

# *Astérisque*

**B. MAUREY**

**Le séminaire rouge**

*Astérisque*, tome 131 (1985), p. 35-40

[http://www.numdam.org/item?id=AST\\_1985\\_\\_131\\_\\_35\\_0](http://www.numdam.org/item?id=AST_1985__131__35_0)

© Société mathématique de France, 1985, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la collection « Astérisque » (<http://smf4.emath.fr/Publications/Asterisque/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

## LE SÉMINAIRE ROUGE

B. MAUREY

Mesdames, Messieurs, mon cher Schwartz,

il y a deux mois environ, un membre du Comité d'Organisation m'a téléphoné et m'a dit : "Tu vois, le premier jour, on voudrait avoir plusieurs conférences qui évoquent bien sûr l'influence scientifique de Schwartz et aussi son action internationale pour la Défense des Droits de l'Homme ; tout ça évidemment est très important, mais il faudrait aussi quelque chose de plus terre à terre, qui évoque son attitude dans la vie courante et qui montre un peu ses rapports avec les gens ordinaires, quoi, alors on a pensé à toi ..." Bien sûr j'ai hésité, prétextant que peut-être je n'étais pas le plus qualifié pour ce travail, mais enfin je suis là.

En 1966 je suis entré à l'Ecole Polytechnique et, à cette époque-là, il y avait encore deux grandes chaires de mathématiques, occupées par Gustave Choquet et Laurent Schwartz. A cette époque-là d'ailleurs, les chaires étaient des choses imposantes et majestueuses ; leurs titulaires avaient leur nom gravé dans l'amphi Poincaré et n'étaient pas censés s'en aller avant des années et des années ; aussi fallait-il les préserver, ne pas trop les fatiguer -et ils faisaient leur cours une année sur deux, en alternance. L'année où je suis entré à l'Ecole Polytechnique, c'était l'année de Gustave Choquet, et c'est lui qui m'a le premier donné le goût des mathématiques. Mais pour la partie du cours portant sur le calcul différentiel et la théorie des distributions, Choquet se servait du texte écrit par Schwartz, et le premier contact que j'ai eu avec Schwartz, c'est par l'intermédiaire de ce cours écrit ; c'était une énorme pile de feuillets qui n'étaient pas reliés, et qui ont été publiés par la suite chez Hermann ; vous savez, c'est le fameux cours d'Analyse de l'Ecole Polytechnique, le seul cours qu'on peut confondre de loin avec

l'annuaire téléphonique de la ville de Paris. J'ai été ainsi introduit à l'un des principes fondamentaux que des mauvaises langues pourraient attribuer au maître : "Pourquoi s'évertuer à faire court, quand il (m)'est si facile d'écrire deux tomes" !

La deuxième année à l'X, c'était le moment de choisir une voie de sortie. Depuis quelques années existait la possibilité de sortir dans la recherche, en mathématiques en particulier. Pour la plupart de ces voies de sortie, des gens venaient faire des exposés aux élèves pour leur expliquer ce qui se passait dans les Eaux et Forêts, les Ponts et Chaussées, les Mines, l'Armement, etc., et dans la Recherche. Schwartz était donc venu nous faire un laïus pour nous expliquer un peu comment se passent la recherche et la découverte en mathématiques. Pour nous montrer le rôle du hasard ou des circonstances fortuites dans la découverte mathématique, il nous avait raconté comment il avait trouvé le théorème du graphe borélien : faisant une série de conférences dans un pays étranger, il avait rassemblé un grand nombre d'éléments sur la théorie de l'intégration, les e.v.t., les espaces sous-liniens, etc. Et c'est en rapprochant deux des éléments qu'il avait ainsi préparés que lui vint soudain l'idée du fameux théorème. Nous qui n'avions qu'une idée vraiment très floue de l'œuvre de Suslin n'en fûmes pas moins vivement impressionnés ! Imaginez des jeunes de 18 ans pouvant raconter le lendemain à leurs copains de flipper :

- Tu sais, j'ai vu Schwartz hier, il m'a expliqué comment il a démontré le théorème du graphe borélien ...

