JOURNAL

DE

MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

J. LIOUVILLE

Sur les deux formes $x^2 + y^2 + 6z^2 + 6t^2$, $2x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 3t^2$

Journal de mathématiques pures et appliquées 2e série, tome 10 (1865), p. 359-360.

<http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1865_2_10__359_0>

SUR LES DEUX FORMES

$x^2+y^2+6z^2+6t^2, \quad 2x^2+2y^2+3z^2+3t^2;$

Par M. J. LIOUVILLE.

Il y a des formes qu'il est bon de réunir, pour la représentation d'un entier donné, parce qu'on arrive aisément à une expression simple du nombre total des représentations qu'elles fournissent ensemble, tandis qu'il serait difficile d'obtenir les nombres partiels relatifs à la représentation par chacune de ces formes prise à part. Cela a lieu pour les deux formes indiquées au titre de cet article, quand il s'agit de représenter un entier impair $3^\beta m$; car sans avoir les valeurs séparées des deux nombres que je désigne, d'après une notation connue, par

$$N(3^\beta m = x^2+y^2+6z^2+6t^2)$$

et

$$N(3^\beta m = 2x^2+2y^2+3z^2+3t^2),$$

on démontre sans peine que leur somme est égale à

$$N(3^\beta m = x^2+y^2+3z^2+3t^2),$$

c'est-à-dire égale au quadruple de la somme des diviseurs de l'entier m, qu'on suppose premier à 3, l'exposant β étant d'ailleurs quelconque, la valeur zéro non exclue.

Quand il s'agit d'un entier pair $2^\alpha 3^\beta m$, les deux formes n'ont plus besoin d'être réunies. Dans l'hypothèse de $\alpha > 0$, on s'assure en effet très-aisément que les deux nombres

$$N(2^\alpha 3^\beta m = x^2+y^2+6z^2+6t^2)$$

et

$$N(2^\alpha 3^\beta m = 2x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 3t^2)$$

sont égaux entre eux; leur valeur commune est celle de

$$N(2^{\alpha-1} 3^\beta m = x^2 + y^2 + 3z^2 + 3t^2),$$

savoir

$$4\zeta_1(m)$$

quand $\alpha = 1$, et

$$4(2^\alpha - 3)\zeta_1(m)$$

quand α est > 1 : je désigne à mon ordinaire par $\zeta_1(m)$ la somme des diviseurs de l'entier impair m, qu'on suppose comme plus haut premier à 3.