Atividade 5. A		Atividade 5. B		Atividade 5. C		Atividade 5. D		Atividade 5. E	
Sem resolução	0								
Resolução incompleta	0								
Erro de conceito	0	Erro de conceito	0	Erro de conceito	1	Erro de conceito	3	Erro de conceito	0

Fonte: Dados da Pesquisa (2019)

Diante dos resultados obtidos, nota-se que a maioria dos estudantes resolveu corretamente os itens “a”, “b”, “c”, “d” e “e” da Atividade 5, observando a inclinação da reta conforme plotagem dos gráficos. Na resolução do item “c”, um estudante apresentou erro de conceito em sua resolução, enquadrando-se também no OE IV pelo fato de que, ao observar casos particulares, os estudantes os consideram como gerais. No item “d”, três estudantes apresentaram erro de conceito. Os demais itens foram resolvidos corretamente. Atribuímos os resultados obtidos à utilização do *software*, pelo fato de permitir visualizar a inclinação da reta facilitando, assim, a classificação. A seguir destacamos as resoluções dos estudantes E5 e E6 na resolução dos itens “a”, “b”, “c”, “d” e “e” da Atividade 5.

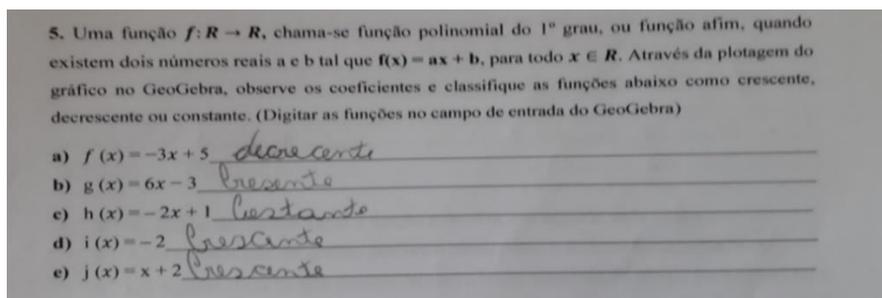
Figura 2 - Resolução da atividade 5 por E5



Fonte: Acervo da Pesquisa (2019)

E5 resolveu corretamente todos os itens a partir da visualização da plotagem dos gráficos no *software*, pautado pela observação do coeficiente a , o qual caracteriza a inclinação da reta de uma função afim de 1° grau, e também observação do coeficiente b , que no caso do item “d” caracteriza a função como constante.

Figura 3 - Resolução da atividade 5 por E6



Fonte: Acervo da Pesquisa (2019)

E6 resolveu corretamente os itens “a” “b” e “e” a partir da visualização da plotagem dos gráficos no *software*. Na resolução dos itens “c” e “d”, contudo, ocorreu erro de conceito em virtude de não ter compreendido a relação do valor do coeficiente a na inclinação da reta. O erro de conceito do item “d” também se configura como OE IV, segundo Sierpinska (1992), pelo fato de os estudantes considerarem os casos particulares da função como gerais.

Na Atividade 6, dada a definição dos conceitos de coeficiente angular e linear, tínhamos como objetivo que os participantes fizessem a identificação destes em cada uma das funções nos itens propostos, tendo como base a observação da plotagem dos gráficos

no *software*, com a utilização dos Controles Deslizantes. A Figura 4 apresenta a Atividade 6.

Figura 4 - Atividade 6

6. Sabemos que a função afim é dada pela expressão: $f(x) = ax + b$, sendo que o termo **a** é chamado de coeficiente angular e o termo **b**, chamado de coeficiente linear. Com base na observação da plotagem dos gráficos no GeoGebra identifique os coeficientes angulares e lineares das funções abaixo. (Digitar as funções no campo de entrada do GeoGebra)

a) $f(x) = 5x - 2$ _____

b) $g(x) = 4 - 3x$ _____

c) $h(x) = 2x + 4$ _____

d) $i(x) = 3x$ _____

e) $j(x) = -x - 3$ _____

Fonte: Acervo da Pesquisa (2019)