- Ah la vache, c'est vachement chouette ...

Plaisanterie à part, c'est une caractéristique importante du comportement de Schwartz que d'essayer de faire entrer rapidement les étudiants dans la confiance, plutôt que de déclarer : "Mon jeune ami, ces choses-là sont bien délicates, et il faudrait bien que vous ayez lu tout Dunford-Schwartz avant que nous en discussions plus avant."

Un peu plus tard cette année-là est arrivé le mois de Mai (68). Il y avait un peu d'effervescence çà et là, et à cette occasion un petit groupe d'élèves de l'Ecole Polytechnique s'était proposé d'introduire quelques changements dans l'enseignement à l'Ecole. Les cours étaient très stricts, très rigides, il n'y avait aucun système d'options diversifiées. Un petit comité de "fanas" avait donc décidé d'instituer un système d'options "sauvages". On se réunissait à une dizaine dans une petite pièce et là nos deux professeurs, Choquet et Schwartz, venaient très simplement discuter avec nous d'égal à égal, vous voyez, de l'avenir des sciences en général et des mathématiques en particulier à l'Ecole Polytechnique. C'est comme ça qu'ont été organisées les premières options à l'Ecole Polytechnique. Je me rappelle qu'il y a eu, pour les mathématiques, un cours de Théorie des Nombres de J.P. Serre, un cours de Probabilités de Neveu et un cours de Logique de J.L. Krivine. Aucun des trois

n'était à l'époque professeur à l'X. L'un de ces trois mathématiciens, qui se refusait à laisser sa carte d'identité au planton à la porte de l'Ecole, entraît par les chemins détournés que connaissaient les élèves, en d'autres termes, il "faisait le mur" pour venir donner ses cours !

A la même époque, j'ai commencé à repérer le Centre de Mathématiques, qui avait été créé relativement peu de temps avant (en Mai 1965 je crois). J'aimerais citer le premier rapport d'activité, celui de 1966 :

"Laboratoire de Mathématiques du Professeur Schwartz.

Le Laboratoire de Mathématiques vient seulement d'être créé. Il n'est pas complètement aménagé. Il n'a donc pas de production scientifique à son actif. Toutefois les jeunes mathématiciens qui y travaillent ont rédigé de nombreux cours donnés à la Faculté des Sciences, etc."

Et c'est le seul rapport du Centre qui a pu tenir sur une seule page.

Tout cela se passait bien sûr dans la Vieille Ecole, sur la Montagne Sainte Geneviève. Je ne sais pas si vous êtes jamais allé là-bas, mais c'était un lieu bizarre où on ne pouvait jamais se rendre d'un endroit à un autre en restant à une altitude constante. Il y avait toujours des demi-étages, des quart-d'étages.

On accédait donc au Centre de Mathématiques en empruntant, jusqu'au premier demi-étage, un grand escalier menant aux dortoirs des élèves, puis en redescendant trois ou quatre marches. On se trouvait alors à la porte du Centre de Mathématiques, et à côté de celle-ci, un tableau d'affichage illuminé jusqu'à des heures tardives attirait l'attention de nombreux élèves rentrant se coucher après une dure soirée passée à étudier le Quartier Latin. On y voyait des titres de séminaires, comme par exemple "L'homomorphisme de de Rham en cohomologie à valeurs dans un faisceau" -et là les élèves restaient fascinés- ils pouvaient à peine parler et c'est tout juste s'ils faisaient un geste comme ça (l'index pointé sur la tempe).

