

## 研究报告

## 皮尔森和偏相关系数模型在稻谷重金属污染程度研究中应用

王珊<sup>1,2</sup>, 苏亮<sup>2</sup>, 刘远立<sup>1</sup>, 王小万<sup>3</sup>

(1. 北京协和医学院公共卫生学院, 北京 100730; 2. 国家食品安全风险评估中心, 北京 100022; 3. 中国医学科学院医学信息研究所, 北京 100020)

**摘要:**目的 建立稻谷中 14 种元素(钡、钒、镉、锂、铝、锰、铅、铊、锑、铜、硒、铬、汞、砷)含量相关性分析方法,并比较其相关性。方法 基于皮尔森相关系数法和偏相关系数法,建立稻谷中 14 种元素的相关性分析,并对两种方法及结果进行比较。结果 两种方法均能从数据中发现多种元素间的相关性关系,并在运算复杂度、反映信息等方面各有特点:其中皮尔森相关系数法运算量较小,但反映的信息也较少;偏相关系数法的计算量和反映信息量均大于皮尔森相关系数法。通过皮尔森相关系数法比较稻谷中各元素含量,正相关性很强的元素对包括钡-钒、钡-铅、钒-锂、铝-锑、铜-铊;其余各项元素之间无显著相关性。偏相关系数法比较稻谷中各元素含量,正相关性很强的元素对包括钒-钡、铅-钡、总汞-钡、锑-铝;其余各项元素之间无显著相关性。结论 在当前的数据和软硬件条件下,建议采用偏相关系数法进行稻谷中元素含量的相关性分析。

**关键词:**稻谷; 元素; 相关性分析

中图分类号:R155 文献标识码:A 文章编号:1004-8456(2020)06-0631-05

DOI:10.13590/j.cjfh.2020.06.008

### Application of Pearson and partial correlation coefficient model in the research of heavy metal pollution in rice

WANG Shan<sup>1,2</sup>, SU Liang<sup>2</sup>, LIU Yuanli<sup>1</sup>, WANG Xiaowan<sup>3</sup>

(1. School of Public Health, Peking Union Medical College, Beijing 100730, China;

2. China National Center for Food Safety Risk Assessment, Beijing 100022, China;

3. Institute of Medical Information, Chinese Academy of Medical Sciences, Beijing 100020, China)

**Abstract: Objective** To construct and compare the methods for correlation analysis of different elements in rice, including barium, vanadium, cadmium, lithium, aluminum, manganese, lead, thallium, antimony, copper, selenium, chromium, mercury and arsenic. **Methods** Analyze the correlation among the fourteen elements in rice by two methods: Pearson correlation coefficient and partial correlation coefficient, and compare the two methods. **Results** Both of the methods can find the correlations among various pollutants from the data and have their own characteristics on computational complexity, information abundance and other aspects: Pearson correlation coefficient method has less computation, but also provides less information; Partial correlation coefficient provides more information but needs more samples and computing resources. The Pearson correlation coefficient method showed the positive correlation elements including barium-vanadium, barium-lead, vanadium-lithium, aluminum-antimony and copper-thallium. There was no significant correlation between the remaining elements. The partial correlation coefficient method showed strong positive correlation including vanadium-barium, lead-barium, total mercury-barium and antimony-aluminum. There was no significant correlation between the remaining elements. **Conclusion** Under the current data and software, hardware conditions, the correlation analysis of the partial correlation coefficient is recommended.

**Key words:** Rice; element; correlation analyze

收稿日期:2020-09-28

基金项目:基于电子溯源的食品安全风险评估关键技术研究与应用项目(2015BAK36B04)

作者简介:王珊 女 中级 研究方向为公共卫生事业管理  
E-mail:wangshan@cfsa.net.cn

通信作者:刘远立 男 教授 研究方向为医疗卫生政策体系与慢病管理老年保健 E-mail:liuyuanli\_pumc@163.com

王小万 男 教授 研究方向为卫生经济与政策及医院管理 E-mail:wangxwan@gmail.com

稻谷是我国居民的主要粮食作物之一。稻谷中所含有的某些有害元素,如镉、汞、铅等,会对我国居民健康产生严重威胁。我国的水稻种植分布较广,各地的水稻种植环境差异较大。稻谷中含有多种元素,其含量间可能存在相当复杂的关系。相关性分析是食品污染物数据分析的重要方面<sup>[1-2]</sup>,其通过对食品污染检测数据的深度分析,可发现食品污染物间的关联关系以及背后隐藏的

