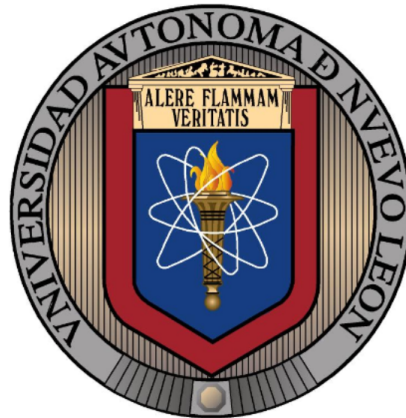


UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



**Crecimiento de escarcha en un canal de placas
paralelas debido a un flujo de aire húmedo bajo
condición de presión total constante en la entrada
del canal**

POR

NORBERTO ALAN MEDINA AGUIRRE

COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE

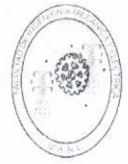
**MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA
CON ORIENTACIÓN EN ENERGÍAS TÉRMICA Y RENOVABLE**

OCTUBRE 2020



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

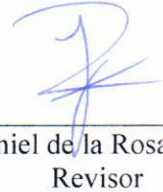
Universidad Autónoma de Nuevo León
Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica
Subdirección de Estudios de Posgrado

Los miembros del Comité de Tesis recomendamos que la Tesis “Crecimiento de escarcha en un canal de placas paralelas debido a un flujo de aire húmedo bajo condición de presión total constante en la entrada del canal”, realizada por el alumno Norberto Alan Medina Aguirre, con número de matrícula 1450427, sea aceptada para su defensa como requisito para obtener el grado de Maestría en Ciencias de la Ingeniería con Orientación en Energías Térmica y Renovable.


El Comité de Tesis



Dr. Fausto Alejandro Sánchez Cruz
Director




Dr. Daniel de la Rosa Urbalejo
Revisor



Dr. Hugo Guadalupe Ramírez Hernández
Revisor

Vo. Bo.



Dr. Simón Martínez Martínez
Subdirector de Estudios de Posgrado



061

San Nicolás de los Garza, Nuevo León, 16 de octubre de 2020

AGRADECIMIENTOS

Agradezco primeramente a la vida, a dios y a todos los eventos afortunados y desafortunados, que en conjunto, me trajeron hasta este momento especial en mi vida profesional.

Agradezco a mi familia que en todo momento han sido parte de mis triunfos y fracasos, y que incondicionalmente han estado allí para amarme y apoyarme.

A todos mis amigos de la maestría, grandes personas las cuales aprendí mucho e hicieron mucho más enriquecedor vivir la experiencia de un posgrado. En especial a mis amigos Brian Monterrubio y Vanessa Manrique, que aún a la distancia nos seguimos apoyando. A mis amigos de *más arriba*, Sergio Borrego, Fernando Fong, Nibardo de Lucio, Jonathan Heredia, también a mis amigos de charlas *cafeceras*, Fernando Guervara, Ulises Rivera y a Rossio *Rochi* Delgado y además a mis amigos de *más abajo*, Alejandro Alamillo, Juan Carlos Silva y Diego Sánchez.

A todos mis profesores de la maestría del LIITE, que en mayor o menor medida aportaron e impregnaron su sabiduría en mi formación profesional y personal.

A todos mis profesores y colegas de la coordinación de materiales del edificio 7 de la FIME, por su confianza y apoyo incondicional, que en verdad representan toda una filosofía de trabajo y valores ejemplares.

A todos mis alumnos de ingeniería de la FIME, que en todo momento mostraron sinceras palabras de apoyo y que a su vez motivaron a que este logro profesional llegara a buen puerto.

Al CONACyT por brindar los apoyos y recursos los cuales me permitieron realizar y culminar el grado de maestría en ciencias.

ÍNDICE GENERAL

1. Introducción	1
1.1. Resumen	2
1.2. Justificación	3
1.3. Antecedentes	6
1.3.1. Estudios en placas paralelas	9
1.4. Hipótesis	15
1.5. Objetivo	16
1.5.1. Objetivo específicos	16
2. Descripción Físico-Matemático del fenómeno	17
2.1. Proceso de formación de escarcha	18
2.2. Consideraciones físicas y matemáticas para el modelo	18
2.2.1. Modelos de crecimiento de escarcha	20
2.2.2. Ecuaciones de Gobierno para el fenómeno de crecimiento de escarcha y sus Simplificaciones	21
2.2.3. Análisis dimensional de las variables	23

2.3. Propiedades del aire y de la escarcha	24
2.3.1. Propiedades del aire húmedo	24
2.3.2. Propiedades de la escarcha	26
2.4. Condiciones de frontera	28
2.4.1. Frontera Izquierda	29
2.4.2. Frontera Derecha	29
2.4.3. Frontera Superior	30
2.4.4. Frontera Inferior	30
2.5. Condiciones Iniciales	31
2.5.1. Subdominio del Aire	31
2.6. Densificación de la Escarcha	32
3. Metodología numérica y experimental	34
3.1. Generalidades de la Dinámica de Fluidos Computacional	35
3.2. Métodos de discretización	37
3.3. Ecuación generalizada de transporte	39
3.4. Método de discretización con el método de los Volúmenes Finitos	40
3.4.1. Generación de la Malla	41
3.4.2. Discretización del término convectivo	42
3.4.3. Discretización del Término Difusivo	43
3.4.4. Esquema UPWIND	45

3.4.5. Término Temporal	50
3.4.6. Ecuación Bidimensional Discretizada	52
3.4.7. Campos de Flujos y de Presiones	53
3.4.8. Gradiente de Presión	53
3.4.9. Ecuación de Continuidad	54
3.4.10. Desplazamiento de la Malla	55
3.4.11. Ecuación del Momentum	56
3.4.12. Corrección de la Velocidad y la Presión	57
3.4.13. Ecuación de Corrección de Presión	58
3.4.14. Algoritmo SIMPLE	59
3.4.15. Valor de bajo-relajación (Under-relaxation)	60
3.4.16. Cantidad de Movimiento	61
3.4.17. Conservación de Energía	62
3.4.18. Fenómeno de Transporte del Vapor de Agua	63
3.5. Modelado de la Densificación	64
3.6. Balance de Masa en la Interfaz Aire-Escarcha	66
3.7. Criterio de Convergencia	68
3.8. Ventiladores	69
3.8.1. Generalidades	69
3.8.2. Clasificación de los ventiladores	70

3.8.3. Según la trayectoria del aire en el ventilador	70
3.8.4. Según la presión del ventilador	71
3.8.5. Según las condiciones de funcionamiento	71
3.8.6. Según el sistema de accionamiento de la hélice	71
3.8.7. Según el método de control de las prestaciones del ventilador .	72
3.8.8. Curva característica	73
3.8.9. Tubo de Pitot	75
3.9. Flujos en conductos no circulares	76
3.10. Análisis de malla	77
3.10.1. Resultados numéricos preliminares	78
3.10.2. Análisis de malla	79
4. Validación experimental	83
4.1. Instalación experimental	84
4.1.1. Condiciones experimentales	85
4.1.2. Modelo experimental	86
4.1.3. Montaje experimental	88
4.1.4. Procesamiento de imágenes	89
5. Resultados numéricos y experimentales	92
5.1. Temperatura del aire	93
5.2. Temperatura sobre la superficie de cobre	94

5.3. Crecimiento de escarcha	95
5.3.1. Caso 1: Humedad relativa de 55 %	96
5.3.2. Caso 2: Humedad relativa de 60 %	98
5.3.3. Caso 3: Humedad relativa de 65 %	99
5.4. Resultados numéricos	101
5.4.1. Simulación numérica 1: HR 55 %	102
5.4.2. Simulación numérica 2: HR 60 %	105
5.4.3. Simulación numérica 3: HR 65 %	109
5.4.4. Simulación numérica dentro del dominio bidimensional	112
6. Conclusiones y Trabajos Futuros	115
6.1. Conclusiones	116
6.1.1. Conclusiones experimentales	116
6.1.2. Análisis numérico	118
6.2. Trabajos futuros	119
Referencias	121

ÍNDICE DE FIGURAS

1.1. Consumo energético por sectores en el año 2017.	4
1.2. Consumo energético residencial.	4
1.3. Proceso de Formación de Escarcha [1]	10
1.4. Representación del flujo de aire en el modelo de Lee [2]	12
1.5. Volumen de control propuesto por Hermes [3]	13
1.6. a)Visualización antes de la formación de escarcha, b)formación de escarcha. [4]	13
1.7. Dibujo esquemático del crecimiento de escarcha [5].	14
2.1. Dibujo esquemático de la formación de escarcha en placas paralelas .	20
2.2. La densidad del aire húmedo en función de la temperatura [6]	25
2.3. Composición de la escarcha [1].	28
2.4. Condiciones iniciales y de frontera del dominio	32
3.1. Diagrama de flujo general de los pasos para la aplicación de la Dinámi- ca de Fluidos Computacional [7].	37

3.2. Visión general de los métodos de discretización. a) Método de diferencias finitas b) Método de volúmenes finitos c) Método de elemento finito.	38
3.3. Mallado de un dominio unidimensional [8].	46
3.4. Comportamiento de ϕ para diferentes valores del número de Peclet [8].	49
3.5. Malla para un dominio bidimensional [9]	51
3.6. Curva característica de un ventilador.	74
3.7. Diseño conceptual del tubo de Pitot [10].	76
3.8. Tabla de distintos tamaños de malla no homogénea.	78
3.9. Mallas para una humedad relativa de 55 %, velocidad de 0.5 m/s. . .	80
3.10. Mallas para una humedad relativa de 60 %, velocidad de 0.5 m/s. . .	81
3.11. Mallas para una humedad relativa de 65 %, velocidad de 0.5 m/s. . .	82
4.1. Calorímetro tipo túnel de viento, ubicado en el laboratorio de ambiente controlado del LIITE, FIME de la UANL.	84
4.2. Modelo 3D del experimento.	86
4.3. Pieza de unicel	87
4.4. Placa de aluminio.	87
4.5. Cuña de Fouamular.	88
4.6. Vista isométrica de la entrada del flujo de aire al montaje experimental.	88
4.7. Diagrama de la configuración del experimento.	89
4.8. Interfaz gráfica para procesar imágenes del crecimiento de escarcha. .	90

4.9. Interfaz gráfica para procesar imágenes del crecimiento de escarcha. . .	91
4.10. Interfaz gráfica para procesar imágenes del crecimiento de escarcha. . .	91
5.1. Lectura de temperatura del aire dentro del túnel de viento	94
5.2. Lectura de temperatura sobre la superficie de cobre durante el experimento.	95
5.3. Crecimiento de la escarcha con una humedad relativa de 55 %, velocidad del aire de 0.5 m/s , temperatura de la superficie de $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$ y temperatura del aire a $5\text{ }^{\circ}\text{C}$	97
5.4. Crecimiento de la escarcha a una humedad relativa de 60 %, viento de 0.5 m/s , temperatura de la superficie de $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$ y temperatura del aire a $5\text{ }^{\circ}\text{C}$	99
5.5. Crecimiento de la escarcha a una humedad relativa de 65 %, viento de 0.5 m/s , temperatura de la superficie de $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$ y temperatura del aire a $5\text{ }^{\circ}\text{C}$	100
5.6. Comparativa de los datos experimentales con la simulación numérica en x_1 , con una humedad relativa del 55 %, viento de 0.5 m/s , temperatura de la superficie de $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$ y temperatura del aire a $5\text{ }^{\circ}\text{C}$	103
5.7. Comparativa de los datos experimentales con la simulación numérica en x_2 , con una humedad relativa del 55 %, viento de 0.5 m/s , temperatura de la superficie de $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$ y temperatura del aire a $5\text{ }^{\circ}\text{C}$	104
5.8. Comparativa de los datos experimentales con la simulación numérica en x_3 , con una humedad relativa del 55 %, viento de 0.5 m/s , temperatura de la superficie de $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$ y temperatura del aire a $5\text{ }^{\circ}\text{C}$	105

5.9. Comparativa de los datos experimentales con la simulación numérica en x_1 , con una humedad relativa del 60 %, viento de 0.5 m/s , temperatura de la superficie de -20 °C y temperatura del aire a 5 °C.	106
5.10. Comparativa de los datos experimentales con la simulación numérica en x_2 , con una humedad relativa del 60 %, viento de 0.5 m/s , temperatura de la superficie de -20 °C y temperatura del aire a 5 °C.	107
5.11. Comparativa de los datos experimentales con la simulación numérica en x_3 , con una humedad relativa del 60 %, viento de 0.5 m/s , temperatura de la superficie de -20 °C y temperatura del aire a 5 °C.	108
5.12. Comparativa de los datos experimentales con la simulación numérica en x_1 , con una humedad relativa del 65 %, viento de 0.5 m/s , temperatura de la superficie de -20 °C y temperatura del aire a 5 °C.	110
5.13. Comparativa de los datos experimentales con la simulación numérica en x_2 , con una humedad relativa del 65 %, viento de 0.5 m/s , temperatura de la superficie de -20 °C y temperatura del aire a 5 °C.	111
5.14. Comparativa de los datos experimentales con la simulación numérica en x_3 , con una humedad relativa del 65 %, viento de 0.5 m/s , temperatura de la superficie de -20 °C y temperatura del aire a 5 °C.	112
5.15. Presión dentro del dominio.	113
5.16. Valores de velocidad dentro del dominio.	113
5.17. Densificación de la escarcha dentro del dominio.	114

ÍNDICE DE TABLAS

2.1. Valores de las propiedades del aire a presión atmosférica	25
2.2. Valores para el cálculo de la viscosidad y la conductividad térmica . .	26
3.1. Coeficientes de la ecuación de transporte.	40
3.2. Parámetros numéricos para la simulación.	60
3.3. Coeficientes para la ecuación de momentum.	61
3.4. Coeficientes para la ecuación de la energía.	62
3.5. Coeficientes para la ecuación de concentración de vapor de agua. . . .	63
3.6. Parámetros para la simulación de malla homogénea.	77
3.7. Parámetros para la simulación de malla no homogénea.	78
3.8. Nodos empleados en cinco distintas opciones de malla.	79
4.1. Lista de componentes del túnel de viento.	85
4.2. Condiciones de experimentación.	86

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

En este primer capítulo se presentará la motivación para la realización de esta tesis, además se detallarán los antecedentes históricos y técnicos del campo de conocimiento en que se enmarca la investigación acerca de la formación de escarcha.

1.1 RESUMEN

La tesis presenta una descripción del fenómeno de la formación de escarcha en intercambiadores de calor que forman parte de sistemas de refrigeración. Se describe brevemente la morfología básica del fenómeno, luego se describen los problemas que ocasiona la escarcha en los intercambiadores de calor, después se presentan las herramientas con las que se cuentan en la actualidad para predecir la formación de escarcha, entre ellas las simulaciones numéricas, la aplicación de métodos analíticos y experimentos controlados. También se establecen los principios que representan el fenómeno físico de la formación de escarcha.

Se utiliza un método numérico basado en volúmenes finitos con dominio en la capa de aire y de la escarcha. Se resuelven las ecuaciones que gobiernan el comportamiento de los fluidos; conservación de masa (continuidad), conservación de momentum (segunda ley de Newton), conservación de energía (primera ley de la termodinámica) y conservación de especies.

Para la predicción del crecimiento de la escarcha se considerarán las tasas de transferencia de masa del aire circundante, principalmente hacia la capa de escarcha, la difusión de masa interna y la conductividad térmica al interior de la capa, así como la saturación del aire húmedo. Se considera a la capa de escarcha como un medio poroso, ya que en el interior se forman espacios de aire entre los cristales internos, estos tienen distintos tamaños y formas.

Se presentan resultados experimentales obtenidos bajo condiciones controladas, de la temperatura, humedad relativa y la velocidad del aire, que resultan acordes a los parámetros de la simulación numérica.

1.2 JUSTIFICACIÓN

En base a los acontecimientos que se han suscitado en las últimas décadas a nivel mundial, en cuestiones energéticas se han promovido, estudiado y propuesto diversos protocolos y acuerdos en aras de mejorar la producción, consumo y distribución de las diversas fuentes de energía que permiten el desarrollo sustentable de los países. Mediante estos tratados se promulgan rúbricas y objetivos para mejorar y eficientizar el uso de las energías, por ejemplo en sectores del transporte, residencia, comercial, industrial, entre otros.

De acuerdo a los datos proporcionados por la Secretaría de Energía el consumo energético en México se incrementado un 0.4% del año 2016 al 2017, que corresponde a la energía utilizada en actividades productivas de la economía nacional o del mercado interno. La categorización del uso de energías parte con las gasolinas y naftas como los máximos insumos consumidos pertenecientes al sector del transporte, después se encuentra la electricidad, el cual creció en su consumo un 0.02% con respecto al año anterior.

En el sector industrial se contabilizó un consumo de 1,876.65 PJ que corresponde al 35% del consumo final total en energía, del cual el 36.4% se utilizó en gas seco y 30.2% en electricidad y el resto en otros energéticos. El sector residencial, comercial y público con 944 PJ, 17.6% del consumo final total, utilizó 34.3% de electricidad y 32.9% de gas licuado.

Estos dos sectores representan los mayores consumidores de energía eléctrica para el país [11]. Véase la Figura 1.1.

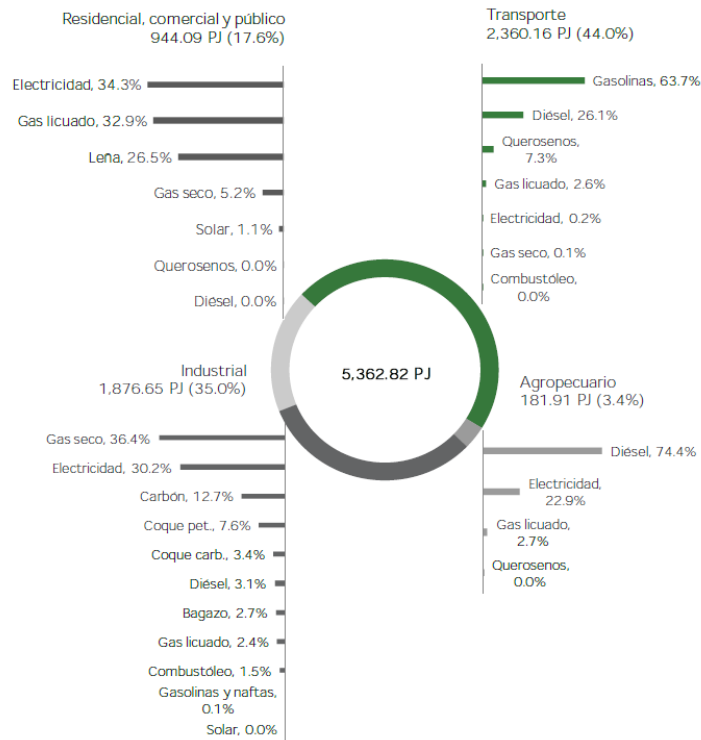


Figura 1.1: Consumo energético por sectores en el año 2017.

Enfocándonos en el sector residencial y comercial, ya que su mayor consumo lo lideran los sistemas de conservación de alimentos (refrigeradores, enfriadores) con un 21.2% del 27% de energía eléctrica utilizada en este sector [12], Figura 1.2.

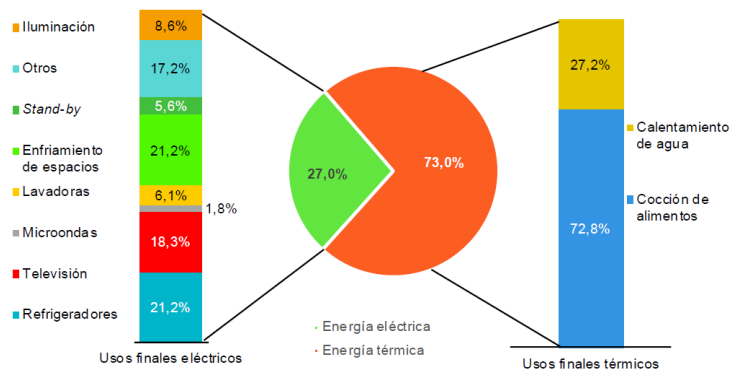


Figura 1.2: Consumo energético residencial.

El sistema de refrigeración comercial consiste básicamente en extraer o absorber calor de los alimentos mediante el ciclo de refrigeración por compresión de vapor, que funciona evaporando por completo el refrigerante antes de la fase compresión. Este ciclo es el más utilizado por la industria de refrigeración doméstica y consta de cuatro fases principales:

1. Compresión
2. Rechazo de Calor
3. Expansión
4. Absorción de calor

La fase crítica del análisis corresponde a la absorción de calor, que se realiza mediante un intercambiador de calor llamado evaporador, aquí el refrigerante entra como líquido saturado y sale como vapor saturado absorbiendo el calor de los alimentos dentro del refrigerador.

Aquí ocurre un fenómeno importante que es la formación de escarcha en la superficie del evaporador, provocado por la interacción de las bajas temperaturas del refrigerante dentro del evaporador, usualmente por debajo de los $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ y el aire húmedo de la periferia. Este aire húmedo empieza a formar pequeños cristales de hielo alrededor del evaporador, que al crecer forma una capa de escarcha que se comporta como un aislante térmico poroso formado por espacios de aire internos que actúan como una resistencia térmica en el sistema, provocando una reducción en la transferencia de calor en el intercambiador y caídas de presión en el sistema, dando como resultado deficiencias en el funcionamiento de todo el sistema de refrigeración.

Conociendo la naturaleza y los efectos negativos de la formación de escarcha, es posible mediante la simulación numérica predecir su comportamiento y comprender los factores que promueven su formación, y exponer datos relevantes con la finalidad de ofrecer propuestas de solución a los problemas que generan.

1.3 ANTECEDENTES

El estudio de este fenómeno no es reciente y a sido analizado mediante modelos analíticos desde la década de los años 60. Trammell [13] aportó descripciones del comportamiento de la escarcha y su relación con la velocidad del aire, temperatura y humedad. B.W. Jones [14] presentó un modelo teórico de la formación de escarcha basado en la difusión molecular del vapor de agua. Brian [15] estudió la estimación de variables termodinámicas, la densidad de la escarcha y la conductividad térmica a partir de la difusión interna de vapor de agua dentro de la capa de escarcha. Hayashi [1] presentó la primer clasificación de la formación de escarcha, validada experimentalmente bajo condiciones dinámicas en sus parámetros ambientales.

Investigaciones importantes se llevaron a cabo durante los años siguientes, como con los aportes de Kondepudi y O'Neal [16], donde revisaron los efectos negativos de la formación de escarcha en los intercambiadores de calor tomando en cuenta cuatro parámetros, la eficiencia de la aleta, promedios de los coeficientes de transferencia de calor, caídas de presión y la rugosidad de las superficies donde se producía la escarcha. Chepurnoi [17] midió experimentalmente los numéricos de la resistencia térmica que representa la escarcha en las aletas de los enfriadores.

En la década de los años 90, R. Le Gall y J.M. Grillot [18] propusieron un modelo unidimensional para predecir el crecimiento y densificación de la escarcha en una pared a baja temperatura, sometida a aire húmedo. El modelo se basa en una técnica de promedios de volúmenes locales que permiten el cálculo de la distribución de la temperatura y densidad.

Se propusieron trabajos basados en teorías de cristalización y neoclación por A. Sahin [19], donde consideró cuatro parámetros dominantes, la temperatura de la plancha, temperatura del aire, la humedad del aire, y el número de Reynolds.

Jaehwan Lee [2] desarrolló un modelo analítico para la formación de la capa de

escarcha considerando la difusión molecular del agua, la generación de calor debido a la sublimación del vapor del agua en la capa de escarcha.

Entrando el nuevo milenio, Na y Webb [20] publicaron varios trabajos importantes donde aportaban un nuevo enfoque de predicción de crecimiento de escarcha, suponiendo que el vapor de agua se encuentra supersaturado en la superficie de la escarcha, con lo que mejoraron las correlaciones de la conductividad térmica de la escarcha y el cálculo de la variación de la densidad en la escarcha.

En 2005 Dong-Keun Yang [21] usó un modelo matemático que predice las propiedades de la escarcha y la transferencia de calor y masa dentro de la misma, todo esto experimentado sobre una placa fría. La variante de esta investigación es la utilización de ecuaciones de flujo laminar para aire húmedo. Después presentó un modelo matemático que predecía el comportamiento de la escarcha bajo condiciones turbulentas de flujo, concluyendo en que las condiciones turbulentas alientan el crecimiento de la escarcha, promoviendo un efecto positivo en la transferencia de masa entre el aire y la escarcha [22].

Modelos matemáticos también fueron aplicados a evaluaciones del comportamiento de intercambiadores de calor bajo condiciones de escarcha, Dong Yang [23] utilizó correlaciones empíricas de transferencia de calor y una ecuación de difusión para la capa de escarcha para dicho modelo. Lenic [24] analizó mediante experimentación y modelos matemáticos bidimensionales la transferencia de masa durante la formación de escarcha en un intercambiador de calor de aletas y tubos.

Jung Kim [25] usó un modelo de predicción de la formación de escarcha en una aleta, cambiando las condiciones del flujo del aire tridimensional.

Piucco [26] usó en su investigación un modelo matemático para la nucleación de la escarcha sobre superficies suaves, basado en parámetros como la temperatura del aire circundante y su humedad.

Las investigaciones fueron mejorando los modelos analíticos, como la aporta-

ción de Kandula [27, 28] que mejoraron los modelos de formación de escarcha proponiendo nuevas correlaciones para la conductividad térmica experimentando flujos laminares sobre superficies planas y humedad variable.

Barzanoni [29] propuso correlaciones adimensionales que están en función del tiempo, donde el coeficiente de conducción de la escarcha es determinada analíticamente.

La aplicación de método numérico en las simulaciones de flujos, propuesto por Bing He [30], Lattice Boltzmann Method (LBM) por sus siglas en inglés, ofrece ventajas en simplificar el tratamiento de las condiciones de frontera. Jinjuan Sun [31] utiliza el LBM para la primera fase del proceso de formación de escarcha que es la solidificación de las gotas de agua en una superficie, donde aplica la distribución de velocidades y temperaturas.

Otras áreas de la ingeniería como la inteligencia artificial, han propuesto soluciones y predicciones al fenómeno de la formación de escarcha. El trabajo de Tahavor [32] utiliza redes neuronales artificiales y geometrías fractales en una placa plana, manteniéndose a una temperatura constante bajo convección forzada.

Recientemente se han propuesto trabajos basados en la porosidad de la capa de escarcha, como el de J. Lee [33], que propone una nueva tasa de transferencia de masa volumétrica.

Siguiendo bajo la misma temática, los trabajos de Eduard Bartrons [34, 35] simula un medio poroso con mallado fijo, en donde la densidad del vapor y la energía transportada son variables para definir el estado termofísico en cada celda del mallado, y que podría permitir el cambio de fase. También propone el método de volúmenes finitos que interactúa en la interfaz de aire y escarcha, donde utiliza mallas dinámicas.

El recuento anterior de los estudios realizados son una consolidación rápida para mostrarle al lector un panorama global de las diversas investigaciones en las

que se ha enfocado el área de la formación de escarcha en los intercambiadores de calor.

1.3.1 ESTUDIOS EN PLACAS PARALELAS

La investigación en formación de escarcha en placas paralelas está sustentada en trabajos como los de Biguria [36] que estimaba la densidad en la escarcha y su conductividad térmica mediante correlaciones basadas en los comportamientos de la deposición de la escarcha en los inicios su formación; este experimento fue realizado bajo condiciones de convección forzada. También Brian P.L. [15] aportó en las correlaciones de densidad de escarcha y conductividad térmica, la difusión de vapor de agua en la capa de escarcha.

Se observó que la densidad en la escarcha no variaba con el espacio de la dirección del crecimiento de escarcha, además lograron correlacionar la conductividad térmica, la humedad del vapor de agua, la velocidad del aire y la temperatura de la superficie con la densidad de la escarcha [16].

Jones y Parker [14] habían desarrollado un modelo basado en difusión molecular del vapor de agua en el límite de la interfaz de escarcha utilizando balances de masa y energía. En su estudio resalta el hecho de que si conoce la temperatura en la superficie de la escarcha, el modelo se comportará de mejor manera; también remarca que los parámetros ambientales como: la temperatura del aire, temperatura en la pared o superficie, velocidad del aire y la humedad del mismo, no deben permanecer constantes. Como dato curioso, para este estudio se utilizó una computadora IBM 360.

En el año de 1977 el investigador H.W.Schneider propuso una ecuación de tasa de crecimiento de la formación de escarcha en superficies frías, el cual se basa en mediciones de la superficie de la geometría a prueba, resultó que el espesor de la escarcha es independiente de los parámetros termodinámicos comúnmente aplicados

en la transferencia de masa, como el número de Reynolds y la diferencia de presiones en el vapor de agua. El investigador aclara que el espesor de la escarcha está basada en los principios de crecimiento de cristales.

Hayashi [1] dividió en etapas la formación de escarcha, proponiendo correlaciones empíricas para calcular la densidad en la escarcha, Figura 1.3.

El estudio reportaba la relación que existe entre las propiedades de la escarcha y su crecimiento, la clasificación dependía de la morfología de la escarcha. La experimentación se realizó sobre una placa fija, flujo paralelo y bajo condiciones de convección forzada. Las condiciones físicas del experimento fueron las siguientes:

- Temperatura en la superficie de $-25\text{ }^{\circ}\text{C}$ a $0\text{ }^{\circ}\text{C}$.
- Temperatura del flujo paralelo principal de $-30\text{ }^{\circ}\text{C}$ a $0\text{ }^{\circ}\text{C}$.
- Humedad absoluta del vapor del agua 0.00045 a 0.01 kg/kg .
- Velocidad del flujo 1.0 a 0.01 m/s .