C'est ainsi qu'à ma sortie de l'X, je suis entré au Centre de Mathématiques. En 1968, il y avait déjà deux équipes au Centre qui étaient bien lancées : une en topologie différentielle qui travaillait surtout avec Harold Rosenberg à Orsay et une équipe de géométrie algébrique qui était en rapport avec Hironaka. Curieusement il n'y avait pas d'équipe travaillant avec Schwartz au Centre, et c'est à l'Université que j'ai vraiment rencontré Schwartz pour la première fois. En 1968-69, il donnait un cours de 3ème cycle à l'I.H.P. sur les espaces sousliniens, les mesures de Radon sur les espaces topologiques et les désintégrations de mesures. Il y avait un public nombreux d'une cinquantaine de personnes qui embouteillait les couloirs en attendant le début du cours. Quand Schwartz m'a croisé en arrivant, il m'a adressé un large sourire. Je me suis dit "il se rappelle que nous avons réformé l'Ecole Polytechnique l'année dernière". En fait, je me suis aperçu un peu plus tard qu'il m'avait confondu avec un de mes camarades, mais après tout, il vaut mieux

être accueilli chaleureusement par quelqu'un qui vous prend pour un autre, hein, que d'être ignoré par quelqu'un qui vous reconnaît parfaitement ...

A partir de l'année suivante, c'était en 69, Schwartz s'est consacré à Polytechnique et a quitté l'Université pour une dizaine d'années. C'est l'année où il a organisé un séminaire sur les applications radonifiantes. C'est un séminaire qu'on peut trouver dans toutes les bonnes bibliothèques, et que nous appelons "séminaire rouge" pour la raison décevante et banale que sa couverture est rouge. Les séances du séminaire avaient lieu dans l'amphi Arago de l'ancienne Ecole. C'était un amphi très antique avec des bancs de bois très foncés comme vous avez peut-être connu dans votre enfance à l'école primaire. Il ne servait plus guère que pour les spectacles organisés par les élèves, et était pourvu à cet effet d'une scène très surélevée. Ce premier séminaire Schwartz à l'X a attiré beaucoup de monde et a été très animé, il y a même eu deux blessés je me rappelle ! -il faut dire que deux personnes sont tombées de la scène et l'une d'elles s'est cassé le bras. A partir de ce moment-là on a ceinturé la scène de piquets et de cordes et ça ressemblait beaucoup à un ring de boxe. Il fallait voir Schwartz, les manches retroussées, la cravate enlevée, s'y battre avec un théorème du graphe fermé particulièrement vicieux, applicable à des espaces non localement convexes, pas vraiment complets, à peine vectoriels !

J'ai choisi d'insister sur ce séminaire rouge pour plusieurs raisons. Tout d'abord, il a été le premier séminaire mathématique se tenant à l'Ecole Polytechnique et largement ouvert au public extérieur. C'est, je crois, l'une des premières occasions où l'Ecole Polytechnique est devenue un lieu de l'activité mathématique à Paris. Par la suite, le séminaire rouge a eu comme successeur le séminaire Goulaouic-Schwartz, intitulé au départ "Equations aux Dérivées Partielles et Analyse Fonctionnelle", qui s'est ensuite rapidement tourné vers les E.D.P. ; la liste des conférenciers du séminaire Goulaouic-Schwartz est tout à fait impressionnante. Je crois qu'on y a vu défiler tous les grands noms des E.D.P.. Un autre point important sur le séminaire rouge est que ce séminaire était construit autour d'un thème principal et abordait chaque question à un niveau assez élémentaire. C'était donc une excellente initiation pour de jeunes chercheurs qui pouvaient y trouver un ensemble assez cohérent de techniques qui leur permettraient par la suite d'avancer dans des directions diverses. Le thème central de ce séminaire était bien sûr la notion d'application radonifiante, ce qui ramenait d'une part aux thèmes de théorie de la mesure et de probabilité du cours de 3ème cycle de Schwartz en 68-69, mais apportait aussi les processus gaussiens et le point de vue des espaces de Wiener abstraits avec les travaux de Fernique, Dudley, Sudakov, etc. Un troisième thème s'est mêlé à ces deux premiers, celui d'application  $p$ -sommante, étudié principalement par Pietsch, qui prolongeait certains travaux de Grothendieck sur les applications linéaires entre espaces de Banach. Ce troisième thème a petit à petit conduit à la

géométrie des espaces de Banach. Ce sont des thèmes qui ont constitué une grande partie du "fonds commun" de l'équipe d'Analyse Fonctionnelle qui s'est installée au Centre pendant la dizaine d'années qui a suivi.

