Nereis. Revista Iberoamericana Interdisciplinar de Métodos, Modelización y Simulación	14	89-105	Universidad Católica de Valencia San Vicente Mártir	Valencia (España)	ISSN 1888-8550

Visualización del Número de Avogadro

Visualisation of Avogadro's Number

Fecha de recepción y aceptación: 29 de enero de 2022 y 25 de julio de 2022

DOI: 10.46583/nereis_2022.14.1019

J. V. de Julián Ortiz[1], Lionello Pogliani[2] y E. Besalú[3]

[1] Department de Química Física, Universitat de València, Av. V. Andrés Estellés, 0, 46100-Burjassot, València, Spain.
E-mail: jesus.julian@uv.es
[2] Department de Química Física, Universitat de València, Av. V. Andrés Estellés, 0, 46100-Burjassot, València, Spain.
E-mail: lionello.pogliani@uv.es
[3] Institut de Química Computacional i Catàlisi, Universitat de Girona, C/ M. Aurèlia Campmany, 69, 17003-Girona, Spain.
E-mail: emili.besalu@udg.edu

Universidad
Católica de Valencia
San Vicente Mártir

RESUMEN

Con motivo de la redefinición de la constante de Avogadro, se presenta una breve historia y algunas reflexiones didácticas sobre su magnitud. Se revisan algunas analogías y se sugieren otras para ayudar a visualizar el alcance de su magnitud y se evalúa su utilidad. Estas analogías se enmarcan en el contexto docente de los cursos primero y segundo de las titulaciones en diversas disciplinas científicas y técnicas. Su efectividad se discute por primera vez sobre la base de un cuestionario realizado por los estudiantes correspondientes. Los resultados sugieren que los modelos más útiles, siguiendo la opinión de los estudiantes, son aquellos relacionados con ítems más sustanciales, por ejemplo, neuronas, individuos, planetas, por encima de analogías sobre construcciones geométricas. Podemos concluir, en contraste el pensamiento actual, que las descripciones visuales no siempre son las más ventajosas.

PALABRAS CLAVE: *Plan de estudios de primer año; Visualización; Percepción del estudiante; Química; Encuesta*

ABSTRACT

On the occasion of the redefinition of the Avogadro constant, a brief history and some didactic reflections on its magnitude are presented. Some analogies are reviewed and others are suggested to help visualize the extent of its magnitude, and their usefulness is assessed. These analogies are set in the teaching context of the first and second courses of the degrees in several scientific and technic disciplines. Their effectiveness is discussed for the first time on the basis of a questionnaire filled by the corresponding students. The suggestions for educating and learning are that the most helpful models, following the opinion of the students, are those related to more substantial items, for example, neurons, individuals, planets, above analogies on geometric constructions. Challenging current thought, pictorial descriptions are not all the times so advantageous.

KEYWORDS: *First year curriculum, Visualization, Student perception, Chemistry, Survey*

INTRODUCCIÓN

Sobre Analogías en Ciencia

Las analogías son de gran relevancia en la didáctica de las ciencias y se han hecho muchas investigaciones sobre el tema, por lo que quizás es difícil presentar aspectos novedosos. El aprendizaje analógico implica transferir ideas familiares sobre un tema a otro tema relacionado, cuando ambos comparten la misma estructura conceptual subyacente [1]. Las analogías son herramientas clave en la comprensión de la ciencia [2]. Es más, se ha afirmado que la analogía es el proceso fundamental del conocimiento [3]. Así, la importancia de saber construir analogías útiles para ilustrar conceptos esquivos ha sido destacada en diversas publicaciones desde muchos puntos de vista diferentes, como veremos. Sin embargo, el potencial de las analogías como herramienta de enseñanza no siempre se ha aprovechado por completo [4-6].

La presente investigación muestra qué tipo de analogía ayuda mejor a los estudiantes a comprender la magnitud de la constante de Avogadro. Por primera vez, se realiza un cuestionario a los alumnos sobre este tema. Si bien se concluye que las analogías más útiles son las relacionadas con conceptos familiares, hecho nada sorprendente si tenemos en cuenta que la contextualización es fundamental para el aprendizaje, podemos afirmar, la vista de los resultados, que las descripciones visuales no siempre son las más ventajosas, lo cual matiza otros resultados publicados anteriormente, como se verá en la revisión bibliográfica que sigue, no exhaustiva, sobre investigación relacionada con fundamentos y aplicaciones de las analogías.

Como ejemplos de estudios clásicos podemos citar el de Levinson y Carpenter [7], quienes investigaron el razonamiento analógico en individuos de 9 a 15 años y propusieron una estrategia para desarrollar esta habilidad, y el de Gentner [8] quien ha presentado el análisis teórico de la analogía que subyace en la mayor parte de la investigación sobre el aprendizaje analógico: la teoría del mapeo de estructuras. Este marco describe cómo el significado de la analogía se deriva de los significados de sus partes, y cuáles son las reglas seguidas al mapear el conocimiento de un dominio base a un dominio objetivo. Más recientemente, Thiele y Treagust [9] han explorado el potencial de las analogías en la enseñanza de la química, su definición, tipos y usos. Glynn [10] ha ejemplificado el uso de analogías por parte de los científicos y ha dado pautas para enseñar con analogías. Sutton [11] ha situado la analogía y la metáfora en el contexto más amplio del lenguaje figurativo, estudió su evolución en el desarrollo de nuevas ideas científicas y trazó la relación entre este tipo de expresión y la descripción directa de los fenómenos. Treagust [5] ha propuesto el modelo FAR (Focus, Action, Reflection) para orientar el enfoque de enseñanza de la analogía. Ruef [12] ha presentado un programa para desarrollar habilidades de pensamiento crítico con la invención de analogías por parte de los estudiantes. Markman y Moreau [13] han discutido el papel de las analogías en la toma de decisiones. Coll et al. [14] han revisado la literatura previa sobre analogías y han subrayado su relevancia y potencial motivacional. Han profundizado en aspectos como la crítica del alcance y de las limitaciones de las analogías por parte del propio alumno y de los demás, y han explorado la interacción social a través del trabajo en grupo. Aubusson et al. [15] han revisado los principios y el uso de analogías y metáforas en la investigación educativa. Goswami [16] ha revisado extensamente los estudios sobre el desarrollo del razonamiento analógico desde la primera infancia para el aprendizaje más básico.

