Astérisque

RÉMI LANGEVIN

Feuilletages, énergies et cristaux liquides

Astérisque, tome 107-108 (1983), p. 201-213

<http://www.numdam.org/item?id=AST_1983__107-108__201_0>

Société Mathématique de France
Astérisque 107-108 (1983) p.201-213

FEUILLETAGES, ÉNERGIES et CRISTAUX LIQUIDES.

Rémi LANGEVIN

La géométrie riemannienne est un outil précieux de la théorie des feuilletages.

Etant donné un feuilletage $\mathcal{F}$ d'une variété V nous pouvons

1) supposer que la variété V est munie d'une métrique g et étudier les propriétés riemanniennes des feuilles du feuilletage. Cette voie empruntée par Plante, Hector etc., fournit des résultats d'autant plus intéressants qu'ils sont, si la variété est compacte, indépendants de la métrique g ;

2) construire sur V , déjà munie de la métrique g, des fonctions définies à l'aide de la géométrie riemannienne des feuilles de $\mathcal{F}$, ou du champ de plan orthogonal à $\mathcal{F}$. Cette méthode donne des résultats essentiellement lorsque V est de courbure constante.

Par ailleurs, Reinhart et Wood ont ainsi interprété métriquement l'invariant de Godbillon et Vey. (Voir [Re - Wo])

Déjà Rogers en 1912 ; puis Asimov ; Brito ; Langevin et Rosenberg ; Langevin et Levitt ont abondament exploité cette voie.

3) chercher, s'ils existent, quels sont les feuilletages qui minimisent dans leur classe d'homotopie de champ de plan, ou de conjugaison une intégrale de courbure calculée à l'aide de la géométrie des feuilles.

4) Au contraire, étant donné la variété M et le feuilletage $\mathcal{F}$ chercher s'il existe sur M une métrique donnant aux feuilles de $\mathcal{F}$ des propriétés métriques particulières. Gluck, Rummler, Sullivan, Haefliger ont donné des conditions pour qu'il existe sur V une métrique rendant les feuilles minimales. Carrière et Ghys ont classifié les feuilletages de codimension 1 tels qu'il existe une métrique qui rende les feuilles totalement géodésiques.

Je m'intéresserais, ici, aux points de vue 2) et 3). Il serait intéressant de comprendre si les points de vue 3) et 4) peuvent être liés.

I - Fonctions symétriques de courbure.

Soit $\mathcal{T}$ un champ d'hyperplan orientés sur une variété riemannienne M et X le champ de vecteur unitaire orthogonal privilégié par l'orientation de $\mathcal{T}$. Remarquons que les courbes intégrales de X forment un feuilletage de dimension 1 de M.

Lorsque M est l'espace euclidien $\mathbb{R}^3$, R.P. Rogers [Ro] a étudié la matrice de l'application DX.

Ecrivons cette matrice au point $x \in \mathbb{R}^3$ en utilisant un repère orthonormal adapté à la situation, c'est à dire tel que

$$e_1 = X(x) \quad ; \quad (e_1, e_3) \text{ base orthonormale de } \mathcal{T}(x)$$

on a :

$$D(x) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ k & \frac{\partial X_2}{\partial x_2} & \frac{\partial X_2}{\partial x_3} \\ 0 & \frac{\partial X_3}{\partial x_2} & \frac{\partial X_3}{\partial x_3} \end{pmatrix}$$

où k est la courbure de la courbe intégrale de X passant par x.

Lorsque le champ $\mathcal{T}$ est intégrable, le bloc

$$II_x = \begin{pmatrix} \frac{\partial X_2}{\partial x_2} & \frac{\partial X_2}{\partial x_3} \\ \frac{\partial X_3}{\partial x_2} & \frac{\partial X_3}{\partial x_3} \end{pmatrix} (x)$$

n'est autre que la matrice de la seconde forme fondamentale en x de la feuille passant par x du feuilletage défini par $\mathcal{T}$.

Dans ce cas, et dans ce cas seulement, la matrice II_x est symétrique.

Remarquons que nous pouvons exprimer "à l'ancienne" k, trace II_x, et $\left|\frac{\partial X_2}{\partial x_3} - \frac{\partial X_3}{\partial x_2}\right|$ qui mesure la non symétrie de II_x, en terme du nombre divergence (X) et du vecteur rotationnel (X).