Esperávamos, nesta atividade, que os estudantes notassem, a partir da definição da função afim $f(x) = ax + b$, que o coeficiente angular a é o termo da incógnita x , e o coeficiente linear b é o termo independente. Dessa forma buscava-se observar, também a partir da plotagem dos gráficos no *software*, que o coeficiente angular é o responsável pela inclinação da reta, sendo o ponto no qual o gráfico “corta” o eixo x , e o coeficiente linear é o ponto no qual o gráfico intercepta o eixo y . Ao realizar as observações no gráfico e no enunciado da questão, os estudantes chegariam às soluções para os itens “a”, “b”, “c”, “d” e “e” da referida atividade. O Quadro 4 apresenta o número de respostas por categoria na Atividade 6.

Quadro 4: Número de respostas por categoria na Atividade 6

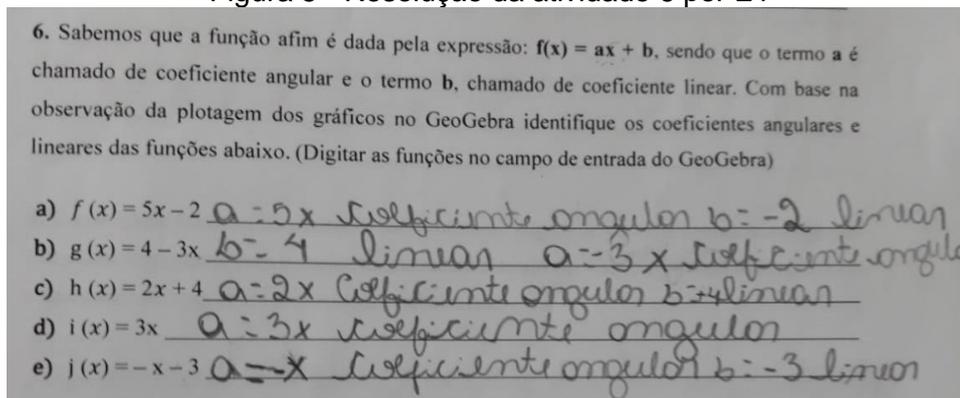
Atividade 6. A		Atividade 6. B		Atividade 6. C		Atividade 6. D		Atividade 6. E	
Sem resolução	1	Sem resolução	1	Sem resolução	1	Sem resolução	2	Sem resolução	2
Resolução incompleta	0								
Erro de conceito	6	Erro de conceito	7						

Fonte: Dados da Pesquisa (2019)

Nesta atividade houve grande número de erros em todos os itens. Na resolução dos itens “a”, “b” e “c” registrou-se quantidade de 6 erros de conceito e 1 atividade sem resolução. Por outro lado, contabilizamos 6 erros de conceito e 2 atividades sem resolução no item “d”, enquanto no item “e” houve um total de 7 erros de conceito e 2 atividades sem resolução. De acordo com Sierpinska (1992), nota-se que os estudantes não fizeram a distinção entre a constante e a variável caracterizando, assim, o OE II, e também não distinguiram as variáveis dependente e independente, caracterizadas pelo OE III.

Em determinadas resoluções também foi constatado o OE I, pelo fato de os estudantes não identificarem os objetos envolvidos no processo e não perceberem o que está mudando. Com relação a este OE atribuíram o nome do *software* à resolução, passando despercebido o termo coeficiente. Inferimos que o fato de os estudantes considerarem a incógnita x como parte dos coeficientes angulares ocasionou esse número de erros, considerado elevado, ficando explícito nos casos em que uma função se inicia com “ x ”, quando teriam o valor de coeficiente angular igual a 1. As Figuras 5 e 6 apresentam as soluções dadas pelos estudantes E1 e E15 para a resolução dos itens “a”, “b”, “c”, “d” e “e” da Atividade 6.