Esa investigadora revela la omnipresencia del razonamiento analógico en toda la actividad creativa, incluida la expresión artística, la resolución de problemas y las analogías en la ciencia. Glynn [10] ha estudiado en profundidad la analogía en las estrategias de enseñanza y en sus diversos pasos, señalando que básicamente consiste en comparar un tema con el que los estudiantes ya están familiarizados, con el nuevo tema a introducir. Además, exploró la interacción social a través del trabajo del grupo. Raviolo y Garritz [17] han revisado y analizado el uso de analogías en la enseñanza del equilibrio químico. Mair et al. [18] han revisado sistemáticamente la literatura sobre resolución de problemas no triviales por expertos basados en la analogía y han destacado que el razonamiento analógico juega un papel importante en la resolución de problemas y que esta habilidad es lo que caracteriza a un experto. Bellocchi [19] ha revisado y discutido la utilidad y las limitaciones de las analogías en la ciencia. Gentner [20] ha analizado el desarrollo de la cognición en los niños a partir de la capacidad analógica y la posesión de un sistema de símbolos, que se apoyan mutuamente. Etzion y Ferraro [21] han estudiado el papel de las analogías en el razonamiento argumentativo, aplicado al cambio institucional en el marco de las organizaciones públicas. Petrucci [22] ha propuesto tender puentes entre ciencia y humanidades a través de analogías visuales científicas para la docencia y la investigación interdisciplinarias. Klahr y Chen [23] han presentado una discusión sobre la transferencia analógica en general, según corresponda a los contextos escolares. Day y Goldstone [24] han revisado y articulado diferentes visiones de la transferencia de conocimiento que motivan nuestra conceptualización de la analogía implícita. Mozzer y Justi [25] han estudiado y analizado cómo los profesores de química aplican sus razonamientos analógicos y elaboran analogías. Vendetti et al. [26] han proporcionado una descripción general de los estudios de razonamiento analógico que podrían aplicarse al aprendizaje en el aula y también presentan un caso de apoyo analógico explícito. English [27], y Sidney y Thompson [1] han revisado la investigación sobre analogías in el campo de las matemáticas.

Los documentos analizados afirman implícitamente que el conocimiento de la naturaleza es diferente a las analogías utilizadas para transmitirla. Pero tal vez este conocimiento sea sólo otra analogía más profunda, ya que se basa en modelos, y estos pueden evolucionar a medida que se expande el conocimiento científico. En opinión de los autores, las analogías no son sólo la forma en que se transmite el conocimiento, sino incluso la forma en que el cerebro procesa el conocimiento. Esto plantea la cuestión filosófica de lo que podemos saber sobre la naturaleza. Parece claro que las cosas se aprenden a través de nuestra percepción. Entonces, ¿podemos comprender la realidad de lo que son las cosas sin representarlas internamente por analogías?

Sobre el Número de Avogadro

Los intentos de visualizar la magnitud de la constante de Avogadro han sido un tema frecuente dentro de las revistas didácticas [28-29]. El concepto de mol, así como el de cantidad de sustancia, son fundamentales para la definición de la constante de Avogadro, aunque no siempre se comprenden con claridad. Para analizar la dificultad de comprender el concepto podemos referir al lector a los trabajos de Schmidt [30], Giunta [31], Davis [32], Rees et al. [33], Mweshi et al. [34] y Furió et al. [35]. Para solucionar estas dificultades, Rees et al. [33] estudian la comprensión de los conceptos químicos como un caso de interlengua, como el que se da en el aprendizaje de un segundo idioma, mientras que Mweshi et al. [34] abogan por la aplicación del esquema Content Representations (CoRes) para conseguir que los profesores tengan los conocimientos adecuados para transformar el Contenido de Conocimiento (Content Knowledge) 'concepto de mol' en una forma que los alumnos puedan entender fácilmente o Contenido de Conocimiento Pedagógico (Pedagogical Content Knowledge).

El presente trabajo enfoca el problema centrándose en la parte matemática del mismo, la magnitud.

Durante 2017, las mediciones realizadas para calcular un valor más preciso de la constante de Avogadro fijaron su magnitud en $6{,}022140758(62)\cdot10^{23}$ mol^{-1}. El 20 de mayo de 2019 entró en vigor la redefinición de las unidades SI para esta constante, designada con el símbolo N_A, y su valor se fija exactamente en $6{,}02214076\cdot10^{23}$ mol^{-1}. El número de Avogadro, en cambio, es una cantidad adimensional y tiene el mismo valor numérico de la constante de Avogadro [36]. En realidad, la definición revisada de 2019 de mol rompe el vínculo con el kilogramo al hacer que un mol sea un número específico de entidades de la sustancia en cuestión: el mol, símbolo *mol*, es la unidad SI de cantidad de sustancia. Un mol contiene exactamente $6{,}02214076\cdot10^{23}$ entidades.

Además, la ley de Avogadro, a veces llamada hipótesis [37-38], establece que a presión y temperatura constantes el volumen de un gas ideal es directamente proporcional al número de átomos o moléculas independientemente de la naturaleza del gas, es decir, $V = kn$ (k = constante de proporcionalidad). Así, en una reacción entre dos gases tenemos: $V_1 : V_2 = n_1 : n_2$.

El presente artículo presenta una breve historia del número de Avogadro, luego revisa algunas analogías y sus tipos para llegar a comprender su magnitud, propone nuevas y, por vez primera, realiza una encuesta entre estudiantes universitarios para conocer su grado de percepción de los diferentes tipos de analogías.

Un Poco de Historia

Lorenzo Romano Amedeo Avogadro di Quarenga e di Cerreto (1776-1856), nacido en Turín, se doctoró en Derecho en 1796 y, en 1806, enseñó física en un colegio de su ciudad natal donde, posteriormente, se convirtió en profesor de física matemática. Fue destituido de su cátedra en 1822 poco después de la agitación europea contra los regímenes absolutistas que llegó a Turín en 1821. Fue rehabilitado en 1835, pero siguió siendo poco conocido en Italia y menos aún en el extranjero. Su importante estudio apareció en francés en 1811 y en 1814, y pasó completamente desapercibido. Stanislao Cannizzaro (1826-1910) lo redescubrió (y lo usó para afirmar que la molécula de hidrógeno estaba compuesta por dos átomos) y lo dio a conocer en la reunión de Karlsruhe en diciembre de 1860. Cannizzaro ya había publicado su carta de 46 páginas *Sunto di un Corso di Filosofia Chimica* (Resumen de un curso de filosofía química) en 1858 en *Nuovo Cimento* [39]. Este redescubrimiento permitió a Cannizzaro derivar una definición clara del concepto de molécula y permitió el cálculo de pesos atómicos y moleculares más precisos. Lothar Meyer (1830-1895), profesor de química en la Universidad de Tubinga (1876-1895), había asistido al Congreso de Karlsruhe e hizo de la ley de Avogadro una de las bases de su *Modernen Theorien der Chemie*, publicado en 1864 [40-41]. Así, en 1864, los estudios de Avogadro por fin llegaron a la comunidad científica internacional.

El físico francés Jean Baptiste Perrin hizo la primera determinación del número de moléculas contenidas en un mol de gas en condiciones normales por varios métodos y, en 1909, propuso nombrar esta constante en honor a Avogadro [42]. Una descripción detallada de estos eventos se puede encontrar en [43].

Analogías para el Número de Avogadro

Thomson y Opfer [44] han estudiado la cognición numérica en niños y han concluido que ésta es más difícil conforme aumenta el orden de magnitud. Tras nuestra experiencia docente, hemos llegado a la conclusión de que los alumnos no comprenden la magnitud de una unidad seguida de 23 ceros. Con este propósito en mente, ideamos un conjunto de ejemplos concretos para visualizar el concepto de mol. Estas actividades se presentaron a los alumnos de los cursos primero y segundo de Química, Ciencias Ambientales, Biotecnología y Biología de las Universidades de Girona (UG) y de Valencia (UV), y los resultados se presentan en este trabajo.