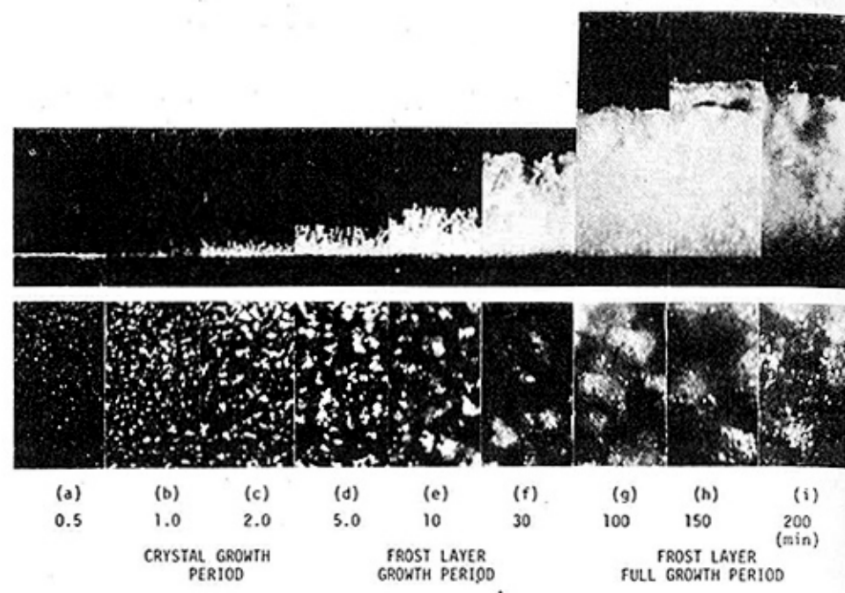


Figura 1.3: Proceso de Formación de Escarcha [1]

Los primeros experimentos realizados en placas paralelas fueron llevado a cabo por los investigadores O'Neal y Tree [37], los cuales propusieron una correlación de espesor de escarcha, donde experimentaban en placas paralelas.

La investigación continuó de forma esporádica, en 1990 R. Östin y Andersson estudiaban los efectos de las velocidades, humedades relativas así como las temperaturas cambiantes en una configuración de placas en paralelo. Encontraron que existe una influencia importante de la temperatura de las placas en el espesor de la escarcha formada sobre ellas. El objetivo a largo plazo de esta investigación era bajar la condición de formación de escarcha aplicando sobre las superficies una pieza hidrofóbica.

Se lograron avances importantes en el entendimiento de las relaciones entre las velocidades y el crecimiento de escarcha. O'Neal [37] encontró el número de Reynolds crítico y concluyó que no afecta en el crecimiento pero no deja de tener una relación en el fenómeno. También agregó que el espesor de la escarcha estaba en función de la temperatura de las placas, la temperatura del aire y de su humedad. [38]

Las investigaciones anteriores fueron basadas en correlaciones experimentales y modelos analíticos. Todavía no se presentaban predicciones de crecimiento de escarcha relacionando datos experimentales, modelos analíticos y métodos numéricos.

Kwan-Soo Lee [2] propuso un modelo numérico el cual consideraba la difusión molecular del vapor de agua en estado saturado y generación de calor sobre una placa plana. Esta investigación fue validada experimentalmente el cual tenía un error promedio del 10% con respecto a la simulación numérica. Concluyó que el espesor de escarcha y la temperatura en la superficie de la escarcha incrementa con la velocidad del aire y la humedad relativa, véase Figura 1.4.

En su estudio numérico utilizó la ecuación de la conservación de la energía en lado de la entrada del aire, y para la parte interior de la capa de escarcha implementó las ecuaciones de difusión y de transferencia de calor.

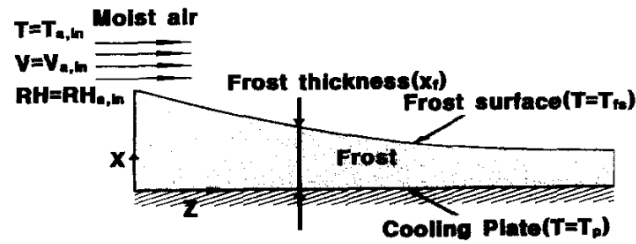


Figura 1.4: Representación del flujo de aire en el modelo de Lee [2]

En el año 2003 Lee [39] presentó un modelo matemático que predice el comportamiento de la formación de escarcha considerando el flujo de aire y las capas de escarcha. Numéricamente presentó una diferencia por debajo del 10 %, en comparación con el modelo analítico, y además obtuvo un nuevo número de Lewis.

Las propuestas en aras de mejorar la predicción de la formación de escarcha siguieron, Wang [40] propuso un modelo generalizado para el crecimiento de escarcha sobre una placa plana, su trabajo estuvo fundamentado sobre el de Hayashi [1], el cual modificó la correlación inicial de la densidad de escarcha, considerando la temperatura en las capas de la misma, la temperatura de la placa plana y la temperatura del ambiente.

Los estudios en placas paralelas están basados en correlaciones aplicadas en superficies planas, estos modelos han sido mejorados y comprobados mediante simulaciones numéricas, y validados por experimentaciones. Christian Hermes [3] propone un modelo matemático basado en balances de transferencia de masa y energía dentro de la placa de escarcha, suponiendo la escarcha como un medio poroso; las ecuaciones de gobierno se solucionaron mediante métodos numéricos, véase Figura 1.5.

Ping Zhang y Hrnjak [41, 42, 43] presentaron una serie de trabajos en los cuales experimentaron con intercambiadores de calor de aletas paralelas bajo distintas condiciones, seco, húmedo, y en distintas condiciones de escarcha. En una de sus investigaciones, presenta una comparativa entre intercambiadores de calor y otro convencional de flujo paralelo tipo serpentín. Experimenta con velocidades variables y humedades relativas de 70 % y 80 %, los parámetros que estudia incluyen las caídas

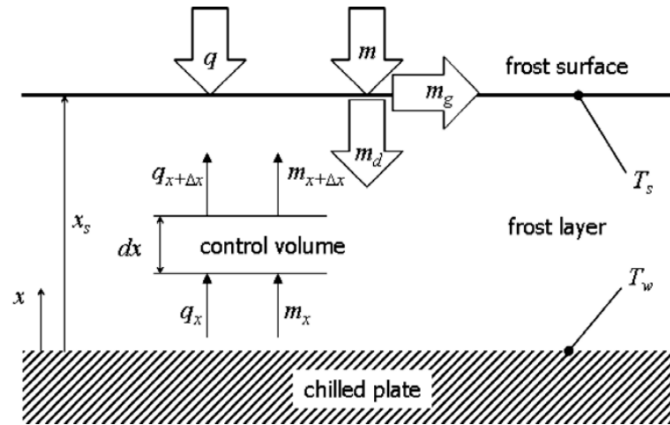


Figura 1.5: Volumen de control propuesto por Hermes [3]

de presión a través del serpentín y los coeficientes de transferencia de calor [41].

Diogo da Silva y Hermes [4] experimentaron intercambiadores de calor tipo persiana y curvadas, apuntando que la formación de escarcha incrementa con el flujo del aire, conduciendo a una gran cantidad de formación de escarcha y aumento en la densidad sobre las aletas. En el estudio se demostró que el efecto de la reducción del caudal de aire reduce la capacidad de enfriamiento del evaporador. Véase figura 1.6.

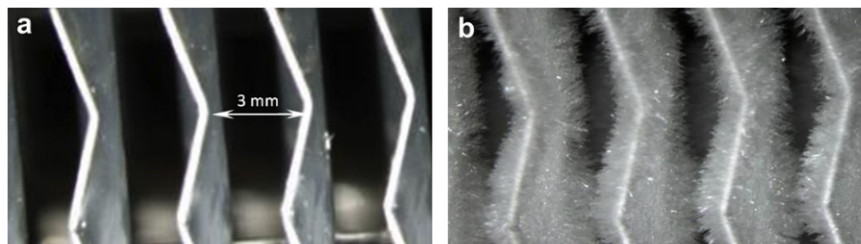


Figura 1.6: a) Visualización antes de la formación de escarcha, b) formación de escarcha. [4]

Los siguientes estudios proponen modelos de pérdida de espesor de escarcha, además resaltan las condiciones de operación de los intercambiadores de calor bajo condiciones de bloqueo de escarcha y reducción del flujo de aire.

Huee-Youl Ye [44] describió numéricamente la predicción del rendimiento en

un intercambiador de calor de aletas, tomando en cuenta la reducción del aire debido a la acumulación de escarcha; tomó en cuenta la resistencia térmica entre el aire y la escarcha. El método numérico es discretizó con volúmenes de control de volúmenes finitos en dirección del flujo del aire, la capa de escarcha y del lado del refrigerante.

La reducción del volumen de aire y las diferentes velocidades a la entrada del intercambiador son tomados en cuenta en el estudio de Hwang [45], quien presentó un estudio numérico que predice la relación de bloqueo, así como el espesor de la escarcha.

En el año del 2016 Negrelli [46] propuso un estudio sobre la conductividad térmica de la escarcha acumulada sobre un canal de placas paralelas. Esta investigación toma en cuenta una correlación empírica de la conductividad térmica en función de la densidad de escarcha.

La acumulación de escarcha sobre placas en paralelo y el bloqueo que éstas provocan, continuaron siendo estudiadas, Zhang [5] experimentó con la distribución de la escarcha en distintos intercambiadores de calor. Véase la figura 1.7.

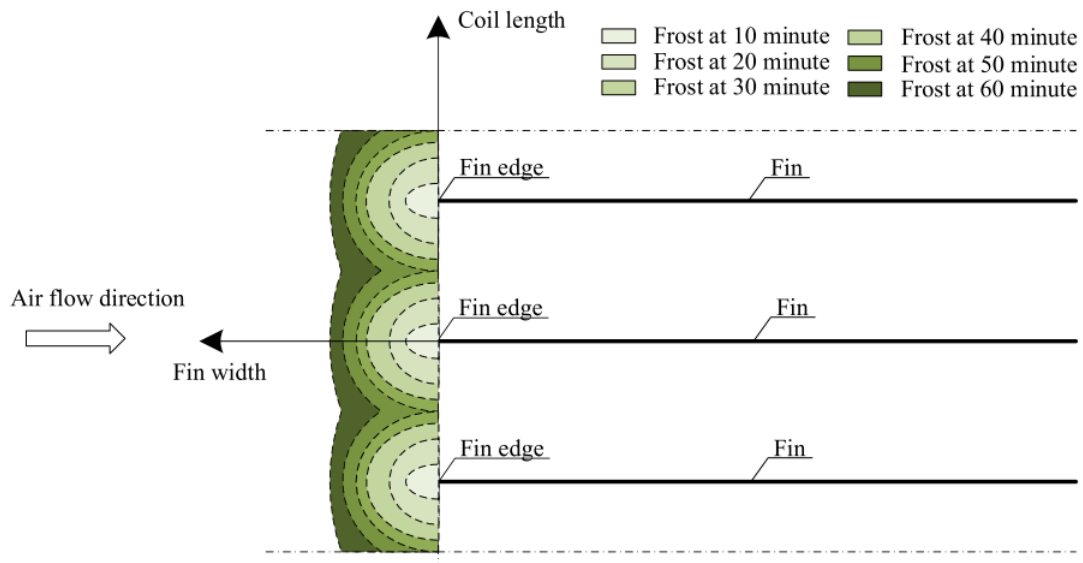


Figura 1.7: Dibujo esquemático del crecimiento de escarcha [5].

Zhang [5] presentó un estudio de los efectos en condiciones de escarcha a dis-

tintos intercambiadores de calor de varios pasos en las aletas.

Se ha utilizado la técnica de inteligencia artificial para estimar la densidad y el espesor de escarcha en su formación sobre placas paralelas, Zendehboudi [47] aplicó un método llamado 'A Multiplayer Perceptron-Artificial Neural Network' para eliminar limitaciones en el estimado de las propiedades de la escarcha como la densidad y el espesor.

El trabajo de Léoni [48] presentó un compendio de investigaciones realizadas sobre la deposición de escarcha en superficies planas.

Los trabajos científicos aportan al investigador una noción más real de todos los factores que se involucran en el desarrollo de un fenómeno, así que, en la presente tesis se busca contribuir mediante el método científico un nuevo punto de vista que describa de mejor manera el crecimiento de escarcha en placas paralelas bajo condiciones ambientales y de experimentación más cercanas a la realidad.

1.4 HIPÓTESIS

El crecimiento de la escarcha dentro de un canal de placas paralelas resulta de interés para el modelado que se realiza en el diseño de intercambiadores de calor en aplicaciones de refrigeración. La imposición de una presión total constante a la entrada del canal resulta en una consideración acorde con el problema físico que se presenta durante el crecimiento de la escarcha entre las aletas de los intercambiadores de calor, en virtud de que en aplicaciones reales el flujo forzado se establece con el uso de ventiladores que impulsan el flujo de aire a través del intercambiador de calor. Bajo esta suposición es posible modelar el crecimiento de la escarcha y la obstrucción que se presenta en el canal, mismo que con el transcurso del tiempo disminuirá el flujo de aire en su interior, reduciendo también la transferencia de calor.

1.5 OBJETIVO

Estudiar el fenómeno de la formación de escarcha en un canal de placas paralelas debido al tránsito de un flujo forzado, considerando que a la entrada del canal el flujo de aire húmedo se mantiene con una presión total constante. Bajo tales condiciones, se determina la evolución de la caída de presión en el canal, la disminución del flujo de aire, además de la transferencia de calor y masa durante el proceso.

1.5.1 OBJETIVO ESPECÍFICOS

- Comprobar “aplicabilidad” de los modelos que forman parte de las ecuaciones de que se emplean para el modelado numérico de la formación de escarcha en un canal de placas paralelas.
- Verificar que el modelo que se emplea para la formación de la escarcha sea el adecuado para predecir el fenómeno bajo estudio, facilitando el acoplamiento de las ecuaciones de momentum.
- Construir un modelo físico que permita estudiar el modelo simplificado y llevar a cabo pruebas experimentales basadas en un diseño de experimentos adecuado.
- Desarrollar un diseño de experimentos basados en parámetros dimensionales que se empleará en el estudio computacional de la formación de escarcha en un canal de placas paralelas, bajo la suposición de que el flujo en la entrada del canal tiene una presión total constante.
- Establecer la relación que existe entre la presión total de flujo forzado a la entrada del canal con la tasa de crecimiento de la escarcha, la humedad de la corriente de aire, y las temperaturas de placas.

CAPÍTULO 2

DESCRIPCIÓN FÍSICO-MATEMÁTICO DEL FENÓMENO

El objetivo de este capítulo es describir los aspectos físicos y matemáticos más importantes del proceso de formación de escarcha, profundizando en los parámetros termodinámicos que intervienen en el fenómeno, y mostrar las ecuaciones de gobierno, así como las consideraciones necesarias para resolver numéricamente dicho fenómeno.

2.1 PROCESO DE FORMACIÓN DE ESCARCHA

Uno de los factores importantes a considerar es la humedad del aire, es decir, la concentración de humedad contenida en el aire influye en gran medida en la formación de escarcha [14].

Cuando el aire húmedo hace contacto con la superficie del intercambiador de calor a una temperatura de punto de rocío pero superior a $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, ocurrirá la condensación. Si la temperatura de la superficie está por debajo de $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ el vapor de agua condensado empezará a congelarse, pero si la superficie y la temperatura de rocío están por debajo de $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, la desublimación ocurrirá, el vapor de agua pasará a estado sólido de inmediato [49].

La formación de las capas de escarcha ocurre por la transferencia de masa del vapor del agua del ambiente que existe entre su medio y las partículas recién formadas de escarcha. Al correr el aire por las capas de escarcha van dejando algo de humedad en la superficie haciéndola más gruesa, el resto de la humedad se mueve dentro de la capa de escarcha por difusión molecular, provocando que la capa de escarcha sea más densa [50].

2.2 CONSIDERACIONES FÍSICAS Y MATEMÁTICAS

PARA EL MODELO

En la práctica, la formación de escarcha produce efectos del tipo de bloqueo de aire en la entrada de las aletas de los intercambiadores de calor, lo que compromete su correcta operación, y eventualmente desestabiliza el sistema de refrigeración del equipo.

Para el estudio teórico y simplificado de la formación de escarcha en intercambiadores de calor típicamente los estudios en placas paralelas se pueden categorizar

en dos, la formación de escarcha en la orilla de la aleta, y la formación de escarcha sobre la superficie [5, 51].

En este estudio, la propuesta de simulación y experimentación se realizará considerando la geometría real de los intercambiadores de calor (placas paralelas), prediciendo la formación de escarcha en la superficie de las aletas, considerando la segunda categorización.

El flujo del refrigerante a través del intercambiador de calor tiene la función de enfriar la masa de aire a través de las aletas, y para esta condición se supondrá a la temperatura de las placas paralelas como constante, por lo cual no se necesitará simular el dominio del flujo del refrigerante ni la transferencia de calor del material sólido de las aletas [52].

La humedad del aire dentro y fuera de la escarcha se considerará como una condición saturada. Modelos como los de Kandula y Loyola [27, 53] así lo suponen, y realizan sus simulaciones en base a esta condición; la supersaturación no se toma en cuenta en el presente modelo dada la ausencia de información específica en la frontera de aire-escarcha, esto porque la suposición de la supersaturación del aire depende de la energía en la superficie de la escarcha, que a su vez es función de las características del recubrimiento de la superficie, mismas que gobiernan al ángulo de contacto [27].

El dominio computacional estará compuesto por dos subdominios, los cuales serán el subdominio del aire y el subdominio de la escarcha. Se supondrá que la formación de escarcha será simétrica con respecto a una línea imaginaria entre las placas paralelas, véase la Figura 2.1. El modelo será bidimensional, lo que significa que no solamente modelará el crecimiento de la escarcha a lo largo, sino también a lo ancho de las placas [54].

El flujo de aire a la entrada se considera constante al inicio, pero al ir creciendo la escarcha dentro de las placas, el flujo disminuirá, por lo tanto será variable hasta el punto en que la escarcha haya bloqueado la entrada, y las placas queden totalmente

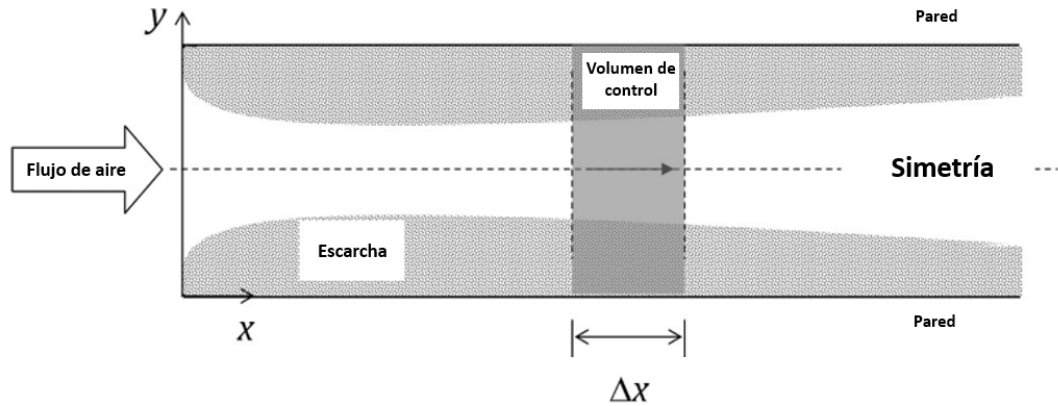


Figura 2.1: Dibujo esquemático de la formación de escarcha en placas paralelas [53]

saturadas. El sistema sufrirá caídas de presión y bajos coeficientes de transferencia de calor, justo como lo experimentó Zhang [5].

2.2.1 MODELOS DE CRECIMIENTO DE ESCARCHA

La predicción del crecimiento de escarcha depende de varios factores, como de la temperatura de la superficie de las placas, la temperatura del aire húmedo, de la humedad relativa, la velocidad del aire. Son distintas las variables a controlar, lo que hacen de la predicción todo un reto al investigador, y la simulación numérica representa una herramienta capaz de cumplir esa tarea.

Se han categorizado los distintos grupos de modelos de formación de escarcha dependiendo del periodo de desarrollo de la escarcha y del periodo de crecimiento de cristales [51]. El primero grupo se vale de correlaciones semi-empíricas de las propiedades de la escarcha como función del tiempo y de los parámetros ambientales del experimento [3, 53, 21]. El segundo grupo emplea correlaciones empíricas de coeficientes de transferencia de masa y calor para predecir el flujo de éstos en la interfaz aire-escarcha [55, 35]. El tercer grupo hace uso de las ecuaciones de conservación

de masa, momentum y energía en el subdominio del aire-escarcha valiéndose de los métodos numéricos [56, 5].

Enfocaremos esta investigación en el tercer grupo, que trabaja simultáneamente con los subdominios del aire y la escarcha, mediante este enfoque se podrá determinar las propiedades locales de la escarcha como su densidad, humedad y temperatura.

En el dominio del aire, se observan los procesos del flujo de aire, la transferencia de masa y energía. En el dominio de la escarcha ocurren la difusión de vapor de agua y la absorción de agua, considerando ésta como un medio poroso, donde se utilizará una ecuación propuesta por Na y Webb [20] que describe el razón de densificación en la capa de escarcha.

2.2.2 ECUACIONES DE GOBIERNO PARA EL FENÓMENO DE CRECIMIENTO DE ESCARCHA Y SUS SIMPLIFICACIONES

Las ecuaciones que describen los subdominios físicos del sistema son las siguientes:

Subdominio del aire:

- Conservación de masa (Continuidad):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \quad (2.1)$$

- Conservación de momentum (Segunda Ley de Newton) en x :

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u \cdot u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v \cdot u)}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] \quad (2.2)$$

- Conservación de momentum (Segunda Ley de Newton) en y :

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u \cdot v)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v \cdot v)}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right] \quad (2.3)$$

- Conservación de la energía (Primer Ley de la Termodinámica):

$$\frac{\partial(\rho T)}{\partial t} + (\rho \cdot T) \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right] = \left(\frac{k_a}{C_{p,a}} \right) \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right] \quad (2.4)$$

- Transporte del vapor del agua

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + (\rho w) \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right] = (\rho_a D_a) \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] \quad (2.5)$$

Subdominio de la escarcha:

- Conservación de la energía (Primer Ley de la Termodinámica):

$$\frac{\partial(\rho_f T)}{\partial t} = \left(\frac{k_f}{C_{p,f}} \right) \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right] + \left(\frac{q_{sub}}{C_{p,f}} \right) \left[\frac{\partial \rho_f}{\partial t} \right] \quad (2.6)$$

- Razón de densificación [20]:

$$\frac{\partial(\rho_f)}{\partial t} = (\rho_a D_{ef}) \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] \quad (2.7)$$

Las ecuaciones de gobierno se incluyen de diversos parámetros, los cuales son condiciones en las que el fenómeno se rige y se aproxima a la realidad, por ejemplo, si el flujo del aire es laminar o turbulento, de tipo compresible o incompresible. Estas simplificaciones hacen posible el entendimiento de una parte de la morfología del fenómeno, es decir, comprender el comportamiento del fenómeno de la formación de escarcha bajo ciertos parámetros conocidos y controlados, los cuales den como resultado algo específico y entendible.

A continuación se presentarán las simplificaciones del modelo.

1. El aire húmedo se considerará como fluido newtoniano incompresible.
2. El régimen en el cual trabajará el flujo de aire será laminar, ya que el número de Reynolds en placas paralelas es del orden de 2000, y sobre este parámetro se realizará la simulación [10].

3. Constantes:

- a) La densidad (ρ_a).
- b) El calor específico ($C_{p,a}$).
- c) El coeficiente de difusividad del vapor de agua (D_a).

Estas propiedades no tienen grandes variaciones notables dentro del rango de temperaturas analizado, $0\text{ °C} < T < 30\text{ °C}$ [6].

- 4. La velocidad a la entrada del dominio se comportará como convección forzada.
- 5. La temperatura del aire de entrada y de la placa serán constantes.
- 6. No se considera el efecto de la gravedad.

2.2.3 ANÁLISIS DIMENSIONAL DE LAS VARIABLES

Esta técnica es utilizada para compactar y agrupar los resultados en forma acotada, debido a la complejidad de los cálculos de las variables que intervienen en el desarrollo de un fenómeno físico, lo cual ayuda a reducir el tiempo de resolución del problema.

En mecánica de fluidos, las cuatro dimensiones básicas a utilizar en la resolución de los problemas son la masa (M), la longitud (L), el tiempo (t) y la temperatura (θ), o mejor conocido como $MLT\theta$ [10].

Las ventajas que ofrece utilizar esta herramienta de análisis de variables es reducir variables y agruparlas de forma dimensional, por ejemplo, utilizar θ para agrupar un número determinado de temperaturas. La segunda ventaja es que al reducir las variables no se pierde información en los resultados, ahorrando tiempo de análisis y resolución del problema.

Para formalizar el método de aplicación de la dimensionalización se utilizará el principio de homogeneidad dimensional (**PHD**), y se describe de la siguiente manera [10]:

Si una ecuación expresa correctamente una relación entre variables de un proceso físico, debe ser dimensionalmente homogénea; esto es, todos sus sumandos deben tener las mismas dimensiones.

Adicionalmente se utilizan distintos métodos de reducción de variables dimensionales para convertirlos en grupos reducidos, uno de ellos es el *Teorema de Pi de Buckingham*

2.3 PROPIEDADES DEL AIRE Y DE LA ESCARCHA

Las propiedades de transporte son aquellas que permiten el movimiento o el transporte, del momentum, del calor o de masa respectivamente. Para el fenómeno de formación de escarcha la humedad, la temperatura y las diferentes densidades de los fluidos juegan un papel preponderante en formación y predicción de dicho fenómeno; se puede observar la relación que existe entre la densidad, la presión y la viscosidad en las ecuaciones de conservación de momentum en x y y , así como en los valores del calor específico en la ecuación de la energía.

2.3.1 PROPIEDADES DEL AIRE HÚMEDO

Las simplificaciones que se sugirieron anteriormente se deben al comportamiento de las propiedades del aire bajo ciertas condiciones de humedad a un determinado rango de temperaturas. Los valores de la densidad del aire y del calor específico corresponden a un temperatura de 10°C con cero humedad en el aire (aire seco), y el coeficiente de difusión de masa se tomará a 25°C , véase tabla 2.1. Basándose en el

trabajo de Tsilingiris [6] donde evalúa las propiedades termo-físicas y de transporte del aire húmedo y seco, es posible considerar que estas propiedades no cambian significativamente a una temperatura de entre 0 °C y 30 °C, véase figura 2.2. Los valores de las propiedades termo-físicas están dadas por:

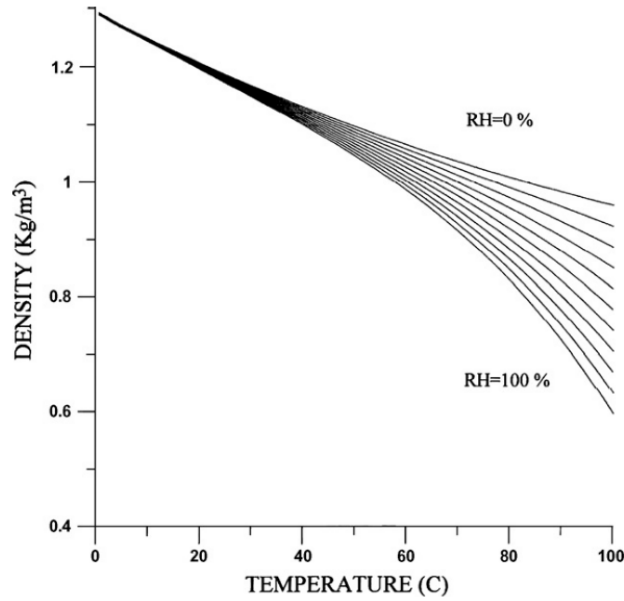


Figura 2.2: La densidad del aire húmedo en función de la temperatura [6]

Para el cálculo de la viscosidad y la conductividad térmica se utilizará la *Ley de Sutherland*, que relaciona el comportamiento de la mezcla de gases con la temperatura del medio:

$$\mu(T) = \mu' \left(\frac{T}{T'} \right)^{3/2} \left[\frac{T' + S}{T + S} \right] \quad (2.8)$$

Propiedad	Valor	Unidades
Densidad	1.246	$k_g \cdot m^{-3}$
Calor específico del aire	1006	$J \cdot k_g^{-1} \cdot K^{-1}$
Coefficiente de difusión de vapor de agua	0.26×10^{-4}	$m^2 \cdot s^{-1}$

Tabla 2.1: Valores de las propiedades del aire a presión atmosférica

$$k(T) = K(T) \frac{\gamma R}{(1 - \gamma) Pr} \quad (2.9)$$

A continuación se listan los valores que se utilizaron en las ecuaciones de Sutherland para la conductividad térmica y viscosidad, tabla 2.2:

Variable	Valor	Unidades
T'	273	K
S	110.5	K
γ	1.4	-
R	287	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
μ'	1.68×10^{-5}	$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$
Pr	0.71	-

Tabla 2.2: Valores para el cálculo de la viscosidad y la conductividad térmica

2.3.2 PROPIEDADES DE LA ESCARCHA

La capa de escarcha es un medio poroso considerado pseudo-homogéneo, donde la transferencia de calor y masa se ocurren entre la capa de escarcha y el medio que lo rodea, describiendo el fenómeno de transferencia de calor mediante la *Ley de Fourier*, y para el transporte de masa mediante la *Ley de Fick*. Estos dos fenómenos de transporte están acoplados debido a las condiciones de equilibrio termodinámico que prevalecen en la capa de escarcha. [18].

La representación matemática de la porosidad de la escarcha es la siguiente:

$$\epsilon = \frac{\rho_i - \rho_f}{\rho_i - \rho_a} = \frac{V_a}{V} \quad (2.10)$$

donde la porosidad (ϵ) tiene valores entre 0 y 1, la densidad del hielo (ρ_i) menos la densidad de la escarcha (ρ_f) es la fracción de volumen de los espacios de aire (V_a), la densidad del hielo menos la densidad del aire (ρ_a) representa el volumen total (V).