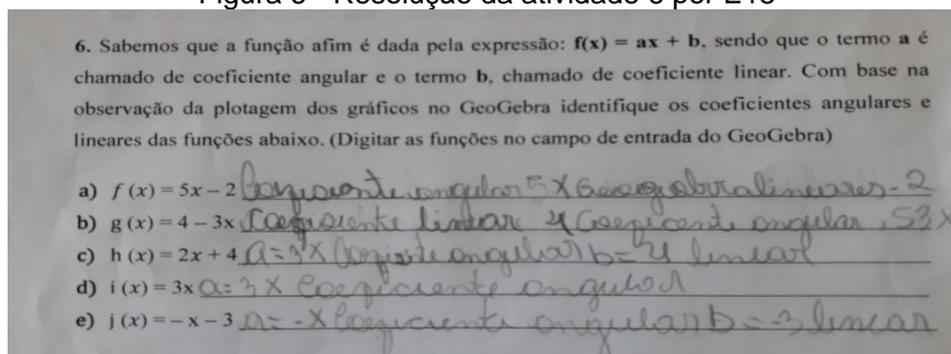
Figura 5 - Resolução da atividade 6 por E1



Fonte: Acervo da Pesquisa (2019)

E1 considerou a incógnita “ x ” como coeficiente angular o que ocasiona, assim, erro de conceito. Desse modo não fez a distinção entre a constante e a variável, o que caracteriza o OE II, e também não distinguiu as variáveis dependentes e independentes, enquadradas no OE III.

Figura 6 - Resolução da atividade 6 por E15



Fonte: Acervo da Pesquisa (2019)

E15 seguiu o mesmo procedimento de E1 e considerou a incógnita x como parte do coeficiente angular o que ocasiona, dessa forma, um erro de conceito. E1 também não fez a distinção entre a quantidade constante e a variável, o que caracteriza o OE II, e também não distinguiu as variáveis dependente e independente, caracterizadas pelo OE III. Na resolução do item “a”, constatamos o OE I pelo fato de o estudante não identificar os objetos envolvidos no processo e perceber o que está mudando.

Na Atividade 7 buscamos recapitular os principais conceitos abordados nas questões anteriores a partir de perguntas abertas. Com isso tínhamos em mente que os estudantes considerassem as observações feitas nas atividades anteriores para se chegar às resoluções propostas. A Figura 7 apresenta a Atividade 7.

Figura 7 - Atividade 7

7. Conforme os dados obtidos nas questões anteriores:

Em que circunstâncias as retas ficarão paralela ao eixo x?

O que se pode concluir a respeito da função de primeiro grau?

O que se pode concluir a respeito do coeficiente angular e linear de uma função?

Fonte: Acervo da Pesquisa (2019)

Nesta atividade esperávamos que os estudantes fizessem as resoluções com base nos principais conteúdos estudados anteriormente e, assim, as observações nas atividades trabalhadas com o uso do Geogebra ajudariam de forma significativa na resolução dos itens constantes nessa atividade. O Quadro 5 apresenta o número de respostas por categoria na Atividade 7.

Quadro 5: Número de respostas por categoria na Atividade 7

Atividade 7. 1		Atividade 7. 2		Atividade 7. 3	
<i>Sem resolução</i>	0	<i>Sem resolução</i>	0	<i>Sem resolução</i>	0
<i>Resolução incompleta</i>	0	<i>Resolução incompleta</i>	0	<i>Resolução incompleta</i>	4
<i>Erro de conceito</i>	0	<i>Erro de conceito</i>	0	<i>Erro de conceito</i>	0

Fonte: Dados da Pesquisa (2019)

Frente a esses dados, é possível notar que todos os estudantes resolveram corretamente os itens “a” e “b”. No item “c” a maioria conseguiu resolver de forma correta, no entanto houve quatro resoluções que se caracterizaram como incompletas. Nenhuma resolução dessa atividade apresentou OE, conforme descrito por Sierpiska (1992). Deprendemos que as atividades trabalhadas com o uso do Geogebra contribuíram para o índice de acertos ser mais alto nessa atividade. Apresentaremos a seguir as resoluções dadas pelos estudantes E3, E9 e E13 na resolução dos itens “a” e “b” da Atividade 7.