On a

$$\text{divergence } (X) = \left(\frac{\partial X_1}{\partial x_1} + \frac{\partial X_2}{\partial x_2} + \frac{\partial X_3}{\partial x_3}\right)$$

$$= \text{trace } II_x$$

$$\text{rot } X = \begin{pmatrix} \frac{\partial X_1}{\partial x_3} - \frac{\partial X_3}{\partial x_2} \\ \frac{\partial X_3}{\partial x_1} - \frac{\partial X_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial X_1}{\partial x_2} - \frac{\partial X_2}{\partial x_1} \end{pmatrix}$$

d'où $|k| = |X \wedge \text{rot } X|$ et $\left|\frac{\partial X_2}{\partial x_3} - \frac{\partial X_3}{\partial x_2}\right| = |X.\ \text{rot } X|$ (terme de non-intégrabilité)

nous retrouverons plus loin ces trois termes.

Plus généralement, lorsque $\mathcal{P}$ est un champ d'hyperplan transversalement orienté sur la variété riemannienne M, définissons la seconde forme fondamentale de $\mathcal{P}$ à l'aide du champ unitaire N normal à $\mathcal{P}$.

$$II_x(X,Y) = \langle \nabla_X N, Y\rangle (x)$$

(X et Y sont des vecteurs de $\mathcal{P}$).

<u>Remarque 1</u> : En calculant la matrice de l'application $W : X \to \nabla_X N$ dans un repère "de Frenet" $e_1 = N$, $e_2 = \frac{\nabla_N N}{\|\nabla_N N\|}$, $e_3 \ldots e_{n+1} \in \mathcal{P}$, on obtient en plus une information sur les orbites du champ N car

$$W = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ k & & \\ 0 & & II_x \\ 0 & & \end{pmatrix} \quad \text{où } k = \|\nabla_N N\|$$

(si $\nabla_N N = 0$ n'importe quel repère $e_2 \ldots e_{n+1}$ de $\mathcal{P}$ convient).

Remarque 2 : B.L. Reinhart [Re] comme Rogers s'intéresse à la symetrisée de la forme II_x ; bien sûr la symétrie en tout point de II_x est équivalente à l'intégrabilité du champ $\mathcal{P}$.

Remarque 3 : [Re] Le champ de plan $\mathcal{P}$ sera dit totalement géodésique si toute géodésique tangente en un point x à $\mathcal{P}$ est une courbe intégrale de $\mathcal{P}$. Reinhardt démontre que $\mathcal{P}$ est totalement géodésique si et seulement si la symétrisée de la seconde forme fondamentale de $\mathcal{P}$ est identiquement nulle.

Remarque 4 : En suivant pas à pas la démonstration donnée par Do Carmo du fait qu'une surface développable admet des génératrices en ses points non plats on peut démontrer la proposition suivante :

Proposition : Soit $\mathcal{P}$ un champ d'hyperplan de $\mathbb{R}^{n+1}$ dont la courbure de Gauss $K(x) = \det II(x)$ est identiquement nulle. Soit x un point tel que trace $II_x \neq 0$; il existe une droite D_x passant par x tel que au voisinage de x le champ $\mathcal{P}$ est constant le long de D_x.

(Cette proposition était sans doute connue des anciens, je souhaiterais recevoir une référence, de préférence datant de plus de 50 ans).

Définissons les fonctions symétriques de courbure de $\mathcal{P}$, $(\sigma_i^+(x)$, par :

$$\det(Id + t\, II_x) = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} \sigma_i^{+}(x)\, t^i$$

Théorème : [BLR] Lorsque la variété M^n est compacte et de courbure constante C, les intégrales $\int_{M^n} \sigma_i^{+}(x)$ ne dépendent pas du champ d'hyperplan $\mathcal{P}$, plus précisément

$$\int_{M^n} \sigma_i^{+}(x) = C^{i/2} \binom{n/2}{i/2} \operatorname{vol} M^n \quad \text{si i est pair}$$
$$= 0 \quad \text{si i est impair}$$

(remarquons que si n est pair et que M^n admet un champ d'hyperplan orientés on a $\chi(M^n) = 0$ et donc $C = 0$).

Ce résultat s'étend partiellement à des feuilletages singuliers lorsque la codimension du lieu singulier est assez basse (Un champ singulier est un champ $\mathcal{T}$ défini sur $(M^n - \Sigma)$ où Σ est un sous-ensemble raisonnable de M^n par exemple un ensemble stratifié dont les strates de dimensions maximales sont de dimension au plus (n-2)).