El calor específico de la escarcha ($C_{p,f}$) está en función de los calores específicos del aire y del hielo, así como de la porosidad del medio:

$$C_{p,f} = \frac{(C_{p,i} \cdot \rho_i (1 - \epsilon) + C_{p,a} \cdot \rho_a \cdot \epsilon)}{\rho_f} \quad (2.11)$$

Basados en el trabajo de Na y Webb [20], se calcula el coeficiente de difusividad másica dentro de la capa de escarcha mediante la siguiente ecuación:

$$D_{ef} = D_a \cdot \epsilon \cdot \tau = D_a \cdot \epsilon \left(\frac{1 + \epsilon}{2} \right) \quad (2.12)$$

donde el factor de tortuosidad (τ) es una correlación de la longitud del recorrido a través del medio poroso que va desde la base de la escarcha hasta su superficie que se encuentra en contacto con el aire húmedo [50].

Como se describió anteriormente, el desarrollo de la formación de escarcha se vale de la transferencia de calor y masa, predominando los mecanismos de conducción y difusión másica, respectivamente, en el cálculo de sus parámetros tanto en el aire como dentro de la escarcha.

La evolución de la transferencia de calor por conducción entre la superficie donde se forma la escarcha y la superficie que se encuentra en contacto con el aire húmedo predominará, ya que la densidad de la escarcha aumentará y como lo explica Hayashi [1], el crecimiento de la escarcha está constituido de columnas de hielo y escarcha (medio poroso), que combinadas formarán una masa densa de hielo, véase la figura 2.3.

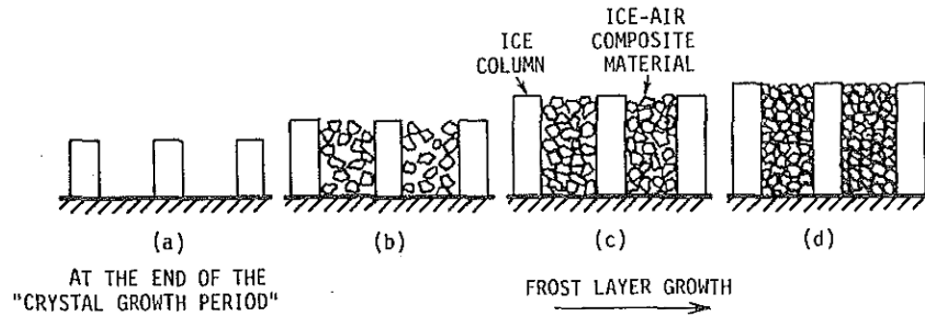


Figura 2.3: Composición de la escarcha [1].

La conductividad térmica dentro de escarcha se calcula en función de la densidad de la escarcha, de acuerdo a la evidencia experimental presentada por Lee [39], con la siguiente ecuación:

$$k_f = A_1 + A_2 \cdot \rho_f + A_3 \rho_f^2 \quad (2.13)$$

donde los coeficientes $A_1 = 0.132$, $A_2 = 3.13 \times 10^{-4}$ y $A_3 = 1.6 \times 10^{-7}$

2.4 CONDICIONES DE FRONTERA

Cualquier sistema que esté gobernado por ecuaciones diferenciales ordinarias o parciales, deberá sujetarse a ciertas condiciones de frontera, que son condiciones especificadas de la función desconocida, o en una de sus derivadas. En general existen tres tipos de condiciones de frontera, de Dirichlet, de Neumann y de Robin. En la primera se conoce el valor de la variable en la frontera del dominio, en la segunda es cuando se conoce el valor de la derivada en la frontera, y por último, cuando se tiene una combinación lineal de las dos primeras condiciones de frontera anteriores, se conoce como condiciones de Robin. En las siguientes subsecciones se detallan las condiciones de frontera y condiciones iniciales a las que se sujetará en el dominio mostrado en la Figura 2.4.

2.4.1 FRONTERA IZQUIERDA

Esta frontera representa la entrada del flujo y solo actúa en el dominio del aire. En esta primera parte las condiciones de frontera son conocidas, ya que son parámetros propuestos para la simulación que recrearán las condiciones ambientales del fenómeno. Los valores conocidos son la temperatura a la entrada del aire (T_{in}), la presión total a la entrada producida por el ventilador (P_{in}), la humedad (w_{in}), y las componentes de la velocidad en x (u_{in}), y en y (v_{in}).

Cuando $x = 0$:

$$T = T_{in}; \quad P = P_{in}; \quad w = w_{in}; \quad u = u_{in}; \quad v = 0$$

2.4.2 FRONTERA DERECHA

La salida de los dos dominios (aire y escarcha) se encuentran en esta frontera. Los valores de las derivadas de las componentes de la velocidad, las derivadas de la temperatura y de la humedad con respecto a x para estos subdominios son iguales a cero.

Cuando $x = L_2$; $0 \leq y \leq y_f$;

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial x} = 0; \quad u = v = 0 \tag{2.14}$$

Cuando $x = L_2$; $y_f < y \leq h$;

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \tag{2.15}$$

2.4.3 FRONTERA SUPERIOR

El límite superior se estableció como pared adiabática con condición de no deslizamiento, lo que significa que el flujo de calor era cero. Las velocidades y gradientes normales de la fracción de masa de vapor de agua y la fracción de volumen de hielo fueron cero en las paredes.

Cuando $y = h$; $0 \leq x < L_2$;

$$\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial w}{\partial y} = v = 0 \quad (2.16)$$

2.4.4 FRONTERA INFERIOR

Se tiene una placa a una temperatura constante y una condición de no deslizamiento, por lo tanto, la componente de la velocidad en y será igual a cero, lo que significa que la placa es impermeable al fluido. Se considerará la siguiente ecuación para describir la distribución de temperaturas a lo largo de la aleta (superficie de la placa):

$$\frac{\Theta}{\Theta_b} = \frac{\cosh m(L-x) + (h/mk) \sinh m(L-x)}{\cosh mL + (h/mk) \sinh mL} \quad (2.17)$$

La funcionalidad de una superficie está gobernada por dos procesos; conducción a lo largo de la aleta (en la dirección x) y convección desde su superficie (dirección en y). El parámetro mL representa el balance de estos dos efectos.

Se simplificará el modelo de tal forma que la conductividad térmica de la superficie sea infinita, por lo que la temperatura será isotérmica.

Cuando $y = 0$; $0 \leq x < L_1$;

$$\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial w}{\partial y} = v = 0 \quad (2.18)$$

Cuando $y = 0$; $L_1 \leq x < L_2$;

$$u = v = \frac{\partial w}{\partial y} = 0; \quad T = T_s \quad (2.19)$$

2.5 CONDICIONES INICIALES

2.5.1 SUBDOMINIO DEL AIRE

Las condiciones a la entrada del dominio se consideran como un fluido en reposo, es decir, las componentes de la velocidad en u y v serán iguales a cero. Los valores a la entrada de la humedad (w^0) y de la temperatura (T^0) serán igual a los datos iniciales.

$$T_0 = T_{in}; \quad w_0 = w_{in}; \quad P_0 = P_{in}; \quad u_0 = v_0 = 0$$

Este estudio muestra el crecimiento de la capa de escarcha en función de los efectos del crecimiento de la fase cristalina, los cuales se tratan como condiciones iniciales. Las condiciones iniciales de la formación de escarcha son la temperatura, la densidad y el espesor de la capa de la escarcha. Se seleccionan los mismos valores iniciales de Lenic et al. [57], y Na y Webb [20], mismos que experimentalmente llevaron a cabo Jones y Parker [14]. Estos valores son:

$$y_{f,0} = 2 \times 10^{-5} \text{ m}; \quad \rho_{f,0} = 30 \text{ kg/m}^3; \quad P_0 = P_{in}; \\ T_0 = T_s; \quad w_0 = w_{sat}(T_s); \quad u_0 = v_0 = 0$$

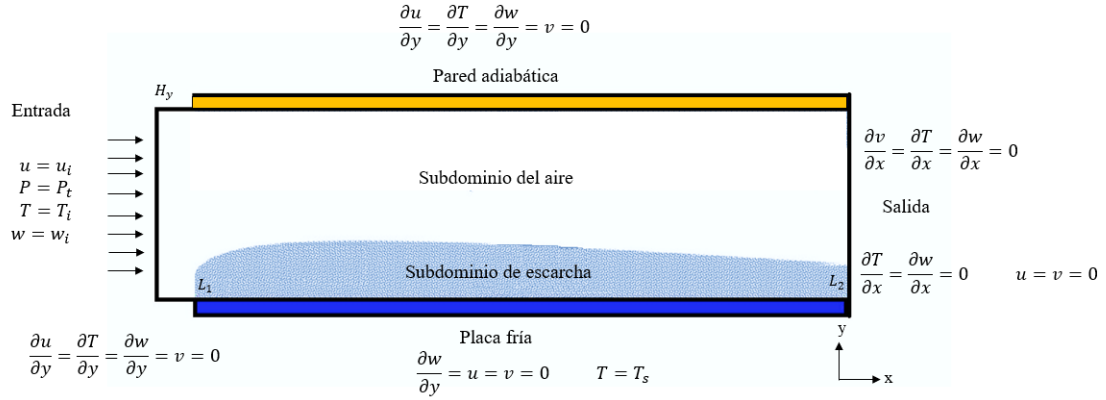


Figura 2.4: Condiciones iniciales y de frontera del dominio

2.6 DENSIFICACIÓN DE LA ESCARCHA

La formación de escarcha es producto de varios factores como la humedad, la velocidad del aire, las temperaturas del aire y de la placa, por lo que la escarcha crece principalmente en la dirección perpendicular a la superficie de la placa, por lo que se puede decir que el crecimiento es bidimensional, justo como lo demuestran los experimentos de Lee, Nascimento y Lenic [33, 58, 57].

La densificación de la escarcha está en función del flujo másico de aire húmedo, y de su velocidad; también del flujo másico dentro de la escarcha [57]. Esta relación se establece de la siguiente manera:

$$\rho_f \frac{\partial y}{\partial t} = \dot{m}_a - \dot{m}_{dif} \quad (2.20)$$

donde \dot{m}_a representa el flujo másico del aire, y el flujo másico que se distribuye dentro de la escarcha es \dot{m}_{dif} . Los flujos másicos son calculados a partir de los trabajos de Le Gall, Lenic y Armengol, respectivamente [18, 57, 54]:

Para calcular el flujo másico del aire:

$$\dot{m}_a = \rho_a D \frac{\partial w}{\partial y} \quad (2.21)$$

Para el calcular el flujo másico dentro de la escarcha:

$$\dot{m}_{dif} = -\rho_a D_{ef} \frac{\partial w}{\partial y} \quad (2.22)$$

Entre el dominio del aire y el dominio de la escarcha existe una zona de cambio de fase. Para esto se realiza un balance de masa en la interfaz aire-escarcha de la siguiente manera [57]:

$$\rho_a \frac{dV_f}{dt} = \int_{SC} \dot{m} dA \quad (2.23)$$

CAPÍTULO 3

METODOLOGÍA NUMÉRICA Y EXPERIMENTAL

En las siguientes páginas se presentará al lector una descripción general y específica de todos los elementos que componen a la Dinámica de Fluidos Computacional, mostrando la discretización, los términos convectivos, el método para acoplar los dominios numéricos.

3.1 GENERALIDADES DE LA DINÁMICA DE FLUIDOS COMPUTACIONAL

La meta constante del investigador es analizar, proponer y resolver diversas problemáticas de la vida diaria, enfocándose en un área en particular como la ingeniería, las ciencias sociales, la economía, la salud pública, la química, entre otras. Para lograrlo, es posible trabajar en la predicción del comportamiento y evolución de los fenómenos o los procesos. Un ejemplo de ello es el cálculo de los esfuerzos de fatiga en un elemento de máquina, que vaticine la falla del mismo, o prediciendo la explosión demográfica de la población humana en ciertas regiones, o medir el comportamiento de la moneda de acuerdo a registros anteriores, para poder así valorarla en el futuro. Todo esto se puede realizar mediante herramientas matemáticas, métodos numéricos, y en el mejor de los casos con experimentación que corrobore los resultados analíticos.

La Dinámica de Fluidos Computacional, coloquialmente conocida como CFD por sus siglas en inglés (*Computational Fluid Dynamics*), representa una herramienta de análisis muy útil para el cálculo y la predicción del comportamiento de los fluidos, asociando el campo de velocidades del fluido, la transferencia de calor, fenómenos termodinámicos y químicos debido a las reacciones que existen en el medio.

La Dinámica de Fluidos Computacional es la integración de varias áreas de la ciencia, como las matemáticas, utilizando ecuaciones diferenciales que describen el fenómeno, el álgebra para discretizar las ecuaciones, la programación de métodos numéricos para la elaboración de un código en lenguaje máquina que realice los cálculos mediante un algoritmo propuesto que itere constantemente para aproximarse a un resultado deseado, además del procesamiento y tratamiento de datos, conduciendo a la creación de tablas o imágenes. Lo anterior es una imagen general de las áreas que convergen y funcionan en conjunto para solucionar y predecir el comportamiento del flujo del fluido.

La aplicación de la Dinámica de Fluidos Computacional se dirige principalmente a conocer el comportamiento de los flujos bajo ciertos parámetros y condiciones; también se usa para obtener datos característicos de un fenómeno, como el campo de velocidades de un flujo o la tasa de transferencia de calor y masa que éste tendrá. Lo anterior se logra mediante la resolución de las ecuaciones de gobierno (*conservación de masa, conservación de momentum y conservación de energía*), las cuales son representadas en forma de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales, que en la mayoría de los casos muestran comportamientos no lineales con características transitorias.

Dada la complejidad que surge al resolver analíticamente las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales (*EDP*), se utilizan como herramientas las metodologías de la Dinámica de Fluidos Computacional. A continuación se categorizará de forma general el proceso de simulación del flujo de fluidos.

A continuación se propone una serie de pasos generales para la implementación de un modelo de la Dinámica de Fluidos Computacional, véase la Figura 3.1 :

1. Definir las condiciones de frontera que tienen que satisfacer las ecuaciones de gobierno de la mecánica de fluidos, conservación de masa, conservación de momentum y la ecuación de la energía, considerando elegir en su caso, el modelo de turbulencia, además de definir la condición de flujo compresible o incompresible, y las dimensiones en las que ocurren los transportes de masa, momentum y energía en el modelo.
2. Discretizar las ecuaciones utilizando el método más conveniente, ya sea utilizar diferencias finitas, volúmenes finitos o elementos finitos. Aplicar un tipo de discretización del dominio y de las ecuaciones de gobierno, para proceder a la solución de las ecuaciones que han sido discretizadas.
3. Exportar los resultados numéricos para procesarlos, presentándolos en forma de tablas, gráficas, imágenes o animaciones.

- Analizar los resultados cuantitativos en términos del transporte de momento, masa y energía, para desarrollar conclusiones basadas en evidencias, que describan las características del proceso hidrodinámico y de los fenómenos de transporte involucrados.

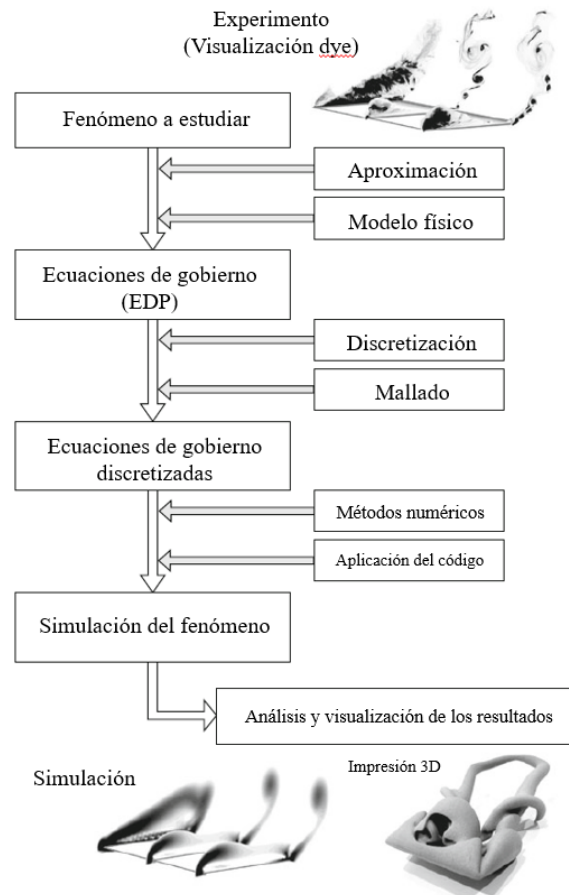


Figura 3.1: Diagrama de flujo general de los pasos para la aplicación de la Dinámica de Fluidos Computacional [7].

3.2 MÉTODOS DE DISCRETIZACIÓN

Como ya se mencionó anteriormente, las ecuaciones de Navier-Stokes necesitan ser resueltas numéricamente, y para ello las ecuaciones se discretizan aplicando

adecuadamente algún método numérico. La principal característica de la solución numérica es obtener una solución discretizada donde los valores de las variables dependientes sean obtenidas solamente en los nodos distribuidos dentro el dominio [59].

Entre las opciones que se tienen para discretizar las ecuaciones de gobierno, podemos citar las siguientes:

- a. Método de diferencias finitas (MDF)
- b. Método de volúmenes finitos (MVF)
- c. Métodos de elemento finitos (MEF)

La diferencia entre los métodos reside en la forma en que se acoplan las variables del flujo con respecto al proceso de discretización. En la Figura 3.2 se muestran los distintos métodos [7].

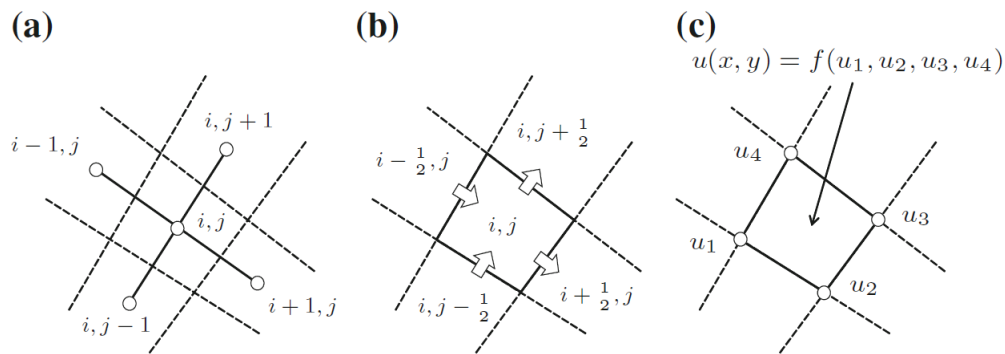


Figura 3.2: Visión general de los métodos de discretización. a) Método de diferencias finitas b) Método de volúmenes finitos c) Método de elemento finito.

Como se explicó previamente, la Dinámica de Fluidos Computacional es una herramienta de predicción del comportamiento de un flujo en un medio, para ello hacemos uso de dos aproximaciones de la realidad del fenómeno que son la experimentación y la simulación por computadora, siendo la primera la ideal pero con la

desventaja de que no siempre se cuenta con el equipo y herramientas necesarias para recrear las condiciones de interés, por lo tanto la simulación sobresale en ese sentido, y representa ahorros en tiempo y presupuesto.

Las ecuaciones de gobierno de los fluidos parten del principio de conservación, donde a cada una de ellas les pertenecen ciertas cantidades físicas únicas, y son expresadas como variables dependientes, por ejemplo, fracción másica, velocidad y entalpía específica. La forma diferencial de las ecuaciones no es más que un conjunto de propiedades representadas por unidad de volumen, y que en conjunto mantienen su balance o conservación.

Imagine un medio en donde se calculará una cierta propiedad la cual denotaremos como una función $f(x, y, z, t)$. Esta forma resulta compleja a la hora de realizar el cómputo ya que se generarían una infinidad de información contenida en una región específica del medio, lo cual resulta ineficiente a la hora de utilizar la herramienta de Dinámica de Fluidos Computacional. Usualmente para empezar el cálculo de las propiedades se utilizan variables discretas en forma $\phi_{i,j,k}$, que representan las diferentes propiedades a calcular, y a su vez la ubicación en el medio sin ocupar tanta información.

3.3 ECUACIÓN GENERALIZADA DE TRANSPORTE

Las ecuaciones diferenciales de conservación de masa, momentum, energía, y transporte de especies, junto con sus diversas variables y propiedades obedecen a un principio generalizado de conservación, el cual permite presentar una sola ecuación en términos de ϕ , y así tener un punto de partida en los procedimientos de la Dinámica de Fluidos Computacional. La ecuación es la siguiente:

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \text{div}(\rho\phi u) = \text{div}(\Gamma \text{grad } \phi) + S \quad (3.1)$$

donde ϕ representa la variable dependiente de transporte, Γ es el coeficiente de difusión, y S es el término fuente, que en palabras se puede decir:

$$\begin{array}{l} \text{Razón de incremento} \\ \text{de } \phi \text{ del volumen de} \\ \text{control del fluido} \end{array} + \begin{array}{l} \text{Razón neta del flujo} \\ \text{de } \phi \text{ en el volumen de control} \end{array} = \begin{array}{l} \text{Razón de incremento} \\ \text{de } \phi \text{ debido a la} \\ \text{difusión} \end{array} + \begin{array}{l} \text{Razón de incremento} \\ \text{de } \phi \text{ debido al término} \\ \text{fuente} \end{array}$$

Los términos de Γ y del término fuente S cambian en función del tipo de propiedad (ϕ) que se evaluará. Véase la tabla 3.1

Ecuación	ϕ	Γ	S
Continuidad	1	0	0
Cantidad de movimiento en x	u	μ	$-\frac{\partial p}{\partial x} + F_x$
Cantidad de movimiento en y	v	μ	$-\frac{\partial p}{\partial y} + F_y$
Energía	T	$\frac{K}{C_p}$	\dot{q}
Transporte de especies	w	ρD	m''

Tabla 3.1: Coeficientes de la ecuación de transporte.

3.4 MÉTODO DE DISCRETIZACIÓN CON EL MÉTODO DE LOS VOLÚMENES FINITOS

Este método es utilizado ampliamente en el área de dinámica de fluidos computacionales, y fue introducido originalmente por McDonald en 1971 y su enfoque está basado en las leyes de conservación presentadas en forma integral. Estas leyes son aplicadas en pequeñas secciones de volúmenes finitos pertenecientes a una sección de estudio, para después obtener ecuaciones discretizadas cuyos balances puedan ser calculados por la computadora [60].

Este método puede ser tratado como una versión mejorada del método de

weighted residuals por su traducción al español de *residuos ponderados*. La idea del método de volúmenes finitos es dividir un dominio controlado en subdominios de volúmenes, tal que cada uno de ellos rodee un punto dentro de una malla.

La integración de un volumen de control es el paso clave para el método de volúmenes finitos, a continuación se presenta la ecuación en forma integral:

$$\int_{CV} \text{div}(\Gamma \text{ grad } \phi) dV + \int_{CV} S_\phi dV = \int_A n \cdot (\Gamma \text{ grad } \phi) dA + \int_{CV} S_\phi dV = 0 \quad (3.2)$$

Al integrar la ecuación de transporte en uno de volúmenes de control se genera una ecuación algebraica, la cual se aplica a cada uno de los nodos de la malla contenidos en un dominio. Esta ecuación relaciona el valor de la variable ϕ del nodo, con los valores de ϕ de los nodos vecinos. Esta relación de los valores de ϕ con los valores vecinos generará un sistema de ecuaciones algebraicas que tendrá que ser resuelto por medio de un método iterativo.

La ecuación discretizada obtenida expresa el principio de conservación de ϕ para el volumen de control finito, justo como la forma diferencial de la ecuación expresada en un volumen infinitesimal.

3.4.1 GENERACIÓN DE LA MALLA

Como primer paso en la aplicación del método de los volúmenes finitos, se genera la malla, es decir, convertir un dominio continuo en volúmenes de control discretizados. La malla se conforma de puntos nodales que a su vez se unen con otros nodos, formando celdas que en conjunto cubren todo el dominio a analizar. Los volúmenes de control usualmente se encuentran cerca de las fronteras del dominio.

La discretización del dominio requiere cierta organización para que la solución sea eficiente, es decir, debe ser posible identificar fácilmente los puntos o celdas ad-

yacentes del sitio de cómputo. Además, la discretización debe ajustarse a los límites de la región, de tal manera que las condiciones en las fronteras se puedan representar con precisión. Esta organización se proporciona mediante un sistema de coordenadas, y la necesidad de alineación con el límite se refleja en la elección rutinaria de coordenadas cartesianas para regiones rectangulares, coordenadas cilíndricas para regiones circulares [61].

3.4.2 DISCRETIZACIÓN DEL TÉRMINO CONVECTIVO

En la ecuación 3.1 se observan dos términos a la izquierda de la igualdad, que representan la razón de cambio en el flujo de energía que deja un volumen de control debido a ϕ , por ejemplo, la velocidad. Se supondrá que se conoce el campo de flujo. Aplicando el Teorema de la Divergencia con el objeto de convertir la integración del volumen en una integral de superficie:

$$\int_V \nabla \cdot (\rho \vec{u} \phi) dV = \int_S (\rho \vec{u} \phi) \vec{n} dS \quad (3.3)$$

Para el caso bidimensional, se sustituye la integral en cada una de las caras del volumen de control, es decir, para la cara este, oeste, norte y sur, respectivamente.

$$\int_S (\rho \vec{u} \phi) \vec{n} dS = \int_S [(\rho u \phi)_e (1) + (\rho u \phi)_w (-1) + (\rho v \phi)_n (1) + (\rho v \phi)_s (-1)] dS \quad (3.4)$$

Se supone que los flujos convectivos anteriores a la entrada de las caras son constantes, por lo cual la ecuación nos quedará de la siguiente forma:

$$(\rho u \phi)_e \int_S dy - (\rho u \phi)_w \int_S dy + (\rho v \phi)_n - \int_S dx - (\rho v \phi)_s \int_S dx = 0 \quad (3.5)$$

$$(\rho u \phi)_e \Delta y - (\rho u \phi)_w \Delta y + (\rho v \phi)_n \Delta x - (\rho v \phi)_s \Delta x = 0 \quad (3.6)$$

Se introduce un coeficiente de 1/2 para evaluar las caras de los nodos ϕ_e y ϕ_w con una linealización de la forma:

$$\phi_e = \frac{1}{2} (\phi_E + \phi_P) \quad (3.7)$$

$$\phi_w = \frac{1}{2} (\phi_P + \phi_W) \quad (3.8)$$

3.4.3 DISCRETIZACIÓN DEL TÉRMINO DIFUSIVO

Tomando de referencia la ecuación 3.1, los términos a la derecha de la igualdad, representan el proceso de transporte difusivo (Γ), que describe el flujo de energía que deja el volumen de control debido al transporte molecular por difusión. Este proceso de transporte es independiente del campo de velocidad.

El término difusivo bidimensional para estado permanente, incluyendo el término fuente se representa de la siguiente manera:

$$\nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi) + S = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + S \quad (3.9)$$

Para discretizar la ecuación utilizamos el *Teorema del gradiente* (3.10) y el *Teorema de la Divergencia o de Gauss* (3.11).

$$\int_V \nabla \lambda dV = \int_S \lambda \vec{n} dS \quad (3.10)$$

$$\int_V \nabla \cdot \vec{u} dV = \int_S \vec{u} \cdot \vec{n} dS \quad (3.11)$$

donde V representa una región en el espacio en tres dimensiones cuyo contorno es una superficie S , la cual está formada por un número infinito de partes tales que sobre cada una existe un vector normal \vec{n} , que constituye un campo continuo, es decir, será un vector unitario normal al contorno saliendo del volumen del cuerpo.

Integrando cada una de las caras del volumen, tenemos:

$$\int_V [\nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi)] dV = \int_S [\Gamma \nabla \phi \cdot \vec{n}] dS \quad (3.12)$$

$$\int_S \left[\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e (1) + \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w (-1) + \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_n (1) + \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_s (-1) \right] dS + \int_V S dV = 0 \quad (3.13)$$

Para el caso bidimensional supondremos que dS será igual a $dy(1)$ y $dx(1)$, para las direcciones en x y y , respectivamente.

$$\begin{aligned} \int_S \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e dy(1) - \int_S \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w dy(1) \\ + \int_S \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_n dx(1) - \int_S \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_s dx(1) + \int_V S dx dy(1) = 0 \end{aligned} \quad (3.14)$$

Se supondrán los flujos constantes en cada una de las superficies de las caras que forman el volumen finito, el flujo difusivo simplificando el cálculo de cada una de las integrales. También se considerará al término fuente S como constante en la integral del volumen de control, teniendo lo siguiente:

$$\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_e \Delta y - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_w \Delta y + \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y}\right)_n \Delta x - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y}\right)_s \Delta x + \bar{S} \Delta x \Delta y = 0 \quad (3.15)$$

El valor promedio del término fuente dentro del volumen de control está representado por \bar{S} . La forma de tratar al término fuente es colocar a \bar{S} en función de ϕ , que usualmente representa una variable dependiente. La siguiente fórmula representa la forma lineal discretizada, donde S_c es constante y S_p es la parte proporcional a la variable ϕ .

$$\bar{S} = S_c + S_p \phi_p \quad (3.16)$$

La variación entre las caras de los volúmenes de control se representa de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \Gamma_e \Delta y \left(\frac{\phi_e - \phi_p}{\delta x} \right) - \Gamma_w \Delta y \left(\frac{\phi_p - \phi_w}{\delta x} \right) + \Gamma_n \Delta x \left(\frac{\phi_n - \phi_p}{\delta y} \right) \\ - \Gamma_s \Delta x \left(\frac{\phi_p - \phi_s}{\delta y} \right) + \bar{S} \Delta x \Delta y = 0 \end{aligned} \quad (3.17)$$

3.4.4 ESQUEMA UPWIND

En las secciones anteriores se describió la interpretación de los términos convectivo y difusivo, mostrando la forma de discretizar sus ecuaciones analíticas. Uno de los problemas que surgen al discretizar es conocer la dirección del flujo en las caras de las celdas que conforman el dominio, por ejemplo, en un dominio unidimensional, el valor de ϕ_p (izquierda) y de ϕ_w (derecha) siempre son influenciados entre sí, y no se conoce la dirección de la propiedad calculada.

