

# *Cahiers* **GUT** *enberg*

☞ GÉNÉRATION D'IMAGES EN DEMI-TONS.

INTRODUCTION

☞ R.D. HERSCH, V. OSTROMOUKHOV

*Cahiers GUTenberg*, n° 21 (1995), p. 135-166.

[http://cahiers.gutenberg.eu.org/fitem?id=CG\\_1995\\_\\_21\\_135\\_0](http://cahiers.gutenberg.eu.org/fitem?id=CG_1995__21_135_0)

© Association GUTenberg, 1995, tous droits réservés.

L'accès aux articles des *Cahiers GUTenberg*

(<http://cahiers.gutenberg.eu.org/>),

implique l'accord avec les conditions générales

d'utilisation (<http://cahiers.gutenberg.eu.org/legal.html>).

Toute utilisation commerciale ou impression systématique

est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression

de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.



# GENERATION D'IMAGES EN DEMI-TONS

## 1. Introduction

La plupart des dispositifs d'impression ne sont capable d'imprimer qu'en mode tout ou rien. Soit un point du dispositif de sortie est imprimé, soit il ne l'est pas. Malgré cette limitation, ces dispositifs sont capables de reproduire des images comportant des nuances de gris. La méthode utilisée consiste à produire l'illusion de niveaux de gris, alors qu'on imprime côte à côte des points noirs et blancs. L'illusion de niveaux de gris est obtenue par des éléments de trame regroupant un nombre fixe de points imprimables noirs ou blancs. Le pourcentage de points imprimables blancs dans un élément de trame donne son niveau d'intensité moyen. Si l'élément de trame n'est formé que de points blancs, un maximum d'intensité lumineuse est réfléchi par le papier (100% d'intensité). Au contraire, si l'élément de trame ne comporte que des points noirs, l'intensité lumineuse incidente est entièrement absorbée (0% d'intensité). Si 50% des points de l'élément de trame sont noirs et 50% blancs, on obtiendra une intensité proche de 50% (en général légèrement en dessous de 50%, à cause du phénomène d'accroissement du point de trame).

Si les points individuels de l'élément de trame sont très petits, c'est à dire s'ils sont inférieurs à  $1/24$  mm, ils ne peuvent être perçus par l'oeil à distance de lecture normale. Seule l'intensité moyenne engendrée par la combinaison de points individuels noirs et blancs est perçue. A une taille  $1/12$  de mm, les points individuels commencent à être perçus, tout en contribuant à former avec leurs voisins une intensité moyenne. Les algorithmes de génération de trames visent à obtenir l'intensité moyenne désirée tout en minimisant les effets néfastes (artéfacts) engendrés par des combinaisons de points individuels. Par exemple, l'algorithme de génération de trames de Bayer (Fig. 2) crée en plus des niveaux de gris moyens des structures visibles telles que des croix.

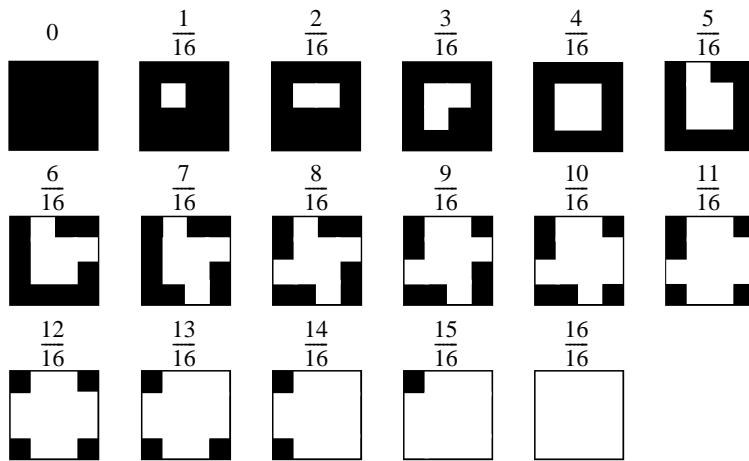


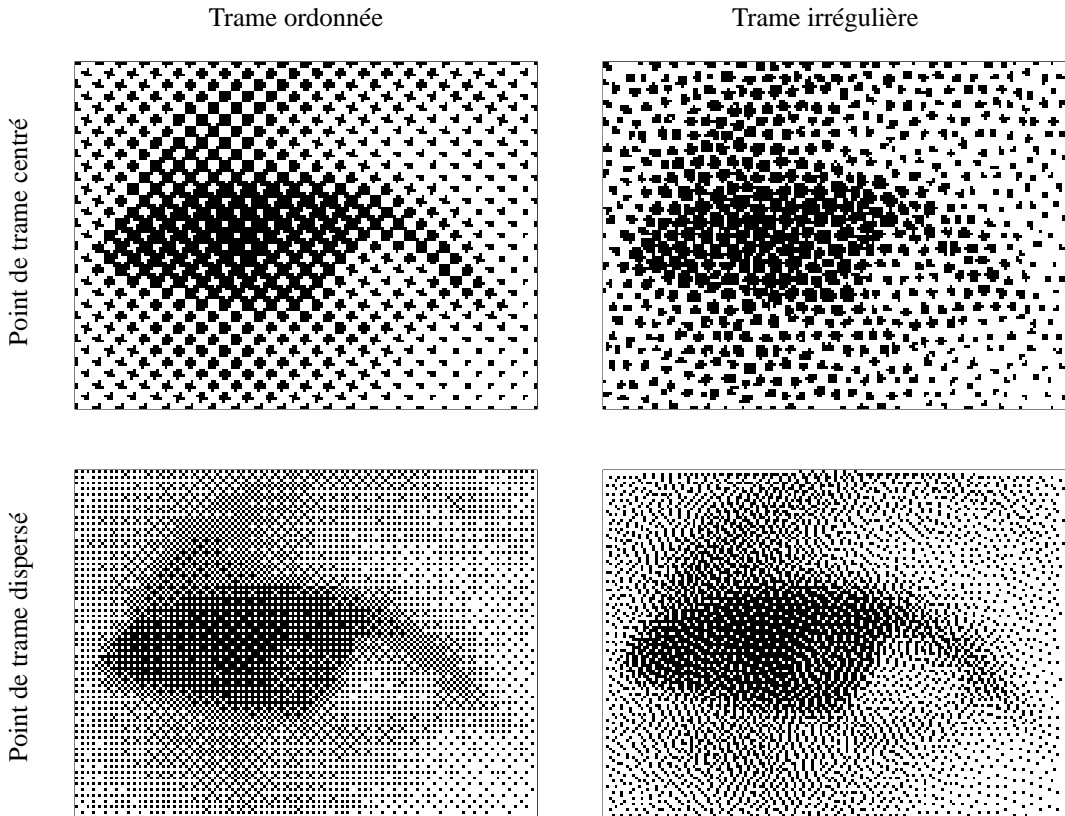
Fig. 1. Éléments de trame de taille  $4 \times 4$ , formés de points élémentaires noirs ou blancs



Fig. 2. Image en demi-tons tramée selon l'algorithme de Bayer, imprimée à 150 points/pouce.

En général, on utilise pour des résolutions différentes différents algorithmes de rendu de trames. L'imprimerie utilise des procédés qui optimisent le rendu d'images à résolution élevée. Pour des résolutions de 1200 points/pouce ou plus, l'impression à point de trame centré est la plus répandue. Aux résolutions inférieures à 600 points/pouce, les algorithmes de tramage à point dispersé ou à diffusion d'erreur offrent un meilleur rendu des détails de

l'image. La figure 3 illustre les classes d'algorithmes de tramage à point dispersé et à point centré ainsi les classes d'algorithmes de tramage à trames ordonnées et à trames irrégulières.



**Fig. 3. Classification des principales méthodes de tramage**

Les algorithmes de tramage à point centré (*clustered-dot halftoning*) sont inspirés des algorithmes de tramage par procédé photolithographique. Avant l'apparition de l'informatique, les trames étaient engendrées en projetant sur un film à travers une trame le négatif de l'image à reproduire. Les trames anciennes étaient formées d'une surface quadrillée de lignes horizontales et verticales (grille). Le film ayant une courbe de reproduction en forme de sigmoïde, c'est à dire effectuant un seuillage sur l'intensité lumineuse, les zones suffisamment éclairées produisent des zones opaques (noires) et les zones faiblement éclairées des zones transparentes (blanches). Les trames modernes intitulées *trames de contact* sont formées

d'un film à degré d'opacité variable. Le centre d'un point de trame est transparent. Plus on s'éloigne du centre, plus l'opacité du film croît. La taille des formes de trame produites par projection de parties de l'image source à travers la trame de contact est directement proportionnelle à leur intensité lumineuse (Fig. 4).

Les algorithmes de tramages à *points dispersés* ont été développés dans le but d'améliorer le rendu des détails sur dispositifs d'impression à moyenne et basse résolution (voir section 6). Les algorithmes de tramage à *point de trame aléatoire*, en particulier ceux à *point de trame aléatoire centré* sont relativement récents et ont été créés dans le but d'éviter que la trame ne comporte des fréquences prédominantes. Ainsi, lors de la reproduction couleur, la superposition de plusieurs couches ne peut induire des effets de moirés. L'effet de moiré que l'on observe par exemple sur les plis d'un rideau provient des nouvelles fréquences engendrées par la convolution des fréquences associées aux couches individuelles superposées. Parmi les nouvelles fréquences engendrées lors de la superposition de structures répétitives, les basses fréquences ayant une amplitude importante sont particulièrement visibles et gênantes [Amidror93].