规律。针对稻谷中的各类主要元素类污染含量数据,可采用相关性分析的方法,探究其潜在的同源性和相互作用。

一些学者已在稻谷中元素含量的相关性分析方面做了相关研究及应用<sup>[3-4]</sup>,主要针对少数几种元素,分析方法较为单一,只能得出一些相对简单的相关性分析结果,因此,针对多种元素含量之间的相关性,需对其统计分析方法进行专门研究或比较。本研究分别通过皮尔森相关系数法、偏相关系数法<sup>[5-10]</sup>对稻谷中14种元素类污染物进行相关性分析,比较了两种方法分析的特点,并以此揭示金属元素间污染的关联关系,为溯源分析和预警提供参考。

## 1 材料与方法

### 1.1 材料

本研究涉及的稻谷中各元素含量数据为2015年全国18个省份稻谷中元素的监测结果,共有2151份样品,包括早籼稻、中晚籼稻、粳稻等多个稻谷品种,涉及钡、钒、镉、锂、铝、锰、铅、铊、铋、铜、硒、铬、汞和砷共计14种元素。

### 1.2 方法

#### 1.2.1 皮尔森相关系数

皮尔森相关系数可计算稻谷中两种元素(设为 $X$ 、 $Y$ )含量间线性相关性强度和方向<sup>[11]</sup>。计算公式为:

$$\text{皮尔森相关系数} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}}$$

其中 $X_i$ 和 $Y_i$ 分别表示第 $i$ 个样本元素 $X$ 和 $Y$ 的检测值, $\bar{X}$ 和 $\bar{Y}$ 分别表示所有样本元素 $X$ 和 $Y$ 的平均检测值。可以采用 $t$ 检验来检验皮尔森相关系数是否显著不为0。原假设为:皮尔森相关系数为0,备择假设为:皮尔森相关系数不为0。检验的统计量为:

$$t_r = \frac{r - 0}{S_r}, S_r = \sqrt{\frac{1 - r^2}{n - 2}}$$

其中, $n$ 为样本量, $r$ 为皮尔森相关系数, $t_r$ 为皮尔森相关系数标准差的估计值, $S_r$ 为皮尔森相关系数显著性的检验统计量。原假设成立且样本量较大时, $t_r$ 近似服从自由度为 $n - 2$ 的 $t$ 分布。检验时,设 $\alpha$ 为显著性水平。若检验的 $P$ 值 $> \alpha$ ,接受原假设,即认为两种元素含量之间的皮尔森相关系数为0,两种元素的含量无显著相关性;若检验的 $P$ 值 $\leq \alpha$ ,则拒绝零假设,即认为两种元素含量间的皮尔森相关系数不为0,两种元素的含量相关性有统计学意义<sup>[11-14]</sup>。

#### 1.2.2 偏相关分析

稻谷中同时含有多种元素,元素之间可能会产生多重相关性。皮尔森相关系数的计算过程中,其他元素可能会对计算涉及的两种元素的相关性产生影响。偏相关系数同样可以计算两种元素之间的相关性强弱与方向。与皮尔森相关系数不同的是,偏相关系数能去除其他元素对这两种元素相关性的影响。在分析变量 $x_1$ 和 $x_2$ 之间的相关性时,当控制了变量 $x_3$ 的影响后, $x_1$ 和 $x_2$ 之间的偏相关系数定义为:

$$r_{12(3)} = \frac{r_{12} - r_{13}r_{23}}{\sqrt{1 - r_{13}^2} \sqrt{1 - r_{23}^2}}$$

式中 $r_{12}$ 是变量 $x_1$ 和 $x_2$ 的相关系数, $r_{13}$ 是变量 $x_1$ 和 $x_3$ 的相关系数, $r_{23}$ 是变量 $x_2$ 和 $x_3$ 的相关系数<sup>[15]</sup>。