El procedimiento UPWIND tiene como objetivo conocer las cantidades vectoriales de estas propiedades ϕ en las superficies de control de cada celda, tomando en cuenta la dirección del flujo por donde entra en dicha celda, determinando el valor de la propiedad en la misma.

Consideremos un problema de convección y difusión unidimensional, que se observa en la figura 3.3 donde u representa la velocidad en x , la ecuación diferencial que representa el sistema es la siguiente:

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho u \phi) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \quad (3.18)$$

donde la densidad es constante:

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho u) = 0 \quad (3.19)$$

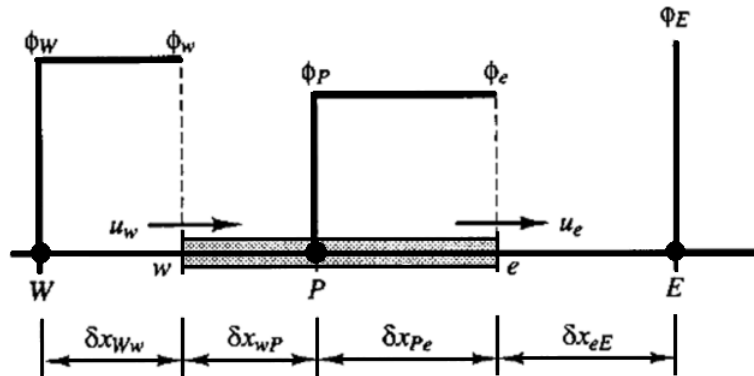


Figura 3.3: Mallado de un dominio unidimensional [8].

La forma discretizada de la ecuación 3.20 contiene un factor de $1/2$ que se deriva de la suposición de que las caras del volumen de control se encuentran a la mitad de los puntos W y E , los coeficientes de difusión Γ_e y Γ_w , suelen tener un significado distinto dependiendo del fenómeno a analizar. La forma de la ecuación es la siguiente:

$$\frac{1}{2}(\rho u)_e(\phi_E + \phi_P) - \frac{1}{2}(\rho u)_w(\phi_P + \phi_W) = \frac{\Gamma_e(\phi_E + \phi_P)}{(\delta x)_w} - \frac{\Gamma_e(\phi_P + \phi_W)}{(\delta x)_w} \quad (3.20)$$

Para facilitar la lectura de la ecuación anterior se proponen nuevos coeficientes mostrados en las definiciones (3.21), que representan el efecto que tiene la convección y la difusión por conductancia, respectivamente.

$$F \equiv \rho u \quad ; D \equiv \frac{\Gamma}{\delta x} \quad (3.21)$$

Sustituyendo las definiciones anteriores y despreciando el término temporal y el fuente, la ecuación nos quedaría:

$$F_e\phi_e - F_w\phi_w = D_e(\phi_E - \phi_P) - D_w(\phi_P - \phi_W) \quad (3.22)$$

donde:

$$F_e = (\rho u)_e \Delta y \quad (3.23)$$

$$F_w = (\rho u)_w \Delta y \quad (3.24)$$

$$D_e = \frac{\Gamma_e \Delta y}{\delta x} \quad (3.25)$$

$$D_w = \frac{\Gamma_w \Delta y}{\delta x} \quad (3.26)$$

El cálculo del transporte convectivo de la propiedad ϕ , en la frontera del este, ϕ_e , en la cara del volumen de control, toma los valores anteriores del nodo para una dirección positiva como se indica a continuación:

$$\phi_w = \phi_W \text{ y } \phi_e = \phi_P, \text{ si } F_e > 0 \quad (3.27)$$

Por otro lado, si la dirección del flujo es en sentido contrario:

$$\phi_w = \phi_P, \text{ y } \phi_e = \phi_E, \text{ si } F_e < 0 \quad (3.28)$$

La manera práctica de representar la ecuaciones (3.27 o 3.28) es mediante la definición siguiente:

$$F_e \phi_e = \phi_P \|F_e, 0\| - \phi_E \|-F_e, 0\| \quad (3.29)$$

$$F_w \phi_w = \phi_W \|F_w, 0\| - \phi_P \|-F_w, 0\| \quad (3.30)$$

donde $\|a, b\|$, representa el valor máximo al comparar el valor de a y b .

Entonces la ecuación (3.20) se puede discretizar y presentar de la siguiente manera:

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W \quad (3.31)$$

La propiedad de transporte de un fluido se puede cuantificar adimensionalmente con el número de Peclet. El número de Peclet mide la proporción de la convección y difusión en el volumen de control:

$$P_e = \frac{F}{D} = \frac{\rho u}{\Gamma / \delta x} \quad (3.32)$$

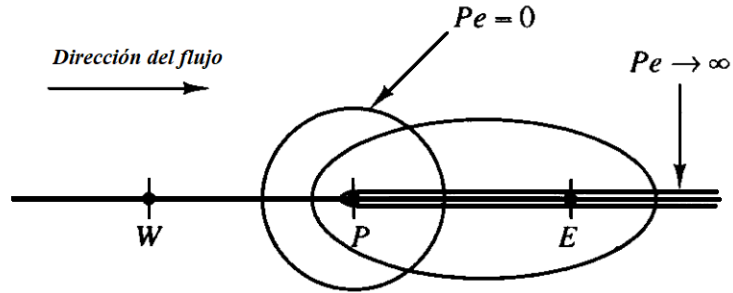


Figura 3.4: Comportamiento de ϕ para diferentes valores del número de Peclet [8].

En la figura (3.4) se consideran dos casos extremos para poner en contexto la influencia de los nodos y el número de Peclet, donde $\phi=1$ para distintos valores de P_e :

- Sin convección, y difusión pura ($P_e = 0$)
- Sin difusión, y convección pura ($P_e \rightarrow \infty$)

Para el esquema UPWIND, los números de Peclet (P_e) iguales o mayores a 2 resultan en una buena concordancia con el fenómeno de transporte dominado por la convección.

Para el dominio bidimensional mostrado en la figura (3.5) se consideran los mismos términos de convección (F), y difusión (D), entonces la ecuación (3.22) se representará de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 F_e \phi_e - F_w \phi_w + F_n \phi_n - F_s \phi_s &= D_e (\phi_E - \phi_P) - D_w (\phi_P - \phi_W) \\
 &+ D_n (\phi_N - \phi_P) - D_s (\phi_P - \phi_S)
 \end{aligned}
 \tag{3.33}$$

donde la convección (F) se calcula como:

$$F_e = (\rho u)_e \Delta y \tag{3.34}$$

$$F_w = (\rho u)_w \Delta y \tag{3.35}$$

$$F_n = (\rho v)_n \Delta x \quad (3.36)$$

$$F_s = (\rho v)_s \Delta x \quad (3.37)$$

y la difusión (D) se calcula como:

$$D_e = \frac{\Gamma_e \Delta y}{\delta_x} \quad (3.38)$$

$$D_w = \frac{\Gamma_w \Delta y}{\delta_x} \quad (3.39)$$

$$D_n = \frac{\Gamma_n \Delta x}{\delta_y} \quad (3.40)$$

$$D_s = \frac{\Gamma_s \Delta x}{\delta_y} \quad (3.41)$$

las cantidades máximas del término de convección (F) en dos dimensiones serán:

$$F_e \phi_e = \phi_P \|F_e, 0\| - \phi_E \|-F_e, 0\| \quad (3.42)$$

$$F_w \phi_w = \phi_W \|F_w, 0\| - \phi_P \|-F_w, 0\| \quad (3.43)$$

$$F_n \phi_n = \phi_P \|F_n, 0\| - \phi_N \|-F_n, 0\| \quad (3.44)$$

$$F_s \phi_s = \phi_S \|F_s, 0\| - \phi_P \|-F_s, 0\| \quad (3.45)$$

la forma discretizada de la ecuación (3.31), ahora es como sigue:

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S \quad (3.46)$$

3.4.5 TÉRMINO TEMPORAL

Los cambios que puede presentar la variable ϕ con respecto al tiempo se integran en un intervalo de tiempo determinado. Para el caso del tipo de ecuación diferencial en estado transitorio, es necesario conocer las condiciones iniciales. Cuando

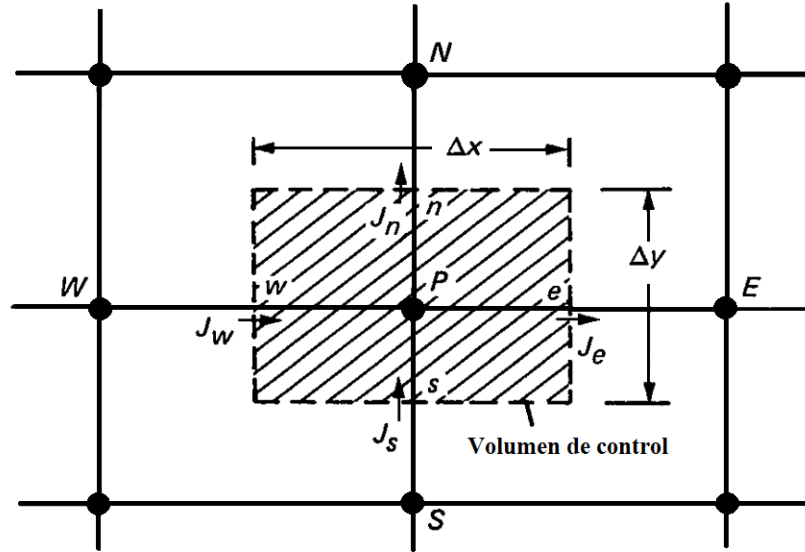


Figura 3.5: Malla para un dominio bidimensional [9]

se discretiza la ecuación diferencial también se necesitan conocer los valores de las variables en el tiempo (t), para cada uno de los nodos que componen la malla y el dominio.

Para el término temporal se integra con respecto al tiempo (t), y después con respecto al volumen finito. La nomenclatura para el valor inicial se denotará como (ϕ^0), y para los valores actuales como (ϕ). El valor en el nodo (ϕ_p), prevalecerá en todo el volumen de control al momento de integrar con respecto al tiempo:

$$\int_V \int_t^{t+\Delta t} \left(\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} \right) dt \cdot dV = \rho_p^0 (\phi_p - \phi_p^0) \Delta x \Delta y \quad (3.47)$$

La variación de la propiedad de ϕ en los respectivos nodos (E, W, N, S), con respecto al tiempo se realizará con la siguiente ecuación [9]:

$$\int_t^{t+\Delta t} \phi_p dt = [f \phi_p^1 + (1 - f) \phi_p^0] \Delta t \quad (3.48)$$

La f representa el factor de peso cuyo valor se encuentra entre 0 y 1. Para

el intervalo de f existen tres esquemas para los cuales el factor de peso tomará un valor. Para el esquema *explícito* $f = 0$, el esquema *Crank-Nicolson*, $f = 0.5$, y para el esquema *totalmente explícito*, $f = 1$.

Los dos primeros esquemas usualmente presentan resultados físicamente poco realistas, según Patankar [9], por lo cual se recomienda utilizar el esquema *totalmente explícito*.

3.4.6 ECUACIÓN BIDIMENSIONAL DISCRETIZADA

La discretización partirá de la integración con respecto al tiempo de los términos convectivos, difusivos y fuente:

$$\begin{aligned} \rho_p^0 \phi_p \Delta x \Delta y - \rho_p^0 \phi_p^0 \Delta x \Delta y = \int_t^{t+\Delta t} [-F_e \phi_e + F_w \phi_w - F_n \phi_n + F_s \phi_s + \\ D_e \phi_E - D_e \phi_P - D_w \phi_P + D_w \phi_W + D_n \phi_N - D_n \phi_P - D_s \phi_P + D_s \phi_S + \\ S_C \Delta x \Delta y + S_p \Delta x \Delta y \phi_P] dt \end{aligned} \quad (3.49)$$

aplicando el esquema *totalmente explícito* ($f = 1$), y despejando Δt :

$$\begin{aligned} \frac{\rho_P^0 \phi_P \Delta x \Delta y}{\Delta t} - \frac{\rho_P^0 \phi_P^0 \Delta x \Delta y}{\Delta t} = -F_e \phi_e + F_w \phi_w - F_n \phi_n + F_s \phi_s + \\ D_e \phi_E - D_e \phi_P - D_w \phi_P + D_w \phi_W + D_n \phi_N - D_n \phi_P - D_s \phi_P + D_s \phi_S + \\ S_C \Delta x \Delta y + S_P \Delta x \Delta y \phi_P \end{aligned} \quad (3.50)$$

Ahora se agruparán en coeficientes en (a_P) , de los cuatro nodos (a_E, a_E, a_N, a_S) , los cuales incluyen los efectos convectivos y difusivos; y para el coeficiente b , contiene al término fuente.

$$a_P\phi_P = a_E\phi_E + a_W\phi_W + a_N\phi_N + a_S\phi_S + b \quad (3.51)$$

donde:

$$a_E = D_e + \|-F_e, 0\| \quad (3.52)$$

$$a_W = D_w + \|F_w, 0\| \quad (3.53)$$

$$a_N = D_n + \|-F_n, 0\| \quad (3.54)$$

$$a_S = D_s + \|F_s, 0\| \quad (3.55)$$

$$a_p^0 = \frac{\rho_P^0 \Delta x \Delta y}{\Delta t} \quad (3.56)$$

3.4.7 CAMPOS DE FLUJOS Y DE PRESIONES

En las ecuaciones anteriores se llegó a una solución mediante la suposición de que se conocía el campo de flujo, el cual es inherente al término convectivo. La realidad es que para la mayoría de los casos el campo de flujo no se conoce. Para llegar a una solución se resolverían las ecuaciones de momentum para $\phi = u$ y $\phi = v$, incluyendo los coeficientes de difusión y términos fuente, pero existe un detalle, tampoco se conoce el campo de presiones, el cual forma parte del término fuente en la ecuación de momentum, y caso similar al campo de velocidades, éste se desconoce.

3.4.8 GRADIENTE DE PRESIÓN

Para ejemplificar el problema del cálculo del gradiente de presión se utilizará un ejemplo unidimensional sobre la componente x . Suponga un volumen de control que está rodeado de las presiones P_W y P_E , para lo cual necesitamos conocer la caída

de presión específica del volumen de control, es decir, $P_w - P_e$. El cálculo se realizaría de la siguiente manera:

$$P_w - P_e = \frac{P_W + P_P}{2} - \frac{P_P + P_E}{2} = \frac{P_W - P_E}{2} \quad (3.57)$$

Lo que resulta de la suposición anterior es que, para la solución de la ecuación de *momentum*, la caída de presión se encontrará desfasada de la zona del volumen de control, generando un mallado grueso, dando resultados pocos precisos. Otro problema que se suscitará será que al aplicar una diferencia lineal de $P_W - P_E$ en cualquier zona del dominio unidimensional, resultará un campo de presiones uniforme, es decir, las diferencias lineales serán igual a cero, lo cual es erróneo. Este caso aplica para dominios bidimensionales y tridimensionales.

3.4.9 ECUACIÓN DE CONTINUIDAD

Conociendo la dependencia indirecta del campo de presiones con la solución de la ecuación de *momentum*, sucede lo mismo con la ecuación de *continuidad* con respecto a la diferencia lineal de las velocidades en las caras del volumen de control. Suponga el mismo caso unidimensional en la componente x , estado permanente y con densidad (ρ) constante:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (3.58)$$

integrando la ecuación diferencial nos quedará:

$$u_e - u_w = 0 \quad (3.59)$$

Análogamente, se discretizan las velocidades en los puntos nodales identificados como u_W y u_E , considerando las caras del volumen de control que se encuentran entre los puntos nodales.

$$\frac{u_P - u_E}{2} - \frac{u_W - u_P}{2} = 0 \quad (3.60)$$

$$u_E - u_W = 0 \quad (3.61)$$

Las velocidades, al igual que en el caso de las presiones, presentarán resultados erróneos e irreales, ya que los resultados estarán en función de los puntos nodales de u_W y u_E , y no de las caras del volumen finito (u_w y u_e).

3.4.10 DESPLAZAMIENTO DE LA MALLA

La forma de abordar las complicaciones en las secciones anteriores respecto al campo de presiones y velocidades, es moviendo los puntos nodales de la malla, es decir, realizar un *desplazamiento* de malla, el cual permita conocer los valores de las presiones y las componentes de la velocidad. La finalidad del *desplazamiento* de malla es que logren tocar las caras del volumen de control que se encuentran entre las celdas originales y el dominio a analizar.

Una ventaja adicional al utilizar esta estrategia es que no se interpolarán los flujos convectivos en el cálculo de las velocidades en las caras de los nodos, además, los campos de presiones y velocidades se corregirán, evitando valores falsos debido a la diferencia entre puntos nodales o la discretización lineal, validando así las ecuaciones de *momentum* y de *continuidad*.

3.4.11 ECUACIÓN DEL MOMENTUM

Recordando que el valor de ϕ puede representar un parámetro a calcular, que en nuestro caso es la velocidad, Γ es el coeficiente de difusión, y S para el término fuente; se reconfigurarán las ecuaciones discretizadas dictadas en las secciones anteriores, debido al desplazamiento de malla. Ahora que se tiene la certeza de que los valores de las velocidades y presiones son las correctas, se utilizará la diferencia $p_P - p_E$, como la fuerza que actuará en las caras del volumen para el cálculo de las componentes de velocidad (u_w y u_e).

El cálculo de los coeficientes difusivos (D), y convectivos (F), se realizará de la misma manera que en las secciones anteriores, con la diferencia de que se interpolarán los nodos vecinos de la malla original.

$$a_e u_e = \sum a_{nv} u_{nv} + b + (P_P - P_E) A_e \quad (3.62)$$

Los coeficientes que contienen a los nodos vecinos se encuentran en a_{nv} , los cuales representan la influencia de los efectos difusivos y convectivos de las caras del volumen de control, b representa el término fuente al igual que el producto de $(p_P - p_E) A_e$.

Al tener la información del campo de presiones correcta, se podrá resolver y satisfacer la ecuación de *continuidad*. Para el caso de las componentes de velocidad (u_w y v_e), se supondrá un campo de presión p^* para obtener sus valores. Gracias a los valores corregidos del campo de presiones se obtendrán las componentes de la velocidad. Agregando la presión *supuesta* tenemos:

$$a_e u_e^* = \sum a_{nv} u_{nv}^* + b + (p_P^* - p_E^*) A_e \quad (3.63)$$

$$a_n v_n^* = \sum a_{nv} v_{nv}^* + b + (p_P^* - p_N^*) A_n \quad (3.64)$$

3.4.12 CORRECCIÓN DE LA VELOCIDAD Y LA PRESIÓN

La solución exacta de las componentes de la velocidad y en consecuencia cumpliendo la ecuación de *continuidad* se logra iterando los resultados de la suma de las presiones supuestas (p^*) y una presión corregida (p'), es decir, la presión real se obtendrá de la siguiente manera:

$$p = p^* + p' \quad (3.65)$$

De la misma forma que las presiones, para las componentes de las velocidades se realiza el mismo procedimiento:

$$u = u^* + u' \quad (3.66)$$

$$v = v^* + v' \quad (3.67)$$

Aplicando las variables supuestas por las corregidas nos quedaría:

$$a_e u'_e = \sum a_{nv} u'_{nv} + b + (p'_P - p'_E) A_e \quad (3.68)$$

Patankar [9] sugiere retirar el término sumatorio, resultando lo siguiente:

$$u'_e = d_e (p'_P - p'_E) \quad (3.69)$$

La cual es la forma corregida de la velocidad.

$$d_e = \frac{A_e}{a_e} \quad (3.70)$$

Reescribiendo la ecuación de la velocidad corregida para las componentes u y v , tenemos:

$$u_e = u_e^* + d_e(p'_P - p'_E) \quad (3.71)$$

$$v_n = v_n^* + d_n(p'_P - p'_N) \quad (3.72)$$

3.4.13 ECUACIÓN DE CORRECCIÓN DE PRESIÓN

La ecuación corregida de presión puede aplicarse en la ecuación de *continuidad*, para después integrarla sobre el volumen de control de P y utilizando el esquema de diferencias centrales para las derivadas de espacio y un esquema *totalmente explícito* para la derivada temporal, justo como en las secciones anteriores, con la finalidad de obtener una ecuación discretizada corregida, se muestra de la siguiente manera:

$$\frac{(\rho_P - \rho_P^0)\Delta x\Delta y}{\Delta t} + [(\rho u)_e - (\rho u)_w]\Delta y + [(\rho v)_n - (\rho v)_s]\Delta x = 0 \quad (3.73)$$

Sustituyendo las ecuaciones de velocidad corregida para u y v 3.71, tenemos:

$$a_p p'_p = a_E p'_E + a_W p'_W + a_N p'_N + a_S p'_S + b \quad (3.74)$$

donde:

$$a_E = \rho_e d_e \Delta y \quad (3.75)$$

$$a_W = \rho_w d_w \Delta y \quad (3.76)$$

$$a_N = \rho_n d_n \Delta x \quad (3.77)$$

$$a_S = \rho_s d_s \Delta x \quad (3.78)$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S \quad (3.79)$$

$$b = \frac{(\rho_P^0 - \rho_P)\Delta x\Delta y}{\Delta t} + [(\rho u^*)_w - (\rho u^*)_e]\Delta y + [(\rho v^*)_s - (\rho v^*)_n]\Delta x \quad (3.80)$$

Los valores de las densidades (ρ) en las caras del volumen de control se obtendrán a partir de una interpolación de los puntos nodales de la malla original. Cuando b sea igual a cero, significará que satisface a la ecuación de *continuidad* debido a las presiones corregidas y por ende a las velocidades supuestas, en otras palabras, el término b representa una “Fuente de masa” que las correcciones en la presión deben eliminar.

3.4.14 ALGORITMO SIMPLE

Este algoritmo se basa en realizar iteraciones para obtener el campo de flujo a partir de las ecuaciones de las componentes de velocidad y del campo de presiones corregidas. SIMPLE es un acrónimo de *Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations*. A continuación se describen los pasos:

1. Se inicia con un campo de presión supuesto p^* .
2. Se resuelven las ecuaciones (3.63) para obtener las componentes de la velocidad u^* y v^* .
3. Se obtiene p' resolviendo la ecuación (3.74).
4. Se calcula el valor de p mediante la ecuación (3.65).
5. Se resuelven las ecuaciones (3.71) de las componentes de la velocidad u_e y v_n .
6. Se utilizan los valores de la presión corregida p como una nueva presión supuesta p^* , y repetimos el procedimiento desde el paso 2 hasta que la solución tenga convergencia.

3.4.15 VALOR DE BAJO-RELAJACIÓN (UNDER-RELAXATION)

En la búsqueda de la solución para un problema general de difusión, usualmente Γ es función de la incógnita de la variable dependiente ϕ , y la malla puede ser altamente no ortogonal con un gran término de difusión cruzada, el cuál es tratado mediante un enfoque de corrección diferida [62].

Por lo tanto, grandes variaciones en ϕ entre cada iteración dan como resultado términos fuente de gran magnitud y por ende cambios en los coeficientes, lo que causa divergencia del procedimiento de solución iterativa. Este comportamiento es usualmente provocado por la no-linealidad en los coeficientes y los términos de difusión cruzados, lo que causa que no converja la solución final.

La solución a este problema es el uso del coeficiente α , el cual se multiplica por los términos de presión, y por las componentes de velocidad u, v . Los siguientes valores típicamente utilizados para α se muestran en la Tabla 3.2.

Parámetro	Valor
Coeficiente de bajo-relajación de u	0.8
Coeficiente de bajo-relajación de v	0.8
Coeficiente de bajo-relajación de T	0.6
Coeficiente de bajo-relajación de P	0.006
Coeficiente de bajo-relajación de w	0.8

Tabla 3.2: Parámetros numéricos para la simulación.

Los coeficientes α en la mayoría de los problemas cumplen $0 < \alpha < 1$. Esta técnica es apropiada para los valores que no converjen en un punto, que se tornan oscilatorios, o que excedan en la solución final [63].

3.4.16 CANTIDAD DE MOVIMIENTO

Para el subdominio de la escarcha se utiliza una estrategia descrita por Patankar [9]. La estrategia propone asignar valores conocidos al interior de los nodos del dominio, como parte de la solución numérica. Para el subdominio del aire se utilizan los coeficientes de la tabla 3.3.

Ecuación	ϕ	Γ	S
Momentum en x	u	μ_a	$-\frac{\partial p}{\partial x}$
Momentum en y	v	μ_a	$-\frac{\partial p}{\partial y}$

Tabla 3.3: Coeficientes para la ecuación de momentum.

Se asignan los valores al término fuente de un orden mayor que los otros términos de la ecuación discretizada, de tal forma que estos términos no tengan *Peso* dentro de la ecuación. Considerando la siguiente ecuación discretizada:

$$a_p \phi_p = \sum a_{nv} \phi_{nv} + b \quad (3.81)$$

y utilizando los términos fuente como:

$$\begin{aligned} S_C &= 10^{30} \phi_{p,deseado} \\ S_C &= -10^{30} \end{aligned}$$

Al utilizar valores grandes, podemos despreciar los otros términos de la ecuación, quedando:

$$a_p \phi_p = b \quad (3.82)$$

donde:

$$a_p = -S_p \Delta x \Delta y$$

$$b = S_c \Delta x \Delta y$$

por lo tanto, el valor de ϕ_p nos quedaría:

$$a_p = \frac{(-S_c)(\phi_{P,deseado})}{S_p} \quad (3.83)$$

Utilizando esta técnica es posible especificar un valor deseado de ϕ en cualquiera de los nodos. En este caso se desea que la velocidad en el subdominio de la escarcha sea cero, por lo cual se utiliza $S_c = 0$ y $S_p = -10^{30}$ en los nodos correspondientes a la escarcha.

3.4.17 CONSERVACIÓN DE ENERGÍA

Los valores que se utilizan en el cálculo de la ecuación de la conservación de la energía se pueden ver en la Tabla 3.4.

Ecuación	ϕ	Γ	S
Conservación de la energía en el aire	T	$\frac{k_a}{C_{p,a}}$	0
Conservación de la energía en la escarcha	T	$\frac{k_f}{C_{p,f}}$	$\frac{\partial \rho_f}{\partial t}$

Tabla 3.4: Coeficientes para la ecuación de la energía.

El calor específico ($C_{p,a}$) se considera constante, mientras que la conductividad térmica (k_a) se considera que varía en función de la temperatura local. Las variaciones de las propiedades de la escarcha varían con el tiempo. Considerando que el vapor

de agua cambia de fase directamente al estado sólido, es decir, por desublimación, por lo que el término q_{sub} representa el calor de sublimación del agua y se considera constante, $q_{sub} = 2,833,000$ J/kg. El cambio de la densificación de la escarcha en el tiempo está representada por $\frac{\partial \rho_f}{\partial t}$.

3.4.18 FENÓMENO DE TRANSPORTE DEL VAPOR DE AGUA

El comportamiento del vapor de agua en el subdominio del aire está regido por la ecuación de transporte, la cual se resuelve utilizando los coeficientes mostrados en la Tabla 3.5:

Ecuación	ϕ	Γ	S
Conservación de vapor de agua	w	ρ_a, D	0

Tabla 3.5: Coeficientes para la ecuación de concentración de vapor de agua.

Kandula [27] y Lenic [57] consideraron a la humedad con un nivel de saturación a la temperatura local. Los valores se pueden obtener con la siguiente correlación:

$$w_{sat} = 0.622 \frac{p_v}{p_a} \quad (3.84)$$

donde (p_v) es la presión parcial del vapor del agua, y (p_a) es la presión parcial del aire seco. Estas dos presiones se relacionan de la siguiente forma:

$$p = p_a + (H.R.)p_v \quad (3.85)$$

donde p es la presión de la mezcla. Al suponer una saturación total del aire húmedo (H.R.= 100 %) tenemos:

$$w_{sat} = 0.622 \frac{p_{v,sat}}{p - p_{v,sat}} \quad (3.86)$$

Según la ASHRAE el valor de la presión parcial del vapor saturado es función de la temperatura y para calcularlo se emplea la siguiente ecuación:

$$\ln(p_{v,sat}) = \frac{E_1}{T} + E_2 + E_3T + E_4T^2 + E_5T^3 + E_6T^4 + E_7 \ln(T) \quad (3.87)$$

donde:

$$E_1 = -5.6745359 \times 10^3 \quad (3.88)$$

$$E_2 = 6.3925247 \quad (3.89)$$

$$E_3 = -9.6778430 \times 10^{-3} \quad (3.90)$$

$$E_4 = 6.22115701 \times 10^{-7} \quad (3.91)$$

$$E_5 = 2.0747825 \times 10^{-9} \quad (3.92)$$

$$E_6 = -9.4840240 \times 10^{-13} \quad (3.93)$$

$$E_7 = 4.1635019 \quad (3.94)$$

Se calcularon los valores de w_{sat} solamente en los nodos de escarcha, y en estos nodos se utilizaron los valores de $S_c = 10^{30} \times w_{sat}(T)$, y $S_p = -10^{30}$. De forma que los valores dentro de la escarcha estarán en función de los valores de $w_{sat}(T)$.

3.5 MODELADO DE LA DENSIFICACIÓN

La propiedad termofísica más importante en el desarrollo de la escarcha es la densidad [20, 38, 1]. La importancia reside en la dependencia que tiene la densidad en

los cálculos de la porosidad de la escarcha, e indirectamente conocer la conductividad, calor específico y la difusividad. En la realidad el fenómeno de la formación de escarcha depende del tiempo, comenzando con pequeños cristales, cambiando y creciendo en su morfología, formando escarcha porosa hasta que se densifica y se convierte en una capa con corteza sólida [1]. Na y Webb [64] propusieron la siguiente ecuación que describe el comportamiento de la densificación de la escarcha:

$$\frac{\partial \rho_f}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho_a D_{ef} \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho_a D_{ef} \frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad (3.95)$$

Integrando los términos sobre un volumen utilizando un esquema *totalmente explícito* para la derivada temporal, y diferencias finitas centrales para las derivadas parciales, se obtiene lo siguiente:

$$a_D \rho_{f,P} = a_E w_E + a_W w_W + a_N w_N + a_S w_S + a_P w_P + b \quad (3.96)$$

donde:

$$a_D = \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} \quad (3.97)$$

$$a_E = (\rho_a D_{ef})_e \frac{\Delta y}{\delta x} \quad (3.98)$$

$$a_W = (\rho_a D_{ef})_w \frac{\Delta y}{\delta x} \quad (3.99)$$

$$a_N = (\rho_a D_{ef})_n \frac{\Delta x}{\delta y} \quad (3.100)$$

$$a_S = (\rho_a D_{ef})_s \frac{\Delta x}{\delta y} \quad (3.101)$$

$$a_P = -a_E - a_W - a_N - a_S \quad (3.102)$$

$$b = a_D \rho_{f,P}^0 \quad (3.103)$$

El cálculo del nuevo valor de densidad dentro de la escarcha se encuentra en función del campo de humedad, y de la densidad de la escarcha del instante de

tiempo anterior, por lo que la obtención del valor de la densidad es *directo* y no requiere un proceso de *iteración*.