Debemos señalar que 'mol' pertenece a la misma categoría de sustantivos que 'par', 'trío', 'decena', 'docena', 'centenar' y 'millar', es decir, numerales colectivos, que especifican una agrupación concreta de entidades. En nuestro caso, debido al abuso del lenguaje y para abreviar, decimos 'un mol de agua', cuando deberíamos decir 'un mol de moléculas de agua'. De hecho, lo usamos correctamente cuando decimos 'un mol de fotones' o 'un mol de electrones'.

A continuación, se presenta una breve revisión de las analogías aplicadas a la magnitud de un mol, encontradas en la literatura:

Poskozim et al. [45] revisaron la literatura anterior y recopilaron una serie de analogías, clasificadas en seis grupos principales, con el objetivo de dar una idea de la inmensidad absoluta del número de Avogadro. Estos grupos se basan, respectivamente, en objetos, en contar, en personas, en agua, en dinero y en informática. Las analogías no son iguales a las presentadas en el este artículo, incluso si tienen una estructura e intención similares. Por otro lado, Poskozim et al. [45] no proporcionan ninguna información histórica introductoria sobre el número de Avogadro. Los autores argumentan que cuando las analogías usan números de menor magnitud son más significativas. La clasificación de analogías que se presenta en ese trabajo puede ser de gran utilidad y se adopta en el presente trabajo, y probablemente no solo se basa en diferentes temas, sino también en diferentes grados de abstracción. Después de esta revisión, aparecieron otras que se glosan a continuación.

El trabajo de van Lubeck [46] establece tres analogías del tipo 'objetos': una relacionada con hormigas (un mol ocuparía la superficie de 1000 Tierras), otra relacionada con granos de arena de 0.3 mm (un mol llenaría un cubo de 30 km de lado de $3 \cdot 10^{19}$ kg de peso, o 2 m de profundidad en el desierto del Sahara), y uno sobre finanzas (en un segundo, el interés de 1 mol de dólares produciría 200 000 $ para cada habitante de la Tierra, en aquel momento 5 mil millones de personas).

Diemente [47] también ha explorado el tema de los granos de arena del desierto del Sahara. También ha señalado que el aumento en un mol de veces del volumen de una bola de 6 pulgadas de diámetro daría el tamaño de la Tierra, y asimismo ha estudiado la disposición de átomos en una, dos y tres dimensiones. Este tema también se tratará en este artículo.

Uthe [48] ha presentado una analogía del tipo ‘contar’. Según ésta, un mol de segundos es más de cuatro millones de veces la edad de la Tierra y más de un millón de veces la edad del universo.

Para obtener información adicional, el lector puede consultar Furió et al. [35]. Este trabajo revisa las dificultades para aprender los conceptos de cantidad de sustancia y mol, así como las estrategias didácticas para superarlos, incluyendo ejemplos publicados de analogías para el número de Avogadro.

Podemos continuar nuestra exploración considerando algunos otros enormes números para familiarizarnos con estas magnitudes, como los granos de arena en nuestro planeta o el número de estrellas en el universo observable. El planeta Tierra contiene alrededor de $7{,}5 \cdot 10^{18}$ granos de arena [49] cifra grande pero menor que el número de Avogadro. Según la Agencia Espacial Europea [50], hay entre 10^{11} y 10^{12} estrellas en nuestra galaxia, y hay aproximadamente 10^{11} o 10^{12} galaxias en el universo observable, lo que implica un total de entre 10^{22} y 10^{24} estrellas en el Universo. Éste es sólo un número aproximado, ya que no todas las galaxias son idénticas, al igual que en una playa, la profundidad de la arena en diferentes sitios no es la misma. Es notable que Arquímedes (288-212 a. C.) en su trabajo titulado *El Contador de Arena* calculó el número total de granos de arena que el universo podría contener [51]. Primero estimó el volumen de su universo conocido, usando un grano de arena como su unidad de volumen, y encontró que el universo tenía un volumen de 10^{63} granos de arena. Sorprendentemente, este volumen de arena tenía una masa igual a nuestras estimaciones actuales de la masa del universo observable [52], que es de aproximadamente $6 \cdot 10^{51}$ kg. Supongamos que estamos tratando con granos de cuarzo, entonces cada uno pesa $\sim 1{,}1 \cdot 10^{-2}$ g [53]. Dividiendo este resultado por la masa de un nucleón ($1{,}6726 \cdot 10^{-24}$ g) tenemos que cada grano de arena contiene $7 \cdot 10^{21}$ nucleones, y eso significa $\approx 10^{63+22} = 10^{85}$ nucleones en el universo observable de Arquímedes.

Imaginando la Magnitud de un Mol

Volviendo al concepto de mol, intentemos visualizar las dimensiones de una recta, de una superficie y de un cubo constituidos por N_A átomos consecutivos, cada uno con un diámetro de 10^{-8} cm. De hecho, la dimensionalidad juega un papel clave en este ejemplo. Al pasar a dos, y luego a tres dimensiones, notamos una reducción drástica del “tamaño”, que parece ciertamente contradictoria. Un cálculo simple para un ‘hilo’ unidimensional da una longitud de $6{,}022 \cdot 10^{10}$ km. Como primera comparación, la distancia más lejana Tierra-Plutón es de aproximadamente $7{,}5 \cdot 10^{9}$ km (cuando los dos cuerpos están en los lados opuestos del Sol). Téngase en cuenta que la distancia Tierra-Sol es de $1.5 \cdot 10^{8}$ km y la estrella más cercana a la Tierra es Proxima Centauri, a $4 \cdot 10^{13}$ km (o 4,24 años luz). Si construimos un cuadrado con N_A átomos consecutivos con un diámetro de 10^{-8} cm colocados de forma rectangular (es decir, sin empaquetamiento denso), se obtiene un cuadrado con un lado de 77,6 metros (6023 m^2 equivalen a 1,2 campos de fútbol de 100x50 m^2). Si construimos un cubo con los N_A átomos, colocándolos en una disposición cúbica (nuevamente una disposición no compacta), el cubo tendrá un lado de ¡0,84 cm!

Otra imagen para visualizar el concepto de mol: imaginemos un prisma de base cuadrada de 100 km de lado y 60 km de altura. Esa estructura contendría $6 \cdot 10^{23}$ milímetros cúbicos. Piénsese que 100 km es la distancia entre Barcelona y Gerona en España, o el ancho promedio de la península de Jutlandia en Europa, o casi la distancia entre Washington, DC y Hagerstown, Maryland, en Estados Unidos. Por otro lado, sesenta kilómetros es la altura de la mesosfera, donde se evaporan la mayor parte de los meteoritos que entran en la atmósfera debido a la fricción, una altura que solo pueden alcanzarse con cohetes. En cualquier caso, vale la pena pensar en el hecho de que toda la estructura global y sus elementos individuales son imposibles de visualizar simultáneamente. Ahora, supongamos un edificio similar al Atomium de Bruselas (el monumento que representa una celda unidad de un cristal de hierro aumentada unas $1{,}65 \cdot 10^{11}$ veces), pero que contenga un mol de esferas en lugar de solo nueve. El diámetro de cada esfera es de 18 m y la longitud de los tubos del lado del cubo es de 29 m [54]. Por lo tanto, el lado de una celda unidad mide 47 m. Los lados de la estructura propuesta contendrán tantas esferas como la raíz cúbica del número de Avogadro, por lo que la longitud del lado debe ser $8{,}45 \cdot 10^7$ x 47 m $\cong 4 \cdot 10^6$ km. Compárese con el diámetro del Sol, que es de $1{,}4 \cdot 10^6$ km.