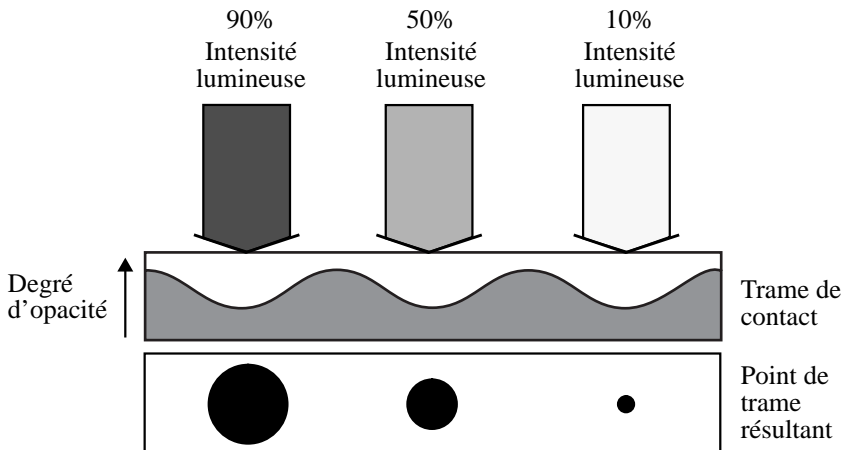


Fig. 4. Tramage par procédé photolithographique

## 2. Résolution et linéature

Le problème de reproduction d'une image se pose dans les termes suivants. Pour simplifier les explications, nous admettons que l'image à reproduire soit quadratique et que la grille du dispositif de sortie soit également quadratique. Soit une image originale de taille horizontale et verticale  $nbPixelsHorVert$ , donnée en nombre de points élémentaires de l'image

source. Soit un dispositif de sortie (photocomposeuse, imprimante) travaillant à une résolution *RésolutionSortie* (points/pouce). On désire tramer l'image originale afin que celle-ci soit reproduite à la taille *TailleSortie* (pouces) sur le dispositif de sortie cible. La taille de l'image sur le dispositif de sortie se calcule de la manière suivante

$$nBPixelsSortieHorVert = TailleSortie \cdot RésolutionSortie$$

Par exemple, pour l'impression offset de qualité moyenne, des images numérisées par *scanner* à 300 points/pouce sont à reproduire au même format sur une photocomposeuse travaillant à une résolution de 1200 points par pouce. On disposera donc pour un point de l'image d'entrée de  $4 \times 4$  points binaires dans l'image de sortie. Par contre, pour imprimer la même image sur imprimante laser à 300 points/pouce, on ne dispose que d'un point binaire en sortie pour chacun des points de l'image source. Une perte de qualité de l'image reproduite est inévitable, mais peut être minimisée par les algorithmes de génération d'images en demi-tons décrits dans les sections suivantes.

Pour la reproduction d'images par trame centrée, il s'agit de définir une fréquence de trame, également intitulée *linéature* qui, d'une part est suffisamment petite pour n'être que peu perceptible, et d'autre part suffisamment grande pour incorporer suffisamment de points et donc d'un nombre de niveaux d'intensité suffisamment élevé<sup>1</sup>.

Par exemple, pour l'impression offset par photocomposeuse à 1200 points/pouce, on peut choisir une fréquence de trame de 150 trames/pouce ( $\sim 6$  trames/mm), ce qui permet de construire des éléments de trame comprenant  $8 \times 8$  points élémentaires et donc d'afficher 64 niveaux d'intensité différents.

Pour l'impression de journaux, à cause de la qualité inférieure du papier, il peut être préférable d'imprimer à une fréquence de 75 trames/pouce. Dans ce cas, les éléments de trames comportent  $16 \times 16$  points élémentaires, ce qui permet d'afficher 256 niveaux d'intensité différents.

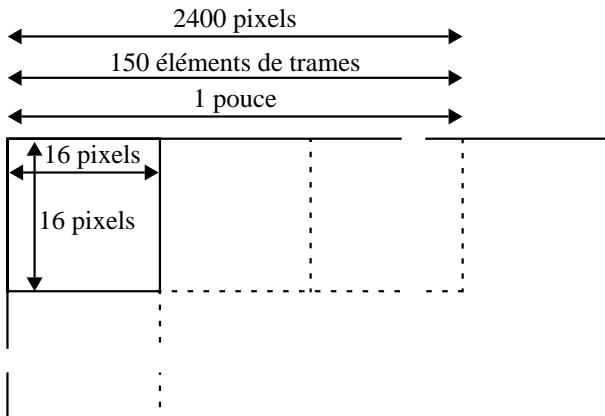
La taille *PériodeTrame* du coté d'un élément de trame quadratique se calcule par

$$PériodeTrame = \frac{RésolutionSortie}{FréquenceTrame}$$

---

1. Grâce aux *supertrames* qui sont composées d'un ensemble de trames, il est possible d'obtenir plus de niveaux de gris que ne le permettraient le nombre de points élémentaires d'un élément de trame (voir section 8 et problème 9.3).

La figure 5 illustre un pouce de longueur de la surface d'une image tramée ayant une résolution de 2400 points/pouce et comprenant des éléments de trames horizontaux quadratiques de 16 points élémentaires (pixels) de côté.



**Fig. 5. Un pouce de longueur d'une image tramée à résolution de 2400 points/pouce, formée d'éléments de trame de taille  $16 \times 16$  points élémentaires**

Contrairement à l'exemple illustré à la figure 5, les trames centrées utilisées pour reproduire des images à niveaux de gris ont une *orientation diagonale*. Des études en psychologie expérimentales ont montré que l'oeil humain est moins sensible à des structures répétitives diagonales qu'à des structures horizontales ou verticales. Les fréquences diagonales provenant d'éléments de trames à orientation diagonale sont donc atténuées (Fig. 6).



linéature: 19 périodes de trame/pouce  
trame horizontale



21 périodes de trame/pouce  
trame diagonale

**Fig. 6. A gauche, figure rendue par des trames centrées horizontales et à droite par des trames centrées diagonales**



### 3. Fondements de la méthode de tramage ordonné

La méthode de *tramage ordonné* (ordered dither method) est celle qui est universellement utilisée pour tous les algorithmes de rendu à élément de trame répétitif. Elle permet, tout en approximant l'intensité de chaque pixel de l'image source par une matrice de points actifs ou inactifs, de suivre l'évolution d'intensité de l'image source au plus près. En particulier, des sauts d'intensité rapides dans l'image source ont une forte probabilité d'être rendus tels quels dans l'image tramée.

La méthode de tramage ordonné est basée sur la comparaison, en chaque point élémentaire du plan de bit de l'image tramée de sortie, entre la valeur d'intensité correspondante dans l'image source et une fonction de seuillage. Selon le résultat de cette comparaison, un point de l'image de sortie est activé ou désactivé. A titre d'illustration, la figure 7 montre pour une fonction d'entrée continue d'intensité constante  $P(x)$ , une fonction de seuillage triangulaire  $S(x)$  et la fonction binaire continue  $B(x)$  résultante.

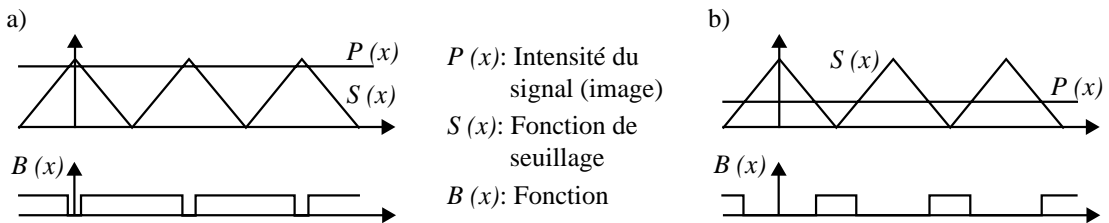
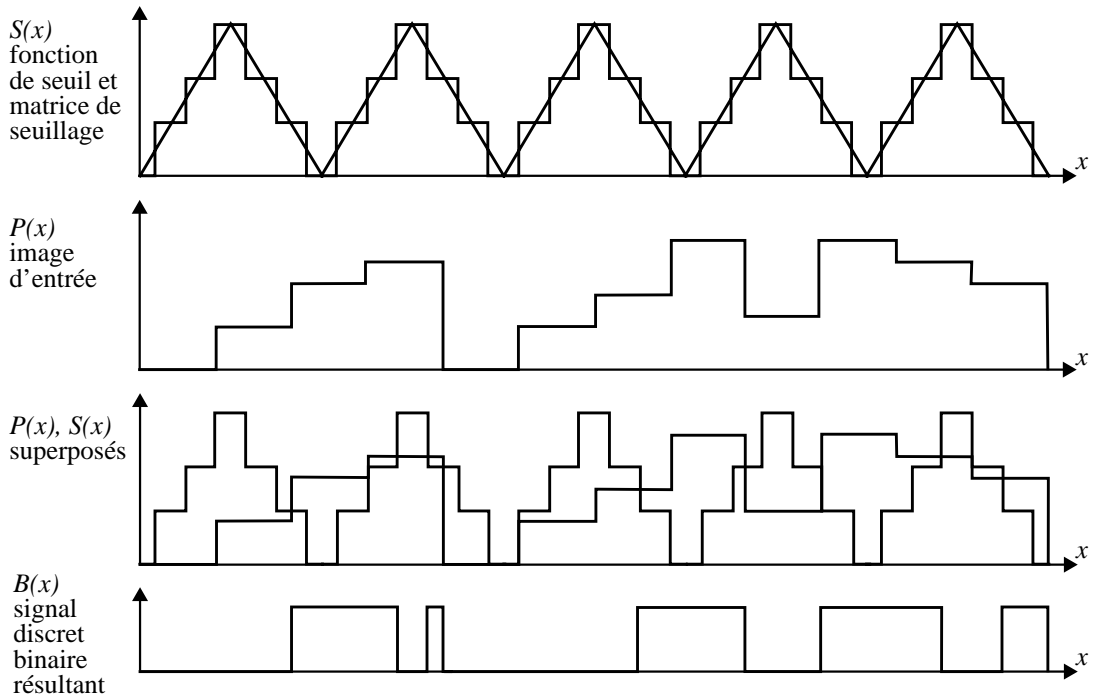


Fig. 7. Fonction binaire dépendant de l'intensité du signal original

Le tramage ordonné requiert, pour chaque point discret de l'image de sortie une comparaison entre la valeur de l'image source et entre la valeur de l'élément correspondant de la matrice de seuillage. Il est donc nécessaire d'engendrer préalablement une matrice de seuillage comportant un élément de seuil (cellule) pour chaque point de l'image de sortie. La figure 8 représente en une dimension l'image d'entrée à niveaux de gris formée de pixels  $P(x)$ , la matrice de seuillage  $S(x)$ , et le signal discret binaire résultant  $B(x)$ .