3.6 BALANCE DE MASA EN LA INTERFAZ AIRE-ESCARCHA

Una parte importante de la simulación es la determinación del balance de masa entre el dominio *aire-escarcha*. El balance de masa se realiza tomando en cuenta los nodos vecinos del dominio del aire que rodean al nodo específico de la escarcha. Armengol [54] describe la discretización de la ecuación del balance de energía:

$$\rho_f \frac{dV}{dt} = \sum_{SC} \dot{m}_a A - \sum_{SC} \dot{m}_{dif} A \quad (3.104)$$

donde el término de la izquierda representa el cambio de masa en un volumen con respecto al tiempo, A es el área al flujo normal, \dot{m}_a representa el flujo másico proveniente del aire, y el flujo másico que se transmite por difusión dentro de la escarcha está representado por \dot{m}_{dif} , que a su vez está relacionado directamente con la densificación de la escarcha.

La iteración de los volúmenes de control en los nodos bidireccionales (e, w, n, s) está en función de los flujos másicos provenientes del aire, donde, el volumen de control con mayor influencia de la masa y humedad predominará en el crecimiento de la escarcha en ese nodo. Las ecuaciones que describen el comportamiento nodal son las siguientes:

$$\left(\frac{dV}{dt} \right)_e = \frac{\dot{m}_{a,e} A_e}{\sum \dot{m}_a A_T} \frac{dV}{dt} \quad (3.105)$$

$$\left(\frac{dV}{dt} \right)_w = \frac{\dot{m}_{a,w} A_w}{\sum \dot{m}_a A_T} \frac{dV}{dt} \quad (3.106)$$

$$\left(\frac{dV}{dt}\right)_n = \frac{\dot{m}_{a,n}A_n}{\sum \dot{m}_a A_T} \frac{dV}{dt} \quad (3.107)$$

$$\left(\frac{dV}{dt}\right)_s = \frac{\dot{m}_{a,s}A_s}{\sum \dot{m}_a A_T} \frac{dV}{dt} \quad (3.108)$$

El flujo másico que entra en la cara del volumen de control de las caras nodales (e, w, n, s) está representado por \dot{m}_a , A es el área normal al flujo másico. El cambio del volumen total de la densificación de la escarcha se reescribirá:

$$\left(\frac{dV}{dt}\right) = \left(\frac{dV}{dt}\right)_e + \left(\frac{dV}{dt}\right)_w + \left(\frac{dV}{dt}\right)_n + \left(\frac{dV}{dt}\right)_s \quad (3.109)$$

Para representar la porción de la escarcha que ocupará en los nodos vecinos del aire, se utilizarán las siguientes ecuaciones:

$$\Delta C_e = \frac{\Delta L_e}{\Delta x_E} \quad (3.110)$$

$$\Delta C_w = \frac{\Delta L_w}{\Delta x_W} \quad (3.111)$$

$$\Delta C_n = \frac{\Delta L_n}{\Delta y_N} \quad (3.112)$$

$$\Delta C_s = \frac{\Delta L_s}{\Delta y_S} \quad (3.113)$$

El coeficiente ΔC representa la fracción ocupada por la escarcha en los nodos vecinos del aire, por lo tanto, tendrá valores entre 0 y 1, siendo cero cuando el nodo se encuentra lleno completamente de aire, y uno cuando está lleno de escarcha.

Aproximando linealmente:

$$\left(\frac{dV}{dt}\right)_e = \left(\frac{dx}{dt}\right)_e A_e \quad (3.114)$$

$$\left(\frac{dV}{dt}\right)_e = \left(\frac{\Delta L_e}{\Delta t}\right) A_e \quad (3.115)$$

despejando ΔL_e :

$$\Delta L_e = \frac{\left(\frac{dV}{dt}\right)_e}{A_e} \Delta t \quad (3.116)$$

$$\Delta L_w = \frac{\left(\frac{dV}{dt}\right)_w}{A_w} \Delta t \quad (3.117)$$

$$\Delta L_n = \frac{\left(\frac{dV}{dt}\right)_n}{A_n} \Delta t \quad (3.118)$$

$$\Delta L_s = \frac{\left(\frac{dV}{dt}\right)_s}{A_s} \Delta t \quad (3.119)$$

En la aplicación los nuevos valores nodales aparecerán cuando ΔC sea igual a 1, en ese momento, el nodo pasará del estado de aire a escarcha. Al nuevo nodo de escarcha se le asignará el mismo valor de densidad del nodo que esté en contacto:

$$\frac{\partial \rho_f}{\partial n} = 0 \quad (3.120)$$

donde n es la dirección normal al nodo donde la escarcha creció.

3.7 CRITERIO DE CONVERGENCIA

El criterio de convergencia utilizado, considera la evaluación de los valores absolutos residuales de las operaciones anteriores, ubicados en cada nodo del dominio. El residual $R_{i,j}^\phi$ corresponde al residual de la propiedad ϕ del nodo i,j . El cálculo del residual se realiza de la siguiente forma:

$$R_{i,j}^\phi = a_p^{i,j} \phi_{i,j} - a_E^{i,j} \phi_{i+1,j} - a_W^{i,j} \phi_{i-1,j} - a_N^{i,j} \phi_{i,j+1} - a_S^{i,j} \phi_{i,j-1} - b \quad (3.121)$$

La suma de los valores absolutos residuales de todos los nodos se representa de la siguiente manera:

$$R = \sum |R_{i,j}^{\phi}| \quad (3.122)$$

El valor residual R de la iteración actual debe ser menor que $R_{max} = 1 \times 10^{-5}$.

3.8 VENTILADORES

3.8.1 GENERALIDADES

Los ventiladores son máquinas rotatorias capaces de mover una determinada masa de aire, a la que comunican una cierta presión, suficiente para que pueda vencer las pérdidas de carga que se producirán en la circulación por los conductos.

Se componen de:

- Elemento rotativo.
- Soporte
- Motor

El elemento rotativo es la pieza del ventilador que gira en torno al eje del mismo. Puede ser una hélice o un rodete.

Lo llamaremos hélice si la dirección de salida del aire impulsado es paralela al eje del ventilador (dirección axial). Generalmente la hélice puede mover gran cantidad de aire comunicando al mismo una presión discreta.

Lo llamaremos rodete si la dirección de salida del aire impulsado es perpendicular al eje del ventilador. Generalmente los rodetes mueven un volumen de aire menor que las hélices, pero con un incremento de presión mucho mayor.

El motor es el componente que acciona la hélice o rodete.

3.8.2 CLASIFICACIÓN DE LOS VENTILADORES

Los ventiladores, denominados así de una forma amplia para todas sus concepciones, pueden clasificarse de formas muy diferentes, siendo la más común la que se describe a continuación.

3.8.2.1 SEGÚN SU FUNCIÓN

- Ventiladores con envolvente. Suelen ser tubular, y tienen por objeto desplazar aire dentro de un conducto.
- Ventiladores murales. Conocidos también como extractores, sirven para el traslado de aire entre dos espacios distintos, de una cara de pared a otra.
- Ventiladores de chorro. Son aparatos que se utilizan cuando se necesita una determinada velocidad de aire incidiendo sobre una persona o cosa.

3.8.3 SEGÚN LA TRAYECTORIA DEL AIRE EN EL VENTILADOR

- Ventiladores centrífugos. En los que el aire entra en el rodete con una trayectoria esencialmente axial y sale en dirección perpendicular.
- Ventiladores axiales. En los cuales el aire entra y sale de la hélice con trayectorias a lo largo de superficies cilíndricas coaxiales al ventilador.
- Ventiladores helicentrífugos. En los cuales la trayectoria del aire en el rodete es intermedia entre las del ventilador centrífugo y axial.

- Ventiladores tangenciales. En los cuales la trayectoria del aire en el rodete es sensiblemente normal al eje, tanto a la entrada como a la salida del mismo, en la zona periférica.

3.8.4 SEGÚN LA PRESIÓN DEL VENTILADOR

- Baja presión. Cuando la presión del ventilador es inferior a 72 mm c.d.a. (milímetro de columna de agua)
- Mediana presión. Cuando la presión del ventilador está comprendida entre 72 y 360 mm c.d.a.
- Alta presión. Cuando la presión del ventilador es superior a 360 mm c.d.a.

3.8.5 SEGÚN LAS CONDICIONES DE FUNCIONAMIENTO

- Ventiladores de corrientes. Son los que efectúan el movimiento de aire no tóxico, no saturado, no inflamable, no corrosivo, no cargado de partículas abrasivas, y que la temperatura no sobrepasa 80 °C (ó 40 °C, si el motor se encuentra en la corriente de aire).
- Ventiladores especiales. Son los diseñados para impulsar gases calientes, húmedos, corrosivos, para el transporte neumático, antiexplosivo, entre otros.
- Alta presión. Cuando la presión del ventilador es superior a 360 mm c.d.a.

3.8.6 SEGÚN EL SISTEMA DE ACCIONAMIENTO DE LA HÉLICE

Atendiendo al sistema empleado para el accionamiento de la hélice, es decir, si está accionada directamente por el motor, mediante correas, con motor de rotor

exterior, etc.

3.8.7 SEGÚN EL MÉTODO DE CONTROL DE LAS PRESTACIONES DEL VENTILADOR

Atendiendo al sistema empleado para variar las prestaciones del ventilador, que puede conseguirse variando la velocidad del motor, mediante compuertas, variando la inclinación de los álabes, tanto los de la hélice como los de la directriz de entrada, u otras.

- Con regulador de velocidad. Los reguladores varían las condiciones de la corriente de alimentación, y con ello la velocidad del motor y, a la postre, la característica del ventilador. Pueden ser de transformador, que varían la tensión de alimentación manteniendo su forma senoidal, y variadores de frecuencia que aumentan o disminuyen ésta, y por tanto la velocidad del motor.
- Con compuertas. Las compuertas, siempre a la admisión del ventilador y mejor para centrífugos (los axiales las soportan mal) abren y cierran el paso al aire de entrada al aparato con lo que regula la característica del mismo.
- Con álabes de inclinación variable. Se usa generalmente este método en ventiladores axiales, lográndose caudales muy ajustados a los objetivos fijados, pero exige una alta complejidad constructiva para la hélice de los mismos. Variando el ángulo de los álabes se logran regímenes distintos del ventilador, pero hay que ir con cuidado con la capacidad del motor de accionamiento, para no sobrepasarla y comprometer su seguridad. Los aparatos más sofisticados, y caros, de este tipo pueden variar la inclinación de sus álabes estando en funcionamiento, sin interrumpir su trabajo. Sólo es aplicable este método en grandes ventiladores.

3.8.8 CURVA CARACTERÍSTICA

El ensayo de ventiladores tiene por objeto determinar la capacidad del aparato para transferir la potencia al aire que mueve [65]. El ventilador se hace funcionar a un régimen de giro constante, midiendo los valores de diferentes caudales impulsados, según sea la pérdida de carga que debe vencerse. La curva característica de un ventilador se obtiene dibujando ejes coordenados para los distintos valores caudal-presión, obtenidos mediante un ensayo en un laboratorio. En la figura 3.6 tenemos representada la curva característica de un ventilador. Observemos que en la figura hay curvas diferentes, cada una de ellas representa un valor distinto, y su lectura se hace en las diferentes escalas que están a la izquierda de la figura.

Tres curvas están relacionadas con la presión que da el ventilador para distintos caudales (son las denominadas P_t , P_e , P_d).

- P_t : presión estática.
- P_d : presión dinámica.
- P_t : presión total.

Cumpliendo en todo momento:

$$P_t = P_e + P_d \quad (3.123)$$

Obsérvese que a descarga libre, es decir cuando la Presión Estática (P_e) es nula, el ventilador da el máximo caudal que puede impulsar; en este punto la Presión Total es igual a la Dinámica ($P_t = P_d$).

Asimismo, cuando el ventilador está obturado, es decir que da el mínimo caudal, la Presión Dinámica (P_d) es nula; en este punto, la Presión Total es igual a la Estática ($P_t = P_e$).

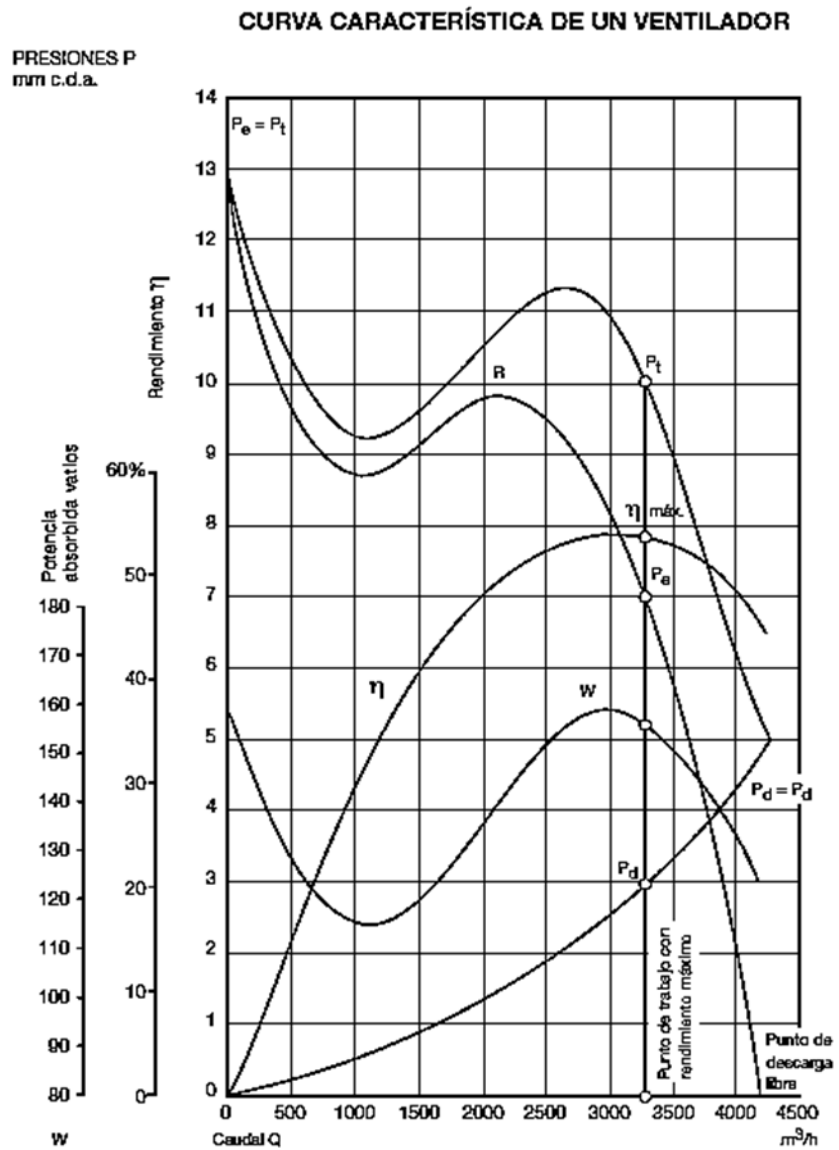


Figura 3.6: Curva característica de un ventilador.

Otra curva que podemos ver en el gráfico es: la curva de potencia absorbida (W), que leeremos en la escala vertical situada más a la izquierda (en watts). Esta curva representa la potencia que consume el motor que acciona el ventilador, y podemos ver que presenta un máximo (en la figura 3.6 corresponde al punto de caudal $3,000 \text{ m}^3/\text{h}$).

También tenemos representada la curva del rendimiento (η), que se lee en porcentaje en la escala vertical intermedia. Se puede ver que el rendimiento del ventilador depende del caudal que está moviendo. El conjunto de estas curvas recibe el nombre de *curvas característica de un ventilador*.

3.8.9 TUBO DE PITOT

La presión total en un fluido solo puede detectarse al estancar el flujo isentrópicamente; es decir, cuando su entropía es idéntica en todos los puntos del flujo. Tal estancamiento puede lograrse mediante un tubo de Pitot figura , desarrollado por primera vez por Henri de Pitot en 1732. Para obtener una medición de la velocidad en de un río utilizó dos tubos sumergidos en agua. Uno tenía una abertura inferior en uno de los tubos lo cual tomó como una medida de la presión estática. El otro tubo lo colocó dentro del fluido a un ángulo de 90° el cual se utilizó como una indicación de la presión dinámica debida a la velocidad del fluido.

El principal inconveniente de este dispositivo es que el tubo debe estar alineado con la corriente, cuya dirección puede no ser conocida. Para ángulos de desalineamiento mayores de 5° , se produce errores notables en las medidas de la presión estática y total.

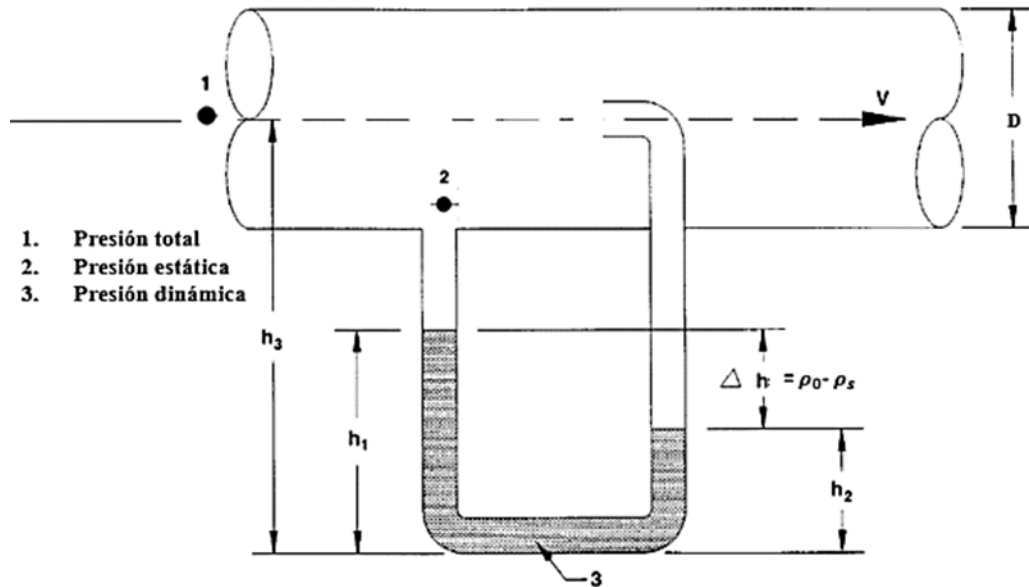


Figura 3.7: Diseño conceptual del tubo de Pitot [10].

3.9 FLUJOS EN CONDUCTOS NO CIRCULARES

Para los cálculos de caídas de presión dentro de un conjunto de placas paralelas se realizan analogías al de tubos circulares. En flujos laminares se facilita la resolución de las ecuaciones de continuidad y momentum utilizando el concepto de diámetro hidráulico.

En un ducto de sección no circular podemos utilizar la siguiente relación de área y perímetro mojado según White [66]:

$$D_h = \frac{4A}{P} \quad (3.124)$$

El perímetro mojado está determinado por todas las superficies sometidas a esfuerzos de fricción.

La solución de la incógnita para la velocidad para flujo laminar para un ducto no circular se determinará de la siguiente manera [10]:

$$v_{max} = \frac{h^2 \Delta p}{2\mu L} \quad (3.125)$$

3.10 ANÁLISIS DE MALLA

El análisis de la calidad de malla está en función de la resolución que ésta tenga, es decir, de la cantidad de nodos en el eje x y y del dominio. El tamaño de la malla se asigna dependiendo de los gradientes de las propiedades termofísicas que represente del fenómeno estudiado, y de los recursos del equipo de cómputo que ésta demande. En base a los criterios anteriores se decidió realizar un análisis de dependencia de malla.

Para este estudio se utilizaron distribuciones de malla de tipo homogénea y no homogénea, el primero corresponde a una separación equitativa de la distancia entre nodo y nodo en sus respectivo ejes. En la Tabla 3.6 se muestran los distintos tamaños de malla y parámetros iniciales de la simulación.

Iteraciones	Nodos	V ($m s^{-1}$)	Simulación del fenómeno (hrs)
50000	70 x 25	0.5	1
50000	90 x 30	0.5	1
50000	100 x 30	0.5	1
50000	100 x 35	0.5	1
50000	130 x 40	0.5	1

Tabla 3.6: Parámetros para la simulación de malla homogénea.

La malla no homogénea se presenta en la Tabla 3.7, tiene una distribución no regular a los bordes de la parte superior e inferior del dominio, este tipo de mallado se “afina” en las partes críticas donde el fenómeno ocurre.

Iteraciones	Nodos	V ($m s^{-1}$)	Simulación del fenómeno (s)
5000	80 x 6	0.5	1
5000	70 x 6	0.5	1

Tabla 3.7: Parámetros para la simulación de malla no homogénea.

La distribución de los nodos de manera homogénea en el dominio se ve representada por la Figura 3.8, donde muestra una simetría tanto en la parte superior como inferior, esta configuración es ideal para dominios.

Parte de la metodología numérica del análisis de malla considera la realización de pruebas para evaluar las diferencias entre las propiedades termofísicas dentro del dominio. En la Figura 3.8 se observan los valores de caída de presión a la entrada del dominio, comparándolo con el valor calculado analíticamente.

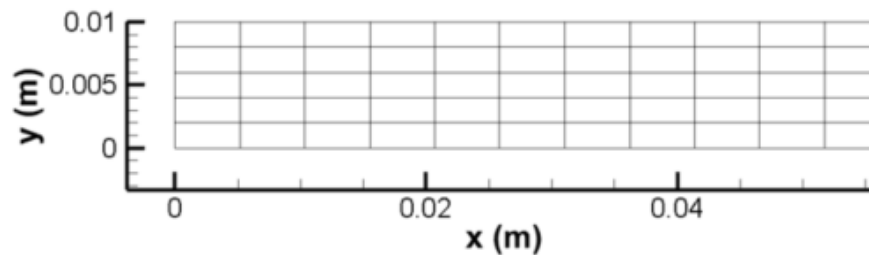


Figura 3.8: Tabla de distintos tamaños de malla no homogénea.

3.10.1 RESULTADOS NUMÉRICOS PRELIMINARES

Los resultados obtenidos numéricamente de la simulación serán validados con los resultados experimentales obtenidos en los laboratorios del LIITE en el calorímetro tipo túnel de viento.

3.10.2 ANÁLISIS DE MALLA

Los resultados están en función de la calidad de la malla, y generalmente se logran teniendo un número alto de nodos. Con el fin de obtener una malla lo suficientemente fina que permita evaluar los gradientes de las propiedades, y que no consuma un número exagerado de horas de recursos, se decidió realizar un análisis de dependencia de malla. En la tabla 3.8 se muestran cinco distintas opciones para las cantidades de nodos en las direcciones x y y , respectivamente.

	nodos en x	nodos en y
Malla 1	70	25
Malla 2	90	30
Malla 3	100	30
Malla 4	100	35
Malla 5	130	40

Tabla 3.8: Nodos empleados en cinco distintas opciones de malla.

A continuación se presenta la comparativa de resultados entre las cinco opciones de dichas mallas. Los resultados corresponden al crecimiento de la escarcha durante una hora.

La Figura 3.9 muestra los resultados obtenidos con las distintas mallas, y describe el crecimiento de la escarcha a lo largo de una hora de simulación. Las condiciones consideradas son de una humedad relativa de 55 %.

Se observa un comportamiento muy cercano para las mallas 3,4 y 5, habiendo un cambio pequeño pero significativo entre la malla 3 y 4. Para la malla 4 y 5 se observa un crecimiento similar, lo cual nos indica que la malla 4 es una buena opción para representar el fenómeno a comparar. La Figura 4.1 muestra la comparación entre las distintas mallas a una humedad relativa del 60 %, observando el comportamiento del crecimiento de escarcha durante una hora de simulación.

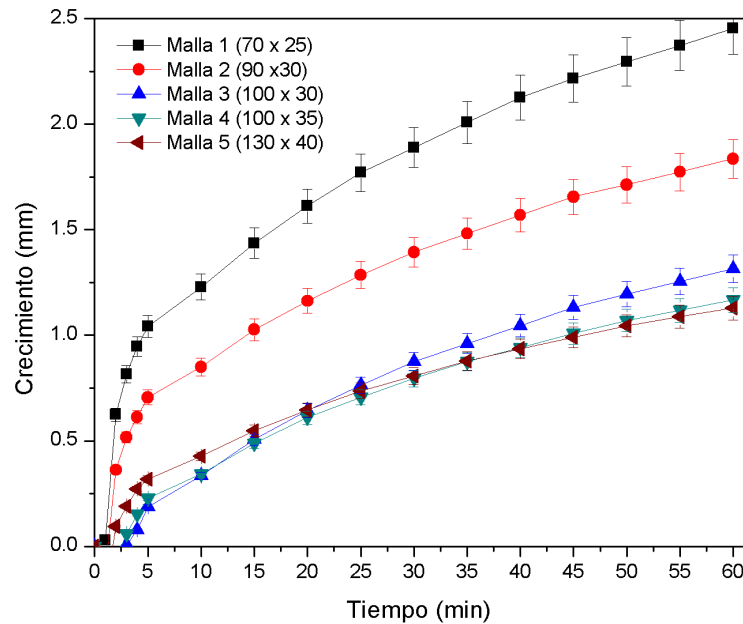


Figura 3.9: Mallas para una humedad relativa de 55 %, velocidad de 0.5 m/s.

La última comparación entre mallas para una humedad relativa de 65 % muestra una tendencia similar a los resultados anteriores, donde la malla número 4 tiene una tendencia igual a la malla 5. La malla 4 representa correctamente el crecimiento de escarcha en la simulación numérica sin demasiados nodos en el dominio.

Los resultados de la comparativa de las distintas mallas arrojó un resultado esperado, donde los dominios con un número alto de nodos en x (m) y (n) tienen un comportamiento similar en el crecimiento de escarcha. La malla de 100×35 fue la que mostró resultados equilibrados entre crecimiento de escarcha y tiempo de simulación.

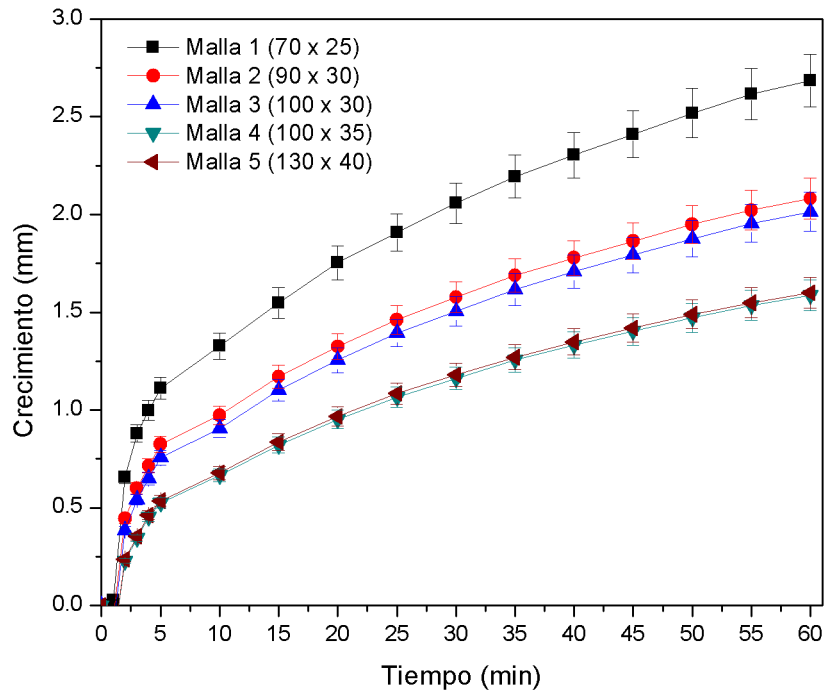


Figura 3.10: Mallas para una humedad relativa de 60 %, velocidad de 0.5 m/s.