同样,用样本计算的偏相关系数仍需要显著性检验,检验的统计量为:

$$t = \frac{r \sqrt{n - k - 2}}{\sqrt{1 - r^2}}$$

其中, $r$ 为特定的偏相关系数, $n$ 为观测值个数, $k$ 为控制变量个数, $n - k - 2$ 为自由度<sup>[15-17]</sup>。

## 2 结果与分析

### 2.1 皮尔森相关系数结果分析

鉴于皮尔森相关系数法的简洁性,首先采用此方法分析稻谷中元素含量的相关性。对于稻谷中14种元素含量,计算皮尔森相关系数,结果见表1。对计算得出的皮尔森相关系数做显著性检验,得到 $t$ 统计量的值见表2,相应的 $P$ 值见表3,绘制相关系数表的雷达图,结果见图1(对自身的相关系数被去除)。

皮尔森相关系数的取值范围为 $[-1, 1]$ ,相关系数 $>0$ 且越接近1,正相关性越强,表明对应的两种元素中,若有一种元素含量较高,则另一种元素含量也会倾向较高。相关系数 $<0$ 且越接近-1,负相关性越强,表明对应的两种元素中若有某一种元素含量较高,则另一种元素含量会倾向较低。相关系数越接近0时,相关性越弱。相关系数为0,表示对应的两种元素含量完全不相关。

由上述计算得出的皮尔森相关系数和显著性检验(显著性水平取0.05)的结果显示,稻谷中各元素含量之间无明显的负相关。稻谷中各元素之间,正相关性很强的元素对包括钡-钒、钡-铅、钒-锂、铝-铋、铜-铊,其余各元素之间无显著相关性。

### 2.2 偏相关系数结果分析

在实际情况中,稻谷中的元素可能有多种,对稻谷中两种元素含量皮尔森相关系数的计算会受其他元素含量的影响,形成一种多重相关性,从

表1 稻谷中各元素的皮尔森相关系数

Table 1 Pearson correlation coefficients of elements of the paddies

元素	钡	钒	镉	锂	铝	锰	铅	铊	铋	铜	硒	总铬	总汞	总砷
钡	1.00	0.67**	0.30	0.32	0.07	0.19	0.63*	-0.08	-0.21	0.14	0.46	-0.12	0.07	0.42
钒	0.67**	1.00	0.30	0.63*	0.35	0.41	0.28	-0.07	-0.07	-0.13	0.10	0.05	-0.14	0.01
镉	0.30	0.30	1.00	0.15	-0.16	0.04	-0.14	-0.23	-0.32	-0.02	0.16	-0.24	0.21	0.19
锂	0.32	0.63*	0.15	1.00	0.10	0.26	0.28	-0.21	-0.15	-0.12	-0.17	0.21	-0.20	0.03
铝	0.07	0.35	-0.16	0.10	1.00	0.43	-0.05	-0.05	0.85**	-0.08	-0.21	0.27	-0.19	-0.21
锰	0.19	0.41	0.04	0.26	0.43	1.00	-0.17	-0.30	0.21	0.32	-0.25	-0.15	-0.22	0.06
铅	0.63**	0.28	-0.14	0.28	-0.05	-0.17	1.00	0.18	-0.18	0.12	0.25	0.25	-0.23	0.11
铊	-0.08	-0.07	-0.23	-0.21	-0.05	-0.30	0.18	1.00	-0.10	-0.54*	-0.17	-0.29	-0.12	-0.06
铋	-0.21	-0.07	-0.32	-0.15	0.85**	0.21	-0.18	-0.10	1.00	-0.07	-0.22	0.23	-0.12	-0.29
铜	0.14	-0.13	-0.02	-0.12	-0.08	0.32	0.12	-0.54*	-0.07	1.00	0.05	0.15	-0.07	0.32
硒	0.46	0.10	0.16	-0.17	-0.21	-0.25	0.25	-0.17	-0.22	0.05	1.00	-0.26	0.17	0.05
总铬	-0.12	0.05	-0.24	0.21	0.27	-0.15	0.25	-0.29	0.23	0.15	-0.26	1.00	0.15	-0.26
总汞	0.07	-0.14	0.21	-0.20	-0.19	-0.22	-0.23	-0.12	-0.12	-0.07	0.17	0.15	1.00	0.04
总砷	0.42	0.01	0.19	0.03	-0.21	0.06	0.11	-0.06	-0.29	0.32	0.05	-0.26	0.04	1.00