El siguiente ejemplo se refiere a la antigua leyenda india sobre el descubrimiento del juego de ajedrez, y la solicitud de su inventor que se relaciona con una progresión geométrica de granos de arroz o trigo [55]: 1, 2, 4, 8, … El número de granos en el último cuadrado es 2^{63} = 9.223.372.036.854.775.808 y los necesarios para llenar todo el tablero de ajedrez serán 2^{64}-1 = 18.446.744.073.709.551.615, es decir, un 32646-ésimo del número de Avogadro. Si el proceso para llenar un solo tablero de ajedrez necesita una cantidad impresionante de granos, para alcanzar la cantidad de N_A, es necesario llenar 32646 tableros. Esto nos indica que necesitaríamos un tablero más grande (es decir, con más cuadrados) para aplicar el proceso constructivo a un solo tablero y llegar al N_A. El número de casillas del tablero de ajedrez para alcanzar el N_A es $1 + \log_2 N_A = 1 + 78{,}99 \cong 80$, es decir, necesitamos un tablero 9 x 9, o una cuadrícula de Sudoku, y un solo cuadrado permanecería vacío. La suma de los granos contenidos en los primeros n cuadrados es 2^n-1 (correspondiente al n-ésimo número de Mersenne), por lo que el número de Avogadro de granos llenan los primeros 79 cuadrados. Como un sólo tablero de ajedrez no es suficiente cuando nuestra progresión tiene razón 2, podemos cambiar un poco la leyenda y considerar una nueva progresión constructiva que tenga una razón de 3. En este caso la serie de granos colocados en cada casilla es 1, 3, 9, 27, ... Entonces, el número de Avogadro se alcanza en la casilla número $1 + \log_3 N_A = 50.84 \cong 51$. Como la suma de los primeros n términos de esta progresión viene dada por $(3^n-1)/2$, la suma de granos de todas las casillas alcanza N_A también al llenar el cuadrado 51.

La última imagen que presentamos gira en torno a personas en la Tierra. La superficie de la Tierra es aproximadamente 510.100.000 km^2 = $5{,}101 \cdot 10^8$ km^2 = $5{,}101 \cdot 10^{14}$ m^2. Si una persona ocupa 1/4 de m^2, necesitamos "varias" capas de personas para acomodar un N_A de humanos. No tenemos en cuenta ahora que aumentar la altura conducirá, al menos teóricamente, a más espacio para las personas en cada capa (estamos ahora llenando una superficie plana, no esférica). Dentro de un modelo plano, es decir, una superficie plana con la misma área que nuestro planeta, la cantidad de capas necesarias es impresionante: 295.138.208. Tomando como altura media de una persona 1,70 m, esto da un bloque de personas de 501.735 km de altura, lo que supera la distancia Tierra-Luna (384.400 km).

Se podría obtener una estimación más precisa considerando que cada capa de humanos proporciona un nuevo piso (sobre sus cabezas) con un área esférica aumentada. En este caso, se necesitan 19.449.493 capas, lo que daría como resultado una Tierra con una capa de personas de aproximadamente una décima parte de la distancia Tierra-Luna.

Finalmente, como curiosidad, podemos estimar cuántos años se necesitarían para llegar a una población de personas de N_A con la tasa de crecimiento actual [56]. Se puede deducir la siguiente ecuación:

$$7{,}7 \cdot 10^9 \cdot (1 + 0{,}0114)^t = 6{,}022 \cdot 10^{23}$$

El resultado es bastante sorprendente, t = 2.822 años, no mucho tiempo. Ahora bien, se podría considerar un cálculo similar en relación con la deuda pública estadounidense. La deuda actual es de unos 20 billones de dólares ($2 \cdot 10^{13}$ \$). Este valor es incierto y muy variable según la fuente de información, pero esto no es tan relevante en relación a nuestro objetivo de obtener una aproximación del año en que esa nación alcanzará la deuda de N_A en dólares. Estimando una tasa de crecimiento constante del 1% (2020), la ecuación ahora es

$$20 \cdot 10^{12} (1 + 0{,}01)^t = 6{,}022 \cdot 10^{23}$$

El resultado es aún más sorprendente: t = 2.425 años.

MÉTODOS

Participantes

El estudio se realizó en las Universidades de Girona y de Valencia, España. Se recibió autorización ética de la dirección de las dos universidades para realizar el estudio. Los estudiantes estaban completamente informados sobre el estudio y que los datos de la entrevista anónima debían registrarse y analizarse.

En la Universidad de Girona se entregó el cuestionario a 92 alumnos del primer curso de los Grados en Química, Ciencias Ambientales, Biotecnología y Biología, y alumnos del segundo curso del Grado en Química. En la Universidad de Valencia se dio a conocer a 41 alumnos del Grado en Química, en el marco del plan de estudios del primer curso "Aplicaciones Informáticas en Química", y de la asignatura del segundo curso "Laboratorio de Química Física I". Entre los encuestados, la relación hombres/mujeres fue 42/58 para Girona y 37/63 para Valencia. Las dos universidades son públicas y el resto de datos demográficos de sus respectivos alumnos son muy cercanos. Solo el 5% de los estudiantes había completado estudios preuniversitarios en el extranjero, y el mismo porcentaje de ellos trabajó esporádicamente durante tres meses o menos. En cuanto a los padres de los alumnos, el 40% tenía estudios superiores, el 57% había cursado solo educación primaria y el 2% no tenía estudios. La diferencia entre padres y madres en este aspecto no fue grande: la relación padres/madres para los tres niveles anteriores fue, respectivamente, 39/41, 56/56, 5/0. Los estudiantes tenían entre 18 y 20 años y una formación científica adecuada. Su participación en el estudio fue opcional y anónima.

Cuestionario

Se eligió una analogía entre las presentadas en este estudio y cuatro de la bibliografía. El criterio seguido para su selección fue la máxima diversidad según los grupos propuestos por Poskozim et al. [45], exceptuando el tema relacionado con la informática. Fue dejado de lado por el hecho de que la evolución tecnológica tiende a hacer obsoletas este tipo de analogías.

La pregunta se formuló como:

"Valora las siguientes analogías del 5 al 1 según su utilidad para hacerte comprender la magnitud del número de Avogadro (5, muy útil; 1, poco útil):

1. Un prisma de base cuadrada de 100 km de lado y 60 km de altura contendría un número de Avogadro de milímetros cúbicos.
2. Durante 1,9·1016 años un humano tendría que contar un grano de arena por segundo para igualar el número de Avogadro. Este número es más de cuatro millones de veces la edad de la tierra (4,6 mil millones de años) y más de un millón de veces la edad del universo (unos 14 mil millones de años).
3. Asumiendo que la Tierra tiene 7 mil millones de personas y que cada persona tiene 10 mil millones de neuronas, en 8.600 planetas con la población de la Tierra habría un número de Avogadro de neuronas.
4. Hay aproximadamente dos números de Avogadro de mililitros de agua en la Tierra.
5. Supongamos que tenemos un número de Avogadro de euros. El banco ofrece un interés anual del 5%. Si dividimos el interés recibido en un segundo entre toda la población en la tierra (7 mil millones), cada individuo conseguirá cerca de 140.000 euros."