<u>Théorème</u> : Soit $\mathcal{T}$ un champ d'hyperplan sur la variété compacte de courbure constante M^n. Si la codimension du lieu singulier est supérieure ou égale à i on a

$$\int_{M^n} \sigma_i^+(x) = C^{i/2} \binom{n/2}{i/2} \operatorname{Vol} M^n \quad \text{si } i \text{ est pair} \qquad \text{(C courbure sectionnelle de M)}$$
$$= 0 \quad \text{si } i \text{ est impair}$$

dès que l'intégrale

$$\int_{M^n} |\sigma_i^+(x)| \quad \text{est convergente.}$$

Des résultats partiels complémentaires impliquant le lieu singulier sont donnés dans $[La_1]$ et [LS] .

Ces premiers résultats sont un peu décevants car ils ne dépendent pas de la géométrie du champ $\mathcal{T}$, ni même de son intégrabilité. Retenons cependant que les feuilletages de codimension 1 des variétés de courbure constante vérifient une famille de théorèmes analogues au théorème de Gauss-Bonnet vérifié par les hypersurfaces de dimension paire de l'espace Euclidien. De même que l'intégrale

$$\int_V K(x)\, dx = C^{te} \chi(V)$$

de la courbure de Gauss de V ne dépend pas du plongement $V^n \hookrightarrow \mathbb{R}^{n+1}$, mais seulement de la topologie de V, les intégrales de courbure associés au feuilletage $\mathcal{F}$ ($\mathcal{F}$ et M orientés si la fonction symétrique de courbure considérée est σ_1) ne dépendent pas de $\mathcal{F}$ quand la courbure de M est constante.

L'intégrale $\int_V |K(x)|\, dx$ du module de la courbure de Gauss d'une surface de $\mathbb{R}^3$ contient beaucoup d'informations sur la géométrie du plongement $V^2 \hookrightarrow \mathbb{R}^3$, en particulier lorsque cette intégrale atteint la valeur minimale :

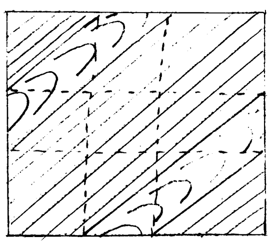
$$m(V) = \min \int_V |K(x)| \quad \text{(V de topologie donnée).}$$

Le même type de résultat est vérifié par les feuilletages des surfaces.

Théorème : Soit $\mathbb{F}$ une classe d'homotopie de champ de direction sur le tore $T^2 = \mathbb{R}^2/\mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}$ (munie de la métrique plate venant de la métrique euclidienne de $\mathbb{R}^2$). Les feuilletages tendus, c'est à dire minimisant l'intégrale $\int_{T^2} |\sigma_1(x)|\, dx$ dans la classe d'homotopie $\mathbb{F}$ sont :

1°) les feuilletages linéaires ;

2°) ceux obtenus d'un feuilletage linéaire dont les feuilles sont de pente rationnelle en ajoutant un nombre fini de composantes de Reeb à l'intérieur desquelles le signe de la courbure géodésique est constant



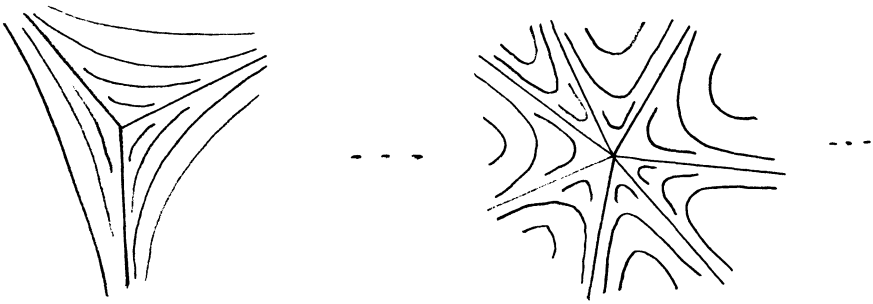
Remarque : Dans le revêtement universel $p : \mathbb{R}^2 \to T^2$ toutes les feuilles du feuilletage $p^{-1}(\mathcal{F})$ sont convexes (c'est à dire le bord d'un convexe de $\mathbb{R}^2$).

Démonstration : voir [La_1] ou [La_2] .

Théorème : Soit $\mathcal{F}$ un feuilletage d'une surface fermée de courbure constante (-1) n'ayant comme singularités que des points de selle. Alors :

$$\int_S |k(x)| \geq (6 \log 2 - 3 \log 3)\, |\chi(S)|,$$ (où k est la courbure des feuilles).

