

JOURNAL  
DE  
MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

---

WOEPCKE

**Théorèmes sur le cône de révolution**

*Journal de mathématiques pures et appliquées 2<sup>e</sup> série*, tome 6 (1861), p. 231-232.

[http://www.numdam.org/item?id=JMPA\\_1861\\_2\\_6\\_231\\_0](http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1861_2_6_231_0)

 gallica

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Gallica de la Bibliothèque nationale de France  
<http://gallica.bnf.fr/>

et catalogué par Mathdoc  
dans le cadre du pôle associé BnF/Mathdoc  
<http://www.numdam.org/journals/JMPA>

---

THÉORÈMES  
SUR  
LE CÔNE DE RÉVOLUTION;  
PAR M. WOEPCKE.

---

Si par deux points quelconques de l'axe d'un même cône, on mène deux plans tels, que le carré du sinus de l'angle générateur du cône soit la moyenne arithmétique entre les carrés des sinus des inclinaisons de l'axe du cône sur les deux plans coupants, on obtient une ellipse et une hyperbole dans lesquelles le rapport des axes est le même.

Si l'on mène dans un même cône, et par le même point de son axe, deux points tels, que le carré de la valeur inverse du sinus de l'angle générateur du cône soit la moyenne arithmétique entre les carrés des valeurs inverses des sinus des inclinaisons de l'axe du cône sur les deux plans coupants, on obtient une ellipse et une hyperbole dont les grands axes et les paramètres sont inversement proportionnels.

En désignant par  $\alpha$  l'angle générateur du cône, par  $\beta$  l'inclinaison de son axe sur le plan coupant, les sections produites dans des cônes quelconques par des plans coupants quelconques sont semblables, si le rapport  $\frac{\cos \alpha}{\cos \beta}$  reste le même.

Dans toutes les sections qui rendent  $\tan \alpha = \sin \beta$ , le segment compris sur l'axe du cône entre le sommet et le plan coupant est la moitié du petit axe de la section.

Dans toutes les sections qui rendent  $\cot \alpha = \sin \beta$ , le segment compris sur l'axe du cône entre le sommet et le plan coupant est égal au demi-paramètre de la section.

Dans toutes les sections produites par des plans perpendiculaires à

une arête du cône, la partie du grand axe de la section comprise entre cette arête et l'axe du cône est égale au demi-paramètre.

Si l'on coupe une série de cônes décrits autour d'un même axe avec des angles générateurs quelconques par un cylindre de révolution décrit autour du même axe, et si l'on mène une série de plans parallèles par les centres des cercles en lesquels les cônes sont rencontrés par le cylindre, les sections produites par chacun des plans parallèles dans le cône correspondant auront toutes le même paramètre.

Si l'on coupe, à la même distance du sommet, l'axe d'un cône dont l'angle générateur est  $\alpha$ , par un plan formant avec l'axe un angle  $\beta$ , et l'axe d'un cône dont l'angle générateur est  $\beta$ , par un plan formant avec l'axe l'angle  $\alpha$ , on obtient une ellipse et une hyperbole dont les grands axes et les paramètres sont inversement proportionnels. Les paramètres sont changés dans le rapport de  $\frac{\cos \alpha}{\cos \beta}$  et les grands axes dans le rapport de  $\frac{\cos \beta}{\cos \alpha}$ . En même temps les deux sphères inscrites au cône qui touchent le plan coupant aux foyers de la section changent de place, mais non de grandeur.