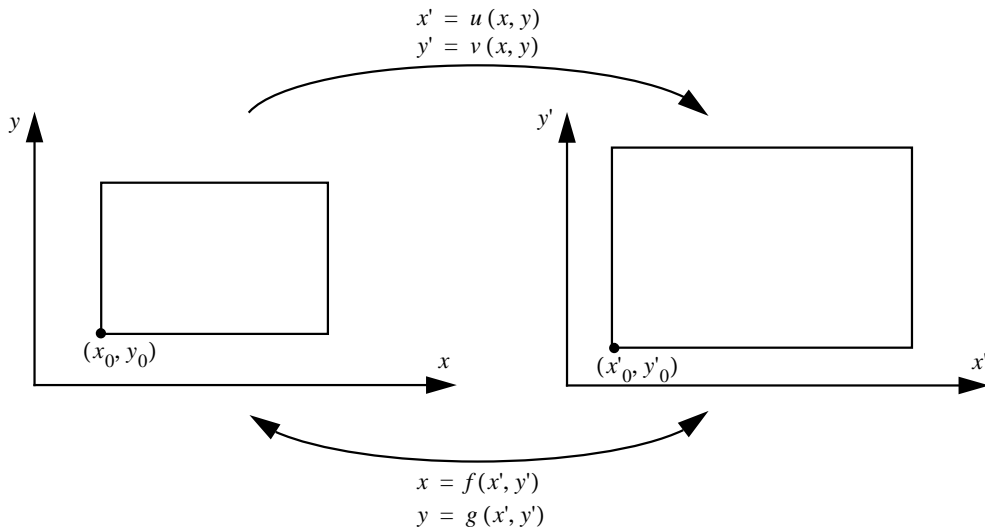


**Fig. 8. Image d'entrée discrète  $P(x)$ , matrice de seuillage  $S(x)$ , et signal discret binaire résultant  $B(x)$ , représentés en une dimension**

Il s'agit de retrouver pour chaque point élémentaire de l'image de sortie, la valeur d'intensité correspondante dans l'image d'entrée. En général, la fonction  $(u(x, y), v(x, y))$  qui décrit l'application des points de l'image d'entrée vers les points de l'image de sortie  $\{u: (x, y) \rightarrow x'; v: (x, y) \rightarrow y'\}$  est une homothétie

$$x' - x'_0 = k \cdot (x - x_0) \quad ; \quad y' - y'_0 = k \cdot (y - y_0)$$

où  $(x_0, y_0)$ , respectivement  $(x'_0, y'_0)$  représentent les coordonnées du sommet inférieur gauche de l'image d'entrée, respectivement de l'image de sortie (Fig. 9).



**Fig. 9. Transformations entre l'espace  $(x, y)$  de l'image d'entrée et l'espace  $(x', y')$  de l'image de sortie**

La fonction inverse permettant d'obtenir le point de l'image source  $(x, y)$  associé à un point de l'image destination  $(x', y')$  est donc également une homothétie

$$x - x_0 = \frac{x' - x'_0}{k} \quad ; \quad y - y_0 = \frac{y' - y'_0}{k}$$

Lors du parcours de l'image de sortie, point par point et ligne de balayage par ligne de balayage, un déplacement d'une unité dans l'espace de l'image de sortie correspond à un déplacement de  $(1/k)$  dans l'espace de l'image d'entrée. Lors du rendu de l'image, il suffit de maintenir la coordonnée courante dans l'espace de destination  $(x'_c, y'_c)$  et la coordonnée courante associée dans l'espace source  $(x_c, y_c)$ . Pour passer au prochain point horizontal, deux additions suffisent.

$$\begin{array}{lll}
 x'_c := x'_c + 1 & ; & y'_c := y'_c & ; \text{ passage au prochain point horizontal de l'espace de sortie} \\
 x_c := x_c + \frac{1}{k} & ; & y_c := y_c & ; \text{ passage au prochain point horizontal de l'espace d'entrée}
 \end{array}$$

Similairement, pour passer au point suivant de la prochaine ligne de balayage, on incrémente les ordonnées  $y$  correspondantes

$$\begin{aligned}
 x'_c &:= x'_c ; y'_c := y'_c + 1 && ; \text{ passage au prochain point vertical de l'espace de sortie} \\
 x_c &:= x_c ; y_c := y_c + \frac{1}{k} && ; \text{ passage au prochain point vertical de l'espace d'entrée}
 \end{aligned}$$

Comme l'espace de l'image d'entrée est formé de points discrets, une fonction d'arrondi permet de trouver le centre du point discret  $(x_p, y_p)$ , se trouvant le plus proche de la coordonnée  $(x_c, y_c)$  obtenue

$$x_p := \text{Round}(x_c) ; y_p := \text{Round}(y_c)$$

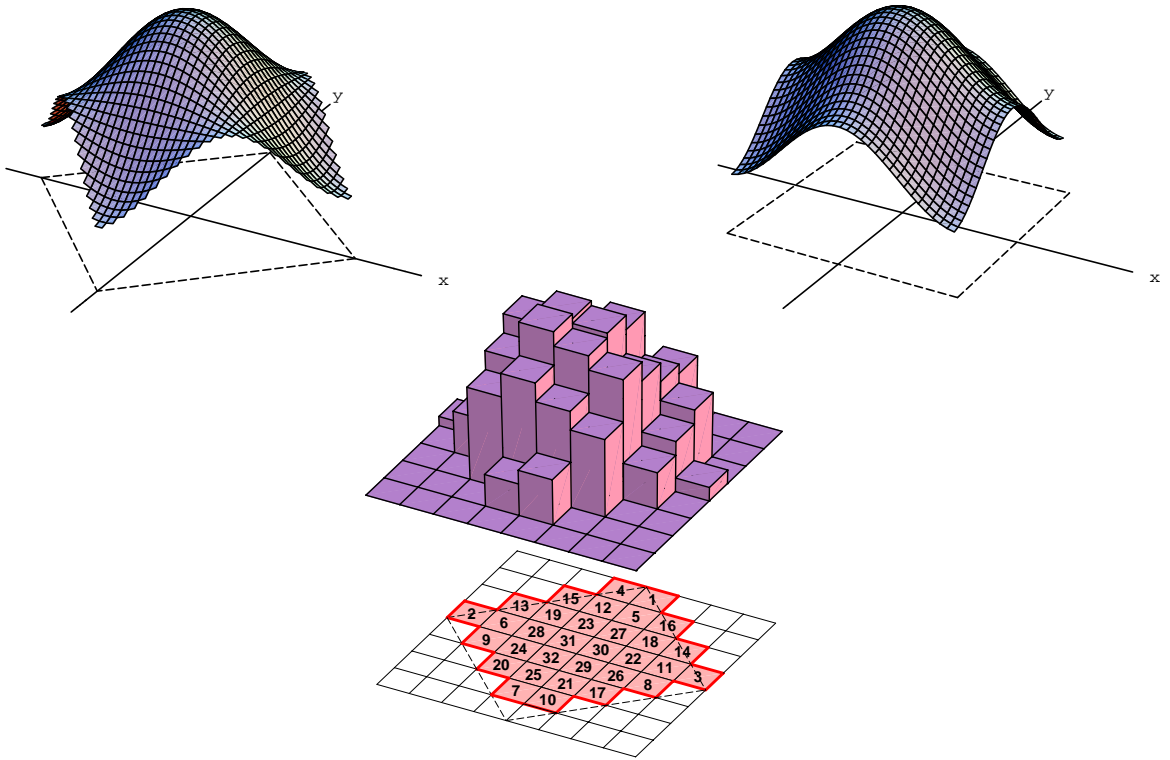
La valeur d'intensité de l'image  $P(x_p, y_p)$  est comparée avec la valeur de seuil correspondante  $S(x'_c, y'_c)$ . Si l'intensité de l'image est plus élevée ou égale à la valeur de seuil correspondante, le point correspondant de l'image de sortie est blanc, sinon il est noir.

$$B(x'_c, y'_c) = \begin{cases} 1 & \text{si } P(x_p, y_p) \geq S(x'_c, y'_c) && ; \text{ blanc} \\ 0 & \text{si } P(x_p, y_p) < S(x'_c, y'_c) && ; \text{ noir} \end{cases}$$

Les figures suivantes illustrent le procédé de tramage ordonné. La figure 10 montre comment une matrice de seuillage est engendrée par discrétisation d'une fonction génératrice de seuils (*spot function*). Les éléments (ou cellules) de la matrice de seuillage sont numérotés de manière consécutive. Deux éléments différents de la matrice de seuillage doivent avoir deux valeurs de seuillage différentes.

Une matrice de seuillage est une surface discrète (ou tuile) formée de cellules contenant chacune une valeur de seuil. Cette tuile doit, par réplication, paver le plan de l'image de sortie. Par exemple, dans la figure 11, les combinaisons entières des vecteurs  $\vec{a} = (4,4)$  et  $\vec{b} = (-4,4)$  donnent toutes les translations de la tuile de seuillage originale  $S_{or}(x_{or}, y_{or})$  permettant de paver le plan  $(x', y')$ .

$$S(x', y') = S_{or}(x_{or}, y_{or}) + m \cdot \vec{a} + n \cdot \vec{b} \quad ; m, n \text{ entiers}$$



**Fig. 10.** Génération des valeurs de seuillage

Lors du parcours du plan de l'image de sortie, point par point et ligne de balayage par ligne de balayage, il y a simultanément parcours du plan des valeurs de seuils. Comme le plan des valeurs de seuil est pavé par la tuile de seuillage, parcourir le plan des valeurs de seuil revient à parcourir la tuile de seuillage. Chaque fois que l'on passe d'un point à l'intérieur de la tuile à un point voisin extérieur à la tuile, on peut grâce à une combinaison des vecteurs  $\vec{a}$  et  $\vec{b}$  retrouver le point correspondant à l'intérieur de la tuile (Fig. 12).