Remarque : Les singularités de type selle sont



Démonstration : voir [La - Le]

Les feuilletages minimisant l'intégrale $\int_S |k(x)|\,dx$ sont aussi décrits dans [La-Le] .

II - Energies.

a) Feuilletages des Surfaces.

Soit encore S une surface fermée de courbure constante C. Il est naturel de chercher à étudier l'intégrale $\int_S (k_1^2(x) + k_2^2(x))dx$, où k_1 et k_2 sont les courbures géodésiques de $\mathcal{F}$ et $\mathcal{F}^{\perp}$, plus semblable à une énergie que l'intégrale $\int_S |k(x)|dx$.

Se donner un feuilletage transversalement orientable $\mathcal{F}$ sur le tore plat est équivalent à se donner une fonction $\theta : T^2 \to S^1$. La fonction $\theta(x)$ est l'angle que fait la feuille orientée passant par x et l'horizontale La norme $k_1^2(x) + k_2^2(x)$ est l'énergie $e(\theta)(x)$ de la fonction θ définie par Eells et Samson [Ee -Sa] . Ceci implique que les applications θ minimisant l'intégrale

$$E(\theta) = \int_{T^2} [k_1^1(x) + k_2^2(x)]dx$$

dans leur classe d'homotopie sont harmoniques, c'est à dire ici linéaires.

(quotient de fonctions $\tilde{\theta} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ de la forme :

$$\tilde{\theta}(x,y) = ax + by \qquad , a,b \in \mathbb{Z}).$$

Nous avons démontré la :

Proposition : Les feuilletages du tore plat $T^2 = \mathbb{R}^2 / \mathbb{Z}^2$ qui minimisent dans leur classe d'homotopie l'intégrale $E(\mathcal{F},\mathcal{F}^\perp) = \int_{T^2} k_1^2 + k_2^2$ sont repérés par un angle $\theta(x) =$ (angle $\mathcal{F}$, horizontale), fonction linéaire sur T^2.

E. Ghys m'a fait remarquer que la même question pourrait être posée à l'intérieur d'une classe de conjugaison de feuilletages.

Pour un feuilletage de T^2 suspension d'un difféomorphisme de S^1 différent de l'identité ayant des points fixes . E. Ghys conjecture qu'il n'existe pas de représentant minimisant $E(\mathcal{F},\mathcal{F}^\perp)$.

Il serait intéressant de définir plus généralement l'énergie d'un feuilletage d'une variété riemannienne.

Questions : Peut-on définir,à l'aide d'un atlas adapté au feuilletage, une notion d'énergie, qui si f est transversalement orienté et de codimension 1 coïncide avec l'énergie de la section du fibré tangent (unitaire ?) à M défini par le vecteur normal à $\mathcal{F}$?

Déjà, si $\mathcal{F}$ est donné par les fibres d'une submersion riemanniennes l'énergie définie par Eells et Sampson répond à la question.

Un premier pas , pour généraliser cette construction, est la note de Kamber et Tondeur $[\text{Ka - To}]_1$.

Rappel : Un feuilletage riemannien ("bundle-like") est un feuilletage d'une variété riemannienne M tel que l'on puisse munir toute sous variété transverse au feuilletage d'une métrique riemannienne de sorte que

1) les difféomorphismes d'holonomie soient des isométries.

2) les submersions de carte $U_i \to T_i$ soient des submersions riemanniennes.

(U_i un ouvert distingué et T_i une transversale de U_i muni de la métrique transverse invariante)

De même que l'on peut définir une submersion riemannienne harmonique, un feuilletage riemannien sera dit harmonique si toutes les submersions des cartes U_i sur les transversales T_i munies de la métrique satisfaisant (1) et (2) sont des applications harmoniques.

Soit Q le fibré normal au feuilletage. La projection π orthogonale $T_x M \to Q_x$ (Q_x est l'espace normal en x à la feuille de $\mathcal{F}$ passant par x) peut être vue comme une forme sur M à valeurs dans Q. Un produit scalaire peut être défini sur cet espace de formes. cf [Ka-To]$_1$, [Ka-To]$_2$.

On pose :

$$E(\mathcal{F}) = \frac{1}{2} \|\pi\|^2 .$$

Proposition :[Ka-To]$_1$,[Ka,To]$_2$. Les trois conditions suivantes sont équivalentes pour un feuilletage riemannien $\mathcal{F}$ d'une variété M compacte

1) $\mathcal{F}$ est un point critique de $E(\mathcal{F})$
2) $\mathcal{F}$ est harmonique
3) les feuilles de $\mathcal{F}$ sont des sous variétés minimales de M.