Figura 8 - Resolução da atividade 7 por E3

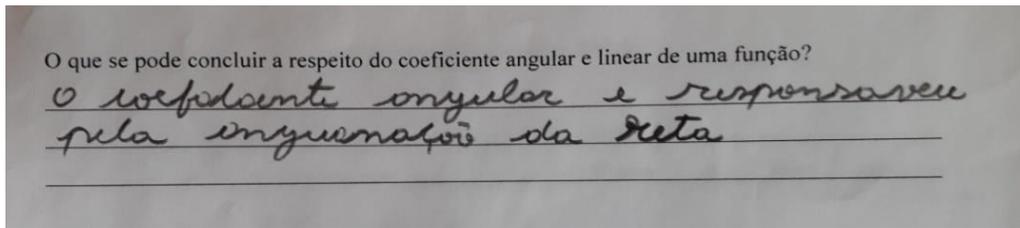
7. Conforme os dados obtidos nas questões anteriores:

Em que circunstâncias as retas ficarão paralela ao eixo x?

A = 0 CONSTANTE

O que se pode concluir a respeito da função de primeiro grau?

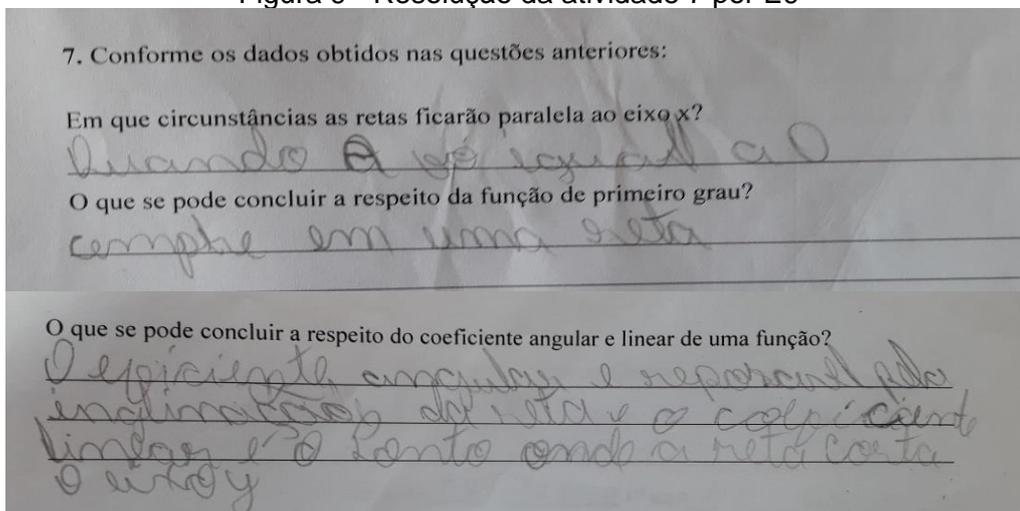
SEMPRE UMA RETA



Fonte: Acervo da Pesquisa (2019)

E3 resolveu corretamente os itens “7.1” e “7.2”, porém não concluiu a resolução do item “7.3”, deixando de responder o que se podia concluir a respeito do coeficiente linear de uma função. Desse modo essa resolução foi categorizada como resolução incompleta.

Figura 9 - Resolução da atividade 7 por E9



Fonte: Acervo da Pesquisa (2019)

E9 resolveu corretamente todos os itens da atividade, porém apresentou erros de português nos itens “7.1”, “7.2” e “7.3”, contudo permitiu a compreensão de sua ideia. Por essa razão não categorizamos quaisquer de suas resoluções como erros de conceito.

Na Atividade 8 abordamos questões referentes às raízes da função afim, ao explorar o Geogebra para a sistematização do conteúdo. Dada a definição de raiz de uma função, tínhamos como objetivo que os estudantes calculassem a raiz das funções presentes em cada item. Na Figura 10 temos o esboço desta atividade.

Figura 10 - Atividade 8

8. Chama-se zero ou raiz da função do 1º grau $f(x) = ax+b$ o número real x tal que $f(x) = 0$.
Através da plotagem do gráfico no GeoGebra verifique as raízes das seguintes funções:

a) $f(x) = 3x + 1$ _____

b) $g(x) = 2x - 6$ _____

c) $h(x) = -2x - 4$ _____

d) $i(x) = -x + 10$ _____

O que se pode observar acerca das raízes da função afim?