3.10.2.1 ESTUDIO DE SENSIBILIDAD

Dentro de las actividades encaminadas a la simulación se tiene que determinar el tamaño óptimo de la malla y del intervalo de cálculo basado en el desarrollo de análisis de sensibilidad del modelo a estos parámetros. La determinación del tamaño óptimo de la malla de cálculo se basa en la realización de análisis de sensibilidad al tamaño de la malla, primero horizontal y luego verticalmente. El efecto del tamaño de la malla se mide a través de pruebas estadísticas comparando globalmente los resultados obtenidos para cada tamaño de malla con los resultados obtenidos para una malla definida patrón. Es común utilizar el número de Courant para la elección del paso del tiempo adecuado y evitar problemas de convergencia, la ecuación se define como:

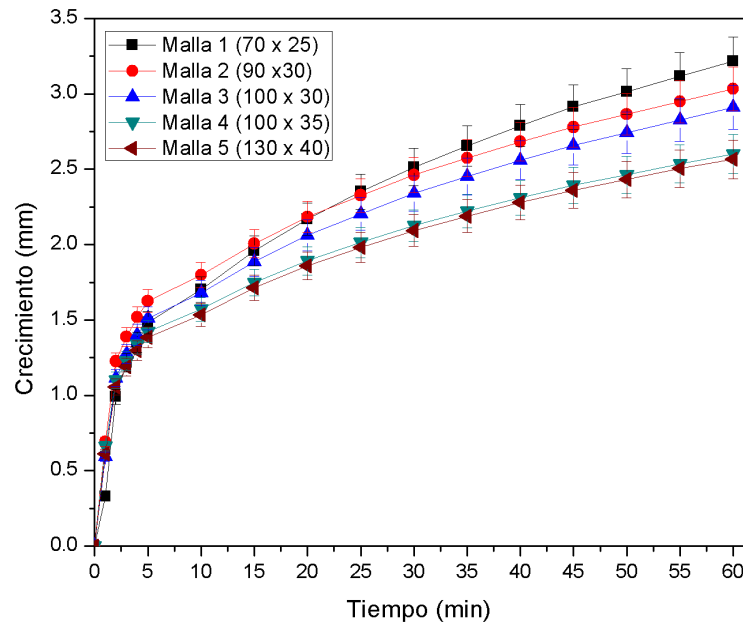


Figura 3.11: Mallas para una humedad relativa de 65 %, velocidad de 0.5 m/s.

$$C = \frac{u\Delta x}{\Delta t} \quad (3.126)$$

donde u representa a la velocidad Δx es el tamaño del volumen del nodo y Δt es el paso de tiempo. Para valores de Courant menores o iguales a uno, significa que las partículas se mueven de un nodo a otro dentro del dominio en un paso de tiempo. Para valores mayores a uno, indican que mas de una particular se mueven dentro del dominio al mismo tiempo, estos valores pudieran afectar a los números residuales que ayudan a converger a la solución final de las iteraciones.

CAPÍTULO 4

VALIDACIÓN EXPERIMENTAL

En este capítulo se describirán las técnicas experimentales para validar los resultados de la simulación numérica, igualmente los equipos que se utilizarán para las mediciones de las variables termodinámicas involucradas en el fenómeno de formación de escarcha. Toda la fase de experimentación se llevará a cabo en instalaciones del LIITE en la FIME

4.1 INSTALACIÓN EXPERIMENTAL

Las primeras variables a considerar y a medir son la temperatura, humedad relativa, y la velocidad del aire, parámetros que se controlarán en un calorímetro tipo túnel de viento. También allí mismo se instalará el modelo que replicará la geometría del intercambiador de calor donde se pondrá a prueba las condiciones de formación de escarcha.

El equipo a utilizar se muestra en la Figura 4.1, el cual se compone de secciones metálicas selladas que forman un un circuito cerrado, por el cual fluye un flujo controlado de aire desde la parte inferior hacia la superior, con dirección a favor de las manecillas del reloj. Una lista de componentes se puede observar en la Tabla 4.1.

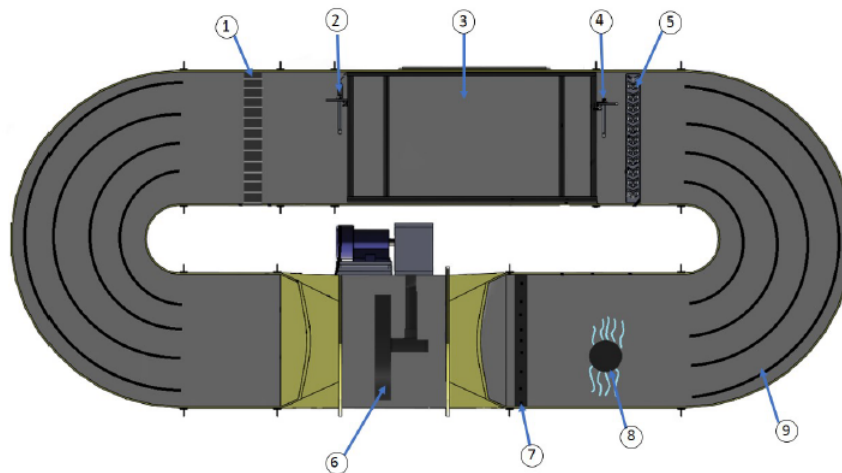


Figura 4.1: Calorímetro tipo túnel de viento, ubicado en el laboratorio de ambiente controlado del LIITE, FIME de la UANL.

En el interior se encuentran unas guías (1) y (9) que homogeneizan el flujo del aire húmedo; en la parte superior del túnel de viento se instalaron varios sensores (4), uno mide la temperatura, el otro la humedad, y el último mide la velocidad del flujo. El primero es un RTD [$\pm 1/10 (0.3 + 0.005|T|)$ °C], el segundo sensor con modelo *HX85A* marca *OMEGA* tiene un rango de medición de 5 a 95 % (± 1 %), por último se utilizó un velocímetro *TSI VelociCalc* ® modelo 9545, con rango de

Componentes
1. Guías de flujo
2. Sensores de temperatura y humedad
3. Sección de pruebas
4. Sensores de temperatura y humedad
5. Eevaporador
6. Variador de velocidad
7. Resistencia eléctrica
8. Distribuidor de vapor
9. Guías de flujo

Tabla 4.1: Lista de componentes del túnel de viento.

operación de hasta 30 m/s con un error en las mediciones de (± 0.015 m/s).

4.1.1 CONDICIONES EXPERIMENTALES

Realizando una búsqueda en la literatura especializada de la experimentación en geometrías de placas en paralelo, se observó que las velocidades del aire son relativamente bajas alcanzando máximos de hasta 3 m/s, esto depende del régimen de operación de la aplicación que se requiere analizar. En este caso, se analiza un flujo laminar. Las condiciones de humedad relativa estudiadas fueron de alrededor del 70%, con el objeto de mantener controladas las condiciones durante los experimentos dentro del túnel de viento. Esto porque sobrepasando ese porcentaje se empieza a perder el control de las condiciones de experimentación del túnel de viento. Las condiciones se pueden observar en la Tabla 4.2. En este caso T_s corresponde a la temperatura de la superficie fría, T_a es la temperatura del aire, se incluye la información de la humedad relativa y velocidad del flujo del aire.

	$T_s(^{\circ}C)$	$T_a(^{\circ}C)$	Humedad relativa (%)	Velocidad (m/s)
Caso 1	-20	5	55	0.5
Caso 2	-20	5	60	0.5
Caso 3	-20	5	65	0.5

Tabla 4.2: Condiciones de experimentación.

4.1.2 MODELO EXPERIMENTAL

Se diseñó y construyó un modelo físico que recreara las condiciones geométricas de una sección de un intercambiador de calor, la cual consiste en dos placas que son paralelas al flujo del aire a la entrada.

Se utilizó una placa de cobre que en su interior cuenta con canales en los que fluye una mezcla fría de agua y etilenglicol. Se empleó el cobre por su alta conductividad térmica, para poder establecer la temperatura fría en esta superficie, en donde se formará la escarcha.

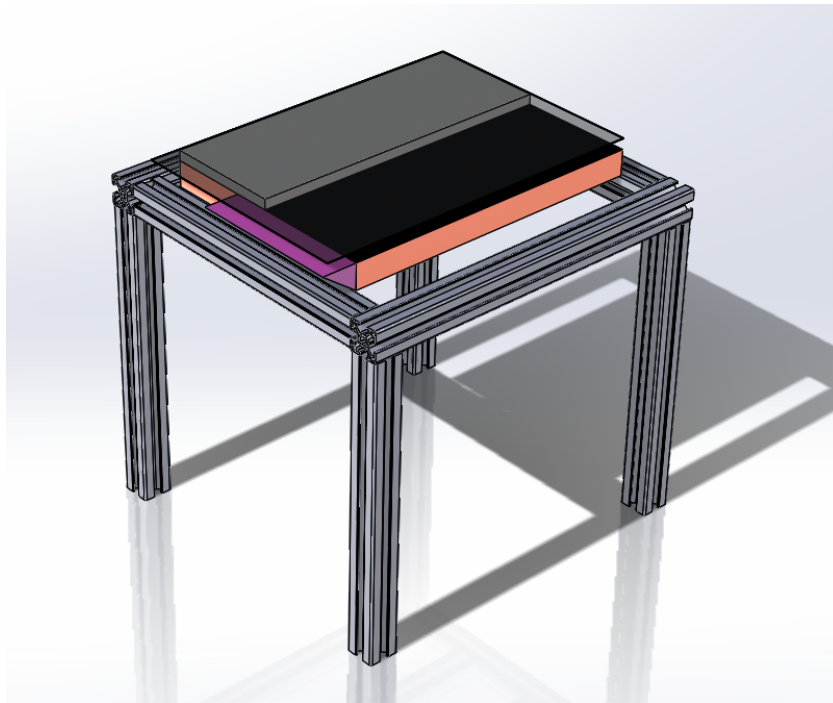


Figura 4.2: Modelo 3D del experimento.

La placa superior de aluminio tiene una separación de 10 mm con respecto a la placa base de cobre. Se adaptó un pieza de unicel para separar la placa de superior a la medida deseada, Figura 4.3.



Figura 4.3: Pieza de unicel

En la parte superior se utilizó una placa de aluminio, Figura 4.4. La elección de este metal es debido a su disponibilidad en el mercado, además de contar con propiedades termofísicas ideales para el experimento, particularmente por su alta conductividad térmica. Su acabado liso ayuda a no crear pequeñas fluctuaciones en el flujo laminar dentro del canal. Las medidas de la placa son de 9×13.5 in.

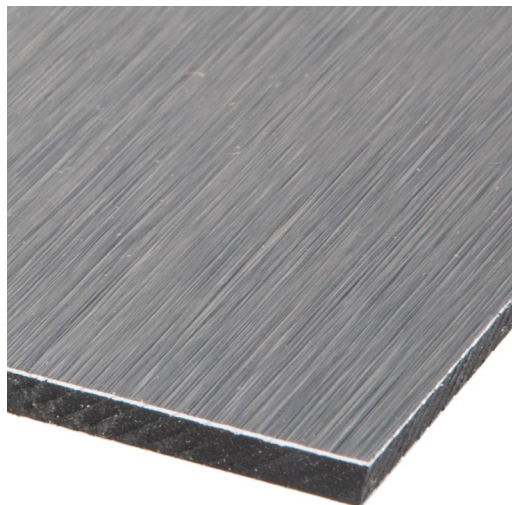


Figura 4.4: Placa de aluminio.

Como se muestra en la Figura 4.6, el material aislante *Foamular* a la entrada

del modelo experimental se cortó en forma de cuña, con el fin de perturbar el flujo a la entrada del mismo, Figura 4.5. El material es de espuma rígida de poliestireno extruido en paneles manufacturados por el proceso H3. Tiene una superficie lisa, lo que permite que se altere el flujo que viaja cerca de su superficie.



Figura 4.5: Cuña de Fouamular.

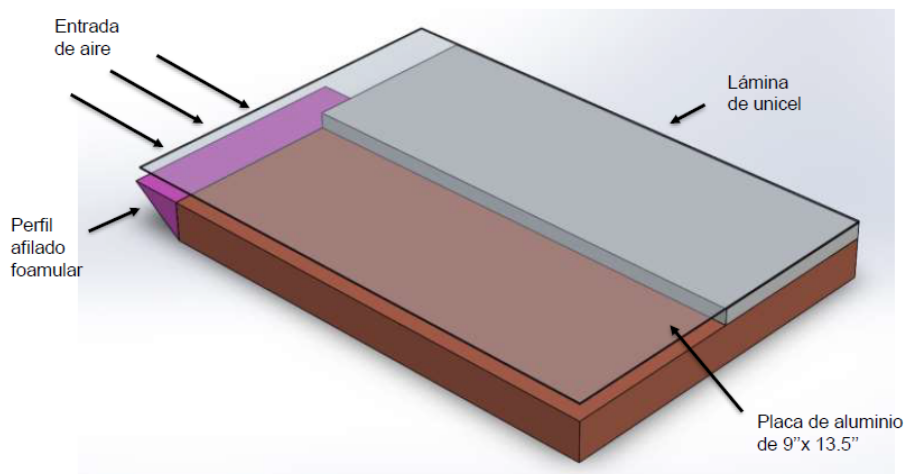


Figura 4.6: Vista isométrica de la entrada del flujo de aire al montaje experimental.

4.1.3 MONTAJE EXPERIMENTAL

Para enfriar la placa de cobre se hace pasar una mezcla de etilenglicol con agua al 50 %, a una temperatura de $-28\text{ }^{\circ}\text{C}$, misma que proviene de un baño térmico de temperatura constante marca *PolyScience*. El flujo se hará pasar por la placa hasta alcanzar una temperatura estable y uniforme en la superficie de cobre de $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$.

A la salida y entrada de las tomas del baño térmico se colocaron dos *RTD* para sensar los cambios en la temperatura antes y después de pasar por la placa de cobre, además de un caudalímetro *IFM SM6000* instalado a la salida del baño térmico, éste con el fin de calcular la transferencia de calor del aire y la capa de escarcha, utilizando un valor constante del C_p del refrigerante.

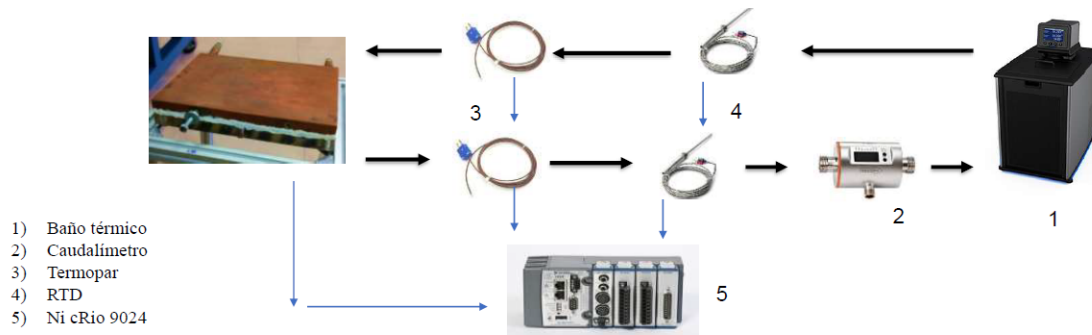


Figura 4.7: Diagrama de la configuración del experimento.

La colocación del modelo experimental se realizó procurando una velocidad uniforme por lo que se colocó en el centro del área transversal del túnel de viento.

La placa de cobre se aisló térmicamente casi en su totalidad, por los costados y por tres cuartas partes de la superficie de la placa, esto para no tener ganancias de calor durante el enfriamiento de la placa, y lograr la estabilidad de la temperatura de la misma.

4.1.4 PROCESAMIENTO DE IMÁGENES

La toma de las fotografías se realizó con una cámara Nikon 3300 de resolución de 24 megapíxeles. Se montó sobre un trípode especial el cual permite el ajuste a distintas alturas.

Para medir el espesor, se utilizó un programa desarrollado con la aplicación LabVIEW. El programa toma la imagen original y la convierte a escala de grises, como se muestra en la Figura 4.8. Posteriormente, permite trazar una línea sobre

la imagen y muestra la intensidad de luz que poseen cada uno de los píxeles que se encuentran en esa línea. De esta forma es posible detectar los píxeles correspondientes a la escarcha, debido a la intensidad de luz, y descartar los píxeles correspondientes al aislante térmico.

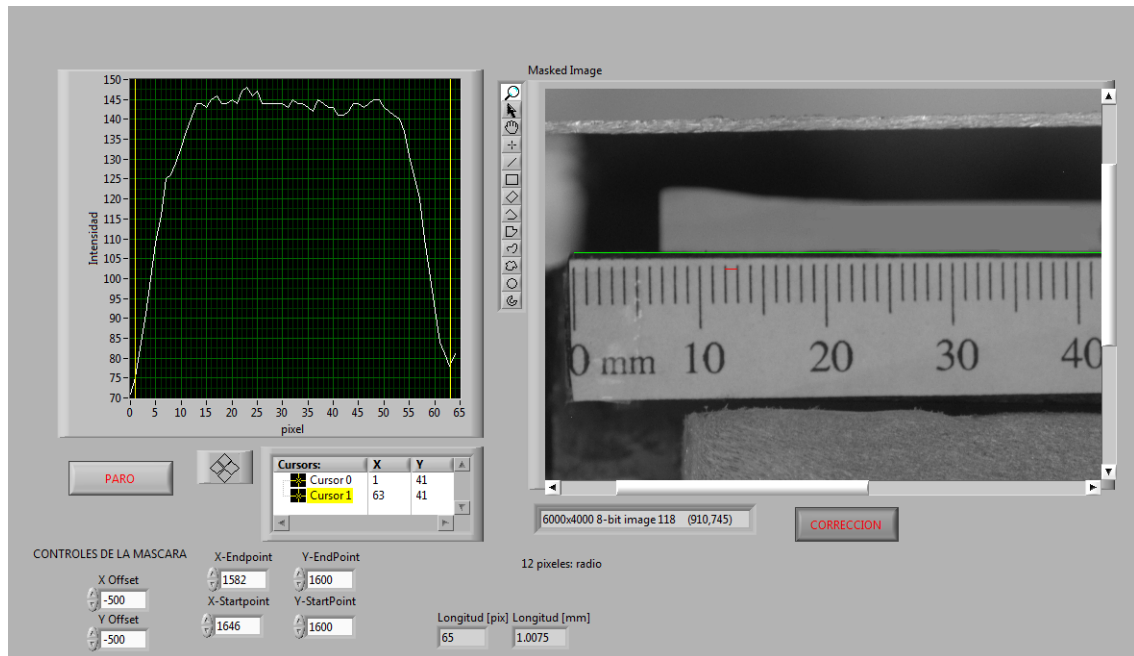


Figura 4.8: Interfaz gráfica para procesar imágenes del crecimiento de escarcha.

Se realizaron pruebas de medición de píxeles, para correlacionarlos con las longitudes en milímetros, como se muestra en la Figura 4.9.

En la figura 4.10, se ilustra la digitalización y la medición de la altura de la escarcha, colocando una línea verde la cual representa la horizontal de la placa de cobre, donde la escarcha crecerá. La línea roja realiza se emplea para correlacionar el trabajo de convertir los píxeles a milímetros, se emplea una línea para correlacionar la longitud en milímetros con los píxeles de la fotografía.

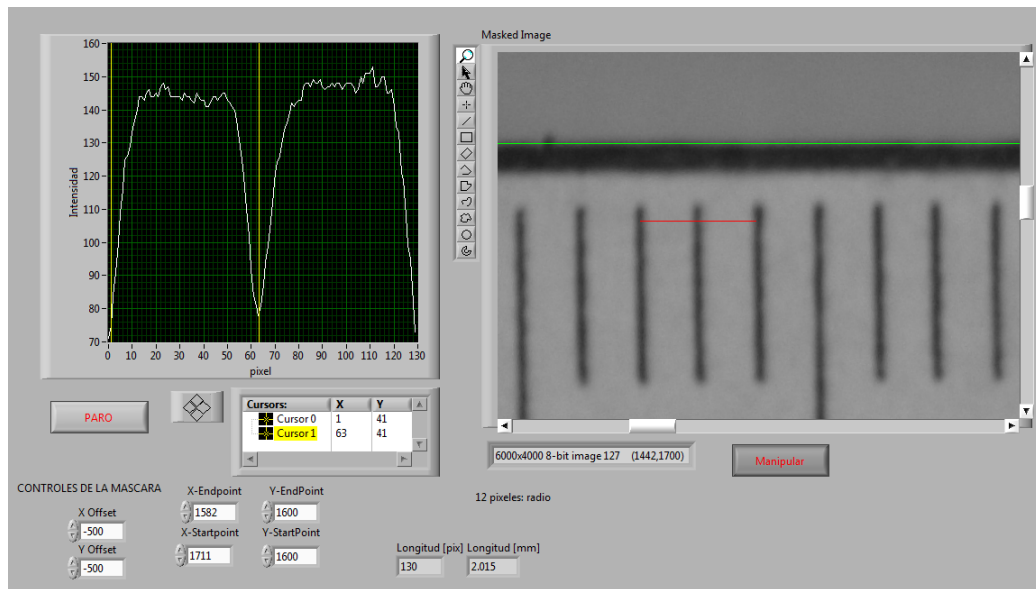


Figura 4.9: Interfaz gráfica para procesar imágenes del crecimiento de escarcha.

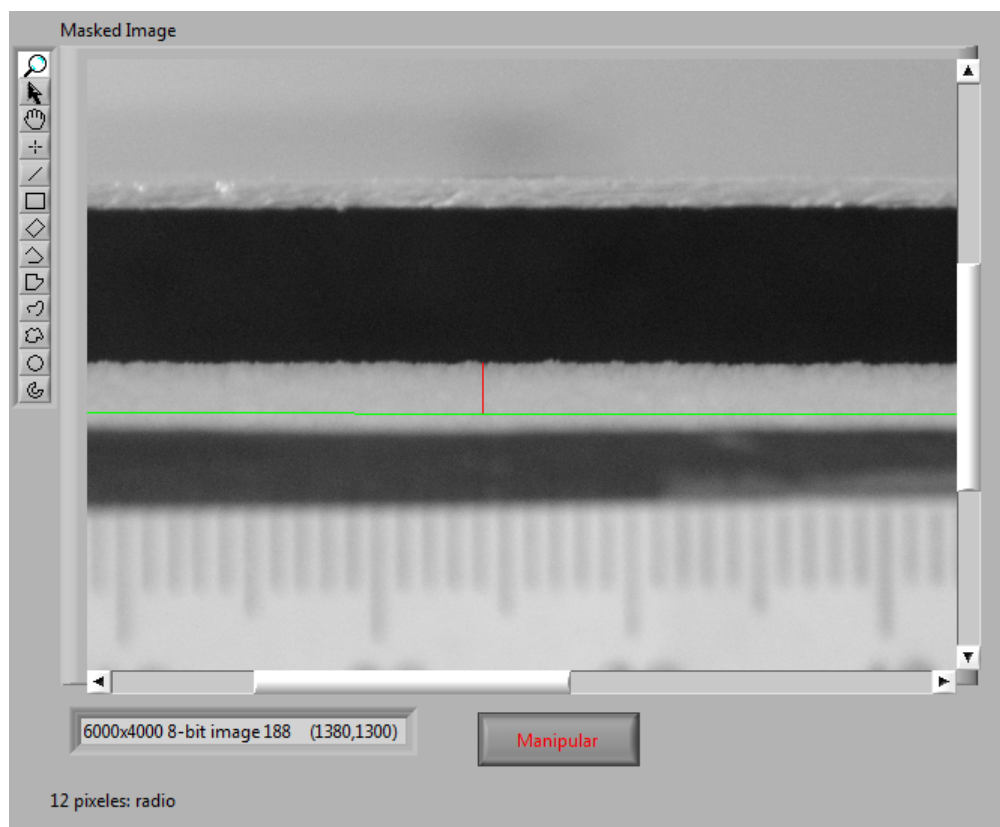


Figura 4.10: Interfaz gráfica para procesar imágenes del crecimiento de escarcha.

CAPÍTULO 5

RESULTADOS NUMÉRICOS Y EXPERIMENTALES

En este capítulo se presentarán los resultados numéricos, que incluyen el crecimiento de la escarcha en función de la velocidad del aire, humedad, así como la reducción del área efectiva por donde pasa el flujo entre las dos placas.

5.1 TEMPERATURA DEL AIRE

En el capítulo uno, se describieron los efectos y los mecanismos de la formación de escarcha, los cuales son principalmente propiciados por condiciones estables entre la temperatura de la superficie donde se formará la escarcha, y la temperatura del aire circundante. También de la humedad relativa del aire y velocidad del mismo entre las placas. Además hay que resaltar de que dicho fenómeno es transitorio, ya que las variables y las condiciones de formación de escarcha dependen de la posición en dónde se realicen las mediciones y del tiempo cuando registren dichas mediciones, justo como se observará en las siguientes secciones.

La distribución y crecimiento de las escarcha se realizaron bajo condiciones controladas, estabilizando la humedad relativa del aire, velocidad del flujo del viento y su temperatura, así como también la temperatura en la superficie de la placa de cobre.

Dicha estabilización de las condiciones del experimento se llevaron a cabo en etapas, primero se inició con el control de la temperatura del viento dentro del túnel, ya que tomaba más tiempo alcanzar los 5°C , en comparación con la temperatura de la placa, que toma al rededor de 20 minutos en estabilizarse. Las razones de llevar a cabo la experimentación por etapas fueron por las limitaciones operativas que hasta ese momento presentaba la instalación experimental.

En la Figura 5.1 se muestra la estabilización de la temperatura del aire dentro del túnel de viento, a lo largo de un par de horas. Se observan fluctuaciones de $\pm 0.5^{\circ}\text{C}$, las cuales son aceptables para continuar con el experimento.

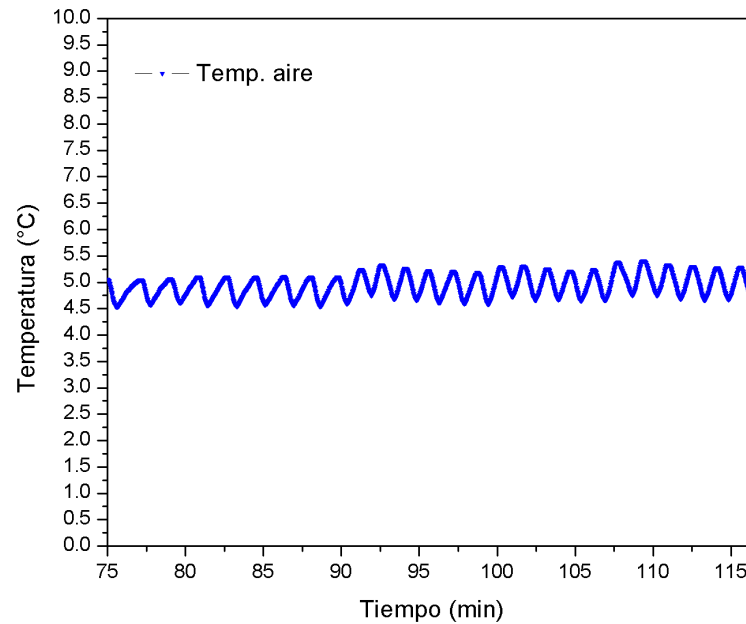


Figura 5.1: Lectura de temperatura del aire dentro del túnel de viento

5.2 TEMPERATURA SOBRE LA SUPERFICIE DE COBRE

La prueba se inició justo después de haber estabilizado la temperatura sobre la superficie de la placa, es decir, lograr mantener -20°C . Debido a que no se tiene acceso a una vista superior de placa para observar la distribución de las temperaturas con una cámara termográfica, se optó por colocar termopares sobre la superficie. En la Figura 5.2 se muestra la temperatura registrada por dos termopares colocados sobre la superficie de cobre.

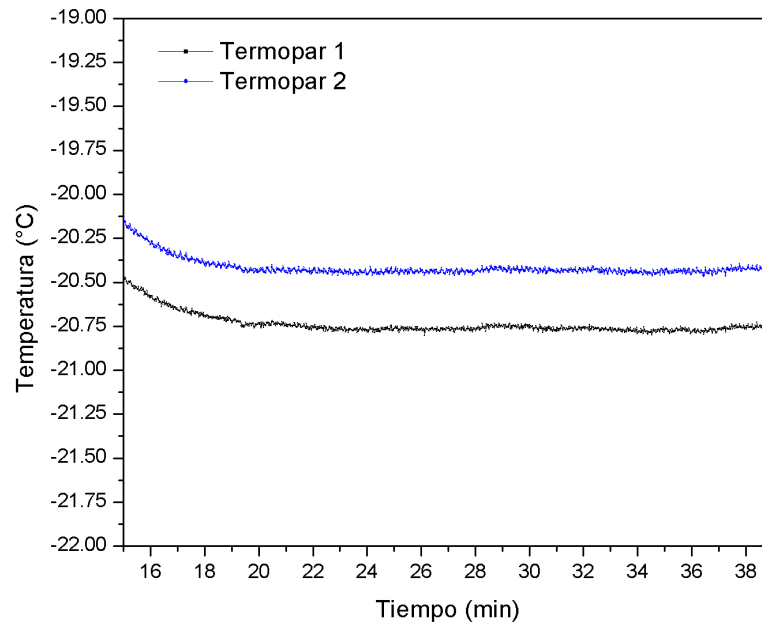


Figura 5.2: Lectura de temperatura sobre la superficie de cobre durante el experimento.

5.3 CRECIMIENTO DE ESCARCHA

Una vez transcurrido el proceso de estabilización, bajo las condiciones requeridas, se inició el experimento. La duración de dichos experimentos fue de aproximadamente de una hora, lo anterior debido a que durante las pruebas se encontró de que después de una hora de experimentación las condiciones de humedad relativa presentaron fluctuaciones, por lo que los resultados ya no tienen validez. Con fines de referencia definimos tres posiciones: x_1, x_2, x_3 , mismos que están ubicados a 10, 20 y 30 mm desde el borde de entrada de la placa de cobre, respectivamente.

El tiempo necesario para conseguir la estabilización de la temperatura de la placa fue de aproximadamente una hora, y a partir de ese momento es que se considera que inicia el crecimiento de la escarcha, iniciando así la prueba experimental.

Cabe mencionar que las pruebas se realizaron bajo condiciones límite de la funcionalidad del túnel de viento, por lo cual no permitieron seguir con la experimentación por más tiempo y así observar de mejor manera las tendencias a largo plazo del fenómeno estudiado.

5.3.1 CASO 1: HUMEDAD RELATIVA DE 55 %

La Figura 5.3 muestra el crecimiento de las capas de la escarcha conforme transcurre el tiempo cuando se tiene una humedad relativa de 55 %, con una velocidad del viento dentro del túnel de 0.5 m/s , con una temperatura del aire y de la placa de 5 °C y -20 °C, respectivamente. Se observa que la formación de escarcha ocurrió de una manera relativamente lenta en los primeros 15 minutos del experimento, probablemente debido que a la condición de humedad relativa es relativamente baja por lo que la cantidad de vapor contenida en el aire no favorece de manera importante la formación de escarcha.

Usualmente para que el mecanismo de formación de escarcha ocurra es necesario tener un gradiente alto de vapor de agua en el aire, esto para que el proceso de desublimación ocurra. Lo anterior se demuestra en las gráficas del crecimiento de escarcha bajo las mismas condiciones, pero con humedades relativas de 60 % y 65 %.