注: \*表示对应显著性检验的P值小于0.05; \*\*表示对应显著性检验的P值小于0.01

表2 皮尔森相关系数显著性检验的t统计量值

Table 2 T-values of significance test of the Pearson correlation coefficients

元素	钡	钒	镉	锂	铝	锰	铅	铊	铋	铜	硒	总铬	总汞	总砷
钡	Inf	3.53	1.19	1.09	0.26	0.78	3.20	0.03	-0.77	0.57	2.01	-0.48	0.69	1.85
钒	3.53	Inf	1.16	2.98	1.69	2.05	1.03	-0.22	-0.16	-0.45	0.25	0.10	-0.62	0.15
镉	1.19	1.16	Inf	0.51	-0.58	0.20	-0.59	-0.74	-1.23	-0.05	0.54	-0.94	1.30	0.88
锂	1.09	2.98	0.51	Inf	0.54	1.22	0.86	-0.61	-0.54	-0.53	-0.74	0.80	-1.24	0.10
铝	0.26	1.69	-0.58	0.54	Inf	1.88	-0.16	-0.31	6.60	-0.31	-0.95	1.14	-1.09	-0.88
锰	0.78	2.05	0.20	1.22	1.88	Inf	-0.63	-1.24	0.89	1.32	-1.06	-0.60	-1.33	0.22
铅	3.20	1.03	-0.59	0.86	-0.16	-0.63	Inf	1.13	-0.63	0.52	1.01	0.99	-0.63	0.44
铊	0.03	-0.22	-0.74	-0.61	-0.31	-1.24	1.13	Inf	-0.58	-2.23	-0.67	-1.47	-0.30	0.20
铋	-0.77	-0.16	-1.23	-0.54	6.60	0.89	-0.63	-0.58	Inf	-0.11	-0.95	1.07	-0.67	-1.17
铜	0.57	-0.45	-0.05	-0.53	-0.31	1.32	0.52	-2.23	-0.11	Inf	0.23	0.65	-0.46	1.31
硒	2.01	0.25	0.54	-0.74	-0.95	-1.06	1.01	-0.67	-0.95	0.23	Inf	-1.07	1.62	0.19
总铬	-0.48	0.10	-0.94	0.80	1.14	-0.60	0.99	-1.47	1.07	0.65	-1.07	Inf	0.06	-1.08
总汞	0.69	-0.62	1.30	-1.24	-1.09	-1.33	-0.63	-0.30	-0.67	-0.46	1.62	0.06	Inf	0.27
总砷	1.85	0.15	0.88	0.10	-0.88	0.22	0.44	0.20	-1.17	1.31	0.19	-1.08	0.27	Inf

注: Inf表示无检验意义

表3 皮尔森相关系数显著性检验的统计量P值

Table 3 P-values of significance test of the Pearson correlation coefficients

元素	钡	钒	镉	锂	铝	锰	铅	铊	铋	铜	硒	总铬	总汞	总砷
钡	Inf	0.00	0.25	0.29	0.80	0.45	0.01	0.98	0.45	0.58	0.06	0.64	0.50	0.08
钒	0.00	Inf	0.26	0.01	0.11	0.06	0.32	0.83	0.87	0.66	0.81	0.92	0.54	0.88
镉	0.25	0.26	Inf	0.62	0.57	0.84	0.56	0.47	0.24	0.96	0.60	0.36	0.21	0.39
锂	0.29	0.01	0.62	Inf	0.60	0.24	0.40	0.55	0.60	0.60	0.47	0.44	0.23	0.92
铝	0.80	0.11	0.57	0.60	Inf	0.08	0.87	0.76	0.00	0.76	0.36	0.27	0.29	0.39
锰	0.45	0.06	0.84	0.24	0.08	Inf	0.54	0.23	0.39	0.21	0.30	0.56	0.20	0.83
铅	0.01	0.32	0.56	0.40	0.87	0.54	Inf	0.28	0.54	0.61	0.33	0.34	0.54	0.67
铊	0.98	0.83	0.47	0.55	0.76	0.23	0.28	Inf	0.57	0.04	0.51	0.16	0.77	0.84
铋	0.45	0.87	0.24	0.60	0.00	0.39	0.54	0.57	Inf	0.91	0.36	0.30	0.51	0.26
铜	0.58	0.66	0.96	0.60	0.76	0.21	0.61	0.04	0.91	Inf	0.82	0.52	0.65	0.21
硒	0.06	0.81	0.60	0.47	0.36	0.30	0.33	0.51	0.36	0.82	Inf	0.30	0.12	0.85
总铬	0.64	0.92	0.36	0.44	0.27	0.56	0.34	0.16	0.30	0.52	0.30	Inf	0.95	0.30
总汞	0.50	0.54	0.21	0.23	0.29	0.20	0.54	0.77	0.51	0.65	0.12	0.95	Inf	0.79
总砷	0.08	0.88	0.39	0.92	0.39	0.83	0.67	0.84	0.26	0.21	0.85	0.30	0.79	Inf