Fonte: Acervo da Pesquisa (2019)

Nela esperávamos que os estudantes observassem a plotagem dos gráficos das funções no Geogebra, itens “a”, “b”, “c” e “d”, para, assim, procederem à resolução. Desse modo, por meio desta sistematização, chegariam à conclusão de que a raiz da função é o valor de “x” para o qual $f(x)$ é igual a zero, podendo ser também o ponto no qual a reta “corta” o eixo x . Vale lembrar que a raiz da função afim de 1º grau também pode ser obtida por meio da expressão $-b/a$. No Quadro 6 apresentamos o número de respostas por categoria na atividade 8.

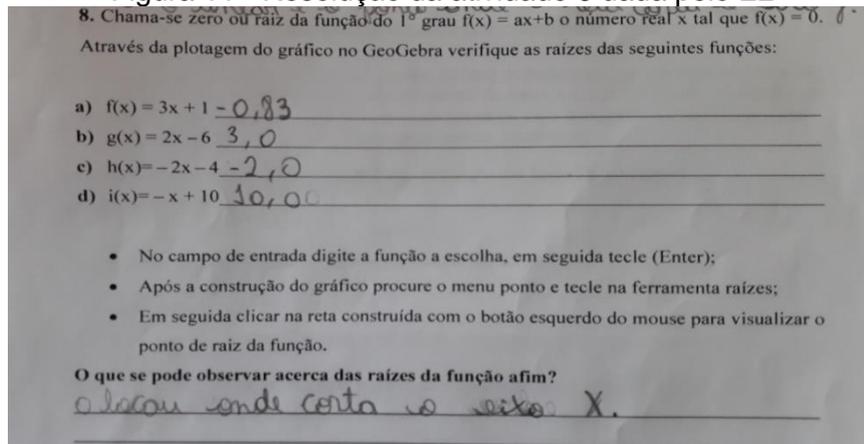
Quadro 6: Número de respostas por categoria na Atividade 8

Atividade 8.A		Atividade 8. B		Atividade 8. C		Atividade 8. D		Atividade 8. 1	
Sem resolução	0								
Resolução incompleta	0								
Erro de conceito	2	Erro de conceito	0						

Fonte: Dados da Pesquisa (2019)

Frente aos dados apresentados, é possível notar que todos os estudantes resolveram corretamente os itens “8.b”, “8.c”, “8.d” e “8.1”. Na resolução do item “8.a”, duas resoluções apresentaram erro de conceito, e os participantes não se atentaram aos detalhes na observação da plotagem dos gráficos no Geogebra. Nessa atividade não houve OE, conforme descrito por Sierpinska (1992). As atividades trabalhadas com o uso do *software* permitiram a visualização e a observação do ponto no qual o gráfico intercepta o eixo x e contribuíram, desta forma, para o alto índice de acertos nesta atividade. Na Figura 11 apresentamos as resoluções dadas pelos estudantes E2 e E13 para os itens “8.a”, “8.b”, “8.c”, “8.d” e “8.1” na Atividade 8.

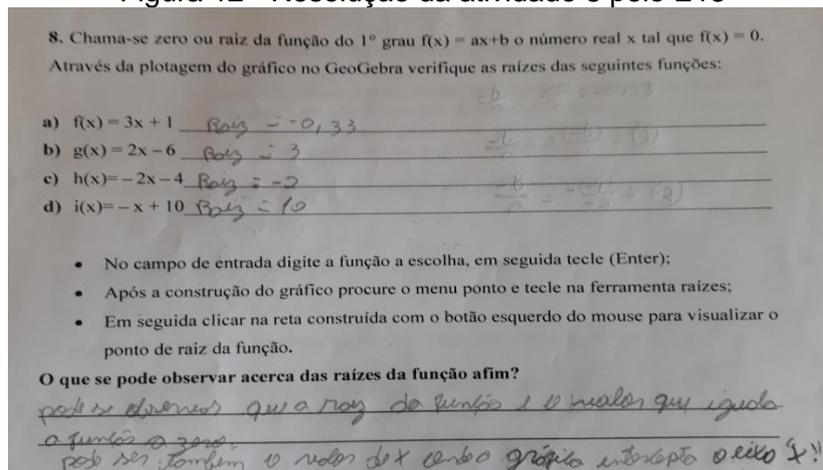
Figura 11 - Resolução da atividade 8 dada pelo E2



Fonte: Acervo da Pesquisa (2019)

E1 resolveu corretamente os itens “8.b”, “8.c”, “8.d” e “8.1”. Na resolução do item “8.a” houve erro de conceito pelo fato de o estudante não fazer a observação correta do valor onde o gráfico “corta” o eixo x . Relatou, assim, um valor diferente, ocasionando o erro.

