

JOURNAL
DE
MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

A. MARRE

**Notice sur les systèmes de numération naturels quinaire,
dénaire, vigénaire**

Journal de mathématiques pures et appliquées 1^{re} série, tome 13 (1848), p. 233-240.

http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1848_1_13_233_0

 gallica

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Gallica de la Bibliothèque nationale de France
<http://gallica.bnf.fr/>

et catalogué par Mathdoc
dans le cadre du pôle associé BnF/Mathdoc
<http://www.numdam.org/journals/JMPA>

NOTICE

SUR LES SYSTÈMES DE NUMÉRATION NATURELS

QUINAIRE, DÉNAIRE, VIGÉNAIRE;

PAR M. A. MARRE,
Inspecteur de l'Instruction primaire.

(Extrait en grande partie d'un Mémoire de M. ALEX. DE HUMBOLDT.)

Le nombre *douze* serait incontestablement la base la plus convenable de tout système de numération; pourquoi a-t-on, je ne dirai pas préféré, mais adopté de prime abord le système dénaire, ou le quinaire, ou encore le vigénaire? C'est que la nature nous a pourvus d'une sorte d'instrument arithmétique, la main, dont l'usage est plus étendu qu'on ne le pense ordinairement. Tout nous prouve que ce fut le premier moyen dont les hommes se servirent pour la pratique de la numération. Dans Homère, on voit Protée compter cinq à cinq, c'est-à-dire par ses doigts, les veaux marins dont il était le conducteur. Homère se sert dans ce passage de *penpadzein*, qui, suivant son étymologie, signifie *assembler par cinq* ou *cinq à cinq*. Plutarque et plusieurs lexicographes nous apprennent que, dans l'origine de la langue grecque, il n'y avait pas d'autre terme pour signifier *compter, calculer*. Ce mot voulait dire alors ce qu'on a exprimé depuis par le terme *arithmeîn*.

Le groupe de *dix* en particulier a toujours été d'un usage presque universel; pourquoi? *Quia tot digiti per quos numerare solemus*, répond Ovide. Ainsi l'homme, avec des extrémités sexdigitaires, serait parvenu aux groupes de 6, 12, à l'échelle duodécimale.

Lorsqu'on remonte au premier âge de la civilisation, il faut se rappeler l'origine des choses dont souvent on dédaigne de s'occuper, à cause de leur extrême simplicité. Pour compter 17 sur les doigts de la main, on est obligé de fixer son attention sur le nombre de fois qu'on a passé la main entière. D'après le système de Protée, c'est-à-dire d'après le système quinaire, on aura 2 unités plus 3 fois 5; si le nombre est plus grand, on pourra plier un doigt de la main droite chaque fois qu'on aura passé tous les doigts de la main gauche. On comptera de cette manière sur une main les groupes de 5 ou de 10 quand l'autre main indiquera les unités.

On a vu des voyageurs soutenir que beaucoup de peuples ne comptaient pas au delà de 5 ou de 20, parce que chez ces peuples, pour compter, on rassemblait des petites pierres et des grains de blé en monceaux de 5 ou de 20; pourquoi ne pas soutenir que les nations de l'Europe moderne les plus avancées dans les sciences ne comptent pas au delà de 10? Pour 17, par exemple, ne disent-elles pas 10 et 7 ou 7 et 10?

Dans tous les temps, sur tous les points du globe terrestre, on a senti que les groupes d'unités assurent des pauses, des repos, pour compter. Les peuples les plus différents, en raison de la membrure identique de chaque individu de la grande famille humaine (4 extrémités 5 fois divisées), s'arrêtent soit à une main, soit aux deux, ou bien encore aux mains et aux pieds. D'après cette variété de points d'arrêt, se forment les groupes de 5, 10, 15 et 20.

Dans l'ancien continent on trouve plus généralement le groupe fondamental de 10; dans le nouveau continent celui de 20 unités: cependant, chose singulière! les Mexicains *comptaient* d'après une méthode très-régulière par groupe de 10, tandis qu'ils écrivaient par vingtaines et par les puissances de 20 [*]. Chez les *Guaranis*, les groupes nor-

[*] Chez les Mexicains, les hiéroglyphes simples étaient pour le premier groupe 20, un drapeau; pour le carré de 20 ou 400, une plume remplie de grains d'or, lesquels servaient comme monnaie dans certaines provinces du Mexique; pour le cube de 20 ou 8000, un petit sac, *xiquipilli*, avec 8000 fèves de cacao pareillement destinées au trafic par échange.

maux 5, 10, 20 sont appelés *une main, deux mains, mains et pieds*. Dans la langue des *Yarouros*, peuplade riveraine de l'*Apoure*, 40 s'exprime par *noeni poume* (deux hommes), de *noeni* deux et *poume* hommes; et, en effet, les doigts des pieds et des mains, des quatre extrémités, étant comptés, l'homme tout entier apparaît comme un symbole de 20.