Intégrales de courbure et sections.

Définissons la coupe d'un champ de vecteur sur $\mathbb{R}^3$ par un plan affine H comme le champ suivant sur H.

$$X|_H (x) = p_H X(x)$$

où p_H est la projection orthogonale sur H et x un point de H.

Observation : La trace de $\mathcal{J} = X^{\perp}$ sur le plan H est un champ de ligne orthogonal à la coupe de X par H.

Démonstration : Il suffit d'appliquer le théorème des trois perpendiculaires

La trace de $\mathcal{J}$ sur H est orientée transversalement par la projection du vecteur X. Notons k_g la courbure géodésique des feuilles du feuilletage défini par $\mathcal{J}$.

Théorème $[La_2]$: Si W est un ouvert de $\mathbb{R}^3$ muni d'un champ de plan $\mathcal{P}$, on a:

$$\int_{A_{3,2}} \int_{H \cap W} k_g = \int_W \sigma_1 ,$$

où $A_{3,2}$ est l'espace des plans affines de $\mathbb{R}^3$.

De plus, l'intégrale $\int_W \sigma_1 = \int_W \operatorname{div} X$ ne dépend que des conditions du bord. En particulier, si $\mathcal{P}$ est périodique et si W est un domaine fondamental, on a $\int_{W_3} \sigma_1 = 0$ puisque P est dans ce cas le relevé d'un champ de plan du tore T^3.

L'observation physique d'un cristal liquide décrit par le champ X ne fournit pas le signe de k_g. Bien que l'on puisse aussi ($[La_1]$) interpréter l'intégrale $\int_{A_{3,2}} \int_{H \cap W} |k_g|$, cherchons plutôt à interpréter l'intégrale :

$$\int_{A_{3,2}} \int_{H \cap W} k_g^2$$

plus semblable à une énergie.

Malheureusement, pour un champ de plan général $\mathcal{P}$, il existe un ensemble de mesure non nulle de plan affines H tel que la trace de $\mathcal{P}$ sur H admette des singularités. Ceci implique que l'intégrale

$$I = \int_{A_{3,2}} \int_{H \cap W} k_g^2$$

diverge , puisque c'est le cas de l'intégrale $\int_{H \cap W} k_g^2$ dès que le feuilletage trace de $\mathcal{P}$ admet une singularité quadratique.

Il serait intéressant de trouver une relation entre les intégrales :

$$I_M = \int_W \sigma_1^2 \quad ; \qquad I_P = \int_W |T.\operatorname{rot} T|^2$$

et une intégrale convergente obtenue à partir de I.

Nous pouvons espérer une telle relation si le champ $\mathcal{P}$ est de courbure de Gauss nulle puisque, alors l'ensemble des plans de $\mathcal{P}$ est de mesure nulle dans $A_{3,2}$, ce qui implique que presque tout H coupe $\mathcal{P}$ en un feuilletage sans point singulier.

Un exemple d'un tel champ est le suivant : $X = \begin{pmatrix} \sin \alpha \\ \cos \alpha \\ 0 \end{pmatrix}$

pour lequel $\qquad DX = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

où $|\alpha| = \frac{\partial X}{\partial z}$, z étant l'axe de vissage de la structure.

Si X_α est tel que $\alpha(z) = Cte = \alpha$, le champ de plan $\mathcal{P}$ a pour trace sur H un feuilletage $\mathcal{F}_{\mathcal{P}}$ dont les feuilles sont convexes (ce feuilletage est revêtement d'un feuilletage tendu cf $[La]_2$).

L'énergie libre d'un cristal liquide cholestérique est de la forme :

$$A\ |\mathrm{dim}\ X|^2 + B\ |X.\ \mathrm{rot}\ X - \alpha|^2 + C\ |\ X_1\ \mathrm{rot}\ X\ |^2$$

Le champ X_α construit plus haut correspond à une configuration d'énergie libre nulle. Il est effectivement observé comme état d'équilibre ; α est alors la période verticale du champ X_α cf. [C.P.K] ,[De Ge]

Les observations faites par Cladis, Kleman et Pieranski [C-L-P] mettent probablement en évidence la coupe du champ X, qui comme nous l'avons remarqué est orthogonale à la trace de $\mathcal{P}$ et donc aussi revêtement d'un feuilletage tendu de T^2.