Figura 12 - Resolução da atividade 8 pelo E13



Fonte: Acervo da Pesquisa (2019)

E9 também resolveu corretamente todos os itens da atividade 8 mediante as observações acerca da plotagem dos gráficos no Geogebra, e atribui uma definição bem sucinta a respeito das raízes da função afim. Por fim, chegou a iniciar a resolução dos itens com base na fórmula $-b/a$, apagando os cálculos realizados logo em seguida.

Considerações Finais

Ao trabalhar as atividades planejadas com o auxílio do *software* Geogebra os estudantes puderam visualizar os principais aspectos da função afim de 1º grau. Nesse sentido, a realização das atividades permitiu com que fizessem suas interpretações a respeito dos elementos característicos da função afim de 1º grau, tais como: inclinação da reta, raízes, coeficientes angular e linear e casos particulares.

A pesquisa partiu da hipótese de que a utilização do Geogebra poderia proporcionar um aprendizado mais efetivo dos conteúdos por parte dos estudantes, uma vez que constituiria a adoção de uma metodologia de ensino diferente da abordagem tradicional, comumente utilizada na maioria das escolas, sejam ou não do campo. Durante a realização do trabalho verificou-se que essa hipótese foi confirmada devido aos resultados obtidos com o desenvolvimento da sequência didática proposta.

Como destacado anteriormente, a partir da hipótese descrita, surgiu o problema da pesquisa: Quais as potencialidades e limitações do uso do Geogebra no processo de ensino e aprendizagem de funções de 1º grau? Considerando a análise dos dados, podemos destacar que as principais potencialidades do *software* no processo de ensino e aprendizagem constituem-se em permitir a visualização dos gráficos, observação dos parâmetros da função mediante a atribuição de valores para os coeficientes, definição correta dos pontos e identificação da raiz. O *software* oferece muitos recursos que favorecem a assimilação dos conteúdos tornando, assim, o ensino mais dinâmico e atrativo, e desse modo potencializa o aprendizado, conforme a metodologia de análise de erros apontou.

Os principais fatores limitantes ao uso do Geogebra no ensino de funções afins de 1º grau vêm do fato de que grande número de escolas não têm a estrutura suficiente para a utilização de recursos de TD, tais como projetores multimídia nas salas de aula, e controle de luz ambiente ou, ainda, laboratórios de informática em condições de funcionamento e outros fatores internos às unidades escolares. Adicionalmente, no tocante à prática pedagógica do professor, o *software* demanda tempo considerável para a preparação dos conteúdos.

Com a metodologia apresentada neste trabalho, percebe-se que os estudantes poderiam ter sido divididos em duplas ou em trios, mas optamos por orientar as ações individualmente para o desenvolvimento das atividades, de modo a facilitar a organização e apresentação dos resultados, tendo como base a limitação de tempo de que dispúnhamos para o desenvolvimento da sequência didática em sala de aula. Poderia, também, ser realizada uma pesquisa mais ampla na literatura da área com fundamento na definição do conceito de função afim, de modo a ampliar os horizontes no que tange aos casos particulares.

Ao avaliar todo esse processo de escrita entendemos que, por meio das atividades trabalhadas, cumprimos os objetivos delineados para essa pesquisa. Destacamos, por fim, que esse trabalho abre lacunas para a exploração de outras temáticas, como: Quais as potencialidades e limitações do uso do Geogebra no processo de ensino e aprendizagem de funções no contexto de uma Escola Família Agrícola (EFA)? Quais os principais Obstáculos Epistemológicos ocorridos no ensino de outros tipos de funções com o auxílio do Geogebra? Em quais contextos o uso do Geogebra possibilita aprendizado mais efetivo do conteúdo de funções, considerando uma escola do campo?