En persan, le poing fermé se dit *pentcha*, de *pend* cinq, provenant du mot sanscrit *pancha*. Ce dernier terme, d'après l'ingénieuse remarque de M. Bopp [*], a engendré le *quinque* romain. Ainsi, le mot français *cinq*, l'italien, l'espagnol *cinco*, etc., dérivés du mot latin, remontent à une source étymologique qui prouve l'usage de l'instrument arithmétique naturel, de la main. A *Java*, où l'influence de l'Inde a dominé, on dit dans le langage de cour *chatour* et *poncho* pour 4 et 5. Dans le javanais vulgaire de même que dans le malais, le bouggi, le tagala, le bisaya, et dans presque tous les idiomes du monde maritime, le mot *Lima* signifie *cinq*, et chez la plupart de ces peuples il signifie encore main.

Dans la langue des anciens Goths, 70 se dit *sibun-têhund*, 80 *ahtaù-têhund*, 90 *niun-têhund*, 100 *taihan-têhund*, 200 *tva-hunda*, etc. La ressemblance du mot *hund* avec le mot *hand* main est frappante. *Tva-hunda* signifiant 200 devait avoir une autre finale que le mot goth adopté pour 100, comme en latin *centum*, du *centi*. Dans *taihun* ou *têhund* on pourrait reconnaître *tvai-hund*, deux mains, allemand *zwei händ*, anglais *two hands*, hollandais *twee handen*: de là *sibun-têhund*, 70 ou 7 fois 2 mains; *ahtan-têhund*, 80 ou 8 fois 2 mains, ..., *tai-hun têhund* ($10 \times 10 = 100 = 2$ mains fois 2 mains).

Le système quinaire fut en vigueur chez beaucoup de peuples. A Rome, on employa le système quinaire: les nombres écrits IV, V, VI, VII, VIII ne le prouvent-ils pas suffisamment? Ne sait-on pas encore

[*] Le *ch* sanscrit prononcé comme en anglais, c'est-à-dire *tch*, devient le *t* grec; de là *panta* pour *pancha*, de là *penté*, l'éolien *pempé* et le verbe *pempadzein*. En latin, au contraire, *qu* répond au sanscrit *ch* ou plutôt *tch*, d'où *quinque* et *quatuor* pour *pancha* et *chatour*.

que dans l'Abacus romain, à côté de chaque cordon représentant les groupes n , n^2 , n^3 , ..., il existait un cordon plus petit dont une boule valait 5 de celles de son annexe? Les Aztèques admettaient 5 âges du monde et ils avaient une semaine composée de 5 jours. Les Scandinaves aussi avaient une semaine de 5 jours et divisaient, comme les Perses, le jour en 5 parties. En zend, les traces du système quinaire ont été découvertes par Anquetil-Duperron.

En ouolof, les mots *benne*, *niare*, *niatte*, *nianette*, *dhiouroun* signifient 1, 2, 3, 4, 5; puis les mots *dhiouroun benne*, *dhiouroun niare*, *dhiouroun niatte*, etc. (5 et 1, 5 et 2, 5 et 3, etc.) signifient 6, 7, 8, etc. En Afrique encore, dans la langue foulah ou fellah, les nombres de 6 à 9 se forment par l'addition des quatre premiers avec 5: *gui-e-gom* (5 et 1); *gui-e-didi* (5 et 2), *gui-e-tati* (5 et 3); *gui-e-nai* (5 et 4). De cette combinaison, qui existe chez beaucoup de peuples africains, on n'aperçoit que de faibles vestiges dans les dialectes de l'archipel Indien; toutefois M. Gustave d'Eichthal a remarqué que la série des nombres foulahs offrait des affinités nombreuses et certaines avec la série polynésienne, série décimale qu'on trouve en usage depuis le Japon jusqu'à Madagascar.

M. Duponceau, le savant franco-américain, a observé que dans la plupart des langues de l'Amérique septentrionale, le mot *six* est formé du mot *un* auquel on ajoute une désinence et quelquefois une syllabe préfixe; le mot *sept* est formé du mot *deux* qui est son excès sur *cinq*; mais ce n'est pas toujours de leur propre langue que les Indiens du nouveau continent empruntent le mot *deux* dont ils forment le mot *sept*. Le nombre *trois* est incorporé dans le mot qui signifie *huit*, et dans quelques dialectes seulement on rencontre *quatre* dans le nombre *neuf*; le plus généralement c'est *un*.