注: Inf表示无检验意义

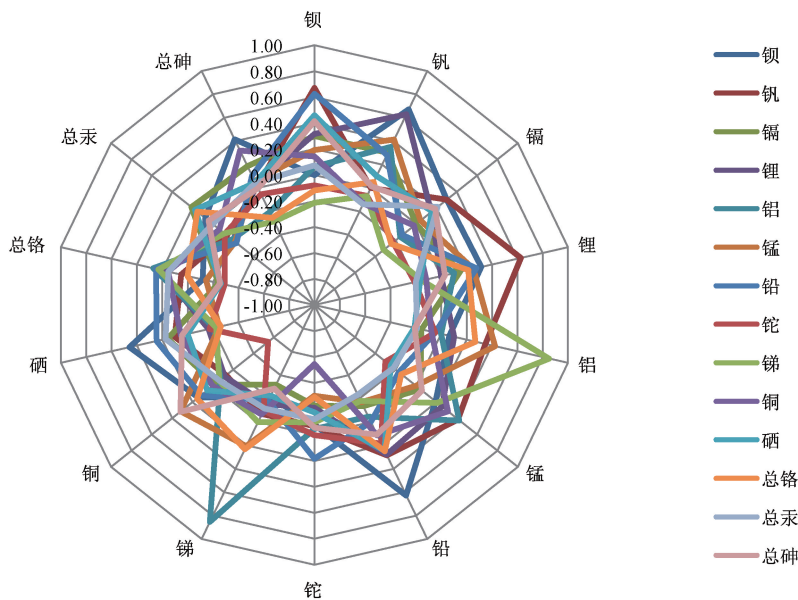


图1 稻谷中各元素含量相关性雷达图

Figure 1 Radar map of the correlation of the amounts of elements of the paddies

而使真正的相关性扩大或缩小。而偏相关系数可以去掉其他元素的影响,仅仅度量某两种元素含量之间的相关性,因此采用偏相关系数法做进一步分

析。经过计算得出的稻谷中两种元素含量的偏相关系数见表4;对计算得出的偏相关系数做显著性检验,得到*t*统计量的值,见表5。

表4 稻谷中元素含量偏相关系数

Table 4 Partial correlation coefficients of elements of the paddies

元素	钡	钒	镉	锂	铝	锰	铅	铊	铋	铜	硒	总铬	总汞	总砷
钡	1.00	0.86	-0.01	-0.52	0.18	-0.02	0.93	-0.53	-0.02	-0.05	0.03	-0.68	0.83	0.76
钒	0.86	1.00	0.07	0.60	0.09	0.08	-0.76	0.41	-0.21	-0.06	0.03	0.55	-0.70	-0.69
镉	-0.01	0.07	1.00	-0.20	0.47	-0.50	0.10	-0.50	-0.51	-0.11	-0.48	-0.43	0.22	-0.11
锂	-0.52	0.60	-0.20	1.00	0.21	-0.13	0.61	-0.64	-0.22	-0.39	-0.37	-0.46	0.42	0.39
铝	0.18	0.09	0.47	0.21	1.00	0.61	-0.32	0.64	0.94	0.11	0.52	0.62	-0.35	0.11
锰	-0.02	0.08	-0.50	-0.13	0.61	1.00	0.12	-0.51	-0.54	0.23	-0.66	-0.56	0.20	-0.23
铅	0.93	-0.76	0.10	0.61	-0.32	0.12	1.00	0.70	0.17	0.18	0.21	0.80	-0.86	-0.63
铊	-0.53	0.41	-0.50	-0.64	0.64	-0.51	0.70	1.00	-0.59	-0.40	-0.64	-0.82	0.59	0.24
铋	-0.02	-0.21	-0.51	-0.22	0.94	-0.54	0.17	-0.59	1.00	-0.20	-0.53	-0.47	0.19	-0.23
铜	-0.05	-0.06	-0.11	-0.39	0.11	0.23	0.18	-0.40	-0.20	1.00	-0.12	-0.02	-0.02	0.21
硒	0.03	0.03	-0.48	-0.37	0.52	-0.66	0.21	-0.64	-0.53	-0.12	1.00	-0.55	0.22	-0.27
总铬	-0.68	0.55	-0.43	-0.46	0.62	-0.56	0.80	-0.82	-0.47	-0.02	-0.55	1.00	0.80	0.27
总汞	0.83	-0.70	0.22	0.42	-0.35	0.20	-0.86	0.59	0.19	-0.02	0.22	0.80	1.00	-0.51
总砷	0.76	-0.69	-0.11	0.39	0.11	-0.23	-0.63	0.24	-0.23	0.21	-0.27	0.27	-0.51	1.00