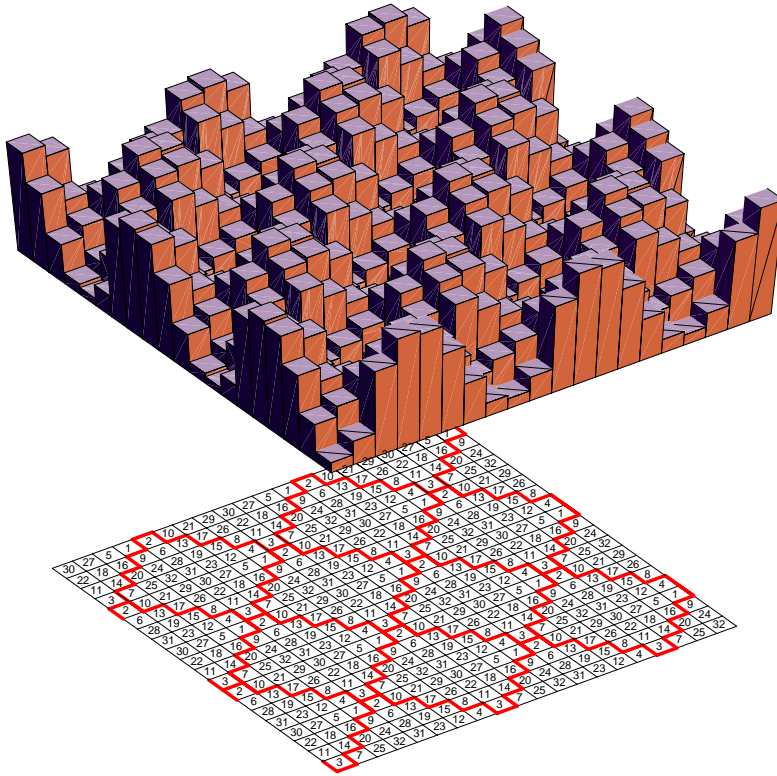
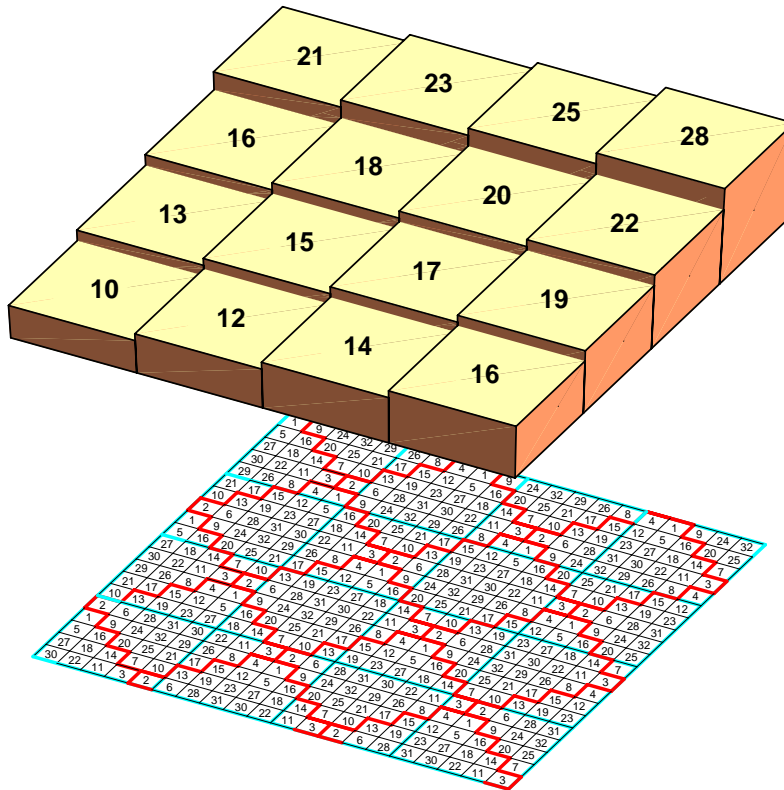


Fig. 11. Pavage du plan de l'image de sortie par la tuile définie à la figure 10

Après avoir effectué pour chaque point élémentaire de l'image de sortie la comparaison entre valeur de seuil et intensité de l'image source, on obtient un plan de bit de sortie dont les points sont soit blancs soit noirs. La figure 13 illustre la comparaison avec une image source d'intensité fixe  $P(x,y) = 25$ .



En réalité, l'image source est formée de points (pixels) ayant divers niveaux d'intensité. La figure 14 montre l'application des points de l'image source dans le plan de seuillage.



**Fig. 14.** Image source à intensité variable et plan de seuillage

La figure 15 montre l'image de sortie qui résulte de l'opération de tramage.



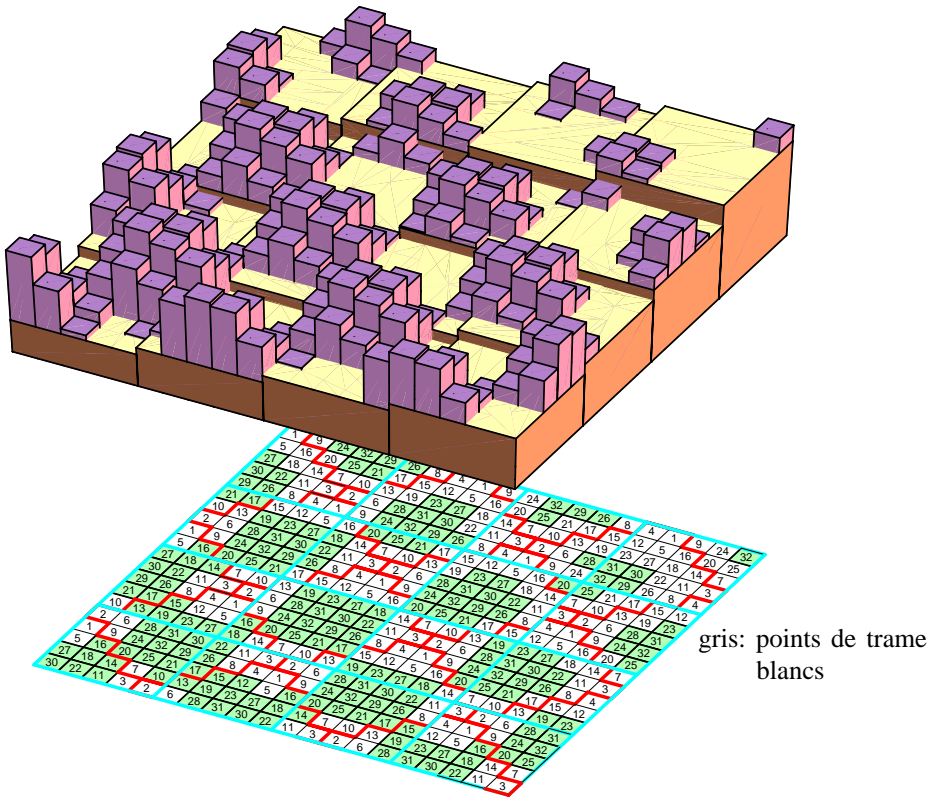
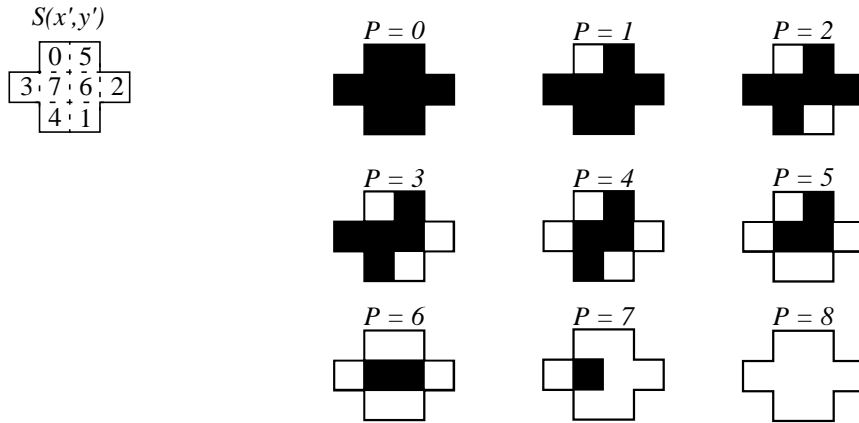


Fig. 15. Opération de tramage sur image à niveaux d'intensité multiples

#### 4. Rendu de variations d'intensité par tramage ordonné

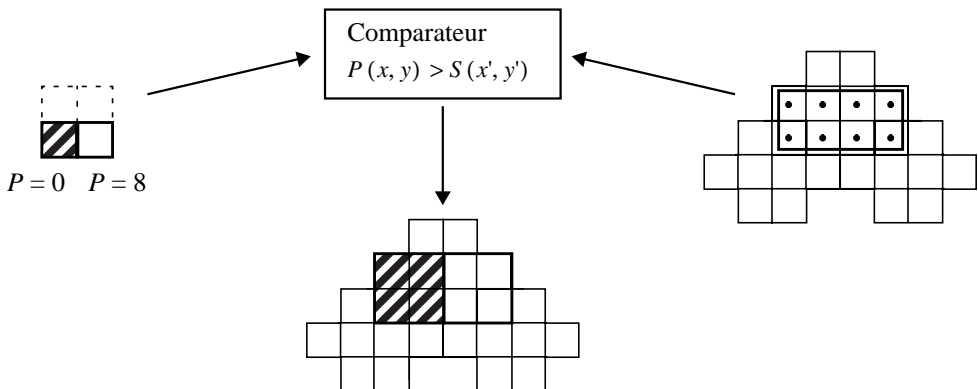
La méthode de tramage ordonné offre une grande précision de rendu de détails. Même si, pour effectuer le rendu d'un point de l'image source on ne dispose que d'une surface très petite, par exemple un carré de  $2 \times 2$  points ou même un seul point dans l'image destination, une transition abrupte entre deux points de l'image source a une forte probabilité d'être reproduite telle quelle dans l'image de sortie en demi-tons.