La période qui a suivi le séminaire rouge a été celle où les membres du Centre ont le plus bénéficié de la présence de Schwartz. En premier lieu, bien sûr, ceux qui travaillaient dans la direction lancée par le séminaire rouge, mais aussi tous les membres du Centre de Mathématiques qui pouvaient avoir besoin d'un spécialiste d'Analyse dans le sens le plus large. Je me rappelle que Michel Herman venait souvent me poser des questions impossibles sur des limites inductives d'espaces de Fréchet, des choses épouvantables -je répondais invariablement après avoir fait semblant de réfléchir une minute : "Moi je n'en sais vraiment rien, mais tu vas voir Schwartz et il va sûrement te régler ça tout de suite", et effectivement Herman allait trouver Schwartz. Le Centre était assez petit à l'époque, six ou sept pièces dont certaines étaient des sortes de "salle commune de recherche" comptant cinq ou six chercheurs. Schwartz venait tous les jours à son bureau et s'arrêtait en passant dans l'une ou l'autre pièce pour se faire raconter ce que nous faisons, et aussi raconter ce que lui était en train de faire. Je crois que c'était un peu l'esprit du Centre -c'est-à-dire un espèce de communication immédiate, directe, sur les choses qui étaient en train de se faire- je ne sais pas si on a réussi à perpétuer cette chose-là, je crois que c'était une idée essentielle pour lancer de jeunes chercheurs, pour leur donner l'occasion de s'accrocher en marche.

Par ailleurs, le Centre de Mathématiques était une société très égalitaire. Il y avait finalement tout le monde sur le même pied ; enfin tout le monde à part Schwartz, c'est-à-dire, il y avait tous les chercheurs et Schwartz. Le Centre était géré très démocratiquement : on se réunissait pour prendre les décisions en commun, ou au moins pour les discuter et ensuite le directeur prenait la décision, à la satisfaction quasi-générale !

Les héritiers du séminaire rouge se sont tournés de plus en plus vers la géométrie des espaces de Banach. Mais les gens qui ont été formés à cette école du séminaire rouge ont gardé, je crois, une ouverture d'esprit un peu plus grande sur les techniques topologiques et probabilistes. En particulier, Pisier a obtenu des résultats très importants sur les ensembles de Sidon, qui à mon avis, sont vraiment dans l'esprit de cette école, en faisant le lien entre les techniques de dualité entre opérateurs d'un côté, et d'un autre les techniques des processus gaussiens, et en appliquant tout ça à des problèmes qui sortent, si possible, de la pure géométrie des espaces de Banach, en l'occurrence en analyse harmonique.

L'équipe d'Analyse Fonctionnelle a organisé pendant plusieurs années un séminaire sur les espaces de Banach qui a toujours bénéficié de l'attention de Schwartz alors que lui-même s'était tourné plutôt vers d'autres sujets, puisque dans les

*B. MAUREY*

années 75, il travaillait sur les désintégrations régulières et les applications aux processus de Markov -et plus récemment sur les semi-martingales sur les variétés.

J'espère que ce petit discours aura fait comprendre pourquoi, pour un certain nombre d'anciens élèves de l'Ecole Polytechnique qui ont choisi d'essayer de faire des mathématiques, le nom de Laurent Schwartz évoque bien d'autres choses que la théorie des distributions.

Département de Mathématiques  
Université Paris VII  
75251 Paris Cedex 05 (France)

-----