Como se puede apreciar, hay un notable crecimiento en las posiciones x_1 y x_2 , debido a que se acumula más escarcha en el borde de la entrada de la placa. Caso contrario, para una posición x_3 el crecimiento es relativamente lento, posiblemente debido a que gran cantidad de vapor de agua se desublima en las primeras regiones gélidas de la placa de cobre, reduciendo la cantidad de humedad para el resto de la superficie, y por consecuencia conduciendo a una tasa de formación lenta para el resto de la superficie de la placa, dicha observación está documentada en la investigación de Lenic [24]. Evidentemente la condición de humedad relativa del 55 % no promueve un crecimiento homogéneo a lo largo de la superficie, y tal afirmación se observa con

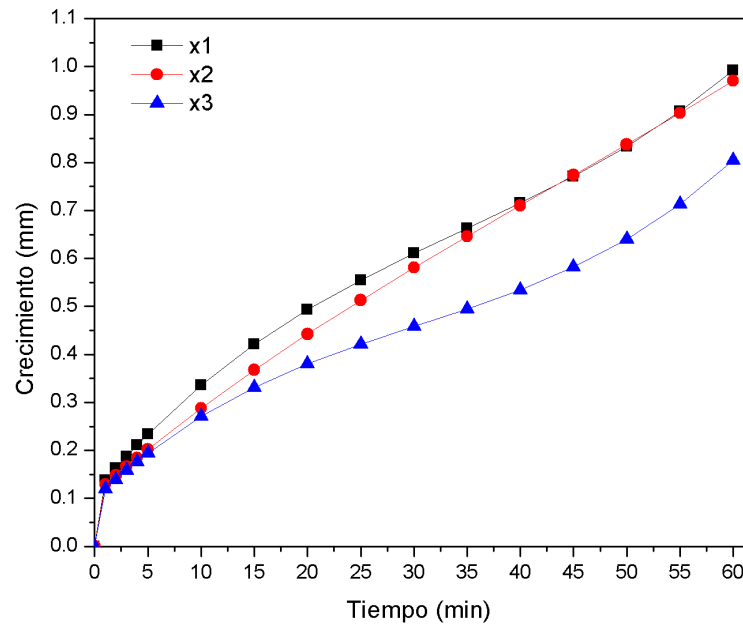


Figura 5.3: Crecimiento de la escarcha con una humedad relativa de 55 %, velocidad del aire de 0.5 m/s , temperatura de la superficie de $-20 \text{ }^\circ\text{C}$ y temperatura del aire a $5 \text{ }^\circ\text{C}$.

las Figuras 5.4 y 5.5.

A partir del minuto 25, se observa que hay un crecimiento casi lineal en los puntos x_1 y x_2 , inclusive con tasas de crecimiento similares. Esta situación demuestra que el crecimiento de la escarcha es proporcional al tiempo en las primeras etapas de la formación, también se observa que el crecimiento es razonablemente homogéneo. Por su parte en la posición x_3 , hay un crecimiento similar a x_1 y x_2 en los primeros 20 minutos, sin embargo, después de ese tiempo se observa un decaimiento en la tasa de crecimiento, apreciándose una forma *cóncava* en la gráfica. Este efecto probablemente se deba al hecho de que en los puntos x_1 y x_2 se deposita una importante cantidad de humedad, aumentando así el crecimiento de la escarcha, lo que probablemente reduce la cantidad de humedad para el punto x_3 . Además, por la tendencia que muestra el crecimiento de la escarcha a partir del minuto 50, el espesor de ésta

nuevamente muestra un incremento en la rapidez crecimiento.

5.3.2 CASO 2: HUMEDAD RELATIVA DE 60 %

Con el aumento en la cantidad de la humedad relativa se aprecia un mayor crecimiento de la escarcha a la entrada de la placa, teniendo un valor al final del experimento de 1.55 mm en el punto x_1 ; también resultó ser más rápido el crecimiento del espesor de escarcha en los primeros minutos de la experimentación, casi duplicando los valores de crecimiento obtenidos en el caso 1. En la Figura 5.4 se observa que dicho crecimiento es uniforme para los tres puntos de medición.

Comparando los resultados del primer caso (humedad relativa del 55%) con los de este segundo caso, en los primeros 15 minutos se observa un crecimiento proporcional en los tres puntos de medición, además de una mayor cantidad de escarcha en el punto uno x_1 , diferencia que se logra mantener prácticamente hasta el final del experimento. Las tendencias apuntan a que, si prolongamos por más tiempo el experimento se pudieran mantener las tasas de crecimiento de la escarcha de manera uniforme.

Después de 30 minutos de experimentación, se observa una reducción en la tasa de crecimiento en los puntos de control, en donde inclusive se muestra un notable decremento en el punto x_1 al término del experimento. La posible razón de dicho efecto se puede encontrar en el hecho de que el fenómeno de la formación de escarcha es transitorio, por lo que el crecimiento depende del propio espesor de la escarcha y de la porosidad. Probablemente estemos en el umbral de un cambio en la tasa de crecimiento a partir del minuto 55 del experimento. Si se observa la Figura 5.5, se tiene un comportamiento similar entre los minutos 30 y 45 del experimento en comparación con la parte final del caso 2.

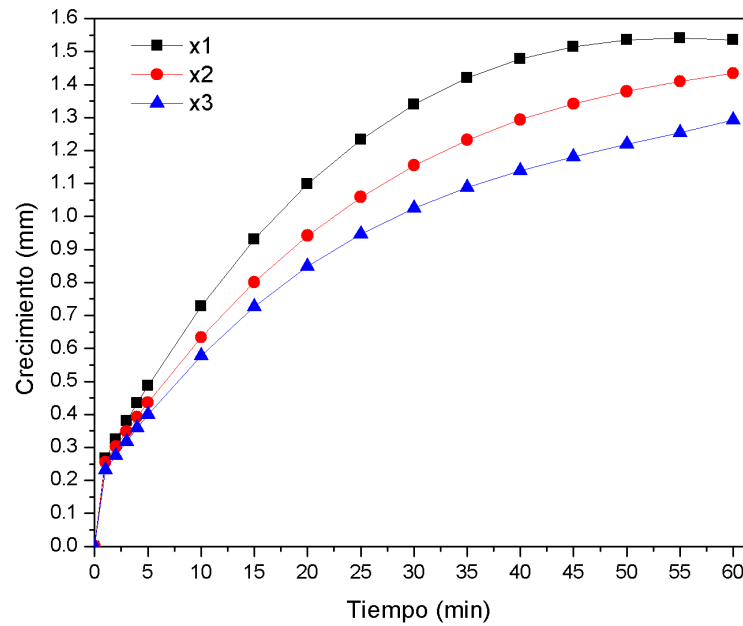


Figura 5.4: Crecimiento de la escarcha a una humedad relativa de 60 %, viento de 0.5 m/s , temperatura de la superficie de $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$ y temperatura del aire a $5\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Es importante notar que al final del experimento del caso 2 la razón de crecimiento de escarcha y de espesores son mayores en comparación con los datos finales del caso 1.

5.3.3 CASO 3: HUMEDAD RELATIVA DE 65 %

Por último, el experimento se realizó con una humedad relativa de 65 %. En la Figura 5.5 se observa un crecimiento importante de la escarcha al final del experimento, encontrándose que las tasas de crecimiento presentan una tendencia constante en la formación de escarcha en los tres puntos de medición.

Para este caso, al existir más humedad en el aire, la corriente de aire logra transportar una mayor cantidad de vapor a lo largo de la superficie de la placa de cobre, por lo que en los puntos x_1 , x_2 y x_3 se observa un crecimiento constante y ascendente. Cabe destacar que el flujo de aire a la entrada de las placas se ve afectado por la capa de escarcha formada en el borde, que crece a través del tiempo. Por lo que presumiblemente el perfil de velocidades en la región media se vea incrementado a lo largo del dominio entre las placas de cobre y aluminio. Tal efecto provoca que el fenómeno de transporte de masa se lleve a cabo con más rapidez, promoviendo mayores tasas de crecimiento de la escarcha. Sin embargo la evidencia demuestra que la velocidad del flujo no es el aspecto más relevante para el crecimiento del espesor de la escarcha, sino que es la humedad relativa la que afecta de manera más notable el desarrollo de este fenómeno. Si bien para los tres casos se utilizó la misma velocidad y temperatura del flujo de aire, y la misma temperatura de la superficie, la única variable distinta fue la humedad relativa.

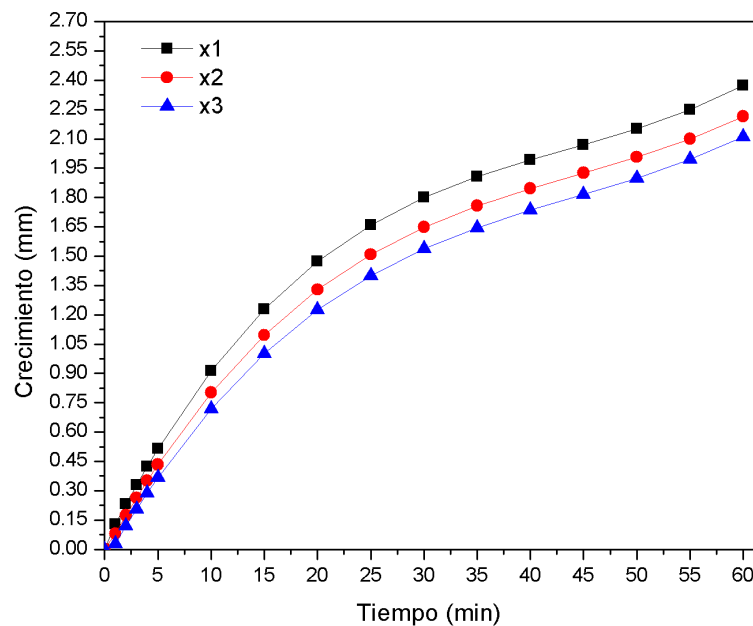


Figura 5.5: Crecimiento de la escarcha a una humedad relativa de 65 %, viento de 0.5 m/s, temperatura de la superficie de -20 °C y temperatura del aire a 5 °C.

Si comparamos el crecimiento de la escarcha en el minuto 15 en los puntos x_1 , x_2 y x_3 , entre los casos 1 y 3, se encuentra que el crecimiento de la escarcha aumenta un 177 %, 189 %, y 200 %, respectivamente, cuando el flujo de aire es de 5 m/s, con temperatura de 5 °C.

Del minuto 20 al 40 en el caso 3 se observa una reducción en la tasa de crecimiento de la escarcha, lo que también resultó evidente al final del experimento del caso 2, véase la Figura 5.4. Esto confirma que durante el fenómeno transitorio de la formación de escarcha la razón de crecimiento no se mantiene constante, sino que por periodos aumenta y en otros disminuye. Lo anterior se debe a que las propiedades dentro de la escarcha cambian con el tiempo debido a los fenómenos de transporte son complejos, lo cual aún hoy es motivo de investigación [67].

Después del minuto 40, se logra apreciar un incremento en la tasa de crecimiento de la escarcha en los tres puntos de medición, sosteniéndose hasta el final del experimento. Dichos resultados logran sobrepasar a más del doble de crecimiento en comparación del primer experimento. Con una humedad relativa del 65 % en el punto x_1 se tiene un 140 % más cantidad de escarcha que en el mismo punto del caso 1, en x_2 crece 130 % más y para x_3 se tiene un 163 % de crecimiento en la capa de escarcha para el mismo caso.

5.4 RESULTADOS NUMÉRICOS

Los resultados obtenidos numéricamente se validaron con resultados experimentales. Los datos numéricos se obtuvieron con el uso de la malla número cuatro (100×35 nodos), considerando un dominio computacional bidimensional. Las características y elección de la malla se presentan en el capítulo 3.

Las comparativas se realizaron en función de las posiciones ($x_1=10$ mm, $x_2=20$ mm y $x_3=30$ mm) en la superficie de cobre y de la tasa de crecimiento de la escarcha (mm) a lo largo de 1 hora de simulación. Además las simulaciones se realizaron

bajo los mismo parámetros de la experimentación, velocidad del viento (5 m/s), temperatura del aire ($5 \text{ }^\circ\text{C}$), temperatura de la superficie de la placa ($-20 \text{ }^\circ\text{C}$) y humedades relativas. Los resultados se mostrarán en las siguientes secciones.

Dicha simulación numérica se centra en el comportamiento a través del tiempo del fenómeno de formación de la escarcha y no en el desarrollo de la primera etapa de cristalización [1]. Se enfatiza al lector de que dicho fenómeno resulta ser complejo desde el punto de vista técnico-operacional, ya que se requieren de otro tipo de herramientas y enfoques de investigación, además del equipo especializado para medir y caracterizar los parámetros involucrados en el fenómeno del crecimiento de la escarcha.

5.4.1 SIMULACIÓN NUMÉRICA 1: HR 55 %

A continuación se compararán los datos numéricos del crecimiento de la escarcha en función del tiempo de tres puntos x_1 , x_2 y x_3 a la entrada del dominio computacional para una humedad relativa del 55 %. Observe la Figura 5.6 que las tendencias de crecimiento de la primer simulación son similares a resultados experimentales obtenidos para el punto x_1 .

En los primeros 5 minutos de la simulación se observa un *desfase* del 42 % en el crecimiento de la escarcha en comparación con los datos experimentales, esto se debe a que en los primeros minutos de la simulación numérica se sobrestiman los valores iniciales, ya que al tratarse de un fenómeno transitorio y que evoluciona por etapas, no tiene un crecimiento gradual ni progresivo.

Después del minuto 5, se muestra una *semiparábola* sobreamortiguada, dicho comportamiento obedece y se ajusta a los resultados mostrados en la literatura especializada en el tema, esto porque los modelos numéricos presentados están diseñados para predecir la formación de escarcha por tiempos más prolongados de simulación, es decir, en los primeros minutos las condiciones iniciales son altas y por ende los

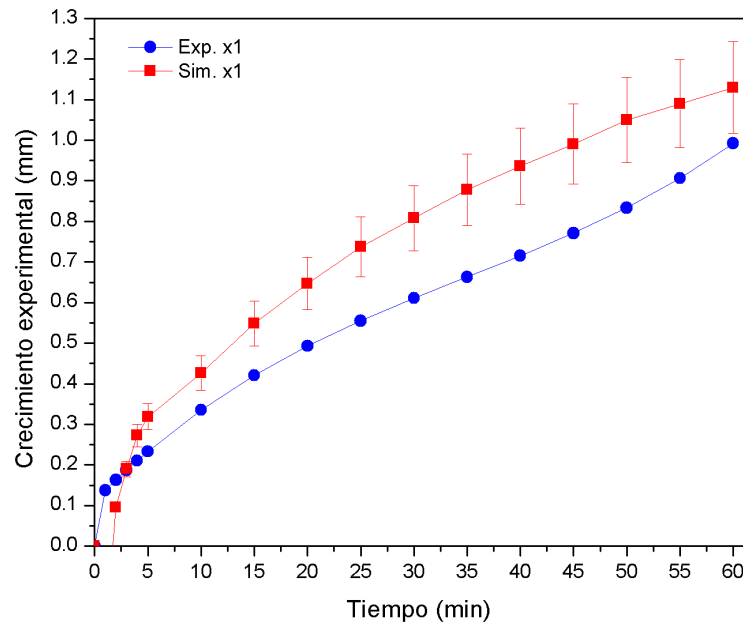


Figura 5.6: Comparativa de los datos experimentales con la simulación numérica en x_1 , con una humedad relativa del 55 %, viento de 0.5 m/s , temperatura de la superficie de -20 °C y temperatura del aire a 5 °C.

resultados también, pero conforme avanza el tiempo, dichos resultados se van asemejando a la realidad [33].

Las barras de error relativo que se muestran corresponden al 10 %, por lo que la diferencia entre el espesor medido y el calculado numéricamente presumiblemente difieren de un 20 % hasta un 40 % para x_1 . Como se mencionó anteriormente, la tendencia entre la simulación numérica y la experimental se va reduciendo conforme se avanza en el tiempo. Otro aspecto relevante, es que la razón del crecimiento de la escarcha, resulta relativamente consistente con los datos experimentales, ya que al final del experimento se tiene un error del 15 %.

En la Figura 5.7 se tiene un crecimiento cuasilineal justo como los datos experimentales, aquí las tendencias del crecimiento de la escarcha son proporcionales al paso del tiempo. Este comportamiento resulta ser una parte de las tendencias mos-

tradas en los trabajos de Armengol y Lee [68, 69], por lo que se puede interpretar que el modelo numérico se comporta conforme a lo esperado.

Para los porcentajes de diferencia de error en el punto x_2 , se tienen valores de entre el 16 % al principio de la simulación y el 7 % al final del resultado numérico. Presumiblemente la tendencia apunta a que las curvas convergerán a lo largo del tiempo; tome en cuenta que solo se simularon 60 minutos del fenómeno.

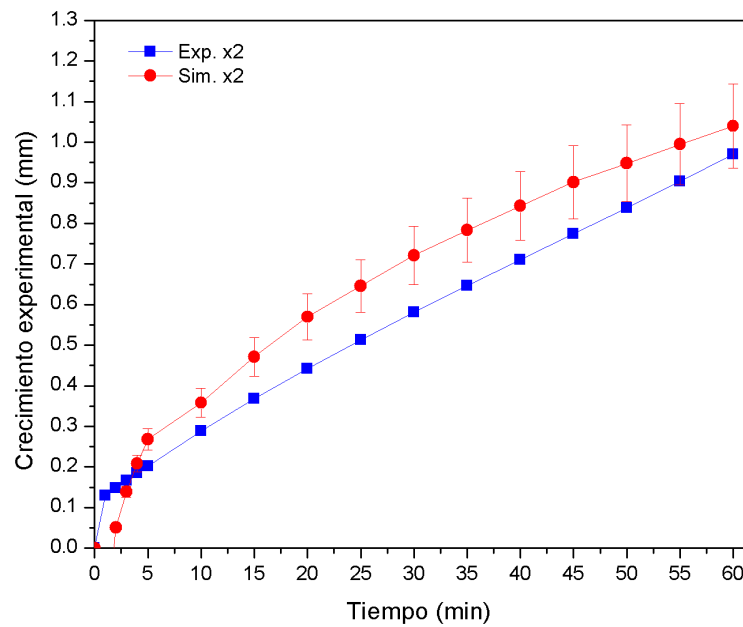


Figura 5.7: Comparativa de los datos experimentales con la simulación numérica en x_2 , con una humedad relativa del 55 %, viento de 0.5 m/s , temperatura de la superficie de -20 °C y temperatura del aire a 5 °C.

El comportamiento de los datos numéricos mostrados en la Figura 5.8 obedece a las tendencias de las gráficas anteriores, aquí evidentemente existe una gran diferencia en comparación a los datos experimentales, dichas diferencias se muestran a partir del minuto 15, donde la tasa de crecimiento experimental diverge con respecto a los datos numéricos, esto ocurre durante casi 40 minutos de simulación.

El valor máximo del error relativo en los primeros 15 minutos, se encuentra en el rango de 28 % y para el término de la simulación una diferencia del 18 %.

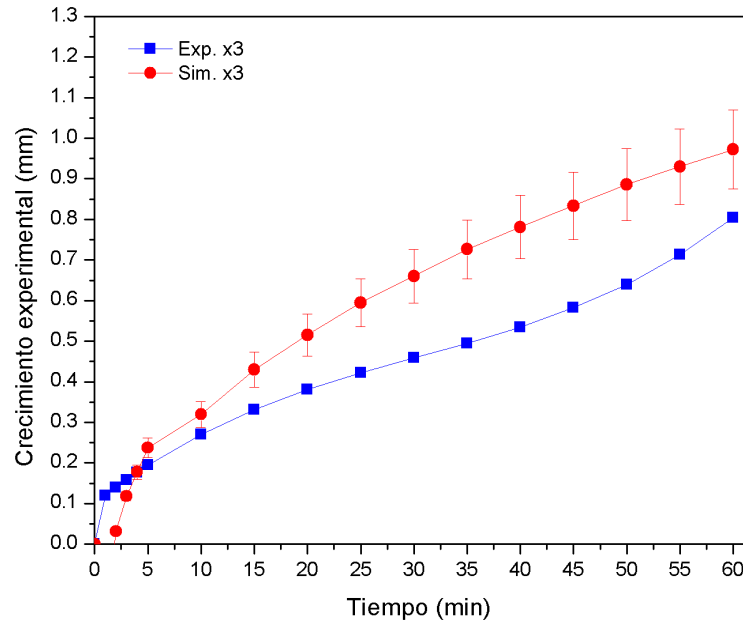


Figura 5.8: Comparativa de los datos experimentales con la simulación numérica en x_3 , con una humedad relativa del 55 %, viento de 0.5 m/s , temperatura de la superficie de $-20 \text{ }^\circ\text{C}$ y temperatura del aire a $5 \text{ }^\circ\text{C}$.

5.4.2 SIMULACIÓN NUMÉRICA 2: HR 60 %

En las siguientes Figuras se mostrarán las tendencias en las tasas de crecimiento obtenidos de los datos numéricos. Se observarán curvas similares al comportamiento usualmente observado a humedades relativas altas. Dichas tendencias concuerdan con el fenómeno observado en la etapa de experimentación.

Para el primer punto de medición, véase la Figura 5.9, note que la curva de los datos numéricos que va desde el inicio hasta el minuto 5, muestra un crecimiento similar con respecto a los resultados experimentales, salvo una ligera sobrestimación

del 12 %, después de eso la curva diverge y crece de manera proporcional y ascendente hasta el minuto 55, donde posteriormente se cruza y pasa sobre la línea de crecimiento experimental, para luego mantener un pendiente positiva. Note que a partir del minuto 35, la diferencia en el error relativo entre los datos experimentales y los numéricos, se encuentran dentro del 10 %, así hasta el final de la *corrida* numérica, donde en el minuto 60 llega a tener una diferencia del 3 %.

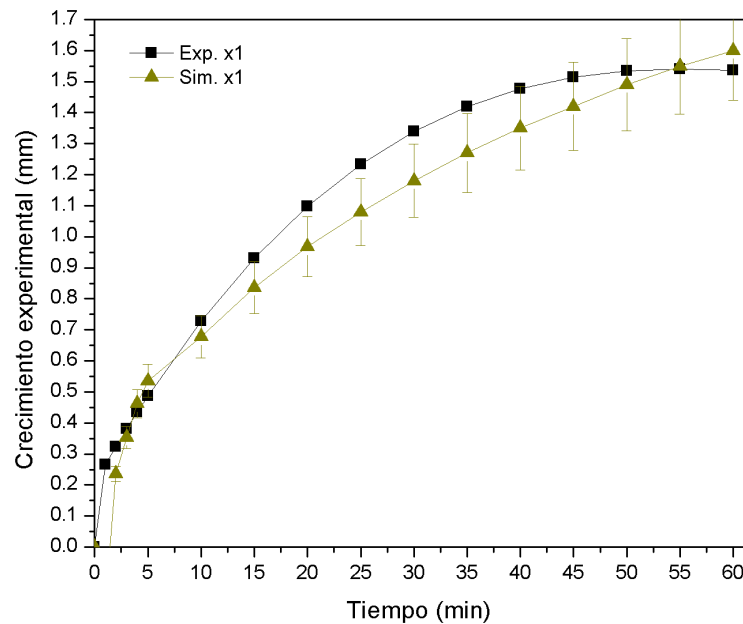


Figura 5.9: Comparativa de los datos experimentales con la simulación numérica en x_1 , con una humedad relativa del 60 %, viento de 0.5 m/s , temperatura de la superficie de $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$ y temperatura del aire a $5\text{ }^{\circ}\text{C}$.

En la Figura 5.10 se logra apreciar un comportamiento análogo a la curva de crecimiento de los datos experimentales. La tendencia de los datos numéricos subestima los valores numéricos a partir del minuto 5 hasta el minuto 50, justo como en el caso anterior, pero se resalta el hecho de que el crecimiento es más fiel y se logra mantener dentro de un margen de error del 10 %, salvo en el minuto 25, donde se obtiene un porcentaje del 11 %.

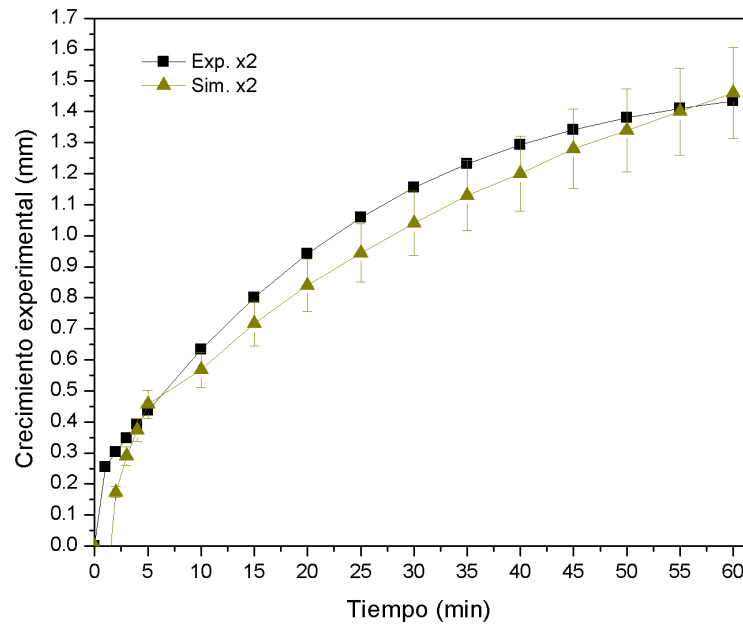


Figura 5.10: Comparativa de los datos experimentales con la simulación numérica en x_2 , con una humedad relativa del 60%, viento de 0.5 m/s , temperatura de la superficie de $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$ y temperatura del aire a $5\text{ }^{\circ}\text{C}$.

La simulación numérica para el caso de x_3 arroja resultados similares a los experimentales, durante una hora de duración del crecimiento de escarcha se encuentra dentro del 10% de error relativo, observe la Figura 5.11.

Comparando la diferencia entre las curvas experimentales y las numéricas, se nota un cercanía en las tasas de crecimiento entre una y otra, salvo en a partir del minuto 40, donde cruza la tendencia numérica y la curva de crecimiento experimental, para luego mantener dicho comportamiento pero ahora con un ligera sobrestimación de la simulación numérica.

Se observa que todos los valores a partir del minuto 5 hasta el final de la simulación numérica, se logran mantener las estimaciones por debajo del 10% y en otros casos de hasta 5%.

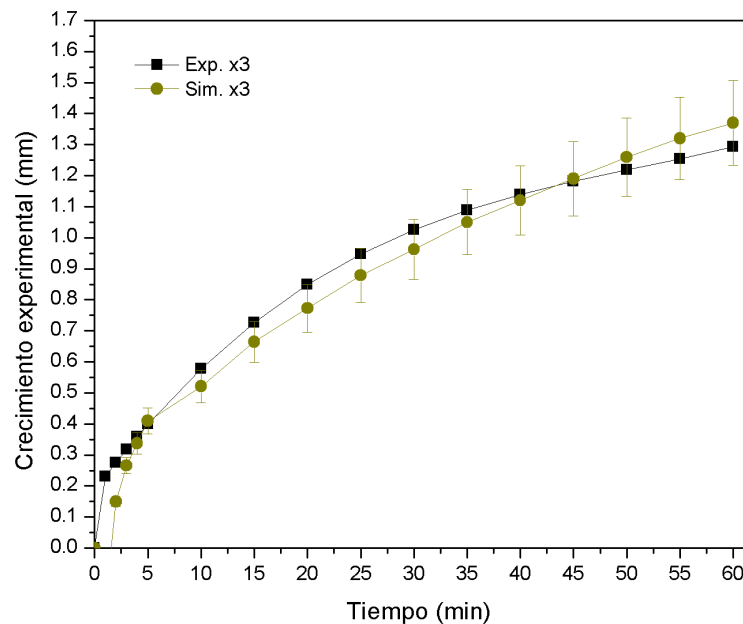


Figura 5.11: Comparativa de los datos experimentales con la simulación numérica en x_3 , con una humedad relativa del 60 %, viento de 0.5 m/s , temperatura de la superficie de -20 °C y temperatura del aire a 5 °C.

Para los tres casos anteriores, se observa una subestimación en las tasas de crecimiento, esto probablemente se deba al conjunto de condiciones y parámetros iniciales que utilizó la simulación, recordemos que para esta simulación se utilizó un valor fijo de densidad, una velocidad constante, así como una humedad relativa sostenida, y temperaturas constantes del aire y de superficie de la placa, estos parámetros se conjuntaron para mostrar dichas tendencias subestimadas. Aún así, las tres *corridas* numéricas muestran resultados muy aceptables, no pasando del 12 % de error relativo y en algunos casos del 5 %, además se comprueba que para las posiciones más alejadas del borde el crecimiento de la escarcha crece de manera de *curva subamortiguada* y no con tendencias lineales vistas en x_1 .

También se observa que para este caso (humedad relativa del 60 %) la sobrestimación está presente aproximadamente en el último cuarto de la *corrida*, para

después sobrestimar la tasa de crecimiento de la escarcha en el tiempo, lo cual es regularmente observado en la literatura especializada [70].

5.4.3 SIMULACIÓN NUMÉRICA 3: HR 65 %

Se llega a la última subsección del análisis y comparativa entre los resultados numéricos y los datos experimentales obtenidos a lo largo de una hora de duración del fenómeno.

En la primera Figura 5.12 se muestra la simulación del crecimiento de la escarcha en el punto x_1 . En comparación con la curva de crecimiento del experimento, se observa que hay una sobrestimación en la capa de escarcha en los primeros 15 minutos de transcurrido el tiempo. Para dicho tiempo se tiene una diferencia del 41 % del dato tomado de la simulación con respecto al dato experimental. Después del minuto 20, las curvas de crecimiento tienden a converger, con una diferencia de entre el 18 % y un 7.5 % al finalizar el estudio.