A titre d'exemple, considérons une tuile de seuillage à point de trame centré comprenant 8 cellules dont les valeurs de seuillage se situent entre 0 et 7 (Fig. 16).



**Fig. 16. Tuile de seuillage  $S(x',y')$  à point de trame centré noir et éléments de trame associés aux différents niveaux d'intensité  $P$**

Considérons dans l'image source une suite de deux points successifs d'intensité minimale  $P(x, y) = 0$  et d'intensité maximale  $P(x + 1, y) = 8$ . Ces deux points couvrent un certain nombre de cellules dans la tuile de seuillage. Suite à la comparaison entre valeurs de seuillage et intensité, les centres de cellules couverts par le point source d'intensité minimale sont reproduits en noir et ceux recouverts par le point source d'intensité maximale reproduits en blanc. On remarque que grâce à la comparaison effectuée en chaque point du plan de bits de l'image de sortie, on assure un rendu fidèle des transitions rapides qui ont lieu dans l'image source (Fig. 17).

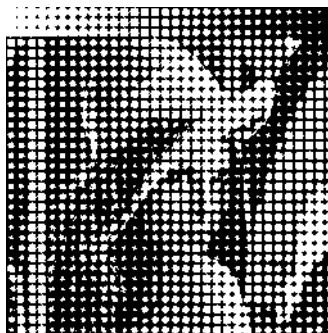


**Fig. 17. Rendu fidèle de transitions rapides d'intensité**

## 5. Rendu par matrices de seuillage à trames centrées

Il est possible de créer manuellement des matrices de seuillages qui ont la taille et la forme du point de trame désiré. Considérons d'abord le cas le plus simple: la création d'une trame horizontale à point de trame centré. Une trame est dite *horizontale*, si le vecteur le plus court entre deux éléments de trame est horizontal. La trame illustrée à la figure 18 est une trame horizontale, à point centré blanc sur fond noir.

62	58	45	41	37	49	53	61
54	34	25	21	17	29	33	57
50	30	13	9	5	12	24	44
38	18	6	1	0	8	20	40
42	22	10	2	3	4	16	36
46	26	14	7	11	15	28	48
59	35	31	19	23	27	32	52
63	55	51	39	43	47	56	60



**Fig. 18. Trame horizontale à point centré blanc et image tramée correspondante**

On remarque que dans les niveaux de gris intermédiaires, les parties blanches sont centrées et les parties noires sont dispersées dans les bords de l'élément de trame. Une trame de meilleure qualité peut être engendrée en assurant que le point de trame ait la même forme lorsqu'on fait croître, respectivement décroître les niveaux d'intensité (évolution du point de trame blanc, respectivement noir). A cette fin, on considère un domaine connexe comprenant la zone de croissance du point de trame blanc ainsi que la zone de croissance du point de trame noir. Le rectangle discret (Fig. 19 b) comprend les zones de croissances blanches (A) et noires (B). On remarque que la partie B du rectangle de trame se retrouve dans les bords de la trame horizontale (Fig. 19 a).

Les éléments de la matrice de seuillage sont à numéroté de manière à ce que, à 50% d'intensité, les valeurs de seuillage inférieures se trouvent à l'intérieur du carré A et les valeurs supérieures à l'intérieur du carré B (Fig. 20).

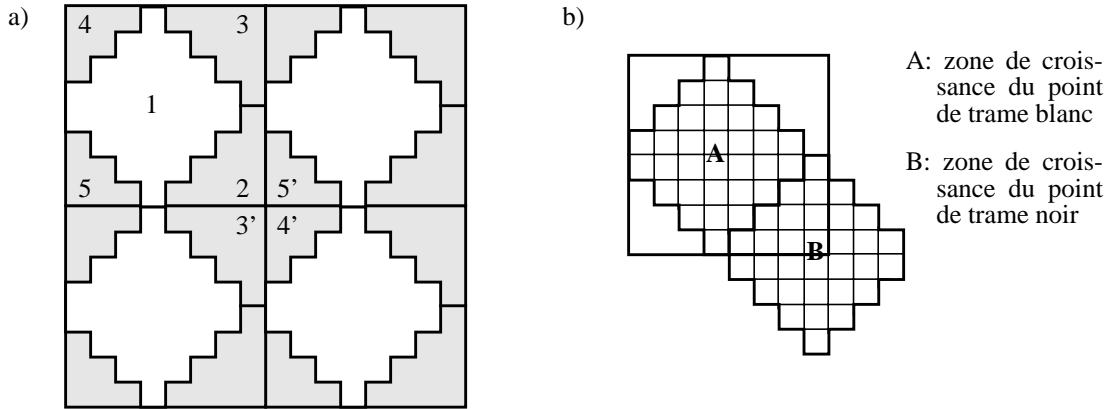


Fig. 19. a) Elément de trame horizontal répliqué et b) tuile contenant les zones de croissances des parties noires et blanches de la trame

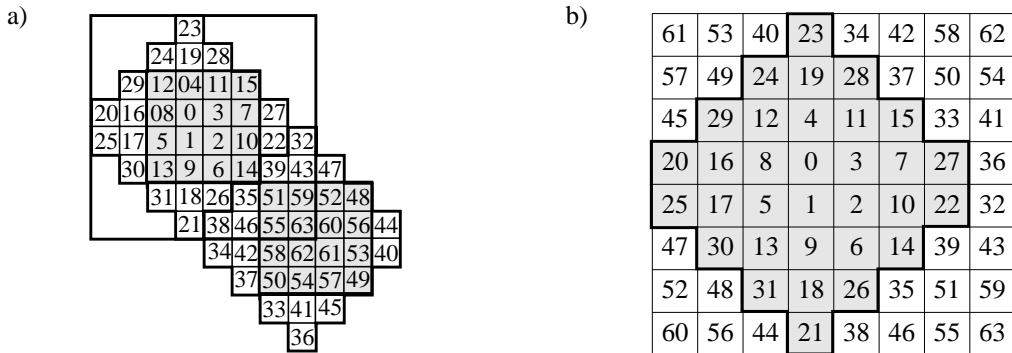
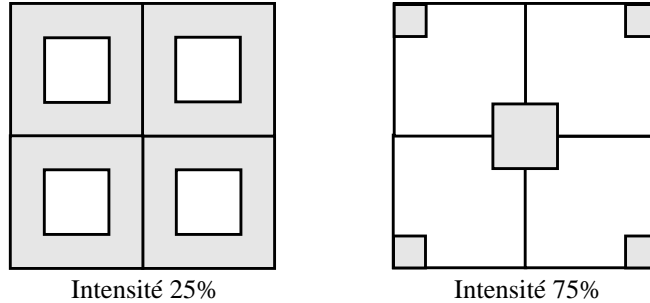


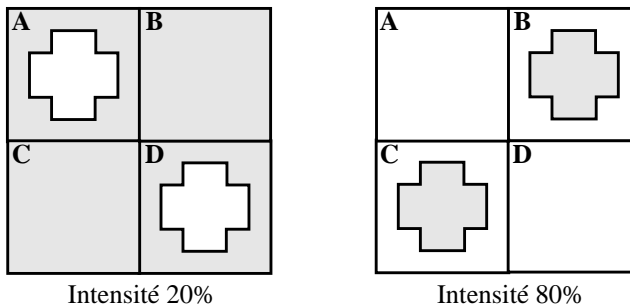
Fig. 20. Matrice de seuillage créée à la main, à point de trame centré équilibré

La matrice de seuillage décrite à la figure 20 engendre des images à points de trame horizontaux centrés équilibrés (Fig. 21).



**Fig. 21. Élément de trame à point de trame centré équilibré**

Dans la pratique, seules des trames centrées diagonales sont utilisées afin de diminuer leur visibilité. Sachant qu'une trame orientée à 45 degrés comporte des points de trame de même couleur disposés diagonalement, on cherche à engendrer un élément de trame composé de la zone de croissance du point de trame blanc et de la zone de croissance du point de trame noir. Afin d'obtenir un élément de trame pavant le plan, les zones de croissance blanches (A) et noires (B) sont verticalement répliquées et décalées. Les parties A et D sont identiques et représentent la croissance du point de trame blanc, les parties B et C sont identiques et représentent la croissance du point de trame noir (Fig. 22).



**Fig. 22. Élément de trame à point de trame diagonal équilibré**

La figure 23 donne une matrice de seuillage à point centré équilibré diagonal ainsi que les seuils pour un élément de trame comprenant 100 cellules avec 50 seuils différents.

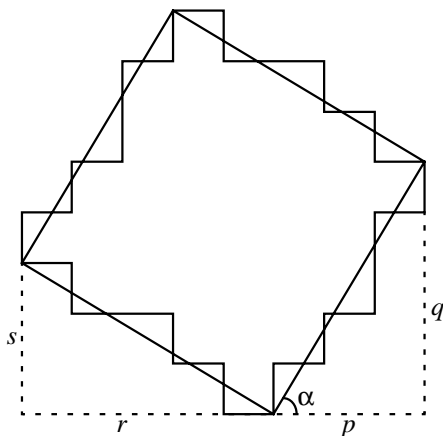
23	20	09	13	24	26	29	40	36	25
16	07	01	05	17	33	42	48	44	32
12	04	00	02	10	37	45	49	47	39
19	06	03	08	14	30	43	46	41	35
22	15	11	18	21	27	34	38	31	28
26	29	40	36	25	23	20	09	13	24
33	42	48	44	32	16	07	01	05	17
37	45	49	47	39	12	04	00	02	10
30	43	46	41	35	19	06	03	08	14
27	34	38	31	28	22	15	11	18	21



Fig. 23. Image rendue avec trame centrée diagonale de taille  $\sqrt{25} \cdot \sqrt{25}$

On remarque que dans la figure 23, le carré discret diagonal de taille  $\sqrt{25} \cdot \sqrt{25}$  est le carré discret minimal qui pave le plan.