Dans la langue *chibcha* des Muyscas (habitants du plateau de Candinamarca qui avaient, comme les Japonais et les Thibétains, un chef spirituel et un chef temporel), 11, 12, 13 se disent: pied-un, pied-deux, pied-trois, *quihieha āta*, *quihieha bosa*, *huihiehā mica*, de *quihieha* (pied) et des trois premiers nombres *āta*, *bozha* ou *bosa*, et *mica*. Le mot numéral *pied* signifie *dix*, parce qu'on nomme le pied

quand déjà les deux mains sont comptées. Vingt s'appelle, dans le système de langage des Muyscas, *pied-dix* ou maisonnette (*gue'ta*), peut-être, dit M. Alex. de Humboldt, parce qu'on comptait avec des grains de maïs au lieu de petites pierres, et un petit monceau de maïs, ajoute-t-il, rappelle le magasin, la grange au maïs [*]. Du mot *gue'ta* ou vingt dérivent 30, 40, 80, qui se dénomment vingt et dix [**), deux vingt, quatre vingt, absolument comme les expressions celtiques passées dans les langues romanes, quatre vingt, six vingt, sept vingt, huit vingt, quinze vingt. Deux et trois vingt ne se trouvent pas en français; mais dans les dialectes galliques ou celtiques de la Bretagne occidentale, l'on dit *ugent* vingt, *daou ugent* deux vingt ou 40, *tri-ugent* trois vingt ou 60, et même *deh ha nao ugent* pour 190 ou dix au-dessus de neuf vingt. Ce groupe fondamental de 20 unités se retrouve encore dans d'autres parties de l'ancien monde, par exemple chez les Basques, chez les peuples du Caucase et chez les Mindingues.

Dans le *Souga Siddh'anta*, l'un des plus fameux ouvrages astronomiques des Hindous, on lit ce passage traduit littéralement par l'illustre Colebrooke : « Le cercle des constellations se meut vers l'orient » *trente vingt* en un youga, etc.... » De ce simple fragment du *Souga Siddh'anta*, nous tirons cette conséquence, que pour 600 les Hindous disaient encore *trente vingt*, absolument comme dans les langues celtiques on disait *quinze vingt* pour 300. Oserai-je, comme induction,

[*] Il me semble qu'un monceau de petites pierres fait naître assez nettement l'idée de maisonnette sans qu'il soit besoin d'attribuer ce nom numéral à l'usage des grains de maïs. D'ailleurs les Indiens, en employant les grains de maïs pour leurs calculs, n'en faisaient point de petits tas, mais bien des *quippos* ou *quippo-camagos*; et Acosta, dans son *Historia natural de las Indias*, liv. VI, chap. 2, nous apprend avec quelle habileté ils s'en servaient. « Ils se mettent plutôt à la raison par ces *quippos* » sur ce que chacun doit payer dans la répartition des impôts, que nous ne pourrions » faire, nous, avec la plume. Par cela on peut juger s'ils ont de l'entendement et si ces » hommes sont bêtes. Quant à moi, je tiens pour certain qu'ils nous surpassent dans » les choses où ils s'appliquent. »

[**] Dans le pays de Galles : *deg or ugain*, dix et vingt.

avancer que dans l'Inde on a connu le système vigénaire et rapprocher encore par ce trait de ressemblance des langues qui ont d'ailleurs tant d'affinité, les langues celtiques et le sanscrit. Il est un préjugé généralement répandu, c'est que, dans l'Inde, on trouve seulement des chiffres et non des lettres employées comme chiffres. Bien plus : il en est qui pensent que le système exclusif, unique, de l'Inde est le système avec valeur de position de dix chiffres parmi lesquels le zéro. Oui, nous aussi, malgré les travaux du savant géomètre M. Chasles, qui tendent à prouver le contraire, nous croyons devoir attribuer aux Hindous et non pas aux Grecs ou aux Romains le système de numération écrite que nous ont transmis les Arabes ; mais, avec M. Alex. de Humboldt, nous reconnaissons dans l'Inde les traces de beaucoup de systèmes de numération différents, avec ou sans valeur de position, avec des chiffres ou des lettres, etc. [*].