Las cinco analogías se pueden clasificar como 1: Objetos, 2: Contar, 3: Personas, 4: Agua, 5: Dinero. La Tabla 1 los muestra con sus respectivas referencias.

Tabla 1. Analogías incluidas en el cuestionario.

Analogía #	**Tipo**	**Fraseo**	**Referencia**
1	Objetos	Un prisma de base cuadrada de 100 km de lado y 60 km de alto contendría aproximadamente un número de Avogadro de milímetros cúbicos.	Este artículo
2	Contar	Durante $1{,}9.10^{16}$ años, un humano tendría que contar un grano de arena por segundo para igualar el número de Avogadro. Este número es más de cuatro millones de veces la edad de la tierra (4,6 mil millones de años) y más de un millón de veces la edad del universo (alrededor de 14 mil millones de años).	Uthe 2002
3	Personas	Suponiendo que la Tierra tiene 7 mil millones de personas y que cada persona tiene 10 mil millones de neuronas, en 8.600 planetas con la población de la Tierra habría un número Avogadro de neuronas.	Poskozim *y col.* 1086
4	Agua	Hay aproximadamente dos números Avogadro de mililitros de agua en la Tierra.	Poskozim *y col.* 1086
5	Dinero	Supongamos que tenemos un número Avogadro de euros. El banco ofrece un interés anual del 5%. Si dividimos los intereses recibidos en un segundo entre toda la población del planeta (7.000 millones), cada individuo recibirá unos 140.000 euros.	van Lubeck 1989

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La Figura 1 muestra los resultados obtenidos por los estudiantes de las dos Universidades de forma independiente. La gran semejanza entre los dos gráficos revela lo significativo del resultado.

La homogeneidad de los datos entre las dos universidades se determinó mediante análisis de varianza entre grupos (ANOVA). Esta es una manera de comparar si dos o más poblaciones estadísticas pueden fusionarse, sobre la base de sus respectivos promedios y desviaciones estándar. Un ANOVA segrega diferentes fuentes de variación observadas en los resultados experimentales. Algunas de las fuentes se "explican", mientras que el resto se agrupan como variación "inexplicable" (también llamado el "término de error"). ANOVA luego prueba si la variación asociada con una fuente explicada es grande en relación con la variación inexplicada. Si esa razón (el estadístico F) es tan grande que la probabilidad de que ocurra por casualidad es baja (por ejemplo, $P <= 0.05$), podemos concluir, en ese nivel de probabilidad, que esa fuente de variación sí tuvo un valor significativo. Dicho estudio de homogeneidad mediante una prueba ANOVA de un factor reveló que los dos grupos, UG y UV, eran consistentes ($F=0,00068$, $p<0,980$). En la tabla 2 se muestran los detalles del cálculo.

Tabla 2. Resultados de análisis de varianza de un factor entre grupos para comprobar la homogeneidad de los datos entre ambas universidades.

Puntuaciones promedio	**UG**	**UV**	
Analogía 1	2,53261	2,50000	
Analogía 2	3,44565	3,21053	
Analogía 3	3,88043	3,73684	
Analogía 4	3,50000	3,31579	
Analogía 5	2,42391	2,97368	
N	5	5	
Σx	15,78261	15,73684	
Media	3,15652	3,14737	
Σx^2	51,46975	50,35873	
Desviación Estándar	0,64257	0,45527	
	SS	**Grados de libertad**	**MS**
Entre grupos	0,0002	1	0,0002
Dentro de grupos	2,4807	8	0,3101
Total	2,4809	9	
F	0,00068		
P	0,97990		

Diferencia entre grupos no significativa a $\alpha < 0,05$

Aunque las puntuaciones de las analogías son numéricas, también pueden entenderse como niveles. En este caso, todas las pruebas de significación de χ^2 realizadas entre las tablas de resultados arrojaron valores p muy bajos. Esto implica que existen diferencias significativas entre los niveles de cada analogía. Los datos completos y sus estadísticas se incluyen en el material complementario. Como resumen, en la tabla 3 damos los valores promedio de puntuación de cada analogía para los cinco grupos de la UG y los dos de la UV, con sus errores aleatorios e intervalos correspondientes. La Figura 2 ilustra los intervalos obtenidos de los promedios para cada analogía, con 95% de probabilidad.

Tabla 3. Promedios de puntuación para cada grupo, media total, grados de libertad, t de Student, desviación estándar muestral, desviación estándar de la media, error aleatorio, valor acotado de la media e intervalos de valores dentro del 95% de probabilidad, todo esto para cada analogía.

Analogía	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4	Grupo 5	Grupo 6	Grupo 7	Media
1	2,88	2,63	2,42	1,00	2,68	2,25	2,62	2,35
2	4,38	3,29	3,65	3,75	3,00	2,67	3,46	3,46
3	4,38	3,80	3,92	3,50	3,84	3,50	3,85	3,83
4	4,00	3,74	3,65	2,00	2,95	3,00	3,46	3,26
5	2,75	2,29	3,08	2,00	1,74	3,42	2,77	2,58

Analogía	Grados de libertad	t	Desv. estándar	Desv. estándar de la media	Error aleatorio	Valor final	Extremo inf. intervalo	Extremo sup. intervalo
1	6	2,45	0,63	0,24	0,58	**2,4+0,6**	1,8	3,0
2	6	2,45	0,55	0,21	0,51	**3,5+0,5**	3,0	4,0
3	6	2,45	0,30	0,11	0,27	**3,8+0,3**	3,5	4,1
4	6	2,45	0,67	0,25	0,62	**3,3+0,6**	2,7	3,9
5	6	2,45	0,60	0,23	0,55	**2,6+0,6**	2,0	3,2

A la vista de la Figura 2, se percibe una clara diferencia entre las valoraciones de las analogías 2, 3, 4, por un lado, y 1, 5 por otro. La analogía más valorada corresponde a la 3, relacionada con el concepto 'personas', que presenta la menor dispersión. Como se aprecia en la figura 3, su barra de error solapa bastante con la de los siguientes promedios. La siguiente analogía, la número 2, relacionada con 'contar', muestra también la segunda menor dispersión, con lo que ambas tienden a ser las más claramente escogidas. La analogía 4, de tipo 'agua' solapa apreciablemente con las otras dos, aunque su dispersión es ligeramente mayor. Algo más atrás vienen la analogía 5, de tipo financiero y cerca de ésta la 1, de tipo geométrico. Ambas muestran dispersión similar a la 3. El intervalo de error de la 5 no coincide con el de la 3. El intervalo de error de la 1 se diferencia claramente de los correspondientes a las analogías más valoradas 3 y 2. Podemos admitir cierta variación en la ordenación de las analogías, dada por los intervalos de error, pero la significación estadística establecería inequívocamente que la analogía 3 ('personas') va a ser preferida a la 5 ('dinero') y a la 1 ('objetos'), y que la 2 ('contar') va a ser también más valorada que la 1.