De manière générale, il est possible de créer manuellement des trames centrées en spécifiant les côtés  $p$  et  $q$ , respectivement  $r$  et  $s$  du rectangle oblique ou du parallélogramme définissant le pourtour de l'élément de trame (Fig. 24).



$$\alpha = \arctg \frac{q}{p}$$

Surface d'une trame carrée:

$$r = q ; s = p$$

$$S = p^2 + q^2$$

Surface d'une trame rectangulaire:

$$S = \sqrt{p^2 + q^2} \cdot \sqrt{s^2 + r^2}$$

Fig. 24. Élément de trame décrit par ses contours continus et discrets

## 6. Rendu par matrice de seuillage à trame dispersée

Comme le montrent les images imprimées à la section précédente, le rendu d'images à moyenne résolution (75 à 300 points/pouce) par tramage ordonné à point centré laisse clairement apparaître la trame. La trame est moins visible si on utilise des matrices ou tuiles de seuillage à *trame dispersée*. Bayer a proposé un algorithme récurrent pour la construction de matrices de seuillage à trame dispersée [Bayer73]. Il a montré que les matrices de seuillages ainsi produites minimisent l'occurrence des basses fréquences qui sont les fréquences les plus visibles à l'oeil.

La trame de base  $D^{(2)}$  de taille  $2 \times 2$  comprend les niveaux de seuillage suivants:

$$D^{(2)} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

La matrice de seuillage de niveau  $D^{(2n)}$  se déduit à partir de niveau  $D^{(n)}$  de la manière suivante:

$$D^{(2n)} = \begin{bmatrix} 4D^{(n)} + D_{00}^{(2)} \cdot U^{(n)} & 4D^{(n)} + D_{01}^{(2)} \cdot U^{(n)} \\ 4D^{(n)} + D_{10}^{(2)} \cdot U^{(n)} & 4D^{(n)} + D_{11}^{(2)} \cdot U^{(n)} \end{bmatrix}$$

Lors de l'élévation de la matrice  $n \times n$   $D^{(n)}$  à la taille  $2n \times 2n$ , la nouvelle matrice  $D^{(2n)}$  est formée de 4 sous-matrices, ces sous-matrices étant égales à la matrice  $D^{(n)}$  multipliée par 4, auxquelles on rajoute à chacun de leurs éléments une valeur qui dépend de la position de la sous-matrice dans la matrice  $D^{(2n)}$ . Ces valeurs sont données par les éléments de la matrice de base  $D^{(2)}$ .

La matrice  $U^{(n)}$  est une matrice ne contenant que des éléments à 1

$$U^{(n)} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad \text{matrice } n \times n$$

La matrice  $D^{(4)}$  est obtenue à partir de la matrice  $D^{(2)}$

$$D^{(4)} = \begin{bmatrix} 0 & 8 & 2 & 10 \\ 12 & 4 & 14 & 6 \\ 3 & 11 & 1 & 9 \\ 15 & 7 & 13 & 5 \end{bmatrix}$$

La figure 25 illustre le rendu d'images en demi-tons par tramage à point de trame dispersé (Bayer). La matrice de tramage de taille  $2 \times 2$  ne permet de rendre que 5 niveaux d'intensité différents et la matrice  $4 \times 4$ , 17 niveaux d'intensité différents. Une matrice  $8 \times 8$  offrant 65 niveaux différents est nécessaire afin d'offrir suffisamment de nuances de gris.

On constate que le tramage à point de trame dispersé offre à basse et moyenne résolution un rendu des détails nettement meilleur que le rendu par tramage à point de trame centré. Cependant, on aperçoit des artéfacts gênants qui ont la forme de croix verticales et diagonales. Des procédés plus récents, tels que le tramage par trame dispersée tournée [Ostromoukhov94] permettent de réduire ces artéfacts.

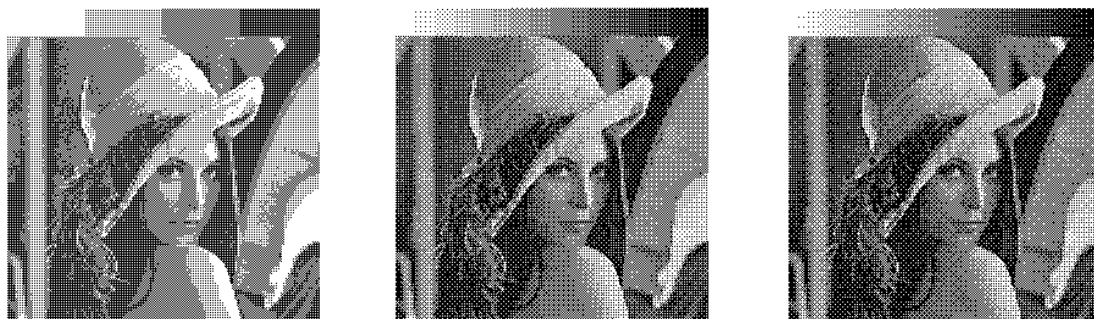


Fig. 25. Rendu d'image par matrice de Bayer  $2 \times 2$  (gauche),  $4 \times 4$  (milieu) et  $8 \times 8$  (droite)

## 7. Rendu d'image avec tramage par diffusion d'erreurs

Le rendu d'images par diffusion d'erreurs est une technique abondamment utilisée pour le rendu à basse et moyenne résolution. La méthode originale proposée par Floyd et Steinberg consiste à comparer pour chaque point imprimable le niveau d'intensité courant avec un seuil correspondant à 50% d'intensité (par exemple le seuil 128 pour une image d'entrée à 256 niveaux d'intensité). Si la valeur d'intensité est plus élevée que le seuil, le point correspondant dans l'image de sortie est *blanc* autrement il est *noir*. L'erreur est formée par la différence entre



la valeur d'intensité du point de l'image d'entrée et de l'intensité du point de l'image de sortie (0 ou 255). L'erreur est ensuite répartie sur les points voisins, en amont du point courant. Le schéma de la figure 26 illustre le principe du calcul et de la diffusion d'erreur sur les points voisins.

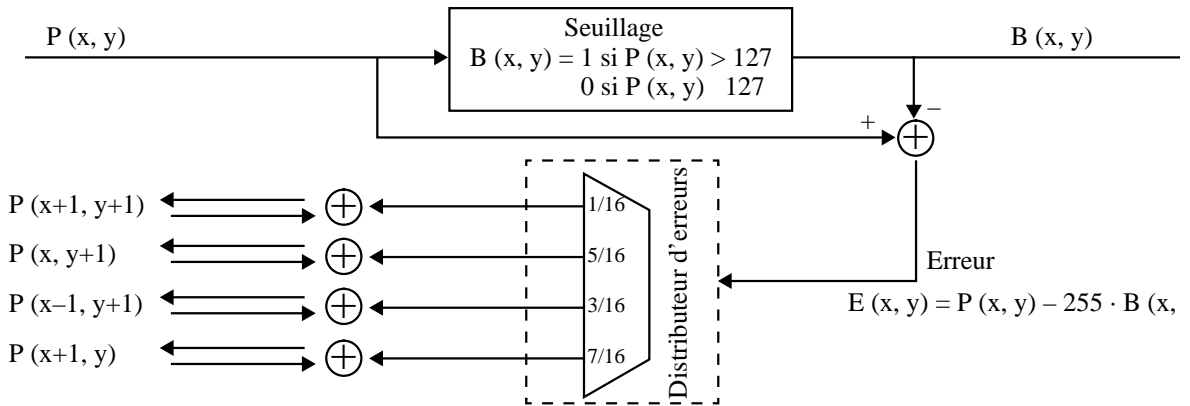


Fig. 26. Rendu en demi-tons par diffusion d'erreurs (selon Floyd-Steinberg)

On remarque que la diffusion d'erreur accentue les détails de l'image et crée le même effet qu'un filtre passe-haut (Fig. 27).



Fig. 27. Image rendue par diffusion d'erreur de type Floyd-Steinberg

La diffusion d'erreur selon Floyd-Steinberg diffuse l'erreur sur les voisins pas encore parcourus de l'image, c'est à dire sur les points voisins à droite et en dessous. D'autres matrices de diffusion d'erreurs existent (Fig. 28). Les artéfacts produits sont légèrement différents d'une matrice à l'autre (Fig. 29).

$$\begin{array}{ccc} \left( \frac{1}{16} \times \right) & \begin{array}{c} \bullet 7 \\ 3 \ 5 \ 1 \end{array} & \left( \frac{1}{48} \times \right) & \begin{array}{c} \bullet 7 \ 5 \\ 3 \ 5 \ 7 \ 5 \ 3 \\ 1 \ 3 \ 5 \ 3 \ 1 \end{array} & \left( \frac{1}{42} \times \right) & \begin{array}{c} \bullet 8 \ 4 \\ 2 \ 4 \ 8 \ 4 \ 2 \\ 1 \ 2 \ 4 \ 2 \ 1 \end{array} \\ \text{(a) Floyd and Steinberg} & & \text{(b) Jarvis, Judice and Ninke} & & \text{(c) Stucki} & \end{array}$$

Fig. 28. Matrices de diffusion d'erreur

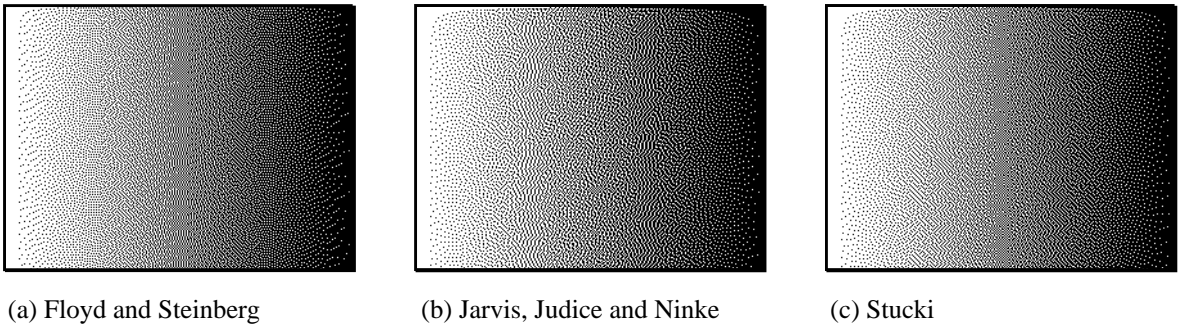


Fig. 29. Dégradés de niveaux de gris produits selon les matrices de distribution d'erreur de (a) Floyd-Steinberg, (b) Jarvis, Judice &amp; Ninke et (c) Stucki