Ces divers systèmes ont-ils été contemporains, ou bien ont-ils paru à des époques différentes ; n'ont-ils point été les produits de contrées distinctes, bien que rassemblées sous une même désignation ? Au mot *Indien*, en effet, reste toujours attaché un certain vague ; la dénomination d'Indien est attribuée non à un peuple isolé, compacte, indivisible, mais à une foule de peuples qui n'ont d'autre lien que celui de la juxtaposition. Je serais presque tenté de dire que dans l'Inde, cette

[*] Chez les Grecs et chez les Romains aussi, il y eut différents systèmes de numération. Archimède et Apollonius simplifièrent les systèmes de numération des Grecs, et l'exemple que cite Cumberland dans son *Traité des Poids et Mesures de l'Écriture*, prouve assez l'absence de toute idée de valeur de position : « Herodian informs us the » Greeks anciently wrote 34, putting three *delta* for 30, because each Δ stood for *déca* » or ten, being the first letter of that word and each I for single units. » Ainsi 34 aurait été écrit anciennement par les Grecs $\Delta\Delta\text{IIII}$. Chez les anciens Grecs et Romains, on ne trouve, que je sache, aucun caractère analogue à notre zéro et en faisant fonction. Aussi chez eux le germe de la méthode hindoue ne put être transplanté du domaine de l'arithmétique *palpable* dans le domaine de l'arithmétique *graphique*. Les Hindous ont possédé le zéro, comme chacun sait, et notre mot *chiffre* lui-même, bien improprement choisi, témoigne de cette vérité. Le mot arabe *sifr* signifie vide et n'est que la traduction du zéro sanscrit, *sounga* (vide). Le nom *sipher* s'est maintenu dans la langue anglaise pour marquer le zéro, et c'était là sa signification.

terre minière des sciences, il y a eu place pour tous les systèmes de numération, comme M. Cousin l'a dit pour tous les systèmes de philosophie.

Le système décimal dans la numération parlée a été employé dans tous les temps et chez presque tous les peuples de la terre, les Coptes, les Juifs, les Grecs, les Romains, les Indiens, les Chinois, les Japonais, les Arabes, les Goths, les Polynésiens, etc. Manon, que l'on suppose avoir fleuri dans le 1x^e siècle avant Jésus-Christ, se sert seulement de la division décimale quand il traite de l'administration civile. Dans une tradition très-ancienne, rapportée par Soyouti sur la foi de Tabrisi, les Arabes, bien longtemps avant Mohammed et l'islamisme, avaient une formule consacrée par l'usage pour exprimer une clientèle nombreuse; ils disaient : « Je suis père de dix, frère de dix, oncle » de dix, » ce qui signifiait : Mes nombreux amis m'environnent comme d'une armée. Chez les Chinois, le mot *ouan* (dix mille) est pris dans un sens indéterminé pour multitude, foule, grand nombre. Francis Davis traduit ce mot par *mang*. D'après M. de Paravey, la forme antique chinoise ouan est le nom de la reine abeille et du pavot, et, par suite aussi du nombre suprême *dix mille*, la ruche étant censée contenir dix mille abeilles, et le pavot dix mille grains. Nous ajouterons comme rapprochement curieux que dans son Arénaire, Archimède trouva, d'après des mesures comparées, qu'un grain de pavot a un diamètre moindre que $\frac{1}{40}$ de doigt ou 0^m,000468, et que ce même grain de pavot équivaut à 10 000 grains de sable. Le grain de sable étant pris pour unité, le grain de pavot serait égal à 10 000.

Quant aux Hindous, il y a chez eux un luxe de noms de nombres sans exemple dans toute autre langue ancienne ou moderne, luxe qui implique une habitude excessive de la classification décimale des nombres. Pour n'en citer qu'une preuve, le nom de *adant-singhar* est celui du plus petit nombre de 40 chiffres ou de l'unité suivie de 39 zéros.

Il est un fait remarquable que nous ne pouvons passer sous silence. Deux mots malais *blas* et *pouloh* se traduisent par dix. Voici ce qui les distingue : *blas* ne s'emploie que depuis 11 jusqu'à 19 inclusive-

ment. En dehors de ces limites, c'est toujours *pouloh* qui figure :

Sa-blas,	doua-blas,	tiga-blas,,	sambilan-blas,
1 + 10 = 11,	2 + 10 = 12,	3 + 10 = 13,,	9 + 10 = 19,
Sa-pouloh,	doua-pouloh,	tiga-pouloh,,	sambilan-pouloh,
Un dix ou 10,	deux dix ou 20,	trois dix ou 30,,	neuf dix ou 90.

Ainsi les neuf premiers nombres placés devant *blas* (10) sont additifs; ils deviennent multiplicatifs ou coefficients devant *pouloh*.

Chez les Goths, le fait est analogue; ainsi pour exprimer 11, 12, . . . dans leur langue, on dit ain-lif, tva-lif, L'incorporation des mots *un* et *deux* dans ces noms de nombres est évidente. *Lif* remplace le mot malais *blas*; la signification propre de ces deux mots est également inconnue: au *pouloh* malais correspondent *tigus* jusqu'à 5 dix ou 50, et *têhund* (deux mains?) pour le reste.