Hay que resaltar el hecho de que, de las distintas analogías utilizadas en la encuesta, la más visual es la que corresponde a la figura geométrica prismática y que ésta es, justamente, la analogía menos valorada. Esta afirmación queda asentada claramente en relación con los datos obtenidos en la investigación.

Curiosamente, parece que las analogías más valoradas corresponden a los conceptos más familiares, y las menos valoradas a los más abstractos. Por tanto, parece aconsejable, a la hora de visualizar NA, utilizar analogías relacionadas con personas o entidades contables, en lugar de aquellas relacionadas con tamaños de figuras geométricas o altas finanzas.

Con respecto a la literatura anterior, Skorstad et al. [57], Faries y Reiser [58] y Sidney y Thompson [1] han relacionado la utilidad de las analogías con el tipo de conexión entre analogía y objetivo. En nuestro caso, este principio no se aplica ya que todas las analogías estudiadas se relacionan con NA de la misma forma, es decir, mediante la representación de la cantidad.

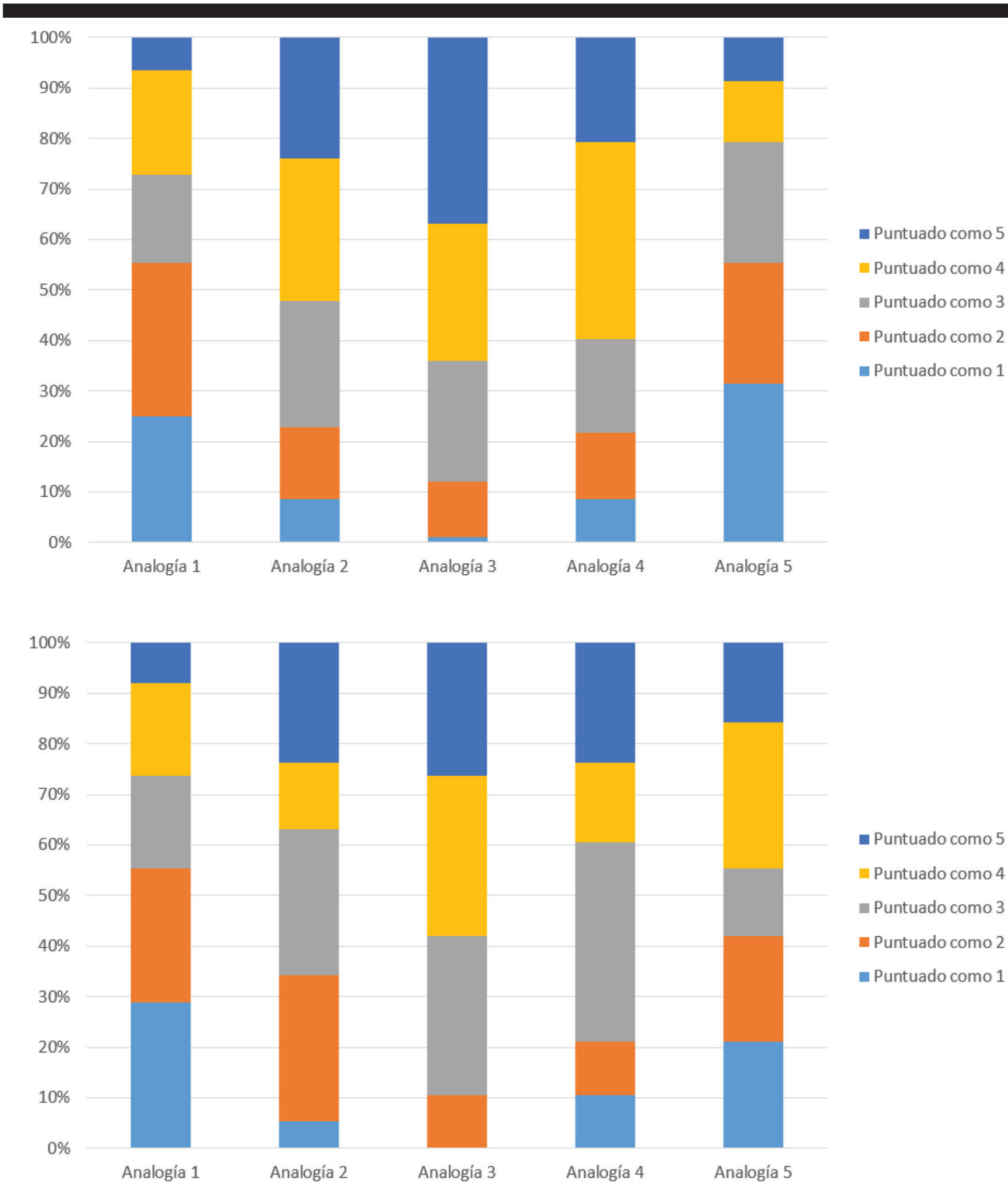

Figura 1. Distribución de las respuestas al cuestionario. Superior: Universidad de Girona. Inferior: Universidad de Valencia. Tipos de analogías: 1: Objetos, 2: Contar, 3: Personas, 4: Agua, 5: Dinero

Duit [59] ha clasificado las analogías en diferentes grupos que incluyen verbal, pictórica, personal, puente y múltiple. Treagust [5] ha concluido que los tres primeros tipos son los más útiles para fines educativos. Las analogías personales aproximan los conceptos abstractos a las circunstancias del mundo real de los estudiantes, y este tipo parece definir mejor la analogía con la puntuación más alta en este estudio.

Shapiro [2] ha enfatizado la importancia de las visualizaciones en analogías científicas y Thiele y Treagust [9] han estudiado la utilidad de las analogías en la enseñanza secundaria de la química. Concluyeron que, dado que uno de los principales énfasis en el uso de analogías en la educación química es hacer que los conceptos abstractos sean más fáciles de captar por el estudiante con bajo rendimiento, el uso de un diagrama o imagen para presentar el análogo se considera más ventajoso. En las analogías pictóricas, una imagen de una situación familiar de la vida real es fundamental para la analogía. Una analogía pictórica debería evitar que el estudiante cree mentalmente atributos que no están presentes en el concepto explicado y también evitar la necesidad de usar demasiadas palabras para describir la analogía. Sin embargo, en nuestro estudio, la representación más pictórica, el prisma gigante de la analogía # 1 fue la menos valorada. Una representación pictórica debería aumentar la probabilidad de que el análogo sea familiar para el alumno [60], y este no es el caso aquí. Esto podría deberse a que esta representación visual, en nuestro caso, es tan grande que los estudiantes no la pueden asimilar.