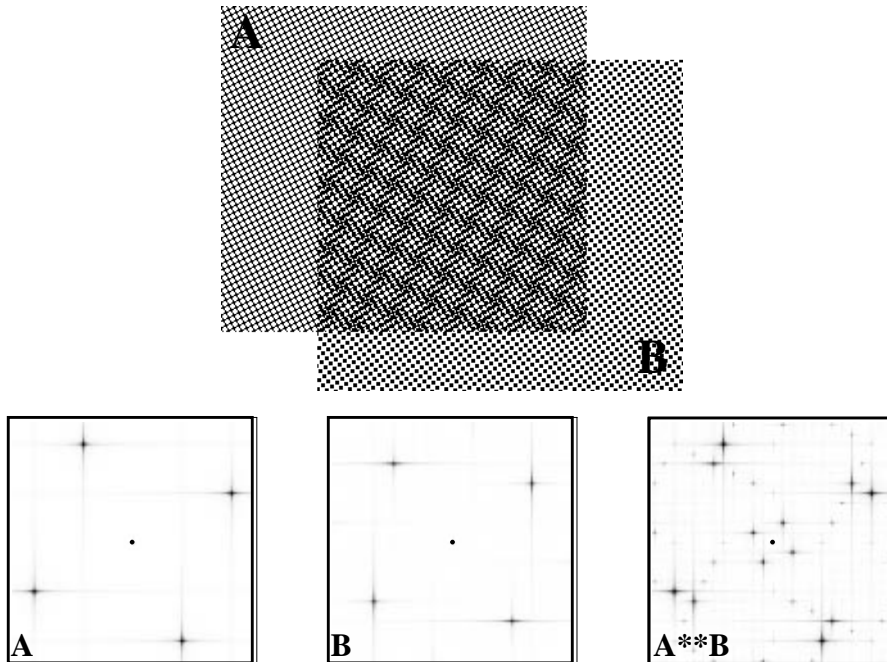
Des variantes plus élaborées d'algorithmes de diffusion d'erreur existent, afin d'en réduire les artéfacts et d'améliorer la distribution des points isolés [Jones94]. Néanmoins, les algorithmes de diffusion d'erreur présentent une courbe de reproduction défavorable due à l'accroissement du point de trame. Une correction appropriée intitulée *correction gamma* s'impose (voir chapitre "Dispositif d'affichage et d'impression").

## 8. Génération d'images en demi-tons pour la reproduction couleur

La reproduction couleur exige la génération d'images à 3 ou 4 couleurs de base, c'est à dire les couleurs Cyan, Magenta, Jaune et éventuellement Noir. La plupart des imprimantes couleur impriment chacune des couches à deux niveaux. Il est donc nécessaire d'effectuer le rendu de chacune des couches en demi-tons, puis de superposer les couches afin d'obtenir l'image couleur résultante. La superposition de couches peut engendrer des *effets de moiré* dus aux inter-

férences entre trames des différentes couches. En effet, la superposition de couches correspond à une multiplication du signal lumineux original par un ensemble de filtres à 0 (point coloré) ou à 1 (point blanc). Dans le domaine de Fourier, la multiplication correspond à une convolution. L'opérateur de convolution crée de nouvelles fréquences qui n'étaient pas existantes dans les spectres des couches individuelles. Ces nouvelles fréquences peuvent entraîner des battement visibles gênants (Fig. 30).

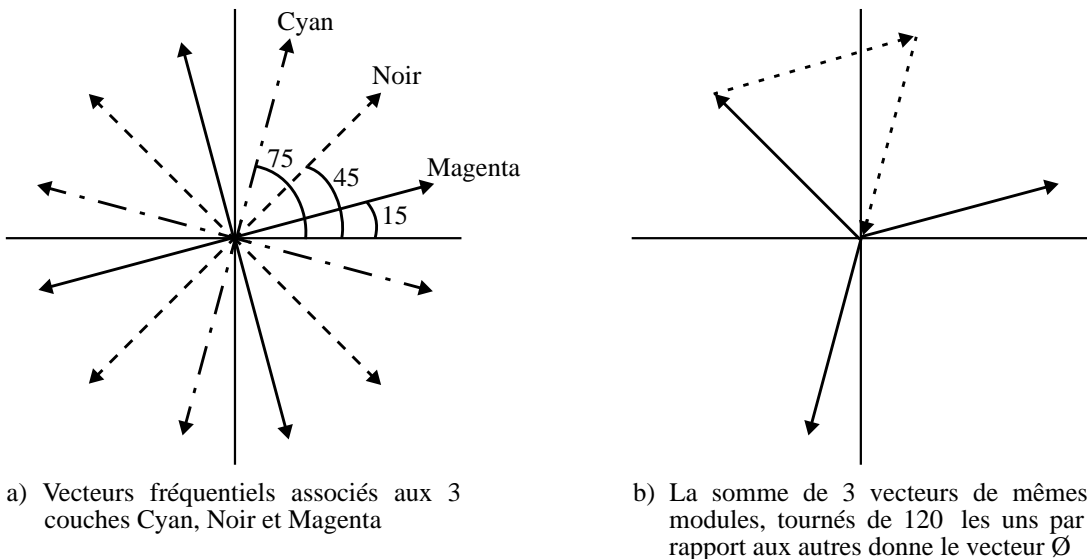
Comme indiqué à la figure 30, la position géométrique des nouvelles fréquences obtenues par convolution dans le domaine de Fourier s'obtient par addition vectorielle des fréquences associées aux couches superposées [Amidror93]. La solution fréquemment utilisée dans l'industrie graphique pour éviter les effets de moirés consiste à travailler avec des trames quadratiques de périodes identiques orientées à 15 degrés, 45 degrés et 75 degrés. On associe aux couches magenta, noir et cyan les trames d'orientations 15, 45 et 75 degrés. Pour le jaune, on adopte généralement une orientation de zéro degré, qui bien que capable d'engendrer des interférences avec les autres couches, n'engendre que des moirés peu visibles.



**Fig. 30. Convolution dans le domaine de Fourier et moirés associés**

Les fréquences associées aux couches tramées individuelles sont illustrées à la figure 31a. Ces fréquences peuvent être groupées selon les 3 trames de couleurs différentes par groupes de 3 composantes fréquentielles, tournées les uns par rapport aux autres de 120 degrés. Il est facile de vérifier qu'au sein de chaque groupe de 3 fréquences, l'addition vectorielle des 3 vecteurs donne 0, c'est à dire un moiré de fréquence zéro et de période infinie.

Des trames d'orientation et de périodes données ne peuvent être engendrées facilement. Un angle  $\alpha$  de 15 degrés par exemple, ne peut être approximé que par un élément de trame relativement grand, dont les cathètes entières  $p$  et  $q$  doivent satisfaire l'équation  $\tan \alpha = \frac{q}{p}$  (Fig. 24).



**Fig. 31. Vecteurs fréquentiels associées aux 3 couches et vecteur de fréquence zéro obtenu par addition des vecteurs associés aux 3 couches différentes (convolution)**

Cependant, un élément de trame de grande taille produit un point de trame trop grand. Il est donc nécessaire de créer une supertrame de grande taille subdivisée en trames élémentaires de tailles conventionnelles (Fig. 32). Des algorithmes de génération de points de trames à l'aide de supertrames d'orientation donnée existent [Fink92, Ostromoukhov95a, Ostromoukhov95b].

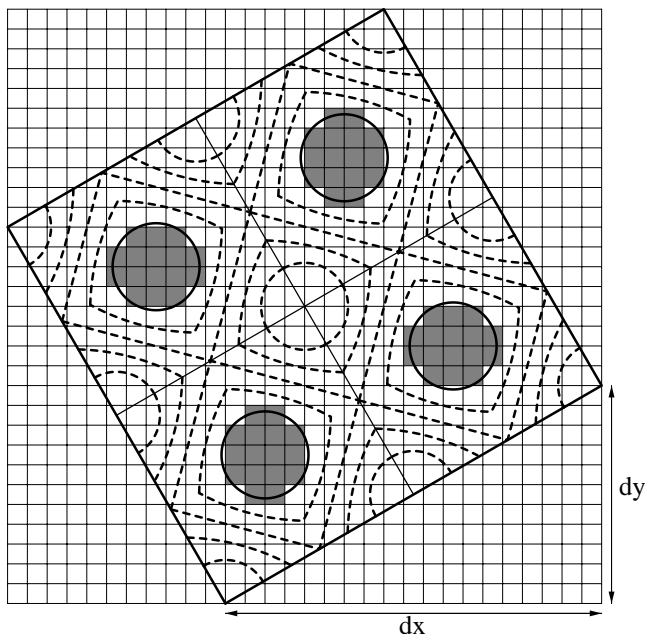


Fig. 32. Exemple de supertrame comprenant 4 éléments de trame élémentaires

## 9. Problèmes résolus

### 9.1 Problème

On cherche à obtenir une tuile de seuillage carrée produisant le plus petit point de trame centré possible capable de reproduire au moins 22 niveaux d'intensité différents. On outre, la trame doit avoir une orientation oblique afin de diminuer la perceptibilité du point de trame. Trouver un élément de trame discret ayant les propriétés désirées.

## Solution

L'élément de trame désiré est carré, donc  $s$  et  $r$  sont respectivement égaux à  $p$  et  $q$  (Fig. 24). Le tableau suivant donne des valeurs de  $p$  et  $q$  pour un nombre de cellules élémentaires de trame inférieur et supérieur à 22.