BIBLIOGRAPHIE.

[A] D. ASIMOV, Average Gaussian curvature of leaves of foliations, Bull. of the Amer. Soc. Vol. 48 N° 1 - Janvier 1978,p.131-133.

[B.L.R.] F. BRITO, R. LANGEVIN, H. ROSENBERG, Intégrales de courbure sur une variété feuilletée , note C.R. Acad. Sc., série A, octobre 1977, p. 533-536.

[C.K.P.] P. CLADIS, M. KLEMAN, P. PIERANSKI, note C.R. Acad. Sc., série B, 1971, N° 273 p. 275.

$[\text{Ee-Sa}]_1$ EELLS & SAMPSON , Harmonic mappings of riemannien manifolds, Amer. Journal of Math. (86) 1964.

$[\text{Ee-Sa}]_2$ EELLS & SAMPSON , Variational theory in Fibre bundles , Proc, US-Japan , seminar of Differential geometry, Kyoto(1965) p.61-69.

[De Ge] P.G. DE GENNES, liquid cristals, Clarendon press, Oxford University press, 1974.

$[\text{Ka-To}]_1$ F.W. KAMBER & P. TONDEUR, Feuilletages harmoniques , note C.R. Acad.Sc. Paris t. 291 (13 Octobre 1980), série A p. 409-411.

$[\text{Ka-To}]_2$ F.W. KAMBER & P. TONDEUR, Infinitesimal automorphisms and second variation of the energy for harmonic foliations. preprint

$[\text{La}_1]$ R. LANGEVIN, Thèse, publication mathématiques d'Orsay n° 431

$[\text{La}_2]$ R. LANGEVIN, feuilletages tendus, Bulletin de la société mathématique de France N°107 (1979) p. 271-281.

[La-Le] R. LANGEVIN & G. LEVITT, Courbure totale des feuilletages des surfaces. Commentarii mathematici Helvetici. 57 (1982) p. 175-195

[L-S] R. LANGEVIN & T. SHIFRIN, Polar varieties. American Journal of mathematics Vol. 104 N° 3 p. 553-605

[Re] B.L. REINHART, The second fundamental form of a plane field. Journal of differential geometry, vol. 12 (1977) p. 619-627.

[Re-Wo] B.L. REINHART & J.W. WOOD, A metric formule for the Godbillon-Vey invariant for foliations. Proc. of the Amer Math. Soc. Vol. 38 (1973) p. 427-430.

[Ro] R.P. ROGERS, Some differential properties of the orthogonal trajectories of a convergence of curves, with an application to curl and divergence of vectors. Proceding of the Royal Irish Academy vol. 29. Sect. A , N° 6 (1932)

BIBLIOGRAPHIE COMPLÉMENTAIRE (Textes en rapport avec l'introduction)

[Ca - Gh] Y. CARRIERE & E. GHYS, Feuilletages totalement géodésique. à paraitre dans Anais Brasileiras de Ciencias.

[Gh] E. GHYS, Classification des feuilletages totalement géodésiques de codimension 1. Publ. IRMA, Lille , Vol.4 , fasc.1 N° 9 (1982).

[Gl] H. GLUCK, Can space be filled by geodesics , and if so, how Lettre ; à paraitre ?

[He] G. HECTOR, Croissance des feuilletages presque sans holonomie , Springer Lecture notes N° 652, School of topology P.U.C. Rio de Janeiro (1976)

[Ha] A. HAEFLIGER, Some remarks on foliations with minimal leaves , Journal differential geometry 15 , p. 269-284 (1980)

[Mo-Pe] R. MOUSSU & F. PELLETIER, Sur le théorème de Poincaré Bendixon. Annales de l'Institut Fourier - t. 24, fasc. 1, (1974) p. 131-148

[Pl] J.F. PLANTE, Foliations with measure preserving holonomy. Annals of Math. 102 , (1975) p. 327-361

[Ru] H. RUMMLER, Quelques notions simples en géométrie riemannienne et leurs applications aux feuilletages compacts , Commentarii Mathematici Helvetici , 54, (1979) p. 224-239.

[Su] D. SULLIVAN, A homological characterisation of foliations consisting of minimal surfaces. Commentarii Mathematici Helvetici 54 (1979) p. 218-223.

Université de Dijon
Faculté des Sciences - Mirande
Département de Mathématiques
B.P. 138

21004 DIJON CEDEX