取显著性水平为0.05,通过*t*检验,偏相关系数显著的元素对为钒-钡、铅-钡、总汞-钡、铋-铝,偏相关系数分别为0.86、0.93、0.83和0.94,表明这些元素两两之间有很强的正相关关系,其余各元素之间无显著相关性。

与之前的相关性分析比较,输出结果的形式大致相同,但分析结果有差异,其中,钒和锂的相关性不再显著。

### 3 讨论

在分析稻谷中各元素的相关性时,首先采用了皮尔森相关系数法。这种方法简单易行,计算复杂度低。但是,由于多种元素之间可能存在多重相关性的影响,皮尔森相关系数对稻谷中元素间的相关性强弱的度量可能会不准确,因此,本研究又采用了偏相关系数法。这种方法排除其他元素间多重相关性的影响,可以仅考虑两种元素之间的相关性。通过比较分析,皮尔森相关系数法和偏相关

表5 偏相关系数显著性检验的统计量  $t$  值Table 5  $T$ -values of significance test of the partial correlation coefficients

元素	钡	钒	镉	锂	铝	锰	铅	铊	铋	铜	硒	总铬	总汞	总砷
钡	Inf	3.37	-0.02	-1.22	0.37	-0.04	5.06	-1.25	-0.04	-0.10	0.06	-1.85	2.98	2.34
钒	3.37	Inf	0.14	1.50	0.18	0.16	-2.34	0.90	-0.43	-0.12	0.06	1.32	-1.96	-1.91
镉	-0.02	0.14	Inf	-0.41	1.06	-1.15	0.20	-1.15	-1.19	-0.22	-1.09	-0.95	0.45	-0.22
锂	-1.22	1.50	-0.41	Inf	0.43	-0.26	1.54	-1.67	-0.45	-0.85	-0.80	-1.04	0.93	0.85
铝	0.37	0.18	1.06	0.43	Inf	1.54	-0.68	1.67	5.51	0.22	1.22	1.58	-0.75	0.22
锰	-0.04	0.16	-1.15	-0.26	1.54	Inf	0.24	-1.19	-1.28	0.47	-1.76	-1.35	0.41	-0.47
铅	5.06	-2.34	0.20	1.54	-0.68	0.24	Inf	1.96	0.35	0.37	0.43	2.67	-3.37	-1.62
铊	-1.25	0.90	-1.15	-1.67	1.67	-1.19	1.96	Inf	-1.46	-0.87	-1.67	-2.87	1.46	0.49
铋	-0.04	-0.43	-1.19	-0.45	5.51	-1.28	0.35	-1.46	Inf	-0.41	-1.25	-1.06	0.39	-0.47
铜	-0.10	-0.12	-0.22	-0.85	0.22	0.47	0.37	-0.87	-0.41	Inf	-0.24	-0.04	-0.04	0.43
硒	0.06	0.06	-1.09	-0.80	1.22	-1.76	0.43	-1.67	-1.25	-0.24	Inf	-1.32	0.45	-0.56
总铬	-1.85	1.32	-0.95	-1.04	1.58	-1.35	2.67	-2.87	-1.06	-0.04	-1.32	Inf	2.67	0.56
总汞	2.98	-1.96	0.45	0.93	-0.75	0.41	-3.37	1.46	0.39	-0.04	0.45	2.67	Inf	-1.19
总砷	2.34	-1.91	-0.22	0.85	0.22	-0.47	-1.62	0.49	-0.47	0.43	-0.56	0.56	-1.19	Inf