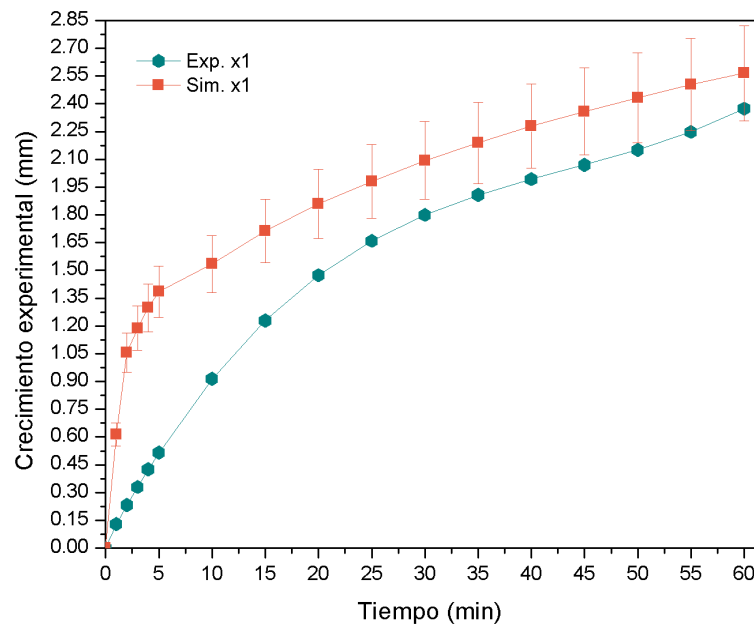


Figura 5.12: Comparativa de los datos experimentales con la simulación numérica en x_1 , con una humedad relativa del 65 %, viento de 0.5 m/s , temperatura de la superficie de -20 °C y temperatura del aire a 5 °C.

En la siguiente Figura 5.13 se observa la misma tendencia en la curva para el punto x_2 con respecto al punto x_1 , con humedades relativas del 65 % en ambos. Aquí la curva numérica tiene un comportamiento *subamortiguado* en comparación a la forma *sobreamortiguada* de la curva del experimento.

Si bien se vuelve a mostrar tendencia que el caso anterior, ésta sobrestima en un 45 % el dato numérico para el minuto 15 con respecto al valor experimental, sin embargo la curva numérica se va ajustando al resultado experimental con una tasa promedio del 15.75 %, hasta llegar a la culminación de la *corrida* con un error relativo del 8 % de diferencia.

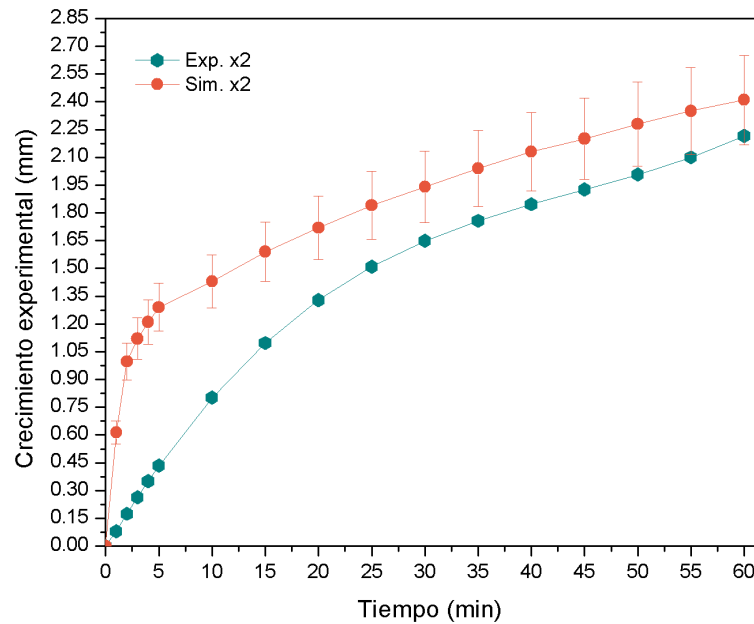


Figura 5.13: Comparativa de los datos experimentales con la simulación numérica en x_2 , con una humedad relativa del 65 %, viento de 0.5 m/s , temperatura de la superficie de -20 °C y temperatura del aire a 5 °C.

Los resultados en el punto x_3 se muestran en la Figura 5.14, donde la curva numérica después del minuto 5 tiene un ajuste abrupto en la pendiente de crecimiento. Aún con ello, para el minuto 15 se tiene un error relativo del 44 %, lo que se asemeja al comportamiento en la tendencia de la curva de los puntos x_1 y x_2 .

Las curvas convergen a una tasa del 20 % a partir del minuto 15 hasta el minuto 60 de la simulación, difiriendo 6 % con respecto al resultado del punto x_1 y 5 % con el punto x_2 .

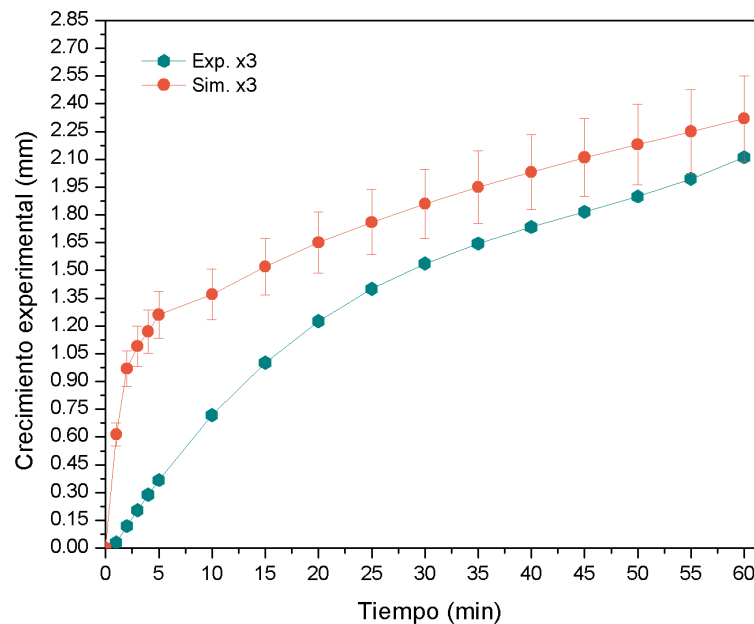


Figura 5.14: Comparativa de los datos experimentales con la simulación numérica en x_3 , con una humedad relativa del 65 %, viento de 0.5 m/s , temperatura de la superficie de $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$ y temperatura del aire a $5\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Los resultados mostrados para una humedad relativa del 65 % tienen una diferencia importante con respecto a los analizados para humedades de 55 y 60 %, sin embargo las tendencias en las tasas de crecimiento tienden a converger a lo largo de la simulación, teniendo resultados dentro del 10 % del margen de error relativo al finalizar la *corrida* numérica.

5.4.4 SIMULACIÓN NUMÉRICA DENTRO DEL DOMINIO BIDIMENSIONAL

Se comparan los datos experimentales de los valores locales de formación de escarcha de los resultados numéricos en función del tiempo, para las condiciones

de trabajo de la ejecución. Los resultados numéricos de temperatura muestran un acuerdo satisfactorio con las tendencias de los valores de temperatura analizados.

La escarcha crece más rápido a la entrada del borde de la placa de cobre, caso contrario a la región posterior, de acuerdo con el llamado efecto de entrada. El borde de ataque tiene grandes gradientes de humedad y temperatura en comparación con los valores de gradiente en la región posterior.

La distribución en la presión dentro del dominio computacional se puede observar en la Figura 5.15.

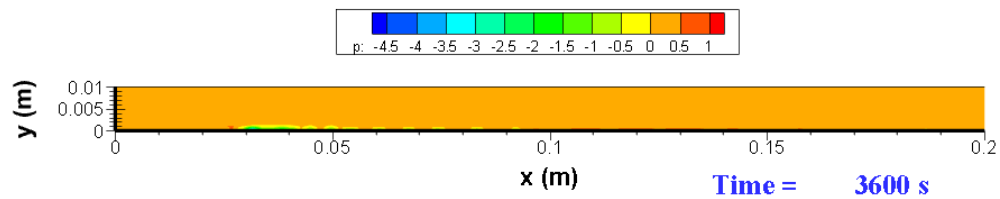


Figura 5.15: Presión dentro del dominio.

En la Figura 5.16 se puede observar la distribución de crecimiento de escarcha en el experimento en diferentes instantes de tiempo. Nuevamente, la escarcha se representa con una línea negra. Tenga en cuenta que la densidad del aire se considera constante.

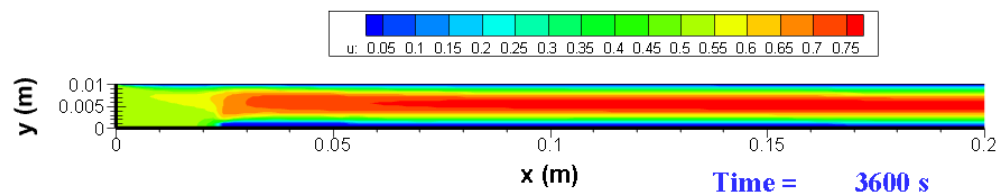


Figura 5.16: Valores de velocidad dentro del dominio.

Se puede observar en la Figura 5.17 que la densidad de las escarcha es mayor en la región del borde de ataque. En la región posterior de la capa, donde el gradiente de humedad en la superficie helada es menor que en el frente, la densidad tiene valores

moderados. La escarcha se acumula de manera considerable más cerca de la placa fría a la entrada de las placas y caso contrario al final de las placas en paralelo, ya que, debido al aumento de velocidad dentro del mismo, el vapor de agua no se desublima igual que al principio de las placas.

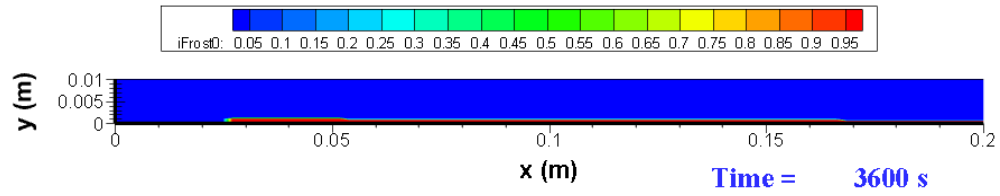


Figura 5.17: Densificación de la escarcha dentro del dominio.

CAPÍTULO 6

CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

En éste capítulo se presentarán las conclusiones formuladas con base en los resultados obtenidos de la simulación numérica y validación experimental, comparando los resultados con la literatura especializada se realizarán las debidas conjeturas y comprobación de la hipótesis propuesta.

6.1 CONCLUSIONES

En este trabajo se presentó un modelo para la formación de escarcha entre placas planas paralelas, basado en un cambio de condición de frontera de presión constante a la entrada del dominio, bajo un flujo laminar, considerando al aire húmedo como un fluido newtoniano incompresible y condiciones fijas de velocidad del aire de 0.5 m/s , temperatura del aire de 5 °C , y temperatura de la superficie de formación de -20 °C .

Además se realizó un estudio experimental sobre la distribución y el crecimiento de la escarcha entre dos placas paralelas con una separación de 10 mm . Estableciendo una configuración experimental utilizando una mezcla de 50% de etilenglicol y 50% de agua, que funciona como refrigerante el cuál circulará dentro de la placa de cobre. El estudio estará en realizar pruebas y observar experimentalmente el comportamiento de la escarcha bajo distintas humedades relativas del 55 , 60 y 65% .

6.1.1 CONCLUSIONES EXPERIMENTALES

- La acumulación de escarcha se deposita principalmente en la entrada de la placa de cobre, esto porque gran cantidad de humedad se logra depositar por desublimación sobre la superficie con temperatura de -20 °C .
- Se observó que la tasa de crecimiento de la escarcha aumenta principalmente en función de la humedad relativa, aún y cuando se mantuvieron constantes los parámetros de velocidad a 5 m/s , temperatura del aire de 5 °C .
- Se muestra una baja tendencia en el crecimiento de escarcha en los primeros 15 minutos de transcurrido el experimento, esto porque el fenómeno inicia con la formación de dendritas las cuales son muy pequeñas para medir, coincidiendo con el estudio presentado por Hayashi [1].

- Basado en los resultados experimentales se observó un crecimiento lento de la escarcha con una humedad relativa del 50 % en comparación al experimento con humedad relativa de 60 y 65 %. Esto demuestra la influencia de la humedad en el aire sobre otras variables, como lo muestra Lenic [24].
- El crecimiento de la escarcha para una humedad relativa de 50 % se logró observar a los 30 minutos de iniciado el experimento, caso contrario a lo observado con una humedad relativa de 60 %, el cual inició a los 5 minutos después y aproximadamente al mismo tiempo para una humedad relativa del 65 %.
- La distribución de la escarcha a lo largo de la placa se concentró en la zona delantera del dominio (x_1 y x_2) lo cual coincide con las literatura especializada. Dividiendo el crecimiento de la escarcha en dos zonas, la primer zona se encuentra en la orilla del dominio o punta de la aleta y la segunda inicia sobre la superficie hasta aproximadamente los 20 mm y el resto de la placa se le denomina como una zona de crecimiento homogéneo, véase a Zhang [5].
- Después de los 25 minutos de experimentación se observó que la formación de escarcha para los casos de humedad relativa de 55, 60 y 65 % creció de forma uniforme y homogénea a lo largo de la placa, después de los 50 mm de longitud sobre la superficie de cobre. Dichas observaciones coinciden con las etapas de crecimiento presentadas en la literatura especializada.
- El porcentaje de crecimiento observado en los primeros 5 minutos para el caso 2 con respecto al caso 1 es 62 % más rápida, mientras que para una humedad relativa de 65 %, la tasa de crecimiento es de un 275 % más alta para el mismo tiempo de análisis.
- Las observaciones muestran una tendencia en las zonas de acumulación de escarcha sobre la superficie, las cuales se definen:
 - * (0-20 mm) una masa uniforme de escarcha con morfología porosa.
 - * (20-40 mm) combinación de masa de escarcha y dendritas definidas.

* (40 mm - en delante) formación de dendritas definidas, sin masa uniforme a lo largo de la superficie.

- Se observó una semejanza en el comportamiento del crecimiento de la escarcha en la parte inicial y final del experimento con respecto a la literatura especializada, las curvas de crecimiento típicas son de forma proporcional en los primeros 10 minutos y para el resto del experimento se observa una curva *subamortiguada*.
- Se observa que el crecimiento de la escarcha es función principalmente de los valores de humedad relativa y no de la velocidad, lo que se quiere decir, es que si se observan las tasas de crecimiento en los primeros 15 minutos de cada experimento, los espesores en los puntos x_1 , x_2 y x_3 son mayores en el caso 3 que en el caso 1.

6.1.2 ANÁLISIS NUMÉRICO

- Los resultados numéricos del crecimiento de escarcha con humedades relativas del 55, 60 y 65 % en los tres puntos de medición x_1 , x_2 y x_3 en comparación con los datos experimentales, guardan un comportamiento similar y acorde a las tendencias que se presenta en la literatura especializada, especialmente en el último cuarto de tiempo de la simulación [33].
- El valor mínimo obtenido del error relativo para una humedad relativa del 55 % en los tres puntos de medición fue del 15 %, mostrando mejores tendencias de crecimiento para el punto x_2 , donde el error mínimo fue del 7 % al final de la *corrida* numérica.
- El porcentaje de error relativo más notable que se dio para una humedad relativa del 55 % fue del 42 % en el punto x_3 , el cuál se presentó al minuto 40 de la simulación, sin embargo al final se logró reducir el error hasta llegar a un valor del 18 %.

- Para la condición de humedad relativa del 60 %, se observó una mejor adaptación a los datos experimentales. Al finalizar la simulación numérica se obtuvo un promedio de error relativo entre los tres puntos de medición un valor de 3 %.
- El valor máximo de error relativo para la humedad relativa del 60 % en los tres puntos de medición fue del 11 %.
- El resultado numérico para una humedad relativa del 65 % presentó una respuesta sobrestimada en los primeros 15 minutos de la simulación, presentando valores promedios de error relativo en los tres puntos de referencia del 43 %.
- La respuesta numérica promedio al finalizar la *corrida* para los puntos x_1 , X_2 y x_3 es de 12.5 %.
- El valor de la densidad inicial de la escarcha (30 kg/m^3) muestra ser un buen valor para predecir los valores numéricos para una humedad relativa del 60 %. Cabe mencionar, que por las tendencias observadas en los resultados para las tres humedades relativas, en función del tiempo muestra mejores resultados.
- El cambio de condición de frontera a la entrada del dominio muestra ser una condición válida para simular dicho fenómeno a través del método SIMPLE.

6.2 TRABAJOS FUTUROS

- Se recomienda instrumentar con cámaras especializadas el acceso al área de pruebas dentro del túnel de viento para fotografiar el crecimiento de la escarcha desde la etapa de cristalización y proyectar una investigación más profunda de la morfología del crecimiento de la escarcha.
- Se propone la utilización de anemómetros láser Doppler para mejorar la precisión en las mediciones de flujos en regiones de interés dentro del túnel de viento.

-
- Se recomienda enfocar los esfuerzos en mejorar el código numérico para situaciones de regímenes de flujo de transición de laminar a turbulento.
 - Se propone adaptar las nuevas tendencias de programación de inteligencia artificial en resolver y predecir el fenómeno de formación de escarcha.
 - Se recomienda utilizar una malla dinámica dentro del código numérico, esto para mejorar los distintos gradientes necesarios para la solución de las ecuaciones de gobierno.

REFERENCIAS

- [1] Y. Hayashi, A. Aoki, S. Adachi, and K. Hori. Study of Frost Properties Correlating With Frost Formation Types. *Journal of Heat Transfer*, 99(2):239, 2010.
- [2] Kwan Soo Lee, Woo Seung Kim, and Tae Hee Lee. A one-dimensional model for frost formation on a cold flat surface. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 40(18):4359–4365, 1997.
- [3] Christian J.L. Hermes, Robson O. Piucco, Jader R. Barbosa, and Cláudio Melo. A study of frost growth and densification on flat surfaces. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 33(2):371–379, 2009.
- [4] Diogo L. Da Silva, Christian J.L. Hermes, and Claudio Melo. Experimental study of frost accumulation on fan-supplied tube-fin evaporators. *Applied Thermal Engineering*, 31(6-7):1013–1020, 2011.
- [5] Long Zhang, Yiqiang Jiang, Jiankai Dong, Yang Yao, and Shiming Deng. An experimental study of frost distribution and growth on finned tube heat exchangers used in air source heat pump units. *Applied Thermal Engineering*, 132:38–51, 2018.
- [6] P. T. Tsilingiris. Thermophysical and transport properties of humid air at temperature range between 0 and 100 C. *Energy Conversion and Management*, 49(5):1098–1110, 2008.
- [7] Taira Kunihiko Takeo Kajishima. *Computational Fluid Dynamics*. 2012.

- [8] H.K: Versteeg, W. Malalasekera, Gianni Orsi, Joel H. Ferziger, Anil W Date, and John D Anderson. *An Introduction to Computational Fluid Dynamics - The Finite Volume Method*. 1995.
- [9] S. V. Patankar. Numerical heat transfer and fluid flow, 1980.
- [10] Frank. White. *Vicous Fluid Flow*. 2006.
- [11] Leonardo Beltrán Rodríguez, Rafael Rionda, Francisco de Jesús Cafaggi Félix, and Samuel R, Barrera Ríos. Balance Nacional de Energía. page 23, 2018.
- [12] Tim Dalgleish, J. Mark G.. Williams, Ann-Marie J. Golden, Nicola Perkins, Lisa Feldman Barrett, Phillip J. Barnard, Cecilia Au Yeung, Victoria Murphy, Rachael Elward, Kate Tchanturia, and Edward Watkins. Informe nacional de monitoreo de la eficiencia energética de México-2018. 136(1):23–42, 2018.
- [13] GJ Trammel, DC Little, and EM Killgore. A study of frost formed on a flat plate held at sub-freezing temperature. *ASHRAE Journal*, 10(7):42–47, 1968.
- [14] B. W. Jones and J. D. Parker. Frost Formation With Varying Environmental Parameters. *Journal of Heat Transfer*, 97(2):255, 1975.
- [15] BRIAN and P. L. T. Cryogenic frost properties. *Cryogenic Technol.*, 5:205–212, 1969.
- [16] SN Kondepudi and DL O’neal. The effects of frost growth on extended surface heat exchanger performance: a review. *Ashrae Trans*, 93(2):258–274, 1987.
- [17] M. N. Chepurnoi, V. E. Shnaider, V. N. Lomakin, and N. I. Sinyuk. The thermal resistance of frost on a finned air cooler. *Journal of Engineering Physics*, 52(3):307–309, 1987.
- [18] R. Le Gall, J. M. Grillot, and C. Jallut. Modelling of frost growth and densification. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 40(13):3177–3187, 1997.

- [19] Ahmet Z. Sahin. An analytical study of frost nucleation and growth during the crystal growth period. *Heat and Mass Transfer*, 30(5):321–330, 1994.
- [20] Byeongchul Na and Ralph L. Webb. New model for frost growth rate. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 47(5):925–936, 2004.
- [21] Dong Keun Yang and Kwan Soo Lee. Modeling of frosting behavior on a cold plate. *International Journal of Refrigeration*, 28(3):396–402, 2005.
- [22] Dong Keun Yang, Kwan Soo Lee, and Dong Jin Cha. Frost formation on a cold surface under turbulent flow. *International Journal of Refrigeration*, 29(2):164–169, 2006.
- [23] Dong Keun Yang, Kwan Soo Lee, and Simon Song. Modeling for predicting frosting behavior of a fin-tube heat exchanger. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 49(7-8):1472–1479, 2006.
- [24] Kristian Lenic, Anica Trp, and Bernard Frankovic. Transient two-dimensional model of frost formation on a fin-and-tube heat exchanger. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 52(1-2):22–32, 2009.
- [25] Seung Hyun Kim and Heinz Pitsch. On the lattice Boltzmann method for multiphase flows. *Center for Turbulence Research Annual Research Briefs 2009*, 303(2006):19–27, 2009.
- [26] Robson O. Piucco, Christian J.L. Hermes, Cláudio Melo, and Jader R. Barbosa. A study of frost nucleation on flat surfaces. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 32(8):1710–1715, 2008.
- [27] Max Kandula. Frost growth and densification in laminar flow over flat surfaces. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 54(15-16):3719–3731, 2011.
- [28] M. Kandula. Frost growth and densification on a flat surface in laminar flow with variable humidity. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 39(8):1030–1034, oct 2012.

- [29] Y. Barzanoni, H. Basirat Tabrizi, O. Noorshams, and H. Eftekhari. Correlation for frost properties on a cold cylinder surface in cross flow. *Heat and Mass Transfer/Waerme- und Stoffuebertragung*, 48(8):1477–1484, 2012.
- [30] Bing He, Yingchun Chen, Weibing Feng, Qing Li, Anping Song, Yang Wang, Miao Zhang, and Wu Zhang. Compressible lattice boltzmann method and applications. *International Journal of Numerical Analysis and Modeling*, 9(2):410–418, 2012.
- [31] Jinjuan Sun, Jianying Gong, and Guojun Li. A lattice Boltzmann model for solidification of water droplet on cold flat plate. *International Journal of Refrigeration*, 59:53–64, 2015.
- [32] Ali Reza Tahavvor. Modeling of frost crystal growth over a flat plate using artificial neural networks and fractal geometries. *Heat and Mass Transfer/Waerme- und Stoffuebertragung*, 53(3):813–823, 2017.
- [33] Jaehwan Lee, Junghan Kim, Dong Rip Kim, and Kwan Soo Lee. Modeling of frost layer growth considering frost porosity. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 126:980–988, 2018.
- [34] Eduard Bartrons, Pedro Andrés Galione, and Carlos David Pérez-Segarra. Fixed grid numerical modelling of frost growth and densification. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 130:215–229, 2019.
- [35] Eduard Bartrons, Carles Oliet, Enrique Gutiérrez, Alireza Naseri, and Carlos David Pérez-Segarra. A finite volume method to solve the frost growth using dynamic meshes. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 124:615–628, 2018.
- [36] Gabriel Biguria and L. A. Wenzel. Measurement and Correlation of Water Frost Thermal Conductivity and Density. *Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals*, 9(1):129–138, feb 1970.

- [37] DL O'Neal and DR Tree. Measurement of frost growth and density in a parallel plate geometry. *Ashrae Transactions*, 90(2):278–290, 1984.
- [38] Sekhar N. Kondepudi. *The effects of frost growth on finned tube heat exchangers under laminar flow.pdf*. PhD thesis, Texas A&M, 1988.
- [39] Kwan Soo Lee, Sung Jhee, and Dong Keun Yang. Prediction of the frost formation on a cold flat surface. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 46(20):3789–3796, 2003.
- [40] W. Wang, W. Na, Y.C. Feng, W.P. Lu, and Q.C. Guo. A generalized simple model for predicting frost growth on cold flat plate. *International Journal of Refrigeration*, 35(2):475–486, 2011.
- [41] Ping Zhang and P. S. Hrnjak. Air-side performance evaluation of three types of heat exchangers in dry, wet and periodic frosting conditions. *International Journal of Refrigeration*, 32(5):911–921, 2009.
- [42] Ping Zhang and P. S. Hrnjak. Air-side performance of a parallel-flow parallel-fin (PF2) heat exchanger in sequential frosting. *International Journal of Refrigeration*, 33(6):1118–1128, 2010.
- [43] Ping Zhang and P. S. Hrnjak. Effect of some geometric parameters on performance of PF2 heat exchangers in periodic frosting. *International Journal of Refrigeration*, 33(2):334–346, 2010.
- [44] Huee Youl Ye and Kwan Soo Lee. Performance prediction of a fin-and-tube heat exchanger considering air-flow reduction due to the frost accumulation. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 67:225–233, dec 2013.
- [45] Jieun Hwang and Keumnam Cho. Numerical prediction of frost properties and performance of fin-tube heat exchanger with plain fin under frosting. *International Journal of Refrigeration*, 46:59–68, 2014.

- [46] Silvia Negrelli, Valter S. Nascimento, and Christian J.L. Hermes. A study of the effective thermal conductivity of frost formed on parallel plate channels. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 78:301–308, 2016.
- [47] Alireza Zendehboudi and Xianting Li. Robust predictive models for estimating frost deposition on horizontal and parallel surfaces. *International Journal of Refrigeration*, 80:225–237, 2017.
- [48] Aurélia Léoni, Michèle Mondot, François Durier, Rémi Revellin, and Philippe Haberschill. State-of-the-art review of frost deposition on flat surfaces. *International Journal of Refrigeration*, 68:198–217, 2016.
- [49] Christian J.L. Hermes, Robson O. Piucco, Jader R. Barbosa, and Cláudio Melo. A study of frost growth and densification on flat surfaces. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 33(2):371–379, 2009.
- [50] Byeongchul Na and Ralph L. Webb. Mass transfer on and within a frost layer. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 47(5):899–911, 2004.
- [51] Guang Chen, Xianzhi Deng, Guo Zhang, and Xiaohong Yan. Simulation of frost growth and densification on horizontal plates with supersaturated interface condition. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 133:426–434, 2019.
- [52] Yoong Chung, Jin Woo Yoo, Gwi Taek Kim, and Min Soo Kim. Prediction of the frost growth and performance change of air source heat pump system under various frosting conditions. *Applied Thermal Engineering*, 147(October 2018):410–420, 2019.
- [53] Felipe R. Loyola, Valter S. Nascimento, and Christian J.L. Hermes. Modeling of frost build-up on parallel-plate channels under supersaturated air-frost interface conditions. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 79:790–795, 2014.
- [54] J. M. Armengol, C. T. Salinas, J. Xamán, and K. A.R. Ismail. Modeling of frost formation over parallel cold plates considering a two-dimensional growth rate. *International Journal of Thermal Sciences*, 104:245–256, 2016.

- [55] Amne El Cheikh and Anthony Jacobi. A mathematical model for frost growth and densification on flat surfaces. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 77:604–611, 2014.
- [56] Y. B. Lee and S. T. Ro. Analysis of the frost growth on a flat plate by simple models of saturation and supersaturation. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 29(6):685–696, 2005.
- [57] Kristian Lenic, Anica Trp, and Bernard Frankovic. Prediction of an effective cooling output of the fin-and-tube heat exchanger under frosting conditions. *Applied Thermal Engineering*, 29(11-12):2534–2543, 2009.
- [58] Valter S. Nascimento, Felipe R. Loyola, and Christian J.L. Hermes. A study of frost build-up on parallel plate channels. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 60:328–336, 2015.
- [59] Vaughan R Voller. *Basic Control Volume Finite Element Methods for Fluids and Solids*, volume I. 2009.
- [60] Radostina Petrova. *Finite Volume Method – Powerful Means of Engineering Desing*, volume M. 2012.
- [61] Warsi Z.U.A. Thompson, Joe F. *Numerical Grid Generation*. 1985.
- [62] F Moukalled, L Mangani, and M. Darwish. *The Finite Volume Method in Computational Fluid Dynamics - An Advanced Introduction with OpenFOAM and Matlab*, volume 113. 2016.
- [63] John C. Tannehill. *COMPUTATIONAL FLUID MECHANICS AND HEAT TRANSFER*. 1997.
- [64] Byeongchul Na and Ralph L. Webb. A fundamental understanding of factors affecting frost nucleation. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 46(20):3797–3808, 2003.
- [65] Soler (ventilation group) Palau. Manual práctico de ventilación 1. 4:51, 2012.

- [66] Frank. White. *Mecánica de Fluidos*. 2008.
- [67] Long Zhang, Yiqiang Jiang, Jiankai Dong, Yang Yao, and Shiming Deng. An experimental study on the effects of frosting conditions on frost distribution and growth on finned tube heat exchangers. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 128:748–761, 2019.
- [68] Jan Mateu Armengol. Estudio Numérico de Crecimiento de Gelo Poroso entre Placas Planas Paralelas 02/15. 2015.
- [69] Jaehwan Lee and Kwan Soo Lee. The behavior of frost layer growth under conditions favorable for desublimation. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 120:259–266, 2018.
- [70] Chiwon Kim, Jaehwan Lee, and Kwan Soo Lee. Numerical modeling of frost growth and densification on a cold plate using frost formation resistance. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 115:1055–1063, 2017.