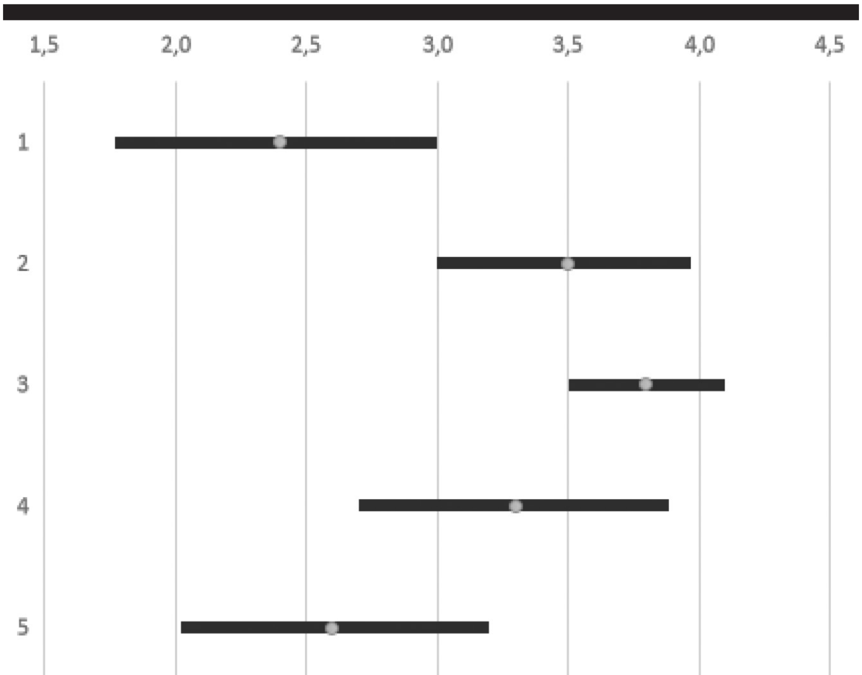

Figura 2. Intervalos de variación de las puntuaciones promedio de las cinco respuestas al cuestionario (95% de probabilidad). Tipos de analogías: 1: Objetos, 2: Contar, 3: Personas, 4: Agua, 5: Dinero

Previamente, Tenney y Gentner [61] habían enfatizado que una mayor familiaridad con el dominio base de una analogía mejoraba su utilidad. En línea con esto, Dagher [62] ha revisado estudios sobre la efectividad de las analogías y sintetizado sus hallazgos. También ha propuesto estrategias de enseñanza en la aplicación y evaluación de analogías. Su conclusión es que la familiaridad del dominio de origen y su accesibilidad o menor complejidad que el objetivo determina la utilidad de la analogía. Esto podría estar de acuerdo con los resultados obtenidos en este estudio en cuanto a la familiaridad de los conceptos involucrados. Al estudiantado le son más familiares los números o el agua que la geometría o las finanzas.

Por último, proponemos a los docentes que los alumnos busquen también sus propias analogías, pues es el paso de los métodos intuitivos a los activos donde se optimiza la efectividad pedagógica [63].

CONCLUSIONES

Cuando se manejan números grandes, siempre vale la pena intentar visualizarlos como analogías, ya que ayudan a tener una idea más precisa de su significado. A lo largo del presente artículo, hemos revisado el tema y hemos intentado dar una idea la inmensidad de NA con una serie de ejemplos concretos. Imaginar estas magnitudes nos da una idea más precisa de lo que significan grandes números del orden del de Avogadro. Nuestro artículo también evalúa las percepciones de los estudiantes sobre las analogías del número de Avogadro. Las implicaciones para la enseñanza y el aprendizaje son que los ejemplos más útiles, siguiendo la opinión de los estudiantes, son los relacionados con objetos más tangibles, como personas, por encima de las analogías sobre construcciones geométricas. Así, en contraste con resultados actualmente aceptados, las representaciones pictóricas no siempre son las más convenientes.

En resumen, con respecto a las analogías sobre el número de Avogadro:

a) Las mejores analogías son aquellas que implican conceptos familiares. Por lo tanto, las analogías personales aproximan los conceptos abstractos a las circunstancias del mundo real de los estudiantes, de acuerdo con la analogía con la puntuación más alta en este estudio.
b) El principio de conexión analogía-objetivo no se aplica ya que todas las analogías estudiadas ilustran la representación de una cantidad.
c) Las representaciones pictóricas basadas en objetos geométricos no son las más adecuadas.

Material Suplementario

El cuestionario original y las hojas de cálculo con sus datos y resultados.

REFERENCIAS

[1] Sidney PG, Thompson CA. Implicit analogies in learning: supporting transfer by warming up. Curr. Dir. Psychol. Sci. 2019:28(6):619-625.
[2] Shapiro MA. Analogies, visualization, and mental processing of science stories. Ann. Int. Commun. Assoc. 1986:9(1):339-355.
[3] López Nomdedeu G. Teoría y práctica de la creatividad. Rev. Esp. Pedagog. 1974:32(128):495-537.

[4] Treagust DF, Duit R, Lindauer I, Joslin P. Teachers' use of analogies in their regular teaching routines. Res. Sci. Educ. 1989:19(1):291-299.
[5] Treagust DF. The evolution of an approach for using analogies in teaching and learning science. Res. Sci. Educ. 1993:23(1):293-301.
[6] Harrison AG. How do teachers and textbook writers model scientific ideas for students? Res. Sci. Educ. 2001:31:401–435.
[7] Levinson PJ, Carpenter RL. An analysis of analogical reasoning in children. Child Dev. 1974 857-861.
[8] Gentner D. Structure-mapping: a theoretical framework for analogy. Cognitive Sci. 1983:7: 155–170.
[9] Thiele RB, Treagust DF. Using analogies in secondary chemistry teaching. Obtenido de https://eric.ed.gov/?id=ED356137.
[10] Glynn SM. Making science concepts meaningful to students: teaching with analogies. Four Decades of Research in Science Education-from Curriculum Development to Quality Improvement: From Curriculum Development to Quality Improvement, 113. Münster, Germany: Waxmann. 2008
[11] Sutton C. Figuring out a scientific understanding. J. Res. Sci. Teach. 1993:31(10):1215-1227.
[12] Ruef K. The private eye: (5X) looking/thinking by analogy. Seattle, WA: The Private Eye Project; 1998.
[13] Markman AB, Moreau CP. Analogy and analogical comparison in choice. En: Gentner D, Holyoak KJ, Kokinov BN, editores. The analogical mind: Perspectives from Cognitive Science. Cambridge, MA: MIT Press; 2001. P. 363-399.
[14] Coll RK, France B, Taylor I. The role of models and analogies in science education: implications from research. Int. J. Sci. Educ. 2005:27:183-198.
[15] Aubusson PJ, Harrison AG, Ritchie SM. Metaphor and analogy. En: Metaphor and analogy in science education. Dordrecht: Springer; 2006. p. 1-9.
[16] Goswami U. Analogical reasoning in children. En Children's Learning in Laboratory and Classroom Contexts New York, NY: Routledge. 2007. p. 73-88
[17] Raviolo A, Garritz A. Analogies in the teaching of chemical equilibrium: a synthesis/analysis of the literature. Chem. Educ. Res. Pract. 2009:10(1):5-13.
[18] Mair C, Martincova M, Shepperd M. A literature review of expert problem solving using analogy. En: 13th International Conference on Evaluation & Assessment in Software Engineering, 20-21 April 2009, Durham, UK. 2009
[19] Bellocchi A. Learning in the third space: a sociocultural perspective on learning with analogies. Tesis doctoral, Queensland University of Technology, Brisbane, Queensland, Australia; 2009. p. 19-45.
[20] Gentner D. Bootstrapping the mind: analogical processes and symbol systems. Cognitive Sci. 2010:34(5), 752-775.
[21] Etzion D, Ferraro F. The role of analogy in the institutionalization of sustainability reporting. Organ. Sci. 2010:21(5):1092-1107.
[22] Petrucci M. Scientific visualizations: bridge-building between the sciences and the humanities via visual analogy. Interdiscip. Sci. Rev. 2011:36(4):276-300.