注: Inf 表示无检验意义

系数法具有各自的优势和弱点:(1)皮尔森相关系数法计算迅速,并且不需要大量样本,但是会受到多种元素之间多重相关性的影响,可能导致相关性计算的偏差。本研究所涉及的分析中,有些元素对的皮尔森相关系数很高,但由于其他元素可能对相关系数的计算产生干扰,因此这些结果中可能存在伪相关现象。(2)偏相关系数能够排除多重相关性的干扰,从而可以更为精确地评估两种元素含量的相关性。本研究中,从皮尔森相关系数看,钒和锂有显著的相关性,但钒和锂偏相关系数并非显著不为零。可见钒与锂之间并非直接高度相关,其相关性是其他元素影响的结果,因此偏相关系数的分析结果对皮尔森相关系数的结果有一定补充和纠正作用。偏相关系数法的缺点在于,其所需的样本量和计算量均明显大于皮尔森相关系数法。

皮尔森相关系数法和偏相关系数法各有优势和劣势,需根据实际条件(样本量、计算资源等)和实际需要进行选择。当样本量或计算资源不够充足或需要实时快速计算时,可以采用皮尔森相关系数法对元素之间的相关性进行分析。而如果样本量及计算资源充足,可通过偏相关系数法更为准确地分析元素两两之间的相关性。

## 参考文献

- [1] 梁建秀. 向量组的线性相关性的若干应用[J]. 高等数学研究, 2015, 18(6): 13-15.
- [2] 陆建良, 梁月荣, 龚淑英, 等. 茶汤色差与茶叶感官品质相关性研究[J]. 茶叶科学, 2002, 22(1): 57-61.
- [3] 李其林, 黄响, 王萍, 等. 三峡库区主要粮食作物和土壤中重金属的相关性及富积特征分析[J]. 生态环境学报, 2012, 21(4): 764-769.
- [4] 甘国娟. 土壤-水稻系统重金属迁移特征与区域污染风险评

价[D]. 长沙: 中南林业科技大学, 2013.

- [5] 蔡力钢, 李广朋, 程强, 等. 基于粗糙集与偏相关分析的机床热误差温度测点约简[J]. 北京工业大学学报, 2016, 42(7): 969-974.
- [6] 武阿璋. 互联网发展和技术创新能力的偏相关分析[J]. 机械制造, 2011, 49(3): 71-74.
- [7] KENETT D Y, TUMMINELLO M, MADI A, et al. Dominating clasp of the financial sector revealed by partial correlation analysis of the stock market[J]. PLoS One, 2010, 5(12): e15032.
- [8] 江丽杰, 胡镜清, 易丹辉, 等. 缺血性中风病中医证候要素动态变化与 NIHSS 评分变化相关性的贝叶斯网络分析[J]. 世界中医药, 2013, 8(6): 613-617.
- [9] 许洪国, 张慧永, 宗芳. 交通事故致因分析的贝叶斯网络建模[J]. 吉林大学学报(工学版), 2011, 41(S1): 89-94.
- [10] TOMI S, PETRI M. A simple approach for finding the globally optimal bayesian network structure [C]. // 22nd Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence (UAI 2006). 2006: 445-452.
- [11] 汪朋. 统计学: 基于 Excel 和 R 语言[M]. 北京: 电子工业出版社, 2015: 31-37.
- [12] 张玉平, 董昌州. 向量组的线性相关性证明方法初探[J]. 教育教学论坛, 2015(16): 201-202.
- [13] 张沛华. 判定向量组线性相关性的若干方法[J]. 教育教学论坛, 2013(19): 167-168.
- [14] YAIR O, TALMON R. Local canonical correlation analysis for nonlinear common variables discovery[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2017, 65(5): 1101-1115.
- [15] 贾俊平, 何晓群, 金勇进. 统计学[M]. 北京: 中国人民大学出版社, 2000: 57-59.
- [16] WANG Y K, KANG J, KEMMER P B, et al. An efficient and reliable statistical method for estimating functional connectivity in large scale brain networks using partial correlation[J]. Frontiers in Neuroscience, 2016, 10: 123.
- [17] MALEC L. Some remarks on the functional relation between canonical correlation analysis and partial least squares [J]. Journal of Statistical Computation and Simulation, 2016, 86(12): 2379-2391.