$p$	4	4	3	4	4	5	4
$q$	0	1	3	2	3	0	4
nombre de cellules élémentaires	16	17	18	20	25	25	32

La seule solution offrant un carré de trame oblique à 25 cellules de trames a pour cathètes  $p$  et  $q$  les valeurs 4 et 3. Le contour de la trame discrète correspondante est obtenu en traçant le contour de trame continu du carré (similairement au tracé de la figure 24), puis en considérant les cellules dont le centre est à l'intérieur du carré comme cellules intérieures et celles dont le centre est à l'extérieur du carré comme cellules extérieures. En traçant quelques tuiles voisines (tuiles tracées en traitillé), on s'assure que la tuile ainsi trouvée pave bien le plan (Fig. 33).

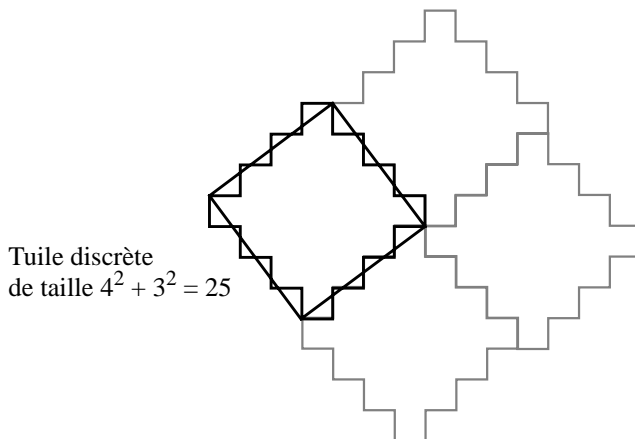


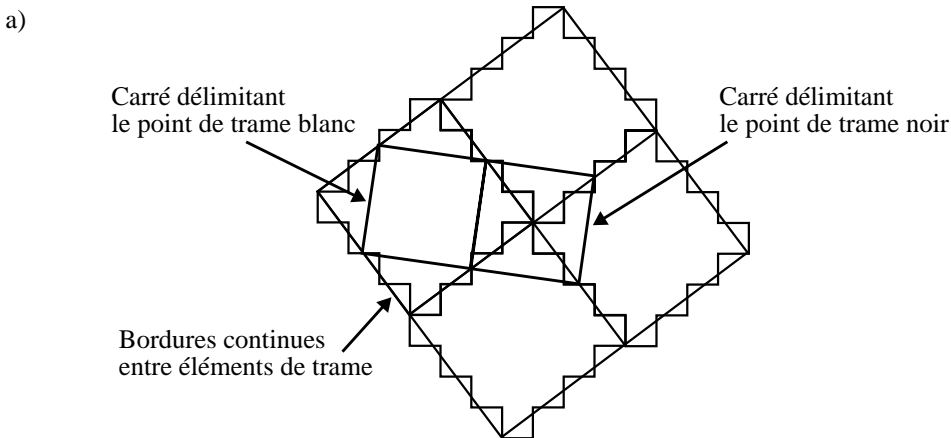
Fig. 33. Élément de trame carré à 25 cellules pavant le plan

## 9.2 Problème

Proposez pour l'élément de trame de l'exercice 9.1 une tuile de seuillage produisant un point de trame centré aussi bien dans les tons foncés que dans les tons clairs.

## Solution

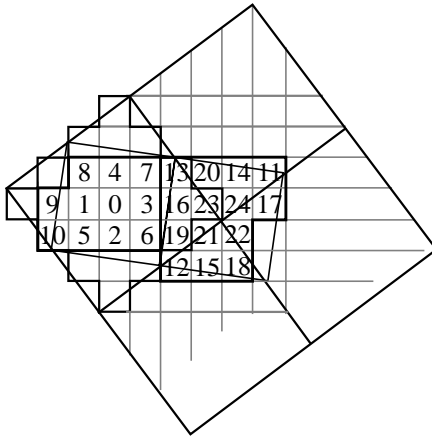
Pour créer les seuils permettant d'obtenir une tuile de seuillage ayant un point de trame centré aussi bien dans les tons clairs que foncés, on cherche, sur un ensemble de plusieurs éléments de trame connexes à délimiter le zone correspondant à la zone de croissance du point de trame blanc (intensité entre 0 et 50%) et celle correspondant à la zone de décroissance du point de trame noir (intensité entre 50% et 100%). Une solution consiste à tracer les bordures continues entre éléments de trames, à délimiter à l'intérieur d'un élément de trame le carré continu couvrant 50% de sa surface définissant la zone associée au point de trame blanc, puis à délimiter le carré connexe complémentaire à cheval sur 4 éléments de trames délimitant la zone associée au point de trame noir (Fig. 34 a). Ces deux carrés complémentaires connus, on numérote les cellules qui s'y trouvent à partir de zéro en ordre croissant pour le carré associé au point de trame blanc et à partir du numéro maximum en ordre décroissant pour le carré associé au point de trame noir (Fig. 34 b). Finalement, on recopie les seuils associés aux cellules se trouvant à l'extérieur de l'élément de trame original à l'intérieur de celui-ci, de manière à ce que les cellules correspondantes d'éléments de trame voisins aient la même valeur de seuil (Fig. 34 c).



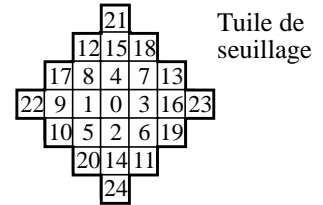
**Fig. 34. Génération des seuils par détermination des zones respectives associées au point de trame blanc et au point de trame noir**

## 9.3 Problème

b)



c)

Tuile de  
seuillage

On cherche à créer une matrice de seuillage pour supertrame horizontale composée de  $2 \times 2$  petits éléments de trame centrés de taille  $3 \times 3$ . Proposez une méthode pour créer la matrice de seuillage de taille  $6 \times 6$  qui permette de reproduire 36 niveaux de gris tout en gardant des points de trame centrés de petite taille.

### Solution

Il est possible de créer à partir d'une matrice de seuillage de taille  $3 \times 3$  une matrice de taille  $6 \times 6$  en appliquant l'algorithme de Bayer. Ceci aura pour effet de garder de petit



points de trame centrés de taille  $3 \times 3$ , dont les valeurs de seuils seront déphasées les unes par rapport aux autres (Fig. 35).

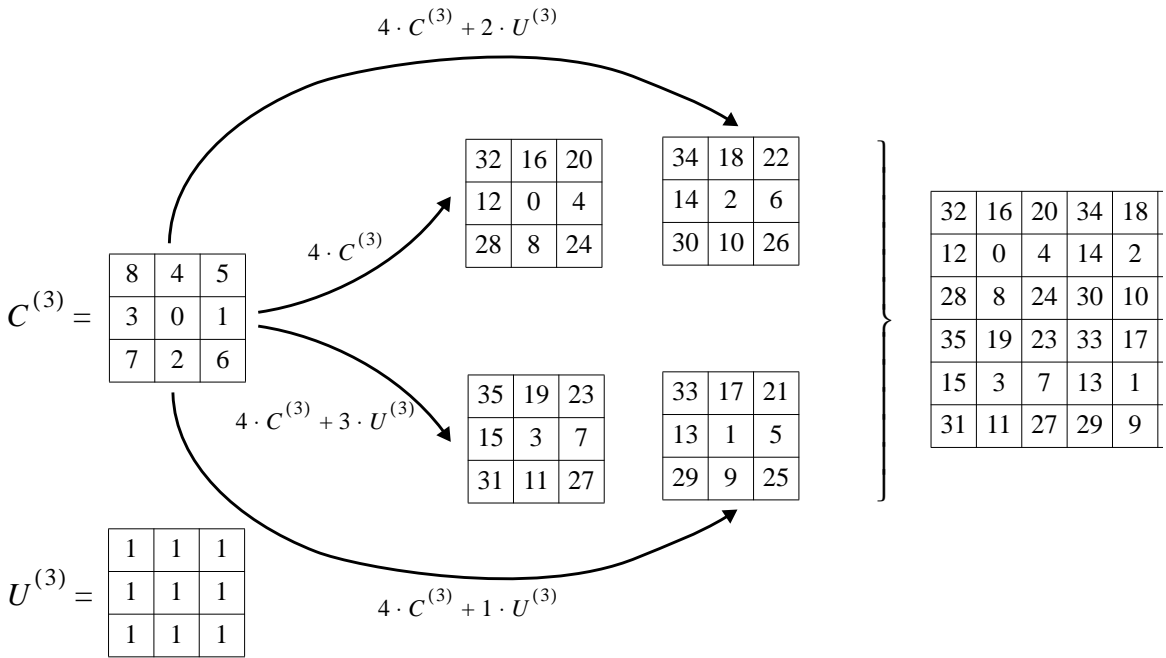


Fig. 35. Création d'une super matrice de seuillage à partir de matrices de seuillage simples

## 10. Bibliographie

[Amidror93] I. Amidror, R.D. Hersch, V. Ostromoukhov, "Spectral analysis and minimization of Moiré pattern in color separation", SPIE Journal of Electronic Imaging Vol. 3, No. 3, July 1994, 295–317.

[Bayer73] B.E. Bayer, "An Optimum Method for Two-Level Rendition of Continuous-Tone Pictures", IEEE 1973 International Conference on Communications, Vol. 1, June 1973, 26-11—26-15.

[Jones94] P. Jones, "Evolution of halftoning technology in the United States Patent Literature", Journal of Electronic Imaging, Vol. 3, No. 3, 1994, 257–275.

[Ostromoukhov94] V. Ostromoukhov, R.D. Hersch, I. Amidror, “Rotated Dispersed Dither: a New Technique for Digital Halftoning”, Proceedings of SIGGRAPH'94, ACM Computer Graphics, Annual Conference Series, 1994, 123–130.

[Ostromoukhov95a] V. Ostromoukhov, Reproduction couleur par trames irrégulières et semi-régulières, Thèse No 1330, EPFL, 1994.

[Ostromoukhov95b] V. Ostromoukhov, R.D. Hersch, Artistic Screening, Proceedings of SIGGRAPH'95, ACM Computer Graphics, Annual Conference Series, 1995.

[Ulichney87] R. Ulichney, Digital Halftoning, MIT Press, 1987.