[23] Klahr D, Chen Z. Finding one's place in transfer space. Child Dev. Perspect. 2011:5:196–204.
[24] Day SB, Goldstone RL. The import of knowledge export: connecting findings and theories of transfer of learning. Educ. Psychol. 2012:47:153–176.
[25] Mozzer NB, Justi R. Science teachers' analogical reasoning. Res. Sci. Educ., 2013:43(4):1689-1713.
[26] Vendetti MS, Matlen BJ, Richland LE, Bunge SA. Analogical reasoning in the classroom: insights from Cognitive Science. Mind Brain Educ. 2015:9:100–106.
[27] English LD. Analogies, metaphors, and images: vehicles for mathematical reasoning. En: Mathematical Reasoning (pp. 11-26). New York, NY: Routledge. 2013
[28] Goh NK, Subramanian R, Chia LSA more direct feeling for Avogadro's number. J. Chem. Educ., 1994:71(8):656–657.
[29] Pekdağ B, Azizoğlu N. Semantic mistakes and didactic difficulties in teaching the "amount of substance" concept: a useful model. Chem. Educ. Res. Pract:2013:14(1):117-129.
[30] Schmidt H. An alternate path to stoichiometric problem solving. Res. Sci. Educ.1997:27:237.
[31] Giunta CJ. The Mole and Amount of Substance in Chemistry and Education: Beyond Official Definitions. J. Chem. Educ. 2015:92(10):1593−1597.
[32] Davis RS. What Is a Kilogram in the Revised International System of Units (SI)? J. Chem. Educ. 2015:92(10):1604−1609.
[33] Rees S, Kind V, Newton D. The development of chemical language usage by "non-traditional" students: the interlanguage analogy. Res. Sci. Educ., 2018 1-20.
[34] Mweshi E, Munyati O, Nachiyunde K. Teacher's mole concept pedagogical content knowledge: developing the model for the mole concept content representations framework. Chem. Educ. Res. Pract. 2019:10(8):51–65.
[35] Furió C, Azcona R, Guisasola J. The learning and teaching of the concepts 'amount of substance' and 'mole': a review of the literature. Chem. Educ. Res. Pract., 2002:3(3):277–292.
[36] Wikipedia. Constante de Avogadro. Obtenido de https://es.wikipedia.org/wiki/Constante_de_Avogadro.
[37] Nernst W. Theoretical Chemistry from the Standpoint of Avogadro's Rule & Thermodynamics. 2nd ed. London: Macmillan & Co. Ltd; 1904. p. 39-42
[38] Chang R, Goldsby KA. Chemistry. 12th ed. New York, NY: McGraw Hill Education; 2016. p. 183-184.
[39] Cannizzaro, S. (1858). Lettera del prof. Stanislao Cannizzaro al prof.S. De Luca; sunto di un corso di filosofia chimica, fatto nella R. Universita di Genova. Il Nuovo Cimento, 7(1), 321–368.
[40] Meyer L. Die modernen Theorien der Chemie und ihre Bedeutung für die chemische Statik, 1st ed. Breslau: Maruschke & Berendt; 1864.
[41] Partington JRA Short History of Chemistry:3rd ed. New York: Dover Pub; 1989.
[42] Jensen WB. How and when did Avogadro's name become associated with Avogadro's number? J. Chem. Educ., 2007:84(2):223.
[43] Morselli M. Amedeo Avogadro, a scientific biography Dordrecht, Netherlands: D. Reidel. 1984. p. 87-271.
[44] Thompson CA, Opfer JE. How 15 hundred is like 15 cherries: effect of progressive alignment on representational changes in numerical cognition. Child Dev. 2010:81:1768–1786.

[45] Poskozim PS, Wazorick JW, Tiempetpaisal P, Poskozim JA. Analogies for Avogadro's number. J. Chem. Educ. 1986:63(2):125.
[46] Lubeck HV. How to visualize Avogadro's number. J. Chem. Educ., 1989:66(9):762.
[47] Diemente D. Demonstrations of the enormity of Avogadro's number. J. Chem. Educ. 1998:75(12):1565.
[48] Uthe RE. For mole problems, call Avogadro: 602-1023. J. Chem. Educ., 2002:79(10):1213.
[49] Krulwich R. Which is greater, the number of sand grains on earth or stars in the sky? Obtenido de https://www.npr.org/sections/krulwich/2012/09/17/161096233/which-is-greater-the-number-of-sand-grains-on-earth-or-stars-in-the-sky. 2012.
[50] European Space Agency How many stars are there in the Universe? Obtenido de http://www.esa.int/Science_Exploration/Space_Science/Herschel/How_many_stars_are_there_in_the_Universe. 2019.
[51] Harrison E. Cosmology: The Science of the Universe, 2nd ed. Cambridge University Press: New York, 2000, p. 474
[52] National Solar Observatory. Mass size and density of the universe. Obtenido de https://people.cs.umass.edu/~immerman/stanford/universe.html. 2001.
[53] Sepp S. Brain games with sand grains. Obtenido de https://www.sandatlas.org/brain-games-with-sand-grains.
[54] Pinto G. An example of body-centered cubic crystal structure: the atomium in Brussels as an educative tool for introductory materials chemistry. J. Chem. Educ. 2012:89(7):921-924.
[55] Wikipedia. Problema de trigo y tablero de ajedrez. Obtenido de https://es.wikipedia.org/wiki/Problema_del_trigo_y_del_tablero_de_ajedrez.
[56] Wikipedia. Población mundial. Obtenido de https://es.wikipedia.org/wiki/Poblaci%C3%B3n_mundial
[57] Skorstad J, Falkenhainer B, Gentner D. Analogical processing: a simulation and empirical corroboration. Proc. AAAI 1987:6:322-326.
[58] Faries JM, Reiser BJ. Access and use of previous solutions in a problem solving situation (No. CSL-29). Princeton Univ Nj Cognitive Sci. Lab. 1988
[59] Duit R. On the role of analogies and metaphors in learning science. Sci. Educ., 1991:75(6):649-672.
[60] Duit R. On the role of analogies, similes, and metaphors in learning science. In Papers presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, Atlanta. 1990
[61] Tenney Y, Gentner D. What makes analogies accessible: experiments on the water-flow analogy for electricity. En: Duit R, Jung W, von Rhoneck C, editores. Aspects of understanding electricity. Kiel: IPNiSchmidt & Klaunig; 1985. p. 1-318.
[62] Dagher Z. Review of studies on the effectiveness of instructional analogies in science education. Sci. Educ., 1995:79(3):295-312.
[63] Piaget J. La evolución de los métodos de enseñanza. En Psicología y pedagogía. Madrid: Sarpe: 1969 p. 95-112.