Referências

- BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. Autêntica, 2016.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Orientações curriculares para o Ensino Médio**. v. 2, 135 p. Brasília, MEC, 2006.
- CURY, H. N.; BISOGNIN, E.; BISOGNIN, V. A análise de erros como metodologia de investigação. In: **ProfMat2009**, 2009, Viana do Castelo. ProfMat2009. Lisboa: APM, 2009.
- DANTE, L. R. **Matemática: contexto e aplicações**. 2.ed. São Paulo: Ática, 2013. v. 1.
- DOMINGUES, M.A.F.G.; STURION, L.; CARVALHO, A.A.A. Investigando função composta com o software Geogebra. **REnCiMa**, v. 10, n.3, p. 132-147, 2019.
- FARIAS, J. V. **A matemática e o lúdico: trabalhando funções com o Geogebra**. Mossoró, 2012. 106 p. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal Rural do Semiárido.
- FLORINDO, V. A.; BATISTA, S. C. F.; AZEVEDO, C. L. V. Análise de erros sobre função afim: considerações sobre obstáculos epistemológicos de licenciandos. In: ENEM - Encontro NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2016, São Paulo – SP. **Anais....** [S. I.]: SBEM, 2016. p. 1 - 12.
- FOSS, A. M.; WICHNOSKI, P.; BASSOI, T. S. Tarefas exploratórias e investigativas: uma análise dos trabalhos publicados no XI e XII Encontro Nacional de Educação Matemática. **Revista BoEM**. Joinville - SC, v. 6, n. 12, p. 145-162, 2018.
- GALVÃO, M.E.E.L.; COSTA, N.M.L.; PRADO, M.E.B.B. Construção de funções a partir de problemas geométricos: uma abordagem investigativa. **REnCiMa**, v.8, n.2, p. 39-57, 2017.
- GÖTZINGER, H. B. **Atividades matemáticas sobre funções com o uso do Geogebra**. BLUMENAU, 2010. 53 p. Graduação (Pós-Graduação em Matemática) - Universidade Federal de Santa Catarina, 2010.
- LOPES JÚNIOR, G. **Geometria Dinâmica com o Geogebra no ensino de algumas funções**. Viçosa, 2013. 77 p. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal de Viçosa, 2013.
- PIRES, R. F. O conceito de função: uma análise histórico-epistemológica. Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC. In: ENEM - ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2016, São Paulo - SP. **Anais....** [S. I.]: SBEM, 2016. p. 1 - 12.
- PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.
- SCANO, F.C. **Função afim: uma sequência didática envolvendo atividades com o software Geogebra**. São Paulo, 2009. 149p. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2009.
- SCHNEIDER, C. L. **Matemática: o processo de ensino-aprendizagem**. Cuiabá, 2004. 12 p. Graduação (Graduação em Matemática) - Núcleo Aberto e a Distância do Instituto de

Educação da Universidade Federal de Mato Grosso, 2004.

SIERPINSKA, A. On understanding the notion of function. In: DUBINSKY, E; HAREL, G. (Ed.). **The concept of function - aspects of function and pedagogy**. Nova York: MAA Notes, 1992. v. 25. p.195-213.

SILVA, G.H.G. Atividades investigativas em um ambiente de geometria dinâmica. **REnCiMa**, v. 2, n. 1, p. 9-29, jan/jun 2011.

SILVA, R. C. D.; SANTOS, F. V.; ALVES, M. M. S. Obstáculos epistemológicos e o processo de ensino e aprendizagem matemática: um olhar sobre o conceito de equação do 1º grau. **Caminhos da Educação Matemática em Revista/Online**. v. 8, n. 1, p. 102 – 112, 2018.

VIEIRA, E. R.; COSTA, N.M.L. Ensino de geometria com tecnologia digital: experiências possíveis em um processo formativo. In: ENEM - ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2016, São Paulo - SP. **Anais....** [S. l.]: SBEM, 2016. p. 1 - 12. 2016.

YIN, R. O que é pesquisa qualitativa e por que você cogitaria fazer este tipo de pesquisa. In: YIN, R. **Pesquisa Qualitativa do início ao fim**. Porto Alegre: Editora Pensa, 2016. Cap. 1. p. 4-23.